



МИНОБРНАУКИ РФ  
Российский фонд  
фундаментальных исследований  
Национальный исследовательский  
Томский государственный университет  
НИИ прикладной математики и механики  
Томского государственного университета  
Физико-технический факультет  
Совет молодых учёных ТГУ



**VIII Всероссийская молодежная научная конференция  
«Актуальные проблемы современной механики  
сплошных сред и небесной механики – 2018»  
г. Томск, 26–28 ноября 2018 г.**

**VIII All-Russian Scientific Conference  
«Current issues of  
continuum mechanics and celestial mechanics – 2018»,  
November, 26–28, 2018**

Томск-2019

3. *Lai M.C., Liu H.C.* Fast direct solver for the biharmonic equation on a disk and its application to incompressible flows // *Applied Mathematics and Computation*. 2005. Vol. 164. No 3. Pp. 679–695. DOI: 10.1016/j.amc.2004.04.064.

4. *Chen G., Li Z., Lin P.* A fast finite difference method for biharmonic equations on irregular domains and its application to an incompressible Stokes flow // *Advances in Computational Mathematics*. 2007. Vol. 29. No 2. Pp. 113–133. DOI: 10.1007/s10444-007-9043-6.

5. *Ben-Artzi M., Chorev I., Croisille J.P., Fishelov D.* A Compact Difference Scheme for the Biharmonic Equation in Planar Irregular Domains // *SIAM J. Numer. Anal.* 2009. Vol. 47. No 4. Pp. 3087–3108. DOI: 10.1137/080718784.

## References

1. *Belyaev V.A., Shapeev V.P.* Solving the Biharmonic Equation in Irregular Domains by the Least Squares Collocation Method // *AIP Conference Proceedings*. 2018. Vol. 19. No 5. Pp. 0300094-1–0300094-9. DOI: 10.1063/1.5007560.

2. *Altas I., Dym J., Gupta M.M., Manohar R.P.* Mutigrid solution of automatically generated high-order discretizations for the biharmonic equation // *SIAM J. Sci. Comput.* 1998. Vol. 19. No 5. Pp. 1575-1585. DOI: 10.1137/S1464827596296970.

3. *Lai M.C., Liu H.C.* Fast direct solver for the biharmonic equation on a disk and its application to incompressible flows // *Applied Mathematics and Computation*. 2005. Vol. 164. No 3. Pp. 679–695. DOI: 10.1016/j.amc.2004.04.064.

4. *Chen G., Li Z., Lin P.* A fast finite difference method for biharmonic equations on irregular domains and its application to an incompressible Stokes flow // *Advances in Computational Mathematics*. 2007. Vol. 29. No 2. Pp. 113–133. DOI: 10.1007/s10444-007-9043-6.

5. *Ben-Artzi M., Chorev I., Croisille J.P., Fishelov D.* A Compact Difference Scheme for the Biharmonic Equation in Planar Irregular Domains // *SIAM J. Numer. Anal.* 2009. Vol. 47. No 4. Pp. 3087–3108. DOI: 10.1137/080718784.

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛА В МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТИНАХ

**Р.Ю. Бургомистренко, К.Л. Алигасанова, И.В. Еремин**

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Россия  
roman.kripton@gmail.com

**Ключевые слова:** многослойные пластины, уравнение теплопроводности, метод прогонки.

**Аннотация.** Разработана методика и программа расчета для численного моделирования распределения тепла в многослойных тонких пластинах на основе решения одномерного не стационарного уравнения теплопроводности. Предполагается, что между пластинами осуществляется идеальный контакт. В программе расчета реализована возможность задания произвольного числа пластин, их толщины и теплофизических характеристик. Результаты проведенных тестовых исследований не противоречат известным решениям.

# THE DEVELOPMENT OF A PROGRAM OF CALCULATION TO DETERMINE THE HEAT DISTRIBUTION IN MULTILAYERED PLATES

**R.Yu. Burgomistrenko, K.L. Aligasanova, I.V. Eremin**

National Research Tomsk State University, Russian Federation  
roman.krypton@gmail.com

**Keywords:** thermal conductivity, method of running, multilayer plate.

**Abstract.** A method and a calculation program have been developed for numerical modeling of heat distribution in multilayer thin plates based on the solution of a one-dimensional non-stationary heat equation. It is assumed that perfect contact is made between the plates. In the calculation program, the ability to specify an arbitrary number of plates, their thickness and thermal characteristics is implemented. The results of the conducted test studies do not contradict the known solutions.

Многослойные пластины находят широкое применение в различных областях техники, строительстве, самолетостроении, судостроении, электротехнике и т.д.

Цель настоящей работы заключается в разработке методики и программы расчета распределения тепла в многослойных пластинах.

Методика расчета основана на решении дифференциального уравнения теплопроводности с учетом изменения теплофизических свойств материалов. При решении уравнения используется метод конечных разностей (МКР) [1]. Идея данного метода заключается в замене производных их конечноразностной аппроксимацией. Полученная СЛАУ решается методом прогонки с учетом начальных и граничных условий. Предполагается, что между пластинами осуществляется идеальный контакт, поэтому на поверхности контакта слоев задаются граничные условия четвертого рода [2].

Разработаны алгоритм, методика и программа расчета. Графический интерфейс программного комплекса разработан в среде Microsoft Visual Studio на языке программирования C#. Графический интерфейс программы разработан с использованием технологии WPF. Пользовательский интерфейс позволяет задавать произвольное количество пластин, их толщину и теплофизические характеристики, время, формировать задание начальных и граничных условий (1–4 родов). Наиболее часто используемые материалы занесены в базу данных с возможностью дополнения ее пользователем. Результаты расчетов представляются в графическом и текстовом виде. На рис. 1 приведено распределение температуры по толщине двухслойной (сталь–медь) пластины. На левой и правой границе заданы условия первого рода.

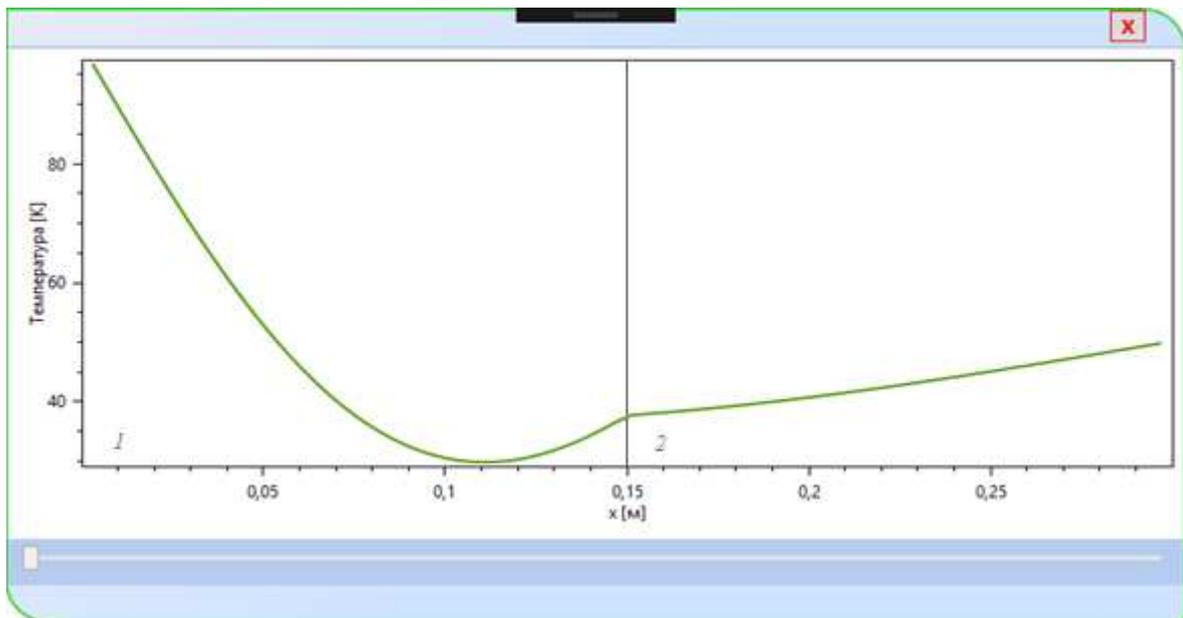


Рис. 1. Распределение температуры по толщине на примере двухслойной пластины за  $t=180$  с (1 – сталь; 2 – медь)

В результате работы реализована методика и программа расчета распределения тепла в многослойных пластинах. Интерфейс пользователя позволяет формировать исходные данные, включая граничные условия и характеристики материалов, а также визуализировать результаты расчетов. Методика и программа расчета апробирована путем сравнения с аналитическим решением [3], и может быть использована для решения практических инженерных задач.

### Литература

1. Крайнов А.Ю., Миньков Л.Л. Численные методы решения задач тепло- и массопереноса: учеб. пособие. Томск: STT, 2016. 92 с.
2. Коновалов В.И., Пахомов А.Н., Гатапова Н.Ц., Колиух А.Н. Методы решения задач теплопереноса. Теплопроводность и диффузия в неподвижной среде: учеб. пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. 80 с.
3. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности: учеб. пособие / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет. Томск: Изд-во ТПУ, 2007. 172 с.

### References

1. Kraynov A.Yu., Minkov L.L. Numerical methods for solving problems of heat and mass transfer: studies allowance. Tomsk: STT, 2016. 92 p.
2. Kononov V.I., Pakhomov A.N., Gatapova N.Ts., Koliukh A.N. M54 Methods for solving problems of heat and mass transfer. Thermal conductivity and diffusion in a stationary medium: Proc. allowance. Tambov: Publishing House Tamb. state tech. University, 2005. 80 p.
3. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Difference methods of solving problems of thermal conductivity: textbook/ G.V. Kuznetsov, M.A. Sheremet. Tomsk: TPU publishing House, 2007. 172 p.