

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МАТЕРИАЛЫ**  
**V Международной молодежной**  
**научной конференции**  
**«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ**  
**И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**  
**ИНФОРМАЦИОННЫХ,**  
**ТЕХНИЧЕСКИХ**  
**И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

**Томск, 19–20 мая 2017 г.**

*Под общей редакцией  
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск  
Издательский Дом Томского государственного университета  
2017

тинными значениями. Это чревато дефицитом товара, и, следовательно, потерей прибыли из-за неудовлетворенного спроса.

### Заключение

Таким образом, в данной работе показано, что привлечение дополнительной информации о двух квантилях ф.р. заданного уровня существенно снижает СКО независимо от вида распределения оцениваемых данных, что позволяет получить более качественную оценку среднего уровня вложений в оборотные средства и более точные значения показателей оборачиваемости. Ошибочные предположения экспертов ухудшают точность оценивания среднего уровня вложений независимо от того, ошибается один из двух или оба эксперта. Чем больше величина погрешности, тем меньше влияние априорной информации на показатели оборачиваемости.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бауэрсокс Д. Логистика: Интегрированная цепь поставок : пер. с англ. / Д. Бауэрсокс, Д. Клосс. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2010. – 640 с.
2. Маслов Б.Г. Повышение эффективности использования оборотного капитала: материально-производственные запасы // Управленческий учет. – 2005. – № 1. – С. 30–35.
3. Зенкова Ж.Н. Логистический подход в управлении предприятием [Электронный ресурс] : учебно-методический комплекс // Томский государственный университет, 2012. URL: <http://edu.tsu.ru/eor/resource/699/tpl/index.html> (дата обращения: 24.07.2017).
4. Зенкова Ж.Н. Применение методов обработки цензурированных данных при анализе оборачиваемости / Ж.Н. Зенков, О.Б. Макеева // Вестник науки Казахского агротехнического университета им. С.Сейфуллина. – 2014. – № 3 (82). – С. 21–30.
5. Зенкова Ж.Н. Использование информации о квантиле при анализе оборачиваемости оборотных средств / Ж.Н. Зенкова, О.Б. Макеева // Труды Томского государственного университета. – Т. 297. Серия физико-математическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы III Всероссийской молодежной научной конференции. Томск, 22–23 мая 2015 г. / под общ. ред. И.С. Шмырина. – Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2015. – С. 82–87.
6. Зенкова Ж.Н. Влияние вида распределения стоимости оборотных средств на показатели оборачиваемости по интервальным данным / Ж.Н. Зенкова, О.Б. Макеева // Труды Томского государственного университета. – Т. 299. Серия физико-математическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем : материалы IV Всероссийской молодежной научной конференции. Томск, 20–21 мая 2016 г. / под общ. ред. И.С. Шмырина. – Томск : Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. – С. 57–62.
7. Зенкова Ж.Н. Статистическая обработка данных с учетом симметрии распределения / Ж.Н. Зенкова – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 188 с.
8. Giolo S.R. Turnbull's Nonparametric Estimator for Interval-Censored Data // Technical Report. – August, 2004.
9. Боровков А.А. Математическая статистика / А.А. Боровков. – Новосибирск: Наука; Изд-во Института математики, 1997. – 772 с.
10. Дмитриев Ю.Г. Статистическое оценивание распределений вероятностей с использованием дополнительной информации / Ю.Г. Дмитриев, Ю.К. Устинов. – Томск: Изд-во ТГУ, 1988. – 194 с.

## РАСЧЕТ РЕЗЕРВОВ ПРОИЗОШЕДШИХ, НО НЕЗАЯВЛЕННЫХ УБЫТКОВ В СТРАХОВАНИИ, ИНОМ, ЧЕМ СТРАХОВАНИЕ ЖИЗНИ НА ПРИМЕРЕ ДОГОВОРОВ МЕДИЦИНСКОГО СТРАХОВАНИЯ (ДМС)

**Ж.Н. Зенкова, Н.С. Путилина**

*Томский государственный университет*  
thankoffjean@mail.ru, nadya.putilina.1995@mail.ru

### Введение

Страховые услуги являются одним из наиболее значимых элементов рыночной инфраструктуры. Страхование обеспечивает страховщикам надежную защиту их интересов от финансовых рисков, неблагоприятных последствий аварий, различного рода стихийных бедствий и пр.

Важнейшей особенностью деятельности страховщиков является формирование страховых резервов для обеспечения финансовой устойчивости компании и выполне-

ния обязательств перед клиентами. Они отражают величину обязательств страховщика перед страхователями по заключенным договорам страхования, еще не исполненным на данный момент времени. Средства страховых резервов используются для выплат страховых сумм и страховых возмещений в тех случаях, когда для обеспечения выплат страхователям не хватает текущих поступлений страховых премий.

В данной статье рассматриваются два метода расчета резерва произошедших, но незаявленных убытков (РПНУ), а именно: метод цепной лестницы и метод Борнхуэттера-Фергюсона, которые были апробированы на реальных данных о выплатах по медицинскому страхованию.

## 1. Страховые резервы в страховании, ином, чем страхование жизни

Страховой резерв – это денежный фонд, образуемый страховой компанией за счет аккумулированных страховых взносов и предназначенный для обеспечения исполнения ею обязательств по страховым выплатам в порядке и на условиях, предусмотренных как действующим законодательством, так и заключенным договором страхования [1].

Потребность в формировании страховых резервов обусловлена вероятностным характером страховых событий и неопределенностью момента наступления и величины ущерба. Средством аккумулирования информации, необходимой для оценки резерва произошедших, но незаявленных убытков, является треугольник развития, также называемый треугольником убытков или треугольником выбывания. В вышеупомянутых методах используется треугольник развития в кумулятивной форме: строки – кварталы наступления убытков, столбцы – кварталы развития убытков. В таком правом верхнем треугольнике оплаченные убытки представлены по кварталам страховых событий накопленным итогом к концу каждого квартала развития. Для расчета была взята статистика по портфелю договоров медицинского страхования реальной страховой компании. Для сохранения коммерческой тайны данные, представленные в табл. 1, приведены в условных единицах.

## 2. Расчет резервов произошедших, но незаявленных убытков методом цепной лестницы

Метод цепной лестницы, также называемый в литературе методом пошагового восхождения, основан на предположении о постоянстве во времени соотношения величин оплаченных убытков между периодами урегулирования страховых случаев, то есть

$$Y_{i,j+1} = m_j Y_{ij}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, n-1 \quad \text{и} \quad Y_{i\infty} = M_n Y_{in}, \quad i = 1, n,$$

где  $m_j$  – случайная величина, представляющая собой коэффициент роста платежей по страховым случаям, произошедшим в  $i$ -ом периоде, от одного отчетного периода к другому (с номерами  $j$  и  $j+1$  соответственно),  $M_n$  – случайная величина, отражающая изменение платежей в промежутке между периодами с номерами  $n$  до окончательного урегулирования убытков по страховым случаям, произошедшим в период с номером  $i$  [2].

Величины  $m_j$  и  $M_n$  называемые коэффициентами развития, предполагаются независимыми от периода  $i$  наступления страхового случая.

Исследуемый массив данных о деятельности конкретной страховой компании

| Период наступления страхового случая | Последний календарный день квартала |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                      | 1                                   | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    | 19    | 20    |
| 1                                    | 6,38                                | 11,88 | 18,56 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 | 19,81 |
| 2                                    | 6,50                                | 10,94 | 15,00 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 | 15,31 |       |
| 3                                    | 5,81                                | 11,19 | 14,19 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 | 15,00 |       |
| 4                                    | 4,75                                | 8,56  | 9,25  | 9,31  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  | 9,50  |       |       |
| 5                                    | 3,69                                | 8,44  | 11,38 | 12,06 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 | 12,31 |       |       |       |
| 6                                    | 12,44                               | 20,94 | 21,38 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 | 22,63 |       |       |       |       |       |
| 7                                    | 7,00                                | 14,38 | 15,00 | 15,25 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 | 15,38 |       |       |       |       |       |
| 8                                    | 5,94                                | 16,50 | 27,25 | 27,31 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 | 27,38 |       |       |       |       |       |
| 9                                    | 7,13                                | 13,81 | 17,31 | 23,25 | 23,25 | 23,25 | 23,25 | 23,25 | 23,25 | 23,31 | 23,31 | 23,31 | 23,31 |       |       |       |       |       |       |       |
| 10                                   | 6,00                                | 16,94 | 19,13 | 19,56 | 20,31 | 20,31 | 20,31 | 20,38 | 20,38 | 20,38 | 20,38 | 20,38 |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 11                                   | 10,25                               | 29,00 | 31,19 | 31,19 | 32,50 | 32,56 | 32,81 | 33,31 | 33,31 | 33,31 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 12                                   | 5,81                                | 18,25 | 29,38 | 30,06 | 31,06 | 31,13 | 31,13 | 31,44 | 31,44 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 13                                   | 5,94                                | 16,00 | 18,25 | 20,63 | 20,63 | 20,63 | 20,63 | 20,63 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 14                                   | 6,94                                | 19,19 | 20,00 | 22,94 | 29,06 | 29,06 | 29,06 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 15                                   | 7,81                                | 23,19 | 23,81 | 23,94 | 24,19 | 24,19 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 16                                   | 7,94                                | 13,50 | 14,63 | 14,81 | 15,13 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 17                                   | 5,75                                | 20,00 | 22,63 | 23,06 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 18                                   | 12,88                               | 26,44 | 32,13 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 19                                   | 10,56                               | 29,56 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 20                                   | 7,19                                |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

Процедура расчета РПНУ методом цепной лестницы реализуется по следующему алгоритму.

**Этап 1.** Для начала оцениваются коэффициенты развития убытков

$$\hat{m}_j = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^n Y_{i,j}}, \quad j = \overline{1, n-1}, \quad \hat{M}_n = \frac{\hat{Y}_{1,n}}{Y_{1,n}}, \quad \hat{M}_j = \left( \prod_{k=j}^{n-1} \hat{m}_k \right) \hat{M}_n, \quad (1)$$

где  $\hat{M}_j$  – коэффициент, отражающий изменение суммы осуществленных платежей после  $j$ -го финансового периода. Коэффициент развития  $\hat{m}_j$  показывает, во сколько раз среднее значение убытка, урегулированных в текущем периоде развития, превышает аналогичный показатель в предыдущем периоде.

**Этап 2.** Значения будущих выплат рассчитываются следующим образом:

$$\hat{Y}_{i\infty} = Y_{i,n-i+1} \hat{M}_{n-i+1}.$$

Неизвестные элементы под главной диагональю треугольника убытков определяются исходя из выражения

$$\hat{Y}_{i,j+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} Y_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} Y_{i,j}} = \hat{m}_j Y_{ij}.$$

**Этап 3.** Резерв для неурегулированных страховых случаев по каждому периоду наступления убытков оценивается по формуле

$$\hat{R}_i = \hat{Y}_{i\infty} - Y_{i,n-i+1}.$$

**Этап 4.** Путем суммирования оценок резервов, полученных на этапе 3, находим оценку общего размера РПНУ к концу страхового периода с номером  $n$ :

$$R = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i.$$

**Достоинства:** простота, доступность, очевидность.

**Недостатки:**

1. Метод пошагового восхождения не работает, когда  $Y_{1n} = 0$ , т.е., когда еще нет ни одного сообщения о страховом случае или ни один случай не оплачен. Метод цепной лестницы предполагает, что распределение конечного убытка по периодам урегулирования в среднем одинаково для всех периодов зарождения. Однако на практике процессы убытков разных периодов инцидента зачастую заметно различаются. Поэтому данный метод может применяться актуарием для оценки РПНУ только в том случае, если в течение анализируемого периода времени отсутствовали внешние (инфляция, изменения в действующем законодательстве и др.) или внутренние факторы (изменения процедуры урегулирования страховых случаев, структуры страхового портфеля, лимитов ответственности по договорам перестрахования и др.), оказывающие существенное воздействие на распределение убытков страховой организации по периодам их оплаты. В противном случае нарушается исходная предпосылка метода о пропорциональности столбцов треугольника развития;

2. Рассмотренный метод очень чувствителен к изменению даже одного значения в треугольнике развития. Следовательно, присутствие в исходном массиве данных крупного по величине убытка может в значительной степени исказить коэффициенты развития убытков от периода к периоду и, как следствие, завязать оценку обязательств страховщика по произошедшим, но неоплаченным убыткам.

3. Часто говорят о статистической несостоятельности метода цепной лестницы, которая выражается в отклонении факта взаимной зависимости (коррелированности) случайных величин  $m_j$  при их последовательном перемножении. Однако математическое ожидание произведения случайных величин равняется произведению их математических ожиданий только тогда, когда они независимы.

4. В методе не учитывается информация о заработанной страховой премии. Реализация метода цепной лестницы для рассматриваемого массива данных из табл. 1 приведена в табл. 2. Рассчитанные коэффициенты развития убытков (табл. 3) говорят о том, что страхование ДМС для страховой компании имеет относительно короткий период урегулирования претензий. Накопленная сумма выплат по страховым случаям  $i$ -го квартала увеличивается во втором квартале развития убытков по сравнению с первым на 135,6%, в третьем квартале темп прироста сокращается до 20,5%, а в седьмом и восьмом составляет лишь 0,3% и 0,1% соответственно. Таким образом, подавляющее большинство убытков по договорам урегулируется страховой компанией в течение первых двух кварталов с момента возникновения.

Таблица 2

## Расчет РПНУ методом цепной лестницы

| Период наступления страхового случая | Последний календарный день квартала |       |       |       |       |       |       |       |      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | РПНУ          |
|--------------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---------------|
|                                      | 1                                   | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9    | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |               |
| 1                                    | 6,38                                | 5,50  | 6,69  | 1,25  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |               |
| 2                                    | 6,50                                | 4,44  | 4,06  | 0,31  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 3                                    | 5,81                                | 5,38  | 3,00  | 0,81  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 4                                    | 4,75                                | 3,81  | 0,69  | 0,06  | 0,19  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 5                                    | 3,69                                | 4,75  | 2,94  | 0,69  | 0,25  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 6                                    | 12,44                               | 8,50  | 0,44  | 1,25  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 7                                    | 7,00                                | 7,38  | 0,63  | 0,25  | 0,13  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 8                                    | 5,94                                | 10,56 | 10,75 | 0,06  | 0,06  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 9                                    | 7,13                                | 6,69  | 3,50  | 5,94  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,06 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 10                                   | 6,00                                | 10,94 | 2,19  | 0,44  | 0,75  | 0,00  | 0,00  | 0,06  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 11                                   | 10,25                               | 18,75 | 2,19  | 0,00  | 1,31  | 0,06  | 0,25  | 0,50  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 12                                   | 5,81                                | 12,44 | 11,13 | 0,69  | 1,00  | 0,06  | 0,00  | 0,31  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,00          |
| 13                                   | 5,94                                | 10,06 | 2,25  | 2,38  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,01 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,01          |
| 14                                   | 6,94                                | 12,25 | 0,81  | 2,94  | 6,13  | 0,00  | 0,00  | 0,10  | 0,01 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,10          |
| 15                                   | 7,81                                | 15,38 | 0,63  | 0,13  | 0,25  | 0,00  | 0,02  | 0,08  | 0,01 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,11          |
| 16                                   | 7,94                                | 5,56  | 1,13  | 0,19  | 0,31  | 0,01  | 0,01  | 0,05  | 0,00 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,07          |
| 17                                   | 5,75                                | 14,25 | 2,63  | 0,44  | 0,74  | 0,01  | 0,02  | 0,08  | 0,01 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0,85          |
| 18                                   | 12,88                               | 13,56 | 5,69  | 1,74  | 1,09  | 0,01  | 0,03  | 0,12  | 0,01 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 3,00          |
| 19                                   | 10,56                               | 19,00 | 6,06  | 1,93  | 1,21  | 0,02  | 0,03  | 0,13  | 0,01 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 9,38          |
| 20                                   | 7,19                                | 9,75  | 3,47  | 1,11  | 0,69  | 0,01  | 0,02  | 0,07  | 0,01 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 15,1          |
| $\hat{m}_j$                          |                                     | 2,356 | 1,205 | 1,054 | 1,032 | 1,000 | 1,001 | 1,003 | 1    | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | РПНУ<br>28,65 |
| $\hat{M}_j$                          |                                     | 3,104 | 1,317 | 1,093 | 1,037 | 1,005 | 1,004 | 1,004 | 1    | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |               |

Общий размер РПНУ к концу квартала №20 согласно оценке методом цепной лестницы должен составлять 28,65 у.е.

### 3. Применение метода Борнхуеттера-Фергюсона для оценки величины резервов убытков

Данный метод был опубликован в 1972 г. американскими актуариями Р.Л. Борнхуеттером и Р.И. Фергюсоном [4]. В этом методе основой для оценки резерва убытков является не величина оплаченных на отчетную дату страховых случаев, а оценка величины окончательного убытка за период с номером  $i$ , выполненная на основе данных о заработанной страховой премии и значении коэффициента убыточности.

Согласно Приказу Министерства финансов Российской Федерации от 11 июня 2002 г. №51н метод Борнхуеттера-Фергюсона должен в обязательном порядке использоваться российскими страховыми организациями при определении страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни [3].

Расчет РПНУ методом Борнхуеттера-Фергюсона реализуется согласно следующему алгоритму.

**Этап 1.** На основе информации, содержащейся в треугольнике развития, по каждому периоду оплаты (развития) убытков рассчитывается совокупная величина убытков, произошедших во все периоды зарождения и оплаченных на конец  $j$ -го периода:

$$Y_j = y_{1j} + y_{2j} + \dots + y_{n-j+1,j} = \sum_{k=1}^{n-j+1} y_{kj}, \quad j = \overline{1, n}.$$

**Этап 2.** Затем, по аналогии с методом цепной лестницы, оцениваются коэффициенты развития убытков, характеризующие относительное увеличение совокупной величины оплаченных убытков от текущего периода оплаты к последующему:

$$C_{j,j+1} = \frac{Y_{j+1}}{Y_j - Y_{n-j+1,j}}, \text{ если } Y_j - Y_{n-j+1,j} \neq 0, j = \overline{1, n-1},$$

$$C_{j,j+1} = \hat{C}_{j+1,j+2}, \text{ если } Y_j - Y_{n-j+1,j} = 0, C_{n,n+1} = 1.$$

**Этап 3.** После этого производится расчет значений факторов развития убытков, эквивалентных коэффициентам  $\hat{M}_j$  из метода пошагового восхождения, по следующей формуле:

$$\hat{C}_{j,j+1} \cdot \hat{C}_{j+1,j+2} \cdot \dots \cdot \hat{C}_{n,n+1} = \prod_{k=j}^n \hat{C}_{k,k+1}, j = \overline{1, n}.$$

Фактор развития убытков соответствует коэффициенту роста суммы платежей по произошедшим в периоде с номером  $i$  страховым случаям к концу  $n$ -го периода оплаты убытков по сравнению с ее размером на конец  $j$ -го отчетного периода.

**Этап 4.** Определяются факторы запаздывания, показывающие, какая часть суммарных убытков  $i$ -го периода урегулируется на конец  $j$ -го периода развития:

$$\hat{L}_j = \frac{1}{\hat{H}_j}, j = \overline{1, n}.$$

Таким образом, факторы развития убытков (или факторы запаздывания) позволяют рассчитать накопленную величину будущих выплат по страховым случаям  $i$ -го периода:

$$\hat{Y}_{i,n} = y_{i,n-i+1} \cdot \hat{H}_{n-i+1} = \frac{y_{i,n-i+1}}{\hat{L}_{i,n-i+1}}.$$

**Этап 5.** Для каждого периода наступления убытков вычисляются коэффициенты оплаченных убытков, равные отношению совокупной стоимости страховых случаев, произошедших в периоде с номером  $i$ , к величине заработанной страховой премии за соответствующий период:

$$\hat{U}_i = \frac{y_{i,n-i+1} \cdot \hat{H}_{n-i+1}}{3\Pi_i} = \frac{\hat{Y}_{i,n}}{3\Pi_i},$$

где  $3\Pi_i$  – заработанная страховая премия за  $i$ -й период наступления убытков. В англоязычной литературе употребляется название Loss Ratio (коэффициент убыточности).

**Этап 6.** Затем оценивается ожидаемый коэффициент произошедших убытков по формуле средней арифметической коэффициентов оплаченных убытков, найденных на предыдущем шаге:

$$\bar{U} = \frac{1}{n}(\hat{U}_1 + \hat{U}_2 + \dots + \hat{U}_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{R}_i,$$

при этом  $\bar{U}$  рассматривается как показатель ожидаемой (прогнозной) убыточности на отчетную дату по всем страховым случаям, произошедшим за  $n$  периодов зарождения.

Коэффициенты убытков для каждого периода страхового случая являются довольно устойчивыми, если не происходят какие-либо события, искажающие их, например, катастрофы, и существенно не изменяются ставки премий. Поэтому коэффициент убытков, базирующийся на тренде статистики за предыдущие периоды, может использоваться для оценки окончательной величины убытка.

**Этап 7.** С помощью  $\bar{U}$  для каждого из  $n$  периодов наступления страховых случаев определяется ожидаемая величина произошедших (оплаченных и неоплаченных) убытков:

$$\hat{V}_i = \bar{U} \cdot 3\Pi_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

**Этап 8.** Далее по каждому  $i$ -му периоду инцидента рассчитывается суммарная величина произошедших, но неоплаченных на отчетную дату убытков:

$$\hat{R}_i = (1 - \hat{L}_{n-i+1}) \cdot \hat{V}_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

**Этап 9.** Резервом убытков на отчетную дату является сумма полученных убытков для каждого квартала событий:

$$R = \sum_{i=1}^n \hat{R}_i. \quad (2)$$

### Преимущества:

1. Метод менее подвержен искажениям и ошибкам в данных за прошлые периоды, поскольку частично базируется на независимой оценке.

2. Преимущество метода Борнхуеттера-Фергюсона состоит в том, что колебания размеров платежей в треугольнике выбывания не приводят к значительным искажениям прогнозных значений страховых резервов, что достигается за счет того, что при расчете данным методом игнорируется информация о произведенных на отчетную дату выплатах по страховым случаям  $i$ -го периода в пользу предположений о будущей величине суммарных выплат. Однако полное недоверие к наблюдаемым данным кажется крайностью. При практическом применении метода Борнхуеттера-Фергюсона может возникнуть ситуация, когда фактически оплаченная в первом периоде сумма убытков превысит ожидаемую (прогнозную) величину совокупного убытка по страховым случаям  $i$ -го периода после их окончательного урегулирования.

3. Метод Борнхуеттера-Фергюсона может быть использован как в случае недостаточного объема исторических данных об урегулировании убытков, имеющихся в распоряжении страховщика, так и в случае их высокой волатильности. Однако характерное для этого метода расчета РПНУ полное игнорирование наблюдаемых данных не способствует доверию к нему.

Для демонстрации расчета РПНУ методом Борнхуеттера-Фергюсона обратимся к имеющемуся треугольнику развития (табл. 1). Коэффициенты и факторы развития убытков имеют такой же вид, как и в методе пошагового восхождения (табл. 2). Факторы развития убытков (или факторы запаздывания) позволяют рассчитать накопленную величину будущих выплат по страховым случаям  $i$ -го периода (табл. 3), а также прогноз убытков на текущий квартал (табл. 4).

Таблица 3

Итоговые ожидаемые выплаты

| №               | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\hat{Y}_{j,n}$ |       | 22,31 | 38,95 | 35,12 | 23,92 | 15,20 | 24,29 | 29,17 | 20,63 | 31,44 |
|                 | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    | 19    | 20    |
| $\hat{Y}_{j,n}$ | 33,31 | 20,38 | 23,31 | 27,38 | 15,38 | 22,63 | 12,31 | 9,50  | 15,00 | 15,31 |

Таблица 4

Прогноз убытков на текущий квартал

| №    | 2     | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|      | 15,12 | 9,38 | 3,00 | 0,85 | 0,07 | 0,11 | 0,10 | 0,01 | 0,00 |
| 11   | 12    | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
| 0,00 | 0,00  | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |



Таблица 5

Факторы запаздывания по методу Борнхуэттера-Фергюссона

| №           | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
|-------------|------|------|------|------|------|
| $\hat{L}_j$ | 0,32 | 0,76 | 0,91 | 0,96 | 1,00 |

Значения факторов запаздывания, представленные в табл. 5, говорят о том, что 32% совокупной стоимости страховых случаев за квартал с номером  $i$  оплачивается непосредственно в том же квартале, к концу следующего за ним квартала урегулируется еще 44% конечного убытка, а концу третьего квартала оплаты – еще 15%.

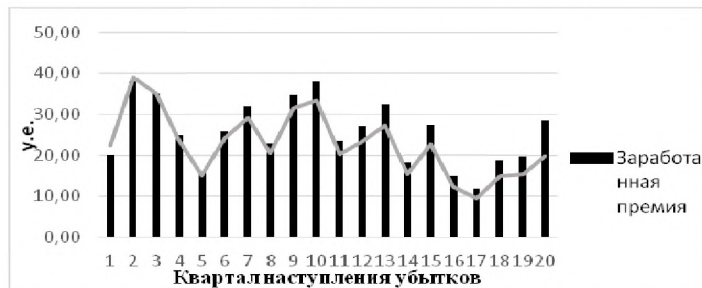


Рис. 2. Суммарные выплаты и заработанная страховая премия по всем кварталам наступления страховых случаев

Как видно из рис. 2, величина страховой премии, заработанной компанией в  $i$ -м квартале наступления убытков, практически всегда превышает совокупную стоимость страховых случаев за  $i$ -й квартал. За счет этого получают высокие значения коэффициентов оплаченных убытков (табл. 6).

Коэффициент оплаченных убытков (табл. 6) показывает, сколько предположительно потребуется для выплаты страховых возмещений в  $i$ -м квартале заработанной премии.

Таблица 6

Коэффициенты оплаченных убытков по методу Борнхуэттера-Фергюссона

| №           | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\hat{U}_i$ | 1,12 | 1,02 | 1,00 | 0,96 | 0,95 | 0,93 | 0,91 | 0,90 | 0,90 | 0,88 |
|             | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
| $\hat{U}_i$ | 0,87 | 0,86 | 0,84 | 0,84 | 0,83 | 0,82 | 0,81 | 0,80 | 0,78 | 0,70 |

Исходя из (1), ожидаемый коэффициент произошедших убытков равен 0,89; заметим, что он рассматривается как показатель ожидаемой (прогнозной) убыточности на отчетную дату по всем страховым случаям, произошедшим за  $n$  периодов зарождения.

Таблица 7

Результаты оценивания величины РПНУ анализируемой страховой компании

| № квартала  | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10    |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| $\hat{R}_i$ | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00  |
|             | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20    |
| $\hat{R}_i$ | 0,00 | 0,00 | 0,01 | 0,06 | 0,11 | 0,06 | 0,37 | 1,42 | 4,19 | 17,06 |

Таким образом, резерв убытков, исходя из табл. 7, рассчитанный по (2), будет равен 23,85 у.е. Если рассматривать тренд коэффициентов оплаченных убытков рис. 2, то видно, что убыточность растет.

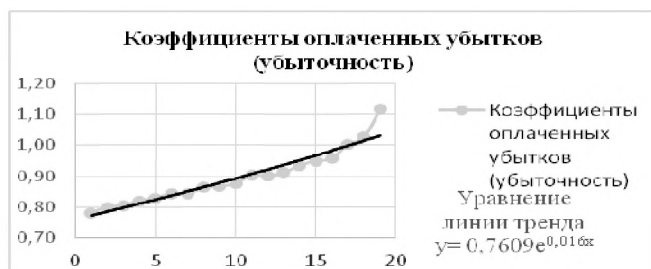


Рис 2. Тренд коэффициентов оплаченных убытков

Таким образом, РПНУ с учетом тренда убыточности составляет 36,59 у.е. Это на 34,82% больше, чем с усреднением убыточности, и на 21,7% больше, чем РПНУ с обычным учетом коэффициентов убытков. Чтобы точнее определить размер РПНУ, необходимо рассмотреть селекцию коэффициентов развития, т.е. учесть трендовое значение. С учетом этого размер РПНУ составил 24,14 у.е.

### Заключение

Резерв произошедших, но незаявленных убытков формируется страховой организацией как гарантия исполнения ею своих обязательств по осуществлению страховых выплат в связи со страховыми случаями, которые уже наступили, но еще не были заявлены страховщику. РПНУ оказывает существенное воздействие на тарифную политику страховой компании, величину отчислений в федеральный бюджет по налогу на прибыль, размер выплачиваемых ею дивидендов и т.д., поэтому точность его оценивания является залогом успешного функционирования страховой компании. Завышенная оценка размера РПНУ требует резервирования большей величины активов в покрытие резерва, заниженная оценка может привести к нехватке средств для осуществления будущих страховых выплат и при наихудшем стечении обстоятельств к банкротству страховщика.

Практическая значимость исследования определяется возможностью применения актуариями описанных в работе модифицированных методик расчета страховых резервов с целью корректировки и уточнения оценок, полученных с помощью рекомендованного Министерством финансов РФ метода Борнхуэттера-Фергюсона. Выбор в пользу той или иной оценки РПНУ осуществляется актуарием на основе сравнительного анализа результатов, полученных различными методами резервирования, и его экспертных суждений о требуемом уровне консервативности оценки РПНУ и о степени соответствия лежащих в основе каждой из сопоставляемых методик предположений складывающейся в самой компании и на отраслевом рынке ситуации.

В данной статье рассматривались два метода расчета резерва произошедших, но незаявленных убытков, а именно – метод цепной лестницы и метод Борнхуэттера-Фергюсона, осуществлялась их апробация на реальных данных о выплатах по медицинскому страхованию за период в двадцать кварталов для некоторой страховой компании, занимающейся страхованием иным, чем страхование жизни. Компании даны практически значимые рекомендации по расчету резерва РПНУ.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мак Томас. Математика рискованного страхования / Томас Мак. – М.: Олимп-Бизнес, 2005. – 432 с.
2. Основы актуарных расчетов: [уч.-практ. пособие] / Ю.Н. Миронкина, А.С. Сорокин. – М.: Изд. Центр ЕАОИ, 2011. – 284 с.
3. Приказ Минфина РФ от 11.06.2002 г. № 51н «Об утверждении Правил формирования страховых резервов по страхованию иному, чем страхование жизни».
4. Bornhuetter R.L. The Actuary and IBNR / R.L. Bornhuetter, R.E. Ferguson // Proceedings of the Casualty Actuarial Society, 59. – 1972. – PP. 181–195.