Всероссийская молодежная научная конференция «Все грани математики и механики»

(24–28 апреля 2018 г.)

Сборник тезисов докладов

Дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами, приводимые к уравнениям с постоянными коэффициентами

Сергеев Д. А., Соколов Б. В.

Томский Государственный Университет
e-mail: d.sergow@gmail.com

В работе рассматриваются линейные однородные дифференциальные уравнения вида:

$$y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + ... + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = 0.$$

Поскольку линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами всегда интегрируются в элементарных функциях при нахождении корней характеристического уравнения, то, соответственно, возникает вопрос, можно ли уравнение с переменными коэффициентами привести к уравнению с постоянными коэффициентами.

Доказывается, что если такое приведение возможно, то оно осуществляется заменой независимой переменной вида:

$$t = \psi(x) = C \int \sqrt[n]{p_n(x)}dx,$$

где C-const.

Ниже рассмотрим линейное уравнение Чебышева:

$$(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$$

Такое уравнение приводится к уравнению с постоянными коэффициентами при помощи подстановки t=arccos(x) или x=cos(t). Таким образом, уравнение сведется к данному виду:

$$y'' + n^2y = 0,$$

что собственно и является линейным однородным уравнением с постоянными коэффициентами.

Литература

1. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений – Издательство «Высшая школа» Москва -1967, ГЛ. VII С. 423-429

2. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения - Издательство «Высшая школа» Москва -1976, С. 259-264