**УДК: 519.718**

**Голубева О. И.**
к.т.н., доцент
Томский государственный университет

# ТОЧНЫЕ ОЦЕНКИ УПРАВЛЯЕМОСТИ, НАБЛЮДАЕМОСТИ И ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ НЕИСПРАВНОСТИ ДЛЯ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ, ОСНОВАННЫЕ НА ОДНФ И ROBDD ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ ФУНКЦИЙ

*Рассматривается метод точного вычисления мер тестопригодности для класса константных неисправностей комбинационных схем. Вычисление вероятности обнаружения константной неисправности, управляемости и наблюдаемости полюса элемента схемы сводится к вычислению вероятностей единичных значений соответствующих булевых функций обнаружения константной неисправности, управляемости и наблюдаемости, представленных в виде ОДНФ или ROBDD. Методы построения этих функций в виде ОДНФ и ROBDD были предложены нами ранее. Предложенные методы позволяют использовать функции управляемости и наблюдаемости для построения функций обнаружения неисправности и, следовательно, сократить вычислительные затраты для оценки мер тестопригодности.*

***Ключевые слова:*** *управляемость, наблюдаемость, вероятность обнаружения неисправности, комбинационная схема.*

# EXACT ESTIMATIONS OF THE CONTROLLABILITY, OBSERVABILITY AND FAULT DETECTION PROBABILITY FOR COMBINATIONAL CIRCUITS, BASED ON THE ODNF AND ROBDD REPRESENTATIONS OF FUNCTIONS

*The method of calculating of the exact testability measures of the combinational circuit for the class of single stuck-at faults is considered. The calculation of the fault detection probability, controllability and observability of a line is reduced to the calculation of the 1-value probabilities of the fault detection, controllability and observability Boolean functions represented in ODNF or ROBDD. The methods of construction of ODNF and ROBDD representations of the functions have been proposed in our previous work. The proposed methods allow to use the controllability and observability functions for the construction of the stuck-at fault detection functions and, consequently, to reduce the calculation time for estimation of testability measures.*

***Keywords:*** *controllability, observability, fault detection probability, combinational circuit*

К мерам тестопригодности комбинационной схемы, как правило, относят вероятность обнаружения неисправности, управляемость и наблюдаемость полюсов элементов схемы. Меры тестопригодности используются при решении различных задач диагностики дискретных устройств [1, 2]. В литературе предложено достаточно много различных способов вычисления приближенных мер тестопригодности, а вычислению точных мер уделено небольшое внимание. В данной работе рассматривается метод точного вычисления мер тестопригодности для класса константных неисправностей комбинационных схем. Данная работа является продолжением исследований, выполненных в работах [3-5].

Будем рассматривать вероятностные меры тестопригодности [1]. *Вероятность обнаружения неисправности* схемы есть вероятность того, что эта неисправность обнаруживается случайным входным набором. *Наблюдаемость* полюса элемента схемы есть вероятность того, что на случайном входном наборе произойдет смена значения хотя бы на одном из выходов схемы при различных значениях на рассматриваемом полюсе. 1(0)-*управляемость* полюса элемента схемы есть вероятность того, что случайный входной набор устанавливает рассматриваемый полюс в состояние 1(0).

В работах [3, 4] рассматриваются функции обнаружения константной неисправности, управляемости и наблюдаемости. Будем эти функции называть функциями тестопригодности. Функция обнаружения константной неисправности представляет все тестовые наборы для обнаружения одиночной константной неисправности на полюсе элемента схемы; функция наблюдаемости полюса элемента схемы представляет множество тех наборов входных переменных, которые обеспечивают смену значения хотя бы на одном из выходов схемы при смене значения на рассматриваемом полюсе; функция $\alpha$-управляемости представляет наборы входных переменных, устанавливающие на полюсе значение $\alpha$, $\alpha\in\{0,1\}$.

Из рассмотренных определений следует, что вероятность обнаружения константной неисправности, управляемость и наблюдаемость являются вероятностями единичных значений соответствующих функций обнаружения константной неисправности, управляемости и наблюдаемости при заданном распределении $P(X)$ вероятностей единичных значений входных переменных схемы [3]. Вероятность единичного значения булевой функции легко вычислить, если получить функцию в виде ОДНФ или ROBDD. В работах [3, 4] предложены методы, позволяющие получить ОДНФ и ROBDD представления рассматриваемых функций.

В данной работе иногда будем использовать сокращение: вероятность единичного значения функции $f$ – $P$ ($f$ = 1), будем записывать как $P$ ($f$).

Далее сначала рассмотрим один из предложенных в работах [3, 4] способов построения ОДНФ и ROBDD представлений рассматриваемых функций, а затем их применение для вычисления мер тестопригодности.

Рассмотрим комбинационную схему с $n$ входами и $m$ выходами. Пусть $X = \{x_1, ..., x_n\}$ – множество её входных переменных. Обозначим через $\varphi_i(X)$ – функцию, реализуемую $i$-ым, $i\in\{1, ..., m\}$, выходом исправной схемы, $\varphi_i^1(X)$ ($\varphi_i^0(X)$) – функцию, реализуемую $i$-ым выходом схемы с неисправностью константа 1 (0) на полюсе $v$.

*Функция обнаружения неисправности* константа $\alpha$ – $D^\alpha(X)$, $\alpha\in\{0, 1\}$, имеет вид:

$$D^\alpha(X) = D_1^\alpha(X) \vee D_2^\alpha(X) \vee ... \vee D_m^\alpha(X), \quad 1)$$

$$D_i^\alpha(X) = \varphi_i(X) \oplus \varphi_i^\alpha(X) = \varphi_i(X)\overline{\varphi}_i^\alpha(X) \vee \overline{\varphi}_i(X)\varphi_i^\alpha(X),\ i=\overline{1,m}. \quad 2)$$

*Функция наблюдаемости* $B(X)$ имеет вид:

$$B(X) = B_1(X) \vee B_2(X) \vee ... \vee B_m(X), \quad 3)$$

$$B_i(X) = \varphi_i^1(X) \oplus \varphi_i^0(X) = \varphi_i^1(X)\overline{\varphi}_i^0(X) \vee \overline{\varphi}_i^1(X)\varphi_i^0(X),\ i=\overline{1,m}. \quad 4)$$

Обозначим через $f(X)$ функцию, реализуемую выходом подсхемы, соответствующей полюсу $v$. Тогда функции 1-управляемости $C^1(X)$ и 0-управляемости $C^0(X)$ имеют вид:

$$C^1(X) = f(X),\ C^0(X) = \overline{f}(X). \quad 5)$$

Для получения ОДНФ и ROBDD представлений функции обнаружения неисправности константа $\alpha$ в [3, 4] предложено использовать формулу:

$$D^\alpha(X) = B(X)\cdot C^{\overline{\alpha}}(X). \quad 6)$$

Эта формула позволяет совместно решать задачи получения функций управляемости, наблюдаемости и обнаружения неисправности и выделить общую часть при получении функций обнаружения неисправностей константа 1 и константа 0.

Для получения ОДНФ функции $B(X)$, необходимо выполнить ортогонализацию формулы (3) и представить $B_i(X)$ и $\overline{B}_i(X)$ в виде ОДНФ. Ортогонализацию можно выполнить следующим образом:

$$B(X) = B_1(X) \vee \overline{B}_1(X)\cdot B_2(X) \vee ... \vee \overline{B}_1(X)\cdot\overline{B}_2(X)\cdot ...\cdot\overline{B}_{m-1}(X)\cdot B_m(X). \quad 7)$$

Итак, ОДНФ функций тестопригодности можно получить по формулам (4) – (7), получив ОДНФ представления функций $\varphi_i^1(X)$, $\overline{\varphi}_i^1(X)$, $\varphi_i^0(X)$, $\overline{\varphi}_i^0(X)$, $f(X)$ и $\overline{f}(X)$, например, по структурному описанию схемы. ROBDD представления функций можно получить по формулам (3) – (6). Получить в виде ROBDD функции $\varphi_i^1(X)$, $\varphi_i^0(X)$ и $f(X)$ можно также по структурному описанию схемы. Известно, что ROBDD отрицания функции получается из ROBDD самой функции путем замены значений терминальных вершин на противоположные.

Получив функции в виде ОДНФ или ROBDD, можно вычислить меры тестопригодности для заданного $P(X)$ как вероятности единичных значений соответствующих функций не сложными известными способами.

Для функции $f(X)$, представленной в виде ОДНФ, вероятность $P(f(X) = 1)$ при заданном распределении вероятностей единичных значений на входах $P(X) = \{p_1, ..., p_n\}$ вычисляется подстановкой в ОДНФ вместо переменных $x_i$ без инверсий соответствующих вероятностей $p_i$, а вместо переменных $\overline{x}_i$ – вероятностей $1-p_i$, вместо операции конъюнкция – умножения, дизъюнкции – сложения и дальнейшего выполнения действий умножения и сложения.

Для функции $f_w(X)$, представленной в виде ROBDD с корнем $w$, вероятность $P(f_w(X) = 1)$ вычисляется следующим образом [2]: если $w$ – терминальная вершина: $P(f_w) = value(w)$, где $value(w)$ – значение терминальной вершины, иначе $P(f_w) = P(\overline{x})\cdot P(f_{low(w)}) + P(x)\cdot P(f_{high(w)})$, где $x$ – переменная соответствующая вершине $w$, $low(w)$ и $high(w)$ – потомки вершины $w$.

Из формулы (6) следует, что:

$$D^1(X) \vee D^0(X) = B(X)C^0(X) \vee B(X)C^1(X) = B(X).$$

Так как функции $D^1$ и $D^0$ взаимно ортогональны, то: $P(B) = P(D^1) + P(D^0)$.

Отсюда следует, что если рассматриваются две неисправности 0 и 1, то достаточно получить ОДНФ или ROBDD одной из функций $D^\alpha$, а для $D^{\overline{\alpha}}(X)$:

$$P(D^{\overline{\alpha}}) = P(B) - P(D^\alpha).$$

**Пример.**

Рассмотрим схему $Q$ (рисунок 1). Сопоставим внутренние переменные $u_5, ..., u_{10}$ выходам элементов схемы. Рассмотрим полюс $v$ на выходе элемента 6. Получим функции $C^1(X)$, $C^0(X)$, $B(X)$, $D^1(X)$ и $D^0(X)$ для полюса $v$, используя формулы (4) – (6), и затем вычислим значения мер при вероятностях единичных значений на входах

$$P(X) = (\overset{x_1}{1/2}, \overset{x_2}{1/2}, \overset{x_3}{1/2}, \overset{x_4}{1/2}).$$

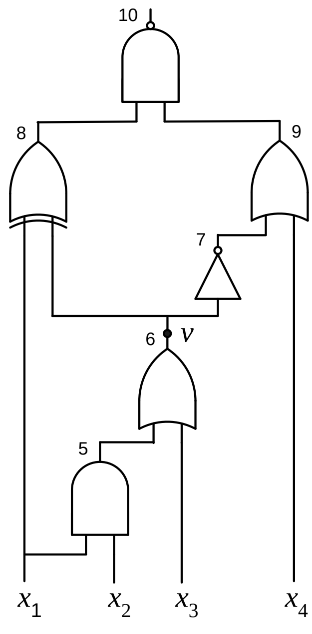



Рисунок 1. – Схема $Q$

Рассмотрим вычисление мер тестопригодности с использованием ОДНФ. При получении ОДНФ функций выполняется ортогонализация ДНФ.

$C^1(X) = u_6 = u_5\overline{x}_3 \vee x_3 = x_1x_2\overline{x}_3 \vee x_3$. Тогда, $P(C^1) = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 + 1/2 = 0.625.$

$C^0(X) = \overline{u}_6 = \overline{u}_5\overline{x}_3 = (\overline{x}_1 \vee x_1\overline{x}_2)\overline{x}_3 = \overline{x}_1\overline{x}_3 \vee x_1\overline{x}_2\overline{x}_3$. $P(C^0) = 0.375.$

Получим ОДНФ функции наблюдаемости $B(X)$ по формуле (4). Напомним, что $\varphi^1(X)$ ($\varphi^0(X)$) – это функция, реализуемая выходом схемы, при значении на полюсе $v$ равном 1 (0).

$$\varphi^1(X) = u_{10} = \overline{u_8 u_9} = \bar{u}_8 \vee u_8 \cdot \bar{u}_9 = (\overline{x_1 \oplus 1}) \vee (x_1 \oplus 1)(\overline{u_7 \vee x_4}) = x_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_4 .$$

$$\varphi^0(X) = (\overline{x_1 \oplus 0}) \vee (x_1 \oplus 0)(\overline{u_7 \vee x_4}) = \bar{x}_1 \vee x_1 \bar{u}_7 \bar{x}_4 = \bar{x}_1 .$$

$$\bar{\varphi}^1(X) = \bar{u}_{10} = u_8 u_9 = (x_1 \oplus 1)(u_7 \vee x_4) = \bar{x}_1 \cdot (0 \vee x_4) = \bar{x}_1 x_4 .$$

$$\bar{\varphi}^0(X) = (x_1 \oplus 0)(u_7 \vee x_4) = x_1 \cdot (1 \vee x_4) = x_1 .$$

$$B(X) = \varphi^1(X)\bar{\varphi}^0(X) \vee \bar{\varphi}^1(X)\varphi^0(X) = (x_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_4) x_1 \vee \bar{x}_1 x_4 \bar{x}_1 = x_1 \vee \bar{x}_1 x_4 .$$

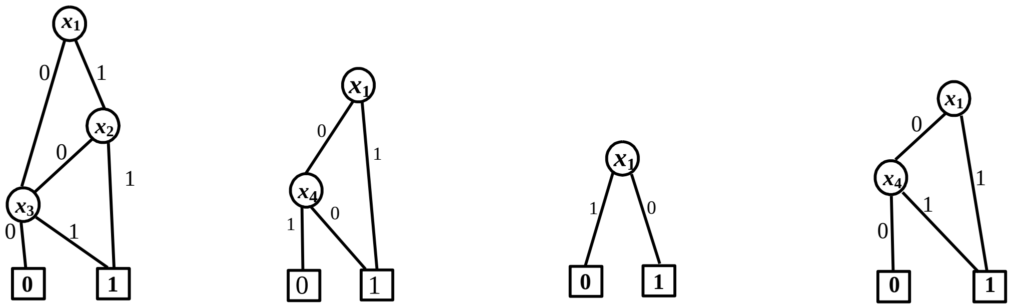
$$P(B) = 1/2 + 1/2 \cdot 1/2 = 0.75.$$

Получим ОДНФ функций $D^1(X)$ и $D^0(X)$ по формуле (6).

$$D^1(X) = B(X) \cdot C^0(X) = (x_1 \vee \bar{x}_1 x_4)(\bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 .$$

$$D^0(X) = B(X) \cdot C^1(X) = (x_1 \vee \bar{x}_1 x_4)(x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_3) = x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 .$$

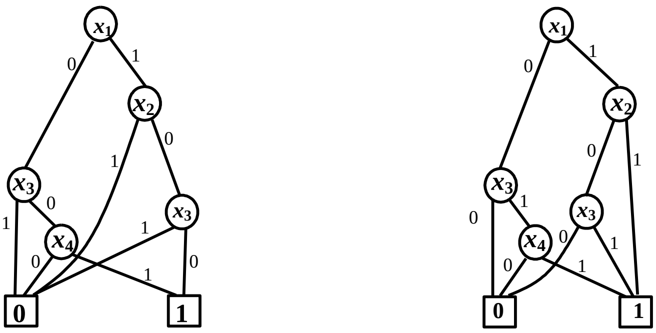
$$P(D^1) = 0.25;\ P(D^0) = 0.5 .$$



а) б) в) г)

Рисунок 2. – ROBDD функций: а) $C^1(X)$, б) $\varphi^1(X)$, в) $\varphi^0(X)$, г) $B(X)$

Рассмотрим вычисление мер тестопригодности с использованием ROBDD. На рисунке 2а) – 2в) представлены ROBDD функций $C^1(X)$, $\varphi^1(X)$ и $\varphi^0(X)$. Получим ROBDD функции наблюдаемости $B(X)$ (рисунок 2г)) по формуле (4) имея в виду, что ROBDD отрицания функции получается из ROBDD функции заменой значений терминальных вершин на противоположные.



а) б)

Рисунок 3. – ROBDD функций: а) $D^1(X)$, б) $D^0(X)$

Получим ROBDD функций обнаружения неисправности по формуле (6); здесь также будем иметь в виду что $C^0(X)$ – это отрицание $C^1(X)$. Они представлены на рисунке 3. На рисунке 4 представлено вычисление мер по полученным ROBDD функций. Полученные значения мер указаны около корневых вершин графов.

Заметим, что $P(C^0) = 1 - P(C^1) = 0.375$; $P(D^0) = P(B) - P(D^1) = 0.5$.

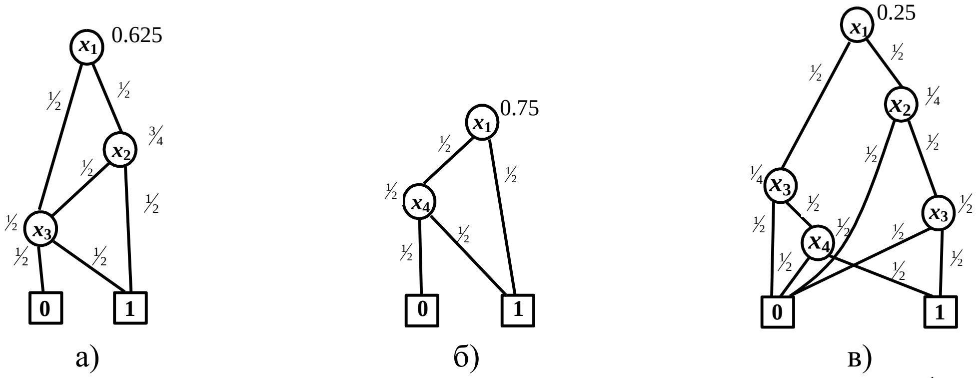


Рисунок 4. – Вычисление вероятностей единичных значений функций: а) $C^1(X)$, б) $B(X)$, в) $D^1(X)$

**Литература**

1. Bushnell M. L., Agrawal V.D., Essentials of Electronic Testing for Digital, Memory and Mixed-Signal VLSI Circuits. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000. P. 690.

2. Krieger R., Becker B., Okmen C. OBDD-based Optimization of Input Probabilities for Weighted Random Pattern Generation // Proc. of the Fault Tolerant Computing Conference. – 1995. P. 120-129.

3. Голубева, О. И. Разработка и исследование методов моделирования и оценки мер тестопригодности логических схем: дис. ... канд. техн. наук. – Томск: ТГУ, 2000. – С. 112.

4. Голубева, О. И. Функции обнаружения константной неисправности, управляемости и наблюдаемости полюса элемента комбинационной схемы // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – №1(30). – С. 77–86.

5. Голубева, О. И. Метод вычисления вероятности обнаружения неисправности, основанный на BDD представлении функции // Труды 3-го Международного симпозиума «Application of the Conversion Research Results for International Cooperation». Томск. 18-20 мая 1999. – Томск, 1999. – Т. 1. – С. 195-197.