Всероссийская молодежная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Все грани математики и механики»

(23–27 апреля 2019 г.)

Сборник тезисов докладов

(Тезисы представлены в авторской редакции)

Группы гомоморфизмов абелевых групп

Худякова К.К., Крылов П.А.

Томский государственный университет, г.Томск

XUDYAKOVA_2018@LIST.RU

Определение. Пусть A, B- абелевы группы. Отображение f:A→B называется гомоморфизмом, если оно сохраняет групповую структуру: $\forall a, b \in$ верно равенство $f(a+b) = f(a) + f(b)$.
Приведем некоторые свойства гомоморфизмов.
$1) f(0) = 0;\ \ 2) f(x-y) = f(x) - f(y); 3) f(-x) = -f(x)$.
Проверим эти свойства.

1) Из равенства $0 + 0 = 0$ выводятся такие равенства $f(0) = f(0+0) = f(0) + f(0) = f(0) = 0$.
2) Во $-$ первых, по определению имеем $x - y = x+(-y)$,теперь рассмотрим такие равенства:f(x-y)=f(x)-f(y), f(x-y)=f(x+(-y))=f(x)+f(-y)=f(x)-f(y).
3) Наконец, нужно доказать, чтодля любого $x \in A$элемент f(-x) противоположен к элементу f(x). Имеем такие равенства f(x)=f(x-x)=f(0)=0 f(-x)=-f(x)..

Теперь приведем факт о группах гомоморфизмов.

1) Докажем, что $Hom(Z, C) \cong$ Сявляется изоморфизмом. Любой гомоморфизм $\alpha: Z \to C$ вполне определяется элементом $\alpha 1: c \in C$, причем, очевидно,для каждого элемента $c \in C$ существует такой гомоморфизм $\alpha: Z \to C$, что $\alpha 1 =$ c. Так как из $\alpha 1 = C_1, \beta 1 = C_2 \Rightarrow (\alpha + \beta)1 = C_1 = C_2,$ то соответствие$\alpha 1 \to$ c, если $\alpha 1 = C$, оказывается естественным изоморфизмом между группой Hom(Z,C) и группой C.

Список литературы

[1]ФуксЛ.Бесконечныеабелевыгруппы.М.:Мир,1974.Т.1.

.