

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство образования и науки Республики Бурятия
Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук
Бурятский государственный университет
Иркутский государственный университет

МАТЕМАТИКА,
ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(МПМО17)

Материалы VI Международной конференции

26 июня – 1 июля 2017 г.

г. Улан-Удэ, Байкал

Улан-Удэ
Издательство ВСГУТУ
2017

11. Айда-заде К.Р., Кулиев С.З. О численном решении одного класса обратных задач для разрывных динамических систем. // Автоматика и Телемеханика. – 2012. – №5. – С.25-38.
12. Кулиев С.З. Синтез управления в нелинейных системах при различных видах обратной связи и стратегий управления. // Проблемы Управления и Информатики. – 2013. – №4. – С.63-74.
13. Айда-заде К.Р., Кулиев С.З. Синтез зональных управлений для нелинейных систем с нелинейной обратной связью. // Проблемы Управления и Информатики. – 2015. – №1. – С.52-65.
14. Рей У. Методы управления технологическими процессами. – М.: Мир, 1983. – 368 с.
15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 735 с.
16. Аишафова Е.Р., Мамедов В.М. Численное исследование состояния эволюционных процессов при заданных начальных условиях. // Изв. НАН Азербайджана. Сер. физ.-мат. наук. – 2013. – Т.33, № 6. – С.30–38.
17. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. – М.: Факториал Пресс, 2002. – 824 с.
18. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
19. Габасов Р., Кириллова Ф. Принцип максимума в теории оптимального управления. – М.: Либроком, 2011. – 271 с.

УДК 378.14, 519.257

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ СМЕШАННОЙ МОДЕЛИ ОБУЧЕНИЯ

Лазарева Е.Г., Устинова И.Г.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, Томск, lazareva@math.tsu.ru, igu@tpu.ru

Используя результаты тестирования в MOODLE, можно решать разнообразные задачи, привлекая тот статистический материал, который заложен данной средой. Однако для решения прогностических задач специального аппарата в MOODLE нет. Мы рассматриваем задачу о влиянии количества попыток решения тестовых заданий на конечный результат обучения, а так же возможность выделения разнонаправленных трендов в поведении обучающихся. Решение этих задач влияет на настройки курсов в MOODLE и методики сопровождения студентов при смешанном обучении. Основной метод исследования – анализ временных рядов при случайном числе данных в моменты измерений.

Ключевые слова: MOODLE, временной ряд, тренд временного ряда, изучение учебной деятельности студентов

THE USE OF TIME SERIES ANALYSIS TO STUDY OF EDUCATIONAL ACTIVITY OF STUDENTS OF STUDENTS IN BLENDED MODELS

Lazareva E.G., Ustinova I.G.,

National Research Tomsk State University, Russia, Tomsk, lazareva@math.tsu.ru, igu@tpu.ru

Using the test results in MOODLE, you can solve a variety of tasks by using the statistical material which is incorporated in this software. However, in MOODLE there is no special apparatus for the solution of prognostic tasks. The problem of the influence of the number of attempts to solve test items on the final learning outcome was considered, as well as the possibility of allocating different trends in the behavior of students was considered. Solution of these tasks affects the configuration of courses in MOODLE and techniques of support of students in blended learning. The main method of research is analysis of time series with a random number of data in points of measurements.

Key words: MOODLE, time series, the trend of the time series, study of educational activity of students

Введение

В соответствии с классической работой [1] процессы, будущие значения которых необходимо предсказывать, как правило представляются временными рядами. Временной ряд – собранный в разные моменты времени статистический материал о значении каких-либо параметров исследуемого

процесса. В классической литературе по анализу временных рядов [1 – 4] рассматриваются, как правило, временные ряды в приложении к задачам экономики, науки и техники. В классических источниках измерения процесса производятся через равные промежутки времени и в каждый момент времени – ровно одно измерение. Однако в реальной ситуации часто возникают случаи, когда в каждый момент времени производится не одно, а вообще говоря, случайное число измерений [5]. Такова ситуация с рассмотрением баллов, полученных студентами при работе с обучающими математическими тестами [6]. В электронном ресурсе, разработанном нами [7] на платформе MOODLE [8], фиксируется лучший результат попыток. На самом деле число попыток прохождения тестов не ограничено (случайное). Поэтому следует проводить анализ не только лучших баллов попыток, но и средних, и первых баллов. Мы поставили цель использовать информацию о количестве попыток и о баллах каждой попытки. Наша задача – использовать анализ временных рядов для прогнозирования достижений студентов и для установления момента, с которого теряется интерес к обучению у студента и у группы. Если знать, как быстро и в каком направлении меняется учебная деятельность обучающихся, то можно предпринять определенные шаги, чтобы направить данную тенденцию в нужное русло.

Основным инструментом построения прогнозных моделей является выделение тренда (систематической составляющей) временного ряда. При этом статистический прогноз на основе тренда основан на экстраполяции, то есть предполагается, что параметры модели тренда сохраняются до прогнозируемого момента времени. Однако такую модель можно применять только к однородным процессам, числовые значения которых определяются постоянным набором причин. К таким процессам можно отнести количество попыток при решении каждого теста. Но баллы за тестовые задания каждый раз определяются различными причинами, а именно, содержанием тестов. Поэтому прогноз итогового балла за тему по треду не всегда возможен. Тренды тестовых баллов имеет смысл использовать для наблюдения результатов деятельности студентов в курсе MOODLE и соотнесения их с результатами контрольных работ.

Методика использования трендов временных рядов

Пусть имеется временной ряд $\bar{y}(t) = \varphi(t) + \xi(t)$, где $\varphi(t)$ – тренд временного ряда, $\xi(t)$ – случайная составляющая, $M[\xi(t_i)] = 0, i = \overline{1, N}, D[\xi(t_i)] = \sigma^2$, причем $y_i = \bar{y}(t_i) = (y(t_i^1) + y(t_i^2) + \dots + y(t_i^n)) / n$, где n – число измерений в момент времени t_i . Последовательность значений $\bar{y}(t_1), \bar{y}(t_2), \dots, \bar{y}(t_N)$ нам известна. Задача состоит в выделении тренда $\varphi(t)$ временного ряда $\bar{y}(t)$.

Для решения задачи функцию $\varphi(t)$ представим в виде полинома степени p , коэффициенты в котором найдем методом наименьших квадратов, исходя из условия:

$$Q = \sum_{i=1}^N \left[\bar{y}_i - (a_0 + a_1 t_i + \dots + a_p t_i^p) \right]^2 \Rightarrow \min_{a_i, i=0, p} \quad (1)$$

Дифференцируя (1) по $a_i, i = \overline{0, p}$, получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} Na_0 + a_1 \sum_{i=1}^N t_i + \dots + a_p \sum_{i=1}^N t_i^p = \sum_{i=1}^N \bar{y}_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^N t_i + a_1 \sum_{i=1}^N t_i^2 + \dots + a_p \sum_{i=1}^N t_i^{p+1} = \sum_{i=1}^N t_i \bar{y}_i, \\ \dots \\ a_0 \sum_{i=1}^N t_i^p + a_1 \sum_{i=1}^N t_i^{p+1} + \dots + a_p \sum_{i=1}^N t_i^{2p} = \sum_{i=1}^N t_i^p \bar{y}_i. \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему (2), получаем оценки коэффициентов тренда. Для оценки точности подобранной трендовой модели используется стандартный коэффициент детерминации [9]: $R^2 = \delta_{\hat{y}}^2 / \delta_y^2$, где

$\delta_{\hat{y}}^2 = \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2 / N$ – дисперсия теоретических данных, полученных по трендовой модели,

$\delta_y^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 / N$ – дисперсия эмпирических данных.

Результаты выделения трендов тестовых баллов обучающихся

При выделении тренда важно учитывать, что в каждый момент времени производилось не одно, а вообще говоря, случайное число измерений. Так, например, студент имеет баллы за первые пять тестов, представленные в табл. 1.

Таблица 1. Данные студента А по первым пяти тестам

	Первый тест	Второй тест	Третий тест	Четвертый тест	Пятый тест	Прогноз балла контрольной работы
Лучший балл	1	1	1	1	1	1
Число попыток	1	1	1	4	3	
Средний балл	1	1	1	0,7675	0,733	?
Балл первой попытки	1	1	1	0,6	0,4	?

Прогноз баллов за контрольную работу по лучшему баллу тестов совершенно однозначен и равен 1. Однако этот балл не совпадает с реальным баллом контрольной работы этого студента. Он равен 0,95. Для выделения тренда временного ряда, построенного по среднему баллу попыток и по баллу первой попытки, использовались полиномиальные модели различных порядков. Полученные результаты (см. рис. 1а,б) говорят о том, что сделать качественный прогноз балла контрольной по тренду достаточно сложно, но по среднему баллу можно уловить тенденцию к росту балла после последнего измерения.

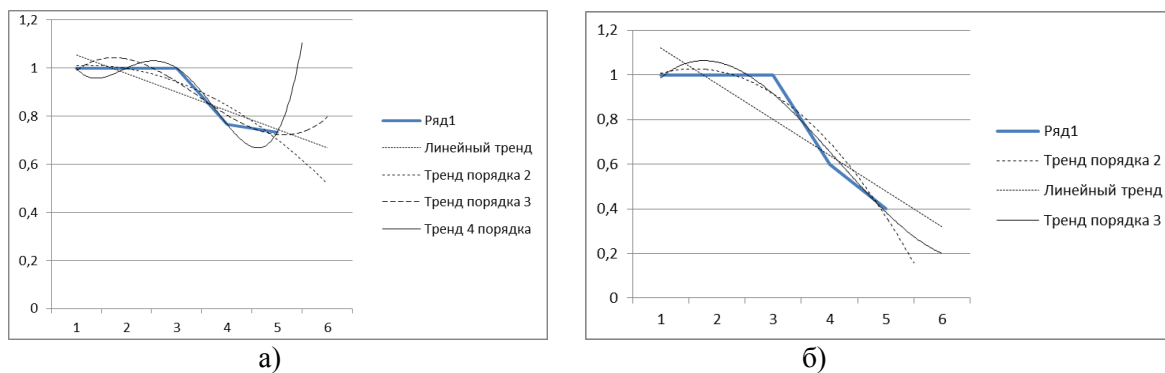


Рис. 1. Выделение трендов по баллам тестов студента А: а) по среднему баллу, б) по баллу первой попытки.

В соответствии с построенными моделями лучший прогноз балла (по тренду третьего порядка для среднего балла попыток) за контрольную работу по теме равен 0,8, что отличается от истинного значения на 0,15, или на 15,7%. Однако ясно, что предсказать заранее этот балл было невозможно, так как непонятно, тренд какого порядка лучше использовать: по коэффициенту детерминации тренд четвертого порядка значительно лучше тренда третьего порядка. Единственное, что можно было сказать заранее: студент А напишет контрольную работу не хуже, чем решил последний тест.

Рассмотрим баллы студента В за эти же тесты (табл.2).

Проведя аналогичное выделение тренда по результатам первых пяти тестов, получаем:

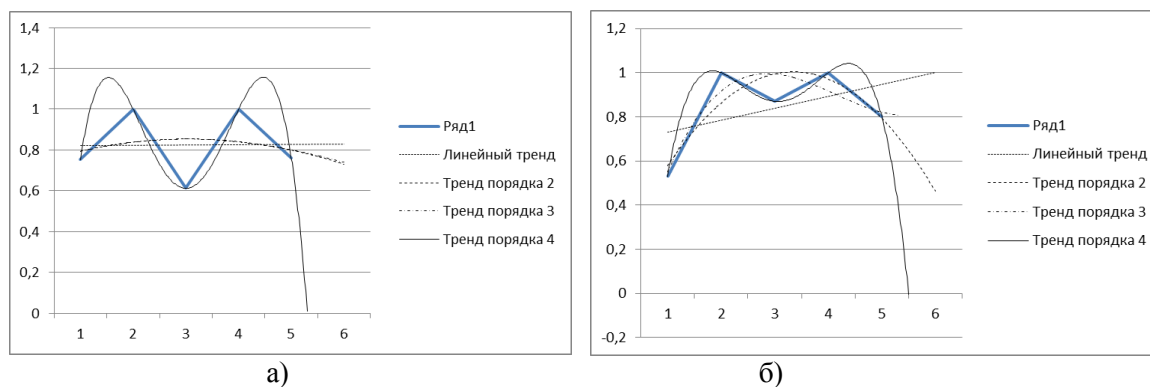


Рис.2. Выделение трендов по баллам тестов студента В: а) по среднему баллу, б) по баллу первой попытки.

Как видно из рис.2, предсказать балл за контрольную работу (0,83) проблематично, лучше всего с этим справился тренд третьего порядка по первому баллу. За этим результатом скрывается индивидуальная особенность студента: первый балл в его 3 и 5 тестах лучше, чем средний балл по этим тестам.

По результатам студента В за весь курс хорошо видно, что контрольные работы 2 и 4 не прогнозируемы результатами тестов. Судя по этим данным, содержание тестов сильно отличается от содержания контрольных работ и баллы за контрольные работы зависят от деятельности студента на очных занятиях сильнее, чем от его работы с тестами в MOODLE.

Таблица 2. Данные студента В по всем тестам и контрольным работам

Балл первой попытки	Средний балл попыток	Число попыток	Лучший балл	Тест 1	Тест 2	Тест 3	Тест 4	Тест 5	К.Р.1	Тест 6	Тест 7	Тест 8	К.Р.2	Тест 9	Тест 10	Тест 11	Тест 12	К.Р.3	Тест 13	Тест 14	Тест 15	Тест 16	К.Р.4
0,53	0,753	3	1																				
1	1	1	1																				
0,87	0,6125	9	1																				
1	1	1	1																				
0,8	0,76	5	1																				
0,83	0,83		0,83																				
1	1	1	1																				
0,9	0,933	3	1																				
1	1	1	1																				
0,45	0,45		0,45																				
0,63	0,755	6	0,88																				
1	1	1	1																				
0,89	0,725	2	0,89																				
0,6	0,697	7	1																				
0,94	0,94		0,94																				
0,35	0,6925	4	0,87																				
0,75	0,875	2	1																				
0,88	0,94	2	1																				
1	1	1	1																				
0,28	0,28		0,28																				

Результаты изучения тенденций изменения количества попыток прохождения тестов

Обратимся к исследованию числа измерений, т.е. количества попыток прохождения теста. Изучив результаты группы тестируемых, авторы пришли к выводу, что есть две различные модели поведения студентов. Первая модель: каждый тест студент решает несколько раз, пока не наберет максимально возможный для себя балл (т.е. решит правильно все задания или стабилизирует свой результат). Такое поведение демонстрируют студенты А и В (см. табл.1, 2). Вторая модель: студент решает каждый тест 1 – 2 раза и больше не пробует улучшить полученный результат. Переход с первой модели поведения ко второй означает снижение мотивации и интереса к обучению. Однако только по

количеству попыток прохождения теста такой вывод сделать нельзя, т.к. лучшие студенты добиваются максимального результата за тест с первой или второй попытки и больше к этому тесту не возвращаются. Исследовать тренд количества попыток имеет смысл только для студентов, наибольшие баллы за тесты у которых меньше максимально возможного балла (см. рис. 3).

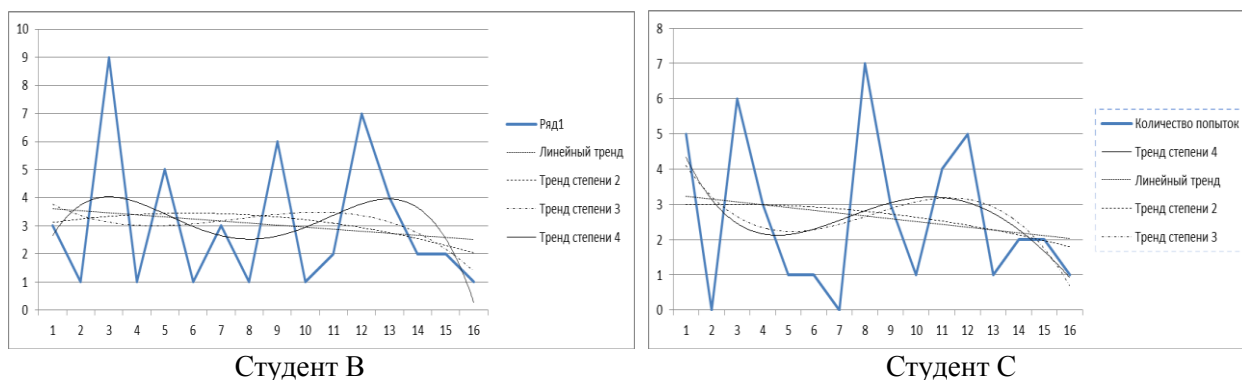


Рис. 3. Выделение тренда количества попыток у студента В и С.

Все тренды показывают снижение интереса к обучению в середине курса и в конце курса. Однако в середине курса студент В имел высокие баллы по лучшей попытке, и в конце курса – тоже. Поэтому можно сделать вывод, что интерес к обучению у студента В сохранился. Студент С не добивался максимальных баллов за тесты на протяжении всего курса. Падение интереса студента С к обучению очевидно, т.к. он совершал все меньше попыток пройти тесты в конце курса.

Отдельный интерес представляет исследование интереса к курсу у учебной группы студентов. Эту задачу можно также решить с помощью анализа временного ряда со случайным числом измерений, например, следующим образом. Под числом измерений понимаем число студентов, решавших тест (это число колеблется в исследуемой группе от 14 до 19). Под значением $\bar{y}(t_i) = (y(t_i^1) + y(t_i^2) + \dots + y(t_i^n)) / n$ в этом случае понимаем среднее из наибольших баллов (т.е. тех баллов, на которых студент остановился).

Исходя из данных, представленных в таблице 3 по одной учебной группе, мы выяснили, что интерес к обучению снижается, начиная с самого начала обучения (см. рис.4). Однако к концу обучения интерес к учебе стабилизируется на достаточно приемлемых значениях тестовых баллов.

Таблица 3. Средние из лучших баллов студентов одной группы по всем тестам курса

	Тест 1	Тест 2	Тест 3	Тест 4	Тест 5	Тест 6	Тест 7	Тест 8	Тест 9	Тест 10	Тест 11	Тест 12	Тест 13	Тест 14	Тест 15	Тест 16
$\bar{y}(t_i)$	0,9687	1	0,9572	0,922	0,8205	0,88	0,875	0,9512	0,8771	0,7947	0,7827	0,8232	0,765	0,81	0,8479	0,7688

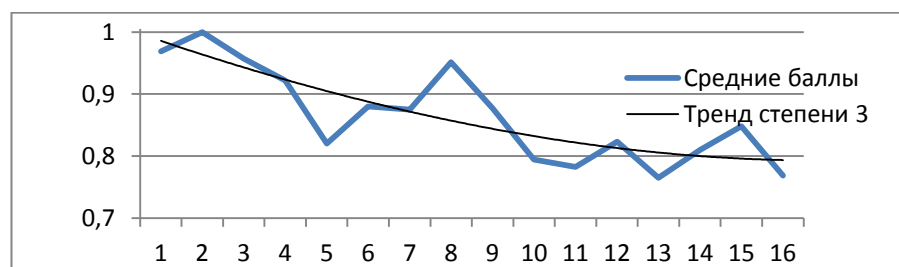


Рис.4. Снижение интереса к обучению у одной учебной группы студентов.

Заключение

Таким образом, мы показали, что с помощью выделения тренда временного ряда трудно сделать краткосрочный прогноз успехов студента при смешанном обучении (прогноз балла контрольной работы). Для этого можно использовать балл первой попытки прохождения теста или средний балл по всем попыткам. Однако возможно ситуация, когда балл контрольной значительно ниже прогнозируемого (к.р. 2, 4 в табл.2). Это говорит о несоответствии трудности и (или) содержания контрольной и тестовых заданий. Прогноз по лучшим баллам попыток использовать не стоит, так как он дает завышенные значения прогнозируемых величин. Снижение интереса к обучению можно наблюдать с помощью выделения тренда количества попыток, но только для студентов с невысокими достижениями в тестовых баллах. Эффективным является исследование интереса к обучению у группы студентов, с использованием средних из лучших тестовых баллов студентов группы по каждому тесту. Если падение интереса к обучению установлено, то следует применять специальные педагогические приемы, чтобы интерес в процессе смешанного обучения сохранился.

Библиография

1. Бокс Дж., Дженкинс Г.М. Анализ временных рядов, прогноз и управление. – М.: Мир, 1974. – 406 с.
2. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976. – 751 с.
3. Кендалл М. Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
4. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
5. Устинова И.Г. Анализ временных рядов при случайном числе данных в моменты измерений, диссертация... канд. тех. наук – Томск, 2000. – 137 с.
6. Лазарева Е.Г., Устинова И.Г., Подстригич А.Г. Использование тестирующих программ в процессе обучения высшей математике // Вестн. Томского гос. пед. ун-та. – 2012. – Вып. 7 (122). – С. 217-222.
7. Устинова И.Г., Лазарева Е.Г. Возможности применения электронного ресурса на платформе MOODLE в курсе Линейная алгебра и аналитическая геометрия // Образовательные технологии и общество. – 2017. – Т. 20. № 1. – С. 400-409.
8. <http://MOODLE.org> (дата обращения 3.02.2016)
9. Бахрушин В. Е. Методы оценивания характеристик нелинейных статистических связей // Системные технологии. – 2011. – № 2(73). – С. 9-14.

УДК 517.929: 517.93 / .935

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Ларионов А.С., Никишина И.А.

Братский государственный университет, Россия, Братск, larios84@yandex.ru, ipa_Q@mail.ru

Рассматривается задача Коши для нелинейного дифференциального уравнения первого порядка с запаздывающим аргументом. Приводятся утверждения о разрешимости этого уравнения. Доказательство утверждений основано на редукции исходной задачи к уравнению с монотонным оператором. При такой редукции существенными оказываются условия сохранения знака функции Коши соответствующего линейного дифференциального уравнения. Приводится ряд эффективных признаков знакопостоянства функции Коши. Полученные результаты применяются при исследовании математических моделей некоторых задач экономики и биологии.

Ключевые слова: функционально-дифференциальное уравнение, разрешимость, задача Коши, математическая модель, монотонный оператор.