МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

# МАТЕРИАЛЫ

**VI Международной молодежной
научной конференции**

# «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

**Томск, 24–26 мая 2018 г.**

*Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2018

$$+j\kappa_2\sum_{i=1}^{2}p_i^2\left(u_i+z_ia_{1i}\right)^2b_i+\sum_{i=1}^{2}\sum_{\substack{g=1\\g\neq i}}^{2}p_ip_g\left(u_i+z_ia_{1i}\right)\left(u_g+z_ga_{1g}\right)b_ib_g\right\},$$

где $\kappa_2=\mathbf{f}_2\left(\mathbf{\Lambda}-\kappa_1\mathbf{I}\right)\mathbf{e}$, $a_{2i}=\int_0^\infty y^2dG_i(y)$, а вектор-строка $\mathbf{f}_2$ удовлетворяет линейной матричной системе уравнений

$$\begin{cases}\mathbf{f_2Q}=\mathbf{r}\left(\kappa_1\mathbf{I}-\mathbf{\Lambda}\right),\\ \mathbf{f_2e}=0.\end{cases}$$

Полученное выражение будем называть асимптотикой второго порядка числа занятых приборов и объёмов ресурсов каждого типа в системе MMPP$^{(V1,V2)}$|GI|∞ в момент времени $t$.

### Заключение

В работе рассмотрена математическая модель СМО MMPP$^{(V1,V2)}$|GI|∞, с помощью метода асимптотического анализа получены асимптотические приближения моментов первого и второго порядка числа занятых приборов и объёмов ресурса, требуемого заявками, двух типов в рассматриваемой системе в условии эквивалентного роста времени обслуживания.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Lisovskaya E., Moiseeva S., Pagano M., Potatueva V.* Study of the MMPP/GI/ Queueing System with Random Customers’ Capacities // Informatics and Applications. – 2017. – Vol. 11, No. 4. – P. 111–119.

2. *Боровков А.А.* Асимптотические методы в теории массового обслуживания. – М.: Наука, 1980. – 382 с.

3. *Моисеев А.Н., Назаров А.А.* Бесконечнолинейные системы и сети массового обслуживания // Томск: Изд-во НТЛ, 2015. – 240 с.

4. *Моисеева С.П.* Разработка методов исследования математических моделей немарковских систем обслуживания с неограниченным числом приборов и непуассоновскими входящими потоками: дис. д-р. физ.-мат. наук: 05.13.18. – Томск, 2014. – 280 с.

5. *Назаров А.А., Терпугов А.Ф.* Теория массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2005. – 228 с.

6. *Назаров А.А.* Асимптотический анализ марковизируемых систем. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1991. – 153 с.

7. *Назаров А.А., Моисеева С.П.* Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.

8. *Панкратова Е.В.* Исследование системы массового обслуживания GI/GI/∞ с двумя типами заявок // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2015): материалы XIV Междунар. конф. им. А.Ф. Терпугова (Анжеро-Судженск, 18–22 ноября 2015). – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2015. – Ч. 1. – С. 152.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ MMPP(n)|M(n)|∞ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

**Е.П. Полин, С.П. Моисеева**
*Томский государственный университет*
polin_evgeny@mail.ru, smoiseeva@mail.ru

### Введение

Развитие техники, телефонии, спутниковых, компьютерных, беспроводных и мобильных сетей связи привело к необходимости применения более адекватных математических моделей процессов передачи и обработки данных и дало существенный толчок к развитию исследований систем с изменяемыми параметрами [1]. Особенно актуальным представляется исследование таких систем при оценке ситуации и организации управления в современных и перспективных информационно-вычислительных сетях и сетях связи.

Большинство современных технических систем, в том числе систем передачи информации и телекоммуникационных систем, функционируют в условиях изменяющейся внешней среды, которые носят как регулярный, так и случайный характер [2]. Такие системы в теории массового обслуживания называются системами массового обслуживания (СМО) в случайной среде [3]. Эти СМО более адекватно по сравнению с классическими марковскими системами отображают реальные процессы, связанные с изменяющейся во времени внешней случайной средой и реакцией самой системы на эти изменения.

В данной статье приводится исследование методом моментов [4] системы массового обслуживания, функционирующей в условиях изменяющейся внешней среды.

## 1. Постановка задачи

Рассматривается неоднородная система массового обслуживания с неограниченным числом приборов, функционирующая в случайной среде (рис. 1).

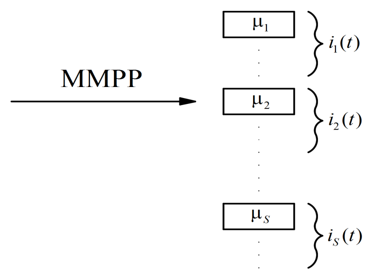


Рис. 1. Система массового обслуживания MMPP(n)|M(n)|∞

Входящий ММMР-поток задается матрицами $(\mathbf{Q},\mathbf{\Lambda})$, где $\mathbf{Q}$ – матрица инфинитезимальных характеристик управляющей цепи Маркова $s(t)$, $\mathbf{\Lambda}$ – матрица интенсивностей. Дисциплина обслуживания определяется следующим образом: если заявка поступает с интенсивностью $\lambda_n$, то она обслуживается случайное время, распределённое по экспоненциальному закону $F(x)=1-e^{-\mu_n x}$, не меняющееся при изменении состояния среды.

Таким образом, ставится задача исследования многомерного случайного процесса $\mathbf{i}(t)=\left[i_1(t),i_2(t),...,i_S(t)\right]$ – числа занятых приборов разного типа в системе.

Так как $\left\{i_1(t),i_2(t),...,i_S(t)\right\}$ – немарковский случайный процесс, будем рассматривать многомерную цепь Маркова $\left\{i_1(t),i_2(t),...,i_S(t),s(t)\right\}$.

## 2. Система дифференциальных уравнений Колмогорова

Обозначим $P\left(i_1,i_2,...,i_S,n,t\right)=P\left\{i_1(t)=i_1,i_2(t)=i_2,...i_S(t)=i_S,s(t)=n\right\}$, $\mathbf{e}_1=\left[1,0,...,0\right]$, $\mathbf{e}_2=\left[0,1,...,0\right]$,..., $\mathbf{e}_l=\left[0,0,...,1,...,0\right]$, тогда для распределения вероятностей получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\frac{\partial P(\mathbf{i},n,t)}{\partial t}=-\left(\lambda_n+\sum_{l=1}^{S}\mu_l i_l\right)P(\mathbf{i},n,t)+\lambda_n P\left(\mathbf{i}-\mathbf{e}_n,n,t\right)+$$
$$+\sum_{l=1}^{S}\mu_l\left(i_l+1\right)P\left(\mathbf{i}+\mathbf{e}_l,n,t\right)+\sum_{\nu}q_{\nu n}P(\mathbf{i},\nu,t),\ n=\overline{1,S}.$$

Для стационарного распределения вероятностей $P(\mathbf{i},n)\equiv P(\mathbf{i},n,t)$ перепишем данную систему в виде

$$-\left(\lambda_n+\sum_{l=1}^{S}\mu_l i_l\right)P(\mathbf{i},n)+\lambda_n P\left(\mathbf{i}-\mathbf{e}_n,n\right)+\sum_{l=1}^{S}\mu_l\left(i_l+1\right)P\left(\mathbf{i}+\mathbf{e}_l,n\right)+\sum_{\nu}q_{\nu n}P(\mathbf{i},\nu)=0,\ n=\overline{1,S}.$$

Тогда для частичных характеристических функций вида

$$H\left(u_1,u_2,...,u_S,n\right)=H(\mathbf{u},n)=\sum e^{ju_1i_1}\sum e^{ju_2i_2}...\sum e^{ju_Si_S}P(\mathbf{i},n),\ n=\overline{1,S}$$

имеем следующую систему уравнений

$$j\sum_{k=1}^{S}\mu_k\left(e^{-ju_k}-1\right)\frac{\partial H(\mathbf{u},n)}{\partial u_k}=\lambda_n H(\mathbf{u},n)\left(e^{ju_n}-1\right)+\sum_{\nu}q_{\nu n}H(\mathbf{u},\nu),\ n=\overline{1,S}.$$

Систему уравнений для $H(\mathbf{u},n)$ в матричном виде запишем следующим образом:

$$j\mu(\mathbf{u})\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}=\mathbf{h}(\mathbf{u})\left(\Lambda(\mathbf{u})+\mathbf{Q}\right), \tag{1}$$

где

$$\mathbf{h}(\mathbf{u})=\left[H(\mathbf{u},1),H(\mathbf{u},2)...H(\mathbf{u},S)\right],\ \mu(\mathbf{u})=\left[\mu_1\left(e^{-ju_1}-1\right)\quad \mu_2\left(e^{-ju_2}-1\right)\quad ...\quad \mu_S\left(e^{-ju_S}-1\right)\right],$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}=\begin{bmatrix}\frac{\partial H(\mathbf{u},1)}{\partial u_1} & ... & \frac{\partial H(\mathbf{u},S)}{\partial u_1}\\ ... & ... & ...\\ \frac{\partial H(\mathbf{u},1)}{\partial u_S} & ... & \frac{\partial H(\mathbf{u},S)}{\partial u_S}\end{bmatrix},\ \Lambda(\mathbf{u})=\begin{bmatrix}\lambda_1\left(e^{ju_1}-1\right) & 0 & ... & 0\\ 0 & \lambda_2\left(e^{ju_2}-1\right) & ... & 0\\ ... & ... & ... & ...\\ 0 & 0 & ... & \lambda_S\left(e^{ju_S}-1\right)\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix}q_{11} & ... & q_{1S}\\ ... & ... & ...\\ q_{S1} & ... & q_{SS}\end{bmatrix}.$$

Полученная система уравнений позволяет определить основные характеристики рассматриваемой системы.

## 3. Моменты первого порядка

Для нахождения начальных моментов первого порядка продифференцируем систему (1) по $\mathbf{u}$, в результате дифференцирования получим уравнение

$$j\left(\frac{\partial \mu(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}\cdot\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}+\mu(\mathbf{u})\frac{\partial^2 \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}^2}\right)=\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}\left(\Lambda(\mathbf{u})+\mathbf{Q}\right)+\mathbf{h}(\mathbf{u})\frac{\partial \Lambda(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}, \tag{2}$$

где

$$\frac{\partial \mu(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}=\begin{bmatrix}-j\mu_1 e^{-ju_1} & 0 & ... & 0\\ 0 & -j\mu_2 e^{-ju_2} & ... & 0\\ ... & ... & ... & ...\\ 0 & 0 & ... & -j\mu_S e^{-ju_S}\end{bmatrix},\ \frac{\partial \Lambda(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}=\begin{bmatrix}j\lambda_1 e^{ju_1} & 0 & ... & 0\\ 0 & j\lambda_2 e^{ju_2} & ... & 0\\ ... & ... & ... & ...\\ 0 & 0 & ... & j\lambda_S e^{ju_S}\end{bmatrix}.$$

В уравнение (2) подставим $\mathbf{u}=\mathbf{0}$, получим следующую систему уравнений для нахождения моментов первого порядка

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{M}-\mathbf{M}\cdot\mathbf{Q}=\mathbf{R}\Lambda, \tag{3}$$

где $\mathbf{M}=\begin{bmatrix}m_1^{(1)}(1) & ... & m_1^{(1)}(S)\\ ... & ... & ...\\ m_1^{(S)}(1) & ... & m_1^{(S)}(S)\end{bmatrix}$ – матрица условных моментов первого порядка,

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mu_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \mu_2 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \mu_S\end{bmatrix},\ \mathbf{\Lambda}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \lambda_S\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}=\begin{bmatrix}R_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & R_2 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & R_S\end{bmatrix},\ \mathbf{Q}=\begin{bmatrix}q_{11} & \dots & q_{1S}\\ \dots & \dots & \dots\\ q_{S1} & \dots & q_{SS}\end{bmatrix}.$$

Домножив уравнение (3) на единичный вектор-столбец и учитывая, что $\mathbf{Qe}=\mathbf{0}$, получим $\mathbf{Am}=\mathbf{R\Lambda e}$, откуда $\mathbf{m}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{R\Lambda e}$ . Здесь $\mathbf{m}=\begin{bmatrix}m_1^1\\ \vdots\\ m_1^s\end{bmatrix}$ – вектор-столбец первых моментов числа занятых приборов каждого типа.

## 4. Моменты второго порядка

Для нахождения моментов второго порядка продифференцируем систему (2) по **u**, в результате дифференцирования получим уравнение

$$\begin{gathered}j\left(\frac{\partial^2\boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^2}\cdot\frac{\partial\mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}}+2\frac{\partial\boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}}\cdot\frac{\partial^2\mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^2}+\boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})\frac{\partial^3\mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^3}\right)=\\ =\frac{\partial^2\mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^2}\big(\Lambda(\mathbf{u})+\mathbf{Q}\big)+2\frac{\partial\mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}}\cdot\frac{\partial\Lambda(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}}+\mathbf{h}(\mathbf{u})\frac{\partial^2\Lambda(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^2},\end{gathered}\tag{4}$$

где

$$\frac{\partial^2\mathbf{h}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^2}=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2H(\mathbf{u},1)}{\partial u_1^{\,2}} & \dots & \frac{\partial^2H(\mathbf{u},S)}{\partial u_1^{\,2}}\\ \dots & \dots & \dots\\ \frac{\partial^2H(\mathbf{u},1)}{\partial u_S^{\,2}} & \dots & \frac{\partial^2H(\mathbf{u},S)}{\partial u_S^{\,2}}\end{bmatrix},\ \frac{\partial^2\boldsymbol{\mu}(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^2}=\begin{bmatrix}j^2\mu_1e^{-ju_1} & 0 & \dots & 0\\ 0 & j^2\mu_2e^{-ju_2} & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & j^2\mu_Se^{-ju_S}\end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial^2\Lambda(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{u}^2}=\begin{bmatrix}j^2\lambda_1e^{ju_1} & 0 & \dots & 0\\ 0 & j^2\lambda_2e^{ju_2} & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & j^2\lambda_Se^{ju_S}\end{bmatrix}.$$

В уравнение (4) подставим $\mathbf{u}=\mathbf{0}$, получим следующую систему уравнений для нахождения моментов второго порядка $2\mathbf{A}\cdot\mathbf{M}_2-\mathbf{M}_2\mathbf{Q}=2\mathbf{M}\cdot\mathbf{\Lambda}+\mathbf{A}\cdot\mathbf{M}+\mathbf{R\Lambda}$, где $\mathbf{M}_2=\begin{bmatrix}m_2^{(1)}(1) & \dots & m_2^{(1)}(S)\\ \dots & \dots & \dots\\ m_2^{(S)}(1) & \dots & m_2^{(S)}(S)\end{bmatrix}$ – матрица условных моментов второго порядка.

## 5. Моменты первого и второго порядков системы MMPP(2)|M(2)|∞

Рассмотрим частный случай исследуемой системы, при котором изменяющаяся внешняя среда принимает только два различных состояния.

Для распределения вероятностей $P(i_1,i_2,s,n)=P\{i_1(t)=i_1,i_2(t)=i_2,s(t)=n\}$ можно записать следующую систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\frac{\partial P(i_1,i_2,1,t)}{\partial t}=\lambda_1 P(i_1-1,i_2,1,t)+\{\mu_1(i_1+1)P(i_1+1,i_2,1,t)+\mu_2(i_2+1)P(i_1,i_2+1,1,t)\}-$$
$$-(\lambda_1+\{i_1\mu_1+i_2\mu_2\})P(i_1,i_2,1,t)+q_{11}P(i_1,i_2,1,t)+q_{21}P(i_1,i_2,2,t),$$
$$\frac{\partial P(i_1,i_2,2,t)}{\partial t}=\lambda_2 P(i_1-1,i_2,2,t)+\{\mu_1(i_1+1)P(i_1+1,i_2,2,t)+\mu_2(i_2+1)P(i_1,i_2+1,2,t)\}-$$
$$-(\lambda_2+\{i_1\mu_1+i_2\mu_2\})P(i_1,i_2,2,t)+q_{12}P(i_1,i_2,1,t)+q_{22}P(i_1,i_2,2,t).$$

В стационарном режиме эта система принимает вид:

$$0=\lambda_1 P(i_1-1,i_2,1)+\{\mu_1(i_1+1)P(i_1+1,i_2,1)+\mu_2(i_2+1)P(i_1,i_2+1,1)\}-$$
$$-(\lambda_1+\{i_1\mu_1+i_2\mu_2\})P(i_1,i_2,1)+q_{11}P(i_1,i_2,1)+q_{21}P(i_1,i_2,2),$$
$$0=\lambda_2 P(i_1-1,i_2,2)+\{\mu_1(i_1+1)P(i_1+1,i_2,2)+\mu_2(i_2+1)P(i_1,i_2+1,2)\}-$$
$$-(\lambda_2+\{i_1\mu_1+i_2\mu_2\})P(i_1,i_2,2)+q_{12}P(i_1,i_2,1)+q_{22}P(i_1,i_2,2).$$

Введём частичные характеристические функции: $H(u_1,u_2,n)=\sum_{i_1=0}^{\infty}e^{ju_1i_1}\sum_{i_2=0}^{\infty}e^{ju_2i_2}P(i_1,i_2,n)$, $n=1,2$. Домножив на $e^{ju_ni_n}$, $n=1,2$ и просуммировав по $i$ от 0 до ∞, получим систему уравнений для частичных характеристических функций:

$$\begin{aligned}&j\left\{\mu_1\frac{\partial H(u_1,u_2,1)}{\partial u_1}\left(e^{-ju_1}-1\right)+\mu_2\frac{\partial H(u_1,u_2,1)}{\partial u_2}\left(e^{-ju_2}-1\right)\right\}=\\&=\lambda_1 H(u_1,u_2,1)\left(e^{ju_1}-1\right)+q_{11}H(u_1,u_2,1)+q_{21}H(u_1,u_2,2),\\&j\left\{\mu_1\frac{\partial H(u_1,u_2,2)}{\partial u_1}\left(e^{-ju_1}-1\right)+\mu_2\frac{\partial H(u_1,u_2,2)}{\partial u_2}\left(e^{-ju_2}-1\right)\right\}=\\&=\lambda_2 H(u_1,u_2,2)\left(e^{ju_2}-1\right)+q_{12}H(u_1,u_2,1)+q_{22}H(u_1,u_2,2).\end{aligned}\qquad(5)$$

Продиффиренцируем систему (5) по $u_1$ и $u_2$, в полученных выражениях положим $u_1=0$ и $u_2=0$. Получим систему уравнений для нахождения моментов первого порядка:

$$\begin{aligned}&\mu_1 m_1^{(1)}(1)=\lambda_1 R_1+q_{11}m_1^{(1)}(1)+q_{21}m_1^{(1)}(2),\\&\mu_2 m_1^{(2)}(1)=q_{11}m_1^{(2)}(1)+q_{21}m_1^{(2)}(2),\\&\mu_1 m_1^{(1)}(2)=q_{12}m_1^{(1)}(1)+q_{22}m_1^{(1)}(2),\\&\mu_2 m_1^{(2)}(2)=\lambda_2 R_2+q_{12}m_1^{(2)}(1)+q_{22}m_1^{(2)}(2).\end{aligned}$$

Для нахождения моментов второго порядка дважды продифференцируем систему (5) по $u_1$ и $u_2$ и в полученных выражениях положим $u_1=0$ и $u_2=0$. Система уравнений для моментов второго порядка и смешанных моментов имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&2\mu_1 m_2^{(1)}(1)-\mu_1 m_1^{(1)}(1)=q_{11}m_2^{(1)}(1)+q_{21}m_2^{(1)}(2)+2\lambda_1 m_1^{(1)}(1)+\lambda_1 R_1,\\
&2\mu_1 m_2^{(1)}(2)-\mu_1 m_1^{(1)}(2)=q_{12}m_2^{(1)}(1)+q_{22}m_2^{(1)}(2),\\
&\mu_2 m_{1,2}(1)+\mu_1 m_{1,2}(1)=q_{11}m_{1,2}(1)+q_{21}m_{1,2}(2)+\lambda_1 m_1^{(2)}(1),\\
&\mu_2 m_{1,2}(2)+\mu_1 m_{1,2}(2)=q_{12}m_{1,2}(1)+q_{22}m_{1,2}(2)+\lambda_2 m_1^{(1)}(2),\\
&2\mu_2 m_2^{(2)}(1)-\mu_2 m_1^{(2)}(1)=q_{11}m_2^{(2)}(1)+q_{21}m_2^{(2)}(2),\\
&2\mu_2 m_2^{(2)}(2)-\mu_2 m_1^{(2)}(2)=q_{12}m_2^{(2)}(1)+q_{22}m_2^{(2)}(1)+2\lambda_2 m_1^{(2)}(2)+\lambda_2 R_2.
\end{aligned}
, \qquad (6)
$$

Решая систему (6), получим выражения для моментов второго порядка:

$$
m_2^{(1)}=\frac{1}{2\mu_1}\left\{2\lambda_1 m_1^{(1)}(1)-\lambda_1 R_1-\mu_1\left(m_1^{(1)}(1)+m_1^{(1)}(2)\right)\right\},
$$

$$
m_2^{(2)}=\frac{1}{2\mu_2}\left\{2\lambda_2 m_1^{(2)}(2)-\lambda_2 R_2-\mu_2\left(m_1^{(2)}(1)+m_1^{(2)}(2)\right)\right\}.
$$

Таким образом, можно записать решение в общем виде для произвольного числа состояний внешней среды:

$$
m_2^{(n)}=\frac{1}{2\mu_n}\left\{2\lambda_n m_1^{(n)}(n)-\lambda_n R_n-\mu_n\left(m_1^{(n)}(1)+m_1^{(n)}(2)+...+m_1^{(n)}(S)\right)\right\},\ n=\overline{1,S},
$$

где $S$ – число состояний.

### Заключение

В данной работе рассмотрена математическая модель системы MMPP(n)|M(n)|∞, функционирующей в условии изменяющейся внешней среды, методом моментов получены уравнения для нахождения моментов первого и второго порядков, исследован частный случай рассматриваемой системы для двух состояний изменяющейся внешней среды.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Дудин С.А., Дудина О.С.* Многоканальная система обслуживания с марковским входным потоком нетерпеливых запросов, функционирующая в случайной среде // Информатика. Математическое моделирование. – 2015. – №1. – С. 45–55.
2. *Моисеева С.П., Полин Е.П.* Исследование математической модели бесконечнолинейной СМО с входящим MAP-потоком переменной интенсивности // Проблемы оптимизации сложных систем: сборник докладов Двенадцатой международной азиатской школы-семинара. Новосибирск, Академгородок, 12-16 декабря 2016 г. – Новосибирск, 2016. – С. 380–384.
3. *Коротаев И.А., Спивак Л.Р.* Системы массового обслуживания в полумарковской случайной среде // Автоматика и телемеханика. – 1992. – №7. – С. 86–92.
4. *Назаров А.А., Терпугов А.Ф.* Теория массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2005. – 228 с.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ MMPP|GI|∞ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

**С.А. Сеченова**
*Томский государственный университет*
sechenovasofi@mail.ru

### Введение

Системы массового обслуживания (СМО) с заявками случайного объёма позволяют решать задачи проектирования информационных систем, объектом преобразования в которых является информация, поступающая порциями в виде дискретных или непрерывных сообщений. Сообщения или заявки обладают различным информационным объёмом, который представляет собой случайную величину.

Задача исследования СМО, в которых каждая поступающая в систему заявка наряду со случайной длиной имеет случайный объём, причем суммарный объём всех находящихся в системе заявок ограничен, как было замечено еще в работах [1,8,9], играет