

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СОРАН

ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
с элементами научной школы для молодых учёных



XXXIII
СИБИРСКИЙ
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЙ
СЕМИНАР,

посвящённый 60-летию
Института теплофизики
им. С.С. Кутателадзе СОРАН

6 – 8 июня 2017 г.
Новосибирск, Россия

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Новосибирск 2017

УДК 536.46

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ
МЕТАЛЛИЗИРОВАННОГО ТВЕРДОГО ТОПЛИВА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ДАВЛЕНИЯ**

Порязов В. А.¹, Крайнов А. Ю.¹, Крайнов Д. А.²

¹ Томский государственный университет,
634050, Томск, пр. Ленина, 36

² Томский политехнический университет,
634050, Томск, пр. Ленина, 30

Представлена физико-математическая модель горения металлизированного твердого топлива. Модель строится на основе моделей, представленных в работах [1,2]. В модели учитываются химические реакции в конденсированной и в газовой фазах, нагрев и горение частиц алюминия в потоке газа, движение продуктов сгорания, отставание скорости движения частиц от газа. На поверхности горения ставятся граничные условия четвертого рода (условия сопряжения).

В системе координат, связанной с поверхностью твердого вещества, система уравнений математической модели записывается в виде:

$$\rho_1 c \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + u \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + Q_1 k_1 \rho_1 (1 - \eta) e^{-\frac{E_1}{RT_1}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} = k_1 (1 - \eta) e^{-\frac{E_1}{RT_1}}. \quad (2)$$

Для газовой фазы

$$\rho_2 c \left(\frac{\partial T_2}{\partial t} + v \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{dp}{dt} + Q_2 k_2 \rho_2 Y e^{-\frac{E_2}{RT_2}} + 4\pi \alpha_r r_{3,j}^2 n_j (T_3 - T_2), \quad (3)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + v \frac{\partial Y}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - k_2 Y e^{-\frac{E_2}{RT_2}}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v}{\partial x} = -G, \quad (5)$$

$$p = \rho_2 RT / \mu, \quad (6)$$

$$c_3 \rho_3 \left(\frac{\partial T_3}{\partial t} + w \frac{\partial T_3}{\partial x} \right) = -4\pi \alpha_r r_k^2 n (T_3 - T_2) + \frac{2\mu_{Al}}{3\mu_O} G Q_{Al}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_3 w)}{\partial x} = G, \quad (8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} = -\tau_{fr}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nw)}{\partial x} = 0, \quad (10)$$

Граничные условия:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(x_s, t)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(x_s, t)}{\partial x}, T_1(x_s, t) = T_2(x_s, t),$$

$$\frac{\partial T_1(-\infty, t)}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_2(\infty, t)}{\partial x} = 0, \frac{\partial Y(\infty, t)}{\partial x} = 0,$$

$$\alpha_{Al} \rho_1 u = \rho_3 w(x_s, t), \rho_2(x_s, t) = P / RT_2(x_s, t),$$

$$n(x_s, t) = \rho_3(x_s, t) / \left(\frac{4}{3} \pi r_{Al,0}^3 \rho_k \right), \quad (11)$$

$$(1 - \alpha_{Al}) \rho_1 u = (\rho_2 v Y) \Big|_{(x_s, t)} - D \rho_2(x_s, t) \frac{\partial Y(x_s, t)}{\partial x},$$

$$(1 - \alpha_{Al}) \rho_1 u = \rho_2(x_s, t) v(x_s, t).$$

Начальные условия:

$$\text{Для } -\infty < x < x_s: T_1(x, 0) = T_0, \eta(x, 0) = 0,$$

$$\text{Для } x_s < x < \infty: T(x, 0) = T_{ig}, Y(x, 0) = 0,$$

$$v(x, 0) = 0, p(0) = p_0, \quad (12)$$

$$\rho_2(x, 0) = p_0 \mu / RT_{ig},$$

$$\rho_3(x, 0) = 0, w(x, 0) = 0, n(x, 0) = 0.$$

Сила взаимодействия частиц алюминия с газом вычисляется по формуле:

$$\tau_{fr} = F_{tr} / \left(\frac{4}{3} \pi r_k^3 \rho_k \right), F_{tr} = C_R S_m \rho_2 (w - u) |u - w| / 2.$$

Коэффициент сопротивления определяется по эмпирической формуле:

$$C_R = 24 / \text{Re} (1 + 0,15 \text{Re}^{0,682}), \text{Re} = 2r_k \rho_2 |u - w| / \eta.$$

Коэффициент теплоотдачи определяется как:

$$\alpha = \frac{Nu \lambda_2}{2r_k}, Nu = 2 + \sqrt{Nu_l^2 + Nu_t^2}, \quad (13)$$

где $Nu_l = 0,664 \text{Re}^{0,5}$, $Nu_t = 0,037 \text{Re}^{0,8}$.

Выражение для скорости изменения массы частиц при их горении:

$$G = \frac{3\mu_O}{2\mu_{Al}} n \rho_k 4\pi k_{Al} a^{0,9} r_{Al}^{1,5}, k_{Al} = 2,22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{1,5} / \text{с}. \quad (14)$$

Размер текущей части алюминия r_{Al} в частице r_k определяется по формуле:

$$r_{Al} = \left[\frac{2\mu_{Al}}{3\mu_O} \left(\left(1 + \frac{3\mu_O}{2\mu_{Al}} \right) r_{Al,0}^3 - \frac{\rho_3}{(4/3)\pi \rho_k} \right) \right]^{1/3}. \quad (15)$$

Скорость горения определяется как скорость движения изолинии глубины превращения $\eta=0,99$.

Задача решалась численно, методами, изложенными в [1,2]. Проведено исследование зависимости скорости горения от глубины и скорости изменения давления.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МК-1763.2017.8

Список литературы:

1. В. А. Порязов, А. Ю. Крайнов, Д. А. Крайнов Математическое моделирование горения пороха Н с добавлением порошка алюминия // ИФЖ. – 2015. – Т.88, № 1. – Р. 93–101.
2. Порязов В. А., Крайнов А. Ю. Численное моделирование погасания пороха Н при резком сбросе давления на основе сопряженной модели горения // ФГВ. – 2015. – Т.51, № 2. – С. 47–52