

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МАТЕРИАЛЫ**  
**VI Международной молодежной**  
**научной конференции**  
**«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ**  
**И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**  
**ИНФОРМАЦИОННЫХ,**  
**ТЕХНИЧЕСКИХ**  
**И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

**Томск, 24–26 мая 2018 г.**

*Под общей редакцией*  
*кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск  
Издательский Дом Томского государственного университета  
2018

# АВС-АНАЛИЗ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФИЦИТА

Ж.Н. Зенкова, А.Н. Козлов

Томский государственный университет  
zhanna.zenkova@mail.tsu.ru, kozlov\_alexey96@mail.ru

## Введение

На сегодняшний день процедура АВС-анализа пользуется весьма большой популярностью, особенно в маркетинге и логистике, в частности, при анализе ассортимента и в управлении запасами [1–3].

АВС-анализ – это ранжирование ассортимента по разным параметрам. Он основан на правиле Парето (20/80), согласно которому 20% товарных позиций (группа А) обеспечивают предприятию 80% выручки или прибыли. Ранжировать таким образом можно и поставщиков, и складские запасы, и покупателей. Результатом АВС-анализа является группировка объектов по степени влияния на общий результат. Товары, клиенты, поставщики, попавшие в группу А, являются наиболее значимыми для организации.

Зачастую аналитики и менеджеры совершают ошибки, если в анализируемых данных имеются цензурированные значения. Такая проблема возникает, если имеется информация о дефиците какого-либо товара, объём продаж которого указывается в базах данных как константа, в то время как реальный спрос на него был заведомо больше – покупатели приобрели всё, что было на полках, и некоторым из них товара просто не хватило. Игнорируя факт наличия дефицита и проводя АВС-анализ так же, как и при полных данных, аналитики сталкиваются с недооценкой размера поставки нужного товара в определенной группе, а это в свою очередь влечёт к финансовым потерям в связи с неправильными подходами к закупкам и организации хранения ассортимента.

## 1. Метод АВС-анализа

Классический метод АВС-анализа применяется согласно следующему алгоритму: рассматривается прибыль или выручка от продажи  $M$  товаров  $R_i$ ,  $i = \overline{1, M}$ , за некоторый период [1], далее:

1. Исходные данные сортируются в порядке убывания выручки:  $R_1 \geq R_2 \geq \dots \geq R_M$ .

2. Для  $i = \overline{1, M}$  вычисляется доля каждого показателя в общем итоге  $d_i = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^M R_i}$ .

3. Для  $i = \overline{1, M}$  рассчитывается кумулятивная доля  $S_i = S_{i-1} + d_i$ , где  $S_0 = 0$ .

4. Если  $S_i \leq 0.8$ , то это товар из наиболее значимой группы А, дефицит в которой недопустим и ведёт к потере прибыли; если  $0.8 < S_i \leq 0.95$ , то товар относят к менее значимой группе В; если  $S_i > 0.95$ , то это товар наименее значимой группы С, вносящий минимальный вклад в общую выручку или прибыль, дефицит такого товара вполне допустим.

Пусть в течение исследуемого периода цены на товары  $p_j$  не менялись, при этом рассмотрим  $\xi_j$ ,  $j = \overline{1, M}$  – уровень спроса на  $j$ -й товар – как случайные величины (с.в.) с функциями распределения (ф.р.)  $F_j(x) = P(\xi_j < x)$ ,  $X = (X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{Nj})$  – выборка объёма  $N$  – значения продаж товара  $j$ -го за  $N$  дней (недель или месяцев). Тогда выручка от продажи  $j$ -го товара может быть представлена как

$$R_j = p_j N \overline{X_j}, \quad (1)$$

где  $\bar{X}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{ij}$  – средний уровень продаж  $j$ -го товара, который фактически получается путём подстановки [4] эмпирической функции распределения (э.ф.р.) в функционал математического ожидания  $M\xi_j = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_j(x)$ .

## 2. ABC-анализ по цензурированным данным без учета цензурирования

Пусть в имеющихся данных о продажах имеются цензурированные значения [5–8], т.е. наблюдался дефицит по некоторым позициям. Проиллюстрируем подход к расчетам на примере одного товара (опустим индекс  $j$ ). При этом выборка принимает вид  $(X, I) = \{(X_1, I_1), \dots, (X_N, I_N)\}$ , где для  $i = \overline{1, N}$

$$I_i = \begin{cases} 0, & X_i \text{ – полное наблюдение (дефицита не было),} \\ 1, & X_i \text{ – наблюдение до цензурирования, } X_i = T_1 \text{ (дефицит был),} \end{cases}$$

$T_1$  – значение цензуры.

Для простоты рассмотрим следующую схему цензурирования: количество неполных наблюдений в интервале  $(T_1, +\infty)$  – с.в., численно равная доле  $g$ ,  $0 < g < 1$ , от числа наблюдаемых объектов в конце интервала  $[0, T_1]$ ,  $T_1$  не случайно.

Классически фактор дефицита никак не учитывается при классификации, при этом фактически значение цензуры рассматриваются как полное наблюдение и в качестве оценки ф.р. используется

$$F_{N, T_1}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C(x - X_i), \quad (2)$$

которая обладает свойствами [9, 10]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} MF_{N, T_1}(t) = \begin{cases} F(t), & t \leq T_1, \\ g + F(t)(1 - g), & t > T_1, \end{cases}$$

$$\sigma_{N, T_1}^2(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} NDF_{N, T_1}(t) = \begin{cases} F(t)(1 - F(t)), & t \leq T_1, \\ \frac{(1 - g)(1 - F(t))}{1 - p} (1 - p(1 - g))(F(t) - pg), & t > T_1. \end{cases}$$

Оценка математического ожидания (м.о.) (в данном случае – средней продажи) при этом определяется методом подстановки (2) в функционал м.о. следующим образом:

$$\bar{X}_{N, T_1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i. \quad (3)$$

Исследуем м.о. оценки (3). Рассмотрим

$$\begin{aligned} M\bar{X}_{N, T_1} &= M\left(M\left(X_{N, T_1} | r\right)\right) = M\left(\frac{(N - r)(1 - g)}{N} M\left(X_i I_{(X_i > T_1)}\right)\right) + \\ &+ M\left(\frac{r}{N} M\left(X_i I_{(X_i \leq T_1)}\right)\right) + M\left(\frac{(N - r)g}{N} T_1\right) = \\ &= M\left(\frac{(N - r)(1 - g)}{N} \int_{-\infty}^{\infty} x I_{(x > T_1)} d\frac{F(x) - p}{1 - p} + \frac{r}{N} \int_{-\infty}^{\infty} x I_{(x \leq T_1)} d\frac{F(x)}{p} + \frac{(N - r)g}{N} T_1\right), \end{aligned}$$

где  $r$  – количество полных наблюдений в промежутке  $[0, T_1]$ ,  $r \sim Bi(N, p)$ ,  $p = F(T_1)$ .

Зная, что  $Mr = pN$ , получаем:

$$\begin{aligned} M\bar{X}_{N,T_1} &= \frac{(N-Np)(1-g)}{N(1-p)} \int_{T_1}^{\infty} x dF(x) + \int_{-\infty}^{T_1} x dF(x) + (1-p)gT_1 = \\ &= M\xi - g \int_{T_1}^{\infty} x dF(x) + (1-p)gT_1. \end{aligned}$$

Таким образом, оценка (3) смещённая и даёт неточный результат при расчёте.

### 3. Модификация с помощью оценки Каплана – Мейера

Рассмотрим непараметрическую оценку ф.р. Каплана – Мейера, которая может быть представлена в виде [7]:

$$F_N^{\Pi}(t) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{[0,t)}(X_i) \bar{I}_i, & 0 \leq t \leq T_1, \\ \frac{r}{N} + \frac{1}{(1-g)N} \sum_{i=1}^N I_{[T_1,t)}(X_i) \bar{I}_i, & (N-r)(1-g) > 0, T_1 < t, \\ \frac{r}{N}, & (N-r)(1-g) = 0, T_1 < t. \end{cases} \quad (4)$$

Оценка м.о., как и для (3) при этом определяется методом подстановки (4) в функционал м.о. по следующей формуле:

$$\bar{X}_N^{\Pi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \bar{I}_i I_{[0,T_1]}(X_i) + \frac{1}{(1-g)N} \sum_{i=1}^N X_i \bar{I}_i I_{(T_1,+\infty)}(X_i). \quad (5)$$

Исследуем м.о. оценки (5), получим:

$$\begin{aligned} M\bar{X}_N^{\Pi} &= M\left(M\left(X_N^{\Pi} \mid r\right)\right) = \\ &= M\left(\frac{r}{N} M\left(X_i I_{(X_i \leq T_1)}\right) \mid r = \overline{1, N-1}\right) + M\left(\frac{(N-r)(1-g)}{N(1-g)} M\left(X_i I_{(X_i > T_1)}\right) \mid r = \overline{1, N-1}\right) + \\ &+ M\left(\frac{(N-0)(1-g)}{N(1-g)} M\left(X_i I_{(X_i > T_1)}\right) \mid r = 0\right) + M\left(\frac{N}{N} M\left(X_i I_{(X_i \leq T_1)}\right) \mid r = N\right) = \\ &= M\left(\frac{r}{N} M\left(X_i I_{(X_i \leq T_1)}\right) \mid r = \overline{1, N}\right) + M\left(\frac{N-r}{N} M\left(X_i I_{(X_i > T_1)}\right) \mid r = \overline{0, N-1}\right). \end{aligned}$$

Зная, что  $Mr = pN$ , будем иметь:

$$M\bar{X}_N^{\Pi} = p \int_{-\infty}^{T_1} x \frac{dF(x)}{p} + (1-p) \int_{T_1}^{\infty} x \frac{d(F(x)-p)}{1-p} = \int_{-\infty}^{T_1} x dF(x) + \int_{T_1}^{\infty} x d(F(x)-p) = M\xi,$$

из чего следует, что оценка (5) несмещённая, а значит, точнее (3).

Таким образом, при расчёте выручки (1) в методе АВС при наличии дефицита рекомендуется использовать среднюю продажу, полученную по формуле (5).

### 4. Пример

Рассмотрим модифицированный метод АВС-анализа на конкретном примере. Пусть имеются модельные данные о продажах, представленные в табл. 1. Результаты классического АВС-анализа представлены в табл. 2.

Пусть по товару «Товар 7» за февраль и май наблюдался дефицит – имевшихся в наличии 281 и 190 шт. не хватило, спрос остался не удовлетворенным. Осуществим перерасчет результатов АВС-анализа, используя описанный выше метод расчета.

Для рассматриваемого случая  $N = 6$ , т.к. продажи наблюдались в течение 6 месяцев,  $g = 0,4$  (5) при этом принимает вид:

Таблица 1

## Модельные данные о продажах

Товар, наименование	Цена у.е./шт.	Продажи, шт./мес.					
		Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Товар 1	107	396	258	260	336	218	290
Товар 2	97	79	225	153	80	422	200
Товар 3	57	180	271	216	421	132	245
Товар 4	42	205	296	399	358	333	370
Товар 5	28	447	461	295	463	454	460
Товар 6	27	499	494	297	402	471	315
Товар 7	33	178	281	291	432	190	456
Товар 8	19	292	430	491	310	204	338
Товар 9	25	312	317	284	255	215	158
Товар 10	67	99	91	95	91	101	90

Таблица 2

## Результаты ABC-анализа

Товар, наименование	Средняя продажа, шт./мес.	Выручка, у.е.	Доля выручки в общем итоге	Накопленная доля выручки в общем итоге, %	Группа
Товар 1	292,9	187466,6	0,240066368	24,01 %	A
Товар 2	192,9	111891,7	0,143286412	38,34 %	A
Товар 3	244,0	83936,0	0,107486899	49,08 %	A
Товар 4	326,4	82061,2	0,105086001	59,59 %	A
Товар 5	429,6	72341,8	0,092639622	68,86 %	A
Товар 6	412,8	67002,7	0,085802618	77,44 %	A
Товар 7	304,6	60673,0	0,077696729	85,21 %	B
Товар 8	343,8	39050,0	0,050006712	90,21 %	B
Товар 9	256,7	38705,3	0,049565339	95,16 %	C
Товар 10	94,4	37766,7	0,048363299	100,00 %	C
<b>ИТОГО:</b>		<b>780 895,2</b>			

$$\bar{X}^{\text{II}} = \frac{1}{6} \cdot 178 + \frac{1}{(1-0,4) \cdot 6} \cdot (291 + 432 + 456) = 357,1667 \text{ шт./мес.},$$

т.е. учет цензурирования позволил оценить средний спрос на товар «Товар 7» большим значением, в отличие обычного среднего – 304,6 шт./мес. (см. табл. 2). Пересчитаем новое значение выручки согласно (1):  $R = 33 \cdot 6 \cdot 357,1667 = 71147,6$  у.е.

В итоге, при пересчёте результатов ABC-анализа, мы получили несколько другое ранжирование товаров (см. табл. 3), а именно: «Товар 7» попал в группу «А», а «Товар 6» попал в группу «В». Из этого следует, что для обоих товаров требуется пересмотр закупочной политики и системы управления запасами.

Таблица 3

## Результаты ABC-анализа с учетом цензурирования

Товар, наименование	Средняя продажа, шт./мес.	Выручка, у.е.	Доля выручки в общем итоге	Накопленная доля выручки в общем итоге, %	Группа
Товар 1	292,9	187466,7	0,236889	23,69 %	A
Товар 2	192,9	111891,7	0,14139	37,83 %	A
Товар 3	244,0	83936,0	0,106064	48,43 %	A
Товар 4	326,4	82061,2	0,103695	58,80 %	A
Товар 5	429,6	72341,8	0,091413	67,95 %	A
Товар 7	357,2	71147,6	0,089904	76,94 %	A
Товар 6	412,8	67002,9	0,084667	85,40 %	B
Товар 8	343,8	39050,0	0,049345	90,34 %	B
Товар 9	256,7	38705,3	0,048909	95,23 %	C
Товар 10	94,4	37766,7	0,047723	100,00 %	C
<b>ИТОГО:</b>		<b>791 369,8</b>			

## Заключение

В данной работе был рассмотрен метод ABC-анализа, модифицированный на случай наличия дефицита. Факт дефицита рассматривался как цензурирование, для оценки функции распределения и среднего уровня продаж применялась непараметрическая оценка Каплана – Мейера, на основе модельных данных было установлено, что использование модифицированного метода даёт другие результаты ранжирования, которые нужно рассматривать как более адекватные, поскольку при модификации использовались более точные оценки статистических характеристик.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Гаджинский А.М.* Логистика: учеб. 17-е изд., перераб. и доп. – М.: Дашков и К, 2008. – 484 с.
2. *Зенкова Ж.Н.* Логистический подход в управлении предприятием. Учебно-методический комплекс. – Томский государственный университет, 2012.
3. *Зенкова Ж.Н., Стебловская А.С.* ABC-, XYZ-анализ спроса на слабоалкогольные напитки // EDUCATIO, Новосибирск, 2016. – № 7(25)–8(26). – С. 26–29.
4. *Боровков А.А.* Математическая статистика. – Новосибирск: Наука, 1997. – 772 с.
5. *Зенкова Ж.Н., Гаман М.И.* Модификация методов ABC-, XYZ-анализа на случай цензурированных данных // Материалы VII Международной конференции «Логистические системы в глобальной экономике», 16–17 марта 2017 г., Красноярск. – Красноярск, 2017. – С. 150–153.
6. *Зенкова Ж.Н., Краковецкая И.В.* Моделирование по неполным данным в логистике и маркетинге // Логистические системы в глобальной экономике: материалы Международной научно-практической конференции, 2013. – С. 98–105.
7. *Скрипник В.М., Назин А.Е., Благовещенский Ю.Г.* Анализ надежности технических систем по цензурированным выборкам. – М.: Радио и связь, 1988. – 184 с.
8. *Зенкова Ж.Н., Краковецкая И.В.* Непараметрическая оценка Тёрнбулла для интервально-цензурированных данных в маркетинговом исследовании спроса на биоэнергетические напитки // Вестник томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2013. – № 3(24). – С. 64–69.
9. *Дмитриев Ю.Г., Зенкова Ж.Н.* Об одной оценке симметричной функции распределения по цензурированной выборке // Материалы IV Всеросс. науч.-практ. конф. "Информационные технологии и математическое моделирование", Анжержо-Судженск, 2005. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005. – Ч.2. – С. 8–10.
10. *Зенкова Ж.Н.* Учет информации об  $S^a$ -равноплечной симметрии при обработке цензурированных данных // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – Томск: ТГУ, 2011. – № 2(15). – С. 32–45.

## МЕТОД ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ ШТОЦЕЛЯ ДЛЯ СЛУЧАЙНО ЦЕНЗУРИРОВАННЫХ ДАННЫХ

**А.А. Андриевская, Ж.Н. Зенкова**

*Томский государственный университет*  
annaandrievskaya@mail.ru, zhanna.zenkova@mail.tsu.ru

### Введение

Вопрос о назначении цены – стратегическая задача каждого коммерческого предприятия, т.к. цена является базовым фактором при принятии потребителем решения о покупке. От конечной цены продажи напрямую зависит прибыль предприятия, а также уровень спроса на товары и услуги. Обычно в процессе ценообразования предприятие ориентируется на затраты и целевой уровень прибыли, при этом рассчитанная цена может показаться потребителю несправедливой. Для решения этой проблемы используются методы ценообразования, ориентированные на спрос, которые позволяют рассчитать предпочитаемый потребителями ценовой диапазон.

В данной работе рассматривается метод ценообразования Штоцеля [1]. Он достаточно прост и относительно дешёв и нашел широкое применение в зарубежной маркетинговой практике, однако редко применяем российскими маркетологами. Статистические свойства метода практически не изучены.

В работе с помощью имитационного моделирования для случайно цензурированных данных исследуются свойства рассматриваемого метода, анализируются матема-