На правах рукописи



Люкшин Петр Александрович

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТОВ ПРИ МЕХАНИЧЕСКИХ, ТЕМПЕРАТУРНЫХ, ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ С УЧЕТОМ НЕСОВЕРШЕННОГО КОНТАКТА ФАЗ

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Томск – 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук.

Научный консультант: доктор технических наук, профессор, профессор РАН Панин Сергей Викторович

Официальные оппоненты:

Лурье Сергей Альбертович, доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт прикладной механики Российской академии наук, лаборатория неклассических моделей механики композитных материалов и конструкций, главный научный сотрудник

Плехов Олег Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор РАН, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук, «Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук» – филиал ПФИЦ УрО РАН, заместитель директора по науке

Глазырин Виктор Парфирьевич, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», лаборатория проектирования рабочих элементов ракетно-космической техники и прочности Научно-исследовательского института прикладной математики и механики, ведущий научный сотрудник

Светашков Александр Андреевич, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», отделение общетехнических дисциплин, профессор

Защита состоится 09 апреля 2021 г. в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета «НИ ТГУ.01.02», созданного на базе физико-технического факультета федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36 (корпус № 10 (НИИ ПММ) ТГУ, аудитория 217).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке и на официальном сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» www.tsu.ru.

Материалы по защите диссертации размещены на официальном сайте ТГУ: https://dissertations.tsu.ru/PublicApplications/Details/50f85e05-e0a9-4f38-ab54-2a49a81fedbf

Автореферат разослан «_____» февраля 2021 года

Ученый секретарь диссертационного совета, кандидат физико-математических наук

Борзенко Евгений Иванович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертационного исследования. Композиционные материалы (КМ) широко используются в современной аэрокосмической, авиационной технике, судостроении, автомобилестроении, строительстве, медицине и т. д. Инженеру-конструктору необходимо знать широкий набор свойств композитов. Паспорт физических характеристик композиционного материала может включать 50 и более наименований. Для определения характеристик композита могут использоваться как экспериментальные, так и теоретические методы. Большое количество уже имеющихся и вновь создаваемых материалов требует расширения фронта экспериментальных работ, что связано с большими материальными и временными затратами. Логично центр тяжести работ по созданию и исследованию новых материалов перенести из области лабораторных экспериментов в область физических и математических исследований. Определение эффективных деформационных, электрофизических характеристик теплофизических, композиционного материала, основанное на результатах решении краевых задач теории теплопроводности, электростатики, упругости, электропроводности представляется рациональным и рентабельным.

Цель работы состоит в создании, верификации и использовании моделей дисперсно-наполненных, учитывающих структуру материала, свойства компонент и несовершенный контакт на границах раздела фаз для определения эффективных характеристик при механических, тепловых, электромагнитных воздействиях. Использование разработанных моделей для анализа термобарьерных покрытий с учетом эффектов отслоения и разрушения.

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Краевая задача плоской теории упругости для анализа полей перемещений, деформаций и напряжений в структурно-неоднородном теле с учетом геометрической нелинейности, структуры, несовершенных условий на контактных поверхностях (границах раздела фаз).

2. Краевые задачи стационарной и нестационарной теплопроводности в структурно-неоднородном теле с учетом несовершенных условий контакта на границах раздела фаз.

3. Краевые задачи электростатики и электропроводности для структурнонеоднородного тела с существенно отличными электрофизическими свойствами фаз.

4. Определение эффективных деформационных, теплофизических, электрофизических характеристик композита на основе равенства энергий композиционного материала (КМ) и однородного тела сравнения при механических, тепловых и электромагнитных воздействиях.

5. Модификация и реализация конечно-элементных моделей дисперснонаполненных полимерных композитов, позволяющих учесть несовершенный контакт на границах фаз.

6. Задачи теплопроводности, термоупругости, потери устойчивости термобарьерного покрытия и определение напряженно-деформированного состояния системы «покрытие – подложка» для оценки возможности отслоения.

Научная новизна. Предложен единый подход к определению деформационных, теплофизических, электрофизических характеристик дисперсно-наполненного композита с учетом несовершенного контакта на границах фаз, основанный на решении краевых задач теории упругости, теплопроводности, электростатики, электропроводности.

Разработаны процедуры перехода от следующих параметров:

от параметров НДС структурно-неоднородного тела с несовершенными контактами на границе фаз, к эффективным деформационным характеристикам композита на основе баланса энергии;

от распределения температуры и количества теплоты в структурнонеоднородном теле с несовершенными контактами на границах фаз, к эффективному коэффициенту теплопроводности композита на основе баланса энергии;

от распределения электрофизических характеристик, энергии электромагнитного поля, мощности тепловых потерь в структурнонеоднородном теле к эффективным электрофизическим характеристикам композита.

Модифицирован метод конечных элементов применительно к структурнонеоднородным материалам с несовершенными контактами на границах фаз.

Разработанные методики использованы для решения задач теплопроводности, термоупругости, потери устойчивости термобарьерного покрытия и определения напряженно-деформированного состояния системы «покрытие – подложка» для оценки возможности отслоения.

На защиту выносятся следующие научные результаты:

1. Модели структурно-неоднородных композиционных материалов с несовершенным контактом на границе фаз при механических, тепловых, электромагнитных воздействиях, основанные на решении краевых задач математической физики.

2. Алгоритмы численной реализации нелинейных краевых задач плоской теории упругости, задач стационарной и нестационарной теплопроводности, реализованные, с учетом несовершенного контакта между фазами, алгоритмы численной реализации задач электростатики и электропроводности для структурно-неоднородного тела.

3. Методы определения эффективных характеристик композита (модуля упругости, коэффициента теплопроводности, диэлектрической проницаемости, электрической проводимости) как функций структуры, характеристик фаз композита и характера межфазного взаимодействия.

4. Моделирование возникновения и развития отслоений на границах «матрица – включения» и их влияние на эффективные деформационные, теплофизические и электрофизические свойства композитов.

5. Модель термобарьерного покрытия при температурном нагружении, позволяющая объяснить потерю устойчивости и предсказать эффекты отслоения и разрушения в системе «подложка – покрытие».

Достоверность И обоснованность результатов. Достоверность полученных результатов базируется на использовании фундаментальных соотношений теории упругости, теплопроводности, электростатики, электропроводности и апробированных численных методов (МКЭ, МКР) при соответствующих сравнением краевых задач, подтверждена решении численных результатов автора с аналитическими и численными результатами, полученными другими авторами, согласием численных и экспериментальных данных.

Теоретическая практическая значимость И диссертации И использование полученных результатов. Значимость полученных результатов для науки и практики заключается в том, что разработанные методы позволяют определять: а) эффективные деформационные модели и характеристики структурно-неоднородного тела с несовершенным контактом на границе фаз, реализуемым при выполнении критериев в виде скольжения, расслоения на основе модификации матрицы жесткости в методе конечных элементов и процедуры перехода от параметров НДС и потенциальной энергии деформации однородного тела к этим же параметрам для структурнонеоднородного тела; б) эффективный коэффициент теплопроводности В структурно-неоднородном теле с несовершенным контактом на границе и образованием воздушных пустот на основе процедуры перехода от поля температуры и количества теплоты однородного тела к полю температуры и количеству теплоты структурно-неоднородного тела; в) эффективную электрическую проводимость и эффективную диэлектрическую проницаемость в структурно-неоднородном теле с учетом возможности несовершенного контакта на основе процедуры перехода от распределения электрического потенциала, напряженности, энергии электромагнитного поля и мощности тепловых потерь однородного тела к этим же параметрам для структурнонеоднородного тела.

Разработанная и доведенная до уровня прикладных программ модель дисперсно-наполненного композита позволяет на основе данных о внутренней структуре, свойствах компонент материала, условиях контакта на границе раздела фаз прогнозировать деформационные, теплофизические, электрофизические характеристики материала.

Разработанные методики могут быть рекомендованы для анализа деформационного поведения многокомпонентных термобарьерных покрытий в условиях теплового нагружения при отработке новых составов и режимов их формирования.

Методология и методы. Основные результаты работы получены с использованием методологии физического и математического моделирования.

Краевые задачи математической теории упругости, теплопроводности, электростатики и электропроводности формулируются и реализуются для представительного объема материала. После перехода к вариационным

формулировкам решение этих задач проводится методами вычислительной решении механики. В частности, методом конечных элементов. При нелинейных задач используются варианты последовательных метода нагружений.

При решении задачи устойчивости для нахождения собственных чисел системы дифференциальных уравнений в частных производных используется метод конечных разностей.

Личный вклад. Предложенные модели и алгоритмы разработаны и реализованы в виде программ для ЭВМ лично автором. Им же самостоятельно выполнена постановка задач диссертационного исследования, анализ и обсуждение результатов теоретических и экспериментальных изысканий.

Внедрение работы. На разработанный комплекс программ получены 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ. Автор принимал участие в работах по договору с Министерством промышленности и торговли РФ (Гос. Контракт № 13411.1006899.11.065) «Исследование и разработка базовой технологии производства полимерных композиционных материалов с заданными деформационно-прочностными и теплофизическими характеристиками путем поверхностной и объемной модификации полимеров наполнителями, в том числе наноструктурированными» (2013-2015 гг.), а также 1) «Разработка исследованиях прикладных научных по темаме: с моделей использованием многоуровневых компьютерных иерархически гетеромодульных экструдируемых твердосмазочных армированных основе сверхвысокомолекулярного полиэтилена для нанокомпозитов на применения в узлах трения и футеровки деталей машин и механизмов, работающих в условиях Крайнего Севера» (соглашение с Минобрнауки РФ №14.604.21.0154, уникальный идентификатор проекта RFMEFI60417X0154, 2017-2018 гг.) и 2) «Разработка научных основ нового метода постобработки изделий. сформированных аддитивными технологиями, основанного на комбинированном импульсном высокочастотном многоуровневом механовоздействии» электрофизическом (соглашение Минобрнауки с PΦ №05.583.21.0089, уникальный идентификатор проекта RFMEFI58318X0089, 2018-2020 гг.).

Результаты диссертации используются в учебном процессе на кафедре механики и графики Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники при подготовке образовательных дисциплин «Механика композиционных материалов», «Механика и технологии».

Связь работы с научными программами и темами. Диссертационная работа выполнена в Институте физики прочности и материаловедения СО РАН в соответствие с планами государственных и отраслевых научных программ:

Проекты фундаментальных исследований Сибирского отделения РАН и Государственных академий наук РФ:

Проект фундаментальных исследований СО РАН №3.6.1.1 «Разработка принципов физической мезомеханики многоуровневых систем и создание на их основе конструкционных и функциональных материалов с наноструктурой во всем объеме, только в поверхностных слоях, с наноструктурными

покрытиями или модифицированными наноструктурными наполнителями" (2007–2009 гг.); Проект фундаментальных исследований СО РАН III.20.1.3 «Разработка методологии и критериев диагностики состояния нагруженных материалов на основе многоуровневого подхода» (2010-2012 гг.); Проект фундаментальных исследований государственных академий наук № III.23.1.3. «Научные основы диагностики предразрушения и оценки ресурса работы многоуровневых структурно-неоднородных сред» (2013–2016 гг.); Проект фундаментальных исследований государственных академий наук № 23.1.3. основы многоуровневого подхода мониторингу, Научные К оценке механического состояния и диагностике предразрушения конденсированных сред и мягкой материи (soft matter) (2017–2019 гг.).

Проекты Российского фонда фундаментальных исследований:

РФФИ 97-01-00586-а «Исследование фрагментации в полимерах И композитах с полимерной матрицей при действии внешних полей как основы диагностики предразрушения материалов» (1997–1998 гг.); РФФИ 05-01-98005р обь а «Разработка научных основ И методов реализации задач компьютерного конструирования полимерных композиций» (2005–2006 гг.); РФФИ 06-01-96923-р офи «Разработка физико-химических основ повышения эксплуатационных характеристик конструкционных И функциональных объемных материалов и защитных покрытий из сверхвысокомолекулярного полиэтилена путем модификации нанопорошками и нановолокнами» (2006-2008 гг.); РФФИ 06-08-01305-а «Исследование влияния нанодисперсных керамических наполнителей на адгезионную прочность, износо- и стойкость к агрессивным средам полимерных материалов и покрытий на основе сверхвысокомолекулярного полиэтилена для широкого освоения в химической и металлургической отраслях и машиностроении» (2006-2008 гг.); РФФИ 06-08-81028-Бел а «Научные основы формирования высокопрочных И износостойких полимерных покрытий с наноструктурными наполнителями» (2006-2007 гг.); РФФИ 08-01-00205-а « Разработка основ И реализация вычислительной применительно методов механики К полимерным композитным материалам с учетом наноструктурных особенностей» (2008-2010 гг.); РФФИ 10-08-90011-Бел а «Разработка, диагностика и аттестация полимерных наноструктурированных материалов композиционных лля имплантатов» (2010–2011 гг.); РФИ 09-08-00752-a «Научные основы повышения механических характеристик композиционных материалов на основе СВМПЭ с наномодификаторами путем активации межфазных взаимодействий на интерфейсах «полимер – наполнитель»» (2009–2011 гг.); 12-08-00930-а «Высокоэнергетическая модификация СВМПЭ РФФИ И нанокомпозитов на его основе для кратного увеличения их износостойкости, механических свойств и технологичности» (2012-2014 гг.); РФФИ 12-08-90040-Бел а «Разработка экспериментальная верификация И моделей трибомеханического поведения нанокомпозитов на основе полимерной матрицы и гидроксиапатита для медицины и методы диагностики их свойств» (2012-2013 гг.); РФФИ 14-08-90028 Бел а «Разработка методов получения и антифрикционных биосовместимых лиагностики нанокомпозитов на полимерной матрице» (2014–2016 гг.); РФФИ 16-48-700192 р_а «Научные основы создания многоуровневых твердосмазочных, экстудируемых, антифрикционных композитов на базе перспективных термопластичных полимеров для медицины и машиностроения» (2016–2018 гг.).

Проекты специализированных отделений РАН:

Проект 13.2. Разработка многоуровневой гибридной модели пластической деформации и разрушения в условиях трибосопряжения Программы № 13 Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления «Трибологические прочностные свойства структурированных PAH И материалов И поверхностных слоев» (координатор академик PAH И.Г. Горячева)) (2011–2013 гг.); Проект 2.12.3. «Разработка И экспериментальная верификация многоуровневой пластической модели деформации и разрушения структурно-неоднородных материалов в условиях трибосопряжения» Программы фундаментальных исследований ОЭММПУ PAH № 2.12 «Многоуровневое исследование свойств И поведения перспективных материалов для современных узлов трения» (руководитель: Р.В. Гольдштейн) (2012–2014 гг.); Проект член-корр. PAH 1.11.2. моделирование проектирование «Многоуровневое И антифрикционных материалов и защитных покрытий с иерархической структурой, обладающих повышенным сопротивлением разрушению и изнашиванию» Программы исследований ОЭММПУ PAH №11 «Механика фундаментальных поверхностных и интерфейсных явлений в проектировании материалов с повышенным сопротивлением разрушению и изнашиванию» (координатор: ак. И.Г. Горячева, ак. Н.Ф. Морозов) (2016–2017 гг.).

Апробация работы. По материалам диссертации опубликовано 54 работы, в том числе 29 статей в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (из них 1 статья в зарубежном научном журнале, входящем в Web of Science, 1 статья в зарубежном научном журнале, входящем в Scopus; 2 статьи в российских научных журналах, переводные версии которых входят Web of Science, 1 статья в российском научном журнале, переводная версия которого входит в в Scopus), 11 статей в сборниках материалов конференций, представленных в изданиях, входящих в Web of Science, 6 коллективных монографий (из них 1 монография, входящая в Scopus), 1 статья в прочем зарубежном научном журнале; получены 1 патент и 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Результаты работы были представлены на следующих конференциях: международная конференция по физической мезомеханике, компьютерному конструированию и разработке новых материалов, 07–11 сентября 2009 г., Томск; Третья Международная конференция «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов», Москва, 12–15 октября 2009 г.; International Forum on Strategic Technologies (IFOST'2009), October 21–23, 2009 г., Но Chi Minh City, Vietnam; международная научно-техническая конференция «Полимерные композиты и трибология» (ПОЛИКОМТРИБ – 2009), Гомель,

Беларусь, 22–25 июня 2009 г.; всероссийская конференция «Механика и наномеханика структурно-сложных и гетерогенных сред. Успехи, проблемы, перспективы» г. Москва, ИПРИМ РАН, 30 ноября – 02 декабря 2009 г.; Шестая Международная конференция «Материалы и покрытия в экстремальных условиях: исследования, применение, экологически чистые технологии производства и утилизации изделий», 20-24 сентября 2010 г., Большая Ялта, Понизовка, Автономная республика Крым, Украина; научно-техническая конференция участием иностранных специалистов «Трибология с машиностроению», посвящённая 120-летию рождения co дня проф. М.М. Хрущова, 07–09 декабря 2010 г., Москва, ИМАШ PAH ИМ. А.А. Благонравова; всероссийская конференция «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», 23-25 ноября 2010 г., Москва; международная конференция «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика", Новосибирск, Академгородок, 30 мая – 04 июня 2011 г; международная конференция по физической мезомеханике, компьютерному конструированию и разработке новых материалов, 07-11 сентября 2011 г., Томск, Россия; The 3rd International Conference on Heterogeneous Material Mechanics, May 22-26, 2011, международная конференция «Математические Shanghai. China: И информационные технологии», Врнячка Баня, Сербия, 31.08 – 05.09.2011; 19th European Conference on Fracture «Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety», Kazan, Russia, 26–31 August, 2012; всероссийская научно-техническая конференция vчастием иностранных специалистов c «Проблемы машиноведения: трибология – машиностроению», Москва, 29 - 31 октября 2012 г.; IV Всероссийский симпозиум «Механика композиционных материалов и конструкций», Москва, ИПРИМ РАН, 04-06 декабря 2012 г.; международная конференция «Иерархически организованные системы живой и неживой природы», 09-13 сентября 2013 г., Томск; Восьмая Всероссийская научная конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск, 22-26 апреля, 2013 г.; международная конференция «Физическая мезомеханика многоуровневых систем-2014. Моделирование, эксперимент, приложения», 03-05 сентября 2014 г., Томск; 5-ая Международная научно-техническая конференция «Техника и технология нефтехимического и нефтегазового производства», 25-30 апреля 2015 г. Омск; XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 20 – 24 августа 2015 г., Казань; International Symposium on Heterogeneous Material Mechanics (ISHMM-2016), 08–10 June, 2016, Chongqing, China; международная конференция «Перспективные материалы с иерархической структурой для новых технологий и надежных конструкций», 19-23 сентября 2016 г., Томск; 6th World Tribology Congress (WTC 2017), Beijing International Convention Center, Beijing, China, September 17-22, 2017; 7-я Всероссийская научная конференция с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», Москва, 21-23 ноября 2017 г.; международная конференция «Перспективные материалы с иерархической структурой для новых технологий и надежных конструкций», Томск, 09-13 октября 2017 г.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, основной части, включающей в себя пять глав, заключение, список цитированной литературы из 363 источников, 6 приложений. Объем диссертационной работы составляет 300 страниц. Работа иллюстрирована 112 рисунками и 4 таблицами, в том числе в приложениях.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, дан краткий литературный обзор, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе дан расширенный литературный обзор по методам определения эффективных деформационно-прочностных, теплофизических и электрофизических характеристик структурно-неоднородных материалов. Анализируется состояние рассматриваемых проблем по литературным источникам не только на момент постановки задачи диссертационной работы, но и в настоящее время.

Во второй главе излагается численный метод решения плоской задачи теории упругости с учетом физической и геометрической нелинейности.

Краевая задача теория упругости решается методом конечных элементов (МКЭ), реализующим вариационный принцип Лагранжа, с использованием процедуры последовательных нагружений. Для первого шага матрица жесткости, отражающая наличие начальных напряжений, равна нулю. После первого шага вычисляются новые координаты узловых точек, а также перемещения, деформации и напряжения. Стандартная матрица жесткости, используемая в методе перемещений, и матрица жесткости, учитывающая влияние начальных напряжений, пересчитываются на каждом шаге нагрузки (или связанного с ней параметра). Соотношения между приращениями напряжений и деформаций в общем случае меняются от шага к шагу, отражая нелинейную зависимость напряжений от деформаций.

Вычисление эффективных механических характеристик КМ с регулярной структурой рассматривается на примере анализа НДС ячейки периодичности. Далее предполагается, что жесткость (модуль упругости) включений выше соответствующих характеристик матрицы минимум на два порядка.

На рисунке 1 приведены перемещения U вдоль оси x, перемещения V вдоль оси y, напряжение σ_{22} (вдоль оси y) при использовании условий идеального контакта между матрицей и включением (на границе равны перемещения и нормальные напряжения).



 $\sigma_{22} = 8,42 \cdot 10^6 \text{ Ta}; \quad \varepsilon_{22} = 0,6 \cdot 10^{-2}; \quad E_{eff} = 0,140 \cdot 10^{10} \text{ Ta}$

Рисунок 1 – Поверхности и изолинии перемещений по оси *x* (а), по оси *y* (б), а также напряжений по оси *y* (в) при растяжении ячейки композита вдоль оси *y* в случае идеального контакта на границе «матрица – включение»

Далее в работе моделируется несовершенный контакт на границе «матрица-включение», предусматривается возможность отрыва матрицы от включения, образование новых поверхностей внутри композита.

Для моделирования несовершенного контакта на границе "матрицавключение" вводится двойная нумерация узлов конечных элементов на границе раздела фаз. Двойная нумерация узлов не оказывает никакого влияния на параметры НДС, пока узлы связаны, т.е. тело деформируется как сплошное, единое целое. Условие, что узлы *i*, *i*+1 сетки конечных элементов связаны между собой, имеет вид:

$$u_i = u_{i+1}; \quad v_i = v_{i+1}.$$

Разрешающие уравнения метода конечных элементов получаются из условия минимума функционала энергии системы П:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_i} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial v_i} = 0. \quad i = 1, ..., n.$$

С учетом выше записанного уравнения условия экстремума функционала энергии запишутся в виде:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \Pi}{\partial u_i} \end{pmatrix}_m = \frac{\partial \Pi}{\partial u_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial u_{i+1}} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial u_i} = \frac{\partial \Pi}{\partial u_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial u_{i+1}} \cdot 1;$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \Pi}{\partial v_i} \end{pmatrix}_m = \frac{\partial \Pi}{\partial v_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial v_{i+1}} \frac{\partial v_{i+1}}{\partial v_i} = \frac{\partial \Pi}{\partial v_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial v_{i+1}} \cdot 1.$$

Узел i основной. принимается за узел *i*+1 принимается за вспомогательный. Принимая во внимание предыдущие уравнения в глобальной матрице жесткости к строке с номером 2*i* -1 прибавляется строка с номером 2i+1, к столбцу с номером 2i -1 прибавляется столбец с номером 2i+1. Таким образом, будет выполнено условие Ui = Ui+1. К строке с номером 2iприбавляется строка с номером 2i+2, к столбцу с номером 2i прибавляется столбец с номером 2i+2. Таким образом, будет выполнено условие Vi=Vi+1. Диагональные элементы в глобальной матрице жесткости в строках с номерами 2i+1, 2i+2 умножаются на 10^6 , числа в свободном члене в этих строках приравниваются к нулю. Симметрия глобальной матрицы жесткости при этих преобразованиях сохраняется.

При достижении интенсивности нормальных напряжений σ_i предельных значений $\sigma_i \ge [\sigma]$ (критерий наибольших нормальных напряжений) в элементах, прилегающих к жесткому включению, сплошность материала нарушается, образуются новые поверхности. В этом случае двойные узлы расходятся и преобразуется глобальная матрица жесткости. Отслоения происходят в угловых точках включения, являющихся концентраторами напряжений. Далее матрица отслаивается от включения по горизонтальным кромкам.

При дальнейшем растяжении моделируется скольжение элементов матрицы по наклонным граням включения. Если касательное напряжение τ_{α} на наклонной грани включения превосходит предельное $\tau_{\alpha} > [\tau]$ (критерий предельных касательных напряжений), то элементы матрицы начинают скользить по этой грани. В этом случае также требуются преобразования глобальной матрицы жесткости. При скольжении для перемещений узла *и* и *v* выполняется зависимость $u = v \cdot tg\alpha$, где α – угол наклона грани включения. В разрешающие уравнения МКЭ вводятся изменения (умножение строк и столбцов). Следует отметить, что симметрия глобальной матрицы жесткости преобразования и схольщих строк и столбцов). Следует отметить, что симметрия глобальной матрицы жесткости при таких преобразованиях сохраняется.

Поверхности и изолинии перемещений и напряжений при отрыве матрицы от включения по горизонтальным кромкам (по критерию нормальных напряжений) и скольжении элементов матрицы по наклонным кромкам (по критерию касательных напряжений) приведены на рисунке 2.



 $σ_{22} = 95,25 \text{ M}\Pi a, ε_{22} = 0,88 \cdot 10^{-1}, E_{eff} = 0,107 \cdot 10^{10} \Pi a$

в)

Рисунок 2 – Поверхности и изолинии перемещений по оси *x* (а), по оси *y* (б) и напряжений (в) в ячейке композита для случая отрыва матрицы от включения и скольжения матрицы по включению по наклонным кромкам

На рисунке 3 показана зависимость $\sigma \sim \varepsilon$ для случая растяжения ячейки композита. Кривая *а* соответствует упругой деформации матрицы и включения, при идеальном контакте между матрицей и включением, зависимость $\sigma \sim \varepsilon$ носит линейный характер.



Рисунок 3 – График *о*~*є* при растяжении (а) с идеальным и (б) несовершенным контактом учетом нормального и касательного критериев нарушения сплошности

Кривая б соответствует упругой деформации матрицы и включения, но нелинейную зависимость. Участок 1 отражает кривых соответствует идеальному контакту между включением и матрицей, участок 2 соответствует началу отрыва матрицы от включения в местах концентрации напряжений, участок 3 соответствует отрыву матрицы по горизонтальным кромкам и скольжению матрицы по наклонным кромкам включения; участок 4 соответствует отрыву матрицы от включения по горизонтальным и наклонным кромкам. На четвертом участке деформирования в композите реализуется когезионный механизм разрушения.

В работе проводилось сравнение эффективных модулей композита, вычисленных с позиций двумерной и трехмерной теории упругости. Определение эффективных модулей композита с позиций трехмерной теории упругости проводилось в программном комплексе ANSYS Ю.А. Реутовым [Реутов Ю.А. Прогнозирование свойств полимерных композиционных материалов и оценка надежности изделий из них. Дисс. канд. физ.- мат. наук, ТГУ, Томск, 2016]. Анализ проводился применительно к ударопрочной композиции на основе полипропилена, наполненного бутилкаучуком, т.е. в данном случае включения менее жесткие, нежели матрица (рисунок 4).



Рисунок 4 – Зависимость эффективного модуля композита E_{eff} от степени наполнения полипропилена бутилкаучуком в случае двумерной (2D) и трехмерной (3D) моделей композита

Эффективный модуль упругости композита при относительной объемной доле наполнителя 0,05 в случае двумерной модели отличается от модуля, полученного по трехмерной модели, примерно на 5 %. С увеличением степени наполнения отличия между эффективными модулями упругости, полученными с использованием трехмерной и двумерной моделями, увеличиваются и достигают 20÷25 %. В целом имеется определенная корреляция между результатами, полученными по двумерным и трехмерным моделям.

В третьей главе решаются стационарная и нестационарная задачи теплопроводности для структурно-неоднородного тела и вычисляются эффективные теплофизические характеристики композита.

Решение нестационарной двумерной задачи теплопроводности при задании на границе расчетной области потока тепла и конвективного теплообмена сводится к минимизации функционала

$$\chi = \int_{V} 0.5 \left[K_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + 2\lambda \frac{\partial T}{\partial t} T \right] dV + \int_{S_1} qT dS + \int_{S_2} \frac{h}{2} (T - T_{GRN})^2 ds \quad (1)$$

где S_1 – площадь поверхности, на которой задан поток тепла; S_2 – площадь поверхности, где происходит конвективный обмен тепла; K_{xx} , K_{yy} – коэффициенты теплопроводности; T – температура; t – время; $\lambda = c \cdot \rho$, с – удельная теплоемкость, ρ – плотность; V – объем области; q – поток тепла; h – коэффициент теплообмена; T_{GRN} – температура окружающей среды.

Решение **стационарной** двумерной задачи теплопроводности при задании на границе потока тепла и конвективного теплообмена сводится к минимизации функционала

$$\chi = \int_{V} 0.5 \left[K_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dV + \int_{S1} qT dS + \int_{S2} \frac{h}{2} (T - T_{GRN})^2 ds \qquad (2)$$

В случае нестационарной задачи условие экстремума функционала приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно температуры, в случае стационарной задачи – к системе алгебраических уравнений.

Нестационарная задача теплопроводности решается по **неявной** схеме, задается поле температуры в начальный момент времени, на кромках расчетной области ставятся условия Дирихле и Неймана. Предполагается, что в структурно-неоднородном теле на границе "матрица-включение" существует идеальный тепловой контакт: равны температуры и тепловые потоки на линии сопряжения двух тел с различными теплофизическими характеристиками.

Количество теплоты, полученное структурно-неоднородным телом. вычисляется следующим образом.

$$Q = \sum_{i=1}^{n} c_1 V_i \rho_1 \Delta T_i + \sum_{j=1}^{n^2} c_2 V_j \rho_2 \Delta T_j;$$
(3)

где n1 — число конечных элементов одной фазы; n2 — число конечных элементов второй фазы; ΔT_i , ΔT_j — изменение температуры в конечном элементе.

Изменение температуры в каком-либо элементе ячейки композита равно разности между температурой T(x,y,t), полученной в результате решения задачи теплопроводности, и начальной температурой T(x,y,0).

То же самое количество теплоты можно получить, если композиционный материал заменить однородным материалом с некоторым осредненным коэффициентом теплопроводности *K*_{yy}

$$Q = \frac{K_{yy} \cdot S \cdot t \cdot \Delta T}{l} \tag{4}$$

где S – площадь стороны ячейки композита, через которую передается тепловой поток; t – время, в течение которого передается количество теплоты Q; ΔT – разность температур на границах расчетной области; l – расстояние, на которое распространилось тепло за время t.

Если в приведенной формуле (4) известны все величины, кроме коэффициента теплопроводности, то этот коэффициент легко вычисляется.

$$K_{yy} = \frac{Q \cdot l}{S \cdot t \cdot \Delta T}; \tag{5}$$

Если $q = Q/(S \cdot t)$ – тепловой поток, то коэффициент теплопроводности равен

$$K_{yy} = \frac{q \cdot l}{\Delta T}$$

На рисунке 5 приведены поверхности и изолинии температуры для ячейки композита, полученные при решении стационарной и нестационарной задач теплопроводности.



Рисунок 5 – Поверхности и изолинии температуры в ячейке композита. а) – результаты решения стационарной задачи теплопроводности, б) – результат решения нестационарной задачи

Из рисунка 5 видно, что количество теплоты, полученное структурнонеоднородным телом в результате решения стационарной задачи, превышает количество теплоты, полученное этим телом в результате решения нестационарной задачи, на 5 %.

Возможно вычисление коэффициента теплопроводности композита по теории смесей

$$K_{yy} = K_f v_f + K_m v_m \tag{6}$$

где K_{f} , K_m – коэффициенты теплопроводности наполнителя и матрицы; v_f , v_m – относительное объемное содержание наполнителя и матрицы.

На рисунке 6 приведены результаты решения задач теплопроводности для структурно-неоднородного тела при наличии в нем трещинообразных воздушных пустот.



Рисунок 6 – Поверхности и изолинии температуры в структурно-неоднородном теле с включением и горизонтальными трещинообразными воздушными пустотами (трехфазный материал): а) – результат решения стационарной задачи теплопроводности; б) – результат решения нестационарной задачи (*t*=150 c)

Наличие пустот уменьшает эффективный коэффициент теплопроводности на 10 % по сравнению со случаем идеального контакта между включением и матрицей.

На рисунке 7 приведены изолинии и поверхность температуры в структурно-неоднородном двухфазном материале, в материале с эффективным коэффициентам теплопроводности, вычисленным по формуле (5), в материале с коэффициентом теплопроводности, вычисленным по теории смесей (6).

Количество теплоты, которое получает структурно-неоднородное тело (а) и тело сравнения (б) за время 150 с, примерно равны, отличие не превышает 20 %. Количество теплоты, которое получает тело сравнения с коэффициентом теплопроводности, вычисленным по теории смесей, отличается на 300 %.





(б) – для однородного материала с $K_{yy} = 0.38$ Вт/(м·К),

(в) – для однородного материала с K_{yy} =22 Вт/(м·К)

Эффективный коэффициент теплопроводности по двумерной (2D) и трехмерной (3D) моделям рассчитывался на основе решения стационарных задач теплопроводности.

Зависимость эффективного коэффициента теплопроводности композита K_{yy} от степени наполнения, вычисленного по двумерным и трехмерным моделям, приведена на рисунке 8.



Рис. 8 – Зависимость эффективного коэффициента теплопроводности композита K_{yy} от степени наполнения. Кривая 2D – двумерная модель, кривая 3D – трехмерная модель. Материал матрицы – полиэтилен, включения – воздух

При решении задач явно учитывается геометрия включений и теплофизические характеристики фаз. Трехмерная задача теплопроводности решалась Ю.А. Реутовым.

Композит представлял собой вспененный полиэтилен. С увеличением степени наполнения воздухом теплопроводность композита уменьшается. При относительном объемном содержании включений 0.05 отличия между коэффициентами теплопроводности по двумерной (2D) и трехмерной (3D) моделям составляет 5 %. При увеличении наполнения отличие коэффициентов теплопроводности растет, но не более чем на 15 %.

В четвертой главе вычисляются эффективные электрофизические характеристики дисперсно-наполненного композита: диэлектрическая проницаемость и удельная проводимость. Для этого решаются задачи электростатики и электропроводности для композита.

Электростатическое поле в прямоугольной ячейке *ABCD* описывается уравнениями Максвелла:

$$rotE = 0; \quad D = \varepsilon_a E; \quad divD = 0 \tag{7}$$

где E – напряженность поля, D – электрическое смещение, ε_a – абсолютная диэлектрическая проницаемость. Используя подстановку $E = -grad\varphi$, третье уравнение системы (7) можно записать в виде:

$$div(-\varepsilon_r \varepsilon_0 grad\varphi) = 0 \tag{8}$$

где \mathcal{E}_r — относительная диэлектрическая проницаемость материала, \mathcal{E}_0 — электрическая постоянная, φ — скалярная функция, потенциал.

Если в пределах одного конечного элемента диэлектрическая проницаемость материала постоянна, то уравнение (8) можно записать в виде:

$$\varepsilon_r \varepsilon_0 divgrad\phi = 0. \tag{9}$$

Вводя обозначение *divgrad* $\varphi = \nabla^2 \varphi$, уравнение (9) можно записать в виде:

$$\varepsilon_r \varepsilon_0 \, \nabla^2 \varphi = 0 \tag{10}$$

Это уравнение Лапласа (10) с переменными коэффициентами ε_r , т.к. в разных точках ячейки *ABCD* могут быть различные материалы.

На границе раздела двух фаз равны потенциалы и нормальные составляющие вектора электрического смещения:

На кромках AB и CD задается значение электрического потенциала φ (условия Дирихле), например:

$$\varphi\big|_{AB} = 0, \quad \varphi\big|_{DC} = 1. \tag{11}$$

На кромках *BC* и *AD* ставятся условия второго рода (условия Неймана, симметрии):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}\Big|_{AD} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x}\Big|_{BC} = 0.$$
 (12)

Далее принимается, что матрица – диэлектрик, наполнитель – проводник.

Уравнение (10) совместно с граничными условиями (11,12) решается методом конечных элементов. Решение уравнения (10) эквивалентно отысканию минимума функционала χ

$$\chi = \int_{V} \frac{1}{2} \left[\varepsilon_{r} \varepsilon_{0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^{2} + \varepsilon_{r} \varepsilon_{0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^{2} \right] dV$$
(13)

Минимизация функционала χ позволяет получить систему алгебраических уравнений, которая решается методом Гаусса. В результате решения задачи электростатики получается распределение потенциала φ в узлах сетки конечных элементов и напряженности *E* в элементах. Из условия равенства энергии электростатического поля в структурно-неоднородном материале и энергии поля в материале с эффективными характеристиками получим эффективную диэлектрическую проницаемость композита ε_{reff} .

$$\varepsilon_{reff} = \frac{\sum_{i=1}^{28680} \varepsilon_R(i) E^2(i) \Delta V(i)}{E^2 \cdot V}, \qquad (14)$$

Экспериментальное определение диэлектрической проницаемости И удельной проводимости композита проводилось с использованием мостового измерителя LCR-818, для измерений изготовлялись образцы по ГОСТ 6433.2-71. Экспериментальное значение диэлектрической проницаемости композита $\varepsilon_{\scriptscriptstyle 3\kappa cn} = 5,1,$ диэлектрической «силикон + медь» составляет значение вышеприведенной $\varepsilon_{reff} = 4.0.$ проницаемости, полученное ПО методике Экспериментальное значение диэлектрической проницаемости для композита «силикон + графит» равно $\varepsilon_{3\kappa cn} = 4,4$, по вышеприведенной методике $\varepsilon_{reff} = 3,4$.

Электрическое поле постоянного тока в ячейке КМ описывается уравнениями Максвелла:

$$rotE = 0; \quad \delta = \sigma \cdot E; \quad div\delta = 0, \tag{15}$$

где δ – плотность тока, σ – удельная электрическая проводимость, E – напряженность электрического поля. Вводя новую переменную $E = - grad\varphi$ и подставляя ее в (14), получим

$$div(-\sigma \cdot grad\,\varphi) = 0 \tag{16}$$

где φ – потенциал.

Для определения потенциала электрического поля постоянного тока в рассматриваемой области необходимо решить уравнение Лапласа (16) с граничными условиями Неймана и Дирихле. Для электрического потенциала φ на границе двух сред с проводимостями σ_{I_1} σ_2 выполняются условия равенства

потенциалов и нормальных компонент плотности тока. Численно решая уравнение Лапласа (15), получим распределение потенциала φ, затем напряженности Е в каждом конечном элементе.

С одной стороны, мощность тепловых потерь в проводнике можно определить согласно закону Джоуля-Ленца. С другой стороны, ее можно выразить через напряженность поля E и электрическую проводимость материала σ

$$P = \int_{V} \sigma E^2 dV \tag{17}$$

Если найти распределение потенциала и напряженности электрического поля в каждом элементе структурно-неоднородного тела, то интеграл (17) можно заменить суммой по ячейкам расчетной области

$$P = \sum_{i=1}^{28680} \sigma(i) E^{2}(i) \Delta V(i)$$
(18)

Мощность тепловых потерь в однородном теле сравнения равна

$$P = \sigma_{eff} E_y^2 \cdot V \tag{19}$$

Напряженность в нем равна

$$E_{y} = \frac{U_{DC} - U_{AB}}{L_{AD}}.$$

Далее легко получить эффективную электрическую проводимость композита σ_{eff} из условия равенства (18) и (19):

$$\sigma_{eff} = \frac{\sum_{i=1}^{28680} \sigma(i) E^2(i) \Delta V(i)}{E_y^2 \cdot V}$$
(20)

Задача электропроводности решалась для композита «силикон + медь». Так как проводимость наполнителя (медь) больше проводимости матрицы (силикон) на 15 порядков, проводилось исследование влияния абсолютной величины проводимости наполнителя на мощность тепловых потерь композита *P*.

Если при решении задачи электропроводности принять, что проводимость наполнителя больше проводимости матрицы в 10^3 , 10^4 , 10^5 раз, то мощность тепловых потерь *P* ячейки композита не изменяется и равна *P*=0,731 Вт.

На рисунке 9 приведены поверхность и изолинии электрического потенциала φ электрического поля постоянного тока в структурнонеоднородном теле.



Рисунок 9 – Распределение скалярного потенциала φ электрического поля постоянного тока и мощности тепловых потерь в ячейке структурно-неоднородного материала при разной проводимости наполнителя

Таким образом, при решении задачи электропроводности для композита «силикон + медь» достаточно проводимость наполнителя взять на 3 порядка больше, чем проводимость матрицы.

На рисунке 10 приведены результаты теоретического и экспериментального исследования электропроводности композиционных материалов «силикон + медь» и «силикон + графит».



Рисунок 10 – Поверхности потенциала и изолинии электрического поля постоянного тока в ячейке КМ: а) композиция силикон+медь; б) композиция силикон+графит

Экспериментальное определение электрической проводимости проводилось с использованием мостового измерителя LCR-819. Образцы для испытаний изготавливались круглой формы по ГОСТ 6433.2-71.

В случае композита «силикон + медь» отличия между экспериментальными и теоретическими значениями электрической проводимости составляют 40 %, в случае композита «силикон + графит» отличия составляет 30 %.

На рисунке 11 приведены поверхности и изолинии электрического потенциала ф и напряженности *Е* электрического поля постоянного тока в композите «медь – графит».



Рисунок 11 – Результаты решения задачи электропроводности для композита «медь – графит». Поверхности и изолинии электрического потенциала *φ* и напряженности *E* электрического поля постоянного тока

Материал матрицы – медь, материал включений – графит. Удельная $\sigma_{\rm m} = 5,6 \cdot 10^7 \, {\rm Om}^{-1} {\rm M}^{-1}$, проводимость матрицы удельная электрическая проводимость включений $\sigma_f = 1,0.10^6 \text{ Om}^{-1} \text{m}^{-1}$. Мощность тепловых потерь при электрического тока равна прохождении через композит *P*=0,417 Вт. Предполагается, что эта мощность является причиной повышения температуры в композите.

Если решить нестационарную задачу теплопроводности, то мощность тепловых потерь можно определить как $P=\Delta Q/\Delta t$ и найти изменение температуры в материале как результат последовательного решения задач электропроводности и теплопроводности. На рисунке 12 приведены результаты изменения температуры в композите вследствие прохождения электрического тока.



Рисунок 12 – Результаты решения задачи теплопроводности в композите «медь – графит». Поверхность и изолинии температуры в композите

После того, как определено изменение температуры в композите, решается задача термоупругости для структурно-неоднородного тела и находятся поля напряжений в композите, которые приведены на рисунке 13.



Рисунок 13 – Поверхности и изолинии напряжений в композите при нагревании на 8 °C, σ₁₁, σ₂₂ – напряжения вдоль осей *x*, *y*, σ₁₂ – напряжения сдвига

Таким образом, в случае композиционного материала, который является проводником, в нем возникают тепловые потери при прохождении

электрического тока. Температура композита изменяется, и в нем возникают поля перемещений, деформаций, напряжений, обусловленные прохождением электрического тока и изменением температуры, даже если компоненты композита не обладают пьезоэффектом.

В пятой главе решается задача НДС структурно-неоднородного тела и потеря устойчивости анизотропного покрытия на упругом основании при интенсивном тепловом воздействии.

Объектом исследований является простейшая модель, состоящая из двух слоев: керамического покрытия Al₂O₃ и медной подложки. Верхний керамический слой далее рассматривается как пластинка, лежащая на упругом основании (или подложке).

При моделировании НДС термобарьерного покрытия под действием теплового воздействия решается несколько задач:

1) задача теплопроводности структурно-неоднородного тела при интенсивном нагреве, что определяет распределение температуры;

2) задача определения НДС структурно-неоднородного тела при полученном распределении температуры;

3) задача о потере устойчивости покрытия на медной подложке;

4) задача определения амплитуды прогиба покрытия и НДС покрытия и упругого основания после потери устойчивости.

В работе делается предположение, что форма прогиба покрытия (пластинки) в закритическом состоянии определяется собственным вектором, который определяется при решении задачи устойчивости в рамках концепции Эйлера. Величины прогибов w_i находятся из предположения, что длина пластинки L_{10} вдоль оси х в результате нагрева увеличивалась на величину $L_{10}\alpha_1\Delta T$.

$$L_{10} + \alpha_1 \Delta T L_{10} = \sum_{i=1}^{i=60} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (w_{i+1} - w_i)^2}.$$
 (21)

С использованием этой формулы определяются прогибы *w_i*. На рисунке 14 показано распределение температуры вдоль нормали к поверхности покрытия.



Рисунок 14 – Распределение температуры в двухслойном покрытии, координата 0 отвечает внешней поверхности, подверженной нагреву

На рисунке 15 – распределение напряжений в структурно-неоднородном теле, вызванное распределением температуры, приведенным на рисунке 14.



Рисунок 15 – Распределение напряжений вдоль нормали к поверхности покрытия

В термобарьерном покрытии при нагревании возникают мембранные сжимающие напряжения (200-1000 МПа), которые могут послужить причиной потери устойчивости.

Для системы покрытие-подложка используется модель пластинки на упругом основании (модель Винклера). Уравнение устойчивости анизотропной пластинки на упругом основании получаются из уравнений равновесия после того, как в них подставляют выражения для моментов, и вместо поперечной нагрузки *q* подставляется «фиктивная нагрузка».

Отношение толщины пластинки к длине стороны вдоль осей *ху* равно $\frac{h}{a} = \frac{h}{b} = \frac{1}{200}$. Модули упругости $E_1 = 380$ ГПа, $E_2 = 190$ ГПа, G=80 ГПа, коэффициенты Пуассона $v_1 = 0,30$, $v_2 = 0,15$. Коэффициент постели упругого основания $k = 1*10^{10}$ Н/м³, коэффициенты линейного температурного расширения ортотропного покрытия $\alpha_1 = 6\cdot10^{-6}$ К⁻¹, $\alpha_2 = 9\cdot10^{-6}$ К⁻¹. Критические нагрузки и формы потери устойчивости ортотропной пластинки на упругом основании приведены на рисунке 16.

Форма потери устойчивости ортотропной пластинки на упругом основании напоминает шахматную доску, причем вдоль оси ортотропии с большим модулем упругости наблюдаются три полуволны, вдоль оси с меньшим модулем – пять полуволн.



Рисунок 16 – Критические напряжения и формы потери устойчивости ортотропной пластинки на упругом основании: (а, г) – шарнирное опирание сторон, (б, в) – жесткое защемление сторон

При повороте осей ортотропии на 90[°] соответственно поворачивается и картина волнообразования при потере устойчивости. Граничные условия

жесткого защемления сторон повышают критические напряжения на 5-8 % по сравнению с напряжениями при шарнирном опирании сторон.

Критические напряжения и формы потери устойчивости анизотропной пластинки на упругом основании приведены на рисунке 17.



Рисунок 17 – Критические напряжения и формы потери устойчивости анизотропной пластинки на упругом основании при жестком защемлении кромок: (б, в – отношение h/a = h/b = 1/100, (а, г) – отношение h/a = h/b = 1/200

Коэффициент постели упругого основания для данного случая равен $k = 1 \cdot 10^{10} \text{ H/m}^3$. Картина волнообразования симметрична относительно осей

ортотропии. При повороте осей ортотропии на 90 ° картина волнообразования поворачивается также на 90 °. Если отношение толщины пластинки к длине ее стороны равно h/a = 1/100, то вдоль оси ортотропии с большим модулем упругости число полуволн равно 1, вдоль другой оси ортотропии с меньшим модулем упругости число полуволн равно 3.

Решение задачи устойчивости в рамках концепции Эйлера определяет форму потери устойчивости с точностью до постоянного множителя. Конкретная величина нормального прогиба пластинки в каждой точке W_i вычисляется следующим образом. В результате нагрева ортотропная пластинка увеличивает свои размеры вдоль осей приблизительно на величины $\Delta L_1 = \alpha_1 \Delta T L_{10}$, $\Delta L_2 = \alpha_2 \Delta T L_{20}$. Перемещения ΔL_1 и ΔL_2 находятся в результате решения задачи напряженно-деформированного состояния для ортотропной пластинки при ее нагревании на ΔT . Прогиб w_i пластинки после потери устойчивости при нагревании вычисляется из уравнения (21).

На рисунке 18 приведены поверхности и изолинии прогибов ортотропной пластинки на упругом основании и без упругого основания.



упругого основания (k = 0 H/м³) и на упругом основании ($k = 0, 1 \cdot 10^{11}$ H/м³) (б), $k = 0, 1 \cdot 10^{10}$ H/м³ (в)

Наличие упругого основания изменяет форму прогибов при потере устойчивости.

На рисунке 19 приведены поверхность прогиба *W* ортотропного покрытия после потери устойчивости и напряжения в упругом основании после потери устойчивости покрытия.



Рисунок 19 – Прогибы *W* срединной поверхности покрытия после потери устойчивости и напряжения в упругом основании после потери устойчивости покрытия. Модуль упругости основания $E = 0.280 \times 10^9$ Па, коэффициент постели упругого основания $k = 0.1 \times 10^{11}$ H/m³

Качественно картина НДС в системе подложка – покрытие при потере устойчивости покрытия остается без изменений при различных свойствах

(модулях упругости) основания – наличие сжимающих и растягивающих напряжений, как в покрытии, так и в подложке, образование в подложке зон сжатия и растяжения (интрузии и экструзии). При интенсивном тепловом воздействии в теплозащитном покрытии возникают значительные сжимающие напряжения, которые могут служить причиной потери устойчивости пластинки (покрытия). Наличие упругого основания увеличивает критическую нагрузку и изменяет форму потери устойчивости покрытия.

Экстремальные значения напряжений в пластинке расположены в порядке, напоминающем шахматную доску. Клетки вытянуты вдоль оси с большим модулем упругости. В случае анизотропии, когда оси ортотропии не совпадают с глобальными осями *XOY*, выпучины и вмятины располагаются симметрично относительно осей ортотропии.

При потере устойчивости покрытия на упругом основании число волн на поверхности покрытия увеличивается с увеличением коэффициента постели упругого основания и уменьшением отношения толщины пластинки к ее ширине и длине. При потере устойчивости покрытия на упругом основании в покрытии возникают как растягивающие, так и сжимающие напряжения, которые могут вызвать разрушение материала покрытия. В упругом **основании** возникают периодически расположенные области, испытывающие напряжения сжатия и растяжения, что обусловливает формирование зон экструзии и интрузии. Если напряжения растяжения между покрытием и основанием превышают адгезионную прочность, то возможен отрыв покрытия от упругого основания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании выполненных исследований и полученных результатов были сделаны следующие обобщения и сформулированы выводы по диссертационной работе.

1. Предложены и реализованы модели композиционного материала для определения детальных распределений характеристик физико-механических полей в многокомпонентных и многофазных композитах с учетом структуры и несовершенного контакта фаз.

2. Модифицирован МКЭ введением особой нумерации узлов и изменением матрицы жесткости ансамбля элементов, что позволяет моделировать процесс нарушения сплошности материала на границах фаз, скольжение, расслоение.

3. Показано, что нарушение сплошности материала и отрыв матрицы от включения делает зависимость напряжение-деформация нелинейной даже в том случае, когда матрица и включения работают в упругой области.

4. Показано, что предложенные и реализованные модели позволяют сделать количественные оценки влияния несовершенного контакта между матрицей и включениями на эффективный модуль упругости и коэффициент теплопроводности композита.

5. Показана адекватность предложенных и разработанных моделей путем сравнения результатов расчетов в 2D, 3D приближении (постановке) и экспериментальных данных для различных типов полимерных матриц и включений.

6. Предложены методики определения эффективных деформационных, электрофизических, теплофизических характеристик композита с достаточно произвольной внутренней геометрией с учетом несовершенного межфазного контакта на основе баланса энергий структурно-неоднородного тела и тела сравнения.

7. Показано, что использование разработанных моделей и алгоритмов позволяет определить напряженно-деформированное состояние, возникающее в структурно-неоднородном теле вследствие изменения температуры при прохождении электрического тока.

8. Показано, что при тепловом воздействии в термобарьерном покрытии возникают значительные сжимающие напряжения, приводящие к потере устойчивости ТБП. В результате экстремальные значения напряжений в покрытии расположены в порядке, напоминающем шахматную доску, число волн на поверхности покрытия увеличивается с увеличением жесткости упругого основания и уменьшением отношения толщины пластинки к ее ширине и длине. Если напряжения растяжения превышают адгезионную прочность, то возможен отрыв покрытия от упругого основания.

9. Предложен и реализован единый подход к вычислению эффективных характеристик композиционных материалов с учетом несовершенного контакта фаз, основанный на реализации краевых задач математической физики с использованием вариационных принципов.

Перспективы дальнейшей разработки темы диссертации включают:

1. Изучение особенностей деформационного поведения и разрушения полимерных композитов, модифицированных наночастицами и нановолокнами.

2. Изучение свойств наполненных полимерных композитов при моделировании в трехмерной постановке.

3. Решение задач проектирования армированных полимерных композитов с заданными свойствами.

4. Изучение влияния модификаторов с изменяющимися под действием внешних полей деформационно-прочностными и теплофизическими характеристиками.

5. Определение характеристик межфазных слоев и их влияние на свойства наполненных полимерных нанокомпозитов.

6. Моделирование поведения композиций, используемых в термобарьерных покрытиях, при термоциклическом воздействии, в том числе при разработке многослойных покрытий.

7. Решение связанных задач термоупругости, электроупругости, электропроводности для дисперсно-наполненных композитов.

СПИСОК ТРУДОВ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Статьи в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук:

1. Люкшин Б. А. Влияние свойств межфазного слоя на напряженнодеформированное состояние полимерного композита в окрестности включения / Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин** // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1998. – Т. 4, № 2. – С. 56–68. – 1,5 / 1,0 а.л.

2. Анисимов А. И. Формирование прочностных характеристик наполненных полимерных систем на мезоуровне / А. И. Анисимов, В. И. Десятых, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**. Механика композиционных материалов и конструкций. – 1998. – Т. 4, № 4. – С. 74–93. – 2,8 / 1,9 а.л.

3. Люкшин Б. А. Прочностной анализ дисперсно-наполненных полимерных систем на мезоуровне / Б. А. Люкшин, П. А. Люкшин // Физическая мезомеханика. – 1999. – Т. 2, № 1–2. – С. 57–68. – 1,1 / 0,6 а.л.

4. Люкшин Б. А. Опыт прочностного конструирования наполненной полимерной композиции / Б. А. Люкшин, Л. А. Алексеев, В. В. Гузеев, М. В. Липовка, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина // Физическая мезомеханика. – 2000. – Т. 3, № 1. – С. 59–66. – 0,75 / 0,35 а.л.

5. Люкшин Б. А. Двухэтапный процесс компьютерного конструирования наполненной полимерной композиции / Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина // Физическая мезомеханика. – 2000. – Т. 3, № 4. – С. 71–77. – 0,88 / 0,5 а.л.

6. Люкшин Б. А. Температурные напряжения и образование межфазных слоев в композитах / Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин** // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2000. – Т. 6, № 2. – С. 261–274. – 0,71 / 0,4 а.л.

7. Люкшин Б. А. Влияние геометрии включений в полимерной композиции на вид кривой «напряжение–деформация» / Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2001. – Т. 7, № 3. – С. 277–287. – 0,67 / 0,4 а.л.

8. Дашук И. А. Влияние деформационно-прочностных свойств структурных элементов на характеристики дисперсно наполненных композиций / И. А. Дашук, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2004. – Т. 10, № 3. – С. 366–384. – 0,92 / 0,4 а.л.

9. Люкшин Б. А. Задачи компьютерного конструирования наполненных полимерных композиций / Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7 : спец. выпуск, ч. 1. – С. 19–22. – 0,5 / 0,3 а.л.

10. Люкшин П. А. Расчет упругого осесимметричного напряженнодеформированного состояния аварийного клапана / П. А. Люкшин, Н. Ю. Матолыгина // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7 : спец. выпуск, ч. 1. – С. 66–69. – 0,63 / 0,4 а.л.

11. Люкшин Б. А. Анализ напряженно-деформированного состояния элементов клапана химического реактора / Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина, М. В. Липовка // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307, № 4. – С. 116–120. – 0,75 / 0,35 а.л

12. Анисимов И. И. Эффективные деформационно-прочностные характеристики полимерной композиции с дисперсными включениями разных размеров / И. И. Анисимов, С. А. Бочкарева, В. И. Десятых, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина, Н. В. Смолянинова // Физическая мезомеханика. – 2006. – Т. 9, № 2. – С. 11–15. – 0,63 / 0,2 а.л.

13. Люкшин П. А. Определение эффективных теплофизических характеристик композиционного материала / П. А. Люкшин, Б. А. Люкшин, Н. Ю. Матолыгина, С. В. Панин // Физическая мезомеханика. – 2008. – Т. 11, № 5. – С. 103–110. – 1 / 0,5 а.л.

14. Анохина Н. Ю. Влияние адгезии матрицы к армирующим включениям на эффективные характеристики полимерной композиции / Н. Ю. Анохина, С. А. Бочкарева, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин** // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т. 12, № 5. – С. 111–115. – 0,53 / 0,3 а.л.

15. Анохина Н. Ю. Оценка адгезионного взаимодействия фаз композиционного материала по кривой напряжение-деформация / Н. Ю. Анохина, С. А. Бочкарева, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, С. В. Панин // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т. 16, № 1. – С. 97–105. – 0,87 / 0,4 а.л.

16. Люкшин П. А. Расчет температуры и температурных напряжений в многослойном покрытии / П. А. Люкшин, Б. А. Люкшин, Н. Ю. Матолыгина, С. В. Панин // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т. 16, № 4. – С. 563–574. – 1,24 / 0,6 а.л.

17. Люкшин П. А. Моделирование напряженно-деформированного состояния и потери устойчивости термобарьерного покрытия при тепловом ударе / П. А. Люкшин, Б. А. Люкшин, Н. Ю. Матолыгина, С. В. Панин // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14, № 1. – С. 33–41. – 1 / 0,6 а.л.

18. Юссиф С. А. К. Напряженно-деформированное состояние на интерфейсе «керамическое теплозащитное покрытие – медная основа» / С. А. К. Юссиф, С. В. Панин, **П. А. Люкшин**, В. П. Сергеев // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14, № 4. – С. 81–94. – 1,56 / 0,7 а.л.

19. Панин С. В. Влияние анизотропии полимерной матрицы на свойства композиции / С. В. Панин, С. А. Бочкарева, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Гришаева, О. А. Сенатова // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – Т. 56, № 7/3. – С. 200–202. – 0,42 / 0,2 а.л.

20. Панин С. В. Моделирование и анализ температурных полей и напряженно-деформированного состояния в термобарьерных покрытиях с анизотропией свойств / С. В. Панин, **П. А. Люкшин**, С. А. Бочкарева, Н. Ю. Матолыгина, Б. А. Люкшин // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – Т. 56, № 7/3. – С. 203–205. – 0,42 / 0,2 а.л.

21. Люкшин П. А. Влияние анизотропии на напряженнодеформированное состояние и потерю устойчивости керамического защитного покрытия при тепловом ударе / П. А. Люкшин, Б. А. Люкшин, Н. Ю. Матолыгина, С. В. Панин // Физическая мезомеханика. – 2015. – Т. 18, № 3. – С. 32–46. – 1,75 / 1,2 а.л.

22. Гришаева Н. Ю. Модификация теплофизических характеристик полимеров введением микронаполнителей / Н. Ю. Гришаева, **П. А. Люкшин**, Б. А. Люкшин, С. В. Панин, С. А. Бочкарева, Ю. А. Реутов, Н. Ю. Матолыгина // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2016. – Т. 22, № 3. – С. 342–361. – 1,23 / 0,6 а.л.

23. Люкшин П. А. Расчет электрофизических свойств дисперснонаполненного композита / П. А. Люкшин, Н. Ю. Гришаева, Б. А. Люкшин, С. В. Панин, С. А. Бочкарева, Н. Ю. Матолыгина, Г. Е. Уцын // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10, № 1. – С. 5–16. – 0,88 / 0,2 а.л.

24. Люкшин П. А. Напряженно-деформированное состояние термобарьерного покрытия на упругом основании после потери устойчивости покрытия / П. А. Люкшин, Б. А. Люкшин, Н. Ю. Матолыгина, С. В. Панин // Физическая мезомеханика. – 2017. – Т. 20, № 4. – С. 52–62. – 1,25 / 0,8 а.л.

в переводной версии журнала, входящей в Web of Science:

Lyukshin P. A. Stress-Strain State in a Buckled Thermal Barrier Coating on an Elastic Substrate / P. A. Lyukshin, B. A. Lyukshin, N. Y. Matolygina, S. V. Panin // Physical Mesomechanics. – 2018. – Vol. 21 (6). – P. 498–507. – DOI: 10.1134/S1029959918060048.

25. Гришаева Н. Ю. Влияние структурных особенностей сверхмолекулярного полиэтилена на свойства композиции / Н. Ю. Гришаева, **П. А. Люкшин**, Б. А. Люкшин, С. В. Панин, С. А. Бочкарева, Н. Ю. Матолыгина. И. Л. Артемов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2017. – Т. 23, № 2. – С. 183–197. – 0,7 / 0,3 а.л.

26. Бочкарева С. А. Получение заданных эффективных механических, теплофизических и электрических характеристик композиционных дисперсно наполненных материалов / С. А. Бочкарева, Н. Ю. Гришаева, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина, И. Л. Панов // Перспективные материалы. – 2017. – № 5. – С. 5–18. – 1,35 / 0,7 а.л.

в переводной версии журнала, входящей в Scopus:

Bochkareva S. A. / S. A. Bochkareva, B. A. Lyukshin, **P. A. Lyukshin**, N. Y. Matolygina, N. Y. Grishaeva, I. L. Panov // Inorganic Materials: Applied Research. – 2017. – Vol. 8, is. 5. – P. 651–661. – DOI: 10.1134/S2075113317050070.

27. Бочкарева С. А. Единый подход к определению эффективных физикомеханических характеристик наполненных полимерных композиций на основе вариационных принципов / С. А. Бочкарева, Н. Ю. Гришаева, Б. А. Люкшин, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина, С. В. Панин, Ю. А. Реутов // Механика композиционных материалов. – 2018. – Т. 54, № 6. – С. 1–18. – 0,97 / 0,2 а.л.

в переводной версии журнала, входящей в Web of Science:

Bochkareva S. A. A unified approach to determining the effective physicomechanical characteristics of filled polymer composites based on variational principles / S. A. Bochkareva, N. Y. Grishaeva, B. A. Lyukshin, **P. A. Lyukshin**, N. Y. Matolygina, S. V. Panin, Y. A. Reutov // Mechanics of Composite Materials. – 2019. – Vol. 54, No 6. – P. 775–788. – DOI: 10.1007/s11029-019-9782-8.

28. Anokhina N. Yu. Estimation of the adhesive interaction of composite material phases using the stress-strain curve / N. Yu. Anokhina, S. A. Bochkareva, B. A. Lyukshin, **P. A. Lyukshin**, S. V. Panin // International journal of nanomechanics. Science and technology. – 2010. – Vol. 1, is. 4. – P. 301–311. – DOI: 10.1615/NanomechanicsSciTechnoIIntJ.v1.i4.30. – 0,65 / 0,3 а.л. (*Scopus*).

29. Lyukshin B. A. A multilevel analysis of deformation and fracture of filled polymeric coatings for tribotechnical application. / B. A. Lyukshin, S. V. Panin, S. A. Bochkareva, **P. A. Lyukshin**, A. I. Reutov // Engineering Fracture Mechanics. – 2014. – Vol. 130. – P. 75–82. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2014.07.034. – 0,65 / 0,3 а.л. (*Web of Science*).

– Патент на изобретение:

30. Патент 2668915. Российская Федерация, МПК С08Ј 3/00 (2006.01) . Способ получения состава композиционного полимерного материала с заданными свойствами / Бочкарева С. А. (RU), Гришаева Н. Ю. (RU), Люкшин Б. А. (RU), Реутов А. И. (RU), Люкшин П. А. (RU); Патентообладатель: учреждение федеральное государственное бюджетное образовательное образования профессионального «Томский государственный высшего университет систем управления и радиоэлектроники» (ТУСУР) (RU). -№ 2015141199; заявлено 28.09.2015; опубл. 04.10.2018, Бюл. № 28. – 10 с.

– Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:

31. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014617442. Программа расчета методом конечных элементов напряженнодеформированного состояния при особом задании топологии сетки с независимой нумерацией узлов элементов / Люкшин П.А., Бочкарева С.А., Гришаева Н. Ю., Люкшин Б. А., Матолыгина Н. Ю.; правообладатель: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение образования «Томский высшего профессионального государственный (RU). Заявка университет систем управления и радиоэлектроники» N⁰ 2014615107; дата поступления – 29.05.2014; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ – 22.07.2014.

32. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014617443. Программа определения параметров композиционного материала по заданным деформационно-прочностным характеристикам / Люкшин Б. А., Бочкарева С. А., Гришаева Н. Ю., Люкшин П. А., Матолыгина Н. Ю.; правообладатель: федеральное государственное бюджетное учреждение профессионального образовательное высшего образования «Томский государственный университет систем управления И радиоэлектроники» (RU). Заявка № 2014615108; заявл. – 29.05.2014; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ – 22.07.2014.

33. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ Программа эффективного № 2018612485. расчета коэффициента теплопроводности наполненных полимерных композиционных материалов / Бочкарева С. А. (RU), Гришаева Н. Ю. Люкшин П. А. (RU), (RU), Люкшин Б. А. (RU), Матолыгина Н. Ю. (RU); правообладатель: Федеральное учреждение науки Институт государственное физики прочности И материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН) (RU). Заявка № 2017663742; заявл. – 27.12.2017; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ – 16 февраля 2018 г.

34. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018612580. Программа расчета эффективных деформационно-прочностных характеристик гетеромодульных композиционных полимерных материалов конструкционного и триботехнического назначения / Люкшин П. А. (RU), Бочкарева С. А. (RU), Гришаева Н. Ю. (RU), Люкшин Б. А. (RU), Матолыгина Н. Ю. (RU); правообладатель: Федеральное государственное науки Институт физики прочности И материаловедения учреждение Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН) (RU). Заявка № 2017663721; заявл. – 27.12.2017; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ – 20 февраля 2018 г.

35. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 20148618072. Программа расчета эффективных теплофизических характеристик гетеромодульных композиционных полимерных материалов конструкционного и триботехнического назначения / Люкшин П. А. (RU), Бочкарева С. А. (RU), Гришаева Н. Ю. (RU), Люкшин Б. А. (RU). Матолыгина Н. Ю. (RU); правообладатель: Федеральное государственное науки Институт физики прочности и материаловедения учреждение Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН) (RU). Заявка № 2018615235; заявл. – 28.05.2018; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ – 09 июля 2018 г.

36. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619874. Программа модификации матрицы жесткости в методе конечных элементов при соединении и / или разъединении поверхностей в процессе расчета / Люкшин П. А. (RU), Бочкарева С. А. (RU), Гришаева Н. Ю. (RU), Люкшин Б. А. (RU); правообладатель: Федеральное государственное учреждение науки Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН) (RU). Заявка № 2018617529; заявл. – 23.07.2018; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ – 14 августа 2018 г.

Статьи в сборниках материалов конференций, представленных в изданиях, входящих в Web of Science:

37. Bochkareva S. A. The effect of anisotropy in polymeric matrices on compositional properties at various temperatures / S. A. Bochkareva, N. Yu. Grishaeva, B. A. Ljukchin, **P. A. Ljukchin**, S. V. Panin, O. A. Senatova, Y. A. Reutov // Advanced materials research. – 2014. – Vol. 1040 : International conference for young scientists on high technology – research and applications.

Tomsk, Russia, March 26–28, 2014. – Р. 188–193. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.1040.188. – 0,25 / 0,15 а.л.

38. Bochkareva S. A. Determination of the thermal conductivity coefficient of inhomogeneous media / S. A. Bochkareva, N. Yu. Grishaeva, **P. A. Lyukshin**, B. A. Lyukshin // AIP Conference Proceedings. – 2014. – Vol. 1623 : International conference on physical mesomechanics of multilevel systems. Tomsk, Russia, September 03–05, 2014. – P. 71–74. – DOI: 10.1063/1.4898885. – 0,27 / 0,17 а.л.

39. Grishaeva N. Yu. Thermal properties simulation of multilayer pipe / N. Yu. Grishaeva, B. A. Lyukshin, **P. A. Lyukshin**, A. I. Reutov, Y. A. Reutov // AIP Conference proceedings. -2014. - Vol. 1623 : International conference on physical mesomechanics of multilevel systems. Tomsk, Russia, September 03–05, 2014. - P. 187–190. - DOI: 10.1063/1.4898914. - 0,27 / 0,15 a.π.

40. Lyukshin B. A. Design of composites with specified effective mechanicaland thermophysical characteristics / B. A. Lyukshin, P. A. Lyukshin, N. Yu. Matolygina, N. Yu. Grishaeva S. A. Bochkareva, // AIP Conference – 2014. – Vol. 1623 : International conference on proceedings. physical mesomechanics of multilevel systems. Tomsk, Russia, September 03–05, 2014. – P. 383–386. – DOI: 10.1063/1.4898962. – 0,27 / 0,15 а.л.

41. Lyukshin B. A. Stress-strain state and loss of stability of anisotropic thermal coating under thermal shock / B. A. Lyukshin, **P. A. Lyukshin**, S. A. Bochkareva, N. Yu. Matolygina, S. V. Panin // AIP Conference Proceedings. – 2014. – Vol. 1623 : International conference on physical mesomechanics of multilevel systems. Tomsk, Russia, September 03–05, 2014. – P. 387–390. – DOI: 10.1063/1.4898963. – 0,27 / 0,15 а.л.

42. Grishaeva N. The comparison of calculated and experimental values of thermophysical properties of the filled material / N. Grishaeva, B. Lyukshin, **P. Lyukshin**, Y. Strukov, A. Reutov, Y. Reutov // AIP Conference Proceedings. – 2015. – Vol. 1683 : International conference on advanced materials with hierarchical structure for new technologies and reliable structures. Tomsk, Russia, September 21–25, 2015. – Article number 020064. – 5 p. – DOI: 10.1063/1.4932754. – 0,28 / 0,2 а.л.

43. **Lyukshin P. A.** Strength analysis of anisotropic thermal barrier coating under heat shock / P. A. Lyukshin, B. A. Lyukshin, N. Yu. Matolygina, S. V. Panin // Procedia Engineering. – 2015. – Vol. 113 : International Conference on Oil and Gas Engineering (OGE-2015). Omsk, Russia, April 25–30, 2015. – P. 408–412. – DOI: 10.1016/j.proeng.2015.07.306. – 0,32 / 0,2 а.л.

44. Lyukshin B. A. Modeling of filled polymeric composite materials in view of structural features / B. A. Lyukshin, S. V. Panin, S. A. Bochkareva, N. Yu. Grishaeva, **P. A. Lyukshin**, Yu. A. Reutov // Procedia engineering. – 2015. – Vol. 113 : International Conference on Oil and Gas Engineering (OGE-2015). Omsk, Russia, April 25–30, 2015. – P. 474–478. – DOI: 10.1016/j.proeng.2015.07.338. – 0,32 / 0,15 а.л.

45. Lyukshin P. A. Deformation, temperature and electrical field simulation in composite materials and their effective calculation characteristics / P. A. Lyukshin,

B. A. Lyukshin, N. Yu. Matolygina, S. V. Panin // AIP Conference proceedings. – 2015. – Vol. 1683: International conference on advanced materials with hierarchical structure for new technologies and reliable structures. Tomsk, Russia, September 21–25, 2015. – Article number 020131. – 4 p. – DOI: 10.1063/1.4932821. – 0,26 / 0,15 а.л.

46. Bochkareva S. A. Comparative analysis of methods for determination of the thermal characteristics of filled polymeric composites. / S. A. Bochkareva, N. Yu. Grishaeva, **P. A. Lyukshin**, B. A. Lyukshin, S. V. Panin, Yu. A. Reutov, N. Yu. Matolygina // AIP Conference proceedings. – 2016. – Vol. 1783 : Advanced materials with hierarchical structure for new technologies and reliable structures. Tomsk, Russia, September 19–26, 2016. – Article number 020017. – 5 p. – DOI: 10.1063/1.4966310. – 0,27 / 0,15 а.л.

47. Lyukshin P. A. Stress-strain state in «coating-substrate» system after coating stability loss induced by impact thermal stresses / P. A. Lyukshin, S. A. Bochkareva, N. Yu. Grishaeva, B. A. Lyukshin, N. Yu. Matolygina, S. V. Panin // AIP Conference proceedings. – Vol. 1783 : Advanced materials with hierarchical structure for new technologies and reliable structures. Tomsk, Russia, September 19–26, 2016. – Article number 020142. – 5 p. – DOI: 10.1063/1.4966435. – 0,27 / 0,15 а.л.

Монографии:

48. Люкшин Б. А. Моделирование физико-механических процессов в неоднородных конструкциях : монография / Б. А. Люкшин, А. В. Герасимов, Р. А. Кректулева, **П. А. Люкшин**. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2001. – 272 с. – 15,81 / 3 а.л.

49. Люкшин Б. А. Компьютерное конструирование наполненных композиций монография / Б. А. Люкшин, полимерных : С. В. Панин, С. А. Бочкарева, П. А. Люкшин, Н. Ю. Матолыгина, Ю. В. Осипов. – Томск: Томский государственный университет систем управления И радиоэлектроники, 2007. – 216 с. – 12,56 / 2,6 а.л.

50. Люкшин Б. А. Наполненные полимерные композиции : монография / Б. А. Люкшин, С. В. Панин, С. А. Бочкарева, Н. Ю. Гришаева, Л. А. Корниенко, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина, А. И. Реутов. – Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2014. – 297 с. – 17,27 / 2,5 а.л.

51. Люкшин Б. А. Компьютерное моделирование и конструирование наполненных композиций : монография / Б. А. Люкшин, С. В. Панин, С. А. Бочкарева, Н. Ю. Гришаева, Л. А. Корниенко, **П. А. Люкшин**, Н. Ю. Матолыгина, А. И. Реутов. – Новосибирск : Издательство СО РАН Наука, 2015. – 264 с. – 21,3 / 3 а.л.

52. Люкшин Б. А. Дисперсно-наполненные полимерные композиты технического и медицинского назначения : монография / Б. А. Люкшин, С. В. Шилько, С. В. Панин, Ю. К. Машков, Л. А. Корниенко, **П. А. Люкшин**, Ю. М. Плескачевский, О. В. Кропотин, С. А. Бочкарева, Н. Ю. Матолыгина, Д. А. Черноус, Н. Ю. Гришаева, Ю. А. Реутов. – Новосибирск : Издательство СО РАН, 2017. – 311 с. – 25,2 / 2,5 а.л.

53. Lyukshin P. A. Effect of Interface Profile and Stress-Strain Properties of Substrate onto Stability Loss of Thermal Barrier Coating under Thermal Impact / P. A. Lyukshin, N. Yu. Matolygina, B. A. Lyukshin, S. V. Panin // Contributions to Advanced Dynamics and Continuum Mechanics, Advanced Structured Materials. – Cham : Springer, 2019. – Vol. 114. – P. 155–177. – DOI: 10.1007/978-3-030-21251-3_10. – 1,24 / 0,5 а.л. (*Scopus*).

Статья в прочем зарубежном научном журнале:

54. Lyukshin P. A. Stress-strain state and stability loss of anisotropic thermal barrier coating under thermal impact / P. A. Lyukshin, B. A. Lyukshin, N. Yu. Matolygina, S. V. Panin // International Journal of Composite Materials. – 2014. – Vol. 4 (5A). – P. 16–26. – DOI: 10.5923/j.cmaterials.201401.03. – 0,65 / 0,4 а.л.