

УДК 530.12

В.Е. ЛЮБОВИЦКИЙ^{1,2,3,4}, Т. ГУЧЕ¹, И. ШМИДТ²**СТРУКТУРА АДРОНОВ В ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ***

Обсуждаются адроны и мультикварковые состояния в голографической квантовой хромодинамике. Этот подход основан на действии, которое описывает адронную структуру с нарушением конформной и киральной симметрий и включает конфайнмент через присутствие фонового дилатонного поля. Согласно калибровочно-гравитационной дуальности, пятимерные бозонные и фермионные поля, движущиеся в АдС-пространстве, дуальны четырехмерным полям на поверхности АдС-сферы, которые соответствуют адронам. В данной картине адронные волновые функции – базовые блоки адронных свойств – дуальны профилям АдС-полей в пятом (голографическом) измерении, которое идентифицируется со шкалой. В качестве приложений рассмотрены свойства адронов и мультикварковых состояний.

Ключевые слова: квантовая хромодинамика, адроны, голография.

Введение

Последние десятилетия были отмечены значительным прогрессом в построении и применении голографических подходов в квантовой хромодинамике (КХД), основанных на калибровочно-гравитационной дуальности [1]. Дуальность имеет несколько проявлений. Два наиболее значимых из них: 1) соответствие между производящими функциями в двух подходах устанавливает связь между параметрами струнной и $SU(N)$ -теорией Янга – Миллса; 2) конформная группа, действующая в теории на поверхности АдС-пространства, изоморфна группе $SO(4,2)$, которая является группой изометрий данного пространства. Согласно словарю голографии, АдС/КХД или голографическая КХД (ГКХД) – аппроксимация к КХД, пытающаяся моделировать адронную физику в терминах полей/струн в пространстве высших размерностей – АдС-пространстве. Подходы ГКХД воспроизводят основные черты КХД при низких и высоких энергиях: киральную симметрию, конфайнмент, степенное поведение адронных формфакторов. Следует отметить, что дополнительное пятое измерение имеет ясную физическую интерпретацию как шкала. АдС/КХД-подходы подразделяются на два типа: 1) «верх – низ»-подходы – низкоэнергетическая аппроксимация струнной теории, пытающаяся найти гравитационный аналог со свойствами КХД (например, модель Сакаи – Сугимото), 2) «низ – верх»-подходы – более феноменологические подходы, использующие свойства КХД для того, чтобы построить 5-мерную дуальную теорию, включающую гравитацию на АдС-пространстве. Для того чтобы идти в направлении КХД, нужно: 1) нарушить конформную инвариантность и сгенерировать массовую щель; 2) через разложение Калуца – Клейна (КК) пятимерных АдС-полей ввести набор нормированных полей (моды КК), дуальные адронным волновым функциям. «Низ – верх» АдС/КХД-подходы имеют две основные реализации нарушения конформной инвариантности и введения конфайнмента – версии с жесткой и мягкой стенкой. В модели с жесткой стенкой АдС-геометрия ограничена двумя поверхностями – ультрафиолетовой (УФ) ($z = \epsilon \rightarrow 0$) и инфракрасной (ИК) ($z = z_{IR}$). Модель жесткой стенки дает неправильную линейную зависимость адронных масс от углового момента. Этот подход – аналог кварковой модели мешка [2] и близок к ковариантной конституентной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом, развитой в работе [3]. В модели с мягкой стенкой вводится мягкое обрезание АдС-пространства путем введения дилатонного поля [4–10]. Успех этого подхода состоит в том, что он дает аналитическое решение уравнения движения для профилей АдС-полей в пятом измерении и воспроизводит редже-поведение адронных масс.

* Данная работа поддержана Федеральным министерством образования и научных исследований Германии (BMBF), проект 05P2015-ALICE at High Rate (BMBF-FSP 202), программой Гайзенберга – Ландау, Томским государственным университетом «Программа улучшения конкурентоспособности», Российской федеративной программой «Наука» (контракт № 0.1526.2015, 3854), CONICYT (Чили) исследовательский проект № 80140097 и грантами № 7912010025, 1140390 и PIA/Basal FB0821.

В данной работе рассмотрим голографический подход, основанный на модели с мягкой стенкой, развитый в работах [5–10]. Представим приложения нашего подхода к свойствам адронов и мультикварковых состояний. В частности, приведем результаты для адронных масс, формфакторов и распределений – партонных, поперечного импульса, Вигнера и Хусими [5–10].

Голографический подход с мягкой стенкой

Сделаем краткий обзор предлагаемого подхода. Сначала определим метрику пятимерного АдС-пространства:

$$ds^2 = g_{MN} dx^M dx^N = \eta_{ab} e^{2A(z)} dx^a dx^b = e^{2A(z)} (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2), \quad \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1, -1), \quad (1)$$

где g_{MN} и η_{ab} – метрические тензоры искривленного и плоского пространства, которые связаны филбайном $\varepsilon_M^a(z) = e^{A(z)} \delta_M^a$: $g_{MN} = \varepsilon_M^a \varepsilon_N^b \eta_{ab}$; z – голографическая координата; R – АдС-радиус и $g = |\det g_{MN}|$. В последующем рассмотрении ограничимся конформной метрикой с $A(z) = \log(R/z)$.

АдС/КХД-действия для бозонных и фермионных полей спина J есть [5–7]

$$S_B = \int d^4 x dz \sqrt{g} e^{-\varphi(z)} \left[D_M \Phi_{M_1 \dots M_J}(x, z) D^M \Phi^{M_1 \dots M_J}(x, z) - \left((\mu_J^B)^2 + U_J^B(z) \right) \Phi_{M_1 \dots M_J}(x, z) \Phi^{M_1 \dots M_J}(x, z) \right]; \quad (2)$$

$$S_F = S_F^+ + S_F^-, \quad S_F^\pm = \int d^4 x dz \sqrt{g} e^{-\varphi(z)} \sum_{i=\pm, -} \left[\bar{\Psi}_{M_1 \dots M_J}^\pm(x, z) i D_M^\pm \Psi^{\pm M_1 \dots M_J}(x, z) \mp \bar{\Psi}_{M_1 \dots M_J}^\pm(x, z) ((\mu_J^F)^2 + U_J^F(z)) \Psi^{\pm M_1 \dots M_J}(x, z) \right], \quad (3)$$

где D_M и D_M^\pm – ковариантные производные (включая внешние векторные и аксиальные поля), действующие на бозонное $\Phi_{M_1 \dots M_J}$ и фермионное $\Psi_{M_1 \dots M_J}^\pm$ поля соответственно; $\Psi_{M_1 \dots M_J}^\pm$ – пара профильных фермионных полей, которые являются голографическими аналогами лево- и правокиральных фермионных операторов в 4-мерной теории; $\varphi(z) = \kappa^2 z^2$ – дилатонное поле, где κ – свободный масштабный параметр; μ_J^B и μ_J^F – массы бозонных и фермионных АдС-полей со спином J , связанные с конформной размерностью (Δ_J^B, Δ_J^F) : $(\mu_J^B R)^2 = \Delta_J^B(\Delta_J^B - 4)$, $\mu_J^F R = \Delta_J^F - 2$. Как показано в [6, 11], размерности полей Δ_J^B и Δ_J^F связаны с твист-размерностью $\tau_{B/F}$ адронных операторов как $\Delta_J^B = \tau_B = 2 + L$, $\Delta_J^F = \tau_F + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} + L$. Здесь $L = \max |L_z|$ – максимальное значение z -компоненты кваркового орбитального углового момента в адроне [11]: $U_J^B(z) = 4\varphi(z)(J-1)/R^2$ и $U_J^F(z) = \varphi(z)/R$ – эффективные дилатонные потенциалы. Заметим, что выбор квадратичного дилатона и потенциалов $U_J^B(z)$ и $U_J^F(z)$ необходим для того, чтобы гарантировать правильное реджеповедение адронных масс и асимптотическое степенное поведение адронных формфакторов при больших переданных импульсах в согласии с правилами кваркового счета [5–10].

Одним из основных достижений нашего подхода является то, что большинство вычислений может быть сделано аналитически. В качестве первого шага покажем, как в данном подходе вычисляются волновые функции и спектр адронов (детали см. в [5–7]). После перехода в пространство с лоренцевской сигнатурой и преобразования АдС-полей

$$\Phi_{\mu_1 \dots \mu_J} = e^{\varphi(z)/2 + A(z)J} \phi_{\mu_1 \dots \mu_J}, \quad \Psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^\pm = e^{\varphi(z)/2 + A(z)(J-1/2)} \psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^\pm \quad (4)$$

делаем разбиение фермионных полей на лево- и правокиральные

$$\psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^\pm(x, z) = \psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^{\pm L}(x, z) + \psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^{\pm R}(x, z) \quad (5)$$

и производим разложение КК для $\phi_{\mu_1 \dots \mu_J}(x, z)$ и $\Psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^{\pm L/R}(x, z)$:

$$\begin{aligned}\phi_{\mu_1 \dots \mu_J}(x, z) &= \sum_n \phi_{n\mu_1 \dots \mu_J}(x) F_{n\tau}(z), \\ \Psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^{\pm L/R}(x, z) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n \Psi_{n\mu_1 \dots \mu_J}^{L/R}(x) G_{n\tau}^{\pm L/R}(z),\end{aligned}\quad (6)$$

где набор КК-полей $\phi_{n\mu_1 \dots \mu_J}(x)$ дуален 4-мерным полям, описывающим мезоны со спином J , в то время как КК-поля $\Psi_{\mu_1 \dots \mu_J}^{\pm L/R}(x, z)$ дуальны лево/правокиральным фермионным полям, описывающим барионы со спином J ; n соответствует радиальному квантовому числу. Набор функций $F_{n\tau}(z)$ – профили бозонных АдС-полей в голографическом измерении, которые дуальны мезонным волновым функциям с твистом τ и радиальным квантовым числом n . В случае бозонов и барионов делаем рескейлинг

$$F_{n\tau}(z) = e^{-3/2A(z)} f_{n\tau}(z), \quad G_{n\tau}^{\pm R/L}(z) = e^{-2A(z)} g_{n\tau}^{\pm R/L}(z) \quad (7)$$

для того, чтобы получить шредингеровские уравнения движения для $f_{n\tau}$ и $g_{n\tau}^{\pm L/R}(z)$:

$$\left[-\partial_z^2 + \frac{4L^2 - 1}{4z^2} + \kappa^4 z^2 + 2\kappa^2(J - 1) \right] f_{n\tau}(z) = M_{B,n\tau J}^2 f_{n\tau}(z); \quad (8)$$

$$\left[-\partial_z^2 + \kappa^4 z^2 + 2\kappa^2 \left(m \mp \frac{1}{2} \right) + \frac{m(m \pm 1)}{z^2} \right] g_{n\tau}^{L/R}(z) = M_{F,n\tau}^2 g_{n\tau}^{L/R}(z). \quad (9)$$

Здесь $m = \tau - 3/2$; $M_{B,n\tau J}$ и $M_{F,n\tau}$ – массы бозонов и фермионов, дуальные соответствующим адронам. Данные уравнения имеют аналитические решения: волновые функции

$$\begin{aligned}f_{n\tau}(z) &= \sqrt{\frac{2\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\tau-1)}} \kappa^{\tau-1} z^{\tau-3/2} e^{-\kappa^2 z^2/2} L_n^{\tau-2}(\kappa^2 z^2), \\ g_{n\tau}^L(z) &= \sqrt{\frac{2\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\tau)}} \kappa^\tau z^{\tau-1/2} e^{-\kappa^2 z^2/2} L_n^{\tau-1}(\kappa^2 z^2), \\ g_{n\tau}^R(z) &= \sqrt{\frac{2\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+\tau-1)}} \kappa^{\tau-1} z^{\tau-3/2} e^{-\kappa^2 z^2/2} L_n^{\tau-2}(\kappa^2 z^2)\end{aligned}\quad (10)$$

и спектр масс $M_{B,n\tau J}^2 = 4\kappa^2 \left(n + \frac{\tau+J}{2} - 1 \right)$ и $M_{F,n\tau}^2 = 4\kappa^2(n + \tau - 1)$.

Таким образом, наша основная идея – найти решения для профилей АдС-полей в направлении z -координаты и затем вычислить волновые функции адронов в терминах профилей АдС-полей, дуальных адронным волновым функциям. В этом случае как спектр масс, так и динамические свойства адронов, такие, как формфакторы и партонные распределения, вычисляются с единой точки зрения, основанной на решениях уравнений движения шредингеровского типа. Также можно увидеть, что профили АдС-полей имеют правильный скейлинг при малых z , который приводит к правильному степенному поведению вычисленных адронных формфакторов при больших Q^2 . Другое важное свойство профилей АдС-полей состоит в том, что они подавлены при больших z (конфайнмент). До настоящего времени мы обсуждали решения уравнений движения для профилей АдС-полей на их массовой поверхности $p^2 = M^2$. В случае, когда мы сходим с массовой поверхности, мы можем вычислить так называемые балк-поверхностные пропагаторы, описывающие распространение АдС-профилей из внутренней точки АдС-пространства на его поверхность при производных значениях p^2 , которые необходимы для импульсной зависимости матричных элементов в нашем подходе. В частности, балк-поверхностный пропагатор для векторного АдС-поля, дуального электромагнитному полю, дается аналитической формой в терминах функ-

ций Гамма $\Gamma(n)$ и Трикоми $U(a, b, z)$: $V(Q, z) = \Gamma\left(1 + \frac{Q^2}{4\kappa^2}\right) U\left(\frac{Q^2}{4\kappa^2}, 0, \kappa^2 z^2\right)$. Пропагатор $V(Q, z)$

удовлетворяет условию нормировки $V(0, z) = 1$, согласующемуся с калибровочной инвариантностью, а также он удовлетворяет УФ- и ИК-граничным условиям: $V(Q, 0) = 1$, $V(Q, \infty) = 0$. УФ-условие соответствует локальной (бесструктурной) константе взаимодействия электромагнитного поля с полями материи, в то время как ИК-условие означает, что пропагатор зануляется на бесконечности $z = \infty$. Например, выражение для мезонного формфактора в произвольном случае дается в виде интеграла по переменной z произведения $V(Q, z)$ и АдС-профилей, соответствующих волновым функциям начального (in) и конечного (fin) мезона: $F_M(Q^2) = \int_0^\infty dz V(Q, z) f_{\text{in}}(z) f_{\text{fin}}(z)$.

Другим достижением нашего подхода является возможность ограничить форму волновых функций на световом фронте (см. детальное обсуждение в [5–10]) из соответствия матричных элементов физических процессов в АдС/КХД и КХД на цветовом фронте. Идея такого соответствия была предложена в работе [11]. Следующий шаг состоит в том, чтобы включить эффекты масс кварков в соответствии с ограничениями, накладываемыми киральной симметрией и эффективной теорией тяжелых кварков.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Одно из замечательных свойств рассматриваемого подхода является то, что мы можем строить эффективные волновые функции на световом фронте (ВФСФ), используя матричные элементы для физических процессов, вычисленные в АдС/КХД. В частности, ВФСФ нуклона можно записать как

$$\begin{aligned} \Psi_{+q}^+(x, k_\perp) &= \varphi_q^{(1)}(x, k_\perp), \quad \Psi_{-q}^+(x, k_\perp) = -\frac{k^1 + ik^2}{xM_N} \varphi_q^{(2)}(x, k_\perp), \\ \Psi_{+q}^-(x, k_\perp) &= \frac{k^1 - ik^2}{xM_N} \varphi_q^{(2)}(x, k_\perp), \quad \Psi_{-q}^-(x, k_\perp) = \varphi_q^{(1)}(x, k_\perp), \\ \varphi_q^{(1)}(x, k_\perp) &= \frac{4\pi}{M_N} \sqrt{\frac{q_v(x) + \delta q_v(x)}{2}} \sqrt{D_q^{(1)}(x)} \exp\left[-\frac{k_\perp^2}{2M_N^2} D_q^{(1)}(x)\right], \\ \varphi_q^{(2)}(x, k_\perp) &= \frac{4\pi}{M_N} \sqrt{\frac{q_v(x) - \delta q_v(x)}{2}} \sqrt{D_q^{(2)}(x)} \exp\left[-\frac{k_\perp^2}{2M_N^2} D_q^{(2)}(x)\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь M_N – масса нуклона.

Волновые функции $\varphi_q^{(1)}$ и $\varphi_q^{(2)}$ нормированы следующим образом:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^2 k_\perp}{16\pi^3} [\varphi_q^{(1)}(x, k_\perp)]^2 &= \frac{q_v(x) + \delta q_v(x)}{2}, \\ \int \frac{d^2 k_\perp}{16\pi^3} \frac{k_\perp^2}{M_N^2} [\varphi_q^{(2)}(x, k_\perp)]^2 &= \frac{q_v(x) - \delta q_v(x)}{2}, \\ \int_0^1 dx \int \frac{d^2 k_\perp}{16\pi^3} [\varphi_q^{(1)}(x, k_\perp)]^2 &= \frac{n_q + g_A^q}{2}, \\ \int_0^1 dx \int \frac{d^2 k_\perp}{16\pi^3} \frac{k_\perp^2}{M_N^2} [\varphi_q^{(2)}(x, k_\perp)]^2 &= \frac{n_q - g_A^q}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где n_q – число u - и d -валентных кварков в протоне; g_A^q – аксиальный заряд кварка с ароматом $q = u$ и d . Используя эти ВФСФ, можно вычислить электромагнитные формфакторы, распределения Вигнера и Хусими и т.д. Аналитические выражения для этих наблюдаемых можно найти в

работе [10]. На рис. 1–6 приведены результаты для x -зависимости неполяризованных и поляризованных функций партонного распределения (ФПР), функции распределения по поперечному импульсу (РПИ), распределения Вигнера и Хусими и избранные результаты для кварковых и нуклонных электромагнитных формфакторов. В качестве «инпута» для волновых функций используем результаты для партонных распределений (зависящих и независящих от спиральности) в порядке с учетом первой поправки к лидирующему вкладу на шкале $\mu_{NLO}^2 = 0.40 \text{ ГэВ}^2$ [12]. Далее на рис. 7 и 8 показаны наши предсказания для электромагнитных формфакторов и структурных функций дейтрона.

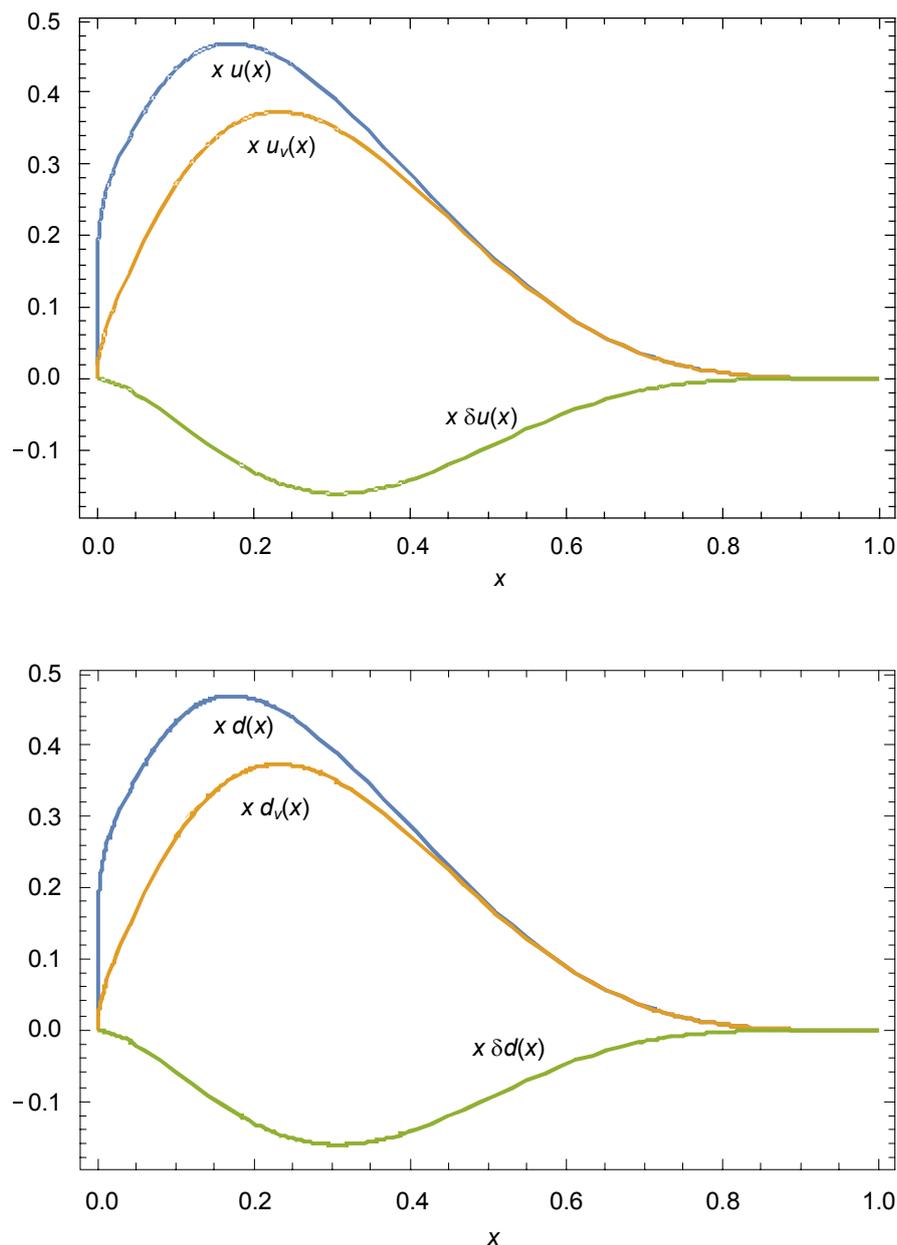


Рис. 1. Кварковые партонные распределения ФПР

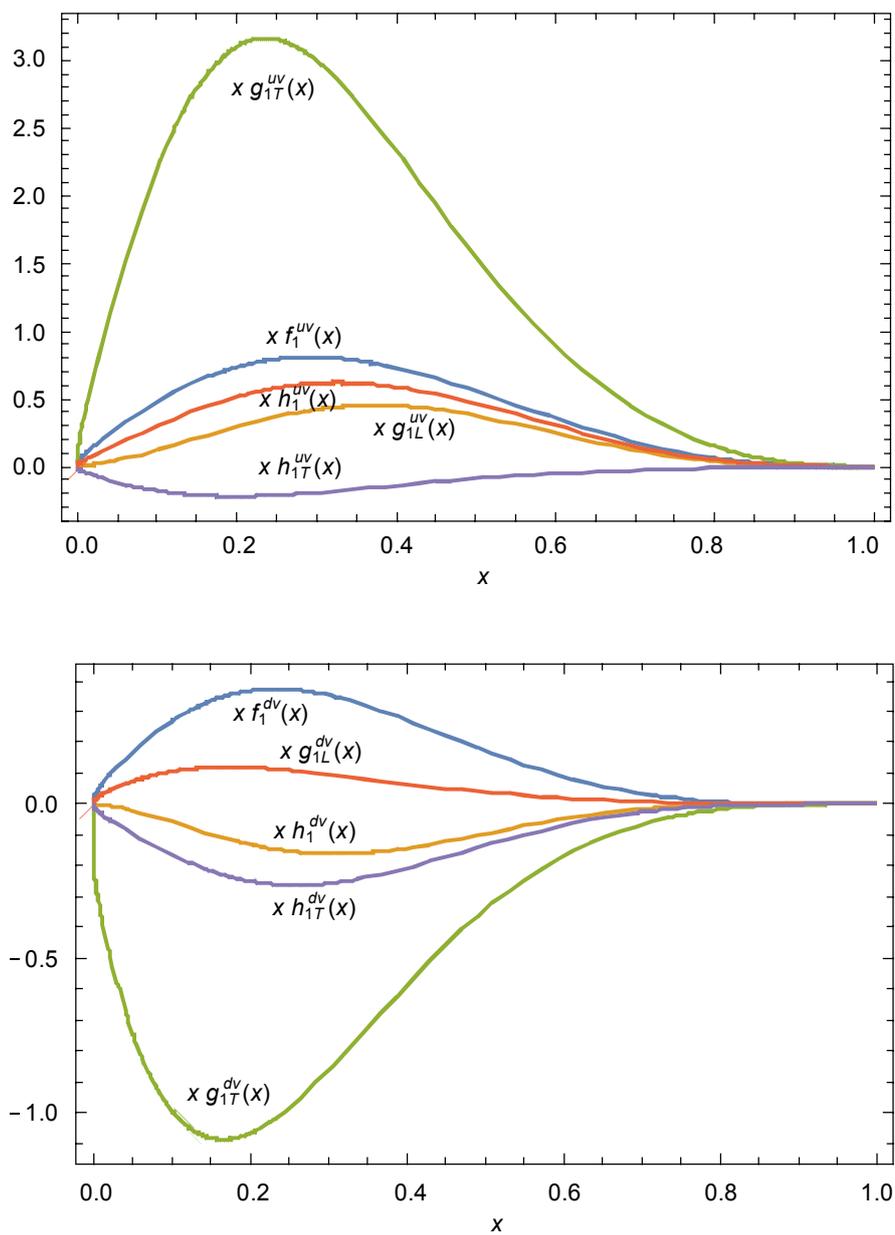


Рис. 2. Кварковые партонные распределения ФПР и РПИ

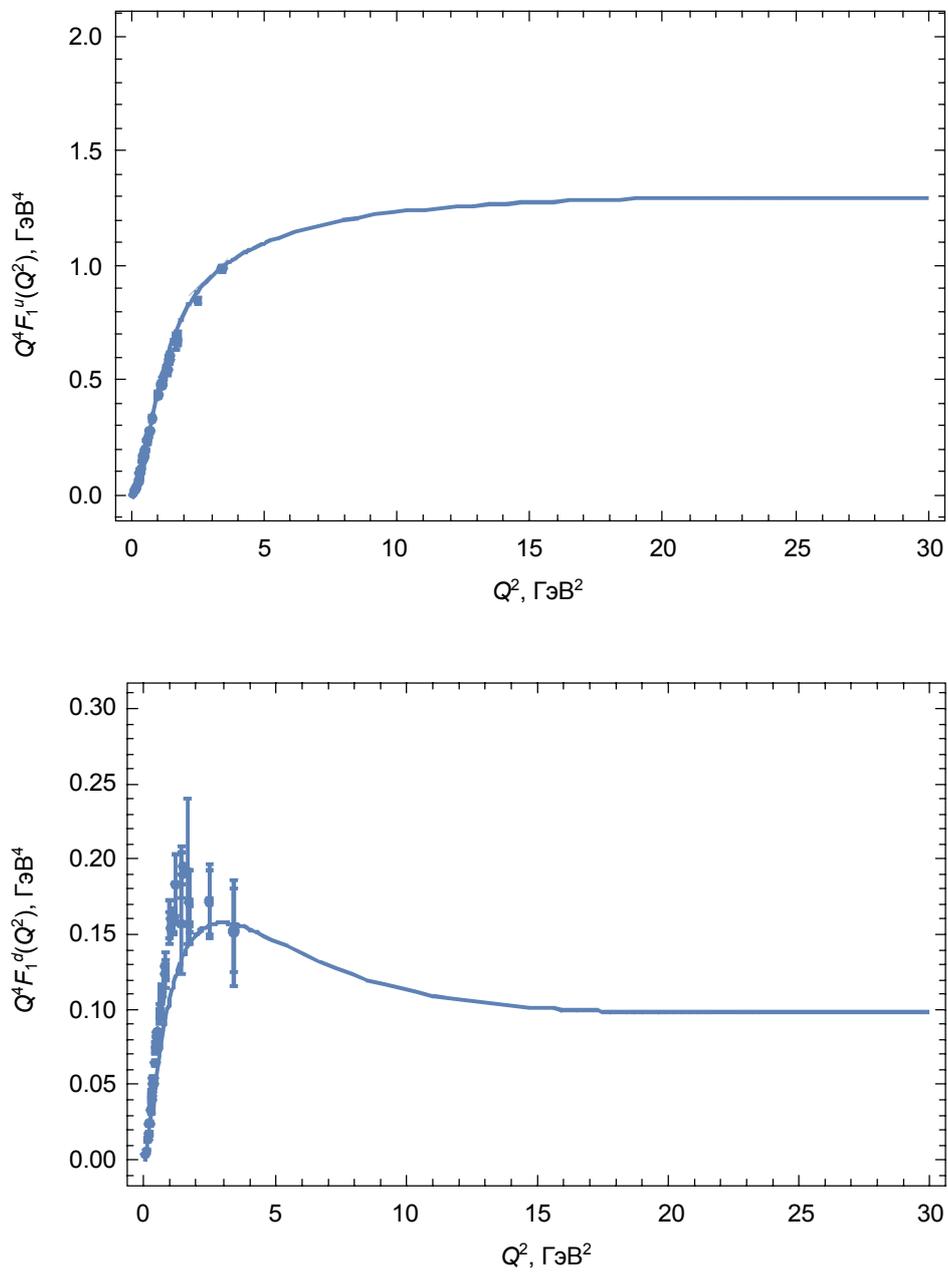
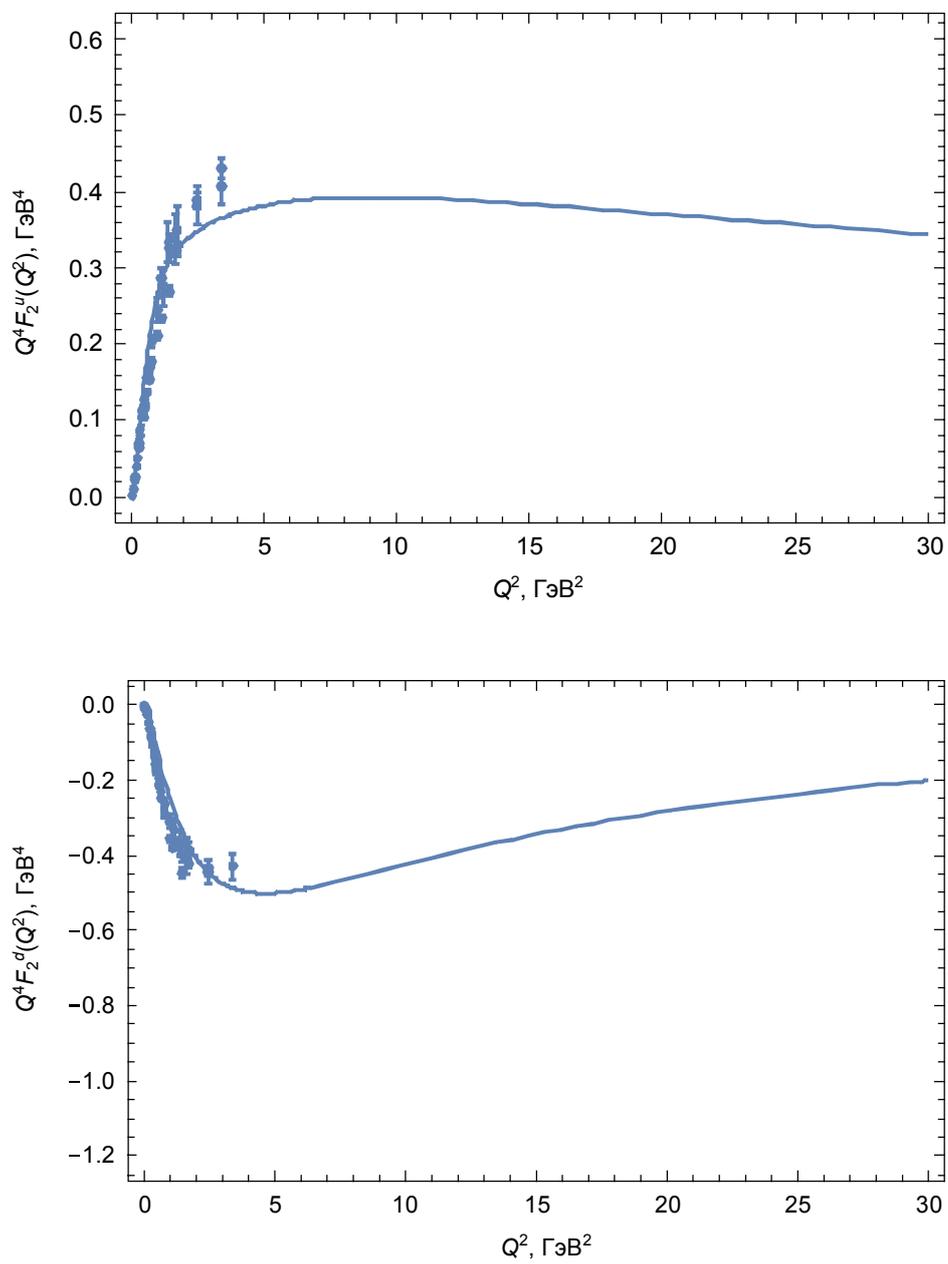


Рис. 3. Дираковские электромагнитные формфакторы кварков, умноженные на Q^4

Рис. 4. Паулиевские электромагнитные формфакторы кварков, умноженные на Q^4

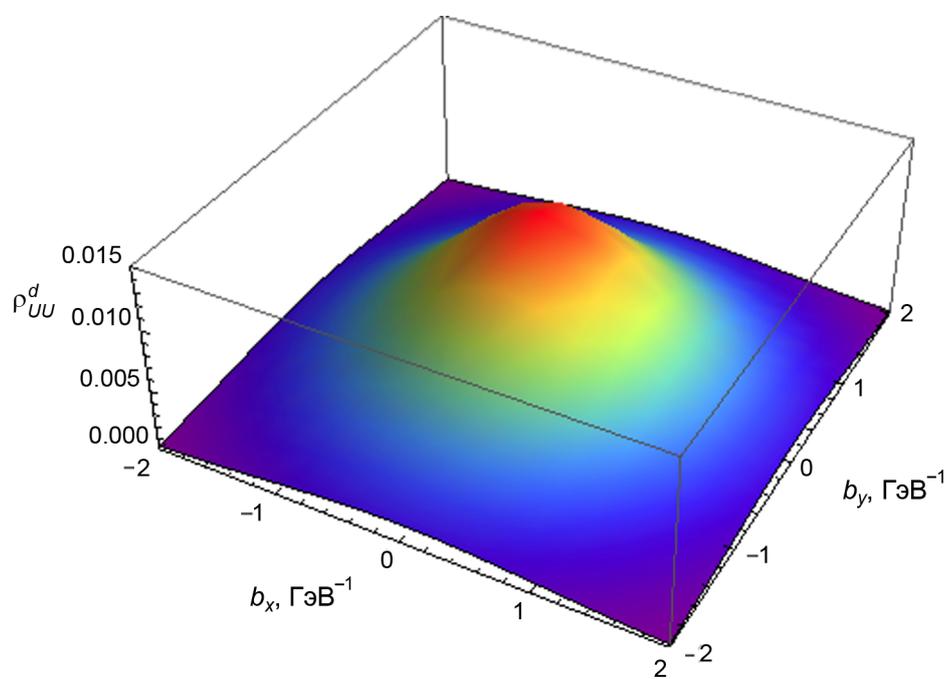
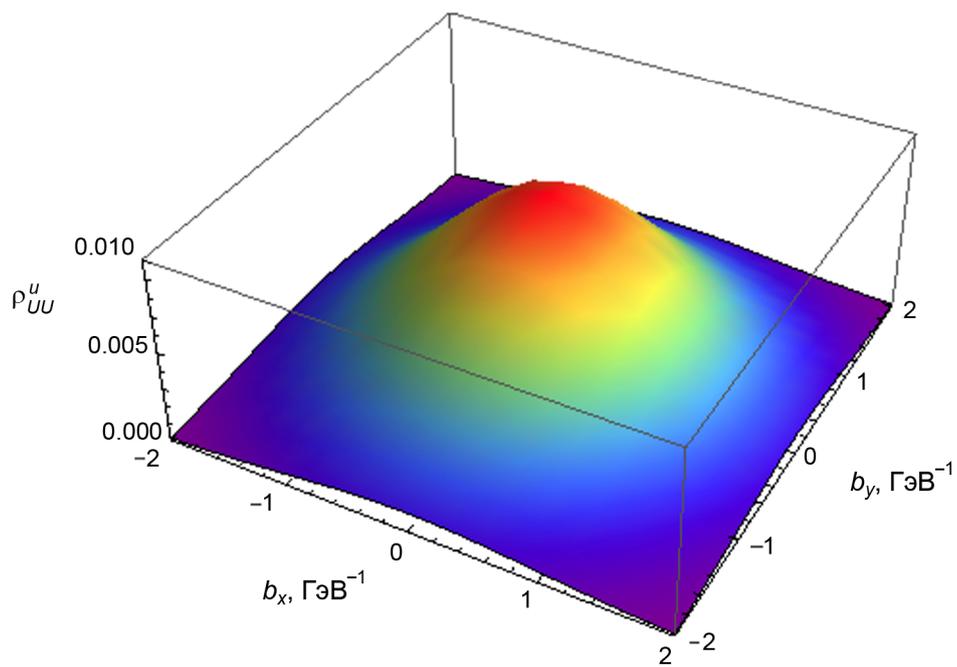


Рис. 5. Распределения Вигнера

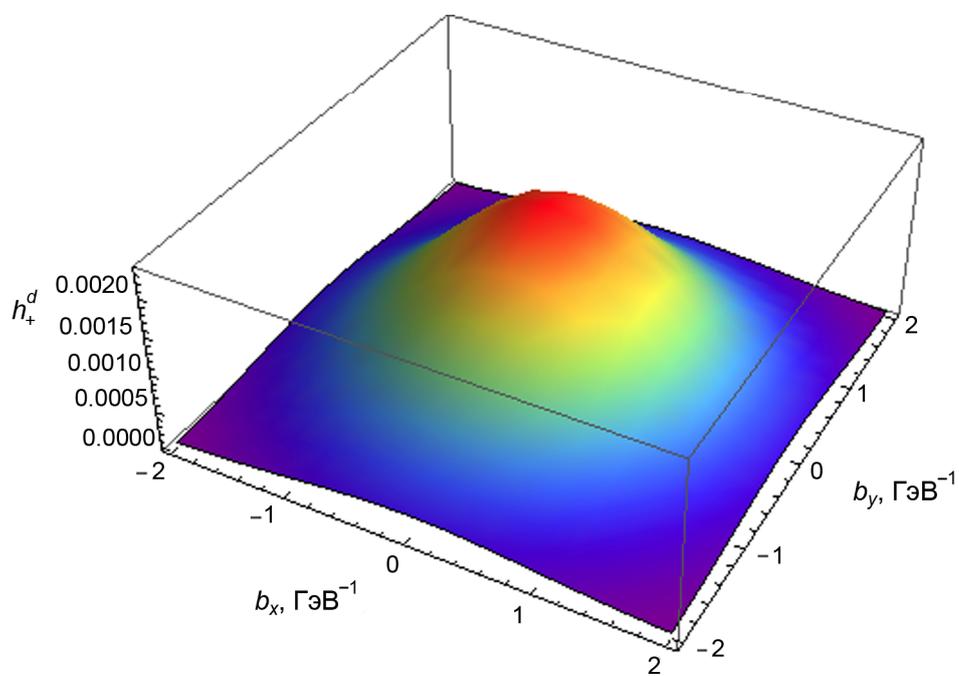
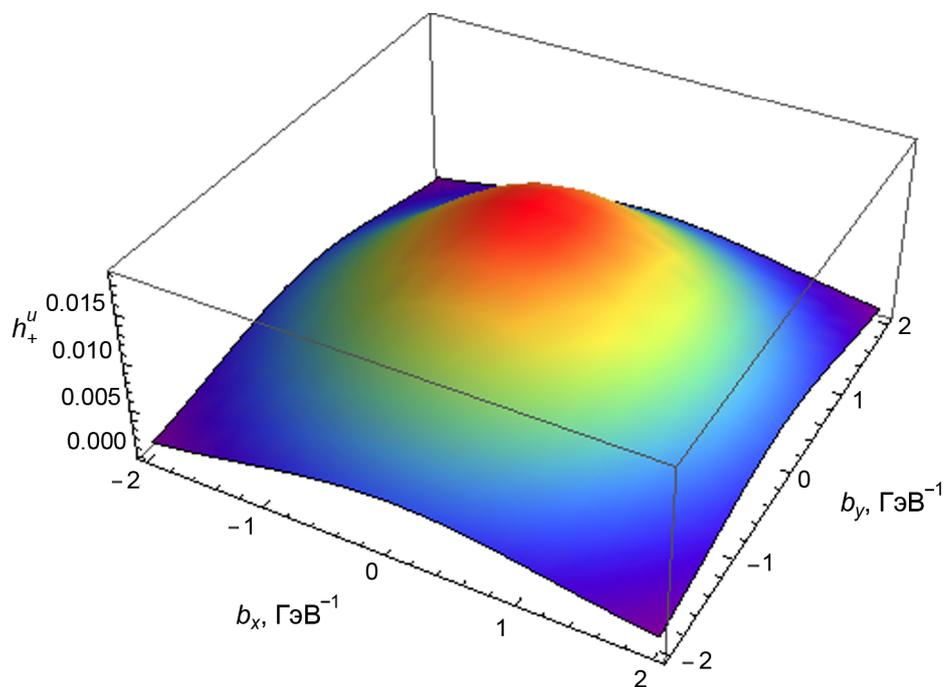


Рис. 6. Распределения Хусими

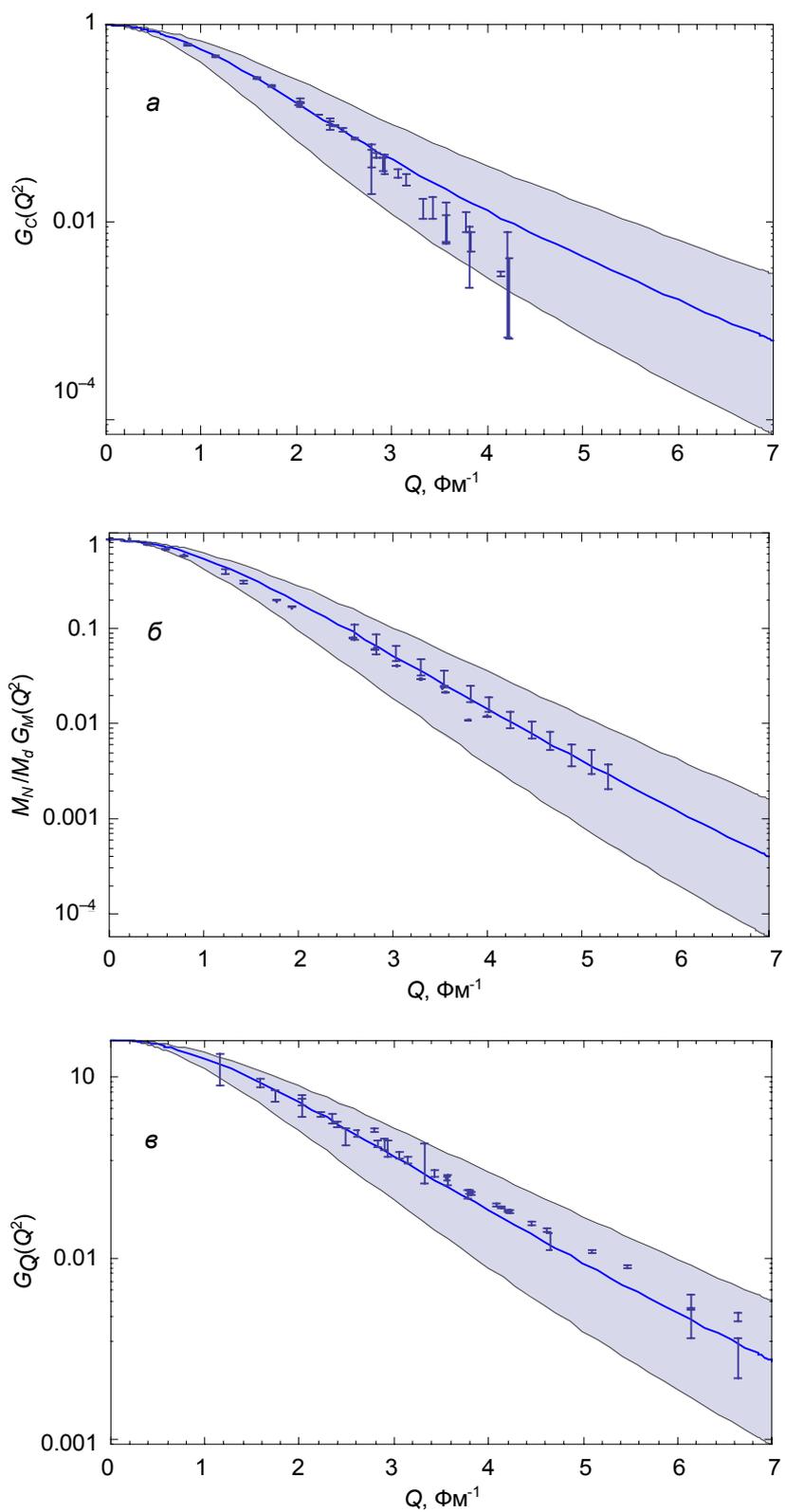
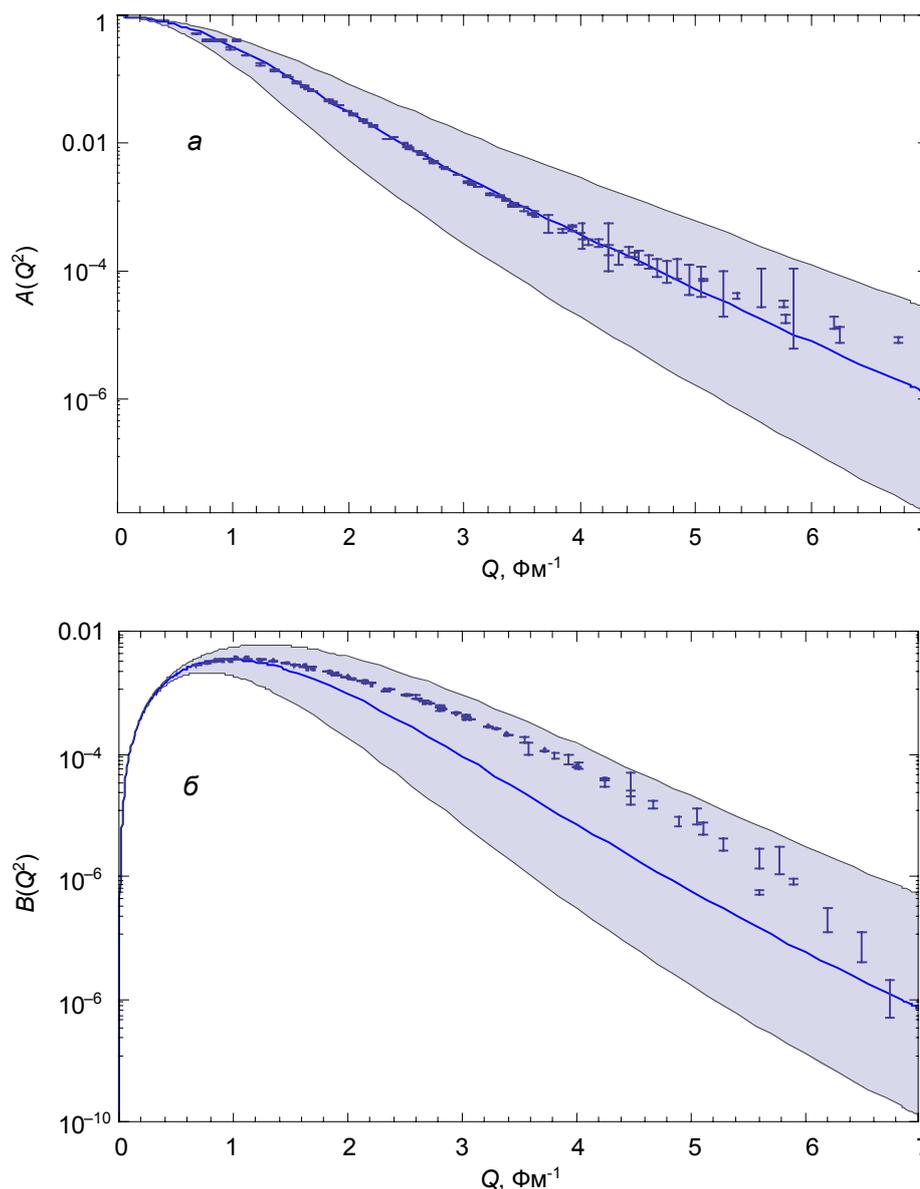


Рис. 7. Формфакторы дейтрона: зарядовый G_C (а), магнитный G_M (б) и квадрупольный G_Q (в)

Рис. 8. Структурные функции дейтрона $A(a)$ и $B(b)$

Авторы благодарят Стэна Бродского, Льва Липатова, Олега Теряева, Вернера Фогельзанга и Марата Сиддикова за полезные обсуждения.

В.Е.Л. благодарит физический факультет и Центр науки и технологии Вальпараисо, Технический университет им. Федерико Санта Мария (Вальпараисо, Чили) за теплый прием. В память о моих родителях (В.Е.Л.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Maldacena J. M. // *Adv. Theor. Math. Phys.* – 1998. – V. 2. – P. 231; *Int. J. Theor. Phys.* – 1999. – V. 38. – P. 1113.
2. Bogolubov P. N. // *Ann. Inst. H. Poincaré Phys. Theor.* – 1968. – V. 8. – P. 163; Chodos A., Jaffe R. L., Johnson K., Thorn C. B., and Weisskopf V. F. // *Phys. Rev. D.* – 1974. – V. 9. – P. 3471.
3. Branz T., Faessler A., Gutsche T., et al. // *Phys. Rev. D.* – 2010. – V. 81. – P. 034010.
4. Karch A., Katz E., Son D. T., and Stephanov M. A. // *Phys. Rev. D.* – 2006. – V. 74. – P. 015005; Brodsky S. J. and de Teramond G. F. // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – V. 96. – P. 201601; Andreev O. // *Phys. Rev. D.* – 2006. – V. 73. – P. 107901.
5. Branz T., Gutsche T., Lyubovitskij V. E., et al. // *Phys. Rev. D.* – 2010. – V. 82. – P. 074022; Vega A., Schmidt I., Branz T., et al. // *Phys. Rev. D.* – 2009. – V. 80. – P. 055014; Gutsche T., Lyubovitskij V. E., Schmidt I., and Vega A. // *Phys. Rev. D.* – 2013. – V. 87. – P. 056001.
6. Gutsche T., Lyubovitskij V. E., Schmidt I., and Vega A. // *Phys. Rev. D.* – 2012. – V. 85. – P. 076003.

7. Gutsche T., Lyubovitskij V.E., Schmidt I., and Vega A. // Phys. Rev. D. – 2012. – V. 86. – P. 036007; Vega A., Schmidt I., Gutsche T., and Lyubovitskij V.E. // Phys. Rev. D. – 2011. – V. 83. – P. 036001; Gutsche T., Lyubovitskij V.E., Schmidt I., and Vega A. // Phys. Rev. D. – 2013. – V. 87. – P. 016017.
8. Gutsche T., Lyubovitskij V.E., Schmidt I., and Vega A. // Phys. Rev. D. – 2014. – V. 90. – P. 096007; 2014. – V. 89. – P. 054033; 2015. – V. 91. – P. 054028; 2015. – V. 91. – P. 114001; J. Phys. G. – 2015. – V. 42. – P. 095005; Vega A., Schmidt I., Gutsche T., and Lyubovitskij V.E. // Phys. Rev. D. – 2016. – V. 93. – P. 056001.
9. Gutsche T., Lyubovitskij V.E., and Schmidt I. // Phys. Rev. D. – 2016. – V. 94. – P. 116006.
10. Gutsche T., Lyubovitskij V.E., and Schmidt I. // arXiv:1610.03526 [hep-ph].
11. Brodsky S.J. and de Teramond G.F. // Phys. Rev. Lett. – 2006. – V. 96. – P. 201601; Phys. Rev. D. – 2008. – V. 77. – P. 056007.
12. Gluck M., Reya E., and Vogt A. // Eur. Phys. J. C. – 1998. – V. 5. – P. 461; Gluck M., Reya E., Stratmann M., and Vogelsang W. // Phys. Rev. D. – 2001. – V. 63. – P. 094005.

¹ Институт теоретической физики, Тюбингенский Университет,
Кеплеровский Центр астрофизики и физики элементарных частиц,
г. Тюбинген, Германия

Поступила в редакцию 20.01.17.

² Физический факультет и Центр науки и технологии Вальпараисо,
Технический университет им. Федерико Санта Мария,
г. Вальпараисо, Чили

³ Национальный исследовательский Томский государственный университет,
г. Томск, Россия

⁴ Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
г. Томск, Россия