

На правах рукописи



Тимошкин Александр Васильевич

**КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ  
С ОБОБЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ**

01.04.02 – Теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Томск – 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Томский государственный педагогический университет».

**Научный консультант:** доктор физико-математических наук, профессор  
**Одинцов Сергей Дмитриевич**

**Официальные оппоненты:**

**Бронников Кирилл Александрович**, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы», отдел 001, главный научный сотрудник

**Червон Сергей Викторович**, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова», кафедра физики и технических дисциплин, профессор

**Асташенок Артем Валерьевич**, доктор физико-математических наук, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта», институт физико-математических наук и информационных технологий, профессор

**Ведущая организация:** Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Защита состоится 08 ноября 2018 года в 14 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.07, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36 (главный корпус СФТИ ТГУ, аудитория 211).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке и на официальном сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» [www.tsu.ru](http://www.tsu.ru).

Материалы по защите диссертации размещены на официальном сайте ТГУ:  
<http://www.ams.tsu.ru/TSU/QualificationDep/co-searchers.nsf/newpublicationn/TimoshkinAV08112018.html>

Автореферат разослан: « \_\_\_\_ » сентября 2018 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Киреева Ирина Васильевна

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы

В 1998 году с помощью данных астрономических наблюдений, полученных независимо в лабораториях А. Рисса и С. Перлмуттера, было доказано, что расширенная Вселенная ускоряется. Известно, что ранняя инфляционная Вселенная также расширяется с ускорением<sup>1,2,3</sup>. Объяснение физического происхождения космического ускорения ранней и поздней Вселенной является фундаментальной проблемой теоретической физики XXI столетия. Согласно астрономическим наблюдениям в настоящее время до 73% плотности энергии Вселенной составляет компонента, известная как темная энергия. Остальные 27% составляют холодная темная материя (Cold Dark Matter) и только (4%) обычная барионная материя, которые сосредоточены в галактиках и их скоплениях. Темная энергия не взаимодействует с обычной материей, её можно интерпретировать как космологическую постоянную (плотность энергии вакуума).

Появление новых теоретических моделей темной энергии связано с открытием ускоренного расширения современной Вселенной. Представляет интерес изучение природы темной энергии относительно ускорения космического расширения, которое возникло в недалеком прошлом и продолжается до настоящего времени. Космическое ускорение можно объяснить в рамках скалярно-тензорных теорий<sup>4,5</sup> или через темную энергию<sup>4,5,6</sup> (идеальную жидкость), слабо взаимодействующую с обычной материей, или через модификацию гравитации<sup>7</sup>.

Одной из наиболее интересных моделей, описывающих темную энергию, является модель идеальной жидкости с необычным уравнением состояния. Эта жидкость должна иметь отрицательное давление и отрицательную энтропию.

---

<sup>1</sup> Горбунов, Д.С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва. / Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков // Издательство URSS. 2008. Т. 1. 543 с.

<sup>2</sup> Горбунов, Д.С. Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория / Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков // Издательство URSS. 2010. Т. 2. 555 с.

<sup>3</sup> Starobinsky, Alexei A. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity / Alexei A. Starobinsky // Physical Letters B. 1980. Vol. 91. P. 99–102.

<sup>4</sup> Sahni, V. The Case for a positive cosmological Lambda term / V. Sahni, Alexei A. Starobinsky // International Journal of Modern Physics D. 1999. Vol. 9. P. 373–444.

<sup>5</sup> Bamba, K. Dark energy cosmology: the equivalent description via different theoretical models and cosmography tests / K. Bamba, S. Capozziello, S. Nojiri, S.D. Odintsov // Astrophysics and Space Science. 2012. Vol. 342. P. 155–228.

<sup>6</sup> Болотин, Ю.Л. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? / Ю.Л. Болотин, Д.А. Ерохин, О.А. Лемец // Успехи Физических Наук. 2012. Т. 182, № 9. С. 941–986.

<sup>7</sup> Nojiri S. Modified Theory Gravity on a Nutshell: Inflation, Bounce and Late-time evolution / S. Nojiri, S. D. Odintsov, V. K. Oikonomou // Physics Reports. 2017. Vol. 692. P. 1–104.

Темная жидкость может быть охарактеризована параметром уравнения состояния  $\omega = \frac{p}{\rho}$ , где  $\rho$  – плотность темной энергии и  $p$  – давление темной энергии. Согласно современным данным астрономических наблюдений значение  $\omega$  равно  $\omega = -1.04_{-0.10}^{+0.09}$ . Наиболее общие модели темной жидкости можно описать с помощью неоднородного уравнения состояния. Именно такие модели и их следствия будут исследованы в данной работе.

Теория предсказывает много интересных путей эволюции Вселенной в будущем, включая космологию типа Большой разрыв, космологические модели типа Малый разрыв, Мнимый разрыв, Квази-разрыв. С другой стороны в ранней Вселенной есть возможность реализации не только инфляционного ускорения, но и космологической модели материи с отскоком. Явление сингулярности (Большой разрыв) означает, что основные физические величины становятся бесконечными за конечное время эволюции Вселенной. В сценарии Малый разрыв требуется бесконечное время для достижения сингулярности. В космологии типа Мнимый разрыв параметр Хаббла стремится в отдаленном будущем к «космологической постоянной». В явлениях с разрывом, подобных Малому разрыву и Мнимому разрыву, термодинамический параметр  $\omega$  асимптотически стремится к значению  $-1$ . Эти модели основаны на предположении, что плотность темной энергии есть монотонно возрастающая функция. В космологической модели типа Квази-разрыв плотность темной энергии монотонно возрастает на первой стадии, когда параметр уравнения состояния  $\omega < -1$ , и монотонно убывает, когда  $\omega > -1$  на второй стадии. Эволюция Вселенной для космологии с отскоком связана с отсутствием особенностей. В космологической модели с отскоком материи Вселенная переходит из эры ускоренного сжатия в эру расширения через отскок без появления сингулярности, что подразумевает циклическую Вселенную.

Важной темой современной космологии является изучение влияния взаимодействия темной энергии с темной материей относительно ускоренного космического расширения<sup>8</sup>. Это влияние можно исследовать через зависящие от времени термодинамический параметр  $\omega$  и космологическую постоянную  $\Lambda$  в обобщенном уравнении состояния. Присутствие члена взаимодействия между темной энергией и темной материей в гравитационных уравнениях приводит к поправкам в параметрах уравнения состояния. В отличие от модели только с темной энергией, присутствие взаимодействия между темной энергией и темной материей в уравнении состояния может привести к появлению сингулярностей типа Большой разрыв. Возможен вариант, когда в нестационарном случае Вселенная стремится к пространству Минковского и становится статичной в отдаленном будущем.

---

<sup>8</sup> Balakin, A.B. Electrodynamics of a Cosmic Dark Fluid / A.B. Balakin // Symmetry. 2016. Vol. 8, is. 7. P. 1–48.

Изучение космологических моделей с невязкой жидкостью составляет идеализированный случай, который пригоден на практике во многих ситуациях, но не всегда. Если, по предположению, космическая жидкость пространственно изотропна, в формализме присутствует только коэффициент объемной вязкости. Влияние объемной вязкости на космическую жидкость играет важную роль в явлении Большой разрыв, когда в будущем во Вселенной возникают сингулярности (особенности), а также в сингулярностях с разрывом II, III и IV типов по классификации Ноджири-Одинцова-Тсуджикавы<sup>9</sup>. В этих случаях соответственно одна или более физических величин стремятся в будущем к бесконечности при некотором конечном значении времени.

Важным аспектом космологии является описание теплового рассеяния в космологических моделях ускоряющейся Вселенной, учитывая взаимодействие темной энергии с темной материей. Наиболее естественно описывать рассеяние энергии с помощью коэффициента объемной вязкости, так как этот вид вязкости совместим с предположением о пространственной изотропии. Однако, следует упомянуть, что это, на самом деле, тонкий момент. Сдвиговая вязкость, вычисленная в космологии на основе уравнения Больцмана, много больше, чем объемная вязкость. Таким образом, даже незначительная анизотропия во Вселенной должна сделать сдвиговую вязкость важным компонентом.

Диссипативные свойства Вселенной, взаимодействующей с темной материей, можно описывать в формализме энтропийной космологии. В этом формализме диссипация тепловой энергии выражается через термодинамические коэффициенты обобщенного уравнения состояния. Соответствующим выбором этих коэффициентов, можно получить различные категории Вселенных, содержащих сингулярности.

Во Вселенной после «Большого взрыва» существует эра раннего ускорения, именуемая «горячим сценарием» или инфляцией. Данные недавних астрономических наблюдений спутников Планка, подтверждающие космическую инфляцию, позволяют получить более детальную картину инфляционного периода эволюции Вселенной. Теория инфляции описывает очень раннюю и промежуточную стадию этой эволюции. Известно, что стадия инфляции крайне короткая, но расширение Вселенной становится в течение этой эпохи экспоненциально большим. В период инфляции, как общая энергия, так и масштабный фактор растут экспоненциально, и имеет место ускорение Вселенной. Это явление предполагает присутствие жидкостей, которые обладают свойствами, отличными от стандартной материи и радиации. Как известно, существует много исследований в космологии, посвященных многокомпонентным вязким жидкостям, с целью объяснить позднее

---

<sup>9</sup>Nojiri, S. Properties of singularities in (phantom) dark energy universe / S. Nojiri, S. D. Odintsov, S. Tsujikava // Physical Review D. 2005. Vol. 71. P. 063004.

космическое ускорение. Поэтому естественно принимать в расчет члены взаимодействия между компонентами жидкостей. Новым элементом в этом анализе является принятие двухкомпонентной модели в инфляционный период. Подразумевается, что стадия ускорения является общей картиной для инфляции и для поздней Вселенной, в последнем случае, особенно, когда приближается сингулярность типа Большой разрыв. Настоящий анализ можно расширить настолько, чтобы объединить инфляцию с темной энергией, когда другая компонента эффективно описывает эпоху темной энергии. На этом пути объединенную эволюцию Вселенной можно представить с использованием двухкомпонентной жидкости.

В теории инфляции имеются внутренние проблемы. Самовоспроизведение Вселенной, означающее, что процесс инфляции не имеет путей к завершению, может считаться одной из основных проблем – инфляция никогда не заканчивается. Тем не менее, при определенных условиях, возможен сценарий инфляции, который избегает проблемы самовоспроизведения.

Представляет также интерес изучение в инфляционный период космических жидкостей, удовлетворяющих уравнению состояния Ван дер Ваальса. Модель жидкости Ван дер Ваальса может описывать, как раннюю по времени, так и позднюю стадии ускоренного расширения Вселенной. Ожидаемый фазовый переход из газа в жидкость имеет отношение к очень ранней Вселенной, в особенности к области инфляции. Это дает основание полагать, что модели жидкости Ван дер Ваальса являются серьезной и разумной альтернативой в космологических приложениях. В самом деле, соответствующее уравнение очень естественно подходит, как возможный вариант для неоднородного уравнения состояния. Однако, вообще говоря, в общем случае не так легко получить хорошее согласование теории с экспериментом. Тем не менее, если учитывать эффект вязкости жидкости при построении теоретических моделей Ван дер Ваальса в инфляционной Вселенной, можно прийти к результатам, которые совместимы с современными наблюдательными данными (миссия Планка) для эпохи раннего ускорения.

### **Степень разработанности темы исследования**

Описанию Вселенной с помощью космологических моделей темной жидкости, удовлетворяющей обобщенному уравнению состояния, в модифицированной теории гравитации посвящена обширная литература<sup>10, 11</sup>. Интерес к этой проблеме вызван попытками объяснить ускоренное расширение Вселенной и предсказать ее эволюцию. Возможный прогноз эволюции Вселенной связан с наличием определенного типа сингулярностей. Существуют различные космологические сценарии эволюции Вселенной, включая Большой разрыв, Малый разрыв, Мнимый разрыв, Квази-разрыв и космологию отскоком. Они описывают

ускоряющуюся Вселенную. Активно проводятся исследования космологических систем с двумя взаимодействующими жидкостями: темной энергией и темной материей.

Необходимо учитывать также влияние вязкости космической жидкости, когда система приближается к будущей сингулярности. Вязкую темную жидкость можно рассматривать как модель модифицированной гравитации  $F(R)$  типа. Ряд работ посвящен многокомпонентным вязким связанным жидкостям.

Многочисленные исследования проводятся по изучению инфляционной стадии эволюции Вселенной. Здесь наибольший интерес представляют модели, приводящие к сингулярностям II и IV типа, так как именно эти типы сингулярностей возникают в инфляционный период. Сингулярность IV типа может возникать в конце стадии инфляции и обеспечить спокойный выход из этой стадии.

Еще одним направлением в космологии является описание инфляции с помощью двухкомпонентной жидкости, удовлетворяющей обобщенному уравнению состояния. Данные астрономических наблюдений спутников Планка позволяют проверить правильность теоретических моделей инфляции. Среди многочисленных теоретических моделей инфляции выделим модель жидкости Ван дер Ваальса, с помощью которой можно описывать как раннюю, так и позднюю стадии эволюции Вселенной. Несмотря на то, что при рассмотрении инфляции эффектом вязкости пренебрегают ввиду незначительности, учет вязкости влияет на параметры инфляции и позволяет достигнуть согласия с данными Планка.

Существуют различные режимы протекания стадии инфляции. Наиболее простой возможностью является инфляция без самовоспроизведения. Сценарию инфляции, позволяющему избежать ее самовоспроизведения, посвящен ряд исследований. Здесь необходимо отметить, что учет вязкости позволяет решить проблему путем влияния на параметры инфляции. Показано<sup>12</sup>, что инфляцию без самовоспроизведения можно сформулировать аналогично скалярным моделям. В рамках указанных направлений проводились исследования в диссертационной работе.

---

<sup>10</sup>Nojiri, S. Modified gravity with negative and positive powers of the curvature: unification of the inflation and of the cosmic acceleration / S. Nojiri, S. D. Odintsov // Physical Review D. 2003. Vol. 68. P. 123512.

<sup>11</sup>Elizalde, E. Late-time cosmology in (phantom) scalar-tensor theory: dark energy and the cosmic speed-up / E. Elizalde, S. Nojiri, S. D. Odintsov // Physical Review D. 2004. Vol. 70. P. 043539.

<sup>12</sup>Nojiri, S. Inflation without self-reproduction in  $F(R)$  gravity / S. Nojiri, S.D. Odintsov // Astrophysics and Space Science. 2015. Vol. 357. P. 39–53.

## Цели и задачи диссертационной работы

Целями данной работы являются исследование космологических моделей Вселенной с помощью обобщенного уравнения состояния, изучение влияния взаимодействия темной энергии с темной материей на эволюцию Вселенной и описание инфляционной Вселенной с учетом эффекта вязкости.

Основные задачи диссертационной работы состояли в следующем:

1. Построение модели Вселенной с линейным неоднородным уравнением состояния, в котором зависимость параметров от времени выбрана в линейной или осциллирующей форме.

2. Построение специфической модели для темной энергии с нелинейным неоднородным уравнением состояния для идеальной жидкости. Исследование различных режимов ускорения Вселенной, которые могут быть получены с помощью постулирования этого уравнения.

3. Построение модели темной энергии с неоднородным уравнением состояния, зависящим от времени, реализующим космологии типа Малый разрыв и Мнимый разрыв.

4. Исследование влияния термодинамического параметра  $\omega$  и космологической постоянной  $\Lambda$  в уравнении состояния для темной энергии на космологии Квази-разрыва и Мнимого разрыва.

5. Исследование космологических моделей темной энергии на бране с разрывом из  $4d$  космологии Фридмана-Робертсона-Уокера.

6. Исследование космологии Вселенной с турбулентностью в  $4d$  моделях темной энергии.

7. Исследование влияния взаимодействия между темной энергией и темной материей на эволюцию Вселенной в космологических моделях типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и модели с отскоком.

8. Изучение космологических моделей Вселенной типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологии с отскоком с вязкой темной жидкостью, взаимодействующей с темной материей.

9. Исследование космологических моделей вязкой жидкости в инфляционной Вселенной.

10. Исследование диссипативных свойств инфляционной Вселенной в присутствии сингулярности IV типа.

11. Сформулировать в моделях инфляции с вязкостью условия для существования инфляции без самовоспроизведения.



12. Рассмотреть описание инфляционной Вселенной вязкой жидкостью Ван дер Вальса.

### **Научная новизна**

В диссертационной работе получены новые научные результаты, которые опубликованы в ведущих международных и отечественных журналах.

Построена модель в пространственно-плоской метрике Фридмана-Робертсона-Уокера с линейной и осциллирующей зависимостью от времени параметров уравнения состояния для идеальной жидкости, которая может описывать текущую наблюдаемую Вселенную. Исследован характер эволюции Вселенной при различных формах термодинамического параметра и космологической постоянной. Исследован тип возникающих сингулярностей.

Получено представление космологических моделей типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и Квази-разрыв в терминах параметров уравнения состояния.

Получено представление моделей темной энергии в космологии на бране с разрывом, соответствующие случаю Большого разрыва, асимптотического режима де Ситтера и космологической сингулярности III типа из  $4d$  космологии Фридмана-Робертсона-Уокера без введения точного понятия браны.

Для однокомпонентных и двухкомпонентных моделей с темной энергией получены условия возникновения Вселенной с турбулентностью в терминах параметров уравнения состояния без введения понятия турбулентности.

Построена модель осциллирующей Вселенной с учетом взаимодействия между темной энергией и темной материей в специальной форме. Показано, что взаимодействие между темной энергией и темной материей может привести к появлению сингулярностей.

Исследовано влияние темной материи на поведение вязких темных жидкостей. Показано, что изменение аналитической формы термодинамического параметра и коэффициента объемной вязкости влияет на появление известных типов сингулярностей.

Получено описание теплового рассеяния в космологических моделях Вселенной типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологической модели с отскоком в формализме энтропийной космологии с учетом взаимодействия между темной энергией и темной материей. Исследованы различные категории Вселенных, содержащие сингулярности. Получены поправки для плотности энергии темной материи, вызванные процессами рассеяния.

На основе модели двухкомпонентной жидкости в инфляционной Вселенной в плоской метрике Фридмана-Робертсона-Уокера исследовано влияние взаимодействия энергии и материи, учитывая свойство вязкости жидкости. Показано, что взаимодействие между жидкостями приводит к поправкам в выражениях для плотности энергии и материи. Уста-

новлено, что изменение параметров инфляции позволяет установить соответствие между теоретическими моделями и результатами астрономических наблюдений.

Исследована инфляционная Вселенная с моделями вязкой жидкости в пространственно-плоской метрике Фридмана-Робертсона-Уокера. Получены условия, позволяющие избежать в ранней Вселенной явления самовоспроизведения инфляции.

Исследованы диссипативные свойства инфляционной Вселенной в присутствии сингулярности IV типа в пространственно-плоской метрике Фридмана-Робертсона-Уокера через термодинамические параметры в модифицированном уравнении состояния. Показано, что параметры инфляции содержат точки сингулярности, означающие с физической точки зрения наличие неустойчивости динамической системы.

Изучено инфляционное расширение ранней Вселенной в терминах параметров уравнения Ван дер Ваальса с учетом свойства вязкости жидкости. Исследованы особенности влияния эффектов вязкости на итоговые параметры инфляции. Приведены примеры, в которых согласие с данными астрономических наблюдений Планка можно получить с учетом объемной вязкости.

#### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Результаты, полученные в диссертации, можно использовать в исследованиях по космологии для более подробного описания на ранней и поздней стадиях эволюции Вселенной в известных космологических моделях. Они позволяют получить лучшее совпадение с данными, полученными из астрономических наблюдений (миссия Планка, исследования WMAP). Кроме того, результаты диссертационного исследования представляют интерес с точки зрения перспектив дальнейшей разработки темы. Вязкую темную жидкость можно представить в качестве модели модифицированной гравитации, например  $F(R)$  типа. Известно, что  $F(R)$  гравитация может обеспечить объединение ранней инфляции с темной энергией специального вида. Можно ожидать, что существует возможность объединить эти эпохи с инфляцией в расширенной модели с вязкостью.

Теорию вязких жидкостей в космологии инфляции можно распространить на случай нескольких связанных жидкостей. Представляет интерес также исследование космологических моделей инфляции, приводящих к сингулярности IV типа с включением взаимодействия с материей.

#### **Методология и методы исследования**

Результаты исследований, представленные в главах диссертации, получены с помощью аналитических расчетов. Анализ теоретических результатов проводился путем их сопоставления с данными астрономических наблюдений.

## Положения, выносимые на защиту

1. Построена модель Вселенной с линейной и осциллирующей зависимостью от времени параметров уравнения состояния. Показано, что вследствие выбора линейной зависимости от времени параметров в уравнении состояния для темной энергии, Вселенная может перейти с расширением из нефантомной эры в фантомную эру с возможным появлением сингулярностей. Наличие линейного неоднородного члена в уравнении состояния приводит или к сжатию Вселенной в процессе эволюции, или к квазипериодическому изменению плотности энергии и параметра Хаббла, а также квазипериодическому возникновению сингулярностей. В случае с осциллирующей зависимостью от времени параметров в уравнении состояния плотность темной энергии является периодической функцией. Вселенная осциллирует между фантомной и нефантомной эрами.

2. Построена модель темной энергии с линейным неоднородным уравнением состояния, зависящим от времени, реализующая космологии типа Малый разрыв и Мнимый разрыв. Показано, что космологии типа Малый разрыв и Мнимый разрыв могут быть обусловлены исключительно космологической постоянной  $\Lambda$  или термодинамическим параметром  $\omega$ . Показано, что дезинтеграция связанных объектов в моделях типа Малый разрыв и Мнимый разрыв имеет место при выборе физически допустимых параметров.

3. Показано, что космология типа Квази-разрыв может быть описана экспоненциальной формой космологической постоянной  $\Lambda$  или термодинамического параметра  $\omega$ . Показано, что явление типа Квази-разрыв можно интерпретировать в терминах объемной вязкости темной жидкости.

4. Проанализированы модели темной энергии на бране в соответствии с  $4d$  космологией Фридмана-Робертсона-Уокера. Получена темная энергия Вселенной на бране без введения точного понятия браны.

5. Получены условия возникновения Вселенной с турбулентной темной энергией в терминах параметров уравнения состояния без введения понятия турбулентности. Развито эквивалентное описание в терминах неоднородной темной жидкости для космологии типа Малый разрыв с вязкостью.

6. Показано, что в отличие от моделей с темной энергией, присутствие взаимодействия между темной энергией и темной материей в специальной форме в уравнении состояния приводит к появлению сингулярностей типа Большой разрыв. В нестационарном случае возможно, чтобы Вселенная стремилась к пространству Минковского и становилась статичной в отдаленном будущем.

7. Получено описание Вселенной в космологических моделях типа Малый разрыв и Мнимый разрыв и космологических моделях с отскоком в терминах параметров уравнения

состояния с учетом взаимодействия между темной энергией и темной материей. В отличие от моделей, содержащих только темную энергию, присутствие члена взаимодействия между темной энергией и темной материей в гравитационных уравнениях приводит к поправкам в параметрах уравнения состояния.

8. Исследовано влияние взаимодействия между компонентами темной энергии, принимая во внимание свойство вязкости этой жидкости, и темной материей на возникновение в будущем различных типов сингулярностей. Показано, что взаимодействие темной энергии с темной материей может привести к изменению сингулярного поведения параметра Хаббла.

9. Получено аналитическое представление космологических моделей, индуцированных неоднородной вязкой жидкостью, связанной с темной материей. Показано, что космологические модели типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологическая модель с отскоком могут быть связаны друг с другом через понятие объемной вязкости.

10. Получено описание теплового рассеяния в энтропийной космологии для космологических моделей типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологии с отскоком, рассматривая темную энергию, взаимодействующую с темной материей.

11. На основе двухкомпонентной модели в инфляционный период изучено влияние взаимодействия между энергией и материей на эволюцию инфляции в ранней Вселенной. Получено описание инфляции в терминах параметров уравнения состояния и объемной вязкости с учетом поведения параметра Хаббла и плотности энергии в начале и в конце инфляции. Показано, что некоторые ограничения на термодинамические параметры позволяют установить соответствие теоретических результатов с данными астрономических наблюдений.

12. Исследована инфляция с моделями вязкой жидкости в пространственно-плоской метрике Фридмана-Робертсона-Уокера. Сформулированы условия, которые позволяют избежать самовоспроизведения инфляции.

13. Исследованы модели с сингулярной инфляцией IV типа. Получено описание рассеяния в инфляционной Вселенной путем подбора значений параметров в обобщенном уравнении состояния. Вычислены параметры инфляции, которые содержат точки сингулярности, означающие с физической точки зрения наличие нестабильности динамической системы. Показано, что результаты для спектрального индекса могут быть воспроизведены во всех изучаемых моделях, а для скалярно-тензорного отношения имеется небольшое отклонение от экспериментальных данных.

14. Показано, что параметризованная модель инфляции с жидкостью Ван дер Вальса при наличии вязкости после наложения некоторых ограничений на параметры в уравнении состояния хорошо согласуется с результатами астрономических наблюдений.

### **Степень достоверности**

Достоверность результатов диссертационной работы подтверждается правильно-стью выбранных математических моделей, корректностью проведенных математических расчетов и взаимосвязью полученных в диссертации результатов с известными результатами из процитированных источников, а также совпадением полученных результатов с известными частными случаями, отмеченными в диссертации.

### **Личный вклад автора**

Все результаты, вошедшие в диссертацию, получены автором лично, как в индивидуальных, так и в коллективных исследованиях. При выполнении всех работ автору полностью принадлежат постановка задач и анализ полученных результатов. Решение задач осуществлялось совместно с соавторами под руководством автора.

### **Апробация работы**

Основные результаты работы докладывались на III Международной школе-семинаре по гравитации, астрофизике и космологии «Петровские чтения» (Казань, 2017), IV Workshop «Cosmology and Quantum Vacuum» (Segovia, Spain, 2017), Mini-Workshop on Gravitation and Cosmology (Rhodes Island, Greece, 2017), 16-й Российской гравитационной конференции – международной конференции по гравитации, космологии и астрофизике RUSGRAV-16 (Калининград, 2017), II Международной школе-семинаре по гравитации, астрофизике и космологии «Петровские чтения» (Казань, 2016), International workshop «Siberian cosmology days» (Томск, 2016), International Conference «Quantum field theory and gravity» (Томск, 2016), International Conference «Quantum field theory and gravity» (Томск, 2014), International Conference «Quantum field theory and gravity» (Томск, 2012), International Conference «Quantum field theory and gravity» (Томск, 2007) и обсуждались на научном семинаре центра теоретической физики Томского государственного педагогического университета.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликована 32 научные работы, в том числе 30 статей в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (из них 18 статей в ведущих международных научных журналах, индексируемых Web of Science и / или Scopus, 8 статей в российских научных журналах, переводные версии которых индексируются Web of Science), 2 публикации в сборниках материалов международных научных конференций. Общий объем публикаций – 23,2 п.л., авторский вклад – 13,9 п.л. В опубликованных работах достаточно полно изложены материалы диссертации.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из **введения, 3 глав, заключения и списка литературы** из 201 источника. Объем работы составляет 207 страниц, содержит 4 рисунка и 1 таблицу.

## Содержание диссертации

Во **Введении** обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цели, задачи и научная новизна исследования, его теоретическая и практическая ценность, приведены основные положения, выносимые на защиту, и изложена структура диссертации.

**Глава 1** посвящена исследованию модели Вселенной с линейным неоднородным уравнением состояния, в котором зависимость параметров от времени выбрана в линейной или осциллирующей форме, и исследованию различных режимов ускорения Вселенной. С помощью параметров обобщенного уравнения состояния строятся модели типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и Квази-разрыв. Исследуются космологические модели темной энергии на бране с разрывом из  $4d$  космологии Фридмана-Робертсона-Уокера и космологии Вселенной с турбулентностью в  $4d$  моделях темной энергии.

В **параграфе 1.1** с помощью линейного неоднородного уравнения состояния

$$p = \omega(t)\rho + \Lambda(t), \quad (1)$$

где  $p$ ,  $\rho$  – давление и плотность темной энергии, а термодинамический параметр  $\omega(t)$  и космологическая постоянная  $\Lambda(t)$  зависят от времени  $t$ , уравнения Фридмана для пространственно-плоской Вселенной и закона сохранения энергии получено гравитационное уравнение движения.

Выбрана линейная зависимость от времени функций  $\omega(t)$  и  $\Lambda(t)$ , и для частных случаев получены решения уравнения движения. Например, если  $\omega(t) = at + b$  и  $\Lambda(t) = d$ , где  $a, b, d$  – постоянные величины, параметр Хаббла равен:

$$H(t) = \frac{k}{3} \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{a_1 t + b + 1}} \frac{Z_{-\frac{1}{3}} \left[ \frac{k}{a_1} \sqrt{\frac{d}{3}} (a_1 t + b + 1)^{\frac{3}{2}} \right]}{Z_{\frac{2}{3}} \left[ \frac{k}{a_1} \sqrt{\frac{d}{3}} (a_1 t + b + 1) \right]}, \quad (2)$$

где  $Z_\nu = C_1 J_\nu + C_2 Y_\nu$  – общее решение уравнения Бесселя,  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные. Функция  $H(t)$  квазипериодическая, космологические сингулярности типа Большой разрыв имеют также квазипериодический характер. Возможно сжатие Вселенной в процессе эволюции.

Если параметры в уравнении состояния выбрать в осциллирующей форме, то плотность энергии является периодической функцией. Вселенная осциллирует между фантомной и нефантомной эрами.

**В параграфе 1.2** Вселенная описывается идеальной жидкостью с нелинейным неоднородным уравнением состояния. Это уравнение является более общей формой уравнения состояния. В правой части неоднородного уравнения состояния (1) добавляется произвольная функция плотности энергии  $f(\rho)$ . Эта функция выбрана в виде  $f(\rho) = A\sqrt{\rho}$ . Исследуются модели с однородным уравнением состояния, когда термодинамический параметр  $\omega(t)$  выбран в линейной и осциллирующей формах, и модели с неоднородным уравнением состояния, когда  $\Lambda(t) = ct + d$ . Получены решения гравитационного уравнения движения для плотности темной энергии. Показано наличие сингулярности типа Большой разрыв. Например, для модели с уравнением состояния

$$p(t) = (a_1 t + b) \rho + A \rho^{\frac{1}{2}} + ct + d. \quad (3)$$

Параметр Хаббла имеет вид:

$$H(t) = \frac{A_1}{B e^{(ct+d)^2} \operatorname{erf}(t) - 1}, \quad (4)$$

где  $\operatorname{erf}(t)$  – интеграл вероятности. Космологическая сингулярность возникает в будущем, если  $t = t_0$ , где  $t_0$  – решение уравнения  $\operatorname{erf}(t) = \frac{1}{B} e^{-(ct+d)^2}$ .

Получено полное описание эволюционных переходов согласно значениям масштабного фактора и его первой, второй и третьей производных, которые характеризуют два типа расширения Вселенной: ускоренного и замедленного.

**Параграф 1.3** посвящен исследованию космологических моделей типа Малый разрыв и Мнимый разрыв с зависящим от времени уравнением состояния для темной энергии. Получено представление этих моделей через зависящие от времени параметры  $\omega(t)$  и  $\Lambda(t)$ . Показано, что космологии типа Малый разрыв и Мнимый разрыв могут быть обусловлены исключительно космологической постоянной  $\Lambda$  или термодинамическим параметром  $\omega$ . Исследовано влияние этих параметров на время разрушения любого связанного гравитационной силой объекта. Сделана оценка промежутка времени от настоящего момента до момента, когда система становится гравитационно-несвязанной как в случае стандартной модели типа Малый разрыв, так и в случае асимптотической Вселенной де Ситтера.

В параграфе 1.4 исследуются Вселенные с Квази-разрывом и Мнимым разрывом, индуцированные жидкостью с неоднородным уравнением состояния для темной энергии. Показано влияние термодинамического параметра  $\omega$  и космологической постоянной  $\Lambda$  на случаи Квази-разрыва и Мнимого разрыва. Обсуждается интерпретация явления Квази-разрыва в терминах объемной вязкости в темной жидкости. Как известно, основная характеристика Квази-разрыва состоит в том, что плотность темной энергии  $\rho$  монотонно возрастает со временем на первой стадии эволюции ( $\omega < -1$ ) и затем монотонно убывает на второй стадии ( $\omega > -1$ ). Природу такого поведения на самом деле можно интерпретировать как эффект, обусловленный объемной вязкостью. Природа состоит в том, что достигается некоторый вид фазового перехода в будущем, связанный, например, с переходом в эру турбулентности. Переход к турбулентности защищает Вселенную от вхождения в будущую сингулярность. Принимая во внимание фазовый переход, Вселенная защищена от движения к будущей сингулярности и, таким образом, может избежать разрушения гравитационных связанных объектов.

В параграфе 1.5 рассмотрена простейшая модель браны, в которой пространство-время являются однородными и изотропными вдоль трех пространственных измерений. В модели браны представлена наша четырехмерная Вселенная, имеющая бесконечно малую тонкую стену с постоянной кривизной, запечатленную в пятимерном пространстве-времени. Космологические уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{\rho}{3} \left( 1 + \frac{\rho}{2\lambda} \right) \\ \dot{\rho}_b + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho_b + p_b) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\rho_b$  и  $p_b$  – полная плотность энергии и давление на бране соответственно, и  $\rho_b = \rho + \lambda$ , где  $\lambda$  – натяжение на бране. Рассматриваются примеры моделей темной энергии космологии на бране с разрывом, соответствующие случаю Большого разрыва, асимптотическому режиму де Ситтера и космологической сингулярности III типа из  $4d$  космологии Фридмана-Робертсона-Уокера. Например, для модели типа Малый разрыв, выбирая термодинамический параметр  $\omega(t)$  в виде:

$$\omega(t) = -1 - \frac{2}{\lambda \sinh^2 \left( \sqrt{\frac{3}{2\lambda}} \alpha^2 t \right)}, \quad (6)$$

где  $\alpha$  – некоторая постоянная, находим космологическую постоянную



$$\Lambda(t) = 1 - \alpha^2 \cosh\left(\sqrt{\frac{3}{2\lambda}} \alpha^2 t\right). \quad (7)$$

Получено решение, соответствующее Малому разрыву на бране с точки зрения  $4d$  космологии Фридмана-Робертсона-Уокера.

В параграфе 1.6 рассматривается темная энергия на поздней стадии эволюции Вселенной, когда Вселенная приближается к будущей сингулярности. Тогда систему с жидкостью можно считать квазистационарной и становится естественным принять во внимание переход к турбулентному движению. Изучаются случаи, соответствующие сингулярностям типа Большой разрыв и Малый разрыв. Рассматриваются как однокомпонентные, так и двухкомпонентные модели с неоднородной темной жидкостью. В однокомпонентной модели Вселенная может развиваться из эры с вязкостью, например с постоянной объемной вязкостью, в эру с турбулентностью. Двухкомпонентную модель жидкости можно представить в виде составных частей: нетурбулентная (идеальная) часть и другая – турбулентная, удовлетворяющие двум разным уравнениям состояния. Получены условия возникновения Вселенной с турбулентной темной энергией в терминах параметров уравнения состояния без введения понятия турбулентности.

В главе 2 исследуются модели темной энергии, взаимодействующей с темной материей. Изучается природа взаимодействия темной энергии с темной материей относительно ускоренного космического расширения.

В параграфе 2.1 рассмотрена модель Вселенной, в которой темная энергия описывается линейным неоднородным уравнением состояния, а темная материя описывается линейным однородным уравнением состояния. Взаимодействие между темной энергией и темной материей выбирается в осциллирующей форме. В нестационарном случае, когда параметры в уравнениях состояния выбираются в линейном относительно времени виде, параметр Хаббла равен:

$$H(t) = \frac{k}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{e}{\theta}} \operatorname{tg} \left[ \delta \left( t + \frac{\theta}{c} \right)^2 + C_1 \right], \quad (8)$$

где  $e$ ,  $\delta$ ,  $\theta$  и  $c$  – постоянные,  $C_1$  – постоянная интегрирования. Возникает Вселенная с конечными по времени формирования сингулярностями типа Большой разрыв, когда

$$t = t_s = \pm \sqrt{\frac{\pi(1+2n) - C_1}{2\delta}} - \frac{\theta}{c}, \quad n \in Z.$$

Масштабный фактор задается выражением:

$$a(t) = a_0 \exp \left\{ \frac{\mu \left( S \left[ \sqrt{\delta} \left( t + \frac{\theta}{c} \right) + C_1 \right] - \frac{1}{2} \right)}{\cos^2 \left[ \delta \left( t + \frac{\theta}{c} \right)^2 + C_1 \right]} \right\}, \quad (9)$$

где  $\mu = \sqrt{\frac{2}{3}} \pi \frac{ek}{\theta \sqrt{3cd}}$ ,  $S \left[ \sqrt{\delta} \left( t + \frac{\theta}{c} \right) + C_1 \right]$  – интеграл Френеля и  $a_0$  – некоторая постоянная.

В случае, когда  $t \rightarrow +\infty$ ,  $S \left[ \sqrt{\delta} \left( t + \frac{\theta}{c} \right) + C_1 \right] \rightarrow \frac{1}{2}$ , масштабный фактор стремится к постоянной величине  $a(t) \rightarrow a_0$ . Вселенная имеет тенденцию становиться пространством Минковского, расширение прекращается, и она становится статичной.

В параграфе 2.2 исследуются космологические модели типа Малый разрыв, Мнимый разрыв, принимая во внимание взаимодействие между темной энергией и темной материей. Влияние взаимодействия между темной энергией и темной материей на эволюцию Вселенной учитывается через зависящие от времени параметры уравнения состояния.

Покажем это на примере модели типа Малый разрыв. Если взаимодействие между темной энергией и темной материей выбрать в линейной относительно времени форме, а термодинамический параметр в уравнении состояния для темной энергии – в показательной форме, тогда решение гравитационного уравнения для плотности энергии темной материи имеет вид:

$$\rho_m(t) = \frac{1}{3H_0} \left[ \tilde{Q}_2 (1 - \exp(-3H_0 t)) + Q_1 t \right], \quad (10)$$

где  $\tilde{Q}_2 \equiv Q_2 - Q_1 / (3H_0)$ ,  $Q_1$  и  $Q_2$ . Символ  $H_0$  означает параметр Хаббла в начальный момент времени  $t = 0$ . Если  $t \rightarrow 0$ , то  $\rho_m \rightarrow 0$ . Отсюда следует, что в этой модели физический смысл момента времени  $t = 0$  состоит в том, что это время, в которое во Вселенной начинает появляться темная материя. Выберем термодинамический параметр для темной энергии в виде

$$\omega(t) = -1 - \frac{1}{3k^2 H^2}. \quad (11)$$

Из гравитационного уравнения для темной энергии находим космологическую постоянную:

$$\Lambda(t) = \frac{1}{k^2} \left( \frac{1}{k^2} - 2\lambda H \right) - \frac{H_0}{H} \left( 1 + \frac{1}{3k^2 H_0 H} \right) \rho_m. \quad (12)$$

Параметры уравнения состояния (11) и (12) позволяют получить описание Вселенной в модели типа Малый разрыв. Второе слагаемое в уравнении (12) означает поправку, обусловленную взаимодействием между темными компонентами.

В параграфе 2.3 в терминах параметров уравнения состояния сконструированы космологические модели Вселенной с отскоком, в которых масштабный фактор описан в экспоненциальной, степенной и двойной экспоненциальной форме.

Например, в случае масштабного фактора, описанного в экспоненциальной форме, решение гравитационного уравнения для темной материи выглядит следующим образом:

$$\rho_m(t) = (\rho_0 + Q_0 t) \exp\left(-\frac{3}{2} H t\right), \quad (13)$$

где  $\rho_m(0) = \rho_0$  и  $Q(0) = Q_0$  – постоянные величины. Согласно этому решению, плотность энергии темной материи увеличивается линейно относительно времени  $t$  для малых значений времени, и убывает в отдаленном будущем, при его увеличении  $t \rightarrow \infty$ .

Взаимодействие между темной энергией и темной материей выбрано в виде:

$$Q(t) = Q_0 \exp\left(-\frac{3}{2} H t\right). \quad (14)$$

Сделаем некоторые пояснения относительно причин выбора формы члена взаимодействия между темной энергией и темной материей. Дело состоит в том, что из данных астрономических наблюдений не так много известно о форме члена взаимодействия и не существует фундаментальной теории, определяющей функциональную форму взаимодействия между жидкостями. Поэтому выбор аналитической формы взаимодействия мотивирован главным образом математическими соображениями. С физической точки зрения проверялось, чтобы взаимодействие  $Q \rightarrow 0$ , когда  $t \rightarrow \infty$ .

С учетом эволюции по времени плотности энергии темной материи (14) с помощью гравитационного уравнения движения для темной энергии построена экспоненциальная модель космологии с отскоком в терминах параметров уравнения состояния, зависящих от времени:

$$\begin{cases} \omega(t) = -1 - \frac{\delta k^2}{3} H^2 \\ \Lambda(t) = -\frac{4\alpha}{k^2} + \delta H^4 - \left(\omega + \frac{3}{2}\right) \rho_m \end{cases} \quad (15)$$

Значение термодинамического параметра  $\omega$  всегда меньше  $-1$ , что соответствует фантомной области. В асимптотических пределах имеем соответственно: когда  $t \rightarrow 0$ ,  $\omega(t) \rightarrow -1$  (случай космологической постоянной), когда  $t \rightarrow \infty$ ,  $\omega(t) \rightarrow -\infty$ . Для космологи-

ческой постоянной эти асимптотики выглядят следующим образом: если  $t \rightarrow 0$ ,  $\Lambda(t) \rightarrow -4\alpha/k^2 - \rho_0/2$ , в отдаленном будущем, когда  $t \rightarrow \infty$ ,  $\Lambda(t) \rightarrow \delta(2\alpha t)^4 \rightarrow \infty$ .

В параграфе 2.4 изучаются космологические модели с вязкой темной жидкостью (темной энергией), взаимодействующей с темной материей.

Формулировка уравнения состояния с учетом вязкости выглядит следующим образом:

$$p = \omega(\rho, t)\rho - 3H\zeta(H, t), \quad (16)$$

где  $\zeta(H, t)$  – объемная вязкость, которая зависит от параметра Хаббла  $H$  и от времени  $t$ .

Термодинамический параметр уравнения состояния задан в виде:

$$\omega(\rho, t) = \omega_1(t)(A_0\rho^{\alpha-1} - 1), \quad (17)$$

где  $A_0 \neq 0$  и  $\alpha \geq 1$  – постоянные величины.

В случае постоянного значения термодинамического параметра  $\omega(\rho, t) = \omega_0$  рассматриваются различные виды зависимости объемной вязкости от параметра Хаббла и времени. В случае постоянной вязкости  $\zeta(H, t) = \zeta_0$ ,  $\zeta_0 > 0$  и в случае вязкости, пропорциональной параметру Хаббла  $H$ :  $\zeta(H, t) = 3\tau H$ ,  $\tau > 0$  возникает сингулярность типа Большой разрыв. Вселенная расширяется с ускорением.

В случае вязких жидкостей с переменным параметром  $\omega$  и объемной вязкости, пропорциональной степени  $H^n$ , возникают сингулярности типа Большой разрыв и сингулярности II типа.

Рассмотрим более подробно общий случай:

$$\begin{aligned} \omega(\rho, t) &= \omega_1(t)(A_0\rho^{\alpha-1} - 1) \\ \zeta(H, t) &= \xi_1(t)(3H)^n \end{aligned} \quad (17)$$

Рассмотрим нечетные значения  $n = 2\alpha - 1$  и предположим, что оба параметра  $\omega_1(t)$  и  $\xi_1(t)$  линейно зависят от времени:

$$\begin{aligned} \omega_1(t) &= at + b + 1, \\ \xi_1(t) &= ct + d, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $a, b, c, d$  – произвольные постоянные величины. Исследуем два частных значения параметра  $\alpha$ .

В случае  $\alpha = 1$  может возникнуть сингулярность типа Большой разрыв или сингулярность II типа. В случае  $\alpha = \frac{3}{2}$  выражение для плотности темной энергии равно:

$$\rho(t) = \frac{b^2}{A_0^2 \left\{ te^{\frac{\tilde{\eta}}{2}t} \left[ \frac{a}{b} e^{\frac{\tilde{\eta}b}{2a}} Ei\left(-\frac{\tilde{\eta}}{2}\left(t + \frac{b}{a}\right)\right) - \left(\frac{a}{b} + \frac{\tilde{\eta}}{2}\right) Ei\left(-\frac{\tilde{\eta}}{2}t\right) \right] + 1 \right\}^2}, \quad (19)$$

где  $Ei(t)$  – интегральная показательная функция,  $\tilde{\eta}$  – постоянная.

Если предположить, что имеет место отношение  $\frac{a}{b} = -\frac{\tilde{\eta}}{2}$ , тогда выражение (19) упрощается:

$$\rho(t) = \frac{\left(\frac{b}{A_0}\right)^2}{\left[\frac{\tilde{\eta}}{2} te^{\frac{\tilde{\eta}}{2}t-1} Ei\left(-\frac{\tilde{\eta}}{2}t+1\right) + 1\right]^2}. \quad (20)$$

В этом частном случае, когда параметр  $\tilde{\eta}$  – отрицательный, во Вселенной не возникают сингулярности (рисунок 1).

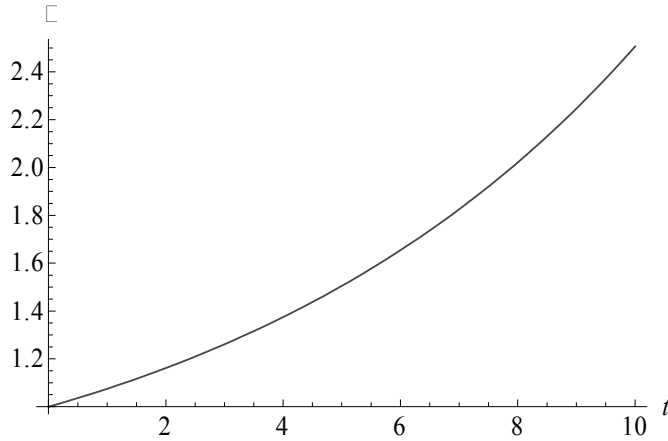


Рисунок 1 – Диаграмма плотности энергии с параметром  $\tilde{\eta} < 0$

Производная по времени параметра Хаббла равна:

$$\dot{H}(t) = \frac{k^2}{6H} \left[ \frac{C^2 \delta^3 \gamma^4}{e^{\frac{\delta\gamma^2}{2}t} \left(3 + Ce^{-\frac{\delta\gamma^2}{2}t}\right)^3} - \tilde{\eta}\rho(t) \frac{e^{\frac{1}{2}\tilde{\eta}-1} \left(1 + \frac{1}{2}\tilde{\eta}t\right) Ei\left(-\frac{1}{2}\tilde{\eta}t+1\right) + \frac{\tilde{\eta}}{\tilde{\eta}t-2}}{\frac{1}{2}\tilde{\eta}te^{\frac{1}{2}\tilde{\eta}-1} Ei\left(-\frac{1}{2}\tilde{\eta}t+1\right) + 1} \right]. \quad (21)$$

Производная также свободна от сингулярностей (рисунок 2) при условии, что параметр  $\tilde{\eta} < 0$ .

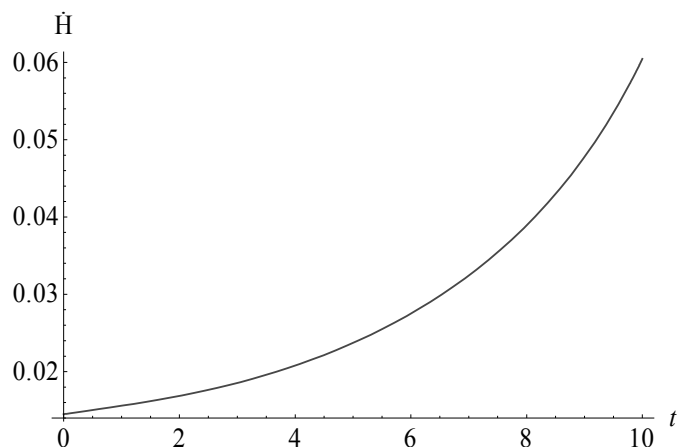


Рисунок 2 – Диаграмма производной параметра Хаббла  $\dot{H}(t)$  с параметром  $\tilde{\eta} < 0$

В противоположном случае, когда параметр  $\tilde{\eta}$  является положительным, получим сингулярное поведение Вселенной, которое не является странным, так как хорошо известно, что модели с ускорением могут типично проходить через сингулярности. Фактическое положение сингулярностей нетрудно найти из корней знаменателя в выражениях (20) и (21), и из хорошо известного поведения показательной-степенной функции.

Тем самым, с помощью некоторых простых примеров доказано, что присутствие темной материи может привести к изменению сингулярного поведения параметра Хаббла.

В параграфе 2.5 исследовались космологические модели типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологические модели Вселенной с отскоком, индуцированные неоднородной вязкой жидкостью, связанной с темной материей. Рассматривалось уравнение состояния для темной энергии с учетом вязкости (16). Термодинамический параметр в уравнении состояния выбран в виде:

$$\omega(\rho) = A_0 \rho^{\alpha-1} - 1, \quad (22)$$

где  $A_0 \neq 0$  и  $\alpha \geq 1$  – постоянные. Получены решения гравитационного уравнения для темной материи. Каждая модель представлена в терминах концепции объемной вязкости.

Показано, что выражение для объемной вязкости для моделей типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологии с отскоком можно представить в общем виде:

$$\zeta(H, t) = \zeta_0(H, t) + \frac{1}{3H} \{ [\omega(\rho) + 1] \rho + \rho_m \}. \quad (23)$$

Рассмотрим структуру этого выражения. В нем первое слагаемое связано с особенностью каждой модели, выражение  $\Delta \zeta_m(H, t) = \rho_m / 3H$  представляет поправку в объемную вязкость из-за взаимодействия темной энергии с темной материей. Поправка  $\Delta \zeta_\rho(H, t) = (A_0 / 3H) \rho^\alpha$  связана с выбором термодинамического параметра  $\omega(\rho)$  в

уравнении состояния. Показано, что модели ускоряющейся Вселенной могут быть связаны через понятие объемной вязкости.

В параграфе 2.6 рассматривается описание теплового рассеяния во Вселенной в модели энтропийной космологии, предложенной Комацу и Кимурой. Эта феноменологическая модель применяется к моделям типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологии с отскоком. В ней уравнение непрерывности для темной материи имеет вид:

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_e) = Q, \quad (24)$$

В этом уравнении слагаемое  $p_e$  обозначает постоянное давление, которое имеет отрицательную величину. Это слагаемое описывает влияние рассеяния и связано с температурой и энтропией горизонта Хаббла. Постоянное давление вычисляется по формуле:

$$p_e = -\frac{2H_0^2}{k^2}(\mu - \gamma), \quad (25)$$

где постоянная  $\mu - \gamma$  положительна,  $H_0 = H(0)$ .

Модифицированное уравнение Фридмана переписано следующим образом:

$$H^2 = \frac{k^2}{3}(\rho + \rho_m) + \gamma H_0^2. \quad (26)$$

В нем слагаемое  $\gamma H_0^2$  можно интерпретировать как эффективную темную энергию. Рассматривается общее уравнение состояния для темной энергии:

$$p = \omega_4(t)H^4 + \omega_3(t)H^3 + \omega_2(t)H^2 + \omega_1(t)H, \quad (27)$$

где термодинамические параметры  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$  – пока неопределенные функции времени  $t$ . Диссипативные свойства Вселенной, взаимодействующей с темной материей, выражаются через термодинамические параметры в уравнении состояния (27).

Рассмотрим модель Вселенной с Малым разрывом. Решение гравитационного уравнения для темной материи имеет вид:

$$\rho_m(t) = (\rho_0 - \Delta\rho_m) \exp\left(-\frac{3(H - H_0)}{\lambda}\right) + \Delta\rho_m, \quad (28)$$

где  $\rho_m(0) = \rho_0$  и постоянный поправочный член  $\Delta\rho_m$  равен:

$$\Delta\rho_m = \frac{H_0^5}{\lambda} - p_e. \quad (29)$$

Эта поправка обусловлена обменом энергией между темной жидкостью и темной материей и диссипативными свойствами Вселенной. Выберем параметр  $\gamma$  в виде:

$$\gamma = \frac{p_e}{3} \left( \frac{k}{H_0} \right)^2. \quad (30)$$

Если задать параметр  $\omega_1$  в уравнении состояния (27) в виде:

$$\omega_1(t) = -\frac{2\lambda}{k^2}, \quad (31)$$

тогда из гравитационного уравнения движения для темной материи можно определить остальные термодинамические параметры:

$$\begin{cases} \omega_3(t) = -2H_0\omega_4 \exp(\lambda t) \\ \omega_2(t) = \omega_4 H_0^2 \exp(2\lambda t) - \frac{3}{k^2} \\ \omega_4 \in R \end{cases} \quad (32)$$

Подстановка этих значений в уравнение состояния (27) показывает, что давление темной жидкости  $p$  будет расти экспоненциально, когда  $t \rightarrow \infty$ . Это обстоятельство мотивирует выбор параметров, включая условие (30) для параметра  $\gamma$ .

**Глава 3** посвящена исследованию инфляционной Вселенной.

В **параграфе 3.1** исследованы космологические модели со связанными жидкостями: энергией и материей, принимая во внимание свойство вязкости жидкости, в плоском пространстве-времени Фридмана-Робертсона-Уокера в инфляционной Вселенной. Изучено влияние взаимодействия между энергией и материей на эволюцию ранней Вселенной.

Рассмотрены модели жидкости: 1) с термодинамическим параметром  $\omega(\rho) = -\frac{\rho}{\rho + \rho^*}$  и вязкостью, пропорциональной  $H$ , 2) с постоянным термодинамическим параметром  $\omega(\rho) = \omega_0$  и вязкостью, пропорциональной  $H^2$ , 3) инфляционное расширение квази де Ситтера  $\omega(\rho) = -1 + a_1\rho^{\frac{1}{2}} - a_2\rho^{-\frac{1}{2}}$ . Описание построено на основе двухкомпонентной модели жидкости в инфляционный период. В первых двух случаях вязкость выбрана в следующем виде:

$$\zeta(H) = e^{-\left(\frac{H}{H_*}\right)} f(H), \quad (33)$$

$H_* = H(t_*)$ , где  $t_*$  – время конца инфляции,  $\rho_*$  – плотность энергии в конце инфляции  $\left(\rho_* \approx \frac{H_*^2}{k^2}\right)$ . Здесь  $f(H)$  – некоторая функция, которую можно определить в удобной форме из физических соображений.



В начальной стадии инфляции выберем плотность энергии в форме  $\rho_* = \theta H_{in}^2$ , где  $H_{in} = H(t_{in})$  и  $t_{in}$  – начальное время инфляции.

В случае инфляции квази де Ситтера плотность энергии равна:

$$\rho(t) = 3 \left\{ \frac{H^2}{k^2} - \tilde{\delta} \sqrt{\tilde{\theta}} e^{-\frac{2\sqrt{\tilde{\theta}}}{H} t} \left[ C + 2Ei \left( \frac{2\sqrt{\tilde{\theta}}}{H} \right) \right] \right\}, \quad (34)$$

где  $Ei \left( \frac{2\sqrt{\tilde{\theta}}}{H} \right)$  – интегральная показательная функция и  $C$  – произвольная постоянная.

Вычислены параметры инфляции, спектр энергии, спектральный индекс и скалярно-тензорное отношение. Для расширения де Ситтера введено число  $N$  – *фолдингов*

$N \equiv \ln \left( \frac{a_*}{a_{in}} \right) = \int_{t_{in}}^{t_*} H(t) dt$ . В нашем случае

$$N = \frac{2}{3\sqrt{\tilde{\theta}}} \left( \frac{1}{H_*} - \frac{1}{H_{in}} \right). \quad (35)$$

Показано, что результаты данных наблюдений спутников Планка могут быть реализованы во второй и в третьей моделях. Первая модель не подтверждается результатами астрономических наблюдений.

В **параграфе 3.2** изучается космологическая эволюция с сингулярной инфляцией II и IV типа, вызванной жидкостями с обобщенным уравнением состояния. Исследуются различные обобщенные формы параметра Хаббла, которые могут привести к будущим сингулярностям. Некоторые из этих моделей имеют две сингулярности IV типа. Рассматривается описание инфляционной Вселенной путем выбора параметров неоднородного уравнения состояния.

В **параграфе 3.3** рассмотрена инфляционная Вселенная с моделями вязкой жидкости без самовоспроизведения. Самовоспроизведение Вселенной означает, что процесс инфляции не имеет путей к завершению. Для моделей с линейной, экспоненциальной, квадратичной и обобщенной форм параметра Хаббла получены условия, позволяющие избежать в очень ранней Вселенной явления самовоспроизведения. Эти условия сформулированы в терминах параметра уравнения состояния в работах В.Ф. Муханова.

В перечисленных моделях инфляции получены выражения для термодинамического параметра  $\omega(N)$  уравнения состояния в терминах числа  $N$ . Для всех моделей проанализированы соответствующие условия, приводящие к инфляции без самовоспроизведения. Получены выражения для спектрального индекса  $n_s$ , скалярно-тензорного отношения  $r$  и

энергетического спектра. Продемонстрировано согласие моделей инфляции с наиболее новыми и точными астрономическими данными, полученными из экспериментов со спутниками Планка.

В **параграфе 3.4** изучается диссипативная инфляционная Вселенная, с сингулярностью IV типа. Исследованы различные формы параметра Хаббла, которые могут воспроизвести эволюцию инфляционной Вселенной в присутствии сингулярности IV типа. Сингулярность IV типа характеризуется тем, что физические величины, такие как масштабный фактор, эффективная плотность энергии и эффективное давление стремятся к конечному значению вблизи времени сингулярности, в то время как высшие производные параметра Хаббла расходятся. Согласно этим свойствам, развитие Вселенной после прохождения через сингулярность происходит гладко, без разрушения. Интерес к изучению этого типа сингулярности связан с тем обстоятельством, что этот тип космологической сингулярности возникает в эру инфляции. Сценарий с появлением сингулярности IV типа в конце инфляции предсказан в работах Ш. Ноджири, С.Д. Одинцова и В. Ойконому.

Опишем инфляционную Вселенную с помощью темной жидкости, удовлетворяющей линейному неоднородному уравнению состояния:

$$p = \omega(t)\rho + aH^\alpha + b\dot{H}^\beta, \quad (36)$$

где  $p$  – давление жидкости,  $a, b$  – размерные постоянные и параметры  $\alpha, \beta$  – положительные. Динамический и диссипативный члены в феноменологическом уравнении состояния (36) описывают влияние рассеяния в инфляционной Вселенной. С помощью подбора параметров в уравнении состояния получено описание рассеяния в инфляционной Вселенной в терминах моделей, имеющих сингулярность IV типа.

Наличие сингулярного поведения IV типа может влиять на параметры инфляции. В каждой теоретической модели вычислялись параметры инфляции и сравнивались с экспериментальными результатами. Показано, что все рассмотренные модели описывают ускорение инфляционной Вселенной. Параметры инфляции содержат точки сингулярности, означающие с физической точки зрения наличие неустойчивости динамической системы. Данные астрономических наблюдений спутников Планка показывают, что результаты для спектрального индекса могут быть воспроизведены во всех изучаемых нами моделях. Что же касается, скалярно-тензорного отношения, то здесь имеется небольшое отклонение от этих данных.

В **параграфе 3.5** изучается инфляционное расширение ранней Вселенной в терминах уравнения Ван дер Ваальса. Рассматривается космологическая жидкость, удовлетво-

ряющая трехпараметрическому уравнению состояния Ван дер Ваальса, в которое включено слагаемое с вязкостью:

$$p = \frac{\gamma\rho}{1 - \beta \frac{\rho}{\rho_c}} - \frac{\alpha}{\rho_c} \rho^2 - 3k^2 \tau \rho. \quad (37)$$

Эта модель содержит три независимых постоянных параметра  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\tau$  – положительную постоянную,  $\rho_c$  – критическое число. Уравнение Ван дер Ваальса является частным случаем эффективного уравнения состояния в модифицированной гравитации.

Для различного выбора параметров теории получены решения гравитационного уравнения движения в форме масштабного фактора как функции плотности энергии.

В самом простом случае эволюция масштабного фактора для вязкой жидкости Ван дер Ваальса задана выражением:

$$a = a_0 \left( \frac{x - 1/\beta}{x} \right)^{\beta/\alpha}, \quad (38)$$

где  $x = \rho / \rho_c$ . В ранней Вселенной, когда  $a \rightarrow 0$ , начальное значение плотности энергии равно  $\rho_{in} = \beta^{-1} \rho_c$ . Параметры инфляции равны:

$$\varepsilon = -\frac{\alpha}{2} \left( x - \frac{1}{\beta} \right), \quad \eta = -\frac{\alpha}{2} \left( 2x - \frac{1}{\beta} \right). \quad (39)$$

В начале инфляции  $\varepsilon(\beta^{-1} \rho_c) = 0$  и  $|\eta(\beta^{-1} \rho_c)| = \frac{\alpha}{2\beta}$ . Требование малости параметра  $|\eta(\beta^{-1} \rho_c)| \ll 1$  приводит к неравенству  $\frac{\alpha}{\beta} \ll 2$ . В этом случае теоретические значения параметров инфляции соответствуют данным астрономических наблюдений.

Выражение для спектрального индекса имеет вид:

$$n_s - 1 = \alpha \left( x - \frac{2}{\beta} \right). \quad (40)$$

Из данных астрономических наблюдений миссии Планка для скалярно-тензорного отношения известно, что  $r = 16\varepsilon \leq 0.11$ . Отсюда следует неравенство  $x \geq -\frac{1}{\alpha} 0.01375 + \frac{1}{\beta}$ . Та-

ким образом, для представленной области  $n_s - 1 \approx -0.0(3) \geq -0.01375 - \frac{\alpha}{\beta}$ . Следовательно,

для того, чтобы соответствовать данным астрономических наблюдений, необходимо по-

требовать  $\frac{\alpha}{\beta} \geq 0.01958$ .

Для этой же модели без учета вязкости, получим  $\alpha = \beta$  и  $|\eta(\alpha^{-1}\rho_c)| = \frac{1}{2}$ , что нарушает основное условие  $\eta \ll 1$ . Как следствие, вязкость необходимо учитывать.

Обычно, при рассмотрении эпохи инфляции эффектом вязкости пренебрегают, потому, что объемная вязкость считается малой. Однако, из наших результатов ясно, что включение вязкости в модель жидкости Ван дер Ваальса приводит к увеличению гибкости математического формализма и также возможности достичь естественным путем согласия с результатами астрономических наблюдений Планка.

В **заключении** излагаются основные результаты, полученные автором и представленные в диссертации.

### **Основные результаты диссертации**

1. Исследована модель Вселенной с линейным неоднородным уравнением состояния, в котором зависимость параметров от времени выбрана в линейной или осциллирующей форме. Исследованы различные режимы ускорения, которые могут быть получены с помощью постулирования нелинейного неоднородного уравнения состояния для идеальной жидкости. Показано, что Вселенная, заполненная идеальной жидкостью с линейным неоднородным зависящим от времени уравнением состояния, может находиться в эпохе ускорения типа квинэссенции или фантомного типа.

2. Получено представление космологий типа Малый разрыв и Мнимый разрыв через параметры линейного неоднородного уравнения состояния. Получены выражения для силы инерции. Исследовано влияние параметров  $\omega$  и  $\Lambda$  в уравнении состояния для темной энергии на время разрушения гравитационного объекта в моделях типа Малого и Мнимого разрывов. Сделаны оценки промежутка времени от настоящего момента до момента, когда система становится гравитационной несвязанной как в случае стандартной модели типа Малый разрыв, так и в случае асимптотической Вселенной де Ситтера.

3. Получено описание космологической модели с Квази-разрывом и модели фантомной энергии с асимптотической эволюцией де Ситтера на основе уравнения состояния. Показано, что эти модели могут быть обусловлены как величиной термодинамического параметра  $\omega$ , так и величиной космологической постоянной  $\Lambda$ . Показано, что в модели с Квази-разрывом фазовый переход к турбулентности защищает Вселенную от вхождения в будущую сингулярность и можно избежать разрушения гравитационных связанных объектов.

4. Показано, что выбор  $4d$  неоднородных моделей жидкости может привести к космологии Фридмана-Робертсона-Уокера на бране. Рассмотрены примеры моделей темной энергии космологии на бране с разрывом, соответствующие случаю сингулярности

типа Большой разрыв, асимптотическому режиму де Ситтера и космологической сингулярности III типа из  $4d$  космологии Фридмана-Робертсона-Уокера, в которых эффект браны учитывался через соответствующий выбор неоднородной жидкости.

5. Исследованы однокомпонентные и двухкомпонентные модели Вселенной с неоднородной темной жидкостью. Рассмотрена космология типа Малый разрыв с вязкостью в изотропной космической жидкости на поздней стадии развития Вселенной, когда Вселенная приближается к будущей сингулярности. В рамках турбулентного подхода изучено поведение плотности энергии около сингулярности типа Большой разрыв в терминах параметров уравнения состояния.

6. Исследована феноменологическая модель взаимодействия темной энергии с темной материей в специальной форме, когда темная энергия описывается линейным неоднородным уравнением состояния, а темная материя – линейным однородным уравнением состояния. Изучено влияние взаимодействия между компонентами темной энергии и темной материи на формирование сингулярностей. Получены выражения для плотности энергии темной материи. Установлен характер появления сингулярностей типа Большой разрыв для плотности темной энергии. Исследован характер расширения Вселенной. Показано, что в отдаленном будущем возможен сценарий, когда масштабный фактор стремится к постоянной величине и Вселенная имеет тенденцию становиться пространством Минковского. В этом случае расширение Вселенной прекращается, и она становится статичной.

7. Изучены космологические системы с Малым разрывом и Мнимым разрывом, содержащие две связанные жидкости: компоненту темной энергии с линейным неоднородным уравнением состояния и компоненту темной материи с линейным однородным уравнением состояния. Для обеих космологических систем получены поправки для термодинамического параметра и космологической постоянной в уравнении состояния, обусловленные влиянием взаимодействия между компонентами темной энергии и темной материи. Вычислены значения параметров уравнения состояния для ранней стадии эволюции Вселенной.

8. В терминах параметров линейного неоднородного уравнения состояния для темной жидкости представлены космологические модели с отскоком, в которых масштабный фактор задан в экспоненциальной, степенной и двойной экспоненциальной формах. В ранней Вселенной в линейном приближении проанализирована стабильность стационарных точек относительно малых возмущений. Показано существование стабильной точки, и решений аттрактора для этих моделей.

9. Получены выражения для плотности темной энергии вязких жидкостей с постоянным термодинамическим параметром для случаев с постоянной вязкостью и вязкостью,

пропорциональной параметру Хаббла. В случае вязких жидкостей с переменным термодинамическим параметром показано изменение характера сингулярного поведения плотности темной энергии. Доказано, что присутствие темной материи может привести к изменению сингулярного поведения параметра Хаббла.

10. Получено описание космологических моделей типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологической модели с отскоком в терминах вязкой темной жидкости, удовлетворяющей обобщенному уравнению состояния и взаимодействующей с темной материей. Сделано обобщение выражения для объемной вязкости в этих моделях и проанализирована его структура: первый член связан с особенностью каждой модели, второй член содержит поправку на взаимодействие и также зависит от выбора термодинамического параметра уравнения состояния. Показано, что с помощью подбора параметров в этих моделях возможен переход в выражении для объемной вязкости от одной модели к другой.

11. В космологических моделях типа Малый разрыв, Мнимый разрыв и космологии с отскоком получено описание теплового рассеяния Вселенной в формализме энтропийной космологии. Диссипативные свойства Вселенной, взаимодействующей с темной материей, выражались через термодинамические параметры в уравнении состояния. С помощью соответствующего выбора коэффициентов в уравнении состояния, получены различные категории Вселенных, содержащих сингулярности. Получены поправки для плотности энергии темной материи, вызванные обменом энергией между темной жидкостью и темной материей, и процессами рассеяния.

12. В ранней Вселенной получено описание инфляции в терминах параметров уравнения состояния и объемной вязкости. Исследовано поведение параметра Хаббла и плотности энергии в начале и в конце инфляции. Исследованы модели жидкостей с постоянным и зависящим от времени термодинамическим параметром в уравнении состояния и вязкостью, пропорциональной степени  $H$ , и инфляционное расширение квази де Ситтера. Получены выражения для плотности энергии обеих компонент жидкости в начальной стадии инфляции. Для каждой модели вычислены параметры инфляции. Показано, что некоторые ограничения на термодинамические параметры позволяют установить соответствие теоретических результатов с данными астрономических наблюдений.

13. Исследованы условия, позволяющие избежать в очень ранней Вселенной ее самовоспроизведения. Для моделей инфляции с вязкой жидкостью эти условия сформулированы в терминах параметров неоднородного уравнения состояния и объемной вязкости. Исследованы различные зависимости параметра Хаббла от  $e$ -*фолдинг* параметра  $N$ : линейная, квадратичная, экспоненциальная и обобщенная линейная формы. Получены выра-

жения для термодинамического параметра  $\omega(N)$  уравнения состояния в терминах числа  $N$ . Показано, что в таких инфляционных сценариях возможен режим инфляции без самовоспроизведения. Показано согласие этих моделей с наиболее новыми и точными астрономическими данными, полученными из астрономических наблюдений спутников Планка.

14. Путем подбора значений параметров в обобщенном уравнении состояния получено описание рассеяния в инфляционной Вселенной в терминах моделей, имеющих сингулярность IV типа. Метод добавления динамического и диссипативного членов в уравнение состояния соответствует космологии с вязкой жидкостью. Показано, что все модели описывают ускорение инфляционной Вселенной. Для каждой теоретической модели вычислены параметры инфляции, которые сравнивались с данными астрономических наблюдений. Показано, что параметры инфляции содержат точки сингулярности, означающие с физической точки зрения наличие неустойчивости динамической системы. Результаты сравнения для спектрального индекса во всех изучаемых моделях соответствуют данным астрономических наблюдений. Для скалярно-тензорного отношения получено небольшое отклонение от данных астрономических.

15. Исследовано инфляционное расширение ранней Вселенной в терминах параметров уравнения Ван дер Ваальса с учетом объемной вязкости. Проведено исследование особенности влияния эффекта вязкости на параметры инфляции. Для различных значений параметров уравнения Ван дер Ваальса получено выражение для масштабного фактора в терминах плотности энергии. Рассмотрены модели, в которых согласие с данными астрономических наблюдений Планка можно получить, только учитывая вязкость. Показано, что при некоторых простых ограничениях на параметры модифицированное уравнение Ван дер Ваальса может адекватно описывать инфляционную Вселенную.

## Основные публикации по теме диссертации

Статьи в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, в том числе:

статьи в зарубежных журналах, индексируемых *Web of Science*, *Scopus*:

1. Brevik I. A FRW dark fluid with a non-linear inhomogeneous equation of state / I. Brevik, E. Elizalde, O. G. Gorbunova, **A. V. Timoshkin** // *European Physical Journal C*. – 2007. – Vol. 52, is. 1. – P. 223–228. – DOI: 10.1140/epjc/s10052-007-0357-9. – 0,7 / 0,4 п.л. (*Web of Science*)

2. Brevik I. Dark energy fluid with time-dependent inhomogeneous equation of state / I. Brevik, O. G. Gorbunova, **A. V. Timoshkin** // *European Physical Journal C*. – 2007. – Vol. 51, is. 1. – P. 179–183. – DOI: 10.1140/epjc/s10052-007-0278-7. – 0,5 / 0,3 п.л. (*Web of Science*)

3. **Timoshkin A. V.** Specially Coupled Dark Energy in the Oscillating FRW Cosmology / **A. V. Timoshkin** // *Open Astronomy Journal*. – 2009. – Vol. 2. – P. 39–42. – DOI: 10.2174/1874381100902010039. – 0,5/0,3 п.л. (*Scopus*)

4. Brevik I. Little Rip cosmological models with time-dependent equation of state / I. Brevik, V. V. Obukhov, K. E. Osetrin, **A. V. Timoshkin** // *Modern Physics Letters A*. – 2012. – Vol. 27, is. 36. – Article number 1250210. – 8 p. – DOI: 10.1142/S0217732312502100. – 0,9 / 0,5 п.л. (*Web of Science*)

5. Brevik I. Little rip and Pseudo rip phenomena from coupled dark energy / I. Brevik, **A. V. Timoshkin**, Y. Rabochaya // *Modern Physics Letters A*. – 2013. – Vol. 28, is. 37. – Article number 1350172. – 7 p. – DOI: 10.1142/S0217732313501721. – 0,8 / 0,5 п.л. (*Web of Science*)

6. Brevik I. Turbulence accelerating cosmology from an inhomogeneous dark fluid / I. Brevik, **A. V. Timoshkin**, Y. Rabochaya, S. Zerbini // *Astrophysics and Space Science*. – 2013. – Vol. 347, is. 1. – P. 203–208. – DOI: 10.1007/s10509-013-1506-2. – 0,7 / 0,4 п.л. (*Scopus*)

7. Brevik I. Rip brane cosmology from 4d inhomogeneous dark fluid universe / I. Brevik, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin**, Y. Rabochaya // *Astrophysics and Space Science*. – 2013. – Vol. 346, is. 1. – P. 267–271. – DOI: 10.1007/s10509-013-1427-0. – 0,7 / 0,4 п.л. (*Web of Science*)

8. Obukhov V. V. Rip cosmology via inhomogeneous fluid / V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin**, E. V. Savushkin // *Galaxies*. – 2013. – Vol. 1 (2). – P. 107–113. – DOI: 10.3390/galaxies/1020107. – 0,8 / 0,5 п.л. (*Scopus*)

9. Brevik I. Quasi-Rip and Pseudo-Rip universes induced by the fluid inhomogeneous equation of state / I. Brevik, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin** // *Astrophysics and Space Science*. – 2013. – Vol. 344, is. 1. – P. 275–279. – DOI: 10.1007/s10509-012-1328-7. – 0,7 / 0,4 п.л. (*Web of Science*)



10. Brevik I. Bounce universe induced by an inhomogeneous dark fluid coupled with dark matter / I. Brevik, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin** // *Modern Physics Letters A*. – 2014. – Vol. 29, is. 15. – Article number 1450078. – 9 p. – DOI: 10.1142/S0217732314500783. – 1,0 / 0,6 п.л. (*Web of Science*)
11. Elizalde E. Inhomogeneous viscous dark fluid coupled with dark matter in the FRW universe / E. Elizalde, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin** // *Modern Physics Letters A*. – 2014. – Vol. 29, is. 25. – Article number 1450132. – 10 p. – DOI: 10.1142/S0217732314501326. – 1,2 / 0,7 п.л. (*Web of Science*)
12. Brevik I. Cosmological models coupled with dark matter in a dissipative universe / I. Brevik, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin** // *Astrophysics and Space Science*. – 2015. – Vol. 359, is. 1. – Article number 11. – 6 p. – DOI: 10.1142/S0217732316501054. – 0,8 / 0,5 п.л. (*Web of Science*)
13. Brevik I. Dark energy coupled with dark matter in viscous fluid cosmology / I. Brevik, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin** // *Astrophysics and Space Science*. – 2015. – Vol. 355, is. 2. – P. 399–403. – DOI: 10.1007/s10509-014-2163-9. – 0,7 / 0,4 п.л. (*Web of Science*)
14. Brevik I. Inhomogeneous dark fluid and dark matter leading to a bounce cosmology / I. Brevik, **A. V. Timoshkin** // *Universe*. – 2015. – Vol. 1, is. 1. – P. 24–37. – DOI: 10.3390/universe1010024. – 1,6 / 0,9 п.л. (*Web of Science*)
15. Brevik I. Inflationary cosmology leading to soft type singularity / I. Brevik, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin** // *Modern Physics Letters A*. – 2016. – Vol. 31, is. 18. – Article number 1650105. – 10 p. – DOI: 10.1142/S0217732316501054. – 1,2 / 0,7 п.л. (*Web of Science*)
16. Brevik I. Dissipative universe-inflation with soft singularity / I. Brevik, **A. V. Timoshkin** // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. – 2017. – Vol. 14, is. 4. – Article number 1750061. – 10 p. – DOI: 10.1142/S021988781750061X. – 1,2 / 0,7 п.л. (*Web of Science*)
17. Brevik I. Inflationary universe in terms of a van der Waals viscous fluid / I. Brevik, E. Elizalde, S. D. Odintsov, **A. V. Timoshkin** // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. – 2017. – Vol. 14. – 7 p. – DOI: 10.1142/S0219887817501857. – 1,3 / 0,8 п.л. (*Scopus*)
18. Brevik I. Inflationary universe with a viscous fluid avoiding self-reproduction / I. Brevik, E. Elizalde, V. V. Obukhov, **A. V. Timoshkin** // *Annalen der Physik*. – 2017. – Vol. 529, is. 1–2. – Article number 1600195. – 7 p. – DOI: 10.1002/andp.201600195. – 0,8 / 0,5 п.л. (*Web of Science*)

статьи в российских журналах, включенных в Перечень, в том числе в журналах, переводные версии которых индексируются *Web of Science* и *Scopus*:

19. Бревик И. Ускоренное расширение Вселенной Фридмана, заполненной идеальной жидкостью с неоднородным уравнением состояния / И. Бревик, О. Г. Горбунова, **А. В. Тимошкин** // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2007. – Т. 50, № 8. – С. 79–84. – 0,7 / 0,4 п.л.

в переводной версии журнала:

Brevik I. Accelerated expansion of the Friedmann universe filled with ideal liquid described by an inhomogeneous equation of state/I. Brevik, O. G. Gorbunova, **A. V. Timoshkin** // Russian Physics Journal. – 2007. – Vol. 50, is. 8. – P. 832–838. – DOI: 1064-8887/07/5008-0832. (*Web of Science*)

20. **Тимошкин А. В.** Взаимодействие тёмной энергии специального вида в осциллирующей космологии Фридмана–Робертсона–Уокера / А. В. Тимошкин // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2010. – Т. 53, № 10. – С. 22–26. – 0,5 п.л.

в переводной версии журнала:

**Timoshkin A. V.** The interaction of special dark energy in the oscillating Friedmann–Robertson–Walker cosmology / A. V. Timoshkin // Russian Physics Journal. – 2011. – Vol. 53, is. 10. – P. 1005–1010. – DOI: 1064-8887/11/5310-1005. (*Web of Science*)

21. **Тимошкин А. В.** Космология Фридмана–Робертсона–Уокера с нелинейным неоднородным уравнением состояния / А. В. Тимошкин, Е. В. Савушкин // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2011. – Вып. 5 (107). – С. 31–34. – 0,5 / 0,3 п.л.

22. **Timoshkin A. V.** Dark energy with special form inhomogeneous equation of state / A. V. Timoshkin // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2011. – Вып. 8 (110). – P. 20–23. – 0,5 / 0,3 п.л.

23. **Тимошкин А. В.** Ускоренное расширение Вселенной Фридмана, заполненной идеальной жидкостью с нелинейным уравнением состояния / А. В. Тимошкин, Е. В. Савушкин // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2011. – Т. 54, № 5. – С. 16–19. – 0,5 / 0,3 п.л.

*в переводной версии журнала:*

**Timoshkin A. V.** Accelerated expansion of the Friedmann universe filled with the perfect liquid described by a nonlinear equation of state / A. V. Timoshkin, E. V. Savushkin // Russian Physics Journal. – 2011. – Vol. 54, is. 5. – P. 523–526. – DOI: 1064-8887/11/5405-0523. (*Web of Science*)

24. Бревик И. Quasi-Rip universe induced by the fluid with inhomogeneous equation of state / И. Бревик, В. В. Обухов, **А. В. Тимошкин** // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2012. – Вып. 13 (128). – С. 42–44. – 0,4 / 0,3 п.л.

25. Осетрин К. Е. Космология типа Little Rip с зависящим от времени уравнением состояния / К. Е. Осетрин, Е. В. Савушкин, **А. В. Тимошкин** // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2012. – Т. 55, № 11. – С. 108–112. – 0,5 / 0,3 п.л.

*в переводной версии журнала:*

Osetrin K. E. The Little Rip cosmology with the time-dependent equation of state / K. E. Osetrin, E. V. Savushkin, **A. V. Timoshkin** // Russian Physics Journal. – 2013. – Vol. 55, is. 11. – P. 1362–1367. – DOI: 1064-8887/13/5511-1362 (*Web of Science*)

26. **Timoshkin A. V.** Viscous fluid model in inflationary universe avoiding self-reproduction / A. V. Timoshkin / Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2016. – Т. 19, № 4. – С. 34–37. – 0,5 п.л.

27. **Тимошкин А. В.** Космологическая модель с темной материей в диссипативной Вселенной / А. В. Тимошкин // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59, № 8. – С. 33–39. – 0,8 п.л.

*в переводной версии журнала:*

**Timoshkin A. V.** Cosmological model with dark matter in a dissipative universe / A. V. Timoshkin // Russian Physics Journal. – 2016. – Vol. 59, is. 8. – P. 1164–1170. – DOI: 1064-8887/16/5908-1164. (*Web of Science*)

28. **Тимошкин А. В.** Сингулярная модель инфляционной Вселенной / А. В. Тимошкин, Е. В. Савушкин // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59, № 12. – С. 78–82. – 0,5 / 0,3 п.л.

*в переводной версии журнала:*

**Timoshkin A. V.** Singular model of an inflationary universe / A. V. Timoshkin, E. V. Savushkin // Russian Physics Journal. – 2017. – Vol. 59, is. 12. – P. 2068–2073. – DOI: 1064-8887/17/5912-2068. (*Web of Science*)

29. Brevik I. Viscous coupled fluids in inflationary cosmology / I. Brevik, **A. V. Timoshkin** // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2016. – Т. 149, вып. 4. – С. 786–791. – 0,7 / 0,4 п.л.

*в переводной версии журнала:*

Brevik I. Viscous coupled fluids in inflationary cosmology / I. Brevik, **A. V. Timoshkin** // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2016. – Vol. 122, is. 4. – P. 679–684. – DOI: 10.1134/S1063776116020023 (*Web of Science*)

30. Обухов В. В. Космологическая модель Ван дер Ваальса с вязкостью в инфляционной Вселенной / В. В. Обухов, **А. В. Тимошкин** // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2017. – Т. 60, № 10. – С. 51–56. – 0,7 / 0,4 п.л. (*Web of Science*)

*Публикации в сборниках материалов конференций:*

31. **Тимошкин А. В.** Космологические модели с вязкостью с учетом темной материи / А. В. Тимошкин // XVI Всероссийская гравитационная конференция – Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (RUSGRAV–16): материалы конференции. Калининград, 24–30 июня 2017 г. – Калининград, 2017. – С. 54–55. – 0,2 п.л.

32. **Тимошкин А. В.** Описание инфляционной Вселенной в терминах жидкости Ван дер Ваальса / А. В. Тимошкин // III Международная школа-семинар по гравитации, астрофизике и космологии «Петровские чтения» : материалы конференции. Казань, 27 ноября – 02 декабря 2017 г. – Казань, 2017. – С. 52. – 0,1 п.л.

Печать: трафаретная  
Усл. печ. л.: 2,09  
Тираж: 100 экз.

Сдано в печать: 6.05.2018  
Формат: 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>  
Заказ: 1038/н

---

Издательство  
Томского государственного педагогического университета  
г. Томск, ул. Герцена, 49. Тел.: (382-2) 311-484  
e-mail: [tipograf@tspu.edu.ru](mailto:tipograf@tspu.edu.ru)

