

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени В. В. Куйбышева

~~ДЛЯ СЛУЖЕБНОГО  
ПОЛЬЗОВАНИЯ~~

ТРУДЫ  
УЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА  
МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

~~МАЛЫЙ  
УСН~~

Том I

29, 2098

00,

97

0. К.

51 + 531

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени В. В. КУЙБИШЕВА

~~ДЛЯ СЛУЖЕБНОГО  
ПОЛЬЗОВАНИЯ~~

# ТРУДЫ

НАУЧНО - ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА  
МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

~~СПЕЦИАЛЬНЫЙ  
ВЫПУСК~~

Том I

*См. журнал*

437291



ПРОВЕРЕНО  
1957 г.

СОДЕРЖАНИЕ.

1. Горохов М. С., Свиридов Л. И.—Основные вопросы внутренней баллистики . . . . .	3
2. Оппок Г. В.—Закон образования газов в зависимости от времени . . . . .	130
3. Горохов М. С.—Связь графического метода интегрирования с численным . . . . .	138

~~✖~~  
Редакционная коллегия: А. Е. Родзивилов (отв. редактор)  
доц. М. С. Горохов, Б. Я. Зубков  
Тех. редактор—Л. И. Свиридов.

Сдано в производство 19/X-1939 г.  
Подписано к печати 9/IV-1940 г.  
Печатных листов 9.  
Заказ № 4943-1939 г.

Типография изд-ва „Красное Знамя“. Томск, Советская 47.

## ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ ВНУТРЕННЕЙ БАЛИСТИКИ

*Канд. технич. наук доц. Горохов М. С., Свиридов Л. И.  
(г. Томск).*

### О. ВВЕДЕНИЕ.

00. Внутренняя баллистика—наука, изучающая законы движения снаряда в канале орудия. Область внутренней баллистики кончается, когда дно снаряда проходит дульный срез. За дульным срезом имеется участок, где выходящие газы действуют на снаряд и снаряд на этом участке еще увеличивает скорость. Чтобы отличить действие газов после того, как снаряд покинул орудие от действия газов на снаряд в орудии—называют действие газов на этом участке последствием газов и наука, занимающаяся изучением последствия газов, называется промежуточной баллистикой. Промежуточная баллистика к данному времени представляет вполне сложившуюся науку. Изучением движения снаряда в воздухе занимается внешняя баллистика. Дульной скоростью снаряда называют скорость, приобретенную снарядом в момент прохождения дульного среза дном снаряда и начальной скоростью—наибольшую скорость, приобретенную снарядом на участке последствия газов<sup>1)</sup>. Орудие представляет собою тепловую машину, в которой внутренняя химическая энергия, заключенная в заряде, превращается в кинетическую энергию. Т. к. при выстреле мы имеем дело с тепловыми и химическими процессами, то, следовательно, внутренняя баллистика основывается на термодинамике и термохимии. Термохимия В. В. является широким предметом и охватывает не только метательные, но и бризантные взрывчатые вещества, их свойство и действие. Промежуточная баллистика, главным образом, связана с газодинамикой.

Специфической особенностью внутренней баллистики является быстро меняющиеся температура и давление, что приводит к большим трудностям при их измерении.

Изучить процесс выстрела в настоящее время во всей его полноте не представляется возможным, и, при изучении, приходится явление выстрела упрощать и прибегать к косвенным ме-

<sup>1)</sup> Т. к. действие газов на дно снаряда на этом участке не изучено, то за начальную скорость принимают скорость у дула несколько большую чем дульная. Увеличение подсчитывается при помощи опытных таблиц и называется приведением к дулу.

тодам. Для возможности рационального конструирования орудия, необходимо знать зависимость между условиями заряжания орудия: сортом и размерами пороха, весом заряда, весом снаряда, внутренним устройством и размерами канала.

Выстрел характеризуется кривой давления и поэтому основная задача внутренней баллистики состоит в изучении кривой давления. Кривая скоростей является производной кривой давления.

01. Кривая давления. Для получения необходимых скоростей пользуются движущей силой пороховых газов, расширяющихся в пространстве: с одной стороны ограниченным дном и стенками орудия и с другой стороны дном снаряда. Скорость снаряда получается за счет давления от пороховых газов, которое некоторое время возрастает, достигает своего наибольшего значения, затем падает непрерывно до дульного среза. Значит до наступления наибольшего давления приток газов преобладает над расширением газов, после достижения наибольшего давления расширение газов преобладает над притоком. Таким образом, кривая давления в координатах: давление—время; давление—объем канала (или путь снаряда) имеет вид, показанный на фиг. 1 и 2.

Данные заряжания. Условия, которые определяют кривую давления, сводятся к следующему: 1) характер и скорость горения пороха, 2) форма и размеры порохового зерна, 3) вес заряда, 4) вес снаряда, 5) поперечное сечение канала, 6) энергия пороха, 7) объем камеры и канала. Этими данными и определяются условия заряжания.

Выстрел можно разделить на несколько фаз: 1) зажжение заряда, которое состоит в том, что помимо пороха применяются бризантные В. В., при помощи которых производят начальное воспламенение заряда и которое считается закончившимся, когда начинает двигаться снаряд, 2) горение заряда охватывает время, когда непосредственно горит заряд, 3) расширение газов представляет период после того, как весь порох сгорел и снаряд движется под влиянием расширения газов.

Для внутренней баллистики представляет интерес только период горения заряда и период последующего расширения газа.

Коэффициент полезного действия газов. Площадь, ограниченная кривой давления и осью абсцисс выражает работу газов. Эта работа будет предельной, если орудие имеет такую длину, что давление падает до нуля. Но так как орудие имеет ограниченную длину (нормально от 30 до 40 кал.), то работа газов не превращается полностью в живую силу снаряда. Отношение использованной энергии к возможной энергии называется коэффициентом полезного действия газов. Геометрически это выразится отношением заштрихованной площади ко всей площади (фиг. 3).

Обозначим через:  $m$ —массу снаряда,  $v$ —скорость снаряда,  $\omega$ —вес заряда,  $\Pi$ —потенциальную энергию кг пороха, зависящую от природы пороха,  $r$ —коэффициент полезного действия, тогда

$$r = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\Pi \omega} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \Pi \omega r,$$

$$v^2 = \Pi g r \frac{\omega}{q},$$

где  $q$ —вес снаряда;  $g$ —ускорение силы тяжести.

Таким образом, скорость снаряда зависит от  $\Pi$ —(природы пороха),  $\frac{\omega}{q}$  и,  $g$ , которое определяется кривой давления. Изучение этой кривой и составляет предмет внутренней баллистики.

02. Термо-химические, физические и баллистические характеристики. К характеристикам пороха принадлежат следующие величины:

1. Объем  $\omega_1$  занимаемый единицею веса газа при нормальном давлении (760 мм и 0°С);  $\omega_1$  наз. удельным объемом газов при нормальных условиях.

Т. к. при экспериментальном определении удельного объема газов, вода находящаяся в парообразном состоянии сконденсируется, то действительный удельный объем при горении пороха больше, чем определенный. Для вычисления удельного объема газов, при воде парообразной существует формула.

$$\omega_{1\text{H}_2\text{O паробр.}} = \omega_{1\text{H}_2\text{O жидк.}} + 1240 \frac{n}{100} \text{ см}^3 \cdot \text{г}^{-1}$$

где  $n$  процентное содержание водяных паров в газе, 1240 см<sup>3</sup> объем 1 г. водяных паров при 0°С.

2. Коволуом газообразных продуктов взрыва. Коволуом представляет поправку на объем молекул газа и согласно теории Ван-дер-Ваальса равен учетверенному объему самих молекул. Во многих курсах внутренней баллистики можно встретить неправильное определение коволюма, как наименьшего объема, до которого можно сжать газ. В случае присутствия в газе нелетучих продуктов—объем нелетучих продуктов включается в коволюом.

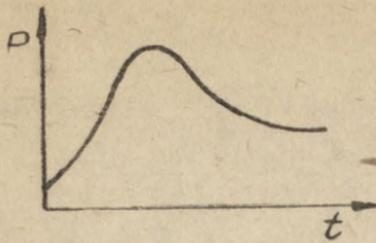


Рис. 1.

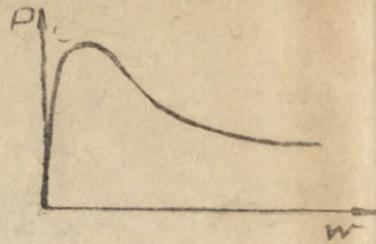


Рис. 2.

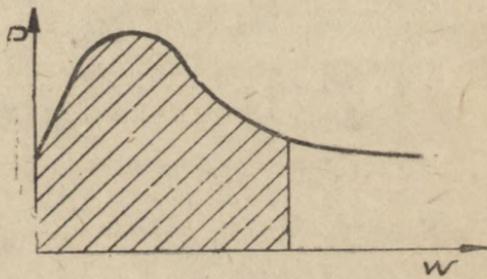


Рис. 3.

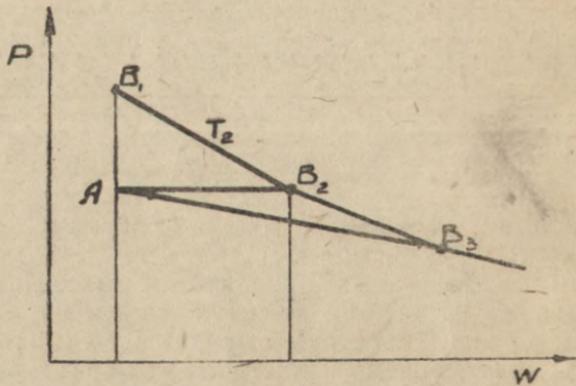


Рис. 4.

3. Теплота, выделяемая единицей веса взрывчатого вещества  $Q_v$  — при постоянном объеме, причем, т. к. при взрыве присутствует вода, то воду считают в жидком состоянии.  $Q_v$  — будет наибольшей возможной теплотой и выражается она для 1 кг. веса ВВ в больших калориях.

Для вычисления действительного количества тепла (при воде паробразной) существует формула

$$Q_{v\text{H}_2\text{O паробр.}} = Q_{v\text{H}_2\text{O жидк.}} - 620 \frac{n}{100} \text{ cal}$$

где 620 — теплота, которую выделяет единица водяного пара при конденсировании в воду.

4. Потенциальная энергия пороха. Потенциальной энергией пороха называют наибольшую возможную механическую энергию, которую может дать единица веса разложения В.В. Так как 1 большая калория эквивалентна 427 кг. м, то  $Q$  калорий дадут  $E$   $Q$  кг. м работы. Величина

$$\Pi = E Q_v \text{ где } E = 427 \text{ кг м.} \quad (3)$$

называется потенциальной энергией или просто потенциалом пороха.

5. Абсолютная температура горения пороха  $T_1$ , т. е. наивысшая температура, при которой горит порох при полном отсутствии охлаждения, отсчитываемая по абсолютной шкале.

6. Теплоемкости газа. При изменении температуры единицы веса газа от  $T_1$ , до  $T_2$  изменяется количество тепла от  $Q_1$  до  $Q_2$  и отношение

$$\frac{Q_2 - Q_1}{T_2 - T_1} = c_m \quad (4)$$

называется средней теплоемкостью газа. Истинную теплоемкость получим, если возьмем температурный интервал достаточно малым, т. е.

$$c = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{dQ}{dT}, \quad (5)$$

откуда

$$dQ = cdT.$$

Следовательно,

$$Q_2 - Q_1 = \int_{T_1}^{T_2} cdT \quad (6)$$

а поэтому

$$c_m = \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} c dT \quad (7)$$

Теплоемкость зависит не только от температуры, но и от того процесса, который совершает газ.

На графике  $p, w$  (фиг. 2) точка А, изображает процесс при температуре  $T_1$ , после ряда процессов (точки  $B_1, B_2, B_3$ ) отвечающих одной и той же температуре  $T_2$ , получим некоторую изотерму.

Процесс  $AB_1$  — происходит при постоянном объеме, процесс  $AB_2$  — происходит при постоянном давлении, процесс  $B_1B_2$  — происходит при изменении и объема и давления.

Т. к. работа газа выражается  $\int_{w_1}^{w_2} p dw$ , то следовательно, при

совершении процесса  $AB_1$  никакой работы не было затрачено и теплоемкость  $c_v$  в этом процессе будем называть теплоемкостью при постоянном объеме. При совершении процесса  $AB_2$  была

затрачена работа  $\int_{w_1}^{w_2} p dw = p(w_2 - w_1)$  и теплоемкость  $c_p$  — в

этом процессе называется теплоемкостью при постоянном давлении и она, следовательно, больше теплоемкости при постоянном объеме, т. е.,

$$c_p > c_v \text{ и } c > c_v \text{ („с“ — соответствует } B_1 B_2)$$

$$\text{Очевидно, что } c_p - c_v = A \int_{w_1}^{w_2} p dw = A p (w_2 - w_1)^1 \quad (8)$$

Состояние газа определяется давлением  $p$ , объемом  $w$ , в который заключен газ и его температурой  $T$ , которые, как показывает опыт, связаны между собою соотношением

$$p w = RT \quad (\text{у-е Кляпейрона}), \quad (9)$$

где  $R$  — газовая постоянная, которая имеет своим выражением

$$R = \frac{p_1 w_1}{T_0} = \frac{1,033}{273} w_1 = 3,785, 10^{-2} w \text{ г. см. г.}^{-1} \quad (10)$$

1) На самом деле  $c_p - c_v$  выражает количество тепла, необходимое для расширения газа при повышении температуры на  $1^\circ$ , выраженное в калориях. Переводя калории в механическую энергию, получим

$$E (c_p - c_v) = \int_{w_1}^{w_2} p dw = p (w_2 - w_1) \text{ но } E = \frac{1}{A}$$

Для  $p (\omega_2 - \omega_1)$  получаем

$$p (\omega_2 - \omega_1) = R (T_2 - T_1)$$

и

$$E (c_p - c_v) = R (T_2 - T_1)$$

откуда

$$c_p - c_v = AR (T_2 - T_1)$$

имея в виду, что  $T_2 - T_1 = 1^\circ$ , получим окончательно

$$c_p - c_v = AR \quad (11)$$

Вынося  $c_v$  за скобки, получаем

$$c_v \left( \frac{c_p}{c_v} - 1 \right) = c_v (n - 1) = AR,$$

где  $n = \frac{c_p}{c_v}$  — отношение теплоемкостей (показатель политропы),

для пороховых газов обычно принимают равным 1,2 и 1,25 в зависимости от системы оружия.

7. Сила пороха. Мы уже имели выражение

$$c_v (n - 1) = AR \quad (12)$$

или

$$E c_v (n - 1) = R$$

Среднюю теплоемкость при постоянном объеме  $c_v$  можем определить, как отношение  $c_v = \frac{Q_v}{T_1}$  полной теплоты к абсолют-

ной температуре. Тогда получим

$$\frac{E Q_v}{T_1} (n - 1) = R$$

откуда

$$\Pi (n - 1) = R T_1^{\cdot 1}$$

Величина  $R T_1$  называется силой пороха, и, именно, выражает наибольшее возможное давление от единицы веса пороха в единице объема и размерность ее выражается в виде

$$\text{кг см}^{-2} \text{см}^3 \text{кг}^{-1} = \text{см}.$$

С другой стороны, т. к.  $\Pi$  имеет размерность  $\text{кг мкг}^{-1}$ , то следовательно  $R T_1$  представляет удельную работу 1 кг газа. Обозначая  $R T_1 = f$ , получим

$$f = (n - 1) \Pi \quad (13)$$

Таким образом, сила пороха зависит от природы пороха.

<sup>1</sup> Т. к.  $\Pi = E Q_v$ , то  $d \Pi = E d Q_v$ ; а т. к.  $d Q_v = c_v d T$ , то  $d \Pi = E c_v d T$ , а следовательно, интегрируя в пределах от 0 до  $\Pi$  и от  $0^\circ \text{K}$  до  $T^\circ \text{K}$ , получим  $\Pi (n - 1) = R T_1$ .

8. Плотность пороха. Под плотностью пороха **разумеют плотность** в общефизическом понятии и для порохов она находится в пределах 1,54—1,63. Вообще же при расчетах принимается в качестве средней величины—1,6 для всех порохов.

Ниже приводится таблица значений некоторых характеристик.

Таблица 1

	Дымный порох	Пирокс. порох	Нитроглицерин	
			Балистит	Карлит
$W_0$ дм <sup>3</sup> . кг <sup>-1</sup>	285	920	820	880
$Q_1$ Cal	270	905	1310	1250
$(T_0 - 273)^\circ \text{C}$	2380	2200—2400	2800	
П т. м. кг <sup>-1</sup>	305	390	555	530
$\alpha$ дм <sup>3</sup> . кг <sup>-1</sup>	0,488	0,92—0,98	0,82	0,88
$f$ кг. м. кг <sup>-1</sup>	30900	90000—95000	100000	

9. Плотность заряжания. Плотностью заряжания называется отношение веса заряда к объему камеры, занимаемому зарядом. Плотность заряжания зависит от плотности пороха и его формы, а также от степени заполнения порохом камеры. Наивысшая плотность, которой можно достичь при существующих порохах, возможна для винтовочного графитованного пороха и равна 0,85 г. см<sup>-3</sup>. Характеристикой плотности укладки пороха является гравиметрическая плотность пороха, т. е. отношение веса пороха свободно насыпанного в камеру и заполняющего ее целиком к весу воды при 4°С заполняющей эту же камеру или к объему камеры. Следовательно, предельным значением плотности заряжания и является гравиметрическая плотность.

### 1. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ВНУТРЕННЕЙ БАЛИСТИКИ.

10. Закон сохранения энергии. Уравнение эквивалентности. Уравнение Резаля.

Общий закон сохранения энергии можно выразить следующим образом: количество энергии в замкнутой системе постоянно. Изменения энергии состоят в том, что энергия из одного вида переходит в другой. Из этого закона можно высказать общий принцип эквивалентности.

В тепловом преобразовании замкнутой системы производимая системой работа равна изменению внутренней энергии системы уменьшенной на потерянное тепло.

Математически принцип эквивалентности можно выразить следующим образом:

Пусть  $dQ$  — потерянное тепло,

$du$  — изменение внутренней энергии системы,

$dL$  — внешняя работа совершенная системой; тогда,

согласно принципа эквивалентности,

$$AdL = du - dQ. \quad (1)$$

Если  $dQ = 0$ , то изменение внутренней энергии  $du$  целиком идет на внешнюю работу. В качестве первого приближения допускают, что при выстреле потерь тепла не происходит, т. е. что  $dQ = 0$  (процесс в этом случае называется адиабатическим). Механической энергией в орудии будет живая сила снаряда и неизбежные вредные потери, связанные с трением поясков о нарезы, откатом орудия, движением газов и несгоревшего пороха, волновыми процессами и т. д., которые все вместе составляют часть энергии. Поэтому, чтобы учесть эти потери мы должны допустить, что снаряд имеет массу несколько большую, чем в действительности, т. е.  $\varphi m$ , где  $\varphi > 1$  и называется коэффициентом фиктивности, численное определение его будет произведено ниже.

Таким образом,

$$\frac{\varphi m v^2}{2} = E \int_{u_0}^u du \quad (2)$$

Изменение внутренней энергии происходит за счет изменения (уменьшения) температуры газов. Если рассматривать некоторый момент времени, то кроме газов будут еще газообразные продукты и обозначим поэтому вес газообразных продуктов через  $\varepsilon_r$  и их теплоемкость через  $c_r$ , вес не газообразных продуктов пороха через  $\varepsilon_n$  и их теплоемкость через  $c_n$ ; для единицы веса пороха  $\varepsilon_r = 1 - \varepsilon_n$ . Изменение внутренней энергии через изменение (уменьшение) температуры может выразить следующим образом

$$du = - [(1 - \varepsilon_n)c_r + \varepsilon_n c_n] dT$$

и т. к.  $E = \frac{R}{c_v (n-1)}$ , то  $E du = - \frac{(1 - \varepsilon_n)c_r + \varepsilon_n c_n}{c_v (n-1)} R dT$

или

$$E du = - \frac{R dT}{\theta}$$

где

$$\theta = \frac{c_v (n-1)}{(1 - \varepsilon_n)c_r + \varepsilon_n c_n}$$

Если к моменту времени  $t$  образовалось  $\omega\psi$  газов с температурой  $T$ , где  $\omega$  — вес заряда,  $\psi = \frac{\omega c_2}{\omega}$  — количество заряда, сгоревшее к моменту  $t$ , то в момент  $dt$  температура этих газов изменится на  $dT$  и будем иметь

$$E du_1 = - \frac{R \omega \psi}{\theta} dT$$

Но за этот же промежуток времени  $dt$  еще сгорит часть  $\omega d\psi$  и температура для этой части газов изменится  $dT - dT - T_1$ , следовательно, дополнительное изменение энергии будет

$$Edu_2 = - \frac{R\omega d\psi}{\Theta} (T - dT - T_1)$$

Общее изменение энергии будет

$$Edu = E(du_1 + du_2) = - \frac{R\omega}{\Theta} [\psi dT + (T - dT - T_1) d\psi]$$

пренебрегая произведением  $d\psi dT$  и интегрируя в пределах  $0, T_1; \psi, T$ , получим

$$E \int_{u_0}^u du = R\omega \int_{0, T_1}^{\psi, T} \frac{1}{\Theta} [-\psi dT + (T_1 - T) d\psi]$$

или 
$$E \int_{u_0}^u du = R\omega \int_{0, T_1}^{\psi, T} \frac{1}{\Theta} d[\psi(T_1 - T)]$$

Будем считать  $\Theta$  независимой от температуры, тогда

$$E \int_{u_0}^u du = \frac{R\omega}{\Theta} \psi (T_1 - T)$$

Следовательно,

$$\frac{\varphi m v^2}{2} = \frac{R\omega\psi}{\Theta} (T_1 - T) \tag{6}$$

Состояние газа в орудии определяется величинами:  $p$  — давление,  $\omega$  — объем, занимаемый газами,  $T$  — температура газов. Эти три величины связаны между собою уравнением Ван-дер-Ваальса, которое для  $\omega_{кз}$  вещества может быть записано в виде

$$p(\omega - \alpha\omega\psi) = RT\omega\psi \tag{7}$$

Имея в виду, что

$$f = RT_1$$

уравнение эквивалентности (6) можно записать в виде

$$\frac{\Theta\varphi m v^2}{2} = f\omega\psi - p(\omega - \alpha\omega\psi) \tag{8}$$

Это уравнение называется уравнением Резаля, по имени ученого, впервые его получившего (1864 г.).

1°. Замечание относительно величины  $\Theta$

$$\Theta = \frac{c_v (n - 1)}{(1 - \varepsilon_n) c_r + \varepsilon_n c_n}$$

Для бездымных порохов  $\varepsilon_n = 0$  тогда

$$\Theta = \frac{c_v (n - 1)}{c_r}$$

Резаль считает, что теплоемкость пороховых газов  $C_r$  равна теплоемкости  $C_v$  (при постоянном объеме) тогда

$$\theta = n - 1. \quad (10)$$

2°. Другие формы выражения у-ния Резаля.

Выше мы ввели понятие о коэффициенте полезного действия газов

$$r = \frac{\varphi m v^2}{2 P \omega}$$

который, на основании того, что  $P = \frac{f}{\theta}$  приводится к виду

$$r = \frac{\theta \varphi m v^2}{2 f \omega} \quad (11)$$

Внося  $r$  в уравнение Резаля получим

$$\frac{\theta}{2} \varphi m v^2 = f \omega \psi \left( 1 - \frac{T}{T_1} \right)$$

или

$$r = \psi \left( 1 - \frac{T}{T_1} \right) \quad (12)$$

или

$$\frac{T}{T_1} = 1 - \frac{r}{\psi} \quad (13)$$

Простое выражение, которым мы будем неоднократно пользоваться.

3°. Объем, занимаемый газами, состоит из:

а) объема камеры  $W_0$ ; в) объема нарезной части канала  $w$  — освобожденного снарядом; с) объема несгоревшего пороха

$(1 - \psi) \frac{\omega}{\delta}$ ,  $\delta$  — удельный вес пороха, д) поправки Ван-дер-Ва-

альса, следовательно,

$$\omega - \alpha\omega\psi = w + W_0 - \frac{1 - \psi}{\delta} \omega - \alpha\omega\psi$$

или

$$\omega - \alpha\omega\psi = w + \left(W_0 - \frac{\omega}{\delta}\right) - \left(\alpha - \frac{1}{\delta}\right) \omega\psi \quad (14)$$

Вводя понятие плотности заряжения

$$\Delta = \frac{\omega}{W_0},$$

получим

$$\omega - \alpha\omega\psi = w + \omega \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}\right) - \omega \left(\alpha - \frac{1}{\delta}\right) \psi$$

Уравнение Резаля подробно запишем в виде

$$p \left[ w + \omega \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}\right) - \omega \left(\alpha - \frac{1}{\delta}\right) \psi \right] + \frac{\theta}{2} \varphi m v^2 = f\omega\psi \quad (15)$$

4°. Преобразование ур-ния Резаля к другому виду.

Обозначим

$$\frac{w + W_0}{W_0} = \rho,$$

получим

$$\frac{p}{f} \left[ \left(\frac{\rho}{\Delta} - \frac{1}{\delta}\right) - \left(\alpha - \frac{1}{\delta}\right) \psi \right] = \psi - r \quad (16)$$

В некоторых случаях, для упрощения теоретического исследования, полагают  $\alpha = \frac{1}{\delta}$ , тогда ур-е Резаля принимает вид

$$\psi - r = \frac{p}{f} \left( \frac{\rho}{\Delta} - \alpha \right)$$

или вводя обозначение

$$\Theta = \frac{\frac{1}{\Delta} - \alpha}{\frac{\rho}{\Delta} - \alpha} \quad \text{и} \quad \frac{f}{\frac{1}{\Delta} - \alpha} = p_1$$

получаем

$$\psi - r = \frac{p}{p_1} \frac{1}{\Theta} \quad (17)$$

В такой весьма упрощенной форме уравнение Резаля очень удобно для аналитического исследования.

11. Уравнение движения. Коэффициент полезного действия газов на дно снаряда.

Вторым основным уравнением служит ур-е движения снаряда которое является математическим выражением закона инерции

$$\varphi m \frac{dv}{dt} = -s p \quad (18)$$

где 
$$v = \frac{dl}{dt} \quad (19)$$

$t$  — время,  $l$  — путь снаряда по каналу ствола,  $s$  — поперечное сечение канала с учетом нарезов.

В уравнении (18), давление  $p$  выражает некоторое среднее давление, между  $p_{\text{дн}}$  — давлением на дно канала и  $p_{\text{сн}}$  — давлением на дно снаряда, при этом

$$p_{\text{дн}} > p > p_{\text{сн}}$$

Определить  $p$  можно из условия, чтобы работа этого давления в канале орудия равнялась полной сумме работ, которые совершает газ.

Между  $p$  и  $p_{\text{сн}}$  получается зависимость

$$\chi p = p_{\text{сн}}, \text{ где } \chi < 1 \quad (20)$$

Некоторые авторы называют  $\chi$  коэффициентом полезного действия газов на дно снаряда

тогда 
$$\varphi m \frac{dv}{dt} = s p_{\text{сн}} \chi \quad (21)$$

## 12. Закон горения пороха.

Третьим уравнением является ур-е горения порохового заряда. Заряд горит под непрерывно меняющимся давлением, которое влияет на количество отделяющихся в каждый момент времени газов. Горение заряда (нарастание давления) существенно зависит от начальной поверхности пороха. Вообразим себе произвольный объем  $\Omega_0$  (фиг. 5), с начальной поверхностью  $S_0$ , плотностью этого объема  $\delta$ , то относительное количество сгоревшего заряда  $\psi$  по определению равно отношению сгоревшего заряда к начальному будет

$$\psi = \frac{\omega_{\text{сг}}}{\omega} \quad (22)$$

т. к.  $\omega = \Omega_0 \delta$ , а  $\omega_{\text{сг}} = \Omega_{\text{сг}} \delta$ , то 
$$\psi = \frac{\Omega_{\text{сг}}}{\Omega_0} \quad (23)$$

или 
$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\Omega_0} \frac{d\Omega}{dt} \quad (24)$$

В каждый момент времени пламя проникает в заряд на величину  $de$  следовательно, если мы через  $S$  обозначим переменную поверхность заряда, то элементарный сгоревший объем  $d\Omega$  за время  $dt$  будет

$$d\Omega = Sde$$

Следовательно, 
$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S}{\Omega_0} \frac{de}{dt} = \frac{S}{\Omega_0} u$$

Так как скорость проникновения пламени в заряд является функцией давления, то мы можем выразить скорость горения  $\frac{de}{dt}$  в виде функции давления

$$\frac{de}{dt} = u = u_1 f(p)$$

где  $u_1$  переводный коэффициент и  $f(p)$  — возрастающая функция. Тогда закон горения заряда примет форму

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{Su_1}{\Omega_0} f(p) \quad (27)$$

или обозначая  $A = \frac{Su_1}{\Omega_0}$  и  $\frac{S}{S_0} = \varphi(\psi)$

причем  $\frac{S_0}{\Omega_0}$  — называется оголенностью заряда,  $A$  — живостью пороха, а  $\varphi(\psi)$  Шарбонье называет функцией формы, получим

$$\frac{d\psi}{dt} = A\varphi(\psi) f(p) \quad (28)$$

Так, в самом общем виде выражается закон горения порохового заряда в пространстве под давлением  $p$ .

### 13. Сводка формул.

Таким образом, общую систему уравнений внутренней баллистики для периода горения заряда запишем в виде

$$p \left[ w + \omega \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} \right) - \omega \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \psi \right] + \frac{\theta}{2} \varphi m v^2 = f \omega \psi \quad \left. \begin{array}{l} \text{(ур-е эквивалентности)} \\ \varphi m \frac{dv}{dt} = ps \quad \text{(ур-е инерции)} \\ v = \frac{dl}{dt} \quad \text{(ур-е скорости)} \\ \frac{d\psi}{dt} = A\varphi(\psi) f(p) \quad \text{(ур-е горения)} \end{array} \right\} \quad I$$

Для периода когда весь заряд сгорел, т. е.  $\psi = 1$ , последнее уравнение отпадает и остающаяся система трех уравнений легко интегрируется. Таким образом, для второго периода получим систему

$$\left. \begin{aligned} p \left[ w + \omega \left( \frac{1}{\Delta} - \alpha \right) \right] + \frac{\theta}{2} \varphi m v^2 &= f \omega \\ \varphi m \frac{dv}{dt} &= ps \\ v &= \frac{dl}{dt} \end{aligned} \right\} \text{ II}$$

Для того, чтобы иметь возможность проинтегрировать I систему уравнений, необходимо подробнее изучить функции  $\varphi(\psi)$  и  $f(p)$ . Изучение этих функций и будет изложено ниже.

#### 14. Закон горения порохового зерна.

Под горением пороха понимается разложение пороха, которое выражается в распаде молекул. Энергия, необходимая для распада молекул передается от слоя к слою путем бомбардировки еще не разложившегося слоя молекулами только что разложившегося.

Скорость проникновения реакции вглубь зерна при данной температуре пропорционально числу молекул, попадающих в единицу времени на единицу поверхности, на которой разлагается порох. Число же этих молекул пропорционально давлению. Обозначая через  $e$  глубину, на которую проникла реакция разложения, получим для скорости разложения выражение

$$\frac{de}{dt} = u = u_1 p \quad (29)$$

Эта формула подтверждается на опыте. При  $p = 1$ , т. е. атмосферном давлении, порох должен гореть со скоростью

$$u = u_1$$

которая будет постоянна, если структура пороха одинакова по всей его толщине.

Назовем относительной толщиной сгоревшего зерна величину

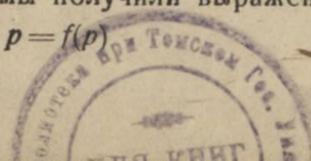
$$z = \frac{e}{e_1} \quad (30)$$

тогда

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{e_1} \frac{u_1 f(z)}{dt} = \frac{u_1}{e_1} p \quad (31)$$

Таким образом, для  $f(p)$  мы получили выражение в виде

$$p = f(p)$$



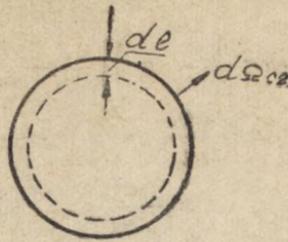


Рис. 5.

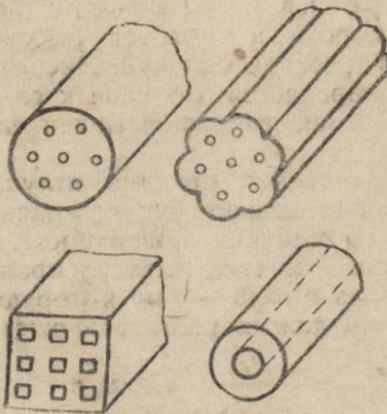


Рис. 6.

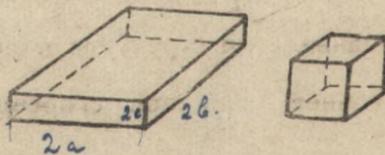


Рис. 7.

и закон горения заряда без ограничительных предположений относительно распределения давления, структуры зерен может быть выражен в виде

$$\frac{d\psi}{dt} = A\varphi(\psi) p \quad (32)$$

Частные случаи функции формы. Горение параллельными слоями.

Допустим, что в каждый момент времени давление в заснарядном пространстве выравнивается, тогда это допущение приводит, при условии одинаковой структуры пороха к тому, что в каждый момент времени зерна пороха обгорают на одинаковую глубину, т. е. порох горит параллельными слоями и зерна сохраняют свою первоначальную форму, что в действительности и наблюдается при изучении выброшенных при стрельбе несгоревших зерен простой формы. Это частное допущение носит название геометрического закона горения. Основываясь на геометрическом законе горения, выведем некоторые частные случаи функции формы для некоторых простых форм порохов.

а) Ленточная форма пороха. Пороховая лента имеет три размера: толщину  $2e_1$ , ширину  $2a$  и длину  $2b$ . Так как  $\varphi(\psi) = \frac{S}{S_0}$ , то после того, как зерно обгорит на толщину  $e$ , поверхность зерна будет

$S = 2(2e_1 - 2e)(2a - 2e) + 2(2a - 2e)(2b - 2e) + 2(2b - 2e)(2e_1 - 2e)$  или, раскрывая скобки и располагая члены по возрастающим степеням  $e$ , получим  $s = 8[(ae_1 + ab + be_1) - 2(e_1 + a + b)e + 3e^2]$ . Начальная поверхность будет равна  $S_0 = 8(e_1a + ab + be_1)$ .

Следовательно,

$$\varphi(\psi) = \frac{S}{S_0} = 1 - 2 \frac{e_1 + a + b}{e_1a + ba + be_1} e + 3 \frac{1}{e_1a + ab + be_1} e^2.$$

Перейдем к переменному  $z = \frac{e}{e_1}$  и обозначим коэффициенты сокращенно

$$x = 1 + \frac{e_1}{a} + \frac{e_1}{b}$$

$$\lambda = \frac{e_1(e_1 + a + b)}{e_1a + ab + be_1} = \frac{1}{x} \left( \frac{e_1}{a} + \frac{e_1}{b} + \frac{e_1}{a} \cdot \frac{e_1}{b} \right)$$

$$\mu = \frac{e_1^2}{ae_1 + ab + be_1} = \frac{1}{x} \frac{e_1}{a} \frac{e_1}{b}$$

Величины  $\lambda$ ,  $\mu$  называются характеристиками формы пороха  
Внося полученное в формулу для  $\varphi(\psi)$ , получаем

$$\varphi(\psi) = 1 - 2\lambda z + 3\mu z^2.$$

Очевидно, что зерно в форме куба будет частным случаем ленточной формы, в которой

$$e_1 = a = b,$$

т. е. тогда

$$z = 3; \quad \lambda = 1; \quad \mu = 1/3.$$

Следовательно,

$$\varphi(\psi) = 1 - 2z + z^2.$$

Выражение для  $\psi$  через  $z$  получим следующим образом. Мы уже имели

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S}{\Omega_0} \frac{de}{dt}$$

или

$$d\psi = \frac{S}{S_0} \frac{S_0 e_1}{\Omega_0} dz$$

или

$$\psi = \frac{S_0 e_1}{\Omega_0} \int_0^z \frac{S}{S_0} dz$$

Внося значение  $\frac{S}{S_0}$  и интегрируя, получаем

$$\psi = \frac{S_0 e_1}{\Omega_0} z (1 - \lambda z + \mu z^2)$$

Но так как

$$\frac{S_0 e_1}{\Omega_0} = \frac{e_1 a + ab + e_1 b}{a b e_1} e_1 = z \quad (3)$$

то, следовательно,

$$\psi = z z (1 - \lambda z + \mu z^2) \quad (3)$$

Для трубчатой формы совершенно аналогичными рассуждениями получим

$$\varphi(\psi) = 1 - 2 \frac{\lambda_T}{1 + \lambda_T} z \quad (3)$$

$$\psi = z (1 + \lambda_T - \lambda_T z), \quad (3)$$

где  $\lambda_T = \frac{2e_1}{2a}$  равно отношению толщины стенки трубки к длине трубки.

Мы ограничимся выводом формул только для указанных порохов.

В том случае, когда  $e_1$  практически мало, по сравнению с длиной трубки, то можно принять  $\lambda_T = 0$ , тогда

$$\psi = z \quad (40)$$

Пороха, удовлетворяющие такому условию, называются порохами с постоянной поверхностью горения.

Двухчленные формулы. Для большинства ленточных порохов величина  $\mu$  — мала, поэтому практически ею можно пренебречь, тогда формулы напишутся в виде

$$\psi = x_1 z (1 - \lambda_1 z) \quad (41)$$

$$\varphi(\psi) = 1 - 2\lambda_1 z \quad (42)$$

Можно влияние  $\mu$  учесть, напр., следующим образом: потребуем, чтобы  $\psi$ , полученные по трехчленной и двухчленной формулам, совпадали в двух точках: например, в точке  $z = 0,5$  и  $z = 1$ , тогда

$$0,5 x_1 (1 - 0,5 \lambda_1) = 0,5 x (1 - 0,5 \lambda + 0,25 \mu)$$

$$x_1 (1 - \lambda_1) = x (1 - \lambda + \mu) \quad (43)$$

Из этих двух уравнений определяются  $x_1$ ,  $\lambda_1$  для двухчленной формулы.

Таблица 2. Трубочатые пороха

Марка пороха	$\lambda_T$	Марка пороха	$\lambda_T$
ВЛ зрн . . . . .	0,1395	12/40 . . . . .	0,003894
СБ зрн . . . . .	0,0048	С/120 . . . . .	0,003888
СГ <sub>12</sub> . . . . .	0,06591	10/45 . . . . .	0,03828
Б <sub>8</sub> . . . . .	0,009263	С <sub>42</sub> . . . . .	0,003623
12/52 . . . . .	0,008690	4/60 . . . . .	0,003365
47-мм . . . . .	0,007173	СП . . . . .	0,003273
6/50 . . . . .	0,005282	120/45 . . . . .	0,002572
8/45 . . . . .	0,005249	130/55 . . . . .	0,002570
8/50 . . . . .	0,004325	6/45 . . . . .	0,002159
120/50 . . . . .	0,003896	75-мм . . . . .	0,001681

Марка пороха	$\chi$	$\lambda$	$\mu$	Марка пороха	$\chi$	$\lambda$	$\mu$
Б <sub>12</sub> . . .	1,1766	0,1519	0,001807	П <sub>3</sub> . . .	1,0442	0,04247	0,000103
Б <sub>10</sub> 11 . . .	1,1022	0,09289	0,0001419	В . . .	1,4714	0,3577	0,03738
Б <sub>11</sub> с . . .	1,0824	0,07686	0,0007118	Г . . .	1,0477	0,04572	0,000143
СБ <sub>6</sub> . . .	1,0806	0,07521	0,0005941	Вл . . .	1,5149	0,3833	0,04347
С <sub>120</sub> . . .	1,0782	0,07295	0,0004631	Х <sub>2</sub> . . .	1,3743	0,2857	0,01331
КО <sub>200</sub> . . .	1,0536	0,05134	0,0004207	Х . . .	1,1608	0,1401	0,001627
С <sub>42</sub> . . .	1,0550	0,05231	0,0001801	Р . . .	1,1490	0,1345	0,004802
Б <sub>9</sub> . . .	1,0588	0,05599	0,0004535	12/52 . . .	1,1867	0,1593	0,002047
КО . . .	1,0639	0,06058	0,0005506	12/50 . . .	1,1588	0,1387	0,001918
Г <sub>6</sub> тонн . . .	1,0633	0,06006	0,0005356	10/50 . . .	1,1550	0,1359	0,001748
Г <sub>6</sub> тол . . .	1,0549	0,05241	0,0003086	10/45 . . .	1,1186	0,1069	0,000928
СП . . .	1,0574	0,05445	0,0001651	8/45 . . .	1,1186	0,1072	0,001122
СВ . . .	1,0541	0,05150	0,0001993	6/50 . . .	1,1170	0,1058	0,001067
Г <sub>248</sub> тол . . .	1,0545	0,05207	0,0003775	6/45 . . .	1,0861	0,07972	0,000450
Г <sub>248</sub> тон . . .	1,0613	0,05818	0,0004450	120/50 . . .	1,0795	0,0795	0,000459
ПКО . . .	1,0528	0,04128	0,0002073	120/45 . . .	1,0793	0,07409	0,000519
СГ <sub>2</sub> . . .	1,0291	0,02836	0,000082	75-мм . . .	1,0589	0,05582	0,000176
СГ <sub>1</sub> . . .	1,0337	0,03269	0,000109	47-мм . . .	1,0540	0,05258	0,000861
МСК . . .	1,0450	0,04326	0,0001767	37-мм . . .	1,0491	0,04706	0,000224

15. Прогрессивность порохов. Прогрессивным порохом мы будем называть такой порох, у которого горящая поверхность непрерывно увеличивается, дегрессивным—у которого горящая поверхность убывает, с постоянной поверхностью горения—у которого горящая поверхность остается постоянной равной начальной, т. е., что

$$\varphi(\psi) = 1$$

$$\psi = z.$$

Геометрическая прогрессивность. На основании определения прогрессивности следует, что геометрическая прогрессивность пороха математически определяется знаком первой производной функции формы, т. е.

$$\frac{d\varphi(\psi)}{dz} = -2\lambda + 6\mu z.$$

Так как  $6\mu z$  всегда меньше  $2\lambda$ , то знак вполне определяется членом  $-2\lambda$ .

Для прогрессивных порохов само  $\lambda$  отрицательно.

Для дегрессивных  $\lambda$  положительно.

Для порохов с постоянной поверхностью  $\lambda = \mu = 0$ .

Примерами геометрически прогрессивных порохов служат пороха формы: семиканальный американский, Уолша, Киснемского, бронированный, порох Граве. Пороха этих форм изображены на фиг. 6.

К порохам дегрессивным принадлежат: ленточный, кубический, шаровой, цилиндрический, короткий трубчатый.

К порохам слегка дегрессивным (практически с постоянной поверхностью горения) принадлежат длинные трубчатые пороха. Дегрессивные пороха показаны на фиг. 7.

Действительное горение. Выше мы указали формы порохов, которые имеют геометрически прогрессивную форму, но это совершенно не значит, что и в орудии они будут гореть прогрессивно. Прогрессивность горения по многим причинам может не совпадать с прогрессивностью формы пороха.

Посмотрим, чем же определяется прогрессивность горения. Работа пороховых газов определяется площадью, ограниченной кривой давления и осью абсцисс. Наибольшее давление и его место в канале зависят от того, как быстро горит порох. Очевидно, что при одной и той же работе пороховых газов величина наибольшего давления и его место в канале могут быть различны и чем меньше наибольшее давление, тем выше должна быть кривая после наибольшего давления, тем очевидно прогрессивнее горение. Резкий спад кривой за наибольшим давлением характеризует слабый приток газов, по сравнению с расширением. Относительное количество притекающих газов характеризуется величиной  $\psi$ . Изменение количества притекающих газов характеризуется величиной  $\Delta\psi$ . Если за два последовательных промежутка времени  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  количество сгорающего заряда изменяется соответственно на  $\Delta\psi_1$  и  $\Delta\psi_2$ , то для оценки прогрессивности горения мы должны сравнить скорости притока газов при одинаковом давлении, т. е. сравнить выражения

$$\frac{\Delta\psi}{\Delta t} \frac{1}{p} = \Gamma \quad (45)$$

которые и характеризуют прогрессивность горения. Если  $\Gamma$  возрастает, горение прогрессивное, если  $\Gamma$  убывает—дегрессивное, если  $\Gamma$ —постоянно—постоянная поверхность горения. Заменим

$\frac{\Delta\psi}{\Delta t}$  его выражением, получим

$$\Gamma = \frac{S_0 u_1}{Q_0} \frac{S}{S_0} \quad (46)$$

$\frac{S}{S_0}$ —зависит от формы, а  $u_1$ —от физико-химических свойств пороха и условий, в которых горит заряд. Может так случиться, что прогрессивный по форме порох будет гореть дегрессивно.

Сводка формул. Таким образом, мы получили

$\varphi(\psi)$  — случай произвольной формы,

$\varphi(\psi) = 1 - 2\lambda z$  — геометрический закон горения,

$\varphi(\psi) = 1$  — постоянная поверхность горения.

Очевидно, что практически для решения задачи важны, именно, эти три случая задания функции формы пороха.

16. Начальные условия. Таким образом, система уравнений внутренней баллистики будет:

главное уравнение

$$p \left[ w + \omega \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} \right) - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \omega \psi \right] + \frac{\theta}{2} \varphi m v^2 = f \omega \psi;$$

уравнение инерции

$$\varphi m \frac{dv}{dt} = ps;$$

уравнение для скорости

$$v = \frac{dl}{dt};$$

уравнение газообразования

$$\frac{d\psi}{dt} = A\varphi(\psi)p.$$

Переменных пять —  $p, w, v, \psi, t$  из них одну можем считать за независимую. Обычно за независимую переменную принимают  $\psi$ ; если же за независимую переменную принимают  $z$ , то тогда добавляют еще одно уравнение, связывающее  $\psi$  с  $z$ .

Момент  $t=0$  совпадает с началом движения снаряда, т. е. моментом, когда ведущий поясок снаряда целиком врежется в нарезы.

Когда  $t=0$ ,

то

$$v = 0; \quad l = 0; \quad w = 0;$$

$$\varphi(\psi) = \varphi(\psi_0); \quad p = p_0;$$

причем  $\psi_0$  определяется в зависимости от  $p_0$ , которое является опытной величиной.

При заданных начальных условиях из главного уравнения для  $\psi_0$  получим выражение

$$\psi_0 = \frac{\frac{p_0}{f} \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} \right)}{1 + \frac{p_0}{f} \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right)} \quad (47)$$

Случай

$$\varphi = \lambda z (1 - \lambda z)$$

В этом случае

$$z_0 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\lambda}{x} \psi_0}}{2\lambda}; \varphi(\psi_0) = \sqrt{1 - 4 \frac{\lambda}{x} \psi_0}. \quad (48)$$

Случай постоянной поверхности горения

$$\psi = z; \psi_0 = z_0; \varphi(\psi_0) = 1.$$

17. Конечные условия. Дульная скорость. Дульное давление. Конечные условия определяются моментом, когда  $\psi = 1$ , тогда

$$t = t_k \quad w = w_k \quad v = v_k \quad p = p_k.$$

В этом случае получается система уравнений, которая, как указывалось, легко интегрируется. На самом деле преобразуем уравнения II системы. Деля уравнение эквивалентности на  $f_w$  и замечая, что

$$\frac{w + W_0}{W_0} = \rho$$

получаем

$$1 - r = \frac{p}{f} \left( \frac{\rho}{\Delta} - \alpha \right)$$

или так как

$$\frac{f}{\frac{1}{\Delta} - \alpha} = p_1$$

и

$$\Theta = \left( \frac{1}{\Delta} - \alpha \right) : \left( \frac{\rho}{\Delta} - \alpha \right)$$

получаем

$$1 - r = \frac{p}{p_1} \frac{1}{\Theta}.$$

Из уравнения инерции получаем

$$\varphi m \frac{dv}{dt} = \varphi m \frac{v dv}{dl} = ps$$

или

$$p = \frac{d \left( \frac{1}{2} \varphi m v^2 \right)}{dw}$$

или

$$\frac{\omega}{\theta} \frac{dr}{dw} = \frac{p}{f}$$

Так как

$$w = W_0(\rho - 1) = W_0 \left( \frac{1}{\theta} - 1 \right) (1 - \alpha \Delta)$$

то получим

$$\frac{p}{p_1} = \frac{dr}{\theta d \left( \frac{1}{\theta} \right)}$$

Внося в уравнение эквивалентности, получаем

$$\frac{\theta d \left( \frac{1}{\theta} \right)}{\frac{1}{\theta}} = \frac{dr}{1-r}$$

Интегрируя в пределах от  $\theta_k$  до  $\theta$  и от  $r_k$  до  $r$ , получаем

$$\left( \frac{\theta}{\theta_k} \right)^{\theta} = \frac{1-r}{1-r_k}$$

отсюда

$$r = 1 - (1 - r_k) \left( \frac{\theta}{\theta_k} \right)^{\theta} = 1 - (1 - r_k) \eta^{\theta} \quad (49)$$

Переходя к обычным обозначениям, получаем для скорости выражение

$$v = \sqrt{\frac{2f\omega}{\theta \varphi m} \left[ 1 - (1 - \frac{\theta}{2} \varphi m v_k^2) \left( \frac{l_k + l_{1k}}{l + l_{1k}} \right)^{\theta} \right]} \quad (50)$$

где

$$l_k = \frac{w_k}{s}; \quad l_{1k} = \frac{W_0 - \alpha \omega}{s}; \quad l = \frac{w}{s};$$

Формулу для давления получим, если внесем значение  $r$  в уравнение эквивалентности, то

$$p = (1 - r_k) p_1 \theta \eta^{\theta}$$

но так как

$$1 - r_k = \frac{p_k}{p_1} \frac{1}{\theta_k}$$

то

$$p = p_k \eta^{\theta + 1} \quad (51)$$

Таким образом, мы получили формулы для второго периода движения снаряда по каналу.

Дульная скорость определяется когда  $l = l_0$  — полному пути снаряда по каналу орудия.

## 2. ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ВНУТРЕННЕЙ БАЛИСТИКИ.

20. Общий случай.

Интегрированию в этом случае подлежит система уравнений Iа, при начальных условиях, указанных выше.

Из уравнения инерции и закона горения легко получить выражение для скорости снаряда в виде

$$v = \frac{s}{\varphi m} \int_0^t p dt = \frac{s}{m\varphi} (J - J_0) = \frac{s}{\varphi m} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} \quad (1)$$

где  $I$  — импульс давления.

Из уравнения же инерции получаем

$$\varphi m v \frac{dv}{dl} = ps$$

Отсюда, заменяя  $v$  и  $dv$  выражениями из (1), получим

$$p = \frac{s^2}{m\varphi} \frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} \frac{I - I_0}{dw} \quad (2)$$

Внося выражение для  $v$  и  $p$  в уравнение эквивалентности получаем

$$\begin{aligned} \frac{w}{W_0} + \left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right) - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \psi = \\ = \left[ \frac{\theta}{2\zeta} \frac{\psi}{I - I_0} - \frac{\theta}{2} (I - I_0) \right] \frac{d\left(\frac{w}{W_0}\right)}{d\psi} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{где } \zeta = \frac{\theta}{2} \frac{s^2}{f\omega\varphi m} \text{ и } dl = \frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} \quad (4)$$

Обозначая

$$K(\psi) = \frac{\theta}{2} \frac{1}{\zeta} \frac{\psi}{I - I_0} - \frac{\theta}{2} (I - I_0) \quad (5)$$

и вводя обозначение

$$T(\psi) = \frac{w}{W_0} + \left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right) - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \psi \quad (6)$$

получаем

$$T(\psi) = \frac{K(\psi)}{dI} \left[ dT(\psi) + \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) d\psi \right]$$

Это уравнение легко преобразуется к виду

$$\frac{dT(\psi)}{d\psi} = \frac{T(\psi)}{K(\psi)} \frac{dI}{d\psi} - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \quad (7)$$

Если положить

$$I g N(\psi) = \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{dI}{K(\psi)} \quad (8)$$

Причем при  $\psi = \psi_0$ ,  $I g N(\psi_0) = 0$ , следовательно,  $N(\psi_0) = 1$ .

Дифференцируя соотношение (8), получаем

$$\frac{dN(\psi)}{N(\psi)} = \frac{dI}{K(\psi)}$$

Внося последнее выражение в полученное дифференциальное уравнение (7), будем иметь

$$dT(\psi) - \frac{dN(\psi)}{N(\psi)} T(\psi) = - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) d\psi$$

Деля это уравнение на  $N(\psi)$  получим

$$\frac{N(\psi) dT(\psi) - T(\psi) dN(\psi)}{N(\psi)^2} = - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{d\psi}{N(\psi)}$$

Следовательно, интегрируя, получаем

$$\left. \frac{T(\psi)}{N(\psi)} \right|_{\psi_0}^{\psi} = - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{N(\psi)}$$

Подставляя пределы, получаем

$$T(\psi) = N(\psi) \left[ T_0 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{N(\psi)} \right] \quad (9)$$

Последний результат и представляет интеграл дифференциальных уравнений внутренней баллистики. Так как  $T(\psi)$  является функцией пути (объема) снаряда и количества сгорающего заряда, то, следовательно, из полученного интеграла легко выводится  $l(\psi)$  или  $w(\psi)$ .

Уравнение эквивалентности легко преобразуется к виду

$$\psi - r = \frac{p}{f\Delta} T(\psi)$$

а так как

$$r = \frac{\theta}{2} \frac{\varphi m v^2}{f\omega} = \zeta(I - I_0)^2$$

то для давления получаем формулу

$$\frac{p}{f} = \frac{\psi - \zeta(I - I_0)^2}{T(\psi)} \Delta. \quad (10)$$

Для решения задачи необходимо знание, кроме начальных условий, функции формы  $\varphi(\psi)$  в виде табличной или аналитической зависимости. В этом случае можно вычислить импульс давления

$$I - I_0 = \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{\bar{A}\varphi(\psi)} \quad (1)$$

на основании которого вычисляются

$$v = \frac{s}{\varphi m} (I - I_0)$$

$$K(\psi) = \frac{\theta}{2} \frac{1}{\zeta} \frac{\psi}{I - I_0} - \frac{\theta}{2} (I - I_0) \quad (5)$$

$$N(\psi) = e \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{dI}{K(\psi)} \quad (8)$$

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{N(\psi)} \quad (11)$$

$$T(\psi) = N(\psi) \left[ T_0 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{N(\psi)} \right] \quad (9)$$

$$I = \frac{W_0}{s} \left[ T(\psi) - \left( 1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) + \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \psi \right] \quad (12)$$

$$\frac{p}{f} = \frac{\psi - \zeta(I - I_0)^2 \Delta}{T(\psi)} \quad (10)$$

## 2). Вычисление наибольшего давления.

В точке наибольшего давления  $\frac{dp}{d\psi} = 0$ . Беря производную получим

$$T(\psi) \left[ 1 - 2\zeta(I - I_0) \frac{dI}{d\psi} \right] - \left[ \psi - \zeta(I - I_0)^2 \right] \frac{dT(\psi)}{d\psi} = 0.$$

Деля на  $T(\psi)$  и заменяя  $\frac{dT(\psi)}{d\psi}$  его выражением,

получаем

$$1 - 2\zeta(I - I_0) \frac{dI}{d\psi} - \frac{\psi - \zeta(I - I_0)^2}{K(\psi)} \frac{dI}{d\psi} + \frac{1}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{p}{f} = 0$$

т. к.

$$\frac{\psi - \zeta(I - I_0)^2}{K(\psi)} = \frac{2}{\theta} \zeta(I - I_0)$$

то получаем

$$1 - 2\zeta(I_m - I_0) \frac{\theta + 1}{\theta} \left( \frac{dI}{d\psi} \right)_m + \frac{1}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{p_m}{f} = 0 \quad (13)$$

В каждом конкретном случае мы применим полученное соотношение. Это соотношение можно представить в другом виде

$$1 - 2\zeta(I_m - I_0) \frac{1 + \theta}{\theta} \left( \frac{dI}{d\psi} \right)_m + \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{\psi_m - \zeta(I_m - I_0)^2}{N_m \left[ T_0 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \int_{\psi_0}^{\psi_m} \frac{d\psi}{N(\psi)} \right]} = 0 \quad (14)$$

## 22. Частные случаи. Геометрический закон горения.

а) Метод Н. Ф. Дроздова.

$$\varphi(\psi) = 1 - 2\lambda z; \quad \psi = z(1 - \lambda z)$$

$$d\psi = x(1 - 2\lambda z) dz = x\varphi(\psi)dz$$

Преобразуем к новому переменному

$$x = z - z_0$$

получим

$$\psi = x(x + z_0) - \nu\lambda(x + z_0)^2 = \psi_0 + k_1x - \nu\lambda x^2 \quad (15)$$

где

$$\psi_0 = xz_0(1 - \lambda z_0); \quad k_1 = x(1 - 2\lambda z_0).$$

Внесем полученные выражения в общие формулы, получим

$$I - I_0 = \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} = \frac{x}{A} x \quad (16)$$

$$v = \frac{s}{\varphi_m} (I - I_0) = \frac{x s}{A \varphi_m} x \quad (17)$$

$$\begin{aligned} K(\psi) &= \frac{\theta}{2} \frac{1}{\zeta} \frac{\psi}{I - I_0} - \frac{\theta}{2} (I - I_0) = \\ &= \frac{\theta}{2} \frac{1}{\zeta} \frac{\psi_0 + k_1x - \nu\lambda x^2}{\frac{x}{A} x} - \frac{\theta}{2} \frac{x}{A} x = \\ &= \frac{\theta}{2} \frac{1}{\zeta} \frac{A}{x} \frac{1}{x} \left[ \psi_0 + k_1x - \left( \nu\lambda + \zeta \frac{x^2}{A^2} \right) x^2 \right] \end{aligned}$$

Обозначим

$$B = \frac{\nu^2 s^2}{A^2 \varphi_m f \omega} = \frac{2}{\theta} \frac{x^2}{A^2} \zeta \quad (18)$$

$$B_1 = \nu\lambda + \zeta \frac{\nu^2}{A^2} \quad (19)$$

Тогда

$$K(\psi) = \frac{x}{A} \frac{1}{B} \frac{1}{x} (\psi_0 + k_1 x - B_1 x^2) \quad (20)$$

$$\text{и} \quad \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{dl}{K(\psi)} = \int_0^x \frac{\frac{x}{A} dx}{\frac{x}{A} \frac{1}{B} \frac{1}{x} (\psi_0 + k_1 x - B_1 x^2)} =$$

$$= B \int_0^x \frac{x dx}{\psi_0 + k_1 x - B_1 x^2}$$

или

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{dl}{K(\psi)} = -\frac{B}{B_1} \int_0^x \frac{x dx}{x^2 - \frac{k_1}{B_1} x - \frac{\psi_0}{B_1}}$$

Найдем корни уравнения

$$x^2 - \frac{k_1}{B_1} x - \frac{\psi_0}{B_1}$$

Получим

$$x_{1,2} = \frac{k_1}{2B_1} \pm \sqrt{\frac{k_1^2}{4B_1^2} + \frac{\psi_0}{B_1}}$$

или

$$x_{1,2} = \frac{k_1}{2B_1} \left( 1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{B_1 \psi_0}{k_1^2}} \right) = \frac{k_1}{2B_1} (1 \pm b)$$

Следовательно,

$$x_1 = \frac{k_1}{2B_1} (1 + b)$$

$$x_2 = \frac{k_1}{2B_1} (1 - b) \quad (21)$$

Разложим подинтегральную функцию на простейшие дроби

$$\frac{x}{(x - x_1)(x - x_2)} = \frac{A_1}{x - x_1} + \frac{A_2}{x - x_2}$$

$$A_1 = \frac{b+1}{2b}; \quad A_2 = \frac{b-1}{2b}$$

тогда

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{dl}{K(\psi)} = -\frac{B}{B_1} \int_0^x \frac{b+1}{2b} \frac{dx}{x - x_1} - \frac{B}{B_1} \int_0^x \frac{b-1}{2b} \frac{dx}{x - x_2}$$

Интегрируя, получаем

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{dI}{K(\psi)} = -\frac{B}{B_1} \frac{b+1}{2b} \lg\left(1 - \frac{x}{x_1}\right) - \frac{B}{B_1} \frac{b-1}{2b} \lg\left(1 - \frac{x}{x_2}\right)$$

Следовательно,

$$N(\psi) = Z^{-\frac{B}{B_1}} \quad (22)$$

где

$$Z = \left(1 - \frac{x}{x_1}\right)^{\frac{b+1}{2b}} \left(1 - \frac{x}{x_2}\right)^{\frac{b-1}{2b}} \quad (23)$$

Вычислим

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{N(\psi)} = \int_0^x (k_1 - 2\kappa\lambda x) Z^{\frac{B}{B_1}} dx$$

Обозначим временно

$$J = \int Z^{\frac{B}{B_1}} dx$$

тогда

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{N(\psi)} = k_1 J - 2\kappa\lambda \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} x dx$$

Т. к.

$$\lg Z = \int_0^x \frac{x dx}{(x-x_1)(x-x_2)}$$

то

$$dZ = Z \frac{x dx}{(x-x_1)(x-x_2)}$$

Следовательно,

$$x dx = (x-x_1)(x-x_2) \frac{dZ}{Z}$$

Внося  $x dx$  в интеграл

$$\int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} x dx$$

получим

$$\int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} x dx = \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}-1} (x-x_1)(x-x_2) dZ$$

Интегрируя по частям, получаем

$$\begin{aligned} \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} x dx &= \frac{B_1}{B} Z^{\frac{B}{B_1}} (x - x_1)(x - x_2) \Big|_0^x - \\ &- \frac{B_1}{B} \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} [2x - (x_1 + x_2)] dx = \\ &= \frac{B_1}{B} Z^{\frac{B}{B_1}} \left( x^2 - \frac{k_1}{B_1} x - \frac{\psi_0}{B_1} \right) + \frac{\psi_0}{B} + \\ &+ \frac{k_1}{B} \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} dx - 2 \frac{B_1}{B} \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} x dx \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} x dx &= -\frac{1}{B + 2B_1} Z^{\frac{B}{B_1}} \left( \psi - \frac{\theta}{2} Bx^2 \right) + \\ &+ \frac{k_1}{B + 2B_1} J + \frac{\psi_0}{B + 2B_1} \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{N(\psi)} &= \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} Z^{\frac{B}{B_1}} \left( \psi - \frac{\theta}{2} Bx^2 \right) + \\ &+ k_1 \left( 1 - \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \right) J - \frac{2\kappa\lambda\psi_0}{B + 2B_1} \end{aligned}$$

Внося последнее выражение в формулу для  $T(\psi)$ , получаем

$$\begin{aligned} T(\psi) &= Z^{\frac{B}{B_1}} \left[ T_0 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} Z^{\frac{B}{B_1}} \left( \psi - \frac{\theta}{2} Bx^2 \right) + \right. \\ &\left. + \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{2\kappa\lambda\psi_0}{B + 2B_1} - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) k_1 \left( 1 - \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \right) J \right] \end{aligned}$$

$$T(\psi) = -\frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \left( \psi - \frac{\theta}{2} Bx^2 \right) + \\ + \left\{ \left[ \left( 1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \psi_0 \left( 1 - \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \right) \right] - \right. \\ \left. - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \kappa_1 \left( 1 - \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \right) J \right\} Z^{-\frac{B}{B_1}}$$

или

$$T(\psi) = -K \left( \psi - \frac{\theta}{2} Bx^2 \right) + \left( M - N \int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} dx \right) Z^{-\frac{B}{B_1}} \quad (24)$$

где

$$K = \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \\ M = \left( 1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \psi_0 \left( 1 - \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \right) \quad (25) \\ N = \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \kappa_1 \left( 1 - \frac{2\kappa\lambda}{B - 2B_1} \right)$$

$$\kappa_1 = \kappa - 2\kappa\lambda z_0$$

$$B_1 = \lambda x + \frac{\theta}{2} B$$

$$B = \left( \frac{\kappa s}{A} \right)^2 \frac{1}{\varphi m f \omega}$$

$$\psi_0 = \frac{\frac{p_0}{f} \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} \right)}{1 + \frac{p_0}{f} \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right)}$$

$$z_0 = \frac{1}{2\lambda} \left[ 1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\psi_0 \lambda}{x}} \right] \approx \frac{\psi_0}{x} \left[ 1 + \lambda \frac{\psi_0}{x} \right]$$

$\int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} dx$  в общем виде не берется.

Выражение для пути

$$l = \frac{W_0}{s} \left[ T(\psi) - \left( 1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) + \frac{\Delta}{\delta} (\alpha \delta - 1) \psi \right] \quad (26)$$

Выражение для давления

$$\frac{p}{f} = \frac{\psi - \frac{\theta}{2} Bx^2}{T(\psi)} \Delta \quad (27)$$

Выражение для скорости

$$v = \frac{sx}{A\varphi m} x \quad (17)$$

в) Таблицы Дроздова.

При составлении таблиц, Дроздов принял постоянными:

$$\alpha, \delta, \lambda, p_0, f, \theta$$

Тогда коэффициенты  $K, M, N, k_1, B_1, z_0, \psi_0$  (формула 25) будут зависеть только от  $B$  и  $\Delta$ , поэтому можно составить следующие таблицы

$$\psi(B, \Delta, x) \quad (1)$$

$$Z(B, \Delta, x) \quad (2)$$

$$T(B, \Delta, x) \quad (2)$$

$$\frac{l}{l_0}(B, \Delta, x) \quad (2)$$

$$p(B, \Delta, x) \quad (2)$$

В частности при  $\psi = 1$  получаются таблицы

$$\frac{l_k}{l_0}(B, \Delta)$$

$$p_k(B, \Delta)$$

с) Формула для времени движения снаряда по каналу.  
Из выражения для скорости имеем

$$v \, dt = \frac{dl}{v}$$

в точке  $t=0$ ;  $v=0$  и функция  $\frac{1}{v}$  обращается в бесконечность, поэтому преобразуем  $\frac{dl}{v}$  к выражению дающему конечное значение при  $t=0$

Так как

$$dl = 2\sqrt{l} p \sqrt{l}$$

то

$$dt = 2 \frac{d\sqrt{l}}{v}$$

Теперь при  $t=0$ ;  $\frac{v}{\sqrt{l}}$  принимает неопределенное значение. Раскроем эту неопределенность.

$$\lim_{l \rightarrow 0} \left( \frac{v}{\sqrt{l}} \right) = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\frac{dv}{dt}}{d\sqrt{l}} = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\frac{s}{\varphi m} p}{\frac{1}{2\sqrt{l}} \frac{dl}{dt}} = \frac{2 \frac{s}{\varphi m} p_0}{\lim_{l \rightarrow 0} \frac{v}{\sqrt{l}}}$$

Следовательно,

$$\lim_{l \rightarrow 0} \frac{v}{\sqrt{l}} = \sqrt{\frac{2s}{\varphi m} p_0} \quad (28)$$

d) О вычислении наибольшего давления.

Применяя полученное выше соотношение для  $\frac{p_m}{f}$ , получим

$$1 - 2 \frac{x_m}{A^2} x_m \frac{1}{k_1 - 2\lambda x_m} \frac{\theta + 1}{\theta} + \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f} = 0$$

Отсюда, имея в виду, что  $B = \frac{s}{\theta} \frac{x^2}{A^2} \zeta$ ,

получим

$$k_1 - 2\lambda x_m - 2B \frac{1+\theta}{2} x_m + k_1 \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f} - 2\lambda \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) x_m \frac{p_m}{f} = 0$$

Отсюда имеем

$$k_1 \left[ 1 + \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f} \right] = 2 \left[ \kappa \lambda + \frac{\theta}{2} B + \frac{B}{2} + \right. \\ \left. + \kappa \lambda \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f} \right] x_m$$

Применяя наши обозначения, получим

$$x_m = \frac{k_1}{B + 2B_1} \frac{1 + \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f}}{1 + \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f}} \quad (29)$$

Причем нужно иметь в виду еще общую формулу для  $\frac{p_m}{f}$ . Следовательно,  $x_m$  может быть определено только методом последовательных сближений.

Если мы, следуя Дроздову, обозначим

$$h(x_m) = \frac{k_1}{B + 2B_1} \left[ \frac{1 - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f}}{1 + \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1} \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f}} - 1 \right] \quad (30)$$

получим

$$x_m = \frac{k_1}{B + 2B_1} + h(x_m) \quad (31)$$

Первое приближение

$$x_m = \frac{k_1}{B + 2B_1} \quad (32)$$

Внося полученное  $x_m$  в формулу (27) (или по таблицам) получим  $\frac{p_m}{f}$ , по которому из формулы (30) получим  $h(x_m)$ . Внося полученное значение  $h(x_m)$  в формулу (31) получим второе приближение для  $x_m$ . Поступая таким образом далее, вычислим точное значение  $x_m$ .

Таблицы для  $h(x_m)$  можно составить следующим образом

Построим серию кривых  $\frac{p}{f}(B, \Delta, x)$  в зависимости от  $x$ , выбирая один из параметров постоянным. Затем по формуле (29) можно построить серию кривых  $x_m$  в зависимости от  $\frac{p_m}{f}, B$  и  $\Delta$ .

Пересечения кривых определит точки  $x_m$ , и  $p_m$  по которым можно составить таблицы  $p_m, h(x_m)$  в зависимости от  $B$  и  $\Delta$ . Имея значения  $x_m$  в зависимости от  $B$  и  $\Delta$  и пользуясь формулой (26) (или готовой таблицей) можно составить таблицы

$$\frac{l_m}{l_1}(B, \Delta).$$

Таким образом, при помощи таблиц легко получить

$$p_m; \frac{l_m}{l_1}; \frac{l_k}{l_1}; h(x_m) \text{ зная } B \text{ и } \Delta.$$

Затем по формулам (27), (17), (50,1), (51,1) вычисляются  $v_k, p_k, v$  и  $p$  во втором периоде.

Если же иметь в виду, что величина  $\frac{f\delta}{\alpha\delta - 1}$  велика, по срав-

нению с  $p_m$ ; порядок этой величины  $2,5 \cdot 10^4 \text{ кг см}^{-2}$ , так что даже при  $p_m = 5 \cdot 10^3 \text{ кг см}^{-2}$  член  $\frac{p_m}{f} \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) = 2 \cdot 10^{-1}$ , и коэффициент  $\frac{2\lambda l}{B + 2B_1}$  также мал и поэтому членом

$$\frac{2\lambda l}{B + 2B_1} \cdot \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \frac{p_m}{f}$$

можно пренебречь.

Тогда получим

$$x_m = \frac{k_1}{B + 2B_1} \left[ 1 + \frac{p_m}{f} \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \right]$$

Задавая приближенно величину  $p_m$ , по этой формуле  $x_m$  получается точнее, нежели по приведенной выше приближенной формуле (32).

е) Возвратимся теперь к интегралу

$$\int_0^x Z \frac{B}{B_1} dx$$

Этот интеграл подстановкою

$$\tau = \frac{x - x_1}{x - x_2}$$

преобразуется к неполному Эйлерову интегралу.  
На самом деле

$$dx = \frac{k_1 b}{B_1} \frac{d\tau}{(\tau - 1)^2}$$

$$x - x_1 = \frac{k_1 b}{B_1} \frac{\tau}{1 - \tau}$$

$$x - x_2 = \frac{k_1 b}{B_1} \frac{1}{1 - \tau}$$

Следовательно,

$$Z = \frac{(x_1 - x)^{\frac{b+1}{2b}} (x_2 - x)^{\frac{b-1}{2b}}}{x_1^{\frac{b+1}{2b}} x_2^{\frac{b-1}{2b}}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{k_1 b}{B_1}\right)^{\frac{b+1}{2b}} \tau^{\frac{b+1}{2b}} \left(\frac{k_1 b}{B_1}\right)^{\frac{b-1}{2b}} \frac{1}{(\tau - 1)^{\frac{b-1}{2b}}}}{x_1^{\frac{b+1}{2b}} x_2^{\frac{b-1}{2b}}}$$

$$= \frac{2b}{1+b} \left(\frac{1+b}{1-b}\right)^{\frac{b-1}{2b}} \tau^{\frac{b+1}{2b}} (\tau - 1)^{-1}$$

$$\int_0^x Z \frac{B}{B_1} dx = \frac{2k_1 b^2}{B_1(1+b)} \left(\frac{1+b}{1-b}\right)^{\frac{b-1}{2b}} \int_0^x \tau^{\frac{B}{B_1} \frac{b+1}{2b}} (\tau - 1)^{-\frac{B}{B_1} - 2} d\tau$$

отвлекаясь от постоянного множителя, получим

$$\int_0^y \tau^p (\tau - 1)^q d\tau \quad (34)$$

где

$$p = \frac{B}{B_1} \frac{b+1}{2b}, \quad q = -\frac{B}{B_1} - 2 \quad (35)$$

Как известно, такой интеграл берется в конечном виде, если одно из чисел  $p, q$  или  $p+q$  будет целым.

Рассмотрим возможные случаи интегрируемости. Распишем для этого подробно показатели  $p$  и  $q$

$$p = \frac{B}{x\lambda + \frac{\theta}{2}B} \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \frac{x\lambda + \frac{\theta}{2}B}{x(1-2\lambda z_0)} \psi_0}}{2 \sqrt{1 + 4 \frac{x\lambda + \frac{\theta}{2}B}{x(1-2\lambda z_0)} \psi_0}} \quad (36)$$

$$q = -\frac{B}{x\lambda + \frac{\theta}{2}B} - 2 \quad (37)$$

1°. если  $\psi_0 = 0$  тогда

$$p = \frac{B}{B_1}; \quad q = -\frac{B}{B_1} - 2; \quad p+q = -2 \quad (38)$$

2°. если  $\lambda = 0, x = 1$

$$p = \frac{1}{\theta} \frac{1 + \sqrt{1 + 2\theta\psi_0}}{2\sqrt{1 + 2\theta\psi_0}}; \quad q = -2 \frac{\theta+1}{\theta} \quad (39)$$

при  $\theta = 0,2$ , как это обычно и принимают в баллистике, получим

$$q = -12$$

г) Обобщенные таблицы интеграла (34).

Полные и упрощенные таблицы Дроздова не дают возможности решать задачу при значениях постоянных  $x, \lambda, \theta, p_0, f, \delta, \alpha$  отличных от выбранных Дроздовым.

Если же пользоваться только таблицей для  $Z$ , то приходится

для каждого конкретного случая вычислять значение  $\int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} dx$ , что значительно усложняет и удлинняет вычислительный процесс.

Наличие таблиц  $\int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} dx$  значительно облегчает весь вычислительный процесс. Для составления таблиц, преобразуем

интеграл  $\int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}}$  к виду

$$\int_0^x Z^{\frac{B}{B_1}} dx = \frac{k_1}{B_1} \int_0^\beta Z(\gamma, \beta)^{\frac{B}{B_1}} d\beta$$

где

$$\beta = \frac{B_1}{k_1} x ; \gamma = \frac{B_1 \psi_0}{k_1^2} .$$

Для  $\int_0^\beta Z(\gamma, \beta)^{\frac{B}{B_1}} d\beta$  можно вычислить таблицы о трех входах

$$\beta, \gamma, \frac{B}{B_1}$$

г) Случай:  $\alpha = \frac{1}{\delta}$ ,  $\kappa = 1$ ,  $\lambda = 0$  :  $p_0 = 0$ .

В этом случае получаются очень простые и удобные для исследования формулы, сами по себе не имеющие почти никакого практического значения.

Формула для скорости

$$v = \frac{s}{A \varphi t} z, \text{ где } A = \frac{u_1}{e_1} \quad (40)$$

Формула для пути снаряда.

В этом случае из формулы (25) следует

$$K=0 : M = 1 - \frac{\Delta}{\delta}, N=0 ; k_1 = 1 ; B_1 = \frac{\theta}{2} B \quad (41)$$

$\psi_0 = 0$ ; ;  $z_0 = 0$ ; из формулы (24) получим

$$T(\psi) = \left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right) Z^{-\frac{2}{\theta}} \quad (42)$$

Так как

$$b = 1, \quad x_1 = \frac{k_1}{B_1} = \frac{1}{\frac{\theta}{2} B}; \quad x_2 = 0$$

$$\lim_{x_2 \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{x_2}\right)^{\frac{b-1}{2b}} = 1 \quad (43)$$

то

$$Z = \left(1 - \frac{\theta}{2} Bz\right) \quad (44)$$

Следовательно внося в формулу (26), получим

$$l = \frac{W_0}{s} \left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right) \left[\left(1 - \frac{\theta}{2} Bz\right)^{-\frac{2}{\theta}} - 1\right]$$

или

$$l = l_0 (1 - \alpha \Delta) \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\theta}{2} Bz\right)^{\frac{2}{\theta}}} - 1\right] \quad (45)$$

Формулу для давления получим, внося значения  $T$  и  $\psi$  в формулу (27)

$$\frac{p}{f} = \frac{\Delta}{1 - \alpha \Delta} z \left(1 - \frac{\theta}{2} Bz\right)^{\frac{2+\theta}{\theta}} \quad (46)$$

Формула для наибольшего давления.

Из формулы (29) следует

$$z_m = \frac{1}{B(2+\theta)} \quad (47)$$

Внося полученное значение в формулу для давления, получим

$$\frac{p_m}{f} = \frac{\Delta}{1 - \alpha \Delta} \frac{1}{(1+\theta)B} \left(\frac{2+\theta}{2+2\theta}\right)^{\frac{2+\theta}{\theta}} \quad (48)$$

## Преобразуем полученные формулы к переменному

$$\Theta = \frac{1 - \alpha \Delta}{\rho - \alpha \Delta} \quad (49)$$

получим

$$\frac{\theta}{2} Bz = 1 - \Theta \frac{\theta}{2} \quad (50)$$

$$\frac{\theta}{2} Br = \left(1 - \Theta \frac{\theta}{2}\right)^2 \quad (51)$$

$$\frac{p}{f} = \frac{\Theta \frac{\theta}{2} (1 - \Theta \frac{\theta}{2})}{\frac{\theta}{2} B \left(\frac{1}{\Delta} - \alpha\right)} \quad (52)$$

$$\Theta_m \frac{\theta}{2} = \frac{2 + \theta}{2 + 2\theta} \quad (53)$$

$$\Theta_k \frac{\theta}{2} = 1 - \frac{\theta}{2} B; r_k = \frac{\theta}{2} B; \frac{p_k}{f} = \frac{\left(1 - \frac{\theta}{2} B\right)^{\frac{2 + \theta}{\theta}}}{\frac{1}{\Delta} - \alpha} \quad (54)$$

В последнем виде формулы и служат для баллистических исследований.

### 23. Обобщение решения проф. Н. Ф. Дроздова.

1. Сложность процесса, каким является выстрел, приводит не только к интегралам (см. II, 22), которые невозможно выразить в известных функциях, но и к большому числу величин, характеризующих орудие, заряд и снаряд—от которых зависят уравнения внутренней баллистики. Действительно, в основных зависимостях имеется около 15 независимых переменных и параметров. Эти обстоятельства представляют значительные трудности при аналитическом исследовании уравнений, при решении практических задач, а также и при составлении таблиц баллистических функций. Так, например, таблицы АНИИ РККА составлены в зависимости от трех величин— $B; \Delta$  и  $l/l_1$ ; при постоянстве значений— $f; \alpha; \delta; \kappa; \lambda; \theta; \rho_0$ , т. е. пригодны только для принятого при вычисле-

нии таблиц,<sup>1)</sup> сорта пороха и определенного давления форсирования. Не лучше обстоит дело и с вопросом исследования основных зависимостей—достаточно полное аналитическое исследование основных уравнений произведено пока только в случае, когда  $p_0 = 0$ ;  $\alpha = 1/\delta$  и  $\psi = z$ .

Большое число переменных и параметров и связанная с этим громоздкость формул при точном решении, заставляет при решении практических задач пользоваться для прикидок уравнениями, полученными с помощью упрощений в дифференциальном уравнении движения снаряда,—таковы, например, способы Бианки, Бианки—Граве, В. Букк, Г. В. Оппокова и некоторые другие способы решений.

Однако, указанное множество независимых переменных и параметров можно значительно уменьшить, сведя число их к трем сложным параметрам

$$\gamma = \frac{B_1}{k_1^2} \psi_0;$$

$$n = \frac{B}{B_1};$$

$$D_1 = \frac{D}{B_1} k_1^2;$$

$$D = \frac{\alpha - 1/\delta}{\Delta - 1/\delta}$$

где

и к одному независимому переменному

$$\beta = \frac{B_1}{k_1} x.$$

Преобразовывая к этим параметрам решение проф. Н. Ф. Дроздова, удастся представить его в форме удобной как для решения задач и исследования уравнений, так и для составления совершенно общих таблиц баллистических функций, независимых ни от каких величин, характеризующих условия заряжания, т. е. величин, определяющих орудие, заряд и снаряд. Единственным ограничением является принятие определенного значения для  $\theta$ , причем нами принято  $\theta = 0,2$  <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Таблицы АНИИ для решения задач внутренней баллистики, Издание Наркомвоенмора, 1933 г.

2. Преобразование уравнения для пути саряда. Представим сначала величины  $K$ ,  $M$  и  $N$  формул (25), как функции  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $n$  и  $D_1$ . Производя преобразование, получим:

$$K = \left( 1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) D \frac{2 - n\theta}{2 + n};$$

$$M = \left( 1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) \left[ 1 - D\psi_0 \frac{1 + \theta}{2 + n} n \right];$$

$$N = \left( 1 - \frac{\Delta}{\delta} \right) k_1 n \frac{1 + \theta}{2 + n}.$$

Деля уравнение (24) на  $1 - \Delta/\delta$  и внося полученные  $K$ ,  $M$ ,  $N$ , и имея в виду, что

$$\psi - \frac{\theta}{2} Bx^2 = \psi_0 + k_1 x - B_1 x^2$$

получим:

$$\frac{l + l_\psi}{l_\Delta} = Z^{-n} \left[ 1 - Dn \frac{1 + \theta}{2 + n} \left( \psi_0 + k_1 \int_0^x Z^n dx \right) \right] - D \frac{2 - n\theta}{2 + n} (\psi_0 + k_1 x - B_1 x^2)$$

или

$$\frac{l + l_\psi}{l_\Delta} = Z^{-n} \left[ 1 - D_1 n \frac{1 + \theta}{2 + n} \left( \gamma + \int_0^\beta Z^n d\beta \right) \right] - D_1 \frac{2 - \theta n}{2 + n} (\gamma + \beta - \beta^2).$$

Так как

$$\frac{l + l_\psi}{l_\Delta} = \frac{l}{l_\Delta} + 1 - D\psi \tag{55}$$

$$\psi = \psi_0 + k_1 x - \chi \lambda x^2 k^2$$

или

$$\psi = \psi_0 + k_1 x - \left( 1 - \frac{\theta}{2} n \right) B_1 x^2 = \frac{k_1^2}{B_1} \left[ \gamma + \beta - \left( 1 - \frac{\theta}{2} n \right) \beta^2 \right]$$

2) М. Е. Серебряков. Физико-Химическое обоснование расчета температуры пороховых газов в орудии и выбор показателя  $\theta$ . Известия Артакадемии РККА, том XIX.

Т. К.

$$\kappa\lambda = B_1 \left( 1 - \frac{\theta}{2} n \right);$$

то выражая из уравнения 55 отношение  $l/l_{\Delta}$ , будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{l}{l_{\Delta}} = Z^{-n} & \left[ 1 - D_1 n \frac{1+\theta}{2+n} \left( \gamma + \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right) \right] + \\ & + D_1 n \frac{1+\theta}{2+n} \left[ \gamma + \beta - \frac{1 - \frac{\theta}{2} n}{1+\theta} \beta^2 \right] - 1; \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{l}{l_{\Delta}} = Z^{-n} & - 1 - D_1 n \frac{1+\theta}{2+n} \left[ \left( \gamma + \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right) Z^{-n} + \right. \\ & \left. - \left( \gamma + \beta - \frac{1 - \frac{\theta}{2} n}{1+\theta} \beta^2 \right) \right]. \end{aligned}$$

Вводя обозначение

$$L(\beta, \gamma, n) = Z^{-n} - 1;$$

$$\begin{aligned} L_1(\beta, \gamma, n) = n \frac{1+\theta}{2+n} & \left[ \left( \gamma + \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right) Z^{-n} + \right. \\ & \left. - \left( \gamma + \beta - \frac{1 - \frac{\theta}{2} n}{1+\theta} \beta^2 \right) \right]; \end{aligned}$$

окончательно можем записать

$$\frac{l}{l_{\Delta}} = L(\beta, \gamma, n) - D_1 L_1(\beta, \gamma, n) \quad 56$$

3. Преобразование уравнения для давления газов.

Уравнение (27) легко приводится к виду

$$\frac{\alpha - 1/\delta}{f} p = \frac{D_1}{l + l_{\Delta}} l_{\Delta} (\gamma + \beta - \beta^2).$$

### Заменяя отношение

$$\frac{l + l_{\psi}}{l} \Delta$$

его значением и обозначая

$$\frac{f}{\alpha - 1/\delta} D_1 = C$$

для давления газов, будем иметь уравнение:

$$\frac{C}{p} = \frac{Z^{-n}}{\gamma + \beta - \beta^2} \left[ 1 - D_1 n \frac{1 + \theta}{2 + n} \left( \gamma + \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right) \right] - D_1 \frac{2 - n\theta}{2 + n}$$

или

$$\frac{C}{p} = \frac{Z^{-n}}{\gamma + \beta - \beta^2} -$$

$$- D_1 \left[ n \frac{1 + \theta}{2 + n} \left( \gamma + \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right) \frac{Z^{-n}}{\gamma + \beta - \beta^2} + \frac{2 - n\theta}{2 + n} \right]$$

Обозначая

$$p(\beta, \gamma, n) = \frac{Z^{-n}}{\gamma + \beta - \beta^2};$$

$$P_1(\beta, \gamma, n) = n \frac{1 + \theta}{2 + n} \left( \gamma + \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right) \frac{Z^{-n}}{\gamma + \beta - \beta^2} + \frac{2 - n\theta}{2 + n};$$

окончательно получим:

$$p = \frac{C}{P(\beta, \gamma, n) - D_1 P_1(\beta, \gamma, n)} \quad (57)$$

#### 4. Преобразование уравнения для времени движения снаряда по каналу ствола.

Из уравнения (31, I § 13) имеем

$$t = I_k \int_0^x \frac{dx}{p}$$

которое легко преобразовывается к виду-

$$C \frac{B_1}{k_1 I_k} t = \int_0^\beta \frac{C}{p} d\beta$$

а заменяя  $\frac{C}{p}$  его значением из (57), получаем

$$C \frac{B_1}{k_1 I_k} t = \int_0^\beta P(\beta, \gamma, n) d\beta - D_1 \int_0^\beta P_1(\beta, \gamma, n) d\beta.$$

Обозначая

$$T(\beta, \gamma, n) = \int_0^\beta P(\beta, \gamma, n) d\beta$$

$$T_1(\beta, \gamma, n) = \int_0^\beta P_1(\beta, \gamma, n) d\beta$$

окончательно можем записать

$$C \frac{B_1}{k_1 I_k} t = T(\beta, \gamma, n) - D_1 T_1(\beta, \gamma, n) \quad (58)$$

### 5. Определение $p_m$ .

Для вычисления переменного  $\beta_m$ , при котором давление газов в канале достигает максимума, преобразуем уравнение для  $x_m$ . Из формулы (29) получаем:

$$\frac{B + 2B_1}{k_1} x_m = \frac{\frac{f}{\alpha - 1/\delta} \cdot \frac{1}{p_m} + 1}{\frac{f}{\alpha - 1/\delta} \cdot \frac{1}{p_m} + \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1}}$$

Вычитая из обеих частей равенства по единице и определяя

$$\frac{f}{\alpha - 1/\delta} \cdot \frac{1}{p_m}$$

получаем

$$\frac{f}{\alpha - 1/\delta} \cdot \frac{1}{p_m} = \frac{1 - \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1}}{\frac{B + 2B_1}{k_1} x_m - 1} - \frac{2\kappa\lambda}{B + 2B_1}$$

а имея в виду, что

$$\frac{2 \times \lambda}{B + 2B_1} = \frac{2 - n\theta}{2 + n};$$

$$1 - \frac{2 \times \lambda}{B + 2B_1} = n \cdot \frac{1 + \theta}{2 + n};$$

$$\frac{B + 2B_1}{k_1} = (2 + n) \frac{B_1}{k_1}$$

можем написать

$$\frac{f}{\alpha - 1/\delta} \cdot \frac{1}{p_m} = \frac{n \frac{1 + \theta}{2 + n}}{(2 + n)\beta_m - 1} - \frac{2 - \theta n}{2 + n}$$

или

$$\frac{f}{\alpha - 1/\delta} \cdot \frac{1}{p_m} = \frac{1 - (2 - n\theta)\beta_m}{(2 + n)\beta_m - 1}$$

Заменяя  $p$  его значением из (57), имеем:

$$\frac{P(\beta, \gamma, n) - D_1 P_1(\beta, \gamma, n)}{D_1} = \frac{1 - (2 - n\theta)\beta_m}{(2 + n)\beta_m - 1}$$

откуда

$$[(2 + n)\beta_m - 1] P(\beta, \gamma, n) = D_1 [1 - (2 - n\theta)\beta_m + [(2 + n)\beta_m - 1] P_1(\beta, \gamma, n)].$$

Заменяя функции  $P(\beta, \gamma, n)$  и  $P_1(\beta, \gamma, n)$  их выражениями, для  $\beta_m$  получим уравнение

$$\beta_m = \frac{1}{2 + n} + D_1 \frac{1 + \theta}{(2 + n)^2} n \left\{ (\gamma + \beta_m - \beta_m^2) Z_m^n + \left( \gamma + \int_0^{\beta_m} Z^n d\beta \right) [(2 + n)\beta_m - 1] \right\}.$$

Обозначая

$$\Phi(\beta_m, \gamma, n) = \frac{1 + \theta}{(2 + n)^2} n \left\{ (\gamma + \beta_m - \beta_m^2) Z_m^n + \left( \gamma + \int_0^{\beta_m} Z^n d\beta \right) [(2 + n)\beta_m - 1] \right\}$$

для определения  $\beta_m$ , получим уравнение

$$\beta_m = \frac{1}{2+n} + D_1 \Phi(\beta_m, \gamma, n) \quad (59)$$

которое решается последовательными сближениями аналогично вычислению  $x_m$ .

## 6. Основные баллистические функции.

Полученные уравнения

$$\frac{l}{l_{\Delta}} = L(\beta, \gamma, n) - D_1 L_1(\beta, \gamma, n) \quad (56)$$

$$p = \frac{C}{P(\beta, \gamma, n) - D_1 P_1(\beta, \gamma, n)} \quad (57)$$

$$C \frac{B_1}{k_1 J_k} t = T(\beta, \gamma, n) - D_1 T_1(\beta, \gamma, n) \quad (58)$$

$$\beta_m = \frac{1}{2+n} + D_1 \Phi(\beta, \gamma, n) \quad (59)$$

справедливы для зарядов из порохов любой формы, лишь бы закон газообразования удовлетворял уравнению

$$\psi = xz (1 \pm \lambda z)$$

при этом случай, когда

$$B_1 = x\lambda + \frac{\theta}{2} B$$

при  $\lambda < 0$ , обращается в нуль — является исключительным и для него решение в приведенной форме непригодно.

Влияние прогрессивности или дегрессивности горения пороха, отражается в уравнениях (56); (57); (58) и (59), лишь знаком характеристики  $\lambda$ . В случае, когда при прогрессивно горящих порохам

$$|\lambda| > \frac{\theta}{2} B$$

то

$$B_1 = \frac{\theta}{2} B - x\lambda = - (x\lambda - \frac{\theta}{2} B) = - B'_1.$$

Следовательно,

$$n = \frac{B}{B_1} = -\frac{B}{B'_1} = -n_1$$

$$\beta = -\frac{B'_1}{k_1} x = -\beta_1$$

$$\gamma = -\frac{B'_1}{k_1^2} \psi_0 = -\gamma_1$$

$$D_1 = -\frac{D k_1^2}{B'_1} = -D'_1$$

причем  $b = \sqrt{1 - 4\gamma_1} < 1$ ;

т. е. в уравнениях (56), (57), (58) и (59) нужно заменить  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $n$  и  $D_1$  на  $-\beta_1$ ;  $-\gamma_1$ ;  $-n_1$  и  $-D'_1$ . Не трудно видеть, что при такой замене переменной и параметров, вид уравнений остается один и тот же, т. к. функции

$$L(\beta, \gamma, n); P_1(\beta, \gamma, n) \text{ и } \Phi(\beta_m, \gamma, n)$$

сохраняют свой знак, а

$$L_1(\beta, \gamma, n); \text{ и } P(\beta, \gamma, n);$$

меняют знак плюс на минус.

Отсюда следует, что функции

$$L(\beta, \gamma, n); L_1(\beta, \gamma, n) \dots \dots \dots \Phi(\beta_m, \gamma, n)$$

позволяют уравнениям (56), (57), (58) и (59) сохранять один и тот же общий вид независимо от знака аргумента  $\beta$  и параметров  $\gamma$ ,  $n$  и  $D_1$  и зависят только от абсолютных их значений.

Поэтому эти функции могут быть названы основными баллистическими функциями, а таблицы значений их — таблицами основных баллистических функций.

После распада зерна, элементы распада горят дегрессивно и, следовательно, решение ведется по формулам для дегрессивного пороха, т. е. для случая, когда

$$\lambda > 0.$$

В случае пороха с постоянной поверхностью горения, формулы значительно упрощаются, т. к. тогда

$$n = \frac{2}{\theta}; \beta = \frac{\theta}{2} B x; \gamma = \frac{\theta}{2} B \psi_0 \text{ и } D_1 = \frac{2D}{\theta B}.$$

## 7. Пределы изменений аргумента и параметров.

Так как для дегрессивно горящих порохов

$$3 \geq \kappa \lambda \geq 0$$

$$10 \geq n > 1.$$

Для порохов прогрессивно горящих в силу того, что

$$\kappa \lambda < 0$$

значение  $|n|$  может достигать больших чисел.

Однако, практические пределы изменения значительно уже. Для составления таблиц, нами принято

$$10 \geq n \geq 5 \quad \text{для дегрессивных порохов и}$$

$$14 \geq |n| \geq 10 \quad \text{для прогрессивных порохов,}$$

т. е.  $|n|$  меняется в границах

$$14 \geq |n| \geq 5.$$

Для остальных параметров и аргумента, приняты следующие пределы изменения, т. к.

вообще  $1 > \beta \geq 0$ , то для таблиц  $0,5 \geq \beta \geq 0,02$ ;

"  $1 > \gamma \geq 0$ , "  $0,12 \geq \gamma > 0$ ;

"  $20 > D_1 \geq 0$ , "  $15 > D_1 \geq 0$ .

Для прогрессивных порохов  $|D_1|$  может достигать любых значений, но для вычисления  $\beta_{ms}$  мы ограничились выше указанными пределами. Что же касается вычислений пути, давления и времени, то  $|D_1|$  может быть каким угодно, т. к. таблицы не зависят от  $|D_1|$ .

## 8. Формулы для периода расширения газов.

Формулы для второго периода (общеизвестны), одни и те же для любой формы пороха, а именно:

$$\frac{p}{p_k} = \left( \frac{1 + l_k/l_\alpha}{1 + l/l_\alpha} \right)^{1+\theta} = \eta^{1+\theta}$$

$$\left( \frac{\theta \varphi m}{2 f \omega} \right)^{\frac{1}{2}} v = \sqrt{1 - \eta^\theta (1 - r_k)}$$

где

$$r_k = \frac{\theta \varphi m}{2 f \omega} \quad v_k^2 = \frac{\theta}{2} B x^2_k.$$

Из приведенных уравнений видно, что для второго периода можно построить таблицы в зависимости от  $\eta$  и  $r_k$ .

Для определения времени из соотношения

$$\frac{dl}{dt} = v$$

получим

$$t - t_k = \frac{1}{l_\alpha} \left( \frac{\theta \varphi m}{2 f \omega} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{l_k}{l_\alpha} \right) \int_{\eta_1}^1 \frac{d\eta}{\sqrt{1 - \eta^\theta (1 - r_k)}}$$

или обозначая

$$\frac{1}{l_\alpha} \left( \frac{\theta \varphi m}{2 f \omega} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{l_k}{l_\alpha} \right) = C_2$$

$$\int_{\eta_1}^1 \frac{d\eta}{\sqrt{1 - \eta^\theta (1 - r_k)}} = T(\eta, r_k)$$

будем иметь

$$t = t_k + C_2 T(\eta, r_k).$$

### 3. ПРИМЕНЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ ГОРЕНИЯ ПОРОХОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ВНУТРЕННЕЙ БАЛИСТИКИ ПРИ $P_0 \neq 0$

30. Случай, когда  $I$  не зависит от плотности заряжания  $\Delta$

В этом случае  $I - I_0 = \int_{\psi_0}^{\psi} p dt$  может быть заменен  $\int_{\psi_0}^{\psi} P d\tau$  из

опыта в бомбе следующим образом.

Закон горения пороха в бомбе

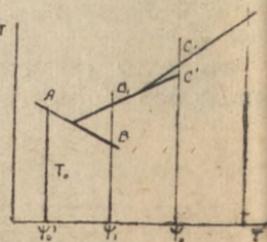
$$\frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} = P d\tau \quad (1)$$

— в орудии

$$\frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} = p dt \quad (2)$$

следовательно,

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} = \int_{\psi_0}^{\psi} P d\tau = \int_{\psi_0}^{\psi} p dt \quad (3)$$



где  $P$ —давление в бомбе,  $\tau$ —соответственно время. Таким образом, значение  $I(\psi)$  нам будет известно.

Что такое решение, и подобные ему представляют практический интерес показывают исследования Серебрякова. Опыты Серебрякова<sup>1)</sup> показали, что для ряда марок порохов (ленточные) действительно независимость  $I$  от  $\Delta$  существует. Ниже приведенные методы основаны на использовании соотношения (3).

а) Графический метод Кранца.

Интегрированию в этом случае подлежит уравнение (7, 2)

$$\frac{dT}{d\psi} = \frac{T}{K} \frac{dI}{d\psi} - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \quad (7, 2)$$

Это уравнение, как показал Кранц, интегрируется графическим методом. В начальный момент времени  $t=0$

$$T = T_0 \quad K(\psi) = \infty; \psi = \psi_0; \frac{dI}{d\psi} = \left( \frac{dI}{d\psi} \right)_0 \quad (4)$$

Из уравнения (7, 2), получаем

$$\left( \frac{dT}{d\psi} \right)_0 = - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \quad (5)$$

т. е. наклон касательной к кривой  $T(\psi)$  в точке  $\psi_0$ . Продолжая касательную до встречи с ординатой  $T$  в точке  $B'$  получим  $T' = \psi_1 B'$  приближенное значение  $T$  в точке  $\psi = \psi_1$ .

Внося  $T'$  в формулу (7, 2) определим направление касательной в точке  $\psi_1$

$$\left( \frac{dT}{d\psi} \right)_1 = \frac{T'}{K_1} \left( \frac{dI}{d\psi} \right)_1 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \quad (6)$$

Новую касательную проведем не из точки  $B'$ , а из середины  $AB'$ , что, как показано ниже, будет ближе к действительности, и поэтому  $\psi_1 B_1 = T_1$  даст более точное значение для  $T$ .

По  $T_1$  легко вычисляется  $\frac{w_1}{W_0}$ . Продолжая касательную до пересечения с ординатой  $\psi_2 T$  в точке  $C'$  получим  $T'' = \psi_2 C'$  приближенное значение  $T$  в точке  $\psi_2$ , которое вставляем в формулу (7, 2)

$$\left( \frac{dT}{d\psi} \right)_2 = \frac{T''}{K_2} \left( \frac{dI}{d\psi} \right)_2 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1)$$

и получаем, таким образом направление касательной в точке  $\psi_2$

Новую касательную проводим не из точки  $C'$ , а из середины отрезка  $B_1 C'$ . Пересечение касательной с ординатой  $\psi_2 C'$  в точке  $C_1$  определит более точное значение  $\psi_2 C_1$ . Интегрируя, таким обра-

1) См. Серебряков. Внутренняя баллистика.

зом далее, можно сравнительно быстро получить кривую давлений и скоростей.

Давление определяется по формуле:

$$\frac{p}{f} = \frac{2\zeta}{n - \theta} (I - I_0) \frac{K\Delta}{T} \quad (7)$$

Для второго периода обычные формулы.

в) Метод Шмитца.

В § 20, 2 нами изложен метод Шмитца, который мы назвали общим методом интегрирования. Особенность самого метода Шмитца, состоит в способе вычислений.

Решая однородное уравнение

$$\frac{dT'}{T'} = \frac{dI}{K(\psi)}$$

получаем

$$\ln T' = \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{dI}{K(\psi)}$$

которое можно вычислить, интегрируя кривую  $\left(\frac{1}{K}, I\right)$ . Составим выражения

$$N_1 = \frac{T'_1}{T_0}; N_2 = \frac{T'_2}{T'_1}; \dots N_n = \frac{T'_n}{T'_{n-1}}$$

Значения  $T'_1, T'_2 \dots T'_n$  соответствуют интервалам

$$\Delta\psi_1 = \Delta\psi_2 = \Delta\psi_3 = \dots = \Delta\psi_n$$

Точное решение получим, если учтем поправку  $\left(\alpha - \frac{1}{\delta}\right) \Delta\psi$  которой мы пренебрегли. Более точно чем  $N'_2 = N_2 T'_1$  будем иметь

$$T_2 = N_2 \left[ T'_1 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \Delta\psi \right].$$

Продолжая таким образом далее получим

$$T = N \left[ T_0 - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \int \frac{d\psi}{N} \right] \quad (8)$$

Таким образом, мы получили известные формулы Шмитца. Впервые, с помощью приведенного метода интегрирования уравнения (7,2), решение (9, 2) получено Шмитцем.<sup>1)</sup> Этот метод представляет такой же практический интерес, как и метод Кранца.

<sup>1)</sup> Cranz Lehrbuch der Ballistik t II 1925, стр. 265.

с) Метод Серебрякова М. Е.

Метод был предложен в 1925 году. Автор делает следующие допущения:

1) Процесс расширения газов в периоде горения адиабатический<sup>1)</sup>

2) Давление в бомбе не зависит от объема камеры при данной  $\Delta$

3) Функцию  $l_{\psi}$  он заменяет средним значением (аналогично

методу Бианки), полагая  $\alpha' = \frac{1}{\delta'} = \frac{1}{2} \left( \alpha + \frac{1}{\delta} \right)$

В основу метода кладутся функции

$$\int_{\psi_0}^{\psi} \frac{d\psi}{A\varphi(\psi)} = I - I_0; \text{ и } \frac{s}{\varphi m} \int_{\psi_0}^{\psi} l d\tau = L_{\Delta_1} \quad (9)$$

На основании того, что

$$l = \int_{\psi_0}^{\psi} v dt = \frac{s}{\varphi m} \int_{\psi_0}^{\psi} l dt \text{ и } Pd\tau = pdt$$

получается следующее соотношение

$$dl = \frac{P}{p} dL_{\Delta} \quad (10)$$

Из уравнения Нобля, на основании второго допущения, заменяя объем бомбы объемом камеры орудия, получаем для бомбы

$$p = \frac{f\Delta \cdot l_0 \psi}{(l_{\psi})_{\Delta_1}}$$

и для орудия

$$p = \frac{f\psi \left[ 1 - \frac{r}{\psi} \right]}{T} \Delta$$

или на основании формулы (13, 1)

$$p = \frac{f\psi\Delta}{T} \frac{T}{T_0}$$

<sup>1)</sup> Автор в диссертации 1937 г. уточняет это допущение. Таким образом, приведенный нами метод относится к 1937 г.

На основании первого допущения<sup>1)</sup> отношение температур замещается отношением свободных объемов.

$$\frac{T_0}{T} = \left( \frac{l + (l_\psi)_\Delta}{(l_\psi)_\Delta} \right)^{\frac{\theta}{2}} \quad (11)$$

Следовательно,

$$dl = \frac{\Delta_1 l_0 \left[ l + (l_\psi)_\Delta \right]^{\frac{\theta}{2}}}{(l_\psi)_{\Delta_1}} \frac{1}{\omega} \left( \frac{l + (l_\psi)_\Delta}{(l_\psi)_\Delta} \right)^{\frac{\theta}{2}} dL_{\Delta_1}$$

которое можно заменить уравнением

$$dl = \frac{\Delta_1}{\Delta} \frac{1}{(l_\psi)_{\Delta_1} (l_\psi)_\Delta^{\frac{\theta}{2}}} \left[ l + (l_\psi)_\Delta \right]^{\frac{\theta}{2} + 1} dL_{\Delta_1}$$

т. к. на основании последнего допущения

$$(l_\psi)_\Delta = (l_{\psi_0})_\Delta = l_\Delta \text{ и } (l_\psi)_{\Delta_1} = (l_{\psi_0})_{\Delta_1} = l_{\Delta_1}$$

то, интегрируя наше уравнение, получаем:

$$-\frac{2}{\theta} \left\{ \left[ l + l_\Delta \right]^{-\frac{\theta}{2}} - l_\Delta^{-\frac{\theta}{2}} \right\} = \frac{\Delta_1}{\Delta} \frac{1}{l_\Delta^{\frac{\theta}{2}}} L_{\Delta_1}$$

Делая простые преобразования, получаем окончательно формулу для пути снаряда

$$1 + \frac{l}{l_0(1 - \alpha'\Delta)} = \frac{1}{(1 - B'L_{\Delta_1})^{\frac{2}{\theta}}} \quad (12)$$

где

$$\alpha' = \frac{1}{2} \left( \alpha + \frac{1}{\delta} \right); \quad B' = \frac{\theta}{2} \frac{\Delta_1}{\Delta} \frac{1}{l_0(1 - \alpha'\Delta)}$$

В формулу для давления последнего ограничения можно не вводить и формула будет иметь вид:

<sup>1)</sup> Общий характер зависимости  $\frac{T}{T_0}$  от отношения свободных объемов можно определить следующим образом: из формул (63, 2) и (62, 2) можно получить.

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{r}{\psi} = 1 - \frac{\theta}{2} B_z = \Theta^{\frac{\theta}{2}} = \left( \frac{l_\Delta}{l + l_\Delta} \right)^{\frac{\theta}{2}}$$

$$p = \frac{f\omega}{s} \frac{\psi - \zeta(I - I_0)^2}{l + (I_\psi)_\Delta} \quad (10, 2)$$

где

$$\zeta = \frac{\theta}{2} \frac{s^2}{\varphi m f \omega}$$

Данный способ, среди способов, основанных на физических законах горения, занимает такое же место как и способ Бианки, среди точных способов, основанных на геометрическом законе горения. Таким образом, кривые полученные методом Серебрякова следует сравнивать с аналогичными кривыми, полученными методом Бианки.

#### 4. ВЛИЯНИЕ ПРОГРЕССИВНОСТИ.

##### 40. Общие соображения.

Рассмотрим вопрос о влиянии прогрессивности<sup>1)</sup> на результаты стрельбы. Под результатами стрельбы будем разуметь влияние прогрессивности на давление, скорость и путь снаряда. Исследование влияния прогрессивности в общем случае очень сложно и поэтому для простоты сделаем следующие упрощающие допущения:

$$1) p_0 = 0,$$

следовательно

$$\psi_0 = z_0 = 0, J_0 = 0$$

$$2) \alpha = \frac{1}{\delta}$$

При этих допущениях решение уравнений внутренней баллистики будет представлено формулами

$$J = \int_0^\psi \frac{d\psi}{A\varphi(\psi)}$$

$$v = \frac{s}{\varphi m} J$$

$$K(\psi) = \frac{\theta}{2} \frac{1}{\zeta} \frac{\psi}{J} - \frac{\theta}{2} J$$

$$\int_0^\psi \frac{dI}{K(\psi)}$$

$$N(\psi) = e$$

<sup>1)</sup> См. работы: Сюго. Внутренняя баллистика 1928 г. Ленинград.

Граве. Внутренняя баллистика, Пиродинамика 11 1932 г. Ленинград.

Слухоцкий. Влияние формы порохового зерна на результаты стрельбы. Известия Артакадемии.

$$T(\psi) = T_0 N(\psi)$$

$$l = \frac{W_0}{s} \left[ T(\psi) - (1 - \alpha \Delta) \right]$$

$$\frac{p}{f} = \Delta \frac{\psi - \zeta J^2}{T(\psi)}$$

41. Кривые в зависимости от  $z$ .

Функция  $K(\psi)$  с возрастанием прогрессивности, убывает, т. к. при одинаковых  $z$  порогах с большей прогрессивностью соответствует меньшее  $\psi$ .

Функции  $N(\psi)$ ,  $T(\psi)$  и  $l$  изменяются в том же направлении, что и прогрессивность.

Кривые давлений располагаются одна над другой по мере убывания прогрессивности.

Таким образом, будем иметь для одинаковых  $z$ :

$$J_{np} = J_{дегр.}$$

$$v_{np} = v_{дегр.}$$

$$K(\psi)_{np} < K(\psi)_{дегр.}$$

$$N(\psi)_{np} > N(\psi)_{дегр.}$$

$$T(\psi)_{np} > T(\psi)_{дегр.}$$

$$l_{np} > l_{дегр.}$$

$$p_{np} < p_{дегр.}$$

в частности

$$p_{m np} < p_{m дегр.}$$

$$p_k np < p_k дегр.$$

$$l_k np > l_k дегр.$$

Для изучения изменения  $z_m$  и  $l_m$  в зависимости от изменения прогрессивности имеем следующее выражение.

$$1 - \frac{2 + 2\theta}{\theta} \zeta J_m \left( \frac{dl}{d\psi} \right)_m = 0$$

или

$$\frac{\theta}{(2 + 2\theta) B} = \frac{z_m}{\chi\varphi(\psi_m)}$$

Таким образом, имеем

$$\left( \frac{z_m}{\chi\varphi(\psi_m)} \right)_{np.} = \left( \frac{z_m}{\chi\varphi(\psi_m)} \right)_{дегр.}$$

Можно рассмотреть два случая

а)  $[\chi\varphi(\psi_m)]_{пр.} < [\chi\varphi(\psi_m)]_{дегр.}$ , тогда  $z_{т пр.} < z_{т дегр.}$

Однако, этот случай не может иметь места, т. к. для одинаковых  $z$   $p_{т пр.} < p_{т дегр.}$ , т. е. давление при более прогрессивном порохе растет медленнее и поэтому  $p_{т}$  для него достигается позднее.

в)  $[\chi\varphi(\psi_m)]_{пр.} > [\chi\varphi(\psi_m)]_{дегр.}$ , тогда  $z_{т пр.} > z_{т дегр.}$

следовательно,

$$J_{т пр.} > J_{т дегр.}$$

$$v_{т пр.} > v_{т дегр.}$$

$$K(\varphi_m)_{пр.} < K(\psi_m)_{дегр.}$$

$$N(\psi_m)_{пр.} > N(\psi_m)_{дегр.}$$

$$T(\psi_m)_{пр.} > T(\psi_m)_{дегр.}$$

$$l_{т пр.} > l_{т дегр.}$$

42. Кривые в зависимости от пути снаряда.  
Так как при одинаковом  $z$

$$v_{пр.} = v_{дегр.}$$

$$l_{пр.} > l_{дегр.}$$

то для одинаковых  $l$

$$J_{пр.} < J_{дегр.}$$

$$v_{пр.} < v_{дегр.}$$

$$z_{пр.} < z_{дегр.}$$

$$K(\psi)_{пр.} < K(\psi)_{дегр.}$$

$$p_{пр.} < p_{дегр.}$$

Так как горение при более прогрессивном порохе кончается позднее, то кривая давлений более прогрессивного пороха пересекает кривую давлений менее прогрессивного пороха во втором периоде, следовательно,

$$p_{д пр.} > p_{д дегр.}$$

На самом деле обе кривые должны ограничивать при бесконечном расширении одинаковую площадь,  
т. к.

$$\int_0^{\infty} Pdw = \frac{\varphi m v^2}{2} = r \frac{f_{\omega}}{\theta} = \frac{f_{\omega}}{\theta}; \text{ ибо } \begin{matrix} r \rightarrow 1 \\ l \rightarrow \infty \end{matrix}$$

На любом конечном участке пути

$$\left( \int_0^l P dw \right)_{пр.} < \left( \int_0^l P dw \right)_{дегр.}$$

следовательно, на любом конечном  $l$

$$v_{пр.} < v_{дегр.}$$

Из этого следует одно очень важное следствие: при употреблении прогрессивных порохов, можно применять более высокие плотности заряжания, нежели при порохе дегрессивном, при одном и том же наибольшем давлении.

Таким образом, с увеличением прогрессивности пороха должна повышаться и плотность заряжания.

$$43. \text{ Влияние } p_0 \text{ и } \alpha = \frac{1}{\delta}$$

Дополнительное влияние этих величин не может изменить характера кривых  $p, v, l$  от  $z$  или  $p, v, z$  от  $l$ .

Кривая  $\psi$  от  $z$  для пороха прогрессивного лежит ниже кривой  $\psi$  от  $z$  для пороха дегрессивного, поэтому

$$z_{0 пр} > z_{0 дегр}$$

а) При порохам с одинаковой прогрессивностью  $p_0$  уменьшает скорость, уменьшает путь, увеличивает давление;  $\alpha = \frac{1}{\delta}$  увеличивает скорость, увеличивает путь, уменьшает давление.

На самом деле, для одинаковых  $z$ , следовательно и  $\psi$  имеем

$$(l)_{z_0=o} > (l)_{z_0 \neq o}$$

$$(v)_{z_0=o} > (v)_{z_0 \neq o}$$

$$(K)_{z_0=o} < (K)_{z_0 \neq o}$$

$$(N)_{z_0=o} > (N)_{z_0 \neq o}$$

$$(T)_{z_0=o} > (T)_{z_0 \neq o}$$

$$(l)_{z_0=o} > (l)_{z \neq o}$$

$$(p)_{z_0=o} < (p)_{z_0 \neq o}$$

При  $\alpha = \frac{1}{\delta}$

$$(\psi_0)_{\alpha = \frac{1}{\delta}} < (\psi_0)_{\alpha = \frac{1}{\delta}}$$

и

$$(z_0)_{\alpha = \frac{1}{\delta}} < (z_0)_{\alpha = \frac{1}{\delta}}$$

Следовательно,  $\alpha - \frac{1}{\delta}$  увеличивает скорость и путь снаряда, уменьшает давление.

Таким образом, влияние  $p_0$  и  $\alpha - \frac{1}{\delta}$  взаимно противоположны.

в) Из выражения

$$\frac{p_k}{f} T_k = 1 - \zeta I_k^2$$

вытекает, что т. к. правая часть с возрастанием прогрессивности возрастает и давление  $p_k$  убывает, то  $T_k$  растёт, следовательно, растёт и  $l_k$ , т. е.

$$p_k \text{ пр} < p_k \text{ дегр}$$

$$T_k \text{ пр} > T_k \text{ дегр}$$

$$l_k \text{ пр} > l_k \text{ дегр}$$

Из начальных условий следует, что чем больше прогрессивность тем позднее начинает двигаться снаряд, следовательно, путь снаряда при порохе более прогрессивном пересекает путь снаряда при порохе менее прогрессивном.

Таким образом, в начале движения

$$T_{\text{пр}} < T_{\text{дегр}}$$

$$N_{\text{пр}} < N_{\text{дегр}}$$

в конце горения

$$T_{\text{пр}} > T_{\text{дегр}}$$

$$N_{\text{пр}} > N_{\text{дегр}}$$

т. к. кривые  $N$  также пересекаются. Относительно  $K$  можно сделать следующие заключения:

$$K(\psi_0)_{\text{пр}} = K(\psi_0)_{\text{дегр}}$$

$$K(1)_{\text{пр}} > K(1)_{\text{дегр}}$$

Но так как кривые  $K$  начинаются тем дальше от начала координат, чем выше прогрессивность, следовательно, они в начале для одинаковых  $z$  лежат выше, так же как и в конце горения, то следовательно, кривая  $K$  прогрессивного пороха пересекает два раза кривую  $K$  дегрессивного пороха.

с) Относительно  $l_m$  можно сделать следующие заключения: в зависимости от условий заряжания может быть  $l_m \text{ пр} > l_m \text{ дегр}$  или  $l_m \text{ пр} < l_m \text{ дегр}$

д) При  $p_0 = 0$  и  $\alpha \neq \frac{1}{\delta}$  неравенство

$$T_{\text{пр}} > T_{\text{дегр}}$$

усиливается. Таким образом, при постоянном  $\alpha$ , увеличение  $\delta$  увеличивает прогрессивность пороха. Т. к. влияние  $p_0$  обратно влиянию разности  $\alpha - \frac{1}{\delta}$ , то при употреблении прогрессивных порохов выгодно уменьшать  $p_0$ .

## 5. БАЛИСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ.

50. Под баллистическим расчетом понимают операции, производимые с целью нахождения наивыгоднейшего соотношения между величинами:

$$\omega, W_0, w, p_m, v_0, q, s, e_1$$

при условии задания некоторых из них.

Обычно задают в качестве исходных данных для расчета  $s, q, v_0$ , которые в свою очередь выбираются на основании тактико-технических требований. Правила для их выбора дают основания устройства артиллерийских систем.

При заданных условиях можно получить множество решений, из которых каждое будет отвечать определенному значению  $p_m$ . Таким образом, при решении задачи, необходимо задаваться определенным значением  $p_m$ . Выбор  $p_m$  производится на основании сравнения проектируемого оружия с существующими.

Однако, полученное решение может не отвечать техническим требованиям, предъявляемым к новому оружию и тогда производится расчет нескольких вариантов с целью удовлетворения техническим требованиям<sup>1)</sup>.

51. Поставим вначале следующую задачу:

Чем определяется наивыгоднейшее баллистическое решение с точки зрения внутренней баллистики? Наивыгоднейшее решение получим, если при данных  $W_0 + w$ —полном объеме канала,  $p_m$ —наибольшем давлении,  $q$ —весе снаряда найдем такие  $\omega$ —вес заряда,  $W_0$ —объем каморы и  $e_1$ —толщину зерна, которые бы давали наибольшее значение  $v_0$ . Очевидно, что такое орудие будет считаться орудием наибольшей мощности.

Т. к.  $v_0$  характеризуется работой пороховых газов, т. е.  $\int pdw$ , то чем больше работа пороховых газов, тем больше скорость снаряда. Пусть мы имеем кривую давлений, построенную в зависимости от объема канала, тогда чем лучше кривая давлений  $W_0 p_m R W$  заполняет прямоугольник  $OABW$ , тем больше  $\int pdw$ , (см фиг. 8).

<sup>1)</sup> Некоторые авторы (напр. Граве) указывают, что баллистический расчет является примирением противоречивых требований. На самом деле это не так. Внутренняя баллистика дает решение, не связывая его с техническими требованиями. Внутренняя баллистика не в состоянии учесть всевозможных вариаций технических требований и поэтому расчет с выполнением всех условий выходит за рамки внутренней баллистики.

Поэтому отношение заштрихованной площади ко всей площади  $OABW$  определяет степень заполнения площади  $OABW$ , которое и будет характеризовать, так называемую, баллистическую мощность орудия.

Имеем

$$R = \frac{\text{пл. } W_0 p_m RW}{\text{пл. } OABW} = \frac{\int p dw}{(w + W_0) p_m} = \frac{\varphi m v^2}{2(w + W_0) p_m} \quad (10)$$

Таким образом, отыскать наиболее выгодное решение, с точки зрения внутренней баллистики означает найти такое решение, при котором  $R$  было бы наибольшим. Для  $R$  можно дать и другое выражение.

$$R = \frac{\text{пл } W_0 p_m RW}{\text{пл } W_0 A'BW} \cdot \frac{W_0 W}{O W} = \frac{\int p dw}{w \cdot P_m} \cdot \frac{w}{w + W_0} = \frac{p_{cp}}{p_m} \left( 1 + \frac{1}{\rho} \right) \quad (2)$$

где

$$\rho = \frac{w + W_0}{W_0}, \text{ следовательно } \frac{w}{w + W_0} = 1 + \frac{1}{\rho}$$

и

$$p_{cp} = \frac{\int p dw}{w} \text{ — среднее давление}$$

Таким образом, можно сделать следующие заключения:  
Мощность орудия тем больше,

- а) чем больше  $\eta = \frac{p_{cp}}{p_m}$ , т. е. чем лучше кривая давлений заполняет свой прямоугольник и
- в) чем больше  $\rho$ , т. е. чем длиннее ствол.

Величину  $R$  называют баллистическим коэффициентом полезного действия, в отличие от  $r$  — механического коэффициента полезного действия. Между  $R$  и  $r$  существует связь.

52. Для того, чтобы изучить изменение  $R$  в зависимости от изменения условий заряжания, необходимо изучить отдельные члены этого коэффициента.  $R$  можно представить в виде

$$R = \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{(w + W_0) P_m} = \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0 \rho} : \frac{p_m}{f} \quad (3)$$

Таким образом, необходимо изучить

$$\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$$

в зависимости от  $\rho$  и затем в зависимости от  $w + W_0$ .

53. Кривые живых сил в функции от пройденного пути при

$$p_m = \text{const}$$

Условие постоянства наибольшего давления позволяет просто и наглядно провести исследование.

Выражение  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  можно привести к следующему виду

$$\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} = \frac{\Delta r}{\theta} \quad (4)$$

Для коэффициента полезного действия из формулы (51, 2 § 22) имеем выражение

$$r = \frac{\left(1 - \theta \frac{\theta}{2}\right)^2}{\frac{\theta}{2} B} \quad (5)$$

Условие  $p_m = \text{const}$  (48, 11 § 22) дает

$$\chi = B \left( \frac{1}{\Delta} - \alpha \right) = \text{const}$$

Следовательно, выражение для  $r$  запишется в виде

$$r = \left( \frac{1}{\Delta} - \alpha \right) \frac{\left(1 - \theta \frac{\theta}{2}\right)^2}{\frac{\theta}{2} \chi} \quad (6)$$

и

$$\frac{\varphi m v^2}{2 f W_0} = 2 (1 - \alpha \Delta) \left(1 - \theta \frac{\theta}{2}\right)^2 \quad (7)$$

При сделанных допущениях из формул (49, 1, § 16) и (54, 2, § 25) для  $r$  в периоде расширения имеем выражение

$$r = 1 - \frac{1}{1 - \frac{\theta}{2} B} \theta^{\theta} \quad (8)$$

Таким образом, в периоде горения каждому значению  $\Delta$  соответствует одна кривая  $r$  в зависимости от  $\frac{1}{\theta} - 1$ , следовательно, одна кривая

$$\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$$

Для любых значений  $\Delta$  кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  выводятся из одной путем увеличения ординат пропорционально  $1 - \alpha \Delta$ .  
При изображении  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  в зависимости от  $\rho - 1$

$$\left( \rho - 1 = \frac{w}{W_0} = \frac{l}{l_0} \right) \text{ абсциссы увеличиваются в том же отношении т.к.}$$

$$\rho - 1 = \left( \frac{1}{\Theta} - 1 \right) (1 - \alpha \Delta) \quad (9)$$

Кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  в зависимости от  $\rho - 1$  представлены на фиг. 9

Из этого можно вывести важное следствие:

Прямая, проведенная от начала координат, пересекает каждую кривую  $\left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}, \rho - 1 \right)$  в точках, соответствующих одинаковым  $\Theta$ , тем более удаленных от начала, чем меньше  $\Delta$ <sup>1)</sup>.

Таким образом, кривые в периоде горения не пересекаются.

Вид кривых  $\left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}, \rho - 1 \right)$  получим, исследуя направление касательной. Угловым коэффициентом касательной будет

$$\frac{d \left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} \right)}{d(\rho - 1)} = \frac{p}{f} \quad (10)$$

Т.к. давление сначала возрастает, затем убывает, то кривая будет иметь точку перегиба.

Отношение ординаты к абсциссе будет равно (см. фиг. 10)

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0 (\rho - 1)}}{\rho - 1} = \frac{\int_1^{\Theta} p d \left( \frac{1}{\Theta} - 1 \right)}{\frac{1}{\Theta} - 1} \quad (11)$$

это отношение возрастает от 0, оставаясь меньше  $\frac{p}{f}$ , затем

<sup>1)</sup> На самом деле для одинаковых  $\Theta$  для двух  $\Delta$  имеем

$$\frac{\left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} \right)_1}{\left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} \right)_2} = \frac{1 - \alpha \Delta_1}{1 - \alpha \Delta_2} = \frac{\left( \frac{1}{\Theta} - 1 \right) (1 - \alpha \Delta_1)}{\left( \frac{1}{\Theta} - 1 \right) (1 - \alpha \Delta_2)} = \frac{\rho_1 - 1}{\rho_2 - 1}$$

т.е. направление прямой из начала координат

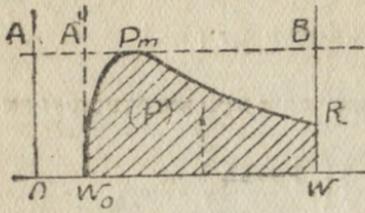


Рис. 8.

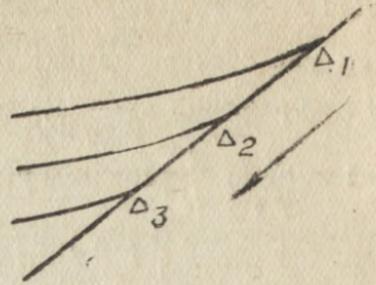


Рис. 9.

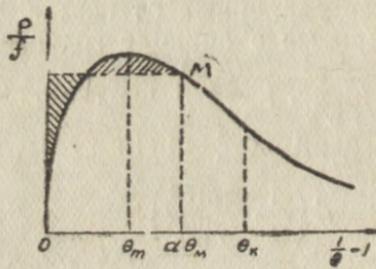


Рис. 10.

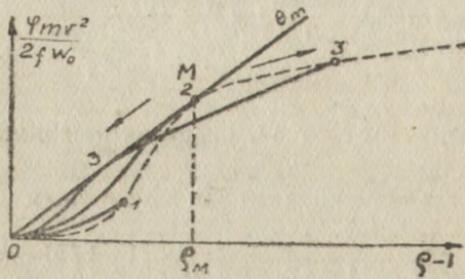


Рис. 11.

становится равным  $\frac{p}{f}$ , причем  $\Theta = \Theta_m$  в этой точке является числом постоянным, т. к. в выражении

$$\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0 (\rho - 1)} \chi = \Theta_m \frac{2 + \theta}{\theta} \left( 1 - \Theta_m^2 \right) \quad (12)$$

правая часть зависит только от  $\theta$ ; затем это отношение убывает. Таким образом, если  $\Theta_m > \Theta_k$ , то это отношение одинаково для всех кривых  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$ , соответствующих одному и тому же  $\chi$ ,

т. к. при  $\chi = const$  в периоде горения будет одна и та же кривая  $\frac{p}{f}$  в зависимости от  $\frac{1}{\Theta} - 1$  (52, 2, § 22); если  $\Theta_m < \Theta_k$  — это отношение не достигает значения  $\left(\frac{p}{f}\right)_m$  и кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  будут ниже предыдущих кривых.

В точке  $\Theta_m$  значение  $\frac{\int_0^{\Theta_m} \frac{p}{f} d\left(\frac{1}{\Theta} - 1\right)}{\frac{1}{\Theta_m} - 1} = \frac{p_m}{f}$  совпадает

направлением касательной к кривой  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  проведенной из начала координат, т. к.

$$d \left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} \right)_m = \frac{p_m}{f} \equiv \frac{1}{2} \frac{\varphi m v_m^2}{f W_0 (\rho - 1)_m} \quad (13)$$

поэтому все кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  касаются одной прямой  $OM$  выходящей из начала координат в точке  $(\rho_m - 1) > (\rho_m - 1)$ , т. е. за точкой перегиба (см. фиг. 11). Все точки касания соответствуют одному и тому же значению  $\Theta_m$ . Кривые для которых

$\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0 (\rho - 1)} < \frac{p_m}{f}$  (при  $\Theta_m < \Theta_k$ ) лежат ниже прямой  $OM$ , плотности заряжения  $\Delta$  для этих кривых меньше, чем для предыдущих.

При  $\rho \rightarrow \infty$ ;  $r \rightarrow 1$  кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  на основании формулы

(4) — имеют своим пределом  $\frac{\Delta}{\theta}$ , следовательно,  $\frac{\Delta}{\theta}$  является

асимптотой. Кривые в периоде расширения располагаются одна над другой в порядке возрастающих  $\Delta$  и т. к. точки касания  $\rho_m - 1$  идут в обратном порядке, то кривые после касания два раза пересекаются. Можно подобрать такое  $\Delta_m$  чтобы  $\frac{P_m}{f} = \frac{P_k}{f}$  тогда кривые при  $\Delta_i > \Delta_m$  будут касаться прямой  $OM$  для  $\rho - 1 < \rho_m - 1$  т. к.

$$\left(1 - \alpha \Delta_m\right) \left(\frac{1}{\Theta_m} - 1\right) = \rho_m - 1 > (1 - \alpha \Delta_i) \left(\frac{1}{\Theta_m} - 1\right);$$

кривые, для которых  $\Delta_i < \Delta_m$  будут располагаться ниже прямой  $OM$ . Т. к.  $\Theta_m = \text{const}$ , то из уравнения (50, 2, § 22) получаем

$$\frac{\chi}{\frac{1}{\Delta} - \alpha} = \text{const}, \text{ т. е. } \Delta_m \text{ изменяется в направлении обратном}$$

изменению  $\chi$  и поэтому

$$\rho_m - 1 = (1 - \alpha \Delta_m) \left(\frac{1}{\Theta_m} - 1\right)$$

изменяется в направлении обратном  $\chi$ .

Можно подобрать такое  $\Delta_L$ , для которого горение кончается в бесконечности ( $\rho \rightarrow \infty$ ), тогда из уравнения (50, 2, § 22) видно, что

$$B_L = \frac{2}{\theta}$$

тогда

$$\frac{1}{\Delta_L} - \alpha = \frac{\theta}{2} \chi$$

следовательно,

$$\Delta_L = \frac{1}{\alpha + \frac{\theta}{2} \chi} \quad 1)$$

Кривая, для которой  $\Delta = \Delta_L$ , пересекает все кривые по два раза и стремится к своей асимптоте  $\frac{\Delta_L}{\theta}$ , которая лежит выше всех асимптот  $\frac{\Delta}{\theta}$ .

1) Так как  $\alpha \sim 0,98$ ;  $\chi \sim 0,1$  при  $\frac{f}{P_m} = 3$ , то  $\Delta_L \sim 1$ .

Эта кривая коснется прямой  $OM$  ниже всех кривых, т.

$$\left(1 - \alpha \Delta_L\right) \left(\frac{1}{\Theta_M} - 1\right)$$

близко нулю.

Для трех значений  $\Delta$  очень близких между собою, кривые, пересекаясь по два раза между собою, идут очень близко одна около другой. Следовательно, кривые допускают обертывающую в периоде расширения; обертывающей в периоде горения является прямая  $OM$ . Обертывающая имеет асимптоту  $\frac{\Delta_L}{\theta}$ .

Каждому значению  $\frac{p_m}{f}$  соответствует одна обертывающая

кривых  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$

Кривые показаны на фиг. 12.

Этот анализ дает возможность сделать следующие выводы:

- 1) Мощность  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  характеризуется величиной  $\frac{p_m}{f}$
- 2) Для  $\rho < \rho_m$  наибольшая мощность отвечает неполному горению.
- 3) Для  $\rho = \rho_m$  горение заканчивается в дульном срезе.
- 4) Для  $\rho > \rho_m$  наибольшая мощность отвечает полному горению, оканчивающемуся очень близко к дульному срезу.

#### 54. Влияние изменения $\frac{p_m}{f}$

Рассмотрим две обертывающих (фиг. 13), характеризующихся значениями  $\left(\frac{p_m}{f}\right)_1$  и  $\left(\frac{p_m}{f}\right)_2$  тогда для одинаковых  $\rho$  на прямолинейном участке ординаты кривых относятся как  $\frac{p_m}{f}$ , т. к.

$\Theta_M = \text{const}$ :

$$\frac{\left(\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}\right)_1}{\left(\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}\right)_2} = \frac{\chi_2}{\chi_1} = \frac{\left(\frac{p_m}{f}\right)_1}{\left(\frac{p_m}{f}\right)_2}; \chi_2 > \chi_1.$$

Ординаты криволинейных частей находятся в несколько меньшем отношении, т. к. это отношение в пределе стремится к отношению асимптот, т. е.

$$\frac{\Delta_{L1}}{\Delta_{L2}} = \frac{\alpha + \frac{\theta}{2} \chi_2}{\alpha + \frac{\theta}{2} \chi_1} = \frac{\chi_2 \left(\frac{\alpha}{\chi_2} + \frac{\theta}{2}\right)}{\chi_1 \left(\frac{\alpha}{\chi_1} + \frac{\theta}{2}\right)}$$

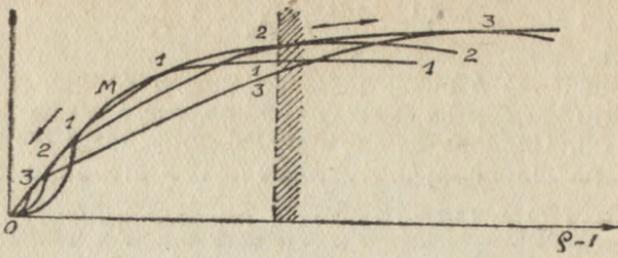


Рис. 12.

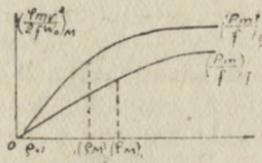


Рис. 13.

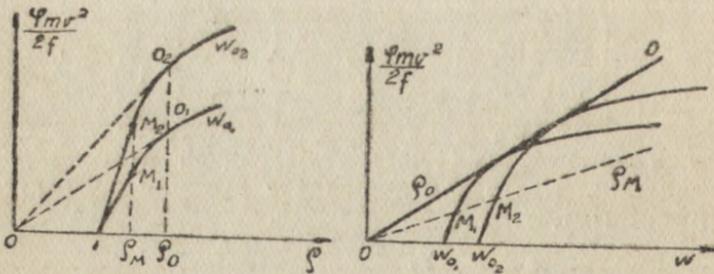


Рис. 14.

Отношение

$$\frac{\frac{\alpha}{\chi_2} + \frac{\theta}{2}}{\frac{\alpha}{\chi_1} + \frac{\theta}{2}} < 1$$

Таким образом,  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  растет слабее, чем  $\frac{p_m}{f}$ , а потому отношение

$$\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} : \frac{p_m}{f}$$

при возрастании  $\frac{p_m}{f}$  слегка убывает; оно слегка растет при  $p_m = \text{const}$  и возрастающей  $f$ .

55. Кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$  в зависимости от пройденного пути.

Семейство кривых  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  при заданном  $\frac{p_m}{f}$ , характеризу-

валось одной обертывающей в зависимости от  $\rho$ . Кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$  имея общее начало будут располагаться одна под другой в порядке убывающих  $W_0$  (фиг. 14). Касательная  $OO_1$ , проведенная из начала координат к кривой лежит выше прямой  $OM$ , все кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$  имеют общими точки  $\rho_m$  и  $\rho_0$ . При изображении кривых  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$  в зависимости от  $w + W_0$  абциссы  $\rho$  нужно соответственно умножить на  $W_0$ , т. е. чем больше  $W_0$ , тем дальше от начала будет сдвинута кривая. Прямые проведенные из начала координат, пересекают кривые в точках соответствующих одинаковым значениям  $\rho$ . На самом деле для одинаковых  $\rho$  имеем

$$\left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} \right)_1 = \left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0} \right)_2$$

$$\frac{\left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f} \right)_1}{\left( \frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f} \right)_2} = \frac{W_{01}}{W_{02}} = \frac{W_{01} \rho}{W_{02} \rho} = \frac{(W_0 + w)_1}{(W_0 + w)_2}$$

т. е. направление прямой из начала координат.

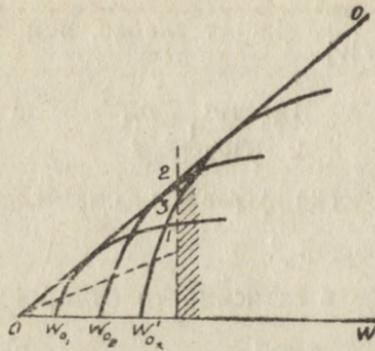


Рис. 15.

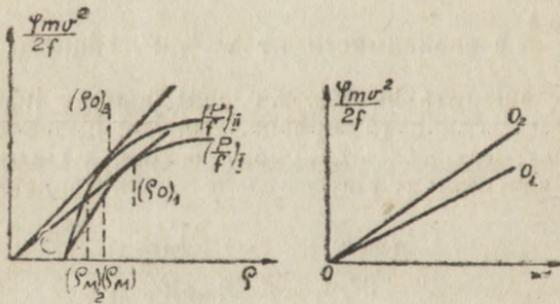


Рис. 16.

Таким образом, все кривые  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$  будут касаться одной

прямой  $\rho_0$ , значение которой зависит только от  $\frac{p_m}{f}$ .

Ордината прямой  $\rho_0$  дает наивыгоднейшую мощность и т. к.  $\rho_0 > \rho_m$ ; то следовательно эта мощность получается при горении, оканчивающемся близко к дульному срезу.

Таким образом, ограничивая длину  $W_0 + w$  каким нибудь определенным значением, мы из серии кривых  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$  можем выбрать такую, которая дает наибольшее дульное значение  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$ . (см. фиг. 15)

56. Влияние  $\frac{p_m}{f}$ . Построим обертывающие  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f}$  для двух значений  $\chi_1$  и  $\chi_2$  в зависимости от  $\rho$ . Т. к.  $\rho_{m1} > \rho_{m2}$ , то и  $\rho_{01} > \rho_{02}$  т. е. 1) наивыгоднейшее значение  $\rho_0$  меняется в направлении обратном изменению  $\frac{p_m}{f}$ ; 2) при заданном полном объеме канала наивыгоднейший объем камеры меняется в том же направлении, что и  $\frac{p_m}{f}$ , т. к.

$$\left(\frac{w+W_0}{W_0}\right)_{01} < \left(\frac{w+W_0}{W_0}\right)_{02}$$

$$w+W_0 = \text{const}$$

Следовательно  $(W_0)_{01} < (W_0)_{02}$   
В зависимости от  $w+W_0$  кривые изображены на фиг. 16.

3) Наивыгоднейшая мощность  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f(w+W_0)}$  растет вместе с  $\frac{p_m}{f}$ , но медленнее, чем  $\frac{p_m}{f}$  (см. § 54) следовательно, отношение  $\frac{\varphi m v^2}{2f(w+W_0)} : \frac{p_m}{f}$  слегка убывает при возрастании  $\frac{p_m}{f}$  и возрастает при  $p_m = \text{const}$  и возрастающем  $f$

4) Наивыгоднейшая  $\Delta$  растет с  $\frac{p_m}{f}$

5) Наивыгоднейшие значения  $R$  находятся в пределах от 0,61 до 0,53 при  $p_m$  от 1500 до 4000 кг см<sup>-2</sup>, при этом  $\rho_0$  находится в пределах между 4 и 3.

При мгновенном сгорании  $R$  заключено в пределах от 0,30 до 0,25.

57 Связь между  $r$  и  $R$ .

Механический коэффициент полезного действия

$$r = \frac{\theta}{2} \frac{\varphi m v^2}{f \omega}$$

наибольшее значение имеет при мгновенном сгорании; по мере замедления горения  $r$  убывает.

Наоборот баллистический коэффициент полезного действия  $R$  достигает наибольшего значения при полном сгорании, оканчивающемся очень близко к дульному срезу; при мгновенном сгорании он имеет наименьшую величину.

Выражение для  $R$  можно преобразовать к виду

$$R = \frac{1}{\theta} \frac{\Delta}{\rho} r \frac{f}{p_m}$$

отсюда

$$\frac{R}{r} = \frac{1}{\theta} \cdot \frac{\Delta}{\rho} \frac{f}{p_m}$$

Отношение  $\frac{R}{r}$  возрастает до наибольшей величины, затем убывает.

О величинах  $r$  и  $R$  можно судить из нижеприведенных таблиц Сюго <sup>1)</sup>.

Мгновенное сгорание

$$\frac{\theta}{2} B \quad 0 \dots \dots \dots$$

	$\Delta$	0,20	0,50
$p_m$	$p_m$	2100	8120

	$\Delta$	0,20	0,50	0,70	
$r$	$\rho$	3,0 5,0 8,0	0,267 0,359 0,432	0,325 0,359 0,486	0,385 0,473 0,538

Ограниченное горение

	$\Delta$	0,20	0,50	0,70	
$\rho$	$\rho$	3,0 5,0 8,0	0,172 0,237 0,290	0,148 0,195 0,235	0,158 0,202 0,240

	$\Delta$	0,20	0,50	0,70
$p_m$	$p_m$	800 700 640	2160 1760 1540	3580 2870 2460

	$\Delta$	0,20	0,50	0,70	
$r$	$\rho$	3,0 5,0 8,0	0,196 0,270 0,331	0,211 0,278 0,335	0,235 0,300 0,350

<sup>1)</sup> Сюго. Внутренняя баллистика. Стр. 131—132.

Мгновенное сгорание

$\rho \backslash \Delta$	0,20	0,50	0,70
3,0	0,288	0,228	0,172
5,0	0,233	0,175	0,127
8,0	0,176	0,128	0,090

Ограниченное горение

$\rho \backslash \Delta$	0,20	0,50	0,70
3,0	0,556	0,555	0,529
5,0	0,525	0,538	0,498
8,0	0,440	0,463	0,438

R

58. Второстепенные задачи.

Таким образом, мы рассмотрели задачу о нахождении наибольшей дульной энергии, объема камеры, длины нарезной части, веса заряда при заданных  $p_m$  и  $w + W_0$

Среди других задач возможны следующие:

а) Обратная рассмотренной, т. е. при заданных  $s, q, v_0$  и  $p_m$  найти наивыгоднейшую длину нарезной части, объем камеры и вес заряда.

На фиг. 15 видно, что при постоянном значении  $\frac{\varphi m v^2}{2f}$  наивыгоднейшее решение получается при значениях  $W_0, W = (w + W_0)$  для которых кривая  $\frac{\varphi m v^2}{2f}$  касается прямой  $OO$  в точке  $\frac{\varphi m v^2}{2f} = \frac{\varphi m v_0^2}{2f}$

Если провести прямую параллельную оси  $W$  отстоящую от нее на расстоянии  $\frac{\varphi m v_0^2}{2f}$ , то эта прямая пересечет остальные кривые  $\frac{\varphi m v^2}{2f}$  для значения  $W$  больших наивыгоднейшего, для значений  $W_0$  и  $\Delta$  меньших и больших наивыгоднейших. Кривая  $W$  построенная в зависимости от  $\Delta$  будет иметь  $\min$  при наивыгоднейшим значении  $\Delta$ . Таких кривых будет столько, сколько будет выбрано значения  $r$  (или  $\omega$ ), как это легко показать, если обратиться к кривым  $\left(\frac{\varphi m v^2}{2f W_0} \rho\right)$  показанным на фиг. 14.

в) При заданных  $s, q, W_0, p_m$  найти наибольшее  $\frac{\varphi m v_0^2}{2f}$  наивыгоднейшую  $w$  и вес заряда. Заданному  $W_0$  отвечает определенная кривая  $\frac{\varphi m v^2}{2f}$  точка касания которой с прямой  $OO$  оп-

ределяет наибольшее  $\frac{\varphi m v_0^2}{2f}$  и наимыгоднейшее  $W_0 + w$ ;

по плотности заряжения находится вес заряда.

Наименьший размер зерна во всех случаях вычисляется по формуле.

$$2 e_1 = \frac{2 u_1}{s} \sqrt{B \varphi m f \omega}$$

Однако, практическое решение поставленных задач гораздо сложнее.

### Вспомогательные средства для баллистического расчета.

Под вспомогательным средствами для баллистического расчета будем разуметь данные для существующих систем. Сравнение проектируемой системы с существующей полезно не только в том случае, когда проектирующий не имеет личного опыта, но и во всех случаях расчета. Выбор вспомогательных данных (например коэффициент бутылочности) производится на основании имеющихся практических величин.

Если задан калибр, то площадь сечения канала, с учетом нарезов, приближенно может быть определена по формуле

$$s = 0,8 d^2$$

Для выбора коэффициента бутылочности, можно пользоваться нижеследующей таблицей:

$\frac{L_0}{d}$	10	20	30	40	50	60	80	100	120	140
$\chi$	1,02	1,04	1,07	1,11	1,20	1,32	1,64	2,02	2,44	3,0

$L_0$  — полная длина орудия.

$\chi$  — коэффициент бутылочности.

При вычислении коэффициента фиктивности для стрелкового оружия, можно пользоваться следующей приближенной формулой:

$$\varphi = 1 + \sqrt{\frac{1}{3} \frac{\omega}{q}} \quad \Delta = 0,02 + \frac{0,25}{\sqrt{d}}$$

При вычислении коэффициента фиктивности для орудий, можно пользоваться формулой Слухоцкого

$$\varphi = K + \frac{1}{3} \frac{\omega}{q}$$

причем

$K = 1,06$  — для гаубиц

$K = 1,05$  — для пушек

$K = 1,03$  — для длинных пушек.

Очень полезно при расчете сопоставлять полученные результаты с имеющимся данными относительно существующих систем, поэтому ниже приводятся данные для некоторых наших старых и современных иностранных систем.

Наименование системы орудий	$\frac{L_0}{d}$	$p$ кг.	$P$ атм.	$v_0$ $\frac{м}{сек.}$
Пушки:				
30,5 см (12'') в 52 кал. . . . .	50,4	471	2360	762
30,5 " (12'') в 40 " . . . . .	38,2	332	2250	792,5
27,9 " (11'') в 35 " . . . . .	32	344	2300	625
27,9 " (11'') 1877 г. скреплен. до дула . . . . .	19	250	1660	506
25,4 " (10'') в 50 кал. . . . .	48,5	225	2850	899
25,4 " (10'') в 45 " . . . . .	42,9	225	2000	693
22,9 " (9'') 1877 г. . . . .	19	119	1600	485
20,8 " (8'') в 50 кал. . . . .	48,5	112	2200	808
15,2 " (6'') в 200 пуд. . . . .	28	41	1900	610
15,2 " (6'') в 50 кал. . . . .	48,5	47,3	2850	930
15,2 " (6'') в 45 " . . . . .	42,5	41,5	2250	792,5
130 мм в 55 кал. . . . .	52,7	36,9	2700	823
120 " в 50 " . . . . .	48	20,5	2800	930
107 " (4,2'') 1910 г. . . . .	22,1	16,4	2250	579
76,2 мм (3'') легк. 1902 г. . . . .	23,7	6,55	2300	588
76,2 " (3'') горн. 1909 г. . . . .	12,7	6,65	1750	381
57 " (2,25'') берг. . . . .	43,5	2,76	2000	652
Гаубицы и мортиры:				
27,9 см (11'') бер. мортира 1877 г. . . . .	9,1	250	1600	329
22,9 " (9'') " " 1877 г. . . . .	9,1	137,2	1100	285
20,8 " (8'') легк. " . . . . .	5	78,2	1300	201,5
15,2 " (6'') пол. " . . . . .	7	30,7	770	230
15,2 " (6'') " гаубица 1910 г. . . . .	9,3	41	1700	335
15,2 " (6'') креп. " 1909 г. . . . .	11,25	41	1750	381
12 " (4,8'') гаубица Круппа . . . . .	8,7	21	1800	300
Иностранные системы:				
37 мм батальон. пушка Шнейдера 1927 г. . . . .	23	0,52	2200	670
47 " пушка Бафорс обр. 27 г. . . . .	33	1,50	2000	500
75 " горная пушка . . . . .	21	6,5	1800	400
75 " французская пушка . . . . .	42	7	2520	700
75 " пушка Бафорс 29 г. . . . .	46	6,5	2480	700
90 " пушка Бафорс . . . . .	40	10	3000	625
150 " пушка Бафорс . . . . .	48	46	2900	775
105 " гауб. Бафорс . . . . .	22	14	2100	475
150 " гауб. Бафорс . . . . .	20	41	2200	490

Выше было указано, что мощность орудия характеризуется величиною  $R$  (или  $r$ ), причем чем больше  $R$  (тем меньше  $r$ ), тем выше мощность орудия. Ниже приводится таблица значений  $\eta_{\omega}$  и  $\frac{r}{\varphi}$  для некоторых систем, причем  $\eta_{\omega} = \frac{rf}{\theta\varphi}$  — коэффициент использования заряда:

Наименование системы	$\eta_{\omega}$	$\frac{r}{\varphi}$	$\varepsilon z$ (мм)
7,6 мм винтовка (= 9,6 гр.) . . . . .	111,9	0,236	8,94
7,6 " " (= 11,8 гр.) . . . . .	123,4	0,26	8,12
37 " противотанк. пушка 30 г. . . . .	103,1	0,217	7,55
76 " полковая пушка 27 г. . . . .	103,1	0,217	7,55
76 " горная пушка 09 г. . . . .	132,3	0,278	9,70
76 " полевая пушка 02 г. . . . .	128,4	0,271	7,80
76 " зенитная пушка 15—28 г. . . . .	155,3	0,327	6,44
107 " пушка 10—30 г. . . . .	145,3	0,306	6,90
152 " пушка 10—30 г. . . . .	121,0	0,255	8,27

Из таблицы видно, что на 1 тл энергии приходится 6,5—9 з пороха, что можно считать нормою, из которой можно исходить при расчете.

Слухоцкий рекомендует пользоваться таблицей, составленной им на основании обработки данных, относящихся к нашим и иностранным системам.

Исходные данные для баллистического расчета.

$\frac{E}{d^3}$	100	200	300	400	500	600	700	800
$P_m$ . . . . .	1840	2120	2300	2460	2600	2740	2870	3000
$\Delta$ . . . . .	0,47	0,51	0,54	0,57	0,59	0,61	0,62	0,64
$\frac{W_0}{d^3}$ . . . . .	1,60	3,00	4,30	5,80	7,30	8,80	10,30	11,90
$\chi$ . . . . .	1,03	1,06	1,10	1,15	1,24	1,33	1,43	1,53
$\frac{L_0}{d}$ . . . . .	16,7	26,5	36,0	44,8	52,7	60,2	67,0	73,9

$\frac{E}{d^3}$	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
$P_m$ . . . . .	3100	3200	3290	3370	3440	3500	3550	3600
$\Delta$ . . . . .	0,65	0,66	0,67	0,68	0,69	0,69	0,70	0,70
$\frac{W_0}{d^3}$ . . . . .	14,10	16,40	18,80	21,40	24,10	27,10	30,00	33,00
$\chi$ . . . . .	1,66	1,74	1,86	1,99	2,14	2,34	2,60	2,91
$\frac{L_0}{d}$ . . . . .	80,2	86,1	92,0	98,7	106,8	115,0	124,5	136,7

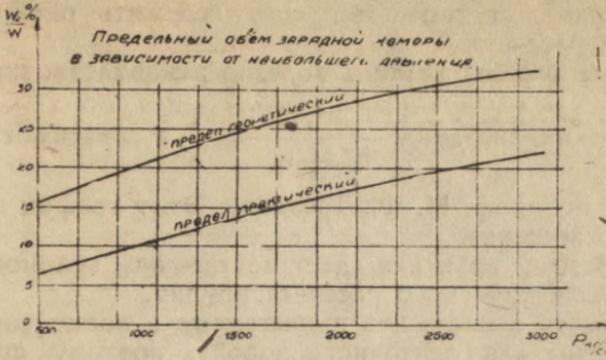


рис. 17.

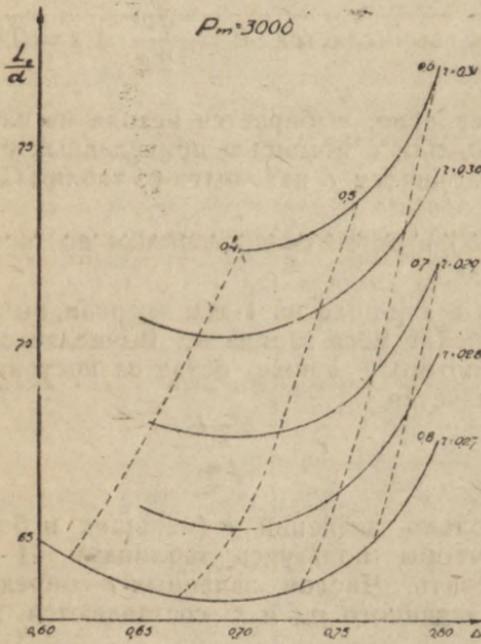


Рис. 18.

Таблица Слухоцкого может дать полезные практические указания, но целиком на нее ориентироваться не следует, ибо как и эта, так и другие таблицы, составленные на основании данных о существующих системах не могут служить окончательным образцом для расчета.

При выборе объема каморы полезно руководствоваться кривой практических значений  $\frac{W_0}{W_0 + w} = \frac{1}{\rho}$  в зависимости от  $p_m$ , составленной по проф. Н. Ф. Дроздову. Этот график дает верхний предел отношения.

Таким образом, практика дает достаточно вспомогательных средств для баллистического расчета орудия.

Следует иметь в виду, что прилагаемые в конце работы таблицы составлены для ленточного пороха, поэтому при замене его американским семиканальным, нужно получаемое значение  $2 e_1$  умножить на коэффициент 0,7 и по полученному значению выбрать марку пороха.

### 59. Методы баллистического расчета.

Заданы  $d, q, v_0$ , вычисляется  $E = \frac{qv^2}{2g}$  и  $s = 0,8 d^2$

Наибольшее давление, выбирается исходя из служебных требований к орудью, или с помощью приведенных в § 58 таблиц. Коэффициент бутылочности  $\chi$  находится из таблиц Слухоцкого (по

$\frac{E}{d^3}$  или по  $\frac{L_0}{d}$ ) и остается постоянным во всех вариантах.

Исходя из нормы 8 г пороха на 1 мм энергии, вычисляется ориентировочное значение веса заряда  $\omega$ . Вычисляется коэффициент фиктивности  $\varphi$ , который также остается постоянным для всех вариантов. Вычисляется

$$r = \frac{\theta \varphi E}{f \omega}$$

Задаются несколько значений  $r$  (меньших и больших вычисленного) таких, чтобы пользуясь таблицами 11—17, не нужно было интерполировать. Числом заданных  $r$  определяется число вариантов. Для заданного  $p_m$  и  $r$  составляются таблицы вариантов

$$p_m = \quad ; r = \quad ; \omega = \frac{\theta \varphi E}{fr}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_0}{l_0}$	$\frac{l_0}{l_0} + \frac{1}{\chi}$	$W_0 = \frac{\omega}{\Delta} \frac{l_0}{d} = \frac{W_0}{sd}$	$L_{KH} = \frac{l_0}{d} \left( \frac{l_0}{d} + \frac{1}{\chi} \right) \frac{l_k}{l_0}$	$\frac{\Delta}{l_0}$
По таблице 2	По одной из таблиц 11-17					По табл. 4-11
$B_1$	$\Delta_1$					
$B_2$	$\Delta_2$					
?	:					

Следует заметить, что во второй табличке значения  $\frac{l_k}{l_0}$  соответствуют не вычисленным точкам  $\frac{L_{KH}}{d}$ , а выбираются от 0,4 до 1 через 0,1, поэтому плотности заряжения второй таблички не будут, как правило, совпадать с плотностями заряжения первой таблички. Плотности заряжения, соответствующие заданным значениям  $\frac{l_k}{l_0}$  вычисляются следующим образом.

Пользуясь таблицей (4—11), соответственно заданному  $\frac{l_k}{l_0}$  вычисляются для  $B_1, \Delta_1; B_2, \Delta_2$  значения  $r_1$  и  $r_2$ . если наше значение  $r$  находится между  $r_1$  и  $r_2$ , то вычисляется  $\Delta$  соответственно выбранному  $r$ ; если наше  $r$  не находится между  $r_1$  и  $r_2$ , то стало быть заданное значение  $\frac{l_k}{l_0}$  не имеет места. Таким образом, на кривой  $\frac{L_{KH}}{d}$  можно отметить точки, соответствующие  $\frac{l_k}{l_0} = 0,4 \dots 1,0$ .

Таким образом, производятся вычисления для всех выбранных значений  $r$ . Затем строятся графики  $(\frac{L_{KH}}{d}, \Delta)$ , на которых точки одинаковых значений  $\frac{l_k}{l_0}$  соединяются кривыми. График легко позволяет выбрать необходимое значение  $\frac{L_{KH}}{d}$  и плотность заряжения. В приведенных ниже примерах видно, что с уменьшением  $r$  убывает  $\frac{L_{KH}}{d}$ ; кривые одинаковых значений  $\frac{l_k}{l_0}$  направлены в сторону возрастающих  $r$  и  $\Delta$ . Если будем  $r$  непре-

равно уменьшать, то получим наименьшее значение  $\frac{L_{KH}}{d}$ , для которого  $\frac{l_k}{l_0}$  будет близко к 1. Варианты второстепенных задач показаны на примерах.

### Примеры.

1) Определить основные размеры канала и условия заряжения 20 мм пушки при следующих данных

$$\begin{aligned}d &= 20 \text{ мм} \\q &= 120 \text{ г} \\v_0 &= 1000 \text{ м. сек}^{-1}\end{aligned}$$

$$\text{Вычисляем } E = \frac{qv^2}{2g} \text{ и } \frac{E}{d^3}$$

$$E = 6,12 \text{ мм.}; \frac{E}{d^3} = 865$$

Из таблицы Слухоцкого следует, что

$$p_m = 3000; \frac{L_{KH}}{d} = 73,9; \chi = 1,53$$

Однако, учитывая, что в такой системе патрон должен быть коротким, зададим  $\chi = 2$ . Исходя из нормы 8 г пороха на 1 мм энергии, получим  $\omega = 49$  г, следовательно,

$$\varphi = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{3} \frac{\omega}{p}} = 1,03 + \frac{1}{3} \frac{49}{120} = 1,166$$

$$r = \frac{\theta \varphi E}{f\omega} = 0,306$$

Рассмотрим варианты решений для

$$r = 0,31; 0,30; 0,29; 0,28; 0,27.$$

Пользуясь таблицами 2, 14, составляем нижеследующие таблицы:

$$P_m = 3000; r = 0,31; \omega = 48,5 \text{ г.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_0}{l_0}$	$\frac{l_0}{l_0} + \frac{1}{\chi}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_0}$	$\Delta$
1,920	0,70	6,20	6,70	69,25	10,82	72,4	0,4	0,70
2,170	0,75	6,77	7,27	64,60	10,10	73,3	0,5	0,759
2,485	0,80	7,65	8,15	60,70	9,47	77,2	0,6	0,80

$r = 0,30; \omega = 50,2 \text{ кл.}$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
1,695	0,65	5,345	5,845	77,3	12,1	70,7	0,4	0,678
1,920	0,70	5,77	7,27	71,8	11,2	70,2	0,5	0,74
2,170	0,75	6,28	6,78	67,0	10,5	71,3	0,6	0,782
2,485	0,80	7,10	7,60	62,8	9,82	74,5	—	—

$r = 0,29; \omega = 52 \text{ кл.}$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
1,695	0,65	4,96	5,46	79,8	12,48	68,1	0,4	0,6565
1,920	0,70	5,345	5,845	74,1	11,57	67,7	0,5	0,7193
2,170	0,75	5,83	6,33	69,2	10,81	68,4	0,6	0,7656
2,485	0,80	6,61	7,11	64,8	10,15	72,2	0,7	0,80

$r = 0,28; \omega = 53,7 \text{ кл.}$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
1,695	0,65	4,605	5,105	82,7	12,9	65,9	0,5	0,695
1,920	0,70	4,955	5,455	76,8	12,0	65,3	0,6	0,75
2,170	0,65	5,41	5,91	71,7	11,2	66,2	0,7	0,784
2,485	0,80	6,15	6,65	68,2	10,5	69,8	—	—

$r = 0,27; \omega = 55,7 \text{ кл.}$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
4,80	0,60	3,98	4,48	92,8	14,5	65,0	0,4	0,614
1,695	0,65	4,27	4,77	85,7	13,4	63,8	0,5	0,669
1,920	0,70	4,61	5,11	79,6	12,48	63,5	0,6	0,729
2,170	0,75	5,03	5,53	74,3	11,62	64,3	0,7	0,768
2,485	0,80	5,73	6,23	69,6	10,87	67,7	0,8	0,800

$\Delta$  соответствующие заданному  $\frac{l_k}{l_0}$  вычисляются следующим образом. Например при  $B=1,48$ ;  $\Delta=0,60$

$$B=1,695; \Delta=0,65.$$

Из таблицы 4 для  $\frac{l_k}{l_0}=0,4$  находим

$$B=1,48; \Delta=0,60; r=0,2633.$$

$$B=1,695; \Delta=0,65; r=0,2870.$$

Следовательно, для  $r=0,27$  получим  $\Delta=0,614$ .

На фиг. 18 представлены кривые ( $\frac{L_{кн}}{d}$ ,  $\Delta$ ), которые пересекаются кривыми одинаковых значений  $\frac{l_k}{l_0}$ . Наименьшие значения  $\frac{L_{кн}}{d}$  соответствуют плотности заряжения  $\Delta=0,70$ . Кривые дают возможность выбрать необходимое решение.

2) Определить основные размеры канала и условия заряжения при следующих исходных данных:

$$d=76,2 \text{ мм} (s=0,4693 \text{ дм}^2)$$

$$q=6,23 \text{ кг.}$$

$$v=700 \text{ м. сек}^{-1}$$

Вычисляем  $E$  и  $\frac{E}{d^3}$ .

$$E=155,5 \text{ т.м}; \frac{E}{d^3}=352.$$

По таблицам Слухоцкого получаем  $p_m=2400 \text{ кг. см}^{-2}$ .  $\lambda=1,12$ . Повысим давление до  $2500 \text{ кг. см}^{-2}$ . Исходя из нормы 8 г пороха на 1 т.м энергии, вычисляем ориентировочный заряд  $\omega=1,245$ , тогда  $\varphi=1,05 + \frac{1}{3} \frac{\omega}{p}=1,05 + 0,0665=1,12$

$$r=0,296.$$

Рассчитаем варианты для  $r=0,33$ ;  $0,32$ ;  $0,31$ ;  $0,30$ . Из таблицы 2 и 13 имеем

$$v_m = 2500; r = 0,33; \omega = 1,112 \text{ кг.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
2,05	0,65	8,175	9,968	1,71	4,78	43,4	0,50	0,729
2,31	0,70	9,02	9,915	1,59	4,45	43,6	0,6	0,775
2,56	0,75	9,96	10,85	1,483	4,13	44,8	0,7	0,795
2,96	0,80	12,15	13,04	1,39	3,88	50,7	—	—

$$r = 0,32; \omega = 1,147 \text{ кг.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
2,05	0,65	7,615	8,508	1,765	4,93	42,25	0,5	0,708
2,31	0,70	8,35	9,243	1,64	4,58	42,30	0,6	0,755
2,56	0,75	9,23	10,12	1,53	4,27	43,20	0,7	0,772
2,96	0,80	11,26	12,15	1,433	4,00	48,60	—	—

$$r = 0,31; \omega = 1,183 \text{ кг.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
2,05	0,65	7,065	7,958	1,82	5,1	4,6	0,5	0,688
2,31	0,70	7,75	8,643	1,69	4,74	4,8	0,6	0,738
2,56	0,75	8,56	9,458	1,58	4,42	4,75	0,7	0,765
2,96	0,80	10,45	11,34	1,48	4,13	4,8	0,8	0,7925

$$r = 0,30; \omega = 1,225 \text{ кг.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
1,79	0,60	5,925	6,878	2,04	5,7	38,9	0,5	0,6683
2,05	0,65	6,555	7,448	1,883	5,25	39,1	0,6	0,717
2,31	0,70	7,195	8,088	1,75	4,90	39,6	0,7	0,8506
2,56	0,75	7,950	8,843	1,633	4,56	40,3	0,8	0,776
2,96	0,80	9,720	10,61	1,530	4,27	45,3	—	—

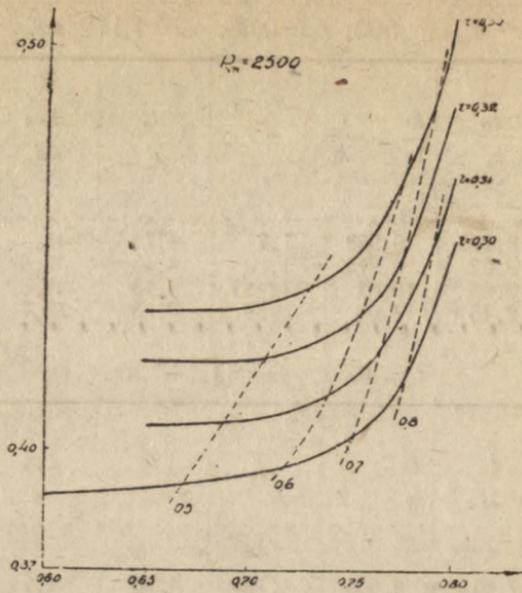


Рис. 19.

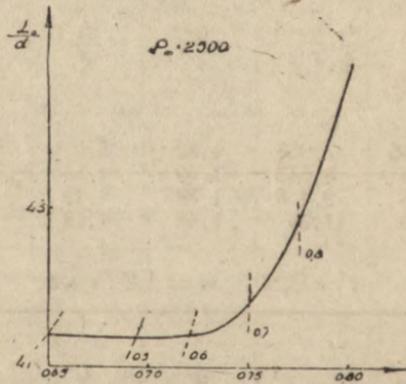


Рис. 20.

На фиг. 19 представлены кривые  $\left(\frac{L_{KH}}{d}, \Delta\right)$  пересеченные кри-

выми одинаковых  $\frac{l_k}{l_0}$ . Ограничивая длину канала в пределах 42 калибров, из графика получим следующие данные:

$$L_{KH} = 42.3 \text{ калибра}, \Delta = 0,70, \omega = 1,147 \text{ кг}$$

$$(r = 0,32); 0,4 < \frac{l_k}{l_0} < 0,5; W_0 = 1,64 \text{ дм}^3$$

$$2e_1 = \frac{2 \cdot u_f}{S} \sqrt{\frac{\varphi q}{g} f \omega B} = 1,35 \text{ мм} \left(u_f = 0,075 \frac{\text{мм}}{\text{сек}} : \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}\right)$$

По этим данным, пользуясь точными формулами можно построить кривую давления и скоростей.

3) Исходные условия те же, что и в примере 2, но с дополнительным условием

$$W_0 = 1,699 \text{ дм}^3$$

$$\chi = 1,12$$

$$\text{Пусть } p_m = 2500 \text{ кг. см}^{-2}$$

Задаваясь плотностями заряжения

$$r = 0,65; 0,70; 0,75; 0,80, \text{ получим}$$

$$\omega = 1,105; 1,19; 1,275; 1,36$$

$$\varphi = 1,109; 1,135; 1,175; 1,233$$

$$r = 0,325; 0,312; 0,295.$$

Из таблицы 2 и 13 получаем:

$B$	$\Delta$	$r$	$\frac{l_0}{l_0}$	$\frac{l_0}{l_0} + \frac{1}{\chi}$	$\frac{L_{KH}}{d}$	$\frac{l_k}{l_0}$	$\Delta$
2,05	0,65	0,325	7,895	8,785	41,8	0,4	0,6505
2,31	0,70	0,312	7,89	8,78	41,7	0,5	0,692
2,56	0,75	0,302	8,072	8,96	42,6	0,6	0,72
2,96	0,80	0,295	9,39	10,28	48,8	0,7	0,75
						0,8	0,775

На фиг. 20 пред. тавлена кривая  $\left(\frac{L_{KH}}{d}, \Delta\right)$

Принимая  $L_{KH} = 41,7$  кал, получим  $\Delta = 0,70; \omega = 1,19 (r = 0,312); 0,52 < \frac{l_k}{l_0} < 0,6; 2e = 1,4$  мм (если принять американский семи-

<sup>1)</sup> См. ниже работу Свиридова Л. И.

канальный порох, получим  $2e_1 = 0,93$ , что соответствует марке пороха 9/7). По полученным данным, пользуясь точными формулами, строятся кривые давлений и скоростей.

4) Определить основные размеры канала и условия заряжания 75 мм пушки при следующих данных

$$d = 75 \text{ мм} \quad (S = 0.4498 \text{ дм}^2)$$

$$q = 7,638 \text{ кг}$$

$$v_0 = 610 \text{ м. сек}^{-1}$$

Вычисляем  $E$  и  $\frac{E}{d^3}$

$$E = 144,9 \text{ тм}; \quad \frac{E}{d^3} = 340.$$

Данное орудие с повышенной мощностью, примем поэтому  $P_m = 2500 \text{ кг см}^{-2}$ . Исходя из нормы 8 г на 1 мм энергии, получим

$$\omega = 1,16 \text{ кг}, \quad \varphi = 1,10; \quad r = 0,289.$$

Зададимся значениями  $r = 0,33, 0,32, 0,31, 0,30, 0,29$ , пользуясь таблицей 13 и 2, получим

$$P_m = 2500; \quad r = 0,33; \quad \omega = 1,015 \text{ кг.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_0}{l_0}$	$\frac{l_0}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{кн}}{d}$	$\frac{l_k}{l_0}$	$\Delta$
2,05	0,65	8,175	9,045	1,565	4,62	41,8	0,4	0,67
2,31	0,70	9,02	9,89	1,45	4,30	42,5	0,5	0,73
2,56	0,75	9,96	10,83	1,356	4,02	43,4	0,6	0,77
2,96	0,80	12,15	13,02	1,27	3,76	42,0	0,7	0,794

$$r = 0,32 \quad \omega = 1,05 \text{ кг.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_0}{l_0}$	$\frac{l_0}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{кк}}{d}$	$\frac{l_k}{l_0}$	$\Delta$
2,05	0,65	7,615	8,485	1,616	4,82	40,8	0,4	0,65
2,31	0,70	8,350	9,22	1,500	4,48	41,3	0,5	0,708
2,56	0,75	9,230	10,10	1,400	4,17	42,2	0,6	0,754
2,96	0,80	11,260	12,13	1,313	3,92	47,5	0,7	0,778

$$r = 0,31; \omega = 1,084 \text{ кл.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{кн}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
1,79	0,65	7,065	7,935	1,666	4,97	39,45	0,5	0,688
2,05	0,70	7,750	8,62	1,55	4,62	39,85	0,6	0,746
2,31	0,75	8,56	9,43	1,445	4,31	40,65	0,7	0,768
2,56	0,80	10,45	11,32	1,355	4,04	45,8	0,8	0,798

$$r = 0,30; \omega = 1,118 \text{ кл.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{кн}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
1,79	0,60	5,925	6,795	1,862	5,55	37,70	0,5	0,67
2,05	0,65	6,555	7,425	1,720	5,13	38,10	0,6	0,718
2,31	0,70	7,195	8,065	1,598	4,77	38,40	0,7	0,756
2,56	0,75	7,950	8,820	1,490	4,45	39,20	0,8	0,782
2,96	0,80	9,72	10,590	1,400	4,17	44,10		

$$r = 0,29; \omega = 1,158 \text{ кл.}$$

$B$	$\Delta$	$\frac{l_{\partial}}{l_0}$	$\frac{l_{\partial}}{l_0} + \frac{1}{\gamma}$	$W_0$	$\frac{l_0}{d}$	$\frac{L_{кн}}{d}$	$\frac{l_k}{l_{\partial}}$	$\Delta$
1,79	0,60	5,52	6,39	1,93	5,76	36,8	0,5	0,65
2,05	0,65	6,095	6,965	1,782	5,32	37,0	0,6	0,70
2,31	0,70	6,680	7,55	1,655	4,94	37,13	0,7	0,74
2,56	0,75	7,380	8,25	1,545	4,61	38,00	0,8	0,766
2,96	0,80	9,06	9,93	1,450	4,32	42,80		

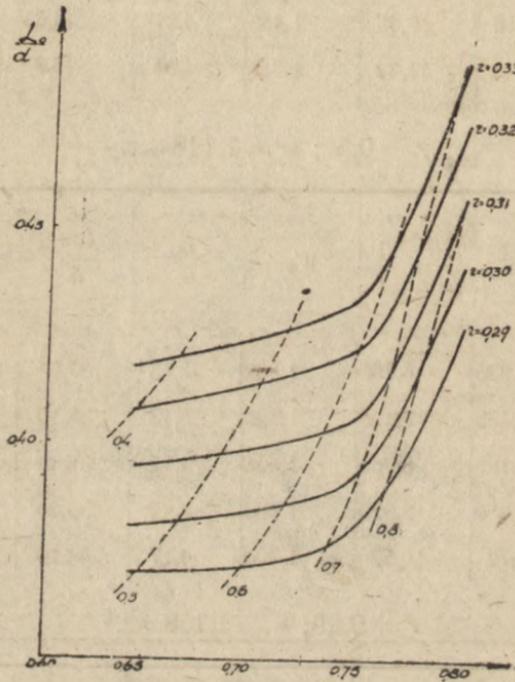


Рис. 21.

На фиг. 21 представлены кривые  $\left(\frac{L_{кн}}{d}, \Delta\right)$

Принимая  $L_{кн} = 40,8$  калибра, получим

$$\Delta = 0,65 \quad (r = 32), \quad \omega = 1,05 \text{ кг}; \quad W_0 = 1,616;$$

$2e_1 = 1,40$  (принимая американский порох, получим  $2e_1 = 0,98$ , марка 9/7).

Т а б л и ц ы (см. приложение)

Таблицы составлены для стандартного ленточного пороха при следующих данных

$$f = 9,5 \cdot 10^5 \text{ дм}; \quad \alpha = 0,98 \text{ дм}^3 \text{ кг}^{-1}; \quad \delta = 1,6 \text{ кг дм}^{-3}$$

$$\theta = 0,3; \quad \kappa = 1,06; \quad \chi\lambda = 0,06; \quad p_0 = 300 \text{ кг см}^{-2}.$$

1. Значения  $p_m$  в функции  $B$  и  $\Delta$ .

2. Значения  $B$  в функции  $p_m$  и  $\Delta$ .

3. Значения  $\frac{1}{2} \frac{\varphi m v^2}{f W_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$ .

4. 10 Значения  $r$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{l_k}{l_0} = 0,4 - 1,0$ .

11—17. Значения  $\frac{l_a}{l_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$  при  $p_m = 1500 - 4500$ .

## 6. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОСНОВНОЙ ЗАДАЧИ ВНУТРЕННЕЙ БАЛИСТИКИ.

60. В п. 23 указывалось на невозможность получить в общем виде, решение дифференциального уравнения движения снаряда по каналу в виде свободном от интегралов. Это обстоятельство, а также и громоздкость формул при точном решении, заставила баллистиков пойти по пути различных упрощений и математических допущений, искажавших в той или иной мере дифференциальное уравнение во первых, во вторых—эти же факты являются причиной столь обильного количества различных методов решения основной задачи внутренней баллистики.

В самом деле, для одного и того же исходного дифференциального уравнения (см. уравнение I), предложено более 15 решений основанных на различных допущениях в этом уравнении. Очевидно,

что каждый из этих методов по сравнению с точным решением дифференциального уравнения

$$\frac{dT}{d\psi} = \frac{T}{K(\psi)} \frac{dI}{d\psi} - \frac{\Delta}{\delta} (\alpha\delta - 1) \quad (1)$$

страдает известными ошибками <sup>1)</sup>.

Поэтому представляется интересным как с практической, так и с теоритической точки зрения, рассмотреть именно с этой стороны некоторые из существующих методов решения основной задачи внутренней баллистики. Для удобства исследования, мы сгруппируем их по признаку основного допущения, а затем уже выясним и ошибку, к которой ведет данное допущение. Кроме того, уравнение (1) представим в зависимости от  $x = z - z_0$ , и в следующем виде

$$y' - M(x)y + ax(\sigma_0x - \lambda x^2)M(x) = 0 \quad (2)$$

где:

$$y = l + l\psi_0;$$

$$M(x) = \frac{B}{k_1} \frac{x}{\frac{\psi_0}{k_1} + x - \frac{B_1}{k_1} x^2}$$

61. Методы основанные на принятии  $\alpha = 1/\delta$ .

Чтобы отделить переменные в уравнении

$$y' - M(x)y + ax(\sigma_0x - \lambda x^2)M(x) = 0 \quad (2)$$

<sup>1)</sup> Пока опубликованы две работы, посвященные этому вопросу. Одна из них, работа Р. Е. Соркина—на которую делается ссылка в пункте б. В этой работе Р. Е. Соркин исследовал метод Биаци—Граве.

Вторая работа—„О точности некоторых аналитических методов решения главной задачи внутренней баллистики для первого периода“, Г. В. Оппокова. Напечатана в Бюллетене Начальника вооружений РККА по ГАУ № 3, за 1932 г. В указанной работе Г. В. Оппоков исследует решения, основанные на принятии  $\alpha = 1/\delta$  и  $l\psi = l\psi_{cp}$  сравнением с точным решением уравнения движения снаряда и, таким образом, устанавливает разницу между точным и упрощенным решением.

В результате произведенного исследования, Оппоков на стр. 64 указывает, что можно положить

$$\psi_{cp} = \frac{k - 1/\delta}{k_\alpha}$$

Причем, в этом случае имеется возможность заранее учитывать влияние свойств пороха  $\alpha$ ,  $\delta$  и плотности заряжания  $\Delta$ . Далее автор указывает, что для дальнейшего уточнения вопроса, нужно принимать (см. стр. 64, 77 и 79)

$$\psi_{cp} = \frac{\psi - \psi_0}{2}$$

Кроме того, автор предложил своей метод решения, который рассматривается в п. 65 настоящей главы.

положим  $\alpha = 1/\delta$ . При этом допущении величина  $a = \frac{\omega}{s} \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) = 0$ , следовательно, в уравнении (2) свободный член обращается в нуль и мы получим уравнение

$$y' = M(x)y \quad (2')$$

которое решается в коночном виде одной квадратурой, именно

$$l + l_{\Delta} = c Z^{-n}$$

где  $c = l_{\Delta}$ .

62. Методы при допущении  $\psi = \psi_{cp} = \text{const}$  в свободном члене дифференциального уравнения движения снаряда.

Уравнение (2) можно представить в следующем виде:

$$y' - M(x)y + a M(x)\psi = 0 \quad (2)$$

Для того, чтобы отделить переменные в уравнении (2), Бианки впервые предложил считать переменную величину  $\psi$ , входящую множителем в свободный член уравнения—постоянной, зменяя  $\psi$  в полученном решении или единицей, или нулем, или некоторой условно взятой правильной дробью в зависимости от того, применяется ли формула к концу, началу или середине горения.

Итак, если положить в свободном члене уравнения (2)  $\psi = \psi_{cp} = \text{const}$ , то уравнение преобразовывается в следующее:

$$y' = M(x)y; \text{ где } y = l + l\psi_{cp}.$$

т. е. мы и в этом случае получаем уравнение бес свободного члена, решением которого будет

$$y = c Z^{-n}$$

где  $c = l\psi_{cp}$ .

Следовательно, методы, основанные на допущении  $\psi = \psi_{cp} = \text{const}$  в свободном члене уравнения (2), отличаются от методов основанных на допущении  $\alpha = 1/\delta$  только тем, что они пользуются другими частными интегралами уравнения (2'). В самом деле, достаточно потребовать, чтобы интегральная кривая семейства кривых представляемого общим интегралом уравнения (2')

$$y = c Z^{-n}$$

при  $\beta = 0$  проходила через точку  $y_0 = \frac{\omega}{s} \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} \right) - a\psi_{cp}$  и мы

сразу же получим

$$c = l\psi_{cp}$$

т. е. то самое решение, которое мы получили, положив в уравнении (2)

$$\psi = \psi_{cp} = \text{const.}$$

Если же нас интересует, чтобы при  $\beta = 0$  интегральная кривая проходила через точку

$$y_0 = l_{\Delta} - \frac{l\psi_0 - l\psi}{2} = l\psi_{cp}$$

то мы получим

$$y = l + l\psi_{cp} = \left( l_{\Delta} - \frac{l\psi_0 - l\psi}{2} \right) Z^{-n}$$

метод Г. В. Оппокова, состоящий в том, что автор рекомендует принимать после интегрирования

$$\psi_{cp} = \frac{\psi - \psi_0}{2}. \quad 1)$$

Точно также можно получить метод Слухоцкого для порохов прогрессивной формы, где автор принимает <sup>2)</sup>

$$l\psi_{cp} = \frac{l_{\Delta} + l_1}{2} = \text{const.}$$

Госсо и Лиувиль в своем методе также принимают переменную величину

$$\frac{\omega}{s} \left[ \frac{1}{\delta} - \left( \alpha - \frac{1}{\delta} \right) \psi \right] = \frac{9}{10} \omega.$$

Мы привели несколько методов данной группы с единственной целью—наглядно посмотреть на различия между ними.

Таким образом, характер ошибок методов обеих групп одинаков и выражается в обоих случаях в отбрасывании свободного члена в полном линейном дифференциальном уравнении. Ясно, кроме того и то, что беря другие частные интегралы семейства

$$y = c Z^{-n}$$

мы можем без труда получить какое угодно число якобы различных методов решения основной задачи внутренней баллистики.

<sup>1)</sup> Г. В. Оппоков—Внутренняя баллистика стр. 167.

<sup>2)</sup> Слухоцкий—Формулы для порохов прогрессивной формы. Бюллетень Начальника вооружений РККА по ГАУ № 2 за 32 г.

### 63. Дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dy}{dx} = f(xy)$$

как известно, представляет собой зависимость между координатами точки  $x; y$  и угловым коэффициентом  $y'$  в этой точке. Если  $f(xy)$  однозначная непрерывная функция  $x$  и  $y$ , то любой точке плоскости соответствует определенное (уравнением  $f(xy)$ ), направление семейства характеристик уравнения или интегральных кривых. Посмотрим каково поведение интегральных кривых уравнения (2), при этом не нарушая общности вопроса, мы будем считать, что порох обладает постоянной поверхностью горения. Тогда интересующее нас уравнение запишется в виде:

$$\frac{dy}{dx} = M(x)(y - ax) \quad (3)$$

Отсюда

$$y'' - \frac{B}{\xi(x)} \left[ \frac{1}{\xi(x)} \left( z_0 + \frac{2+\theta}{2} Bx^2 \right) (y - ax) - ax \right]$$

В точке

$$x=0 \text{ и } y=y_0$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ а } \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{B}{z_0} y_0 > 0$$

Следовательно, в точке  $x=0; y=y_0$  — интегральные кривые имеют минимум. Далее с возрастанием  $x$  и  $y$ ,  $y'$  и  $y''$  остаются положительными, поэтому интегральные кривые в интервале  $0 < x < x_k$  все время вогнуты кверху (кривая I черт. 22). Так как в случае действительной стрельбы существует неравенство  $y_0 > ax$ , то других особенностей интегральные кривые не имеют.

Если в уравнении (3) отсутствует свободный член, то интегральные кривые, как это не трудно видеть из выражений для  $y'$  и  $y''$ , будут иметь те же особенности, но возрастать будут быстрее, т. к. угол наклона касательной к интегральным кривым семейства

$$y = cZ^{-n}$$

для любого значения  $x$  больше, чем у кривых представляемых дифференциальным уравнением (3).

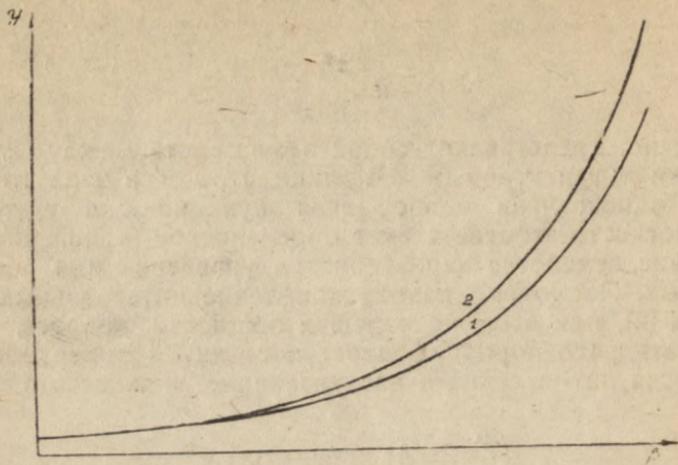


Рис. 22

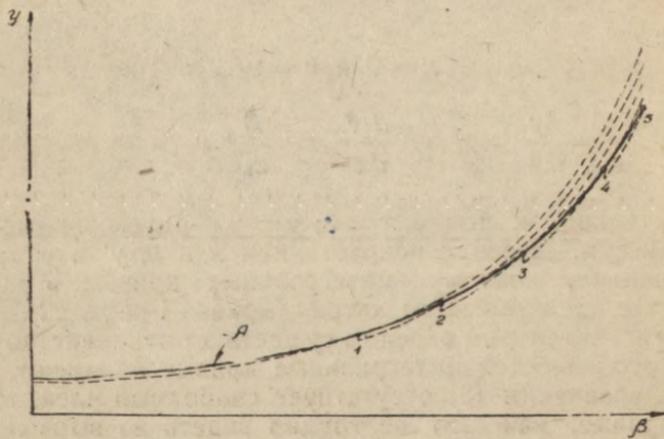


Рис. 23,

Следовательно для больших значений  $C$ , как например в случае  $\alpha = 1/\delta$  интегральные кривые везде будут проходить выше (см. фиг. 22 кривая 2), чем это следует из уравнения (3), а для значений  $C$ , зависящих от выбора  $\psi_{cp}$ —они могут и пересекать кривую  $I$  и проходить все время выше или ниже ее.

#### 64. Влияние изменения $\psi_{cp}$ .

Методы решений, основанные на допущении  $\psi = \psi_{cp} = \text{const}$  в свободном члене уравнения (2), страдают еще и дополнительными упрощениями. Дело в том, что после того, как получено решение

$$l + l\psi_{cp} = l\psi_{cp} Z^{-n}$$

принимается дополнительное допущение, состоящее в том, что постоянная величина  $(l\psi)_{cp}$  меняется в интервале изменения  $x$  по какому либо закону. В частности по закону (как это рекомендуется у Г. В. Оппокова):

$$(l\psi)_{cp} = l_{\Delta} - \frac{l\psi_0 - l\psi}{2}.$$

Интересно проследить, как влияет это новое допущение на полученное решение. С этой целью мы произвели вычисления для построения  $y = l + (l\psi)_{cp}$  по формуле

$$y = \left( l_{\Delta} - \frac{l\psi_0 - l\psi}{2} \right) Z^{-n} \quad (4)$$

и получили точки (см. фиг. 23 круглые точки, отмеченные соответственно взятому  $\beta$ —цифрами), по которым затем проведена плавная кривая.

Возьмем теперь общий интеграл уравнения (2')

$$y = c Z^{-n} \quad (5)$$

и построим несколько частных интегральных кривых с таким расчетом, чтобы через каждую опорную точку, вычисленную по уравнению (4), прошла интегральная кривая семейства (5) (см. фиг. 23 кривые 1, 2, ...). Достич этого результата весьма, просто, беря например, для первой кривой

$$c_1 = l_{\Delta} - \frac{l\psi_0 - (l\psi)_1}{2};$$

для второй кривой

$$c_2 = I_{\Delta} - \frac{I\psi_0 - (I\psi)_2}{2}; \text{ и т. д.}$$

Из чертежа совершенно ясно, что изменяя  $(I\psi)_{cp}$  в процессе изменения  $\beta$ , мы пользуемся на участке от  $O$  до  $\beta_1$ , — одним частным интегралом семейства (5) (на фиг. 23 показано пунктиром), на участке от  $\beta_1$ , до  $\beta_2$ , — вторым частным интегралом и т. д.

Т. е. в действительности получаем ступенчатую кривую, составленную из нескольких частных интегралов. На практике же пользуются плавной кривой, проведенной по верхним ординатам ступенчатой, которая может получиться и из ступенчатой, если уменьшать длины отрезков до нуля, а число их — до бесконечности.

Совершенно очевидно также и то, что полученная таким образом кривая не является интегральной, т. к. она не принадлежит семейству (5). Действительно, пусть нам известны два частных интеграла  $y_1$  и  $y_2$ , дифференциального уравнения (2'), тогда

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{c_1}{c_2} = c$$

т. е. отношение двух любых частных интегралов уравнения (2') есть величина постоянная. Отсюда следует, что кривые семейства интегральных кривых (5) нигде между собой не пересекаются, а кривая  $A$  наоборот, пересекает множество кривых семейства.

Следовательно, кривая  $A$  не удовлетворяет дифференциальному уравнению (2') и тем более она не удовлетворяет дифференциальному уравнению (2), что собственно и имелось ввиду достиг принятием этого нового допущения. Вообще же удовлетворить уравнению (2) можно, если взять

$$c = c_1 - ax \int (\sigma_0 x - \lambda x^2) M(x) Z^n dx;$$

которое получается из решения уравнения (2).

На основании рассмотренного в 61, 62 и 63, мы можем сделать следующие общие заключения:

1 Отбрасывание свободного члена в полном линейном дифференциальном уравнении ведет к увеличенным значениям пути снаряда и искажению закона движения его;

2) Изменение (в процессе изменения  $x$ ), величины  $(I\psi)_{cp} = \text{const}$  ведет к дополнительному грубому искажению явления выстрела. При чем конечные значения пути снаряда для существующих методов, всегда меньше, чем это следует из уравнения (2), а промежуточные значения зависят от задания  $(I\psi)_{cp}$ , т. е. фактически являются неопределенными.

65. Метод Г. В. Оппокова. 1)

Для возможности интегрирования, автор в выражении

$$\int_0^{v_k} (1 - 2cv) e^{-\varepsilon} dv \quad (6)$$

заменял функцию

$$\varepsilon(v) = \frac{n}{2} \left( \frac{s\tau}{\varphi m} \right)^2 \int_0^v \frac{2vdv}{A + v - cv^2} =$$

$$= \frac{n}{2} \left( \frac{s\tau}{\varphi m} \right)^2 \left[ \frac{1}{b} \ln \frac{2AC + Cv(b+1)}{2AC - Cv(b-1)} - \ln \frac{CA + Cv(1-cv)}{CA} \right] \quad (7)$$

многочленом, положив

$$\varepsilon(v) = m(v - cv^2) + m^2(v - cv^2)^2. \quad (8)$$

Постоянную  $m$  — Г. В. Оппоков определяет из условия, чтобы  $\varepsilon(v)$  как по уравнению (7), так и по уравнению (8) получало одно и то же значение в конце горения заряда.

Определив, таким образом, функцию  $\varepsilon(v)$ , для  $m$  будем иметь уравнение

$$m = \frac{1}{v_k - cv_k^2} \left( \sqrt{0,25 + \varepsilon_k(v)} - 0,5 \right);$$

а интеграл (6) принимает следующий вид

$$\int_0^{v_k} (1 - 2cv) e^{-\varepsilon(v)} dv = \frac{1}{m} \int_0^{w_k} e^{-w-w^2} dw$$

где новое переменное  $w = m(v - cv^2)$ .

Рассмотрим подробнее, на сколько выбранная в качестве аппроксимирующей функция, близка к действительной.

Для этого представим  $\varepsilon(v)$  в виде:

$$\varepsilon(v) = \frac{n}{2} \left( \frac{s\tau}{\varphi m} \right)^2 \left[ \frac{1}{b} \ln \left( 1 + \frac{b+1}{2A} v \right) - \frac{1}{b} \ln \left( 1 - \frac{b-1}{2A} v \right) - \right.$$

$$\left. - \ln \left( 1 + \frac{v - cv^2}{A} \right) \right].$$

1) Г. В. Оппоков — О точности некоторых методов решения главной задачи внутренней баллистики для первого периода.

Бюллетень Начальника вооружений РККА по ГАУ № 3 за 32 г.

Тоже — Внутренняя баллистика, стр. 144.

Заменяя логарифмы соответствующими рядами, а именно

$$\ln \left( 1 + \frac{b+1}{2A} v \right) = \frac{b+1}{2A} v - \left( \frac{b+1}{2A} \right)^2 \frac{v^2}{2} + \quad (9)$$

$$\left( \frac{b+1}{2A} \right)^3 \frac{v^3}{3} - \left( \frac{b+1}{2A} \right)^4 \frac{v^4}{4} + \dots \quad (10)$$

$$\ln \left( 1 - \frac{b-1}{2A} v \right) = - \left[ \frac{b-1}{2A} v + \left( \frac{b-1}{2A} \right)^2 \frac{v^2}{2} + \right. \\ \left. + \left( \frac{b-1}{2A} \right)^3 \frac{v^3}{3} + \dots \right] \quad (11)$$

$$\ln \left( 1 + \frac{v - cv^2}{A} \right) = \frac{v - cv^2}{A} - \frac{(v - cv^2)^2}{2A^2} + \\ + \frac{(v - cv^2)^3}{3A^3} - \frac{(v - cv^2)^4}{4A^4} + \dots \quad (12)$$

причем ряды сходятся в границах:

$$\text{ряд (10)} - 1 < \frac{b+1}{2A} v < +1; \quad \text{ряд (11)} - 1 \leq \frac{b-1}{2A} v \leq +1;$$

$$\text{ряд (12)} - 1 < \frac{v - cv^2}{A} \leq +1.$$

Относительно приведенных рядов следует иметь в виду то обстоятельство, что они не обладают быстрой сходимостью и поэтому при практическом пользовании ими, невозможно ограничиться первыми двумя или тремя членами разложения. Тем более нельзя ограничиться подобным числом членов для общего решения.

Внося полученные значения логарифмов в уравнение (9) получим

$$\varepsilon(v) = \frac{n}{2} \left( \frac{s\tau}{\varphi m} \right)^2 \frac{1}{b} \left[ \frac{b}{A} v + \frac{(b-1)^2 - (b+1)^2}{(2A)^2} \frac{v^2}{2} + \right. \\ \left. + \frac{(b-1)^3 + (b+1)^3}{(2A)^3} \frac{v^3}{3} + \dots \right] +$$

$$- \frac{n}{2} \left( \frac{s\tau}{\varphi m} \right)^2 \left[ \frac{v - cv^2}{A} - \frac{(v - cv^2)^2}{2A^2} + \frac{(v - cv^2)^3}{3A^3} \dots \right] \quad (13)$$

Совершенно очевидно, что правая часть уравнения (8) не равна правой части уравнения (13) даже при самом грубом приближении. В самом деле, если допустить самую минимальную степень приближения, органичиваясь, например, только двумя первыми членами разложения, то и тогда

$$\varepsilon(v) = \frac{n}{2} \left( \frac{s\tau}{\varphi m} \right)^2 \left[ (CA - 1) \frac{v^2}{A^2} + (2v - cv^2) \frac{cv^2}{2A^2} \right] \quad (14)$$

и мы видим, что даже в этом наиболее простом случае, функция (8) не может представлять  $\varepsilon(v)$ . Заметим также, что разложение, согласно (14), начинается с  $v^2$ , а у автора оно начинается с первой степени  $v$ .

Если взять сумму первых трех членов разложения, то будем иметь:

$$\varepsilon(v) = \frac{n}{2} \left( \frac{s\tau}{\varphi m} \right)^2 \left[ (CA - 1) \frac{v^2}{A^2} + (v - cv^2) \frac{cv^2}{2A^2} + \left( \frac{b^2}{4} + \frac{13}{12} - c \right) \frac{v^3}{A^3} + (3v - cv^2) \frac{c^2v^3}{3A^3} \right].$$

Допустим, что уравнение (7) можно заменить (8), тогда решение дифференциального уравнения движения снаряда по каналу, получается в следующем виде:

$$l + l_\psi = 10 \cdot \frac{g}{g_0} [l_{\psi_0} - (l_{\psi_0} - l_\psi) G] \quad (15)$$

где

$$G = \frac{1}{\sqrt{0,25 + \varepsilon} - 0,5} \int_0^\beta 10^{-w - w^2} dw \quad (16)$$

зависит только от параметра  $\varepsilon$  и для нее составлена таблица.

Если же относительно функции  $\varepsilon$  не принимать каких либо допущений, то интеграл (6) в зависимости от переменной  $\beta$ , принимает следующее выражение

$$\frac{k_1}{B_1} \int_0^\beta \left[ 1 - (2n - \theta)\beta \right] Z^n d\beta = \frac{k_1}{B_1} \left\{ \frac{2 - n\theta}{2 + n} \left[ (\gamma + \beta - \beta^2) Z^n - \gamma \right] + \frac{1 + \theta}{2 + n} n \int_0^\beta Z^n d\beta \right\}$$

а сравнивая между собою решение (15) и

$$l + l_{\psi} = l_{\Delta} Z^{-n} \left[ 1 - D_1 n \frac{1 + \theta}{2 + n} \left( \gamma + \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right) \right] -$$

$$- D_1 \frac{2 - n\theta}{2 + \theta} (\gamma + \beta - \beta^2) l_{\Delta}$$

для функции  $G$  получим уравнение

$$G = \frac{1}{\beta [1 - (2 - n\theta)\beta]} \left\{ \frac{2 - n\theta}{2 + n} \left[ (\gamma + \beta - \beta^2) Z^n - \gamma \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1 + \theta}{2 + n} n \int_0^{\beta} Z^n d\beta \right\} \quad (17)$$

Для того, чтобы проверить численно точность представления действительной функции  $\epsilon$  аппроксимирующей, мы произвели вычисление  $G$  с помощью уравнения (17) и по таблице, составленной Г. В. Оппоковым по уравнению (16) Результаты вычислений помещены в таблице № 1.

Таблица 1.

Значение функции  $G$

$\beta$	$n=10; \gamma=0,0000$			$n=10; \gamma=0,008$		
	По уравнению			По уравнению		
	17	16	в %	17	16	в %
0,06	0,7483	0,7596	+ 1,51	0,8333	0,8168	-1,98
0,08	0,6825	0,6994	+ 2,48	0,7725	0,7554	-2,21
0,10	0,6240	0,6459	+ 3,51	0,7140	0,6996	-2,02
0,12	0,5717	0,5990	+ 4,78	0,6600	0,6489	-1,67
0,14	0,5257	0,5569	+ 5,94	0,6114	0,6035	-1,29
0,16	0,4850	0,5198	+ 7,18	0,5669	0,5624	-0,79
0,18	0,4483	0,4862	+ 8,45	0,5267	0,5256	-0,21
0,20	0,4155	0,4565	+ 9,87	0,4900	0,4922	+0,45
0,22	0,3864	0,4294	+11,13	0,4573	0,4623	+1,09
0,24	0,3604	0,4051	+12,40	0,4275	0,4350	+1,75
0,26	0,3369	0,3831	+13,71	0,4008	0,4104	+2,40
0,28	0,3161	0,3631	+14,87	0,3764	0,3872	+2,87
0,30	0,2970	0,3447	+16,06	0,3543	0,3677	+3,78
0,32	0,2800	0,3282	+17,21	0,3344	0,3488	+4,31
0,34	0,2647	0,3130	+18,24	0,3162	0,3321	+5,03
0,36	0,2510	0,2989	+19,08	0,2997	0,3164	+5,57

$\gamma$	$\beta=0,20; n=10$			$n$	$\beta=0,20; \gamma=0,001$		
	По уравнению				По уравнению		
	17	16	в %		17	16	в %
0,0000	0,4155	0,4565	+9,87	5	0,7206	0,6386	-11,38
0,0005	0,4250	0,4600	+8,24	6	0,6452	0,5940	-7,94
0,001	0,4315	0,4631	+7,32	7	0,5807	0,5547	-4,48
0,002	0,4430	0,4682	+5,69	8	0,5240	0,5204	-0,69
0,004	0,4615	0,4771	+3,38	9	0,4751	0,4899	+3,12
0,006	0,4770	0,4847	+1,61	10	0,4315	0,4631	+7,32
0,008	0,4900	0,4922	+0,45	11	0,3939	0,4387	+11,37
0,01	0,5020	0,4990	-0,60	12	0,3605	0,4175	+15,81
0,02	0,5495	0,5284	-3,84	13	0,3309	0,3981	+20,31
0,04	0,6135	0,5741	-6,42	14	0,3045	0,3806	+24,99
0,06	0,6585	0,6102	-7,34				
0,08	0,6920	0,6399	-7,66				
0,10	0,7205	0,6652	-7,67				
0,12	0,7430	0,6870	-7,54				
0,14	0,7620	0,7061	-7,34				

Табл. 1 показывает, что с помощью рассмотренного допущения точное решение можно получить только для нескольких значений переменной. В остальных же случаях, решение всегда будет получаться с положительной или отрицательной ошибкой доходящей, как это видно из таблицы, до 25%.

Интересно также заметить, что в заключении книги—„Внутренняя баллистика“—Оппоков наиболее рекомендует следующие способы:

- 1) численное интегрирование при аргументе  $v$ ;
- 2) первый приближенный способ для решения точных уравнений (только что рассмотренный метод);
- 3) способ проф. Н. Ф. Дроздова и
- 4) способ Ледюка <sup>1)</sup>.

При этом Г. В. Оппоков указывает, что „примененный только что порядок перечисления способов сигнализирует степень точности этих способов“.

Изложенное в настоящем пункте позволяет сделать следующее заключение, (которое мы выскажем словами Оппокова):

„Из числа „теоретических“ способов придется исключить все те, которые сопровождаются „дефективными математическими соображениями“. Этим термином можно охарактеризовать те добавочные математические допущения, которые вносят некоторые математические ошибки и, следовательно, порочат основные опытные положения данного способа“. (Г. В. Оппоков—Внутренняя баллистика. Стр. 183).

<sup>1)</sup> Г. В. Оппоков—Внутренняя баллистика. Стр. 184.

Мы заметим только, что к числу таких методов, которые именуется „дефективными“, с неотъемлемым правом относится и рассмотренный метод Г. В. Оппокова.

### 66. Метод Бианки-Граве.

Имея в виду усовершенствовать метод Бианки, проф. Граве И. П. предложил принимать  $l\psi$  в виде линейной функции от  $l$

$$l\psi = l\psi_0 - kl \quad (8)$$

где 
$$k = \frac{l\psi_0 - l\psi}{l} = \text{const}$$

Действительная же зависимость  $l\psi$  от  $l$  нам не известна. При этом допущении переменные в уравнении (3) разделяются и мы получаем его в следующем виде:

$$\frac{dl}{l+l\psi} = M(x) dx \quad \text{или} \quad \frac{d(l+l\psi)}{l+l\psi} = (1-k)M(x) dx$$

и его общий интеграл

$$l+l\psi = CZ^{-\frac{2}{\theta}(1-k)} \quad (19)$$

где  $C = l\psi_0$ , а  $l\psi$  можно определять и по уравнению (18) и по уравнению  $l\psi = l\psi_0 - a\psi$ .

Посмотрим теперь какой должна быть функция  $k(x)$ , чтобы решение (15') и (19) были тождественны. Приравнявая правые части уравнений (15') и (19) получаем <sup>1)</sup>:

или 
$$Z^{-\frac{2}{\theta}(1-k)} = Z^{-\frac{2}{\theta}} \left[ 1 - \frac{2a}{\theta l\psi_0} \frac{\varphi(n\gamma\beta)}{B} \right]$$

Откуда 
$$Z^{\frac{2k}{\theta}} = 1 - \frac{2a}{\theta l\psi_0} \frac{\varphi(n\gamma\beta)}{B}$$

$$k(x) = \frac{\lg \left[ 1 - \frac{2a}{\theta l\psi_0} \int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx \right]}{\frac{2}{\theta} \lg Z} \quad (20)$$

<sup>1)</sup> Р. Е. Соркин. К вопросу о точном решении основного уравнения пиродинамики.

Из (20) нетрудно видеть, что  $k(x)$  есть убывающая функция, изменяющаяся от  $\infty$  при  $x=0$ , т. к.  $k(0) = \infty$ , до некоторого значения  $k(x_k)$  при  $x = x_k$ .

С другой стороны, из (18) имеем:

$$k_1(x) = \frac{l\psi_0 - l\psi}{l} = \frac{ax Z^{\frac{2}{\theta}}}{l\psi_0 - a \int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx}; \quad (21)$$

откуда ясно, что  $k(x) \neq k_1(x)$ , причем характер изменения  $k(x)$  совершенно отличен от  $k_1(x)$  и тем более ничего общего не имеет с условием пропорциональности  $l\psi$  от  $l$ .

### 67. Метод Букк.

для того, чтобы освободиться от интеграла

$$\int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx$$

В. Букк предложил воспользоваться первой теоремой о среднем значении, применяя которую, будем иметь: <sup>1)</sup>

$$\int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx = \left[ Z(x_c) \right]^{\frac{2}{\theta}} x \quad (22)$$

и, следовательно, остается только подходить выбирать  $x_c$ , чтобы получить точное значение интеграла (22).

Ясно, что такой подход к решению задачи совершенно безупречен и с математической стороны и в смысле того, что он не допускает какого-либо искажения исходного уравнения (3). Однако, для практических расчетов использование формулы (22) сопряжено с трудностью определения аргумента  $x_c$ , при котором правая часть уравнения (22), будет равна левой части. Действительно, уравнение можно записать так

$$\left[ Z(x_c) \right]^{\frac{2}{\theta}} = \frac{1}{x} \int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx \quad (23)$$

и мы видим, что операция вынесения функции средним значением несколько не изменила наших знаний относительно численной величины интеграла в како-либо точке  $x$ .

Для практического определения  $x_c$  известен пока только один путь, состоящий в вычислении интеграла или по одному из методов численного интегрирования, или же с помощью графи-

<sup>1)</sup> В. Букк—Метод решения основных уравнений внутренней Баллистики. Известия Артакадемии РККА, том VII!

ческого интегрирования. Но это положение свидетельствует только о том, что определение  $x_c$  с помощью приближенного вычисления (каким либо способом), интеграла совершенно излишне, т.к. зная величину интеграла, отпадает необходимость вычислять  $x_c$ .

Автор, на основании расчетов, согласно правой части уравнения (23), составил таблицу величины  $i$  с помощью которой  $x_c$  определяется соотношением <sup>1)</sup>

$$x_c = ix$$

интересно сравнить точность получаемых результатов с помощью этой таблицы, и точным значением интеграла.

С этой целью мы рассмотрим случай, когда  $p_0 = 0$ .

Если  $p_0 = 0$ , то  $x_0 = 0$ ;  $x = z$ , а

$$\begin{aligned} \int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx &= \int_0^x \left( 1 - \frac{\theta}{2} Bx \right) dx = \\ &= \frac{2}{(2+\theta)B} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\theta}{2} Bx \right)^{\frac{2}{\theta}+1} \right] \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$\left[ Z(x_c) \right]^{\frac{2}{\theta}} = \frac{\theta}{(2+\theta)} \frac{1}{\frac{\theta}{2} Bx} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\theta}{2} Bx \right)^{\frac{2}{\theta}+1} \right] \quad (24)$$

Результат вычислений по уравнению (24) и при помощи таблицы для  $i$  помещены в таблице 2.

Таблица 2.

Значение функции  $[Z(x_c)]^{\frac{2}{\theta}}$

	$x$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
	$\frac{\theta}{2} B$						
По формуле (24) . . . . .	0,05	0,9674	0,9279	0,8844	0,8421	0,8028	0,7840
По таблице для $i$ . . . . .	0,05	0,9743	0,9275	0,8863	0,8502	0,8149	0,8006
По формуле (24) . . . . .	0,20	0,9055	0,7480	0,6388	0,5258	0,4481	0,4155
По таблице для $i$ . . . . .	0,20	0,9061	0,7558	0,6377	0,5455	0,4737	0,4439
По формуле (24) . . . . .	0,40	0,8223	0,5719	0,4155	0,3159	0,2507	0,2265
По таблице для $i$ . . . . .	0,40	0,8304	0,5887	0,4344	0,3456	0,2823	0,2542
По формуле (24) . . . . .	0,60	0,7480	0,4481	0,2970	0,2159	0,1683	0,1515
По таблице для $i$ . . . . .	0,60	0,7652	0,4737	0,3189	0,2479	0,2068	0,1834

<sup>1)</sup> В. Букк—Обобщенные формулы внутренней баллистики. Известия Аркадемии РККА, том XV.

Таким образом, мы видим, что в данном случае ошибка от 0 при  $x=0$  возрастает с возрастанием  $\frac{\theta}{2}B$ , достигая более 20% при  $x=1$ . И это в случае, когда можно наиболее точно определить  $x_c$ . Совершенно ясно, что в общем случае, когда значение интеграла приходится определять приближенно, — ошибка будет возрастать, при чем может быть как положительной, так и отрицательной.

Рассмотрим еще вопрос об определении максимального давления.

Автор в соотношении

$$\frac{dp}{dx} = 0 = \xi'(x)(l + l\psi) - \xi(x)(l + l\psi)'$$

для определения первой производной от  $(l + l\psi)$  полагает функцию

$$\left[ Z(x_c) \right]^{\frac{2}{\theta}} = \frac{1}{x} \int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx = k = \text{const} \quad (25)$$

при этом производная

$$(l + l\psi)' = \frac{Bx}{\xi(x)} (l + l\psi) - ak Z^{-\frac{2}{\theta}}$$

и, следовательно,

$$\frac{dp}{dx} = \left[ 1 - (1 + \theta) Bx \right] (l + l\psi) + ak\xi(x) Z^{-\frac{2}{\theta}} = 0 \quad (26)$$

Откуда, для отределения  $x_m$ , получаем уравнение

$$\kappa_1 x_m^2 - \kappa_2 x_m + \kappa_3 = 0 \quad (27)$$

где

$$\begin{cases} \kappa_1 = \frac{2 + \theta}{2} aB; \\ \kappa_2 = (1 + \theta) B l\psi_0 \frac{1}{\kappa}; \\ \kappa_3 = \frac{1}{\kappa} l\psi_0 + az_0; \end{cases} \quad (28)$$

а для давления из того же уравнения (26) получим следующую формулу

$$P_m = \frac{f}{\alpha - \frac{1}{\delta}} \left[ (1 + \theta) Bx_m - 1 \right] \left[ \frac{Z(x_m)}{Z(x_c)} \right]^2 \quad (29)$$

Если же относительно функции  $Z(x_c)$  не принимать каких-либо допущений, а в этом нет необходимости, т. к. производная

$$\left[ \int_0^x Z^{\frac{2}{\theta}} dx \right]' = Z^{\frac{2}{\theta}}$$

тогда для определения  $x_m$  будем иметь тоже уравнение

$$\kappa'_1 x_m^2 - \kappa'_2 x_m + \kappa'_3 = 0 \quad (30)$$

но коэффициенты будут иметь следующие значения:

$$\begin{cases} \kappa'_1 = \kappa_1 + \frac{\theta}{2} Ba \left[ 1 - \left( \frac{Z(x_m)}{Z(x_c)} \right)^{\frac{2}{\theta}} \right] \\ \kappa'_2 = \kappa_2 + a \left[ 1 - \left( \frac{Z(x_m)}{Z(x_c)} \right)^{\frac{2}{\theta}} \right]; \\ \kappa'_3 = \kappa_3 - az_0 \left[ 1 - \left( \frac{Z(x_m)}{Z(x_c)} \right)^{\frac{2}{\theta}} \right]; \end{cases} \quad (31)$$

и соответствующая формула для давления будет

$$P_m = \frac{f}{\alpha - \frac{1}{\delta}} \left[ (1 + \theta) B x_m - 1 \right]. \quad (32)$$

Таким образом, коэффициенты уравнений (27) и (31) могут быть равны между собою только тогда, когда

$$Z(x_c) \equiv Z(x)$$

но совершенно очевидно, что такое тождество не существует. Следовательно, допущение

$$\left[ Z(x_c) \right]^{\frac{2}{\theta}} = \text{const} \quad 1)$$

ведет к неразрешимым противоречиям в теории, в приложениях — к ошибкам.

1) Функция  $Z^{\frac{2}{\theta}}$  в наших обозначениях равна  $e^{-\varepsilon(x)}$ , в обозначениях В. Буки и, следовательно,

$$\left[ Z(x_c) \right]^{\frac{2}{\theta}} = e^{-\varepsilon(x)}$$

## 68. Метод проф. Н. Ф. Дроздова.

Подход проф. Н. Ф. Дроздова к решению основных уравнений внутренней баллистики состоит (как известно), в получении интеграла точного, неискаженного дифференциального уравнения. Такой подход, на наш взгляд единственно правильный, использован и в настоящей работе.

Относительно метода проф. Н. Ф. Дроздова следует указать только одно замечание.

Автор рекомендует вычислять интеграл <sup>1)</sup>

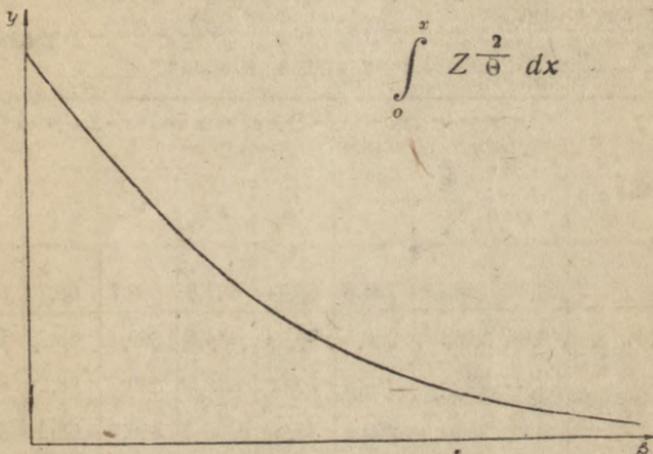


Рис. 24.

пользуясь правилом трапеций, по трем точкам. Ясно, что значения интеграла, вычисленные таким образом, будут значительно

больше истинных значений, т. к.  $Z \frac{2}{\Theta}$  (как это видно из фиг. 24), быстро изменяющаяся и убывающая функция.

## 69. Приложение различных методов к решению задач.

Пример. 3-х линейная винтовка.

Исходные данные.

Объем камеры— $W_0 = 0,0039 \text{ дм}^3$

Площадь сечения канала с учетом нарезов— $s = 0,0048 \text{ дм}^2$

Полная длина пути снаряда— $L = 6,82 \text{ дм}$ .

Вес снаряда— $q = 0,00962 \text{ кг}$ .

<sup>1)</sup> Н. Ф. Дроздов. Решение уравнений внутренней баллистики. Известия Академии РККА том XIX и XX.

Вес заряда— $\omega = 0,00325$  кг.  
Сила пороха— $f = 900000,0$  кг. дм/кг.  
Коэффициент— $A = 0,0000074$  дм<sup>3</sup>/сек. кг.  
Плотность пороха— $\delta = 1,6$  кг/дм<sup>3</sup>.  
Коволюм газа— $\alpha = 0,98$  дм<sup>3</sup>/кг.  
Характеристика— $\theta = 0,2$ .  
Средняя толщина порохового зерна— $2 e_1 = 0,003$  дм.  
Давление форсирования— $p_0 = 32200,0$  кг/дм<sup>2</sup>.  
Коэффициент фиктивности— $\varphi = 1,12$ .

Решение велось по формулам для пороха с постоянной поверхностью горения.

Таблица 3.

Сводка результатов решения

Методы решений	Элементы макси- мального давления			Элементы конца горения			Элементы дуль- ного среза		
	$l_m$	$p_m$	$v_m$	$l_k$	$p_k$	$v_k$	$L$	$p_d$	$v_0$
По § 8 . . . . .	4,36	2485	274,8	68,74	621,8	869,7	68,2	526,0	868,2
При $\alpha = \frac{1}{\delta}$ . . . . .	3,96	2168	250,5	86,24	484,6	869,4	68,2	585,3	820,4
Бианки-Граве . . . . .	4,65	2240	256,8	79,60	538,5	869,7	68,2	611,5	836,3
При $(l_\psi)_{ср}$ . . . . .	3,21	2670	250,5	33,00	1266,0	869,7	68,2	544,4	1003,6
В. Букк . . . . .	4,56	4158*) 2535	291,6	66,6	641,3	869,7	68,2	623,7	874,7
Г. В. Оппоков . . . . .	4,65	2328	269,5	66,7	640,4	869,7	68,2	623,8	874,5

Таким образом, рассмотренный частный пример показывает, что искажение исходных зависимостей, а равно и промежуточных уравнений (как это сделано В. Букком и Г. В. Оппоковым), ведет к значительным ошибкам в приложениях.

Заключение.

Из изложенного с очевидностью следует сколь противоречивой и непоследовательной оказывается теория, если она ставится на путь искажения основных закономерностей и величин, характеризующих явление выстрела, если усилия исследователей направляются на изыскание дополнительных упрощений в основе своей схематических зависимостей, и, на усовершенствование решений, полученных с помощью упрощений,—допол-

\*) Давление  $p_m = 4158$  получается из уравнения (23), а  $p_m = 2535$  — из уравнения (16), для одного и того же значения  $x_m$ .

нительными упрощениями. Конечно, этот путь является самым легким и удобным для создания множества различных методов решения, т. к. нет ничего проще, как принятие произвольных допущений и упрощений. В самом деле, единственное обоснование, выставляемое авторами—это простота и удобство в приложениях. Однако, в действительности (кроме значительных ошибок), простота эта кажущаяся. Так, например, принятие

$$I\psi = I\psi_0 - kl$$

ведет, как это видно из таблицы № 2, к таким же приблизительно результатам, какие получаются при допущении  $a = \frac{1}{\delta}$ ,

а вычисления значительно усложняются определением  $k$ .

Далее, вынесение из под знака интеграла функцию

$$Z(x)$$

средним значением не освобождает от необходимости вычислять интеграл

$$\int_0^x Z \frac{2}{\theta} dx$$

а решение усложняется совершенно ненужным пересчетом с помощью таблицы для  $i$ , вносящим значительные ошибки.

Абсолютная необоснованность рассмотренных допущений наиболее ярко выражена у Г. В. Оппокова. Автор с удивительной легкостью выбирает в качестве аппроксимирующей функцию (даже в первом приближении несвопадающей с действительной), на которую накладывается единственное ограничение—она должна совпадать с действительной кривой в единственной точке (кроме 0), отвечающей концу горения и сообщать интегралу

$$\int_0^v (1 - 2cv) e^{-\varepsilon} dv$$

желаемое выражение. Совершенно ясно, что такому условию можно удовлетворить множеством различных функций в том числе и постоянной величиной.

Таким образом, мы приходим к заключению, что единственно правильным направлением исследования является разработка решения свободного, если так можно выразиться, от метода искажения основных и промежуточных уравнений внутренней ба-  
листики.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица № 1

Значения  $p_m$  в функции  $B$  и  $\Delta$ .

$B \setminus \Delta$	0,40	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50
0,70	3210	3325	3445	3560	3675	3802	3945	4080	4225	4365	4520
0,75	3060	3160	3270	3380	3495	3610	3730	3850	3980	4110	4240
0,80	2915	3005	3110	3215	3320	3425	3535	3650	3770	3890	4020
0,85	2775	2860	2960	3040	3150	3250	3350	3460	3570	3690	3815
0,90	2640	2725	2810	2900	2990	3080	3180	3280	3390	3510	3615
0,95	2515	2595	2680	2765	2850	2940	3035	3130	3230	3335	3440
1,00	2400	2485	2570	2645	2730	2800	2900	2995	3085	3180	3285
1,05	2300	2380	2465	2536	2615	2670	2775	2860	2950	3035	3140
1,10	2215	2285	2360	2430	2500	2560	2615	2715	2815	2900	3000
1,15	2145	2205	2275	2335	2400	2470	2545	2625	2710	2785	2880
1,20	2060	2130	2190	2250	2315	2380	2455	2530	2610	2680	2760
1,25	2000	2055	2115	2175	2235	2300	2370	2440	2515	2585	2660
1,30	1930	1985	2045	2100	2160	2220	2285	2350	2420	2490	2560
1,35	1865	1920	1975	2030	2090	2150	2215	2275	2340	2400	2470
1,40	1810	1860	1910	1965	2020	2080	2145	2100	2260	2320	2380
1,45	1750	1800	1850	1905	1965	2020	2075	2130	2190	2245	2300
1,50	1700	1750	1800	1850	1900	1950	2010	2065	2120	2175	2235
1,55	1660	1707	1750	1800	1850	1900	1950	2005	2060	2115	2175
1,60	1620	1660	1705	1755	1800	1850	1900	1950	2000	2055	2115
1,65	1580	1625	1670	1715	1760	1805	1850	1900	1950	2000	2065
1,70	1545	1585	1630	1670	1715	1760	1805	1855	1900	1955	2015
1,75	1510	1550	1590	1630	1675	1720	1760	1805	1855	1905	1965
1,80	1475	1515	1550	1590	1635	1680	1720	1765	1810	1860	1910
1,85	1445	1480	1515	1555	1600	1640	1680	1725	1770	1810	1870
1,90	1415	1450	1485	1525	1570	1615	1655	1695	1735	1780	1830
1,95	1390	1420	1460	1500	1540	1580	1620	1665	1705	1745	1790
2,00	1360	1395	1435	1475	1515	1550	1590	1635	1670	1710	1750
2,05	1330	1370	1405	1450	1490	1520	1560	1605	1635	1675	1710
2,10	1310	1345	1380	1425	1465	1495	1530	1570	1605	1640	1675
2,15	1285	1320	1355	1400	1440	1470	1500	1540	1575	1610	1640
2,20	1265	1295	1330	1375	1410	1445	1475	1520	1550	1580	1610
2,25	1240	1270	1305	1350	1385	1420	1450	1495	1525	1555	1585
2,30	1220	1250	1280	1325	1360	1395	1430	1470	1500	1530	1560
2,35	1200	1230	1260	1300	1335	1375	1405	1445	1475	1505	1535
2,40	1180	1210	1240	1280	1315	1345	1380	1420	1450	1480	1510
2,45	1160	1190	1220	1260	1295	1320	1355	1395	1425	1455	1485
2,50	1140	1170	1200	1240	1275	1300	1330	1370	1400	1430	1460
2,55	1125	1150	1185	1220	1255	128	1310	1345	1375	1405	1435
2,60	1110	1135	1170	1200	1235	1260	1290	1320	1350	1380	1410
2,65	1095	1120	1155	1185	1215	1240	1270	1300	1325	1355	1385
2,70	1080	1105	1140	1170	120	1225	1250	1280	1305	1330	1360
2,75	1070	1095	1125	1155	1185	1210	1235	1260	1285	1310	1340
2,80	1060	1085	1110	1140	1170	1195	1220	1245	1270	1295	1325
2,85	1050	1075	1095	1125	1155	1180	1205	1230	1255	1280	1310
2,90	1040	1065	1085	1110	1140	1165	1190	1215	1240	1265	1300
2,95	1030	1055	1075	1100	1125	1150	1175	1200	1225	1255	1290
3,00	1020	1045	1065	1090	1110	1135	1160	1185	1215	1245	1280

Продолжение таблицы

$\Delta$ B	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60
0,70	4520	4665	4815	4970	5125	5280					
0,75	4240	4385	4530	4680	4830	4980	5140				
0,80	4020	4155	4290	4430	4570	4710	4860	5010			
0,85	3815	3945	4075	4205	4335	4470	4615	4760	4910	5065	
0,90	3615	3740	3865	3985	4105	4235	4375	4515	4660	4805	4950
0,95	3440	3550	3665	3775	3885	4000	4135	4270	4410	4545	4680
1,00	3285	3390	3495	3595	3695	3800	3925	4055	4190	4320	4450
1,05	3140	3240	3340	3435	3525	3620	3735	3855	3980	4100	4220
1,10	3000	3090	3185	3275	3360	3450	3555	3665	3780	3890	4000
1,15	2880	2970	3055	3140	3220	3310	3400	3500	3610	3715	3820
1,20	2760	2850	2940	3030	3120	3210	3300	3390	3480	3570	3660
1,25	2666	2745	2830	2915	3000	3085	3170	3260	3345	3430	3520
1,30	2560	2645	2730	2815	2900	2985	3070	3150	3230	3310	3390
1,35	2470	2550	2630	2710	2790	2870	2950	3030	3110	3190	3270
1,40	2380	2460	2535	2615	2690	2775	2845	2925	3000	3080	3160
1,45	2300	2375	2455	2530	2610	2685	2760	2835	2910	2985	3060
1,50	2235	2310	2380	2455	2525	2595	2665	2740	2810	2885	2960
1,55	2175	2240	2310	2380	2450	2520	2590	2660	2730	2800	2870
1,60	2115	2180	2250	2315	2380	2445	2515	2580	2650	2710	2780
1,65	2065	2125	2185	2250	2315	2380	2445	2510	2575	2640	2700
1,70	2015	2070	2135	2195	2255	2315	2375	2435	2495	2555	2620
1,75	1965	2020	2080	2140	2195	2255	2315	2370	2430	2490	2550
1,80	1910	1965	2025	2080	2135	2190	2250	2300	2365	2420	2480
1,85	1870	1925	1980	2035	2090	2145	2200	2255	2310	2360	2420
1,90	1830	1885	1940	1990	2045	2100	2150	2205	2260	2310	2365
1,95	1790	1845	1900	1950	2000	2055	2105	2155	2210	2255	2310
2,00	1750	1805	1860	1910	1960	2010	2060	2110	2160	2205	2255
2,05	1710	1765	1820	1870	1920	1970	2015	2065	2115	2155	2205
2,10	1675	1730	1785	1835	1885	1930	1975	2025	2070	2110	2155
2,15	1640	1700	1755	1805	1850	1895	1935	1985	2030	2065	2105
2,20	1610	1675	1725	1770	1815	1860	1900	1945	1990	2025	2060
2,25	1585	1650	1700	1740	1785	1830	1865	1910	1955	1985	2020
2,30	1560	1625	1675	1710	1755	1800	1830	1875	1920	1950	1980
2,35	1535	1600	1650	1680	1725	1770	1800	1840	1885	1915	1945
2,40	1510	1575	1625	1655	1695	1740	1770	1810	1850	1880	1910
2,45	1485	1550	1600	1630	1665	1710	1740	1780	1820	1845	1875
2,50	1460	1525	1575	1605	1640	1680	1710	1750	1790	1815	1840
2,55	1435	1505	1550	1580	1615	1645	1680	1720	1760	1785	1810
2,60	1410	1475	1525	1555	1590	1620	1655	1690	1730	1755	1780
2,65	1385	1450	1485	1515	1545	1575	1610	1645	1680	1705	1730
2,70	1360	1420	1450	1480	1510	1540	1570	1605	1640	1665	1690
2,75	1340	1395	1425	1455	1485	1515	1545	1580	1615	1640	1665
2,80	1325	1370	1400	1430	1460	1490	1520	1555	1590	1615	1640
2,85	1310	1350	1380	1410	1440	1470	1500	1535	1570	1595	1620
2,90	1300	1330	1360	1390	1420	1450	1480	1515	1550	1575	1600
2,95	1290	1320	1350	1380	1410	1440	1470	1500	1530	1560	1590
3,00	1280	1310	1340	1370	1400	1430	1460	1490	1520	1550	1580

$B \Delta$	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65	0,66	0,67	0,68	0,69	0,70
0,70											
0,75											
0,80											
0,85											
0,90	4590	5095									
0,95	4680	4825	4970	5120							
1,00	4450	4590	4735	4885	5040						
1,05	4220	4355	4495	4640	4790	4945	5105				
1,10	4000	4130	4265	4405	4550	4700	4855	5015			
1,15	3820	3940	4065	4195	4330	4470	4615	4765	4920	5080	
1,20	3660	3770	3885	4005	4130	4260	4395	4540	4690	4845	5000
1,25	3520	3620	3725	4835	3940	4070	4195	4330	4470	4615	4760
1,30	3390	3480	3575	3675	3780	3890	4005	4130	4260	4395	4530
1,35	3270	3375	3480	3585	3690	3795	3900	4005	4110	4220	4330
1,40	3160	3255	3350	3450	3550	3650	3750	3850	3950	4050	4150
1,45	3060	3150	3240	3330	3420	3510	3600	3695	3790	3885	3980
1,50	2960	3045	3130	3215	3300	3385	3470	3560	3650	3740	3830
1,55	2870	2950	3030	3116	3200	3285	3370	3455	3540	3625	3710
1,60	2780	2860	2940	3020	3100	3180	3260	3345	3430	3515	3600
1,65	2700	2775	2850	2930	3010	3090	3170	3250	3330	3410	3495
1,70	2620	2695	2770	2845	2920	2995	3070	3150	3230	3310	3390
1,75	2550	2620	2690	2765	2840	2915	2990	3065	3140	3215	3290
1,80	2480	2550	2620	2690	2760	2830	2900	2975	3050	3125	3200
1,85	2420	2485	2550	2620	2690	2760	2830	2900	2970	3040	3110
1,90	2365	2430	2495	2560	2625	2690	2755	2820	2890	2960	3030
1,95	2310	2370	2430	2495	2560	2625	2690	2755	2820	2885	2950
2,00	2255	2315	2375	2435	2495	2555	2620	2685	2750	2815	2880
2,05	2205	2265	2325	2385	2445	2505	2565	2625	2785	2745	2810
2,10	2155	2210	2265	2325	2385	2445	2505	2565	2625	2685	2745
2,15	2105	2160	2215	2270	2325	2380	2440	2500	2560	2620	2680
2,20	2060	2115	2170	2225	2280	2335	2390	2445	2500	2560	2620
2,25	2020	2070	2120	2175	2230	2285	2340	2395	2450	2505	2560
2,30	1980	2030	2080	2130	2180	2230	2285	2340	2395	2450	2505
2,35	1945	1995	2045	2095	2145	2195	2245	2295	2345	2395	2450
2,40	1910	1955	2000	2050	2100	2150	2200	2250	2300	2350	2400
2,45	1875	1920	1965	2010	2055	2100	2150	2200	2250	2300	2350
2,50	1840	1885	1935	1975	2020	2065	2110	2155	2205	2255	2305
2,55	1810	1855	1900	1945	1990	2035	2080	2125	2170	2215	2260
2,60	1780	1820	1860	1905	1950	1995	2040	2085	2130	2175	2220
2,65	1750	1790	1830	1870	1910	1955	2000	2045	2090	2135	2180
2,70	1720	1760	1800	1840	1880	1920	1965	2010	2055	2100	2145
2,75	1695	1735	1775	1815	1855	1895	1935	1975	2020	2065	2110
2,80	1670	1710	1750	1790	1830	1870	1910	1950	1990	2035	2080
2,85	1645	1685	1725	1765	1805	1845	1885	1925	1965	2005	2050
2,90	1620	1660	1700	1740	1780	1820	1860	1900	1940	1980	2025
2,95	1600	1640	1680	1720	1760	1800	1840	1880	1920	1960	2000
3,00	1590	1620	1660	1700	1740	1780	1820	1860	1900	1940	1980

$\Delta$ B	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,77	0,78	0,79	0,80
0,70											
0,75											
0,80											
0,85											
0,90											
0,95											
1,00											
1,05											
1,10											
1,15											
1,20	5000										
1,25	4760	4910	5060								
1,30	4530	4670	4810	4950	5090						
1,35	4330	4455	4580	4710	4840	4970	5110				
1,40	4150	4260	4370	4485	4600	4720	4850	4990	5140		
1,45	3980	4080	4190	4305	4420	4540	4670	4810	4960	5120	
1,50	3830	3925	4025	4135	4255	4385	4525	4680	4845	5020	5200
1,55	3710	38 0	3895	4000	4115	4240	4375	4520	4675	4840	5010
1,60	3600	3685	3775	3875	3985	4105	4230	4365	4510	4665	4825
1,65	3495	3580	3665	3760	3865	3980	4100	4230	4365	4510	4660
1,70	3390	3475	3555	3645	3745	3855	3970	4090	4220	4360	4505
1,75	3290	3365	3440	3525	3620	3725	3835	3950	4080	4220	4365
1,80	3200	3275	3345	3425	3515	3615	3720	3830	3955	4090	4235
1,85	3110	3180	3255	3335	3425	3525	3630	3735	3850	3975	4110
1,90	3030	3100	3175	3255	3345	3445	3545	3645	3755	3870	3995
1,95	2950	3015	3085	3160	3245	3340	3435	3535	3645	3760	3885
2,00	2880	2945	3015	3090	3175	3270	3365	3460	3560	3665	3780
2,05	2810	2875	2940	3010	3090	3180	3270	3365	3465	3565	3685
2,10	2745	2805	2865	2930	3010	3100	3190	3285	3385	3485	3595
2,15	2680	2740	2800	2865	2940	3025	3110	3200	3300	3400	3510
2,20	2620	2680	2735	2795	2865	2945	3025	3115	3215	3315	3425
2,25	2560	2615	2670	2730	2800	2880	2960	3045	3140	3235	3345
2,30	2505	2560	2610	2665	2730	2805	2885	2970	3065	3160	3265
2,35	2450	2505	2555	2610	2675	2750	2825	2905	2995	3085	3190
2,40	2400	2450	2495	2545	2605	2675	2750	2830	2920	3010	3115
2,45	2350	2400	2440	2490	2545	2610	2685	2785	2855	2945	3045
2,50	2305	2355	2395	2445	2495	2555	2625	2700	2790	2880	2980
2,55	2260	2305	2345	2395	2445	2505	2575	2650	2740	2825	2920
2,60	2220	2265	2305	2355	2405	2465	2535	2605	2690	2770	2860
2,65	2180	2225	2265	2310	2355	2410	2475	2545	2630	2710	2800
2,70	2145	2190	2230	2275	2320	2375	2440	2505	2585	2660	2745
2,75	2110	2155	2195	2240	2285	2340	2405	2465	2535	2610	2690
2,80	2080	2125	2165	2205	2245	2295	2355	2415	2485	2560	2640
2,85	2050	2095	2135	2175	2215	2260	2315	2370	2435	2510	2590
2,90	2025	2070	2110	2150	2190	2230	2280	2330	2390	2465	2545
2,95	2000	2040	2085	2125	2165	2205	2250	2300	2360	2425	2505
3,00	1980	2020	2065	2105	2145	2185	2230	2275	2335	2400	2470

Значения  $\frac{\theta_{\text{отв}}^2}{2fW_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$

$r \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
0,20	0,0800	0,0900	0,1000	0,1100	0,1200	0,1300	0,1400	0,1500	0,1600
21	0840	0945	1050	1155	1260	1365	1470	1575	1680
22	0880	0990	1100	1210	1320	1430	1540	1650	1760
23	0920	1035	1150	1265	1380	1495	1610	1725	1840
24	0960	1080	1200	1320	1440	1560	1680	1800	1920
25	1000	1125	1250	1375	1500	1625	1750	1875	2000
26	1040	1170	1300	1430	1560	1690	1820	1950	2080
27	1080	1215	1350	1485	1620	1755	1890	2025	2160
28	1120	1260	1400	1540	1680	1820	1960	2100	2240
29	1160	1305	1450	1595	1740	1885	2030	2175	2320
30	1200	1350	1500	1650	1800	1950	2100	2250	2400
31	1240	1395	1550	1705	1860	2015	2170	2325	2480
32	1280	1440	1600	1760	1920	2080	2240	2400	2560
33	1320	1485	1650	1815	1980	2145	2310	2475	2640
34	1360	1530	1700	1870	2040	2210	2380	2550	2720
35	1400	1575	1750	1925	2100	2275	2450	2625	2800

Значения  $B$  в функции  $p_m$  и  $\Delta$

$\Delta$ $p_m$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
1500	1,760	2,090	2,415	2,800	—	—	—	—	—
1600	1,625	1,920	2,220	2,635	2,950	—	—	—	—
1700	1,500	1,775	2,065	2,465	2,740	—	—	—	—
1800	1,410	1,655	1,935	2,300	2,565	2,950	—	—	—
1900	1,320	1,550	1,810	2,140	2,420	2,740	—	—	—
2000	1,250	1,460	1,720	2,020	2,280	2,590	2,950	—	—
2100	1,175	1,385	1,615	1,900	2,160	2,450	2,770	—	—
2200	1,110	1,315	1,525	1,790	2,055	2,340	2,625	2,960	—
2300	1,050	1,250	1,450	1,710	1,960	2,235	2,505	2,790	—
2400	1,000	1,190	1,365	1,635	1,870	2,135	2,400	1,660	—
2500	0,955	1,135	1,335	1,565	1,790	2,050	2,310	2,560	2,960
2600	0,915	1,080	1,280	1,500	1,715	1,970	2,215	2,460	2,740
2700	0,875	1,040	1,230	1,445	1,650	1,895	2,135	2,385	2,740
2800	0,840	1,000	1,185	1,390	1,590	1,825	2,060	2,305	2,650
2900	0,805	0,965	1,140	1,340	1,535	1,760	1,985	2,235	2,565
3000	0,770	0,930	1,100	1,290	1,480	1,695	1,920	2,170	2,485
3100	0,735	0,895	1,065	1,245	1,435	1,645	1,855	2,100	2,410
3200	0,705	0,865	1,030	1,200	1,385	1,590	1,800	2,040	2,340
3300	—	0,835	0,995	1,155	1,335	1,545	1,745	1,980	2,275
3400	—	0,705	0,960	1,120	1,295	1,495	1,695	1,920	2,215
3500	—	0,780	0,935	1,085	1,255	1,455	1,645	1,865	2,155
3600	—	0,755	0,905	1,055	1,220	1,415	1,600	1,810	2,095
3700	—	0,730	0,880	1,025	1,185	1,380	1,555	1,760	2,040
3800	—	0,700	0,855	1,000	1,160	1,340	1,510	1,720	1,990
3900	—	—	0,830	0,975	1,130	1,295	1,475	1,680	1,940
4000	—	—	0,805	0,950	1,100	1,275	1,445	1,640	1,900
4100	—	—	0,780	0,930	1,075	1,240	1,415	1,600	1,855
4200	—	—	0,760	0,910	1,055	1,220	1,385	1,565	1,815
4300	—	—	0,740	0,890	1,035	1,190	1,360	1,530	1,775
4400	—	—	0,720	0,865	1,010	1,165	1,335	1,495	1,740
4500	—	—	0,705	0,845	0,990	1,140	1,305	1,465	1,700

Значения  $r$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{I_k}{I_d} = 0,4$

$\Delta \backslash B$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
1,00	0,1970	0,2003	0,2034	0,2063	0,2091	0,2119	0,2147	0,2177	0,2209
05	2032	2065	2096	2124	2152	2179	2207	2236	2267
10	2092	2125	2156	2184	2211	2238	2265	2294	2324
15	2151	2184	2215	2243	2269	2296	2322	2350	2380
20	2209	2242	2273	2301	2327	2353	2378	2405	2435
25	2266	2299	2330	2358	2384	2409	2433	2459	2488
30	2322	2355	2386	2414	2440	2464	2487	2513	2540
35	2376	2410	2441	2469	2495	2518	2541	2566	2592
40	2429	2464	2495	2523	2549	2572	2594	2618	2643
45	2482	2517	2548	2576	2602	2625	2647	2670	2694
50	2534	2570	2601	2629	2654	2677	2699	2721	2744
55	2585	2622	2653	2681	2705	2728	2750	2771	2793
60	2635	2672	2703	2731	2755	2778	2800	2820	2841
65	2685	2721	2753	2781	2805	2827	2848	2868	2889
70	2734	2770	2802	2830	2854	2875	2896	2916	2936
75	2782	2818	2850	2878	2902	2923	2943	2963	2983
80	2829	2865	2897	2925	2949	2970	2990	3010	3029
85	2876	2912	2944	2972	2996	3017	3037	3056	3075
90	2923	2959	2991	3019	3043	3064	3083	3103	3121
95	2969	3005	3037	3065	3089	3110	3129	3148	3166
2,00	3015	3051	3083	3111	3135	3156	3175	3193	3211
05	3061	3097	3129	3157	3181	3201	3220	3238	3256
10	3106	3143	3175	3202	3226	3246	3265	3283	3300
15	3151	3188	3220	3247	3271	3291	3310	3328	3344
20	3195	3233	3 65	3292	3315	3335	3354	3372	3388
25	3239	3277	3309	3336	3359	3379	3398	3416	3432
30	3282	3320	3352	3379	3402	3423	3442	3460	3475
35	3325	3363	3395	3422	3445	3466	3485	3503	3518
40	3367	3406	3438	3464	3488	3509	3528	3546	3561
45	3409	3448	3480	3507	3531	3552	3571	3589	3604
50	3451	3490	3522	3549	3573	3594	3613	3631	3647
55	3492	3532	3565	3592	3616	3637	3656	3673	3689
60	3533	3574	3607	3635	3659	3680	3698	3715	3731
65	3574	3616	3649	3677	3701	3722	3740	3757	3773
70	3615	3657	3691	3720	3744	3764	3782	3799	3825
75	3656	3698	3733	3762	3786	3806	3824	3841	3857
80	3697	3739	3774	3804	3828	3848	3866	3883	3899
85	3738	3780	3815	3845	3870	3890	3907	3924	3940
90	3778	3821	3856	3886	3911	3931	3949	3966	3982
95	3818	3861	3897	3927	3952	3972	3991	4008	4023
3,00	3858	3901	3937	3967	3992	4013	4032	4049	4064

Значения  $r$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{l_k}{l_0} = 0,5$ .

$B \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
1,30	0,2034	0,2065	0,2093	0,2119	0,2142	0,2165	0,2188	0,2210	0,2232
35	2087	2119	2148	2174	2197	2219	2241	2263	2284
40	2139	2172	2202	2228	2251	2272	2294	2315	2335
45	2190	2225	2255	2281	2304	2325	2346	2366	2386
50	2241	2277	2307	2333	2356	2377	2397	2417	2436
55	2291	2328	2358	2384	2407	2428	2447	2467	2485
60	2341	2378	2408	2434	2457	2478	2497	2516	2534
65	2390	2427	2457	2483	2506	2527	2546	2565	2583
70	2439	2470	2506	2532	2555	2576	2595	2614	2632
75	2488	2524	2554	2580	2603	2624	2643	2662	2680
80	2536	2572	2602	2628	2651	2672	2691	2710	2728
85	2584	2619	2649	2676	2699	2720	2739	2758	2775
90	2631	2666	3696	2723	2746	2767	2786	2805	2822
95	2678	2713	2743	2770	2793	2814	2833	2852	2868
2,00	2724	2759	2790	2817	2840	2861	2880	2898	2914
05	2770	2805	2837	2864	2887	2907	2926	2944	2960
10	2815	2851	2883	2910	2933	2953	2972	2989	3006
15	2860	2897	2929	2957	2980	2999	3017	3034	3051
20	2904	2942	3075	3003	3026	3045	3062	3079	3096
25	2948	2987	3020	3048	3071	3090	3107	3124	3140
30	2992	3031	3064	3092	3115	3135	3152	3169	3185
35	3036	3074	3107	3135	3159	3180	3197	3214	3230
40	3080	3118	3150	3178	3202	3224	3242	3259	3274
45	3124	3161	3193	3221	3246	3268	3286	3303	3318
50	3167	3204	3236	3264	3289	3311	3330	3347	3362
55	3210	3248	3280	3308	3333	3355	3374	3390	3405
60	3253	3291	3324	3352	3377	3399	3417	3434	3449
65	3295	3334	3368	3396	3421	3442	3461	3477	3493
70	3337	3377	3412	3440	3464	3486	3505	3521	3536
75	3378	3420	3455	3484	3508	3529	3548	3564	3579
80	3420	3462	3498	3527	3551	3572	3591	3607	3623
85	3462	3504	3540	3569	3594	3616	3635	3651	3666
90	3504	3546	3582	3612	3637	3659	3678	3694	3709
95	3546	3588	3624	3655	3680	3712	3721	3737	3752
3,00	3587	3630	3666	3697	3723	3745	3764	3781	3795

Значения  $\gamma$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{I_k}{I_0} = 0,6$

$B \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
1,50	0,2002	0,2034	0,2062	0,2086	0,2107	0,2127	0,2146	0,2164	0,2181
55	2052	2084	2112	2137	2158	2177	2196	2214	2231
60	2101	2134	2162	2187	2208	2227	2246	2263	2280
65	2150	2183	2211	2236	2257	2276	2295	2312	2329
70	2198	2232	2260	2285	2306	2325	2344	2361	2378
75	2246	2280	2309	2333	2355	2374	2392	2409	2426
80	2294	2328	2357	2381	2403	2423	2441	2458	2474
85	2341	2375	2405	2459	2451	2471	2489	2506	2522
90	2388	2422	2452	2477	2499	2519	2537	2554	2570
95	2435	2469	2499	2524	2547	2567	2585	2602	2617
2,00	2481	2515	2545	2571	2594	2614	2632	2649	2664
05	2527	2562	2592	2617	2641	2661	2679	2696	2711
10	2572	2609	2638	2664	2688	2708	2725	2742	2757
15	2617	2655	2685	2710	2734	2754	2771	2788	2803
20	2662	2701	2731	2757	2780	2800	2817	2834	2849
25	2707	2746	2777	2803	2826	2846	2863	2879	2895
30	2751	2791	2822	2848	2871	2891	2908	2925	2941
35	2796	2835	2866	2893	2916	2936	2954	2971	2986
40	2840	2879	2910	2937	2961	2981	2999	3016	3031
45	2884	2923	2954	2982	3006	3026	3045	3062	3077
50	2928	2966	2998	3026	3050	3071	3090	3107	3122
55	2971	3010	3043	3071	3095	3116	3135	3152	3167
60	3014	3054	3087	3115	3140	3161	3180	3196	3211
65	3057	3098	3132	3160	3185	3206	3224	3241	3256
70	3100	3142	3176	3205	3230	3251	3266	3286	3301
75	3143	3186	3221	3250	3275	3296	3314	3330	3345
80	3186	3229	3264	3294	3319	3341	3359	3375	3390
85	3229	3272	3308	3338	3363	3385	3403	3419	3435
90	3272	3315	3351	3382	3407	3429	3448	3464	3480
95	3315	3358	3395	3426	3451	3473	3492	3509	3524
3,00	3357	3401	3438	3469	3495	3517	3536	3553	3569

Значения  $r$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{l_x}{l_0} = 0,7$

$\Delta \backslash B$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
1,75	0,2039	0,2072	0,2100	0,2123	0,2143	0,2161	0,2177	0,2192	0,2207
80	2086	2119	2148	2171	2191	2209	2225	2240	2255
85	2133	2166	2195	2218	2238	2256	2273	2288	2303
90	2180	2213	2242	2265	2285	2303	2320	2336	2351
95	2227	2260	2288	2311	2332	2350	2367	2383	2399
2,00	2273	2306	2334	2358	2378	2396	2413	2430	2446
05	2319	2353	2381	2406	2425	2443	2460	2478	2494
10	2365	2400	2428	2453	2473	2491	2508	2525	2541
15	2410	2446	2475	2501	2521	2539	2556	2572	2588
20	2455	2492	2522	2548	2569	2587	2604	2620	2635
25	2499	2537	2568	2594	2616	2635	2652	2667	2681
30	2543	2592	2613	2640	2662	2682	2699	2714	2728
35	2587	2636	2657	2685	2707	2728	2746	2760	2775
40	2632	2680	2702	2730	2752	2774	2792	2807	2821
45	2676	2724	2746	2775	2798	2819	2838	2853	2867
50	2720	2758	2791	2819	2843	2864	2883	2899	2913
55	2764	2803	2836	2865	2889	2910	2928	2945	2959
60	2807	2847	2882	2910	2934	2955	2974	2990	3005
65	2851	2892	2927	2956	2980	3001	3019	3036	3051
70	2894	2937	2973	3001	3025	3046	3064	3081	3096
75	2938	2982	3018	3047	3071	3091	3109	3126	3142
80	2981	3026	3062	3092	3116	3137	3155	3172	3188
85	3025	3070	3107	3137	3162	3182	3200	3218	3234
90	3069	3114	3151	3182	3207	3228	3246	3263	3280
95	3112	3158	3196	3227	3253	3273	3292	3309	3326
3,00	3156	3201	3240	3272	3298	3319	3338	3355	3371

Значения  $r$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{l_k}{l_0} = 0,8$

$\Delta \backslash B$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
1,95	0,2045	0,2077	0,2105	0,2128	0,2148	0,2164	0,2179	0,2193	0,2206
2,00	2091	2123	2152	2175	2195	2212	2227	2241	2253
05	2137	2169	2199	2222	2242	2260	2275	2289	2301
10	2182	2215	2245	2269	2289	2308	2323	2337	2349
15	2227	2261	2291	2316	2330	2355	2371	2385	2397
20	2272	2307	2337	2362	2383	2402	2418	2432	2444
25	2316	2353	2383	2408	2430	2449	2465	2479	2491
30	2361	2398	2428	2454	2476	2496	2512	2526	2539
35	2406	2443	2473	2499	2522	2543	2559	2573	2586
40	2450	2488	2518	2545	2568	2589	2606	2620	2633
45	2494	2533	2563	2500	2614	2635	2652	2667	2680
50	2537	2577	2609	2636	2660	2681	2699	2714	2727
55	2581	2622	2655	2682	2707	2728	2746	2761	2774
60	2625	2667	2701	2729	2754	2774	2793	2807	2821
65	2669	2712	2747	2775	2800	2821	2839	2854	2868
70	2713	2757	2792	2822	2847	2868	2886	2901	2915
75	2757	2801	2832	2868	2893	2914	2932	2947	2961
80	2801	2846	2883	2914	2939	2960	2978	2994	3008
85	2846	2891	2928	2959	2985	3006	3024	3040	3055
90	2990	2936	2973	3005	3031	3052	3070	3087	3102
95	2934	2980	3018	3050	3076	3098	3116	3133	3149
3,00	2978	3024	3063	3095	3121	3143	3162	3179	3195

Значения  $r$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{l_k}{l_0} = 0,9$ .

$B \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
2,10	0,2020	0,2052	0,2080	0,2103	0,2122	0,2139	0,2154	0,2167	0,2178
15	2065	2098	2127	2170	2170	2187	2202	2215	2226
20	2110	2144	2174	2197	2217	2235	2250	2262	2274
25	2155	2190	2220	2244	2264	2282	2297	2310	2322
30	2200	2235	2266	2290	2310	2329	2344	2357	2370
35	2245	2280	2311	2336	2356	2375	2391	2405	2418
40	2289	2326	2357	2381	2402	2421	2437	2452	2465
45	2333	2371	2402	2427	2448	2468	2484	2500	2513
50	2377	2416	2447	2472	2494	2514	2531	2547	2561
55	2422	2461	2493	2518	2541	2561	2578	2595	2608
60	2466	2507	2539	2565	2588	2608	2626	2642	2656
65	2510	2552	2585	2611	2635	2655	2673	2690	2703
70	2554	2597	2631	2658	2682	2703	2721	2737	2751
75	2599	2642	2677	2705	2729	2750	2768	2784	2798
80	2643	2687	2722	2751	2775	2797	2815	2832	2846
85	2687	2732	2768	2797	2822	2843	2862	2879	2893
90	2731	2777	2814	2843	2868	2890	2909	2926	2941
95	2776	2822	2859	2889	2915	2937	2956	2973	2988
3,00	2820	2866	2904	2935	2961	2983	3003	3020	3035

Таблица 10

Значения  $r$  в функции  $B$  и  $\Delta$  при  $\frac{l_k}{l_0} = 1,0$ .

$B \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
2,25	0,2007	0,2042	0,2070	0,2095	0,2114	0,2130	0,2144	0,2157	0,2168
30	2051	2086	2115	2141	2159	2177	2188	2206	2216
35	2097	2134	2162	2186	2207	2225	2240	2253	2264
40	2141	2179	2209	2234	2253	2273	2282	2300	2311
45	2186	2224	2255	2280	2300	2317	2335	2339	2360
50	2231	2268	2300	2322	2346	2367	2381	2397	2409
55	2275	2314	2346	2372	2395	2414	2418	2446	2406
60	2317	2358	2392	2418	2442	2461	2477	2491	2508
65	2364	2405	2439	2466	2489	2508	2523	2541	2553
70	2409	2446	2486	2513	2536	2556	2572	2589	2602
75	2452	2496	2531	2560	2582	2604	2619	2636	2650
80	2498	2511	2577	2607	2628	2652	2669	2634	2700
85	2541	2587	2621	2653	2675	2698	2715	2732	2747
90	2587	2631	2669	2698	2724	2747	2764	2781	2794
95	2631	2677	2714	2748	2770	2794	2811	2829	2842
3,00	2677	2722	2760	2794	2817	2840	2858	2876	2889

Таблица 11

Значения  $\frac{L_0}{l_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$  при  $p_m = 1500$ .

$r \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55
0,20	3,164	3,695	—	—
21	3,408	3,980	—	—
22	3,670	4,280	5,000	—
23	3,960	4,600	5,390	—
24	4,270	4,955	5,800	—
0,25	4,61	5,330	6,250	—
26	4,975	5,730	6,716	7,96
27	5,362	6,160	7,220	8,57
28	5,790	6,630	7,770	9,23
29	—	7,145	8,350	9,95
0,30	—	7,745	9,01	10,71
31	—	8,430	9,71	11,53
32	—	—	10,47	12,42
33	—	—	11,30	13,41
34	—	—	12,18	14,51
0,35	—	—	13,14	15,70

Таблица 12

Значения  $\frac{L_0}{l_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$  при  $p_m = 2000$ .

$r \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70
0,20	2,485	2,653	2,973	3,400	—	—	—
21	2,675	2,863	3,195	3,050	4,005	—	—
22	2,900	3,080	3,430	3,923	4,375	—	—
23	3,135	3,325	3,680	4,215	4,700	—	—
24	—	3,595	3,965	4,530	5,045	5,800	—
0,25	—	3,890	4,275	4,867	5,410	6,220	—
26	—	4,205	4,610	5,240	5,815	6,680	—
27	—	—	4,980	5,645	6,255	7,170	—
28	—	—	5,38	6,070	6,720	7,710	8,950
29	—	—	—	6,548	7,245	8,290	9,790
0,30	—	—	—	7,060	7,790	8,930	10,65
31	—	—	—	7,615	8,400	9,610	11,52
32	—	—	—	—	9,065	10,37	12,43
33	—	—	—	—	9,795	11,21	13,38
34	—	—	—	—	10,540	12,11	14,40
0,35	—	—	—	—	—	13,11	15,54
36	—	—	—	—	—	14,22	16,83
37	—	—	—	—	—	15,42	18,20

Таблица 13

Значения  $\frac{l_0}{l_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$  при  $p_m = 2500$

$r \backslash \Delta$	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
0,20	2,110	2,300	2,400	2,625	2,850	3,195	—	—	—
21	—	2,434	2,590	2,820	3,060	3,425	—	—	—
22	—	2,632	2,790	3,035	3,295	3,670	4,068	—	—
23	—	—	3,012	3,265	3,540	3,940	4,360	—	—
24	—	—	3,252	2,520	3,814	4,230	4,665	—	—
0,25	—	—	—	3,810	4,110	4,550	4,995	5,560	—
26	—	—	—	4,125	4,425	4,895	5,360	5,970	—
27	—	—	—	4,480	4,760	5,260	5,765	6,400	—
28	—	—	—	—	5,125	5,660	6,205	6,870	8,44
29	—	—	—	—	5,520	5,095	6,680	7,380	9,06
0,30	—	—	—	—	5,925	6,555	7,195	7,950	9,72
31	—	—	—	—	—	7,065	7,750	8,560	10,45
32	—	—	—	—	—	7,615	8,350	9,230	11,26
33	—	—	—	—	—	8,175	9,020	9,960	12,15
34	—	—	—	—	—	—	9,745	10,76	13,12
0,35	—	—	—	—	—	—	10,48	11,65	14,17
36	—	—	—	—	—	—	—	12,61	15,17
37	—	—	—	—	—	—	—	13,11	16,63
38	—	—	—	—	—	—	—	14,65	18,05

Таблица 14

Значения  $\frac{l_0}{l_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$  при  $p_m = 3000$

$r \backslash \Delta$	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
0,20	2,112	2,192	2,370	2,570	2,800	—	—
21	2,280	2,365	2,554	2,768	3,005	3,30	—
22	2,458	2,552	2,752	2,960	3,220	3,53	—
23	—	2,750	2,965	3,080	3,455	3,78	—
24	—	2,958	3,195	3,420	3,710	4,06	4,67
0,25	—	—	3,440	3,380	3,985	4,36	4,99
26	—	—	2,703	3,965	4,285	4,68	5,34
27	—	—	3,980	4,270	4,610	5,03	5,73
28	—	—	—	4,605	4,955	5,41	6,15
29	—	—	—	4,960	5,345	5,83	6,61
0,30	—	—	—	5,345	5,27	6,28	7,10
31	—	—	—	—	6,20	6,77	7,65
32	—	—	—	—	—	7,30	8,25
33	—	—	—	—	—	7,87	8,91
34	—	—	—	—	—	8,50	9,62

Значения  $\frac{l_0}{l_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$  при  $p_m = 3500$

$r \backslash \Delta$	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
0,20	1,925	1,990	2,072	2,218	2,330	2,525	—
21	2,077	2,148	2,238	2,390	2,505	2,705	3,040
22	2,238	2,318	2,410	2,570	2,690	2,900	3,268
23	—	—	2,592	2,770	2,842	3,115	3,488
24	—	—	2,790	2,980	3,110	3,345	3,740
0,25	—	—	—	3,210	3,345	3,592	4,010
26	—	—	—	3,448	3,598	3,855	4,302
27	—	—	—	3,705	3,875	4,142	4,625
28	—	—	—	—	4,170	4,445	4,965
29	—	—	—	—	4,490	4,768	5,340
0,30	—	—	—	—	—	5,115	5,750
31	—	—	—	—	—	5,480	6,196

Таблица 16

Значения  $\frac{l_0}{l_0}$  в функции  $r$  и  $\Delta$  при  $p_m = 4000$

$r \backslash \Delta$	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
0,20	1,800	1,898	1,966	2,054	2,185	2,415
21	—	2,045	2,112	2,205	2,346	2,582
22	—	2,203	2,273	2,372	2,518	2,770
23	—	2,370	2,448	2,550	2,700	2,970
24	—	—	2,647	2,742	2,896	3,180
0,25	—	—	2,748	2,960	3,112	3,410
26	—	—	—	3,180	3,345	3,672
27	—	—	—	3,420	3,605	3,935
28	—	—	—	—	3,878	4,234
29	—	—	—	—	4,182	4,560

Таблица 17

Значения  $\frac{l_0}{l_0}$  в функции  $z$  и  $\Delta$  при  $p_m = 4500$ .

$r \backslash \Delta$	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
0,20	1,770	1,795	1,875	1,938	2,085
21	1,910	1,938	2,020	2,080	2,235
22	—	2,083	2,180	2,238	2,395
23	—	2,235	2,345	2,405	2,508
24	—	—	2,525	2,585	2,750
0,25	—	—	2,715	2,778	2,960
26	—	—	2,915	2,985	3,185
27	—	—	3,133	3,210	3,430

Настоящая работа составлена под общей редакцией *М. С. Горохова*, § 23 гл. 2 и гл. 6 написаны *Свиридовым*, а остальные 5 глав написаны *Гороховым*.

#### ЛИТЕРАТУРА ПО БАЛИСТИКЕ.

- Дроздов Н. Ф.—Решение задач внутренней баллистики. Петербург. 1910.  
 Граве И. П.—Внутренняя баллистика, т. I, II, III. Издание Артакадемии, Ленинград. 1933—1936.  
 Граве И. П.—Конспект лекций по внутренней баллистике. Пиростатика. Издание В.Т.А. Ленинград. 1931.  
 Дроздов Н. Ф.—Решение основного уравнения по внутренней баллистике. Издание Артакадемии. Ленинград. 1936.  
 Вентцель Д. А.—Внутренняя баллистика, ч. I. Издание Военно-Воздушной Академии. Москва. 1939.  
 Серебряков М. Е.—Внутренняя баллистика. Госхимтехиздат. Ленинград. 1933.  
 Сюго М.—Внутренняя баллистика. Издание Артакадемии. Ленинград. 1928.  
 Stanz С.—Lehrbuch der Ballistik, t. II. Berlin. 1926.  
 Слухоцкий В. Е.—Производительность зарядов. Известия Артакадемии, т. XVIII, 1936.  
 Оппоков Г. В.—Внутренняя баллистика. Г.Т.Т.И. Москва. 1933.

## ЗАКОН ОБРАЗОВАНИЯ ГАЗОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ.

*Доктор технических наук, проф. Г. В. Оппоков, (Москва).*

Используем следующие теоретические законы горения пороха:

а) Уравнение состояния газов, которое приводит к зависимости:

$$p = \frac{f_b \omega_b + f \omega \psi}{W_0 - \frac{\omega}{\delta} (1 - \psi) - \alpha \omega \psi - \alpha_b \omega_b}$$

где значок  $b$  относится к воспламенителю;

в) геометрический закон горения, из которого вытекает закон газообразования

$$\psi = \lambda z (1 - \lambda z)$$

с) Закон быстроты газообразования:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_1}{\Lambda_1} \frac{S}{S_1} u_1 p$$

где при условии справедливости геометрического закона горения будет

$$\frac{S_1}{\Lambda_1} = \frac{\lambda}{e_1}; \quad \frac{S}{S_1} = \sigma = \sqrt{1 - \frac{4\lambda}{\lambda} \psi}$$

Зависимость для давления  $p$  можно представить в виде

$$p = \frac{f}{\alpha - \frac{1}{\delta}} \cdot \frac{\frac{f_b \omega_b}{f \omega} + \psi}{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} - \frac{\alpha_b \omega_b}{\omega} - \psi - \frac{1}{\delta}}$$

Обозначим для упрощения письма

$$\frac{f}{\alpha - \frac{1}{\delta}} = f_1; \quad \frac{f_b \omega_b}{f \omega} = \psi_b; \quad \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta} - \frac{\alpha_b \omega_b}{\omega} = \psi_\Delta$$

При этом имеем:

$$p = f_1 \frac{\psi_b + \psi}{\psi_\Delta - \psi}$$

где  $f_1$ ,  $\psi_b$  и  $\psi_\Delta$  являются постоянными величинами в каждом конкретном случае.

Значения  $\frac{S_1}{\Lambda_1}$ ,  $\frac{S}{S_1}$  и  $p$  подставим в закон быстроты газообразования:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{f_1 \times u_1}{e_1} \frac{\psi_b + \psi}{\psi_\Delta - \psi} \sqrt{1 - \frac{4\lambda}{\alpha} \psi}$$

Полученная зависимость устанавливает дифференциальную связь между величиной  $\psi$  и временем  $t$  через посредство постоянных величин:

$$f_1, u_1, e_1, \alpha, \lambda, \psi_b \text{ и } \psi_\Delta$$

Перейдем к „табличной“ величине  $\xi$ :

$$\xi = \frac{\psi}{\psi_b}$$

и к „табличному“ времени:

$$\tau = \frac{f_1 \times u_1}{e_1 (\psi_\Delta + \psi_b)} t$$

Так как

$$\psi = \psi_b \xi ; t = \frac{e_1 (\psi_\Delta + \psi_b)}{f_1 \times u_1} \tau$$

то после замены переменных и очевидных упрощений получим из последнего выражения для производной  $\frac{d\psi}{dt}$ :

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \left( \frac{\psi_\Delta}{\psi_b} + 1 \right) \frac{1 + \xi}{\frac{\psi_\Delta}{\psi_b} - \xi} \sqrt{1 - \frac{4\lambda}{\alpha} \psi_b \xi}$$

откуда

$$d\tau = \frac{\frac{\psi_\Delta}{\psi_b} - \xi}{1 + \xi} \cdot \frac{d\xi}{\left( \frac{\psi_\Delta}{\psi_b} + 1 \right) \sqrt{1 - \frac{4\lambda}{\alpha} \psi_b \xi}}$$

ТАК ЧТО

$$\tau = \int_0^{\xi} \frac{\frac{\psi_{\Delta}}{\psi_b} - \xi}{1 + \xi} \frac{d\xi}{\left(\frac{\psi_{\Delta}}{\psi_b} + 1\right) \sqrt{1 - \frac{4\lambda}{\alpha} \frac{\psi_b}{\psi_{\Delta}} \xi}}$$

Эта формула показывает, что табличное время является функцией трех параметров:

$$\frac{\lambda}{\alpha} \frac{\psi_b}{\psi_{\Delta}}, \frac{\psi_b}{\psi_{\Delta}} \text{ и } \xi$$

Интеграл, определяющий  $\tau$ , выражается в элементарных функциях:

$$\tau = \frac{1}{n} L_n \frac{1 + M(n+1)}{1 - M(n-1)} - \frac{2M}{\frac{\psi_{\Delta}}{\psi_b} + 1}$$

где для упрощения положено:

$$n = \sqrt{1 - \frac{4\lambda}{\alpha} \frac{\psi_b}{\psi_{\Delta}}}; \quad \sigma = \sqrt{1 - \frac{4\lambda}{\alpha} \frac{\psi_b}{\psi_{\Delta}} \xi}; \quad M = \frac{\xi}{\sigma + 1}$$

Последняя формула для  $\tau$  использована при составлении таблицы для этой функции.

Рекомендуется при построении кривой  $(\psi, t)$  задаваться табличными значениями  $\xi$ .

Пример. Построить кривую  $(\psi, t)$  при условиях:  $W_0 = 78,5 \text{ см}^3$ ;  $\omega = 15,68 \text{ г}$ .

Порох СП, яп. ленточный  $(0,96 \times 18 \times 40)$ ;  $f = 860000 \frac{\text{кг дм}}{\text{кг}}$ ;

$$\alpha = 1 \frac{\text{дм}^3}{\text{кг}}, \quad p_b = 46 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}; \quad u_1 = 7,0 \cdot 10^{-6}$$

Решение. Так как величины  $\omega_b$ ,  $f_b$  и  $\alpha_b$  для воспламенителя не даны, то величину  $\psi_{\Delta}$  определяем приближенно:

$$\psi_{\Delta} = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}}{\alpha - \frac{1}{\delta}} = \frac{78,5}{15,68} - \frac{1}{1,6}$$

откуда

$$L_{\xi} \psi_{\Delta} = 1,0676.$$

Далее

$$f_1 = \frac{f}{\alpha - \frac{1}{\delta}} = \frac{860000}{0,375}; l_g f_1 = 6,3605.$$

По формуле для давления:

$$p = f_1 \frac{\psi_a + \psi}{\psi_{\Delta} - \psi}$$

положив в ней  $p = p_b$  и  $\psi = 0$ :

имеем

$$\psi_b = \frac{p_b \psi_{\Delta}}{f_1}; l_g \psi_b = \bar{2},3699.$$

Вычисляем характеристики формы:

$$\kappa = 1 + \frac{2e_1}{2b_1} + \frac{2e_1}{2c_1} - \frac{1}{2} \frac{2e_1}{2b_1} \cdot \frac{2e_1}{2c_1} = 1 + 0,05333 + 0,02400 -$$

$$- 0,00064 = 1,07669;$$

$$\lambda = \frac{\kappa - 1}{\kappa}; l_g \lambda = \bar{2},8525.$$

Определяем табличные константы:

$$\frac{\lambda}{\kappa} \psi_b = 0,00155; \frac{\psi_b}{\psi_{\Delta}} = 0,0020.$$

Наибольшее значение  $\xi$  будет

$$\xi_m = \frac{\psi_m}{\psi_b} = \frac{1}{\psi_b} = 42,7.$$

По таблице  $\tau$  для  $\frac{\psi_b}{\psi_{\Delta}} = 0,002$  и  $\frac{1}{\kappa} \psi_b = 0,0015$  простыми и двойным интерполированием получим такую таблицу:

$\xi$	1	2	3	4	6	8	10
$\tau$	0,69	1,10	1,38	1,61	1,94	2,20	2,4
$\xi$	15	20	25	30	35	40	43
$\tau$	2,78	3,06	3,28	3,46	3,62	3,75	3,82

Значения  $\tau$

при  $\frac{\psi_b}{\psi_\Delta} = 0,002$

$\lambda\psi_b/x$ $\varepsilon$	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,25	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223	0,223
0,5	0,404	0,405	0,405	0,405	0,405	0,405	0,406	0,406	0,406	0,406
1	0,691	0,692	0,692	0,693	0,694	0,694	0,695	0,696	0,696	0,697
2	1,09	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,11	1,11	1,11	1,11
3	1,38	1,38	1,39	1,39	1,39	1,40	1,40	1,40	1,41	1,41
4	1,60	1,61	1,61	1,62	1,62	1,63	1,63	1,64	1,64	1,65
6	1,93	1,94	1,95	1,96	1,97	1,98	1,99	1,99	2,00	2,01
8	2,18	2,19	2,20	2,22	2,23	2,24	2,26	2,27	2,28	2,30
10	2,38	2,39	2,41	2,43	2,44	2,46	2,48	2,50	2,52	2,54
15	2,74	2,77	2,79	2,82	2,85	2,88	2,91	2,95	2,99	3,03
20	3,00	3,04	3,08	3,12	3,16	3,21	3,26	3,32	3,38	3,46
25	3,21	3,25	3,30	3,35	3,41	3,48	3,56	3,65	3,77	3,94
30	3,37	3,43	3,49	3,56	3,63	3,73	3,84	4,00	4,29	—
35	3,51	3,58	3,65	3,73	3,84	3,96	4,14	4,51	—	—
40	3,63	3,71	3,79	3,90	4,03	4,20	4,54	—	—	—
50	3,83	3,93	4,04	4,19	4,40	5,08	—	—	—	—
60	3,99	4,11	4,25	4,46	4,89	—	—	—	—	—
70	4,12	4,26	4,44	4,74	—	—	—	—	—	—
80	4,23	4,39	4,62	5,11	—	—	—	—	—	—
100	4,42	4,62	4,96	—	—	—	—	—	—	—
120	4,56	4,81	5,39	—	—	—	—	—	—	—
140	4,67	4,97	—	—	—	—	—	—	—	—
160	4,76	5,12	—	—	—	—	—	—	—	—

Значение  $\tau$

при  $\frac{\psi_b}{\psi_\Delta} = 0,004$

$\lambda\psi_b/\gamma$ $\xi$	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,25	0,222	0,222	0,222	0,222	0,222	0,222	0,222	0,222	0,223	0,222
0,5	0,404	0,404	0,404	0,404	0,404	0,404	0,405	0,405	0,405	0,405
1	0,689	0,690	0,690	0,691	0,692	0,692	0,693	0,694	0,694	0,695
2	1,09	1,09	1,09	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,11	1,11
3	1,37	1,38	1,38	1,38	1,39	1,39	1,39	1,40	1,40	1,40
4	1,59	1,60	1,60	1,61	1,61	1,62	1,62	1,63	1,64	1,64
6	1,92	1,93	1,94	1,95	1,96	1,97	1,97	1,98	1,99	2,00
8	2,16	2,18	2,19	2,20	2,21	2,23	2,24	2,25	2,27	2,28
10	2,36	2,37	2,39	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48	2,50	2,52
15	2,72	2,74	2,76	2,79	2,82	2,85	2,88	2,92	2,95	2,99
20	2,96	3,00	3,04	3,08	3,12	3,16	3,21	3,27	3,33	3,41
25	3,16	3,20	3,25	3,30	3,36	3,42	3,50	3,59	3,70	3,86
30	3,31	3,37	3,42	3,49	3,57	3,65	3,76	3,91	4,19	—
35	3,44	3,52	3,57	3,66	3,75	3,87	4,04	4,39	—	—
40	3,56	3,62	3,71	3,80	3,93	4,09	4,41	—	—	—
50	3,73	3,82	3,93	4,07	4,26	4,90	—	—	—	—
60	3,87	4,01	4,12	4,31	4,69	—	—	—	—	—
70	3,98	4,11	4,28	4,55	—	—	—	—	—	—
80	4,08	4,22	4,42	4,85	—	—	—	—	—	—
100	4,22	4,40	4,69	—	—	—	—	—	—	—
120	4,32	4,53	5,00	—	—	—	—	—	—	—
140	4,39	4,64	—	—	—	—	—	—	—	—
160	4,44	4,72	—	—	—	—	—	—	—	—

## ЗАМЕТКИ.

Доц. Горохов М. С. (Томск).

1. Связь графического метода интегрирования с численным<sup>1)</sup>.  
В формуле для численного интегрирования

$$\Delta y_n = h \left( y_n' + \frac{1}{2} \Delta y_n' - \frac{1}{12} \Delta^2 y_n' + \frac{1}{24} \Delta^3 y_n' \right)$$

пренебрегая членами выше первого порядка, получим

$$\Delta y_n = h \left( y_n' + \frac{1}{2} \Delta y_n' \right) \quad (a)$$

Интегрирование такой укороченной формулой проводим следующим образом.

Первый шаг. Известны  $y_0, y_0'$

Выбираем произвольно промежуток интегрирования, тогда

$$\Delta y_0 = h y_0'$$

получим

$$y_1 = y_0 + \Delta y_0$$

Внося значение  $y_1$  в функцию.

$$y' = f(x)$$

получаем  $y_1'$

Второй шаг. Теперь имеем таблицку:

$y$	$\Delta y$	$y'$	$\Delta y'$
$y_0$	$\Delta y_0$	$y_0'$	$\Delta y_0'$
$y_1$		$y_1'$	

Исправим вычисленное значение  $\Delta y_0$  применяя формулу (a), тогда получим новое значение  $\Delta Y_0$

$$\Delta Y_0 = h \left( y_0' + \frac{1}{2} \Delta y_0' \right)$$

<sup>1)</sup> См. графический метод Кранца стр. 55

По  $\Delta Y_0$  получаем новое значение  $y_1$

$$y_1 = Y_1 = y_0 + \Delta Y_0$$

Ясно, что новое значение должно отличаться от ранее вычисленного незначительно.

Имея  $Y_1$  и  $y_1'$  получаем аналогично предыдущему

$$\Delta y_1 = h y_1'$$

$$y_2 = Y_1 + \Delta y_1$$

Вычисляем  $y_2'$  и по разности  $y_2' - y_1' = \Delta y_1'$  исправляем  $\Delta y_1$ , вычисляя его по формуле

$$\Delta Y_1 = h \left( y_1' + \frac{1}{2} \Delta y_1' \right)$$

Получаем новое значение  $Y_2 = Y_1 + \Delta Y_1$  и т. д.

Графически вычисления представляются следующим образом.

Из точки А проводим прямую с наклоном  $y_0'$ , до пересечения с линией  $OA_1$ , в точке  $A_1$ ,

Мы получим

$$y_1 = y_0 + \Delta y_0$$

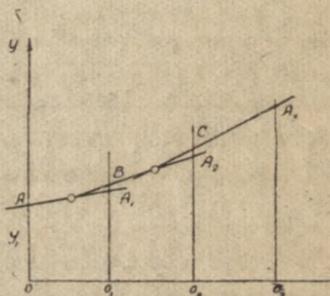
по которому вычисляем  $y_1'$

Преобразуем формулу (а)

$$\Delta Y_0 = h \left( y_0' + \frac{1}{2} \Delta y_0' \right)$$

к виду

$$\Delta Y_0 = \frac{h}{2} (y_1' + y_0')$$



По этой формуле следует исправить  $\Delta y_0$  и пересчитать затем  $y_1$ . Новое значение  $y_1 = Y_1$  будет тогда равно

$$Y_1 = y_0 + \frac{h}{2} y_0' + \frac{h}{2} y_1'$$

т. к.

$$\frac{h}{2} y_0' = \frac{\Delta y_0}{2} = \frac{y_1 - y_0}{2}$$

то получаем

$$Y_1 = \frac{y_1 + y_0}{2} + \frac{h}{2} y_1' \quad (22)$$

Из последнего уравнения следует, что для получения исправленного значения  $Y_1$  следует провести прямую с углом наклона  $y_1'$  через точку

$$\frac{y_1 + y_0}{2} \text{ (средина прямой } AA_1')$$

которая линию  $O, A_1$ , пересечет в точке В. Эту же прямую следует  
дуге продолжить далее до встречи с линией  $O_2 A_2$ , которая  
и определит значение  $y_2$  т. к. теперь

$$y_2 = Y_1 + \Delta y_2 = Y_1 + h y_1'$$

По  $y_2$  вычисляем  $y_2'$ , а следовательно и  $\Delta y_1'$ . Затем исправ-  
ляем  $y_2$  аналогично предыдущему, т. е.

$$Y_2 = \frac{y_2 + Y_1}{2} + \frac{h}{2} y_2'$$

Для  $n^{\text{й}}$  точки можем записать формулу

$$Y_n = \frac{y_n + Y_{n-1}}{2} + \frac{h}{2} y_n'$$

которая приводится обратно к формуле (а)

$$\Delta Y_{n-1} = h \left( y_n' + \frac{1}{2} \Delta y_n' \right)$$

На основании того, что

$$y_n = Y_{n-1} + \Delta y_{n-1} = Y_{n-1} + h y'_{n-1}$$

и, следовательно,

$$Y_n = Y_{n-1} + \frac{h}{2} (y_n' + y'_{n-1})$$

но т. к.

$$\Delta Y_{n-1} = Y_n - Y_{n-1} \text{ и } y_n' = y'_{n-1} + \Delta y'_{n-1}$$

то и получаем выше приведенную формулу (а).

Таким образом, графическое интегрирование состоит в при-  
менении двухчленной формулы интегрирования по горизонталь-  
ной строке





4p

Электронная библиотека (репозиторий)  
Томского государственного университета  
<http://vital.lib.tsu.ru>

437231

Бесплатно

Томский госуниверситет 1878



Научная библиотека 00975694