

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ И МЕХАНИКЕ

2 – 4 октября 2018 г.

Тезисы докладов

Издательский Дом Томского государственного университета

2018

В работах [2-4] изучались группы с $\mathcal{F}$ -субнормальными (K - $\mathcal{F}$ -субнормальными) силовскими подгруппами.

Определение. Пусть $\mathcal{F}$ – непустая формация групп. Подгруппу H группы G назовем *сильно K - $\mathcal{F}$ -субнормальной* в G , если $N_G(H)$ является $\mathcal{F}$ -субнормальной подгруппой в G .

Так как подгруппа нормальна в своем нормализаторе, то всякая сильно K - $\mathcal{F}$ -субнормальная подгруппа будет K - $\mathcal{F}$ -субнормальной. Обратное утверждение неверно.

Теорема. Пусть $\mathcal{F}$ – насыщенная формация, состоящая из дисперсивных групп. Тогда и только тогда группа G принадлежит $\mathcal{F}$, когда $\pi(G) \subseteq \pi(\mathcal{F})$ и каждая силовская подгруппа из G сильно K - $\mathcal{F}$ -субнормальна в G .

Следствие [5]. Пусть $\mathcal{U}$ – формация всех сверхразрешимых групп. Если каждая силовская подгруппа группы G сильно K - $\mathcal{U}$ -субнормальна в G , то G сверхразрешима.

Список литературы

1. Ballester-Bolinches A., Ezquerro L.M. Classes of Finite Groups. Dordrecht: Springer, 2006. 385 p.
2. Васильев А.Ф. О влиянии примарных $\mathcal{F}$ -субнормальных подгрупп на строение группы // Вопросы алгебры. 1995. № 8. С. 31-39.
3. Васильев А.Ф., Васильева Т.И. О конечных группах с обобщенно субнормальными силовскими подгруппами // Проблемы физики, математики и техники. 2011. № 4. С. 86-91.
4. Васильев А.Ф., Васильева Т.И., Вегера А.С. Конечные группы с обобщенно субнормальным вложением силовских подгрупп // Сиб. мат. журн. 2016. Т. 57. № 2. С. 259-275.
5. Kniashina V., Monakhov V. On supersolubility of finite groups with $\mathbf{P}$ -subnormal subgroups. International Journal of Group Theory. 2013. V.2. № 4. P. 21-29.

Векторные группы, определяющиеся своим голоморфом

Гриншпон И.Э.¹, Гриншпон С.Я.²

¹Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

²Томский государственный университет

Пусть G – абелева группа, $\Gamma(G)$ – ее голоморф. Группы с изоморфными голоморфами называются *голоморфно изоморфными*.

Группа G определяется своим голоморфом в некотором классе групп $\mathfrak{R}$, если любая группа H из этого класса, голоморфно изоморфная группе G , изоморфна группе G .

Подгруппа S голоморфа $\Gamma(G)$ называется *голоморфно разложимой*, если для любого элемента $(g, \varphi) \in S$ следует, что $(g, \varepsilon) \in S$ и $(0, \varphi) \in S$. Разложение $G = A \oplus B$ группы G называется *полухарактеристическим*, если одна подгруппа A – характеристическая подгруппа группы G , а подгруппа B не характеристическая подгруппа.

Γ -разложением группы G , индуцированным гомоморфизмом голоморфов, называется разложение $G = G_1 \oplus G_2$.

Векторной группой называется прямое произведение групп без кручения ранга 1 ([1, с. 199]) Пусть $G = \prod_{i \in I} G_i$ – редуцированная векторная группа, мощность которой неизмерима, ее Γ -разложение $G = G_1 \oplus G_2$ и $G_1 = \prod_{\alpha \in I_1} G_\alpha$, $G_2 = \prod_{\beta \in I_2} G_\beta = \prod_{t \in T(G_2)} G_t^t$ ([2]).

Введем следующие обозначения

$$I(t) = \{\beta \in I_2 \mid t(G_\beta) = t\}, \quad I_1' = \{\alpha \in I_1 \mid \text{Hom}(G_2, G_\alpha) \neq 0\}, \\ T(\alpha) = \{t \in T(G_2) \mid t \leq t(G_\alpha)\}.$$

Теорема 1. Пусть $\mathfrak{R}$ – класс всех векторных групп. Для любого нетривиального Γ -разложения $G = G_1 \oplus G_2$ справедливы условия:

- 1) $|I(t)| < \aleph_0$ для всех типов $t \in T(G_2)$;
- 2) $|T(\alpha)| < \aleph_0$ для всех индексов $\alpha \in I_1$. ♦

Теорема 2. Группа G из класса векторных групп $\mathfrak{R}$ определяется своим голоморфом в классе $\mathfrak{R}$, если для любого полухарактеристического разложения $G = G_1 \oplus G_2$ выполняется условие $|I_1'| \neq 1$. ♦

Теорема 3. Пусть $\mathfrak{R}$ – класс всех векторных групп и пусть для любого полухарактеристического разложения $G = G_1 \oplus G_2$ выполняется условие $|I_1'| = 1$. Группа G из класса $\mathfrak{R}$ определяется своим голоморфом в классе $\mathfrak{R}$, если группы G_α и G_2 удовлетворяют одному из условий: 1) $|I_2| \geq \aleph_0$; 2) $|I_2| < \aleph_0$ и группы G_α и G_2 не являются одновременно π -делимыми; 3) $|I_2| < \aleph_0$, группы G_α и G_2 π -делимы, для любого $\beta \in I_2$ существует такое $j \in I_2$, что $t_0 - t(G_\beta) = t(G_j)$ и $r_G(t(G_\beta)) = r_G(t(G_j))$, где $r_G(\tau)$ мощность множества всех прямых слагаемых типа τ , входящих в прямое разложение группы G . ♦

Список литературы

1. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т. 2. М.: Мир, 1977. 416 С.

О множестве $K_3(G)$ в некоторых конечных группах

Забарина А.И., Фомина Е.А.

Томский государственный педагогический университет

Известно [1], что при доказательстве классификационной теоремы конечных простых групп важную роль сыграло использование свойств централизатора инволюций.

В [2] изучены некоторые свойства конечных групп, каждая инволюция которых перестановочна ровно с двумя элементами группы.

Рассмотрим такие элементы конечных групп, каждый из которых перестановочен ровно с тремя элементами группы.

Пусть G – произвольная конечная группа порядка n . Обозначим через $K_3(G)$ множество: $\{x \in G \mid x \neq e, |C_G(x)| = 3\}$.

Имеют место следующие утверждения.

Предложение 1. Если $K_3(G)$ не пусто, то
 $n : 3 \wedge n \nmid 9 \wedge (K_3(G) \cap T(G) = \{x \in G \mid o(x) = 3\})$.

Предложение 2. Множество $K_3(G)$ является инвариантным подмножеством G .

Предложение 3. Пусть $K_3(G) \neq \emptyset$. Тогда $|K_3(G)| \in \left\{ \frac{n}{3}; \frac{2n}{3} \right\}$.

Предложение 4. Если порядок G нечётен, то либо $K_3(G)$ пусто, либо $|K_3(G)| = \frac{2n}{3}$.

Предложение 5. 1) $K_3(S_n) \neq \emptyset \Leftrightarrow n \in \{3, 4\}$.

2) $K_3(A_n) \neq \emptyset \Leftrightarrow n \in \{3, 4, 5\}$.

Предложение 6. $K_3(D_{2n}) = \emptyset$ для всех $n > 3$.

Теорема 7. Пусть G – конечная нильпотентная группа, $|G| = 3^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$, $k > 1$. Тогда $K_3(G) = \emptyset$.

Приведём пример семейства разрешимых групп, в каждой из которых множество $K_3(G)$ не пусто.

Пусть q – простое число, $r \in \mathbf{N}$, причём:

$$q \equiv 1 \pmod{3}, \quad r^3 \equiv 1 \pmod{q}, \quad r \not\equiv 1 \pmod{q}.$$