

УДК 539.3+539.4
DOI 10.17223/19988621/58/8

В.А. Микушина, И.Ю. Смолин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОРИСТОЙ АЛЮМООКСИДНОЙ КЕРАМИКИ НА МЕЗОУРОВНЕ¹

Представлены результаты моделирования деформирования и разрушения мезообъемов пористой алюмооксидной керамики в условиях растяжения. Пористая структура учитывалась явным образом на основе экспериментальных данных, полученных методом электронной микроскопии. Для описания механического поведения предложена изотропная упруго-хрупкая модель деградирующей среды. Расчет поврежденности производится с учетом вида напряженного состояния. Показано, что картины разрушения на мезоуровне существенно зависят от формы и взаимного расположения пор. Полученные эффективные упругие и прочностные характеристики материала согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: численное моделирование, пористая керамика, поврежденность, мезоуровень, разрушение, эффективные свойства.

В последнее время пористые керамические материалы вызывают особый интерес многих исследователей благодаря своим физико-механическим свойствам: высокая коррозионная и химическая стойкость, хорошая биологическая совместимость с костной тканью, высокая механическая прочность и др. Изделия из пористой керамики применяются в различных областях техники и технологиях. Например, их используют при изготовлении теплоизоляционных изделий, биоимплантов в эндопротезировании, носителей катализаторов в химической промышленности и фильтров [1, 2]. Наличие пористой структуры в керамике оказывает влияние на ее упругие, прочностные и функциональные свойства. Например, за счет регулирования пористости в материале биоимплантата удастся снизить его упругие свойства до свойств костной ткани, а также обеспечить прорастание костной ткани внутрь имплантата. Размеры и форма пор важны при использовании керамики в качестве носителей катализаторов. Поскольку поры являются концентраторами напряжений в материале, которые ведут к снижению прочностных свойств, то учет особенности поровой структуры очень важен при оценке прочностных свойств керамических материалов. В связи с этим задача исследования связи пористой структуры и механических свойств пористых материалов и изделий из них является актуальной.

В настоящее время для решения этой задачи широко используются методы компьютерного моделирования. Они позволяют сэкономить средства при проведении исследований и получить ответы на некоторые вопросы, когда одними экспериментами не обойтись. Есть примеры использования компьютерного моделирования, воспроизводящего полные условия эксперимента, для определения параметров сложных математических моделей [3]. Существует разное количество

¹ Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы, направление III.23 (численные расчеты) и при поддержке Программы повышения конкурентоспособности ТГУ (разработка физико-математической модели).

математических моделей для описания деформации и разрушения материалов на разных масштабных уровнях, но поскольку все модели имеют ограниченную область применения, поэтому представляет интерес разработка и исследование новых моделей [4]. Для численного изучения особенностей деформации и разрушения структурно-неоднородных материалов на мезоуровне применяются модели физической мезомеханики [5–11]. В последнее время на макро- и мезоуровнях широко используются модели механики рассеянных повреждений для описания разрушения в рамках многоуровневого подхода [12].

Известно, что для хрупких материалов прочность на сжатие существенно превышает прочность на растяжение. И при сложном напряженном состоянии разрушение зарождается именно в локальных областях растяжения. Одним из основных и наиболее простых методов экспериментальных исследований керамических материалов является испытание на трехточечный изгиб. Поскольку в условиях трехточечного изгиба часть образца находится в состоянии сжатия, а другая – под действием растягивающих напряжений, наиболее опасных для пористых керамик, то особый интерес представляет изучение областей растяжения.

Целью работы является численное исследование деформации и разрушения керамики на основе Al_2O_3 с пористой структурой на мезоуровне при растяжении с применением упруго-хрупкой модели, которая учитывает накопление повреждений, вызывающее деградацию упругих свойств.

Постановка задачи

Пористая структура мезообъемов алюмооксидной керамики была взята из экспериментальных данных, описанных работе [13]. Пористость исследуемых мезообъемов учитывалась явно и составляла 33, 26 и 17 %. Для каждого значения пористости были выбраны три различных фотографии одной пористости. По изображениям поровых структур, полученных с помощью растрового электронного микроскопа, были построены компьютерные геометрические модели структуры мезообъемов (рис. 1). Размеры мезообъемов на рис. 1 составляют 100×100 мкм. Для каркаса были приняты физико-механические характеристики, соответствующие беспористому Al_2O_3 : плотность $3,98 \text{ г/см}^3$, объемный модуль упругости 251 ГПа, модуль сдвига 163 ГПа [14]. В порах были заданы характеристики упругой среды со значениями упругих модулей на 3 порядка ниже, чем в каркасе.

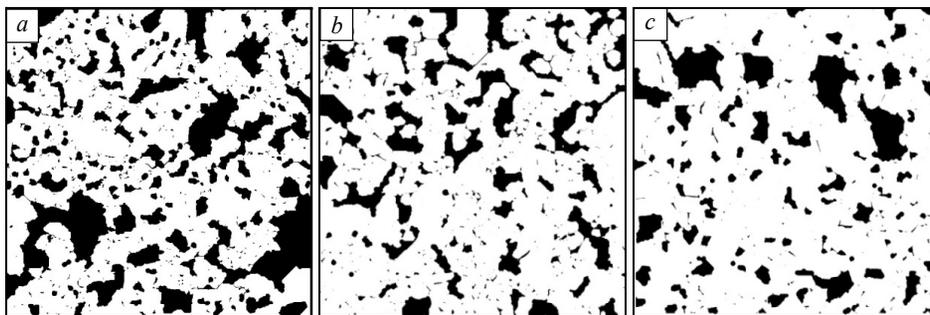


Рис. 1. Компьютерные модели керамической структуры с пористостью 33 (a), 26 (b) и 17 % (c)

Fig. 1. Computer models of the ceramic structure with a porosity of (a) 33 %, (b) 26 %, and (c) 17 %

Механическое поведение материала описывается системой уравнений механики сплошной среды, которая включает в себя фундаментальные законы сохранения, геометрические соотношения и определяющие уравнения.

В рамках лагранжева подхода к описанию сплошной среды фундаментальные законы сохранения массы, импульса и энергии имеют вид

$$\rho_0 V_0 = \rho V; \quad (1)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j}; \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt}, \quad (3)$$

где ρ_0 – начальное значение плотности, V_0 – начальный элементарный объем; ρ – текущее значение плотности материала, V – текущий элементарный объем; v_i – компоненты вектора скорости; σ_{ij} , ε_{ij} – компоненты тензора напряжения и тензора деформации соответственно; E – удельная внутренняя энергия на единицу массы.

Геометрические соотношения в скоростной форме имеют вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right); \quad (4)$$

$$\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right), \quad (5)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – компоненты тензора скорости деформации; $\dot{\omega}_{ij}$ – компоненты тензора скорости вращения.

Для описания механического поведения пористой керамики на мезоуровне будем использовать определяющие соотношения изотропной упруго-хрупкой повреждаемой среды. В основе этой модели лежат уравнения гипопругости (связь скоростей напряжений и деформаций) для изотропного материала:

$$\dot{P} = -K\dot{\theta}, \dot{s}_{ij} = 2G \left[\dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\dot{\theta}\delta_{ij} \right] - s_{ik}\dot{\omega}_{kj} + s_{kj}\dot{\omega}_{ik}, \quad (6)$$

где $P = -1/3\sigma_{ii}$ – давление; K – объемный модуль упругости; $\theta = \varepsilon_{ii}$ – объемная деформация; s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений; G – модуль сдвига; δ_{ij} – символ Кронекера; $s_{ik}\dot{\omega}_{kj} + s_{kj}\dot{\omega}_{ik}$ – поправка на поворот, которая возникает при использовании коротационной производной Яуманна к тензору напряжений; точка над символом означает материальную производную по времени. В этих уравнениях принято разложение тензора напряжения на шаровую и девиаторную части:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + s_{ij}. \quad (7)$$

В рамках модели упруго-хрупкой повреждаемой среды упругие модули сдвига и упругости деградируют с ростом повреждений в соответствии с формулами [15]:

$$G = G_0(1 - D), \quad K = K_0(1 - D), \quad (8)$$

где G_0 и K_0 – модули сдвига и объемной упругости неповрежденного материала; D – поврежденность.

Для описания разного сопротивления среды в условиях растяжения и сжатия, характерного для таких хрупких материалов как керамика, в модели накопления повреждений имеет смысл использовать напряжения модели материала Друккера – Прагера (среды с внутренним трением), а также разные критические значения напряжений, в зависимости от вида девиаторного напряженного состояния, описываемого параметром Лоде – Надаи. Поэтому кинетическое уравнение для эволюции (накопления) повреждений D примем в следующем виде [16–18]:

$$D(t) = \int_{t_0}^t \frac{\left[H(\mu_\sigma)(\sigma - \sigma_0^c)^2 + (1 - H(\mu_\sigma))(\sigma - \sigma_0^t)^2 \right] dt}{\sigma_*^2 \left[H(\mu_\sigma)t^c + (1 - H(\mu_\sigma))t^t \right]}. \quad (9)$$

Здесь $H(\mu_\sigma)$ – функция Хевисайда; $\mu_\sigma = 2 \frac{S_2 - S_3}{S_1 - S_3} - 1$ – параметр Лоде – Надаи;

S_1, S_2, S_3 – главные значения девиатора тензора напряжений; $\sigma = -\alpha P + \tau$ – напряжения Друккера – Прагера; α – коэффициент внутреннего трения; $\tau = (\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij})^{1/2}$ – интенсивность сдвиговых напряжений; σ_0^c, σ_0^t – начальные значения напряжений на упругой стадии, по достижению которых в материале каркаса начинается накопление повреждений в областях сжатия и растяжения соответственно, причем $\sigma_0^t \ll \sigma_0^c$; t^c, t^t – характерные времена процесса разрушения в условиях сжатия и растяжения соответственно; $\sigma_* = \sigma_{0*} (1.01 + \mu_\sigma)^2$ – параметр модели, определяющий скорость накопления повреждений. Начальные значения напряжений σ_0^c, σ_0^t позволяют учесть неявно наличие трещин и пор более мелкого масштаба.

В качестве критерия разрушения принимается условие, когда локальное значение поврежденности становится равным единице. При описании разрушения структурно-неоднородных сред важно учитывать возможность локальных зон, разрушенных по определенным механизмам, продолжить сопротивляться нагрузке [15]. Для этого при моделировании механического отклика мезообъемов пористой керамики, в которых выполняется критерий разрушения, расчет напряжений производится с учетом того, в каких условиях деформирования находится расчетная ячейка. Если расчетная ячейка находится в условиях всестороннего растяжения, то значения напряжений в ней приравнялись нулю, т.е. материал в ней не сопротивляется растяжению. Если же расчетная ячейка находится в условиях всестороннего сжатия, то напряжения в ней рассчитываются по гипопругому закону с использованием текущего значения деградированного модуля упругости.

Для компьютерного исследования процессов деформирования и разрушения в исследуемых мезообъемах использовали конечно-разностный численный метод решения дифференциальных уравнений механики деформируемого твердого тела [19]. Моделирование проводилось в двумерной постановке в условиях плоской деформации. Рассматривался случай одноосного растяжения.

Для анализа результатов используем усредненные диаграммы напряжение-деформация. По этим диаграммам можно определить эффективные значения упругих модулей и прочности исследуемого пористого материала. Поскольку у нас среда не обладает периодической структурой, то для определения ее эффективных свойств применяются методы теории случайных функций [15].

Для определения эффективных упругих модулей пористого материала по результатам моделирования мезообъемов в условиях одноосного нагружения при плоском деформированном состоянии была разработана следующая методика.

В соответствии с общей теорией расчета эффективных характеристик структурно-неоднородных материалов (композитов) использовались усредненные по объему значения полей напряжений и деформаций. Например, для компоненты тензора напряжений σ_{ij} усредненные значения определяются по формуле

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV, \quad (10)$$

где V – объем, по которому производится усреднение.

Далее, используя соотношения между давлением и объемной деформацией (первыми инвариантами тензоров напряжений и деформаций)

$$P = -K\varepsilon, \quad (11)$$

и интенсивностями напряжений и деформаций

$$\sigma_i = 3G\varepsilon_i, \quad (12)$$

эффективные значения модулей объемной упругости и сдвига определялись через параметры линейной аппроксимации зависимостей

$$\langle P \rangle = -K \langle \varepsilon \rangle; \quad (13)$$

$$\langle \sigma_i \rangle = 3G \langle \varepsilon_i \rangle, \quad (14)$$

где ε – объемная деформация, σ_i – интенсивность напряжения, ε_i – интенсивность деформации.

Для определения эффективного значения модуля Юнга было использовано соотношение между средним значением компоненты тензора напряжений вдоль оси нагружения и значением условной (инженерной) деформации вдоль той же оси для условия плоской деформации:

$$E = \langle \sigma_{xx} \rangle \frac{(1 - \langle \nu \rangle^2)}{\langle \varepsilon_{xx} \rangle}, \quad (13)$$

где σ_{xx} – значение напряжения вдоль оси нагружения; ε_{xx} – значение деформации удлинения вдоль оси нагружения.

Эффективное значение коэффициента Пуассона определялось из соотношения

$$\langle \nu \rangle = \frac{\langle \varepsilon_{yy} \rangle}{\langle \varepsilon_{yy} \rangle - \langle \varepsilon_{xx} \rangle}, \quad (14)$$

выведенного для средних значений компонент тензора деформаций в условиях одноосного нагружения при плоском деформированном состоянии. При моделировании рассчитанное по формуле (16) значение эффективного коэффициента Пуассона менялось в ходе деформации. Поэтому за среднее значение принималось значение, к которому стремилась зависимость $\langle \nu \rangle (\langle \varepsilon_{xx} \rangle)$.

Результаты моделирования и их обсуждение

Усредненные по мезообъему кривые нагружения представлены на рис. 2, а. Они имеют характерный для хрупких материалов вид. Видно, что с уменьшением пористости нелинейно возрастает модуль Юнга и прочность материала. Опреде-

ленные из диаграмм, представленных на рис. 2, *a*, значения модуля упругости E и прочности σ представлены в табл. 1. Можно отметить, что вычисленные эффективные значения прочности из расчетов хорошо согласуются с экспериментальными значениями, представленными в работе [13].

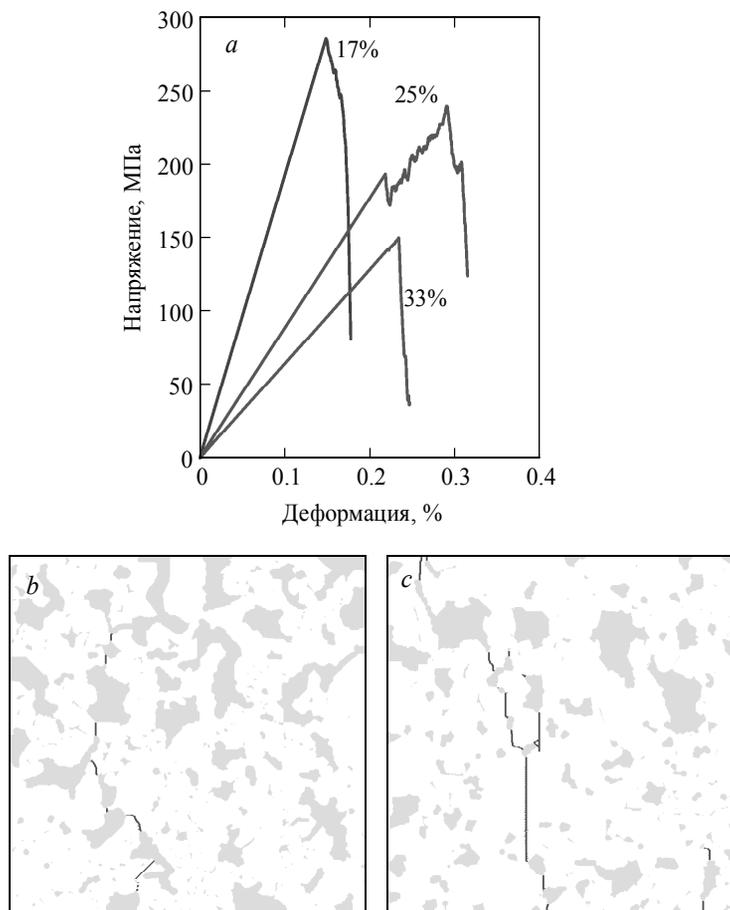


Рис. 2. Результаты моделирования растяжения на мезоуровне: кривые напряжение – деформация с указанием пористости (*a*), картины разрушения в мезообъемах керамики с пористостью 25 % (*b*) и 17 % (*c*)

Fig. 2. The results of mesoscale modeling of the tension: (*a*) stress-strain diagrams with indicated porosity; fracture patterns in the mesovolumes of ceramics with porosity of (*b*) 25 and (*c*) 17 %

Таблица 1

Вычисленные физико-механические характеристики керамики на основе Al_2O_3

Пористость, %	Прочность при растяжении σ , МПа	Модуль упругости E , ГПа	Коэффициент Пуассона, ν
33±0,7	150±13	57±9	0,35±0,02
26±0,6	236±7	85±13	0,21±0,02
17±1	286±17	184±9	0,22±0,02

Картины разрушения для двух мезообъемов представлены на рис. 2, *b*, *c*. Распределения напряжений модели материала Друккера – Прагера для мезообъема с пористостью 17 % представлены на рис. 3. Анализируя эти результаты, можно отметить, что трещины образуются возле сильных концентраторов напряжений, обусловленных формой и расположением пор. Затем трещины растут в направлении, перпендикулярном оси приложения растягивающей нагрузки (ось нагружения расположена горизонтально), что характерно для хрупких материалов.

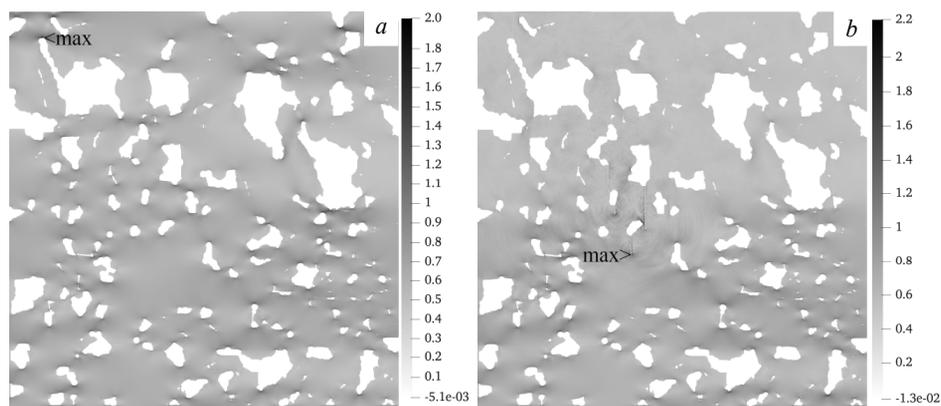


Рис. 3. Распределение напряжений Друккера – Прагера (ГПа) в мезообъеме керамики с пористостью 17 %: в момент зарождения первой трещины (*a*), при распространении вертикальной трещины (*b*). Область с максимальным значением отмечена угловой скобкой и знаком max

Fig. 3. Distribution of the Drucker-Prager stress (GPa) in the mesovolume of ceramics with porosity of 17 %: (*a*) at the instant of the first crack nucleation and (*b*) during a vertical crack propagation. The region containing a maximum value is marked by the angle bracket and label “max”

Заключение

Выполнено моделирование деформирования и разрушения мезообъемов пористой алюмооксидной керамики в условиях одноосного растяжения. Для описания механического поведения предложена изотропная упруго-хрупкая модель деградирующей среды. Расчет поврежденности производится с учетом вида напряженного состояния. На основе проведенных расчетов проанализировано влияние структуры пористой керамики на характер локальных разрушений в мезообъемах материала, а также на макроскопическую диаграмму деформирования. Разработана соответствующая методика для определения эффективных упругих модулей пористого материала по результатам моделирования мезообъемов в условиях одноосного нагружения при плоском деформированном состоянии.

Показано, что наличие сильных концентраторов напряжений определяет место зарождения трещин и влияет на их распространение в моделируемых мезообъемах.

Полученные из расчетов значения прочности и модуля упругости хорошо согласуются с экспериментальными значениями для всех значений пористости. Однако стоит отметить, что разброс этих значений как в эксперименте, так и в расчетах достаточно велик. Этот разброс результатов вызван наличием структурных неоднородностей в образцах и их влиянием на механические характеристики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Митрошин А.Н., Космынин Д.А. Керамика как материал выбора в эндопротезировании коленного сустава // Изв. вузов. Поволжский регион. Медицинские науки. 2016. № 1(37). С. 98–110.
2. Лукин Е.С., Макаров Н.А., Козлов А.И. и др. Современная оксидная керамика и области ее применения // Конструкции из композиционных материалов. 2007. № 1. С. 3 – 13.
3. Savchenko N.L., Sevostyanova I.N., Sablina T.Yu., Gomze L., Kulkov S.N. The influence of porosity on the elasticity and strength of alumina and zirconia ceramics // AIP Conf. Proc. 2014. V. 1623. P. 547–550. DOI: 10.1063/1.4899003.
4. Микушина В.А., Смолин И.Ю. Моделирование деформации и разрушения пористой керамики с использованием разных критериев разрушения // Труды Томского государственного университета. Серия физико-математическая: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики: VI Международная молодежная научная конференция. Томск, 27–29 ноября 2017 г. / под ред. М.Ю. Орлова. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2018. Т. 302. С. 188–192.
5. Meille S., Lombardi M., Chevalier J., Montanaro L. Mechanical properties of porous ceramics in compression: On the transition between elastic, brittle, and cellular behavior // J. Eur. Ceram. Soc. 2012. V. 32, P. 3959–3967. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2012.05.006.
6. Le Corre V., Brusselle-Dupend N., Moreaud M. Numerical modeling of the effective ductile damage of macroporous alumina // Mech. Mater. 2017. V. 114. P. 161–171. DOI: 10.1016/j.mechmat.2017.08.002
7. Smolin A.Yu., Roman N.V., Konovalenko Ig.S., Eremina G.M., Buyakova S.P., Psakhie S.G. 3D simulation of dependence of mechanical properties of porous ceramics on porosity // Eng. Fract. Mech. 2014. V. 130. P. 53–64. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2014.04.001.
8. Mikushina V.A., Smolin I.Yu., Sidorenko Yu.N. Numerical modeling and prediction of mechanical properties of ceramic composite // J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 919. P. 012013–1–012013-5. DOI: 10.1088/1742-6596/919/1/012013.
9. Smolin I.Yu., Makarov P.V., Eremin M.O., Matyko K.S. Numerical simulation of mesomechanical behavior of porous brittle materials // Proc. Struct. Integrity. 2016. V. 2. P. 3353–3360. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.418.
10. Romanova V.A., Soppa E., Schmauder S., Balokhonov R.R. Meso-mechanical analysis of the elasto-plastic behavior of a 3D composite-structure under tension // Comput. Mech. 2005. V. 36. P. 475–483. DOI: 10.1007/s00466-005-0682-5.
11. Panin A.V., Romanova V.A., Balokhonov R.R., Perevalova O.B., Sinyakova E.A., Emelyanova O.S., Leontieva-Smirnova M.V., Karpenko N.I. Mesoscopic surface folding in EK-181 steel polycrystals under uniaxial tension // Phys. Mesomech. 2012. V. 15. P. 94–103. DOI: 10.1134/S1029959912010109.
12. Волегов П.С., Грибов Д.С., Трусов П.В. Поврежденность и разрушение: классические континуальные теории // Физич. мезомех. 2015. Т. 18. №4. С. 68–86.
13. Kulkov A.S., Smolin I.Yu., Mikushina V.A. Investigation of mechanical response of Al_2O_3 ceramic specimens to loading with consideration for their structural features // AIP Conf. Proc. 2018. V. 2051. P. 020162-1–020162-4. DOI:10.1063/1.5083405.
14. Properties: Alumina – Aluminium Oxide – Al_2O_3 – A Refractory Ceramic Oxide. URL: <https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=52> (дата обращения: 13.12.2018).
15. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташикинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука. Физматлит, 1997. 288 с.
16. Смолин И.Ю., Еремин М.О., Макаров П.В., Буякова С.П., Евтушенко Е.П., Кульков С.Н. Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 5(25). С.78–90.
17. Еремин М.О. Применение метода механической аналогии для численного моделирования разрушения керамических композитов $ZrO_2-Al_2O_3$ в трехмерной постановке // Физич. мезомех. 2015. Т. 18. № 3. С. 105–112.

18. Смолин И.Ю., Макаров П.В., Кульков А.С., Еремин М.О., Бакеев Р.А. Режимы с обострением при разрушении образцов горных пород и элементов земной коры // Физич. мезомех. 2016. Т. 19. № 6. С. 77–85.
19. Wilkins M. L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Berlin: Springer-Verlag, 1999. 246 p.

Статья поступила 06.02.2018 г.

Mikushina V.A., Smolin I.Yu. (2019) NUMERICAL MODELING OF THE DEFORMATION AND FRACTURE OF A POROUS ALUMINA CERAMICS AT MESOSCALE *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 58. pp. 99–108

DOI 10.17223/19988621/58/8

Keywords: numerical modeling, porous ceramics, damage, mesoscale, fracture, effective properties.

The deformation and fracture of the mesovolumes of porous alumina ceramics during uniaxial tension were numerically simulated. The porous structure of the mesovolumes was obtained from the electron microscopy data and taken into account explicitly in the modeling process. The porosity of the mesovolumes was equal to 33, 26, and 17 %. Three different computer models of the mesovolumes of the same porosity were taken for each considered value of porosity. The modeling was implemented using the finite-difference method in a two-dimensional statement under plane-strain conditions. The constitutive equations accounting for damage accumulation which leads to a degradation of elastic properties were adopted. The equation defining damage accumulation kinetics was based on the calculation of effective stress of the Drucker-Prager material model with consideration for a stress state type (the Lode parameter). The mesoscopic fracture was described using the critical damage criterion. After meeting the fracture criterion, the stresses were set equal to zero, and the material ceased to resist tension but not compression. Based on the calculated results, the effect of the porous ceramic structure on the local fracture characteristics in the mesovolumes of material as well as on the macroscopic deformation diagram was analyzed. The presence of strong stress concentrators in the mesovolumes determined crack's nucleation site and affected their propagation within the modeled mesovolumes. The calculated effective elastic and strength characteristics of materials are in a good agreement with experimental data.

Financial support. The work was carried out in the framework of the Program of Fundamental Research of the State Academies of Sciences for 2013–2020, line of research III.23 (numerical calculations), and supported by Tomsk State University Competitiveness Improvement Program (development of physical and mathematical model).

MIKUSHINA Valentina Alekseevna (Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: Mikushina_93@mail.ru

SMOLIN Igor Yur'evich (Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: smolin@ispms.ru

REFERENCES

1. Mitroshin A.N., Kosmylin D.A. (2016) Keramika kak material vybora v endoprotezirovani kolennogo sustava [Ceramics as a material of choice in endoprosthesis replacement of knee joints]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Meditsinskie nauki – University proceedings. Volga region. Medical sciences*. 1. pp. 98–110.
2. Lukin E.S., Makarov N.A., Kozlov A.I., et al. (2007) Sovremennaya oksidnaya keramika i oblasti ee primeneniya [Novel oxide ceramics and fields of its application]. *Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov – Composite materials constructions*. 1. pp. 3–13.
3. Savchenko N.L., Sevostyanova I.N., Sablina T.Yu., Gomze L. Kulkov S.N. (2014) The influence of porosity on the elasticity and strength of alumina and zirconia ceramics. *AIP Conference Proceedings*. 1623. pp. 547–550. DOI: 10.1063/1.4899003.

4. Mikushina V.A., Smolin I.Yu. (2017) Modelirovanie deformatsii i razrusheniya poristoy keramiki s ispol'zovaniem raznykh kriteriev razrusheniya [Simulation of deformation and failure of porous ceramics using different fracture criteria]. *Proceedings of Tomsk State University. Physical and Mathematical Series*. 302. pp. 188–192.
5. Meille S., Lombardi M., Chevalier J., Montanaro L. (2012) Mechanical properties of porous ceramics in compression: On the transition between elastic, brittle, and cellular behavior. *Journal of the European Ceramic Society*. 32. pp. 3959–3967. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2012.05.006.
6. Le Corre V., Brusselle-Dupend N., Moreaud M. (2017) Numerical modeling of the effective ductile damage of macroporous alumina. *Mechanics of Materials*. 114. pp. 161–171. DOI: 10.1016/j.mechmat.2017.08.002.
7. Smolin A.Yu., Roman N.V., Konovalenko I.S., Eremina G.M., Buyakova S.P., Psakhie S.G. (2014) 3D simulation of dependence of mechanical properties of porous ceramics on porosity. *Engineering Fracture Mechanics*. 130. pp. 53–64. DOI: 10.1016/j.engframech.2014.04.001.
8. Mikushina V.A., Smolin I.Yu., Sidorenko Yu.N. (2017) Numerical modeling and prediction of mechanical properties of ceramic composite. *Journal of Physics: Conference Series*. 919. pp. 012013-1–012013-5. DOI: 10.1088/1742-6596/919/1/012013.
9. Smolin I.Yu., Makarov P.V., Eremin M.O., Matyko K.S. (2016) Numerical simulation of mesomechanical behavior of porous brittle materials. *Procedia Structural Integrity*. 2. pp. 3353–3360. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.418.
10. Romanova V.A., Soppa E., Schmauder S., Balokhonov R.R. (2005) Meso-mechanical analysis of the elasto-plastic behavior of a 3D composite-structure under tension. *Computational Mechanics*. 36. pp. 475–483. DOI: 10.1007/s00466-005-0682-5.
11. Panin A.V., Romanova V.A., Balokhonov R.R., Perevalova O.B., Sinyakova E.A., Emelyanova O.S., Leontieva-Smirnova M.V., Karpenko N.I. (2012) Mesoscopic surface folding in EK-181 steel polycrystals under uniaxial tension. *Physical Mesomechanics*. 15. pp. 94–103. DOI: 10.1134/S1029959912010109.
12. Volegov P.S., Gribov D.S., Trusov P.V. (2017) Damage and fracture: Classical continuum theories. *Physical Mesomechanics*. 20. pp. 157–173. DOI: 10.1134/S1029959917020060.
13. Kulkov A.S., Smolin I.Yu., Mikushina V.A. (2018) Investigation of mechanical response of Al_2O_3 ceramic specimens to loading with consideration for their structural features. *AIP Conference Proceedings*. 2051. pp. 020162-1–020162-4. DOI: 10.1063/1.5083405.
14. Properties: Alumina – Aluminium Oxide – Al_2O_3 – A Refractory Ceramic Oxide. Access mode: <https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=52>.
15. Vil'deman V.E., Sokolkin Yu.V., Tashkinov A.A. (1997) *Mekhanika neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of inelastic deformation and failure of composite materials]. Moscow: Nauka.
16. Smolin I.Yu., Eremin M.O., Makarov P.V., Buyakova S.P., Kulkov S.N., Evtushenko E.P. (2013) Chislennoe modelirovanie mekhanicheskogo povedeniya model'nykh khrupkikh poristykh materialov na mezourovne [Numerical modelling of mechanical behaviour of model brittle porous materials at mesoscale]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mehanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 5(25). pp. 78–90.
17. Eremin M.O. (2016) Numerical simulation of fracture of $\text{ZrO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3$ ceramic composites. *Physical Mesomechanics*. 19(4). pp. 452–458. DOI: 10.1134/S1029959916040111.
18. Smolin I.Yu., Makarov P.V., Kulkov A.S., Eremin M.O., Bakeev R.A. (2018) Blow-up modes in fracture of rock samples and earth's crust elements. *Physical Mesomechanics*. 21(4). pp. 297–304. DOI: 10.1134/S1029959918040033.
19. Wilkins M.L. (1999) *Computer Simulation of Dynamic Phenomena*. Berlin: Springer-Verlag.

Received: February 8, 2018