

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Механико-математический факультет

**Всероссийская молодежная
научная конференция
«Все грани математики и
механики»**

(25–29 апреля 2016 г.)

Сборник статей

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук, профессора А.В. Старченко

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2016

Анализ нестационарных ламинарных режимов естественной конвекции в замкнутом кубическом контуре с локальным источником энергии треугольного сечения *

Гибанов Н. С., Шеремет М. А.

Томский государственный университет, Томск
e-mail: Fire9n@mail.ru

Аннотация

Проведен численный анализ ламинарных режимов естественной конвекции в замкнутом кубическом контуре с локальным источником энергии треугольного сечения. Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура» и решена методом конечных разностей. Получены трехмерные распределения температуры в широком диапазоне изменения числа Рэлея.

Ключевые слова: естественная конвекция, математическое моделирование, замкнутая кубическая полость, локальный источник энергии треугольного сечения.

Введение. В последние годы процессам естественной конвекции в замкнутых областях уделяется большое внимание в силу широкой сферы применения результатов таких исследований. Так, например, в [1] авторы рассматривают конвективно-радиационный теплообмен в замкнутой кубической полости при наличии теплопроводных стенок конечной толщины и локального источника энергии, который расположен в нижней части области и занимает всю площадь нижней стенки. В [2] авторы уделяют внимание моделированию нестационарных режимов естественной конвекции замкнутой квадратной пористой полости с теплопроводными стенками конечной толщины и с локальным источником квадратной формы. Численный анализ такой задачи проводился в рамках модели Дарси-Форхгеймера с использованием, как и в [1], безразмерных переменных «функция тока – вектор завихренности – температура», с тем

* Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МД-6942.2015.8).

отличаем, что в пространственном случае место функции тока занимает векторный потенциал. В [3] авторы анализируют режимы термогравитационной конвекции в кубической полости с локальным источником энергии квадратного сечения. Исследуемая область в этом случае не является замкнутой – на одной из стенок имеется открытая часть, и авторы рассматривали влияние размера открытой области на распределение тепла и характер течения. В работах [4, 5] проведено математическое моделирование сложного теплопереноса в замкнутой прямоугольной полости. В этих задачах также имеются локальные источники энергии, но формы их различны, что существенно влияет на характер течения среды в исследуемой полости и тепловое распределение. Необходимо отметить, что работ, посвященных исследованию задач сложного теплопереноса, на данный момент мало, что объясняется трудностью математической постановки, проблемами с вычислительной частью, а также сложностью механизмов переноса энергии.

Целью данной работы является численное исследование влияния фактора нестационарности и числа Рэлея на конвективный теплообмен внутри кубической полости при наличии источника постоянной температуры треугольного сечения.

Физическая и математическая модель. Расчетная область представлена на рисунке 1. В замкнутой кубической полости на нижней стенке расположен источник энергии. Температура на его поверхности во все время процесса была постоянная и максимальная во всей области. Две противоположные вертикальные стенки ($\bar{x} = 0$ и $\bar{x} = L$) поддерживаются при постоянной минимальной температуре T_c . Остальные стенки считаются адиабатическими. Процесс конвективного теплопереноса в рассматриваемой полости описывается системой нестационарных пространственных уравнений Буссинеска в преобразованных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура».

Математическая модель представленной задачи формулируется в следующей форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_x}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial u}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial u}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial u}{\partial z} = \\ = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial y}, \end{aligned} \quad (1)$$

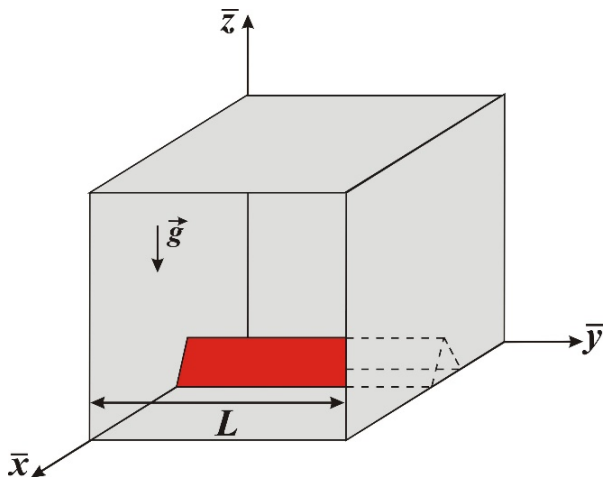


Рис. 1. Расчетная область

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_y}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_y}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_y}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial v}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial v}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial v}{\partial z} = \\ = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 \omega_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_z}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \omega_z}{\partial y} + w \frac{\partial \omega_z}{\partial z} - \omega_x \frac{\partial w}{\partial x} - \omega_y \frac{\partial w}{\partial y} - \omega_z \frac{\partial w}{\partial z} = \\ = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2} &= -\omega_x, \\ \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} &= -\omega_y, \\ \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial z^2} &= -\omega_z, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right). \quad (5)$$

Здесь x, y, z – безразмерные декартовы координаты; τ – безразмерное время; u, v, w – безразмерные составляющие компоненты вектора скорости; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – безразмерные составляющие вектора завихренности; ψ_x, ψ_y, ψ_z – безразмерные компоненты векторного

потенциала; θ – безразмерная температура; Ra – число Рэлея; Pr – число Прандтля.

Начальные условия для сформулированной задачи (1) – (5) рассматривались в следующем виде:

$$\psi_x = \psi_y = \psi_z = \omega_x = \omega_y = \omega_z = 0, \theta = 0.5.$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} = \psi_y = \psi_z = 0, \omega_x = 0, \omega_y = -\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2}, \omega_z = -\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2},$$

$$\theta = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } x = 1;$$

$$\psi_x = \frac{\partial \psi_y}{\partial y} = \psi_z = 0, \omega_x = -\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2}, \omega_y = 0, \omega_z = -\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0 \text{ и } y = 1;$$

$$\psi_x = \psi_y = \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0, \omega_x = -\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2}, \omega_y = -\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2}, \omega_z = 0,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0 \text{ и } z = 1;$$

$$\theta = 0 \text{ на поверхности источника.}$$

Основные уравнения (1) – (5) с соответствующими начальными и граничными условиями были решены с помощью метода конечных разностей. Подробное описание разработанного численного метода было сделано ранее в [1, 6].

Результаты. Численный анализ был проведен в широком диапазоне изменения числа Рэлея $Ra = 10^4 - 10^6$ при $Pr = 0,7$. На рисунке 2 представлены трехмерные поля скорости и температуры для различных значений безразмерного температурного напора. При малом значении числа Рэлея ($Ra = 10^4$) полость прогревается значительно хуже, чем в случаях с большими значениями ($Ra = 10^5 - 10^6$). Следует отметить, что для всего диапазона числа Рэлея образуются зоны максимальных и минимальных значений вектора скорости вследствие наличия нагревательного элемента – скорости над ним будут максимальны, и охлаждающих вертикальных стенок – вблизи них скорости минимальны. Изменение числа Рэлея приводят к изменению формы областей таких значений. Кроме того, температурные поля, представленные на рисунке, в случае $Ra = 10^4$ иллюстрируют доминирование теплопроводности. Рост

величины выталкивающей силы приводит к интенсификации конвективного потока и формированию стабильного теплового факела.

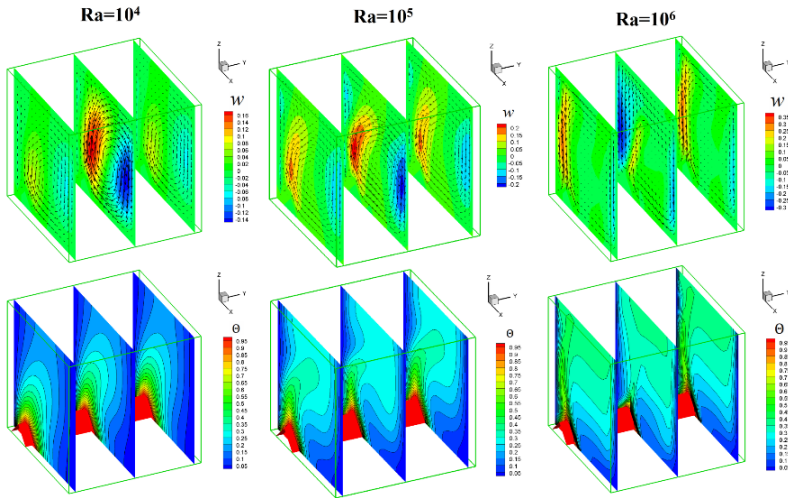


Рис. 2. Распределения скорости w (верхний ряд) и температуры θ (нижний ряд) при различных значениях числа Рэлея

Рисунок 3 отражает влияние фактора нестационарности на характер распределения температуры и скорости внутри объема при $Ra = 10^5$.

В начальный момент времени ($\tau = 1$) из рисунка видно, что теплопроводность является доминирующим механизмом переноса тепла. Изотермы низкой температуры расположены параллельно друг другу и охлаждающим вертикальным стенкам полости. В свою очередь, изотермы высокой температуры также равномерно распространяются от нагревателя. Поле скорости отражает формирование зоны высокой интенсивности процесса, расположенной над источником тепла. Рост времени ($\tau = 3$) приводит к увеличению масштабов прогрева полости от источника энергии и охлаждения от вертикальных холодных стенок, что проявляется в интенсификации конвективного потока вследствие роста градиента температур. Эволюция теплового факела над нагревателем характеризует взаимодействие между тепловыми пограничными слоями, формирующимися на вертикальных стенках. Следует также отметить, что

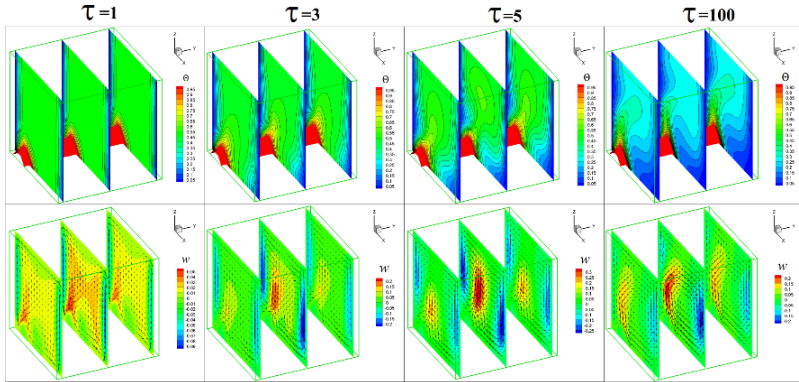


Рис. 3. Эволюция полей температуры θ (верхний ряд) и скорости w (нижний ряд) при $Ra = 10^5$

над источником тепла формируются восходящие потоки, а вблизи охлаждающих стенок – нисходящие потоки. Дальнейшее увеличение времени приводит к повышению вертикальной компоненты вектора скорости при значительном прогреве полости над тепловыделяющим элементом. Момент времени $\tau = 100$ отражает формирование стационарного режима. Уменьшение максимальной вертикальной скорости при $\tau = 100$ по сравнению с моментом времени $\tau = 5$ можно объяснить снижением разности температур внутри полости из-за более равномерного прогрева анализируемого объекта.

Заключение. Проведено численное моделирование естественной конвекции в замкнутой кубической полости с локальным источником тепла треугольного сечения при $Pr = 0.7$. Изучено влияние числа Рэлея и времени на распределения скорости и температуры внутри объема. Показано, что увеличение Ra приводит к интенсификации конвективного течения и теплообмена, а также отражается на эволюции термогидродинамических структур.

Литература

1. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Conjugate natural convection with radiation in an enclosure / International Journal of Heat and Mass Transfer. 2009. V. 52. P. 2215-2223.

2. Aleshkova I.A., Sheremet M.A. Unsteady conjugate natural convection in a square enclosure filled with a porous medium / International Journal of Heat and Mass Transfer. 2010. V. 53. P. 5308-5320.
3. Fontana E. et al. Three-dimensional analysis of natural convection in a partially-open cavity with internal heat source / International Journal of Heat and Mass Transfer. 2013. V. 61. P. 525-542.
4. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source / International Journal of Thermal Sciences. 2014. V. 76. P. 51-67.
5. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Математическое моделирование сложного теплопереноса в замкнутой прямоугольной области / Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т.16. № 1. С. 123-133.
6. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции / М.А. Шеремет. LAP: Lambert academic publishing, 2011. 167 с.