

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ СО РАН им. В.Е. ЗУЕВА



НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР

**МАТЕРИАЛЫ
ДВЕНАДЦАТОЙ КОНФЕРЕНЦИИ С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ
4–8 июня 2018 г.**

*Мероприятие проведено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-20033)*

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2018

Подчеркнем, что вопросам функционирования потоков событий в условиях детерминированного мёртвого времени посвящено большое количество работ, приведем одну из них [1]. Однако достаточно открытым остаётся вопрос изучения потоков событий, когда мёртвое время является случайной величиной. Здесь отметим работу [2], в которой решается задача оценки параметра распределения непродлевающегося мёртвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий, и работу [3], в которой находятся приближённые формулы для начальных моментов общего периода ненаблюдаемости в пуассоновском потоке событий при наличии продлевающегося случайного мёртвого времени.

Рассматривается ситуация, когда общий период ненаблюдаемости ξ порождается i ($i=1,2,\dots$) последовательными событиями исходного пуассоновского потока, что является $(i-1)$ -кратным продлением случайного мёртвого времени. Выводится явная формула плотности вероятности $p_i(\xi)$ общего периода ненаблюдаемости, порожденного i событиями исходного потока:

$$p_1(\xi) = \alpha e^{-\alpha\xi}, \quad \xi \geq 0;$$

$$p_i(\xi) = \frac{i\alpha\lambda^{i-1}}{(i-2)!} e^{-\lambda\xi} \int_0^\xi (\xi-x)^{i-2} e^{(\lambda-\alpha)x} (1-e^{-\alpha x})^{i-1} dx, \quad \xi \geq 0, i=2, 3, \dots$$

При этом условное математическое ожидание $M(\xi|i)$ определяется формулой:

$$M(\xi|i) = \int_0^\infty \xi p_i(\xi) d\xi = \frac{1}{\alpha} \sum_{k=1}^i \frac{1}{k} + \frac{i-1}{\lambda}, \quad i=1, 2, \dots$$

Литература

1. Горцев А.М., Соловьёв А.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов потока физических событий при непродлевающемся мёртвом времени // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57, № 7. С. 103–111.
2. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценивание параметра непродлевающегося мёртвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 40. С. 32–40.
3. Глухова Е.В., Терпугов А.Ф. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий при наличии продлевающегося мёртвого времени // Известия высших учебных заведений. Физика. 1995. Т. 38, № 3. С. 22–31.

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ДЛЯ МОДЕЛИ КРАМЕРА-ЛУНДБЕРГА С ММР-ПОТОКОМ СТРАХОВЫХ ВЫПЛАТ

К.И. Ливиниц

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия
kim47@mail.ru

Стандартной задачей актуарной математики является задача вычисления вероятности разорения страховой компании, т.е. вероятности ситуации, когда страховая компания не может исполнять свои финансовые обязательства ввиду отсутствия денежных средств при различных предположениях о потоках, поступающих в компанию страховых премий и страховых выплат, производимых страховой компанией.

Сложность состоит, как правило, в нахождении явных решений соответствующих интегро-дифференциальных уравнений, определяющих вероятность разорения. Поэтому представляет интерес нахождение оценок для вероятности разорения, для построения которых не нужно решать соответствующие уравнения. В настоящей работе предлагается и исследуется оценка вероятности разорения страховой компании для модели Крамера-Лундберга с ММР-потоком страховых выплат [1, 2].

Модель Крамера-Лундберга с ММР-потоком страховых выплат строится при следующих предположениях [1,2]: процесс поступления страховых премий в компанию считается детерминированным, за время t приращение капитала равно Ct , где C – количество средств, поступивших в компанию в единицу времени, страховые выплаты – независимые, одинаково распределенные случайные величины с плотностью распределения $\Psi(x)$ и моментами $M\{x^k\} = a_k$, $k=1,2,\dots$, моменты наступления страховых выплат образуют ММР-поток с интенсивностью $\lambda(t)$. Интенсивность $\lambda(t)$ является однородной цепью Маркова с непрерывным временем и m состояниями $\lambda(t) = \lambda_i$. Пусть $S(t)$ – капитал компании (процесс риска) в момент времени t . Определим $T = \inf\{t: S(t) < 0\}$ и $T = \infty$, если $S(t) \geq 0 \forall t$. Случайная величина T есть момент разорения, а $P(S) = \Pr\{T < \infty | S(0) = S\}$ – вероятность разорения страховой компании. Для рассматриваемой модели процесс

риска $S(t) = S(0) + Ct - \sum_{k=1}^{n(t)} y_k$, $n(t)$ – число страховых выплат к моменту времени t , y_j – величина j -й страховой выплаты. Для классической модели Крамера-Лундберга известна оценка вероятности разорения De Vylder [3], которая основана на идее замены истинного процесса риска с произвольным распределением страховых выплат на процесс риска, в котором страховые выплаты имеют экспоненциальное распределение с параметром $\hat{a}$, а параметры аппроксимирующего процесса $\hat{a}, \hat{\lambda}, \hat{C}$ подобраны так, чтобы три первых момента у истинного и аппроксимирующего процессов риска совпадали. За оценку вероятности разорения при этом принимается вероятность разорения, соответствующая аппроксимирующему процессу. Воспользуемся этой идеей. Пусть поток страховых выплат является пуассоновским с интенсивностью $\hat{\lambda}$, скорость поступления страховых премий равна $\hat{C} = (1 + \hat{\theta})\hat{\lambda}\hat{a}$. Тогда, как хорошо известно, вероятность разорения страховой компании

$$P(S) = \frac{1}{1 + \hat{\theta}} e^{-\frac{\hat{\theta}}{(1 + \hat{\theta})\hat{a}} S}. \quad (1)$$

Соотношение (1) принимается за оценку вероятности разорения. Рассмотрены примеры, позволяющие оценить качество предлагаемой оценки.

Литература

1. Лившиц К.И., Бублик Я.С. Вероятность разорения страховой компании при дважды стохастическом потоке страховых выплат // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1(10). С. 66–77.
2. Лившиц К.И., Бублик Я.С. Распределение условного времени до разорения страховой компании при дважды стохастическом потоке страховых выплат // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 4 (13). С. 15–23.
3. Grandell J. Simple approximation of ruin probabilities // Insurance: Mathematics and Economics. 2000. V. 26. P. 157–173.