

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**С.П. Сущенко**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ**

Томск  
Издательский Дом Томского государственного университета  
2017

**УДК 681.3**

**ББК 32.97**

**С 91**

**Сущенко С.П.**

**С91** Математические модели компьютерных сетей. – Томск :  
Издательский Дом Томского государственного универси-  
тета, 2017. – 272 с.

ISBN 978-5-94621-620-3

Рассмотрены принципы моделирования компьютерных сетей на различных архитектурных уровнях. Исследованы модели процедур управления отдельным звеном передачи данных и многозвенным транспортным соединением, учитывающие факторы искажений в каналах связи и блокировок ограниченной буферной памяти транзитных узлов коммутации, а также уровень нагрузки на сетевые соединения и конвейерный эффект, проявляющийся при переносе мультимедийных сообщений по многозвенным трактам передачи данных. Предложены методы расчета операционных характеристик сетевых топологических структур, оптимизации протокольных параметров и структуры трактов передачи данных.

Для научных работников, инженеров, преподавателей, аспирантов и студентов вузов, интересующихся вопросами математического моделирования, проектирования и оптимизации компьютерных сетей.

**УДК 681.3**

**ББК 32.97**

**Рецензенты:**

доктор технических наук, профессор *А.А. Назаров*;

доктор технических наук, профессор *А.М. Кориков*

ISBN 978-5-94621-620-3

© Сущенко С.П., 2017

© Томский государственный университет, 2017

## Оглавление

Предисловие . . . . .	7
<b>Глава 1. Проблемы организации эффективного функционирования компьютерных сетей: аналитический обзор . . . . .</b>	<b>10</b>
1.1. Логическая организация вычислительной сети . . . . .	10
1.2. Операционные характеристики транспортной системы вычислительной сети . . . . .	13
1.3. Система моделей функционирования сети передачи данных . . . . .	15
1.4. Анализ моделей сетевых топологических структур . . . . .	19
1.5. Резюме . . . . .	29
<b>Глава 2. Замкнутые модели звена передачи данных . . . . .</b>	<b>33</b>
2.1. Структура линейного протокола . . . . .	33
2.2. Анализ стартстопной управляющей процедуры . . . . .	37
2.3. Модели нормальных процедур . . . . .	40
2.4. Модели асинхронных процедур . . . . .	46
2.5. Оптимизация сетевых параметров . . . . .	55
2.5.1. Оценивание оптимальной длины кадра . . . . .	56
2.5.2. Оценивание оптимальной ширины окна . . . . .	71
2.5.3. Совместный выбор сетевых параметров . . . . .	77
2.5.4. Управление шириной окна в условиях нестационарного характера искажений . . . . .	80
2.6. Резюме . . . . .	82
<b>Глава 3. Открытые модели звена передачи данных . . . . .</b>	<b>84</b>
3.1. Дискретная модель фрагмента сети . . . . .	85
3.2. Анализ операционных характеристик стартстопного протокола . . . . .	88

3.3.	Сравнение дискретной и непрерывной моделей стартстопного протокола . . . . .	94
3.4.	Оптимизация длины кадра . . . . .	97
3.5.	Модели синхронного конвейерного протокола . . . . .	100
3.5.1.	Анализ управляющей процедуры в режиме группового отказа . . . . .	102
3.5.2.	Анализ управляющей процедуры в режиме селективного отказа . . . . .	110
3.6.	Резюме . . . . .	116
<b>Глава 4. Открытые модели многозвенного тракта передачи данных . . . . .</b>		<b>118</b>
4.1.	Модель тракта в виде открытой сети СМО . . . . .	119
4.2.	Анализ трехзвенного тракта . . . . .	121
4.3.	Анализ тракта длины $D \geq 4$ . . . . .	130
4.4.	Резюме . . . . .	140
<b>Глава 5. Детерминированные конвейерные модели многозвенного тракта передачи данных . . . . .</b>		<b>142</b>
5.1.	Структурные особенности транспортного уровня управления сетью . . . . .	142
5.2.	Оптимизация задержки абонентских сообщений в сети с низкой нагрузкой . . . . .	145
5.2.1.	Модель ненагруженного виртуального соединения . . . . .	145
5.2.2.	Оптимальное разбиение сообщения на пакеты . . . . .	148
5.2.3.	Выбор рационального размера кадра . . . . .	155
5.2.4.	Учет реальных свойств каналов связи . . . . .	161
5.3.	Совместная оптимизация сетевых параметров по критерию системы и критерию пользователя . . . . .	163
5.3.1.	Проблемная ситуация . . . . .	163
5.3.2.	Метод выбора длины кадра и ширины окна . . . . .	164
5.3.3.	Динамическое управление сетевыми параметрами . . . . .	171

5.4.	Анализ задержки в нагруженном виртуальном соединении . . . . .	173
5.4.1.	Модели виртуального соединения с однородным трафиком . . . . .	173
5.4.2.	Модели виртуального соединения с неоднородным трафиком . . . . .	185
5.5.	Резюме . . . . .	200
<b>Глава 6.</b>	<b>Стохастические модели конвейерных механизмов процесса переноса данных в виртуальном соединении . . . . .</b>	<b>202</b>
6.1.	Вероятностно-конвейерная интерпретация многозвенного виртуального соединения . . . . .	203
6.2.	Аналитическая вычислимость сумм показательных функций . . . . .	204
6.3.	Анализ переноса данных при сквозном квитировании информационными пакетами . . . . .	209
6.3.1.	Функция вероятностей времени доставки пакета . . . . .	209
6.3.2.	Функция распределения времени доставки пакета . . . . .	211
6.3.3.	Среднее время доведения пакета до адресата . . . . .	212
6.3.4.	Анализ сквозной задержки . . . . .	214
6.4.	Анализ переноса данных при сквозном квитировании служебными пакетами . . . . .	218
6.4.1.	Характеристики передачи мультимедийного сообщения по однозвенному виртуальному каналу . . . . .	218
6.4.2.	Характеристики передачи одиночного пакета по многозвенному виртуальному каналу . . . . .	226
6.5.	Выбор длительности тайм-аута ожидания сквозной квитанции . . . . .	232
6.6.	Анализ передачи мультимедийного сообщения по многозвенному виртуальному каналу . . . . .	233
6.6.1.	Вероятностно-временные характеристики процесса доставки сообщения адресату . . . . .	233

---

6.6.2. Анализ сквозных операционных показателей передачи сообщения . . . . .	238
6.7. Резюме . . . . .	244
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>246</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>250</b>

## Предисловие

Интенсивный рост потребностей в распределенных прикладных вычислениях и информационном сервисе стимулировал широкое внедрение корпоративных и территориальных вычислительных сетей, основанных на принципах пакетной коммутации, в управленческую деятельность предприятий и отраслей народного хозяйства, научные исследования, обучение, здравоохранение, межкорпоративные бизнес-процессы и т.д. [29, 39, 40, 62, 87, 122, 196, 199]. Повышение темпов деловой активности и необходимость снижения сроков документооборота выдвинули в ряд важнейших задач информатизации общества формирование единого информационного пространства и стимулировали внедрение информационных сетей в традиционную почтовую связь [39, 62, 67, 87]. Устойчивой тенденцией становится интенсивное внедрение в управленческую деятельность организаций и фирм распределенных систем автоматизации деловых процессов, электронного документооборота, систем электронной коммерческой деятельности, инструментальных средств интеграции информационной деятельности предприятий в информационное пространство сообщества Internet [40, 62, 67, 73].

Информационно-вычислительные сети, являясь основой современной индустрии обработки информации [29, 73, 89, 98, 122, 196, 199], предъявляют высокие требования к эффективному использованию средств связи и характеристикам обслуживания сетевых абонентов. В связи с этим одной из важнейших проблем, которую приходится решать при практическом воплощении сетевых проектов и их эксплуатационном сопровождении, является проблема адекватного описания процессов информационного переноса в сети и ее отдельных элементах в формальных моделях, используемых при администрировании и организации эффективной рабо-

ты сети в различных условиях функционирования. Возникающие здесь практические задачи стимулируют развитие методов описания процессов передачи данных разноуровневыми протоколами и моделей информационно-вычислительных сетей.

Важнейшим показателем потенциальных возможностей связанных ресурсов сети является пропускная способность межузловых соединений, управляемых различными реальными протоколами, а наиболее значимыми характеристиками обслуживания абонентов — время доставки пользовательских данных удаленным сервисным службам по виртуальным соединениям и задержка ответных сообщений.

Известные модели процессов обмена в межузловых и виртуальных соединениях являются недостаточно адекватными. Кроме того, анализ существующих подходов к решению задачи оптимизации сетевых параметров показывает, что ряд существенных черт, факторов и механизмов, определяющих эффективность функционирования сети, необоснованно упрощается и игнорируется. Таким образом, возникает потребность в более совершенных моделях процессов информационного переноса и методах выбора параметров, разработка которых составляет основное содержание данной монографии.

Проведенный в первой главе монографии аналитический обзор результатов, достигнутых в моделировании сетевых структур, позволил установить основные направления исследований, которые в теоретическом плане развиваются в следующих главах.

Во второй главе предложены модели межузлового соединения, учитывающие влияние искажений потока протокольных блоков данных в прямом и обратном каналах связи на операционные характеристики звена передачи данных. В рамках предложенных моделей протоколов управления информационным каналом получены аналитические оценки оптимальных по критерию пропускной способности межузловых соединений значений длины кадра и ширины окна.

В третьей главе построены модели двухзвенного сетевого фрагмента, позволяющие исследовать влияние фактора блокировок

буферной памяти транзитного узла коммутации и протокольных параметров на производительность стартстопного и конвейерного протоколов управления звеном передачи данных.

Четвертая глава посвящена разработке моделей многозвенного тракта передачи данных, дающих возможность анализировать влияние качества каналов связи и емкости буферных накопителей транзитных узлов коммутации на операционные показатели протокола сетевого уровня.

В пятой главе исследуется процесс передачи потока мультипакетных сообщений по неоднородным многозвенным виртуальным соединениям на транспортном уровне управления сетью. На основе модели данного процесса, отличающейся учетом конвейерного эффекта [65, 219], решается задача оптимальной фрагментации абонентских сообщений на пакеты данных. Здесь же развивается метод определения длины кадра и ширины окна линейного уровня неоднородной сети передачи данных, учитывающий и требования держателей средств связи к пропускной способности межузловых соединений, и требования пользователей к задержке абонентских сообщений.

Шестая глава посвящена разработке моделей информационного переноса в виде стохастического конвейера, позволяющих исследовать влияние длительности тайм-аута ожидания квитанции транспортного уровня на сквозную задержку сообщений в виртуальном канале. Предложена процедура синтеза длительности сквозного тайм-аута, обеспечивающей заданный уровень вероятности повторной передачи данных.

# **Глава 1. Проблемы организации эффективного функционирования компьютерных сетей: аналитический обзор**

## **1.1. Логическая организация вычислительной сети**

Традиционно под вычислительной сетью понимают совокупность распределенных ЭВМ, объединенных средствами связи в организованную многомашинную ассоциацию [98–100, 122, 200]. В вычислительных сетях принято выделять подсеть связи, выполняющую передачу данных, и подсеть ресурсов, обеспечивающую обработку данных и хранение информационных и программных ресурсов сети. Для передачи данных в подсети связи наиболее широко в настоящее время используется метод коммутации пакетов [34, 40, 45, 117, 122, 201], допускающий эффективную реализацию динамического распределения связных ресурсов. Большинство существующих вычислительных сетей имеет многоуровневую организацию.

Широкое признание в России и за рубежом получила семиуровневая эталонная модель взаимодействия открытых систем [42, 122, 198, 200], предложенная Международной организацией по стандартизации. В настоящее время данная архитектура используется в качестве концептуальной модели описания процессов взаимодействия распределенных сетевых объектов и методологической основы для разработки и реализации протоколов отдельных уровней и создания вычислительных сетей различного масштаба. Согласно этой модели в сети выделяются семь уровней: физический, канальный, сетевой, транспортный, сеансовый, представительный и прикладной. Соответственно семи уров-

ням эталонной модели вводится иерархия семи групп протоколов [42, 85, 86, 122, 200], именуемых так же, как уровни.

Самым нижним уровнем иерархической структуры является физический. Этот уровень обеспечивает передачу потока бит в синхронном режиме между смежными ЭВМ через физическое соединение, состоящее из линии связи и каналобразующей аппаратуры передачи данных.

Канальный уровень предназначен для передачи по физическому соединению блоков данных, именуемых кадрами.

На сетевом уровне выполняется маршрутизация сетевых блоков данных (пакетов) в подсети связи (проводка пакетов от отправителя до получателя).

Транспортный уровень осуществляет межконцевую (сквозную) доставку абонентских сообщений, выполняя их сегментацию на фрагменты при входе в транспортную сеть и объединение — при выходе. Данный уровень обеспечивает целостность передаваемых информационных отправок. Специфика транспортного уровня заключается в том, что он работает с мультипакетными сообщениями на логических соединениях между прикладными процессами, состоящих, как правило, из нескольких элементарных звеньев.

Сеансовый уровень предназначен для организации диалога между распределенными прикладными процессами.

Представительный уровень обеспечивает функцию преобразования данных в форму, понятную взаимодействующим прикладным процессам. Типичными примерами представительного сервиса являются кодопреобразование, преобразование видов и форматов данных.

На прикладном уровне реализуются различные формы функционально-ориентированного взаимодействия прикладных процессов (удаленный вызов приложений, управление терминальным доступом, обмен файлами, электронная почта и т.п.).

Первые четыре уровня эталонной архитектуры (физический, канальный, сетевой, транспортный) обеспечивают транспортировку данных в подсети связи, а три остальных (сеансовый, пред-

ставительный, прикладной) организуют корректное взаимодействие прикладных процессов.

При реализации функции транспортного уровня различают две стратегии передачи данных, выполняемые на сетевом уровне: дейтаграммную и стратегию виртуальных соединений [42, 86, 99, 185, 200].

В сетях дейтаграммного сервиса каждый пакет данных доставляется получателю независимо от других пакетов даже одного сообщения и, возможно, по различным маршрутам, определяемым сложившейся динамической ситуацией на сети [99]. При этом каждый пакет данных несет в себе всю информацию, необходимую для его проводки по сети. В общем случае при дейтаграммном подходе в сети возможны изменение порядка следования, появление дублей и потеря пакетов. Тогда функции обнаружения дублей, организации повторных передач утерянных пакетов, упорядочения и выдачи данных получателю в той последовательности, в которой они были переданы отправителем, ложатся на транспортный уровень.

Концепция виртуального соединения основана на предварительном выборе маршрута между взаимодействующими прикладными процессами и закреплении его на все время сеанса связи. Это дает возможность сократить размер пакетного заголовка, оставив в нем номер виртуального канала, по которому должен передаваться пакет, и последовательный номер пакета в рамках одного сообщения. Кроме того, это позволяет сохранять последовательность передачи отдельных блоков в том порядке, в котором они были отправлены, и исключить появление дублей.

Сравнительный анализ двух подходов показывает, что фактически транспортный и сетевой уровни выполняют одно и то же множество функций при различных стратегиях передачи данных в подсети связи [198]. Разница заключается в том, как разделены функции по сохранению последовательности передаваемых блоков данных и управлению потоками между сетевым и транспортным уровнями: при дейтаграммной стратегии эти функции вы-

полняются транспортным уровнем, а при использовании метода виртуальных соединений — сетевым [200].

Обычно когда сеть ориентирована на диалоговый график, более предпочтительным считается режим дейтаграмм, а в случае доминирования файлового обмена — стратегия виртуального соединения [20, 99]. Вместе с тем следует отметить, что в целом режим виртуальных соединений имеет существенно большую сложность реализации по сравнению с дейтаграммным сервисом [95, 99]. Поскольку устоявшегося мнения о преимуществах и недостатках режимов дейтаграмм и виртуальных соединений нет [99], то многие технологии построения сетей допускают обе стратегии передачи данных в подсети связи.

Известная и широко используемая рекомендация ITU-T X.25 [15, 37, 116, 193, 200], стандартизирующая три нижних уровня эталонной архитектуры, использует метод виртуальных каналов. Технология X.25 ориентирована прежде всего на организацию надежной передачи данных на базе низко- и среднескоростных каналов невысокого качества [15, 62, 67, 193].

В то же время общепризнанная технология Internet, получившая широкое распространение при создании территориальных сетей и организации межсетевого взаимодействия, использует метод дейтаграмм [62, 67, 119].

Отметим также, что большинство реальных вычислительных сетей проектируется так, чтобы обеспечить совместное функционирование дейтаграммной службы и службы виртуальных соединений [185].

## **1.2. Операционные характеристики транспортной системы вычислительной сети**

Подсеть связи является ядром вычислительной сети, объединяя в единую систему ресурсные ЭВМ и терминальные средства. В связи с этим ее операционные характеристики в значительной степени определяют удобство работы с сетью [64, 110, 192]. В современных вычислительных сетях широко используются анало-

говые и цифровые каналы связи, интегральные технологии для передачи различных видов трафика: сети с интеграцией услуг (ISDN) [32, 33], сети с ретрансляцией кадров (Frame Relay) [15, 76, 194], сети с асинхронным режимом передачи (ATM) [88, 175]. На базе этих систем связи реализуется широкое разнообразие телекоммуникационных технологий и наборов протоколов [89].

Несмотря на невысокое быстродействие, наиболее распространенным решением при построении распределенных корпоративных сетей для связывания удаленных подразделений и филиалов предприятий является применение аналоговых линий связи (особенно в России) и протоколов для управления последовательными линиями [19, 41, 43]. Популярность такого решения обусловлена прежде всего его доступностью и относительно невысокой стоимостью [8, 193, 194]. Наибольшее распространение при этом получили стек протоколов TCP/IP, стандартизованный сообществом Internet [62, 67, 119, 120] и ставший фактическим стандартом для построения глобальных и корпоративных телекоммуникационных систем, семейство протоколов X.25, предложенное международной организацией по стандартизации ISO, а также ряд других наборов протоколов [64], разработанных фирмами-производителями сетевых операционных систем (Novell Inc., Microsoft Corp., IBM Software Products, Banyan Systems Inc., Digital Equipment Corp., Hewlett Packard Company, Sun Microsystems Corp. и т.д.).

Основными показателями эффективности функционирования транспортной системы вычислительной сети общепризнанно считаются пропускная способность подсети связи и среднее время передачи сообщений между взаимодействующими прикладными процессами [20, 26, 29, 34, 44, 47, 65, 88, 89, 110, 114, 176, 189, 190, 192, 196, 214, 219].

Очевидно, что для держателей средств связи и владельцев построенных на их основе распределенных вычислительных сетей наиболее предпочтительным является требование достижения максимума пропускной способности, позволяющее организовать обслуживание потенциально наибольшего числа абонентов. Пропускная способность всей сети в значительной степени опре-

деляется возможностями отдельных каналов связи, эффективная скорость обмена по которым широко используется в качестве критерия оптимизации параметров линейного протокола.

С другой стороны, одно из основных требований к вычислительным сетям со стороны пользователей состоит в обеспечении комфортного времени реакции удаленных обслуживающих подсистем [44, 90], которое складывается из двух компонент: задержки информации пользователя в подсети связи и времени обработки абонентского запроса в конкретной функциональной подсистеме. Вторая компонента во многом зависит от характера требования на обслуживание и внутренней организации удаленной сервисной службы. Первая составляющая полностью определяется эффективностью построения подсети связи и во многих случаях также выступает в качестве критерия для выбора сетевых и протокольных параметров.

В общем случае общесистемные требования держателей средств связи и требования пользователей, отражая различные точки зрения на работу сети, являются, строго говоря, противоречивыми [20]. Однако следует отметить, что владельцы сети в определенной мере тоже заинтересованы в обеспечении низкой задержки, чтобы привлечь к использованию сетевых ресурсов широкий круг пользователей. Поэтому в оптимизационных задачах для различных условий эксплуатации вычислительной сети предпочтение может быть отдано одному из критериев, а в некоторых случаях может потребоваться разумный компромисс между ними.

### **1.3. Система моделей функционирования сети передачи данных**

Сеть передачи данных пакетной коммутации является сложной системой, поэтому полный всесторонний анализ количественных характеристик ее функционирования с учетом всех имеющихся ограничений и факторов представляет чрезвычайно трудную задачу [10, 16, 47, 65, 114]. В большинстве случаев эта задача не поддается строгому аналитическому решению [16, 61, 114], одна-

ко необходимость расчета операционных характеристик возникает как при проектировании сети, так и во время ее эксплуатации [47, 65]. Обычный подход к решению данной проблемы заключается в разбиении сети на более простые структурные образования, анализе каждого из них (возможно, приближенном), и получении агрегированных характеристик сети композицией показателей простых структур [61, 114, 189, 195]. Общая методология такого подхода и обзор существующих методов анализа сложных систем изложены, например, в [61, 114].

На рис. 1.1–1.5 представлены различные сетевые функциональные структуры. Очевидно, что простейшей сетевой структурой является отдельное межузловое соединение — звено передачи данных (рис. 1.1). Исследования этой элементарной структуры имеют наиболее представительную библиографию: [1, 3, 4, 14, 17, 18, 20–23, 26, 50, 51, 74, 108, 118, 125, 174, 186, 187, 195, 203–207, 210, 212, 216, 218, 220, 223–226].

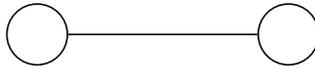


Рис. 1.1. Звено передачи данных

Модели звена передачи данных позволяют проанализировать влияние характеристик канала связи и параметров линейного протокола на потенциальную пропускную способность межузлового соединения и среднюю задержку пакета в звене. Эти модели получили название замкнутых в силу того, что в них учитываются только внутренние параметры межузлового соединения.

Естественным развитием элементарной структуры является фрагмент сети, состоящий из двух последовательно соединенных звеньев передачи данных (рис. 1.2). Модели такой структуры позволяют исследовать влияние фактора блокировок буферной памяти транзитного узла на операционные характеристики сетевого фрагмента. Фактически в данном структурном образовании возможен учет воздействия на функционирование отдельного звена

ближайшего его окружения. Отметим также, что к совокупности моделей таких структур в некоторых случаях сводятся описания более сложных структурных образований.

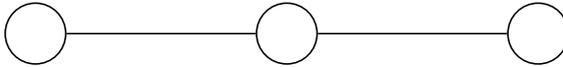


Рис. 1.2. Фрагмент из двух последовательных звеньев

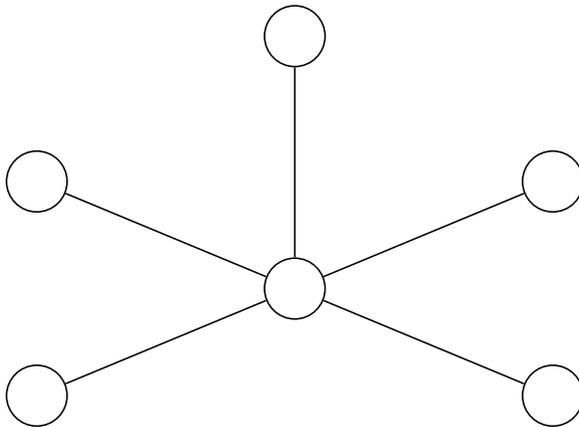


Рис. 1.3. Звездообразная конфигурация

Дальнейшим обобщением простейшей структуры является звездообразная конфигурация (рис. 1.3). Модели такого структурного образования позволяют изучать пропускную способность центрального узла коммутации с ограниченной памятью, проводить расчет емкости и оптимизацию структуры его буферного накопителя (схемы использования буферной памяти для хранения очередей пакетов к выходным каналам связи). Кроме того, здесь возможен анализ различных схем локального управления транзитными потоками. Систематическое изложение вопросов анализа звездообразного фрагмента сети и обширный обзор полученных в этом направлении результатов выполнен в [10, 102].

Анализ характеристик сквозной передачи потока данных  $\lambda$  между заданной парой абонентов обычно проводится с помощью моделей структур, образованных последовательностью произвольного числа элементарных звеньев с пропускной способностью  $\mu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  (рис. 1.4). Эти модели позволяют определять пропускную способность многозвенных трактов передачи и поддержку протокольных блоков данных различных уровней в виртуальном канале. Следует отметить, что данная структура задает замкнутый виртуальный канал, так как не отражает возможного влияния информационных потоков остальной части сети, внешних по отношению к рассматриваемому логическому соединению.

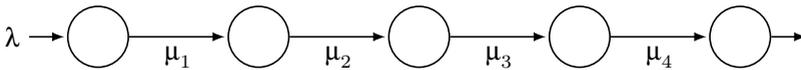


Рис. 1.4. Замкнутый виртуальный канал

Для учета воздействия «бокового» трафика на операционные характеристики виртуального канала применяются модели структуры, представленной на рис. 1.5. В данной структуре потоки  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  задают агрегированное влияние внешней нагрузки, имеющей часть общего с исследуемым виртуальным каналом маршрута. Потоки  $\eta_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  определяют долю внешнего трафика, покидающего виртуальный канал на промежуточных этапах соединительного пути. Очевидно, что после того как на общем графе сети решена задача распределения потоков [65], значения  $\lambda_i$  и  $\eta_i$  становятся известными для маршрута между любой парой абонентов и анализ операционных характеристик сети сводится к изучению совокупности моделей данного вида. Следует отметить, что модели данной структуры в некоторых случаях сводятся к моделям замкнутого виртуального канала с модифицированными (по сравнению с исходными) пропускными способностями отдельных звеньев.

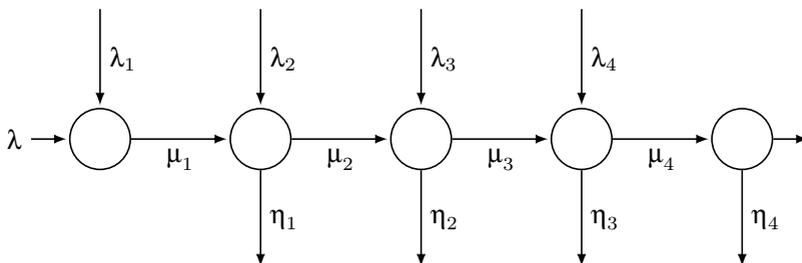


Рис. 1.5. Открытый виртуальный канал

Модели приведенных топологических структур наиболее широко используются при исследовании производительности протоколов управления транспортировкой данных в подсети связи. Перейдем к анализу результатов, достигнутых в изучении этих структур.

#### 1.4. Анализ моделей сетевых топологических структур

Основной целью рассмотрения работы различных сетевых фрагментов является обнаружение функциональных зависимостей между параметрами фрагмента и его операционными характеристиками. При этом необходимо выделить самые существенные факторы, определяющие данные зависимости, так как преимущественно точное детальное моделирование часто мало способствует достижению цели (получению общих закономерностей влияния значимых факторов на показатели функционирования сетевой структуры), а чрезмерное необоснованное упрощение слишком идеализирует реальные процессы [16, 47].

В целом процесс передачи уже на линейном уровне имеет высокую сложность (см., например, [36]). Поэтому учесть все его детали, параметры звена и особенности управляющего протоко-

ла в большинстве случаев в аналитической модели не удастся. Обычно анализ ведется только для фазы передачи данных без учета накладных расходов фаз установления и разрыва логических связей.

Для отдельного звена передачи данных определяющим фактором являются искажения в канале связи, нейтрализация которых в протоколах линейного уровня достигается за счет повторных передач искаженных кадров.

Различают два типа управляющих процедур линейного уровня: нормальные и асинхронные [34]. Процедуры первого типа применяются для управления полудуплексными каналами связи, а второго — дуплексными. Часто используется также понятие стартстопного протокола [20], к которому сводятся управляющие процедуры нормального и асинхронного типа при единичном значении параметра ширины окна [34].

подавляющее большинство работ по исследованию производительности линейных протоколов основано на замкнутых моделях звена передачи данных, предполагающих, что узел-получатель имеет неограниченную буферную память. Возникающие здесь оптимизационные задачи направлены в основном на поиск наилучшей структурной организации протокола и определение оптимальных значений параметров для управляющих процедур различных типов. Доминирующим критерием оптимизации является пропускная способность межузлового соединения, реже — задержка в звене передачи данных. В структурном отношении нормальные и асинхронные процедуры известных линейных протоколов изучены достаточно полно, и, как показывают исследования [20, 21, 50], стандарты на канальный уровень сетевой архитектуры [30, 36, 116] фактически определяют наилучшую логическую организацию протоколов.

Основными оптимизируемыми параметрами линейного протокола являются размер кадра, ширина окна и длительность таймаута. Типичная схема анализа линейного протокола и оптимизации его параметров имеет следующий вид. При некоторых предположениях о характере ошибок в канале связи, параметрах звена

и процедурных деталей реального [1, 3, 14, 17, 18, 20–23, 50, 51, 74, 126–136, 186, 187, 195, 203–206, 210, 212, 216, 218, 224–226] либо гипотетического [20, 21, 50, 108, 223] протокола строится модель межузлового соединения. Затем определяется функциональная связь между показателем эффективности и введенными параметрами. После этого находится уравнение относительно одного из оптимизируемых параметров линейного протокола, численное решение которого при заданных характеристиках модели дает искомое оптимальное значение. При сравнительном изучении различных протоколов [22] и структурных модификаций некоторого реального протокола [20, 21, 50], как правило, после определения функциональной связи критерия с параметрами модели строятся его графические зависимости и находятся области предпочтения различных протоколов и их модификаций. В ряде случаев [4, 17, 18, 207] с помощью имитационных моделей исследуется влияние на операционные характеристики звена особенностей протоколов, не поддающихся аналитической формализации.

Подходы, предлагаемые в различных работах по анализу реальных линейных протоколов, отличаются главным образом моделями процесса искажений в канале связи и различной степенью учета деталей протокола. В большинстве случаев предполагается, что процесс искажений характеризуется независимым распределением и описывается вероятностью независимой битовой ошибки. В работах [1, 3] используются модели с пакетированием ошибок внутри кадра, а в [14] предложен подход к анализу линейного соединения при зависимых искажениях последовательных кадров.

Исследование производительности стартстопного протокола [1, 3, 14, 187, 195, 223] обычно проводится с учетом искажений информационных кадров и квитанций. При анализе нормальных процедур обмена [14, 50, 74, 118, 186, 224] в аналитических моделях, как правило, не проводится существенных различий между повторными передачами кадров, обусловленными механизмом квитирования и механизмом тайм-аута. Работа [218] отличается от такого подхода учетом влияния потерь конца последовательности кадров

(искажений кадров с поднятым P/F-битом [34, 198]) и его обнаружения с помощью механизма тайм-аута. Показано, что при уровне битовой ошибки ниже  $10^{-4}$  различием в этих механизмах можно пренебречь. Общим недостатком моделей нормальных процедур является то, что в них не учтено влияние искажений квитанций на производительность межузлового соединения.

Исследование асинхронных процедур проводилось в работах [4, 17, 18, 20–22, 108, 203–207, 210, 212, 216, 225, 226]. При изучении процедур данного класса аналитическими методами трудно учесть время распространения сигнала в передающей среде. Авторам [216] удалось учесть этот параметр, но только для абсолютно надежного канала связи. Аналитические модели асинхронных процедур базируются в основном на аппарате непрерывных марковских цепей. В силу этого вводится предположение о том, что длина кадра — экспоненциально распределенная величина. Использование данной гипотезы, являющейся ключевой, приводит к тому, что модели асинхронных процедур не обладают преимущественностью по отношению к управляющей процедуре старт-стопного протокола при ширине окна, равной единице: потенциальная пропускная способность межузлового соединения, управляемого стартстопным протоколом, при симметричном трафике пропорциональна величине [2]  $(1 - R)^2/2$ , где  $R$  — вероятность искажения информационного кадра, в то время как марковская модель асинхронных процедур [212] при единичной ширине окна и тех же условиях функционирования дает большее значение:  $(1 - R)^2/(2 - R)$ . В работах [108, 225] хотя и используется более реальная функция распределения, учитывающая ограниченность сверху и снизу размеров кадров, но анализ ведется в предположении большого размера окна (фактически неограниченного) и явная зависимость операционных характеристик звена передачи данных от этого параметра не получена.

Вопросы оптимизации параметров линейного протокола рассматриваются практически во всех указанных работах. Наиболее часто проводится поиск оптимальной длины кадра [1, 3, 4, 22, 108, 134–136, 186, 195, 203, 206, 207, 212, 216, 218, 224, 225]. Задача вы-

бора ширины окна решалась в [4, 21, 23, 50, 203, 205, 212, 216, 226]. Предложенные в этих работах методы выбора параметров реальных протоколов требуют трудоемких численных расчетов, а полученные конкретные численные результаты во многих случаях несопоставимы в силу различия исходных предположений. Кроме того, в рассмотренных работах отсутствуют схемы совместного выбора длины кадра и ширины окна, являющихся, вообще говоря, зависимыми параметрами.

Проблема выбора длительности тайм-аута изучалась в работах [108, 118, 187, 203, 218]. В [118] получена нижняя граница длительности тайм-аута. В [108, 187] для различных управляющих процедур показана унимодальность среднего времени передачи по межузловому соединению от данного параметра.

При изучении управляющих процедур линейного протокола обычно считается, что число возможных повторных передач кадра не ограничено. Однако в реальных протоколах эта величина не может превышать некоторого заданного значения. Способы определения максимального числа повторных передач по заданной вероятности потери кадра и из условия минимума среднего времени его передачи предложены в [26, 118].

Анализ сетевого фрагмента, состоящего из двух последовательных звеньев передачи данных, проводился в работах [10, 20, 68, 202, 208, 213, 222] как частный случай звездообразной конфигурации и виртуального канала. При изучении этой структуры вводилось важное предположение об ограниченности объема буферного накопителя транзитного узла коммутации, однако не ставилось целью получение функциональных зависимостей между операционными характеристиками фрагмента и внутренними параметрами звеньев и управляющих протоколов. Описание функционирования структуры проводилось на уровне потоковых характеристик без учета специфики процедур различных линейных протоколов. Насколько известно автору, анализ производительности линейных протоколов с учетом фактора блокировок буферной памяти узла-получателя всесторонне не выполнялся.

Основная задача исследования звездообразной конфигурации состоит в выборе наилучшей в смысле некоторого критерия (обычно вероятности блокировки или пропускной способности данного структурного образования) схемы распределения ограниченной буферной памяти центрального узла между очередями пакетов к выходным каналам связи [10, 20]. Простейшей схемой является полное разделение буферной памяти между каналами связи. Согласно этой схеме каждому выходному направлению предоставляется отдельный буферный накопитель, причем сумма размеров индивидуальных накопителей равна общему объему буферной памяти узла коммутации. Противоположна данной схеме полнодоступная стратегия, в соответствии с которой очередь к каждому из каналов связи может занимать всю имеющуюся буферную память. Существует ряд промежуточных стратегий разделения, наиболее общей среди которых является неполнодоступная схема с индивидуальными потолками [10]. В данной схеме каждому каналу связи выделено определенное количество индивидуальных буферов. Кроме того, имеется пул буферов, общих для всех каналов, некоторую часть которых (индивидуальную для каждого канала) может занимать очередь к конкретному выходному направлению.

При анализе звездообразная конфигурация моделируется обычно многолинейной системой массового обслуживания с независимыми простейшими потоками и экспоненциальными длительностями обслуживания [10, 46]. Отметим, что в случае применения стратегии полного разделения буферной памяти функционирование звездообразной конфигурации описывается набором независимых однолинейных систем массового обслуживания [10]. Это позволяет представлять рассматриваемую сетевую структуру набором структурных образований типа сетевого фрагмента из двух последовательных звеньев и проводить более глубокий их анализ с учетом характеристик отдельных звеньев, параметров и процедурных деталей линейных протоколов.

Процесс сквозной передачи данных исследовался в работах [2, 7, 10, 11, 20, 26, 46, 49, 57, 58, 65, 188–190, 202, 208, 211, 213, 217,

219, 222]. Методы расчета важнейшего показателя производительности — пропускной способности многозвенного замкнутого виртуального канала с ограниченной буферной памятью транзитных узлов коммутации — при различных стратегиях подтверждения правильности доставки данных предложены в [46, 202, 213, 222]. Эта же задача с учетом влияния «бокового» трафика для структуры, приведенной на рис. 1.5, при  $\lambda_i = \eta_i$ ;  $i = 1, 2, \dots$  решена в [208]. Различные схемы сквозного управления потоками исследуются авторами [10, 16, 20, 26, 65, 189, 190]. Зависимости задержки пакета данных при сквозной передаче от нагрузки на виртуальный канал получены в работах [20, 213].

При анализе виртуальный канал обычно моделируется цепочкой (сетью) марковских либо полумарковских систем массового обслуживания (СМО) с непрерывным временем и ограниченными [11, 20, 57, 202, 208, 213, 222] или неограниченными [10, 20, 188–190] буферными накопителями. При этом, как правило, удается получить только численные результаты либо приближенные соотношения для операционных характеристик. В работе [57] методами операционного анализа сетей СМО получены оценки вероятностей состояний сети СМО с блокировками в более общих, чем классические, предположениях о марковости систем. Следует отметить, что более адекватным описанием реальных процессов передачи информации под управлением протоколов, в основе которых лежат алгоритмы с решающей обратной связью, являются системы с дискретным временем [56]. Однако анализ сетей СМО с дискретным временем является нетривиальной задачей, поскольку выходные потоки марковских дискретных СМО при ограничении на допустимую длину очереди, неординарность входного потока, изменении закона распределения длительности обслуживания и тому подобные теряют марковские свойства [56].

Марковская модель открытого виртуального канала (см. рис. 1.5) с ограниченной буферной памятью узлов коммутации при сквозном управлении потоком с помощью механизма окна и условия  $\lambda_i = \eta_i$ ;  $i = 1, 2, \dots$  сводится к модели

замкнутого виртуального канала (см. рис. 1.4) с измененными пропускными способностями звеньев:  $\mu'_i = \mu_i - \lambda_i$  [20, 189, 190].

То есть влияние «бокового» трафика на транспортировку пакетов основного потока эквивалентно снижению пропускной способности транзитных звеньев на соответствующие величины внешних потоков.

Задержка сообщения при сквозной передаче между абонентами сети изучалась в работах [2, 7, 16, 65, 78, 217, 219]. В [65, 219] показано, что на задержку мультипакетного сообщения в многозвенном тракте передачи данных существенное влияние оказывает трубопроводный (конвейерный) эффект, заключающийся в том, что различные пакеты сообщения одновременно находятся в состоянии передачи на различных участках соединительного пути. Наиболее ярко трубопроводный эффект проявляется в сетях со стратегией виртуального соединения, в которых путь между взаимодействующими абонентами закрепляется, как правило, на все время сеанса связи. Однако следует отметить, что данный эффект имеет место и в дейтаграммных сетях, поскольку здесь для пакетов одного сообщения редко выбираются альтернативные маршруты. Кроме того, конвейерный эффект имеет место в локальных вычислительных сетях с кольцевой топологией (Token Ring, FDDI) [64, 137], в которых он проявляется на побайтном (пословном) уровне при информационном переносе между станциями кольца.

Необходимыми условиями наличия трубопроводного эффекта являются мультипакетность сообщения, многозвенность соединительного пути и способность параллельной работы различных участков приема сетевого тракта передачи данных. Два последних условия были всегда характерны для распределенных сетей, а в связи с первым условием возникает задача оптимальной фрагментации сообщения на пакеты. Впервые эта задача решалась в [209], где с учетом фактора искажений в канале связи получено уравнение для численного расчета оптимальной длины пакета, минимизирующей задержку сообщения. Однако применение этих результатов ограничено лишь однозвенными ло-

гическими каналами в силу того, что здесь рассматривался соединительный путь, состоящий из одного участка переприема. Фактически предложенные в [209] модели являются некоторым развитием замкнутых моделей звена передачи данных. Насколько известно автору, задача оптимальной фрагментации сообщения с учетом трубопроводного эффекта рассматривалась только в [78–80, 125, 217]. В работах [78, 79] предложен алгоритмический подход к расчету времени передачи последовательности пакетов по многозвенному сетевому каналу, основанный на конвейерных методах теории расписаний [71] в сочетании с бесконечнозначной логикой и логическими определителями [81–84]. При этом предполагается, что каждый пакет имеет индивидуальную задержку на каждом участке пути. Работы содержат также формулировку проблем исследования процесса передачи по сетевому каналу, но в явном аналитическом виде решение задач не найдено. В [125] исследуется процесс передачи однородного потока пакетов в однородном логическом соединении. В [217] получено соотношение для оптимальной длины пакета, обеспечивающей минимум времени доставки сообщения удаленному абоненту. Но решение найдено только для частного случая однородного тракта передачи данных с абсолютно надежными каналами связи, и дальнейшего развития вопрос выбора размера пакета по критерию задержки сообщений не получил.

В работах [2, 7] также исследуется задержка сквозной передачи сообщения, однако при построении моделей никак не учитывается трубопроводный эффект. Нерассмотренными также остаются проблемы описания процесса информационного переноса неоднородного трафика в неоднородном нагруженном виртуальном канале.

Важным параметром транспортных протоколов, определяющим их устойчивость, надежность и производительность, является длительность тайм-аута ожидания отправителем сквозной квитанции от получателя информационного потока. Размер тайм-аута зависит от характерного времени доставки сообщения удаленному абоненту и средней задержки ответной квитанции [120],

которые, в свою очередь, в значительной мере определяются степенью нагрузки на информационный тракт.

Вопросы выбора длительности тайм-аута ожидания подтверждения на сквозную доставку сообщения изучались в [49, 211]. Авторы [211] исследуют процесс передачи при наличии только положительных квитанций. Здесь показано, что среднее время передачи сообщения имеет унимодальный характер от величины тайм-аута при смешанном встречном трафике, когда подтверждения переносятся как в служебных, так и в информационных пакетах, имеющих существенно различные средние задержки в каналах связи. Для описания этого эффекта в [211] применяется гиперэкспоненциальное распределение времени получения квитанции, но адекватность такого описания реальному процессу квитирования не анализируется. В работе [49] подход [211] получил дальнейшее развитие. Здесь исследован протокол с положительными и отрицательными квитанциями, указаны условия, при которых такой протокол эффективнее управляющей процедуры, применяющей только положительные квитанции. Поскольку в моделях [49, 211] свойства потоков определяются распределениями, которые задает исследователь, и явно не учитывается специфика управляющих протоколов и многозвенность виртуального канала, то результаты [49, 211] применимы и к отдельному звену передачи данных.

Насколько известно автору, модели для изучения схем сквозного квитирования транспортного протокола, учитывающие существенно дискретный характер процесса информационного переноса и специфику различных стеков управляющих протоколов, отсутствуют. Составной частью задачи построения таких моделей является проблема поиска адекватных распределений времени переноса сквозных квитанций в виртуальном канале. Наибольшую сложность эта задача имеет при получении распределений для тракта с искажениями протокольных блоков данных на отдельных участках переприема, учете трубопроводного эффекта и интенсивности трафика.

Следует отметить, что принцип конвейеризации используется в настоящее время во многих компонентах вычислительных систем и сетей:

1. в микропроцессорах с CISC и RISC архитектурой ведущих производителей (Intel, AMD, Cyrix, NexGen, IBM, HP, DEC, Mips, Sun Microsystems и т.д.) [24, 25, 75, 103, 179];

2. в оперативной и видеопамяти (Fast Page Mode, Extended Data Output и т.д.) и кэш памяти компьютеров (Pipeline Burst Cache) [179];

3. при воплощении RAID-технологий различных уровней для организации отказоустойчивых дисковых массивов [6, 191];

4. в сетевых адаптерах одного из лидеров среди производителей сетевого оборудования — фирмы 3Com, выполняющих одновременную обработку протокольных блоков данных канального уровня на интерфейсе с шиной компьютера и на интерфейсе со средой передачи данных. Эта технология лицензирована фирмой 3Com как технология «Parallel tasking» [63, 227];

5. при реализации распределенных информационных технологий в корпоративных и глобальных сетях, основанных, например, на web-технологиях при подготовке, хранении и передаче web-страниц средствами протокола передачи гипертекстов HTTP [8, 73, 113, 194].

С точностью до содержательной интерпретации параметров конвейерные модели сетевых структур могут использоваться также при исследовании операционных характеристик микропроцессорных элементов [24, 25, 28, 103] и глобальных прикладных макросистем.

## 1.5. Резюме

При анализе проблем организации эффективного функционирования распределенных сетей передачи данных с коммутацией пакетов выясняется необходимость совершенствования существующих моделей отдельных сетевых структур, разработки новых моделей для исследования эффектов, факторов и механизмов, не

рассматривавшихся ранее, и создания на их основе нетрудоемких методов выбора сетевых параметров по различным критериям оптимальности. Проведенный в настоящей главе аналитический обзор результатов, достигнутых в изучении различных структурных образований, позволил выявить степень проработки вопросов организации эффективной работы сети, сформулировать нерешенные задачи и наметить основные направления исследований.

1. Существующие подходы к анализу звена передачи данных не учитывают весь спектр факторов, определяющих потенциальные возможности межузловых соединений. Модели нормальных процедур обмена протокола канального уровня не учитывают искажений квитанций, а модели асинхронных процедур хотя и учитывают данный фактор, однако не обладают преимуществом по отношению к управляющей процедуре стартстопного протокола, что свидетельствует о недостаточной адекватности этих моделей реальному процессу передачи данных по межузловому соединению. Поэтому представляется актуальным построение преимущественных моделей нормальных и асинхронных процедур линейных протоколов, учитывающих в фазе передачи данных искажения информационных и служебных кадров на показатели эффективности функционирования звена. Решению этих вопросов посвящена вторая глава монографии.

2. Существенным недостатком известных моделей управляющих процедур линейных протоколов является то, что они не отражают влияния блокировок буферной памяти узла-получателя на операционные характеристики звена передачи данных. В связи с этим необходима разработка моделей конвейерных протоколов канального уровня, учитывающих влияние искажений информационных и служебных протокольных блоков, а также фактора блокировок буферной памяти на производительность межузлового соединения. Такие модели анализируются в третьей главе.

3. Алгоритмы с решающей обратной связью, лежащие в основе протоколов канального и транспортного уровней, задают существенно дискретный характер процессу информационного переноса. Известные подходы к анализу показателей производитель-

ности многозвенных виртуальных каналов с искажениями протокольных блоков данных на отдельных участках переприема и ограниченными буферными накопителями транзитных узлов основаны на моделях с непрерывным временем и не дают адекватного описания процесса передачи данных при среднем и низком уровне искажений. Таким образом, возникает необходимость в построении моделей, позволяющих анализировать влияние фактора искажений и блокировок буферной памяти на пропускную способность «длинных» трактов в условиях дискретного характера процесса информационного переноса. Разработке таких моделей посвящена четвертая глава.

4. Для пользователей вычислительной сети важнейшим показателем ее эффективности является средний уровень сквозной задержки абонентских сообщений. В большинстве случаев исследование этого показателя сводится к изучению времени передачи по виртуальному каналу отдельного пакета данных, которое хотя и характеризует задержку абонентских сообщений в сети, но лишь косвенно. Конвейерный эффект [65, 219], в значительной мере определяющий задержку мультупакетных сообщений в многозвенном тракте передачи данных, практически не исследован. Отсутствуют модели, отражающие влияние этого эффекта на задержку в неоднородном виртуальном соединении, для различных нагрузочных характеристик, при переносе различных видов трафика, учитывающие искажения в каналах связи. В связи с этим возникает необходимость разработки моделей процесса передачи сообщений по виртуальным соединениям, учитывающих прежде всего влияние конвейерного эффекта на время доставки пользовательских данных сетевым абонентам в условиях различных нагрузок, неоднородности трафика и параметров межузловых соединений виртуального канала. Эти вопросы рассматриваются в пятой главе.

5. Отсутствуют подходы к комплексному изучению конвейерного механизма и фактора искажений протокольных блоков данных на отдельных участках переприема многозвенного тракта передачи данных. Актуальность таких моделей обусловлена практи-

ческой потребностью анализа влияния протокольных параметров на операционные характеристики виртуального канала и синтеза рациональных длительностей тайм-аутов неприема подтверждений при сквозном квитировании на уровне управляющих процедур транспортного протокола. Проблемы описания многозвенного тракта в виде стохастического конвейера со случайным временем обработки в отдельных его фазах, анализа вероятностно-временных характеристик виртуального соединения и синтеза размера сквозного тайм-аута неприема ответа исследуются в шестой главе.

6. Параметры линейных протоколов в значительной мере определяют потенциальные возможности межузловых соединений, требования к объему буферной памяти узлов коммутации и сквозную задержку абонентских сообщений. Известные методы формального выбора этих параметров ориентированы в основном на безусловное предпочтение критерия пропускной способности межузловых соединений и требуют трудоемких численных расчетов. Поскольку задача переопределения сетевых параметров достаточно часто возникает в реальных сетях в связи с изменением условий эксплуатации [77, 183], то появляется потребность в разработке нетрудоемких инженерных методов их выбора по различным критериям оптимальности. Эти вопросы в равной мере рассматриваются в главах со второй по шестую.

## Глава 2. Замкнутые модели звена передачи данных

### 2.1. Структура линейного протокола

В настоящее время в сетях передачи данных, работающих по принципу коммутации пакетов, для управления информационным каналом [198] широко используются линейные протоколы, рекомендованные различными международными организациями по стандартизации [214]. В основе этих протоколов лежат алгоритмы функционирования с решающей обратной связью [35, 72]. Высокая достоверность передачи информации в системах с решающей обратной связью достигается за счет повторных передач некорректно принятых элементов данных, что снижает реальную среднюю скорость обмена информацией, однако простота организации таких систем делает их применение в сетях передачи данных более предпочтительным по сравнению со сложно реализуемыми системами помехоустойчивого кодирования [34, с. 312] или [124, с. 411].

Большинство протоколов управления информационным каналом допускает два операционных режима: нормальный (синхронный) и асинхронный [34]. Нормальный режим позволяет организовать поочередный (попеременный) обмен данными между смежными взаимодействующими узлами сети и используется обычно на полудуплексных каналах связи. Асинхронный режим обеспечивает возможность одновременной передачи данных в обоих направлениях и применяется, как правило, на дуплексных каналах связи.

Потребность в повторной передаче информационного кадра обычно возникает в том случае, если он был искажен или не был принят удаленным узлом из-за отсутствия свободной буферной

памяти для хранения пакета данных, содержащегося в информационном кадре. Кроме того, при непоступлении подтверждения правильного приема кадра за время тайм-аута на ожидание квитанции также необходима повторная передача.

Для обнаружения ошибок отправителем в каждом кадре формируется проверочная последовательность (контрольный код) по некоторому порождающему полиному, принятому в конкретном протоколе. На стороне получателя при поступлении кадра с применением того же порождающего полинома производятся аналогичные вычисления. Результат вычислений сравнивается с посланной проверочной последовательностью. При равенстве вычисленного и полученного контрольных кодов кадр считается принятым правильно.

В случае, когда подтверждение на правильно принятый кадр искажается, приемная сторона может получить несколько копий одного кадра. Для устранения дублей осуществляется последовательная нумерация кадров по модулю заданного числа  $I$ , т.е. выполняется именованное кадрам. При поступлении в узел-получатель дублей уже принятых кадров копии стираются, но подтверждение обязательно высылается отправителю, так как копия кадра хранится у отправителя до тех пор, пока от получателя не будет получено подтверждение о его правильном приеме.

С целью повышения эффективности использования канала связи практически все протоколы допускают передачу более одного кадра до получения квитанции. Максимальное число кадров, которое можно передать без подтверждения их приема, называется размером разрешенной зоны [123] или шириной окна [20, 34]. Протоколы с размером разрешенной зоны больше единицы получили название конвейерных [12]. При единичной ширине окна, когда подтверждение ожидается после передачи каждого информационного кадра, приходим к простейшему стартстопному протоколу [20]. Очевидно, что для логической непротиворечивости протокола необходимо, чтобы размер разрешенной зоны был меньше мощности пространства имен  $I$ .

В конвейерных протоколах различают режимы функционирования с групповым и селективным отказом [20, 34]. В первом режиме повторной передаче подлежат все кадры последовательности, начиная с первого непринятого получателем, во втором — только непринятые. Например, в протоколе [36], стандартизованном Государственным комитетом СССР по стандартам, к селективному отказу наиболее близок адресный ( $A$ ) режим повторения информационных кадров, а к групповому — основной ( $B$ ) и квазиадресный ( $K$ ) режимы. Очевидно, что при ширине окна, равной единице, для всех операционных режимов (нормального и асинхронного) и функциональных режимов отказа (группового и селективного) имеем процедуру одного вида — стартстопную.

Каналы связи являются наиболее дорогостоящими элементами сетей передачи данных [39, 44, 48, 176]. По многочисленным данным зарубежных исследований [39, 44, 117, 198, 201, 214, 219], стоимость хранения, обработки и передачи данных имеет тенденцию к снижению, однако темпы снижения затрат на хранение и обработку значительно выше темпов снижения стоимости передачи данных. Сходные пропорции имеют место и в нашей стране [95, 96]. Поэтому наряду с вопросами логически правильной организации обмена данными по информационному каналу весьма важным является эффективное использование средств связи. Основным показателем эффективного использования связных ресурсов является пропускная способность межузлового соединения, определенная с учетом всех факторов, влияющих на потенциальные возможности звена передачи данных, характеристик звена и параметров линейного протокола.

Можно выделить три основных фактора, приводящих к повторным передачам и тем самым определяющих реальную скорость передачи по межузловому соединению: искажения информационных кадров (искажения в прямом канале), искажения кадров во встречном потоке, переносящих подтверждения (искажения в обратном канале), и блокировки буферной памяти узла-получателя.

Среди характеристик звена передачи данных, которые необходимо учитывать при анализе линейного протокола, выделим следующие: быстродействие канала связи (физическая скорость передачи данных по линии связи); вероятность искажения бита или кадра; время обработки кадра в узле-отправителе и узле-получателе; время переброса направления передачи модема (для полудуплексного канала связи); коэффициент удлинения кадра из-за бит(байт)-стаффинга [198] или применения в каналообразующей аппаратуре асинхронных устройств связи; объем буферного накопителя узла-получателя.

Важнейшими параметрами линейного протокола являются длина кадра или его информационной части, количество служебных битов кадра, ширина окна, длительность тайм-аута неприема ответа. Объем служебной части кадра определяется его структурой (форматом) и строго фиксирован в рамках конкретного протокола. Значения длины кадра, ширины окна и продолжительности тайм-аута точно не заданы и могут варьироваться проектировщиками сети в некоторых пределах, зависящих от конкретного протокола, с целью повышения эффективности функционирования звена передачи данных.

Напомним, что известные модели нормальной процедуры обмена учитывают только фактор искажений в прямом канале, а имеющиеся аналитические исследования асинхронных управляющих процедур хотя и учитывают искажения в прямом и обратном каналах связи, однако не обладают преемственностью по отношению к стартстопному протоколу. Кроме того, отсутствуют модели, отражающие влияние блокировок буферной памяти узла-приемника на операционные характеристики звена передачи данных.

В данной главе рассматриваются вопросы оптимизации важнейшего показателя эффективности функционирования сети — пропускной способности линейных соединений. В разд. 2.2 анализируется производительность стартстопного протокола. В разд. 2.3 и 2.4 строятся модели нормальных и асинхронных процедур управления звеном передачи данных, учитывающие фактор искажений в прямом и обратном каналах связи. Раздел 2.5 по-

священ аналитическому оцениванию оптимальных значений параметров различных линейных протоколов.

## 2.2. Анализ стартстопной управляющей процедуры

Как уже отмечалось выше, стартстопный протокол является базисной процедурой, к которой сводятся процедуры всех операционных режимов и типов отказа при ширине окна, равной единице. В этом смысле модель данной управляющей процедуры является контрольным соотношением для моделей протоколов с нормальным и асинхронным режимами функционирования. Очевидно, что модели процедур управления звеном передачи данных должны обладать преемственностью по отношению к стартстопному протоколу и при единичном размере окна приводить к модели базовой процедуры. Поэтому важно проанализировать показатели качества функционирования этого протокола, являющегося основой для сравнения процедур с различными операционными режимами и типами отказа.

Рассмотрим два узла, соединенных дуплексным или полудуплексным каналом связи, качество которого в общем случае зависит от направления передачи и характеризуется вероятностями искажения кадра для каждого из направлений. Дальнейший анализ проведем при следующих предположениях.

1. Будем считать, что в каждом узле имеется неограниченный поток кадров, отправляемых другому узлу, и обмен выполняется полными кадрами, т.е. кадрами максимально дозированной длины.

2. Передача организована таким образом, что всегда после передачи кадра ожидается подтверждение правильности его приема. Подтверждение посылается противоположной стороной либо с помощью специального укороченного (служебного) кадра-подтверждения в случае однонаправленного трафика, либо вместе с информационным кадром в случае симметричного трафика. Допустимое количество повторных передач будем считать неограниченным.

3. Кадр считается принятым узлом-получателем, если он не искажен и не является копией (дублем) уже принятого кадра. При искажении кадра подтверждение не высылается или отправляется отрицательная квитанция и кадр передается повторно. На поступивший дубль обязательно формируется положительная квитанция, но сама копия в узле-получателе стирается.

4. В модели предполагается, что условия первой и повторной передач кадра одинаковы, т.е. время передачи кадра не зависит от того, в который раз передается кадр. Будем пренебрегать, кроме того, различием в механизмах повторных передач, обусловленных тайм-аутом и отрицательной квитанцией.

5. Считается также, что не происходит потерь кадров из-за отсутствия буферной памяти у получателя.

Теперь рассмотрим пропускную способность канала связи, управляемого с помощью описанной процедуры, для одного направления передачи (или эффективную скорость передачи данных), определенную по аналогии с [195] как отношение объема информации, передаваемой в кадре, к среднему времени его передачи:

$$C_{CC}(L, m) = \frac{L - H}{\bar{t}_m}, \quad m = 1, 2, \quad (2.1)$$

где  $L$  — длина кадра,  $H$  — объем пакетной и кадровой служебной информации,  $m = 1$  соответствует случаю однонаправленного трафика, а  $m = 2$  — симметричного. Среднее время передачи кадра по межузловому соединению с учетом повторных передач, обусловленных искажениями в прямом и обратном каналах, при введенных предположениях определится как

$$\bar{t}_m = \sum_{i=1}^{\infty} i(mt + T_m)\Pi^{i-1}(1 - \Pi) = \frac{mt + T_m}{1 - \Pi}. \quad (2.2)$$

Здесь  $t$  — время вывода информационного кадра в линию связи;  $T_m$  — время не занятости канала связи передачей информационных кадров, которое может быть определено следующим образом:

$$T_1 = 2T_p + 2T_n + 2T_y + T_n, \quad T_2 = 2T_p + 2T_n + 2T_y,$$

где  $T_p$  — время распространения сигнала в канале связи;  $T_n$  — время переключения направления передачи модема полудуплексного канала связи (для дуплексного —  $T_n = 0$ );  $T_y$  — время узловой обработки кадра при приеме-передаче;  $T_{\Pi}$  — время передачи подтверждения в служебном кадре;  $\Pi = R_{\Pi} + (1 - R_{\Pi})R_{om}$  — вероятность повторной передачи кадра;  $R_{\Pi}$  и  $R_{om}$  — вероятности искажения информационного кадра в прямом канале и подтверждения в обратном канале соответственно.

Подставляя (2.2) в (2.1), получаем:

$$C_{CC}(L, m) = \frac{(L - H)(1 - R_{\Pi})(1 - R_{om})}{mt + T_m}, \quad m = 1, 2. \quad (2.3)$$

Отсюда видно, что пропускная способность межузлового соединения, управляемого простейшим протоколом, в равной мере определяется качеством прямого и обратного канала связи. Как правило, достоверность передачи информации в обоих направлениях одинакова. Тогда для большинства линейных протоколов, допускающих перенос подтверждений в информационном кадре (HDLC, IDLC, ГОСТ 26113-84, SDLC, ADCCP, CDCCP, BDLC, UDLC [26, 30, 36, 123, 124, 198, 214]), при симметричном трафике выполняется равенство  $R_{\Pi} = R_{o2} = R$  и соотношение (2.3) принимает вид:

$$C_{CC}(L, 2) = \frac{(L - H)(1 - R)^2}{2t + T_2}.$$

В то же время для протокола DDCMP даже при симметричном трафике в статистически однородном канале  $R_{\Pi} \neq R_{o2}$ , так как в данном протоколе заголовок кадра, несущий подтверждение, и его информационное поле имеют собственные коды проверки на наличие ошибок [20, 30, 124]. Поскольку интенсивность искажений кадра находится в прямой зависимости от его длины, то обычно  $R_{o1} \ll R_{\Pi}$ , а для протокола DDCMP  $R_{om} \ll R_{\Pi}$ ,  $m = 1, 2$ , в силу того, что обычно объем служебной части кадра намного меньше длины его информационного поля. По-видимому этим обусловлено то, что в большинстве работ по анализу возможно-

стей линейного протокола фактор искажений в обратном канале не учитывается.

### 2.3. Модели нормальных процедур

Теперь будем считать, что ширина окна имеет произвольное значение и обозначается всюду далее через  $\omega$ . Сделаем дополнительно к предположениям, введенным в разд. 2.2, следующие.

Предположим, что отправитель всегда передает последовательность (эшелон) из  $\omega$  кадров, после чего ожидает подтверждение правильности приема последовательности.

При групповом отказе неподтверждение кадров с номером

$$\text{mod}_I(N_r + 1), \text{mod}_I(N_r + 2), \dots, \text{mod}_I(N_r + \omega),$$

где  $N_r$  — текущее значение счетчика принятых получателем кадров, влечет повторную передачу соответственно  $\omega, \omega - 1, \dots, 1$  кадров, следующих за последним безошибочно принятым, и передачу  $0, 1, \dots, \omega - 1$  кадров с новой информацией.

При селективном режиме отказа вновь передаваемая последовательность состоит из  $k \leq \omega$  кадров, не принятых получателем, и  $\omega - k$  новых кадров. При этом предполагается, что мощность пространства имен достаточно велика для того, чтобы реализовать такой режим обмена.

Будем считать также, что достоверность передачи каждого кадра не зависит от достоверности передачи предыдущих кадров.

Воспользуемся определением пропускной способности межузловое соединения как отношения среднего объема информационных бит, переданных без ошибок в эшелоне из  $\omega$  кадров, к времени его передачи [186]. Тогда с учетом потерь в прямом и обратном каналах связи для нормальной процедуры обмена получаем

$$C_H(L, \omega, m) = \frac{L - H}{m\omega t + T_m} \sum_{i=1}^{\omega} iP(i, \omega)(1 - P_{ACK}(m)), \quad m = 1, 2, \quad (2.4)$$

где  $P(i, \omega)$  — вероятность безошибочной передачи по прямому каналу  $i$  информационных кадров в эшелоне длины  $\omega$ , определяемая соотношениями [212]

$$P(i, \omega) = \binom{\omega}{i} (1 - R_{\Pi})^i R_{\Pi}^{\omega-i} \quad (2.5)$$

в режиме селективного отказа и

$$P(i, \omega) = \begin{cases} (1 - R_{\Pi})^i R_{\Pi}, & i < \omega; \\ (1 - R_{\Pi})^{\omega}, & i = \omega \end{cases} \quad (2.6)$$

в режиме группового отказа;  $P_{АСК}(m)$  — вероятность искажения подтверждения в обратном канале.

Так как все кадры, следующие по обратному каналу, переносят квитанции, то для вероятностей  $P_{АСК}(m)$  при различных видах трафика справедливо

$$P_{АСК}(1) = R_{o1}, \quad P_{АСК}(2) = R_{o2}^{\omega}.$$

Данные равенства в общем виде можно переписать следующим образом:

$$P_{АСК}(m) = (m - 1)R_{om}^{\omega} - (m - 2)R_{om}, \quad m = 1, 2. \quad (2.7)$$

Подставляя (2.5) и (2.7) в (2.4), для режима селективного отказа получаем:

$$C_{НС}(L, \omega, m) = \frac{\omega(L - H)(1 - R_{\Pi})\{1 - (m - 1)R_{om}^{\omega} + (m - 2)R_{om}\}}{m\omega t + T_m}. \quad (2.8)$$

Аналогичное соотношение для случая группового отказа имеет вид:

$$C_{НГ}(L, \omega, m) = \frac{(L - H)(1 - R_{\Pi})(1 - (1 - R_{\Pi})^{\omega})}{R_{\Pi}(m\omega t + T_m)} \times \\ \times \left\{ 1 - (m - 1)R_{om}^{\omega} + (m - 2)R_{om} \right\}. \quad (2.9)$$

Нетрудно убедиться в том, что при  $\omega = 1$  из (2.8) и (2.9) получаем выражение для пропускной способности стартстопного протокола (2.3).

Для дальнейшего анализа перепишем соотношения (2.8), (2.9) в виде:

$$C_{\text{НС}}(L, \omega, m) = \frac{L - H}{t} Z_{\text{НС}}(\omega, m); \quad (2.10)$$

$$C_{\text{НГ}}(L, \omega, m) = \frac{L - H}{t} Z_{\text{НГ}}(\omega, m), \quad (2.11)$$

где

$$Z_{\text{НС}}(\omega, m) = \frac{\omega(1 - R_{\text{п}})}{m\omega + A_m} S_m; \quad (2.12)$$

$$Z_{\text{НГ}}(\omega, m) = \frac{(1 - R_{\text{п}})(1 - (1 - R_{\text{п}})^\omega)}{R_{\text{п}}(m\omega + A_m)} S_m; \quad (2.13)$$

$$S_m = 1 - (m - 1)R_{\text{ом}}^\omega + (m - 2)R_{\text{ом}},$$

$A_m = T_m/t$  — относительное время незанятости канала связи.

В соотношениях (2.10), (2.11) сомножитель  $(L - H)/t$  соответствует физической скорости передачи данных пользователя по каналу связи без ошибок с учетом потерь на перенос служебной информации.

Сомножители  $Z_{\text{НС}}(\omega, m)$  и  $Z_{\text{НГ}}(\omega, m)$  являются коэффициентами использования одного направления передачи канала связи, управляемого нормальной процедурой обмена в режиме селективного и группового отказа соответственно, со скоростью, определяемой сомножителем  $(L - H)/t$ . Коэффициенты  $Z_{\text{НС}}(\omega, m)$  и  $Z_{\text{НГ}}(\omega, m)$  можно интерпретировать также как долю физической скорости передачи данных пользователя, которая достигается в условиях наличия ошибок в прямом и обратном каналах.

Очевидно, что величина  $S_m$  характеризует степень влияния надежности обратного канала на пропускную способность межузлового соединения.

Анализ (2.12) и (2.13) показывает, что для абсолютно надежного канала связи ( $R_{\Pi} = R_{Om} = 0$ ) оба типа отказа эквивалентны:

$$Z_{\text{НС}}(\omega, m) = Z_{\text{НГ}}(\omega, m) = \frac{\omega}{m\omega + A_m}.$$

При  $R_{\Pi} > 0$ , произвольном  $R_{Om}$  и неограниченном возрастании ширины окна коэффициенты использования канала связи стремятся к значениям

$$Z_{\text{НС}}(\infty, m) = (1 - R_{\Pi})(1 + (m - 2)R_{Om})/m, \quad Z_{\text{НГ}}(\infty, m) = 0.$$

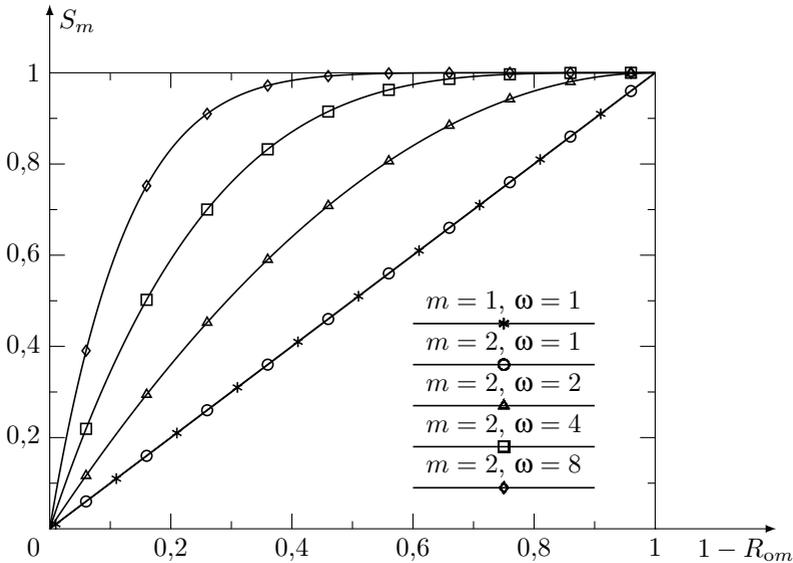


Рис. 2.1. Влияние надежности обратного канала связи на пропускную способность межузлового соединения в нормальном режиме функционирования

Из результатов, приведенных на рис. 2.1, видно, что при симметричном трафике с ростом  $\omega$  влияние фактора искажений решающей обратной связи на потенциальную пропускную способ-

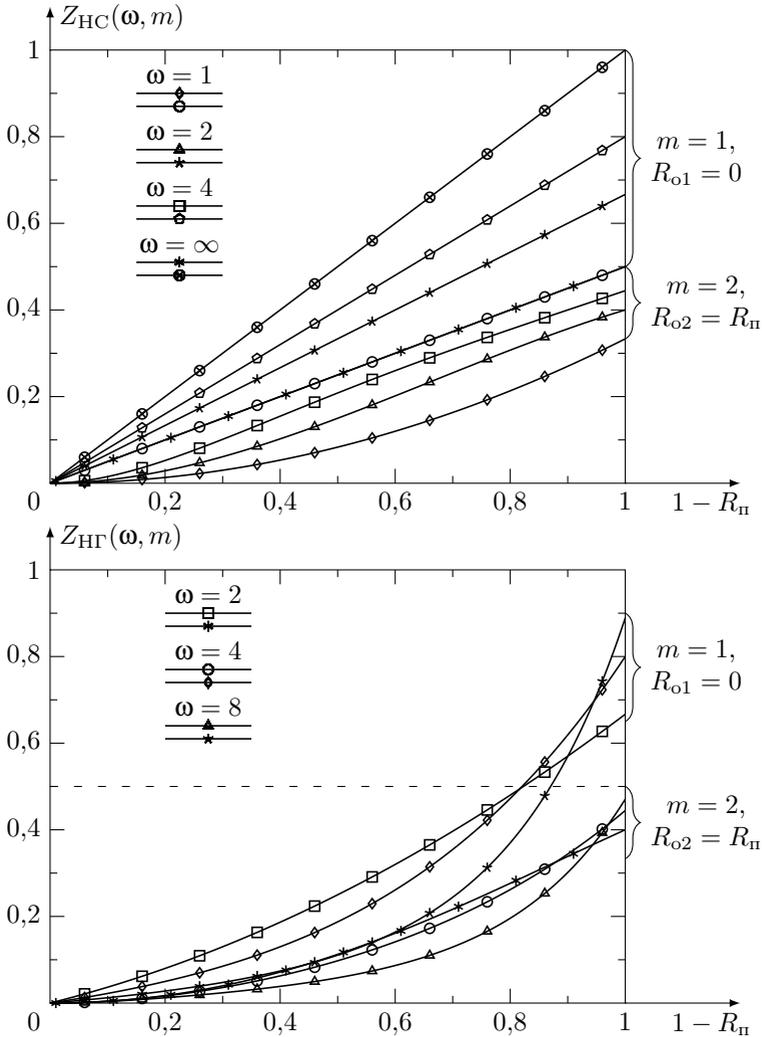


Рис. 2.2. Зависимость пропускной способности междузвучного соединения, управляемого нормальной процедурой обмена, в режиме селективного отказа (вверху) и в режиме группового отказа (внизу) от качества канала связи при  $A_m = 1$

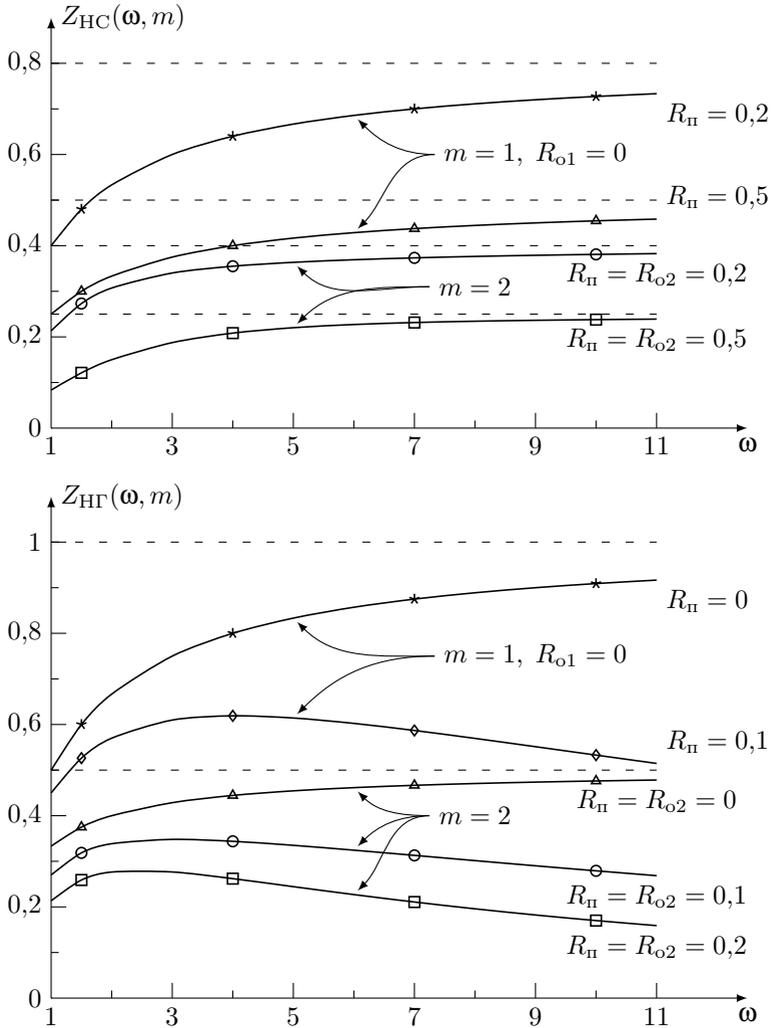


Рис. 2.3. Зависимость пропускной способности межузловое соединения, управляемого нормальной процедурой обмена, с селективным отказом (вверху) и групповым отказом (внизу), от размера окна при  $A_m = 1$

ность звена передачи данных быстро слабеет. При однопольном трафике высокая степень нейтрализации искажений в обратном канале обеспечивается, как правило, малыми размерами служебных кадров, за счет чего значения  $S_1$  близки к единице. Вид зависимости пропускной способности межузлового соединения от достоверности передачи информационного кадра при селективном и групповом режимах отказа приведен на рис. 2.2. Из этого рисунка видно, что при групповом режиме отказа имеются области значений  $R_{\text{п}}$ , для каждой из которых существует наилучший в смысле максимума пропускной способности размер окна.

В целом от ширины окна зависимость (2.12) имеет характер кривой с насыщением, а функция (2.13) при  $R_{\text{п}} > 0$  — унимодальный характер с неярко выраженным экстремумом (рис. 2.3).

## 2.4. Модели асинхронных процедур

Рассмотрим обмен данными между смежными узлами, соединенными двумя каналами связи, каждый из которых обеспечивает передачу кадров в одном направлении. Будем считать одинаковыми физические скорости передачи данных в обоих каналах и времена обработки кадров в узлах.

Предположим, что выполняются допущения 1, 3–5, сделанные при построении модели стартстопного протокола. Будем полагать также, что каждая из взаимодействующих сторон после отправки очередного кадра анализирует поступившую за это время квитанцию, а затем продолжает передачу с учетом особенностей различных режимов отказа. Тогда время полного цикла передачи информационного кадра для любого вида трафика в ранее введенных обозначениях составит  $t + T_2$ .

Передача ведется до тех пор, пока длина очереди неподтвержденных кадров не окажется равной ширине окна  $\omega$ . Такая ситуация возникает в случае, если источник информационных кадров за  $\omega$  циклов не получит ни одной неискаженной квитанции. При этом отправитель приостанавливает передачу информационных кадров (но передача квитанций для потока данных во встречном

направлении продолжается) и ожидает подтверждения в течение одного цикла, а затем передача информации возобновляется. Предположим, кроме того, что положительные и отрицательные квитанции всегда упакованы в информационные кадры, а во время приостановок передачи информации вероятность искажения квитанции имеет то же значение, что и при передаче в составе информационного кадра.

Так как уведомления переносятся в каждом кадре независимо, то в рамках введенных предположений время прихода квитанции распределено по геометрическому закону с параметром  $1 - R_o$ , где  $R_o = R_{o2}$ .

Теперь воспользуемся наиболее общим определением пропускной способности межузлового соединения, управляемого асинхронной процедурой обмена, в виде отношения среднего объема данных, передаваемых за время до прихода квитанции, к среднему времени получения квитанции [212]:

$$C_A(L, \omega) = (L - H)\bar{\omega}/\bar{l}, \quad (2.14)$$

где  $\bar{\omega}$  — среднее количество информационных кадров, передаваемых отправителем за время между двумя последовательными поступлениями квитанции, которое задается соотношением

$$\bar{\omega} = \sum_{l=1}^{\omega} P_l \bar{l}, \quad (2.15)$$

$P_l$  — вероятность того, что узел отправил  $l$  кадров до получения неискаженной квитанции;  $\bar{l} = \sum_{i=1}^l P(i, l)i$  — среднее количество информационных кадров, переданных без ошибок в эшелоне длины  $l$ . С учетом (2.5) и (2.6) выражение для  $\bar{l}$  можно переписать в виде:

$$\bar{l} = \begin{cases} l(1 - R_{\Pi}) & \text{при селективном отказе;} \\ (1 - R_{\Pi})(1 - (1 - R_{\Pi})^l) / R_{\Pi} & \text{при групповом отказе.} \end{cases} \quad (2.16)$$

В силу геометрического характера распределения времени прихода подтверждения

$$\bar{t} = \frac{t + T_2}{1 - R_o}. \quad (2.17)$$

Для расчета значений вероятностей  $P_l$ ,  $l = \overline{0, \omega}$  представим поведение узла-отправителя в стационарном режиме однородной марковской цепью с дискретным временем, состояниям которой соответствует размер очереди переданных, но не подтвержденных информационных кадров. Фактически  $P_l$  при этом будут вероятностями состояний цепи Маркова. Очевидно, что из нулевого состояния в первое передающий узел переходит с вероятностью детерминированного события. Дальнейший рост очереди неподтвержденных кадров происходит с вероятностью искажения квитанции  $R_o$  (рис. 2.4–2.5).

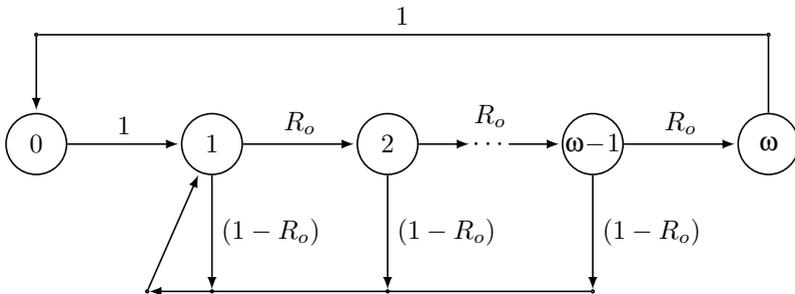


Рис. 2.4. Цепь Маркова, описывающая динамику очереди неподтвержденных кадров для режима селективного отказа

В режиме селективного отказа получение узлом-отправителем квитанции в состоянии с номером  $l = \overline{1, \omega - 1}$  вызывает переход в первое состояние, поскольку поступившая квитанция не содержит подтверждения или отказа на информационный кадр, переданный в текущем цикле (см. рис. 2.4). В режиме группового отказа при этих же условиях переход в первое состояние выполняется только тогда, когда все информационные кадры, отправленные к началу текущего цикла, получены адресатом без ошибок. В про-

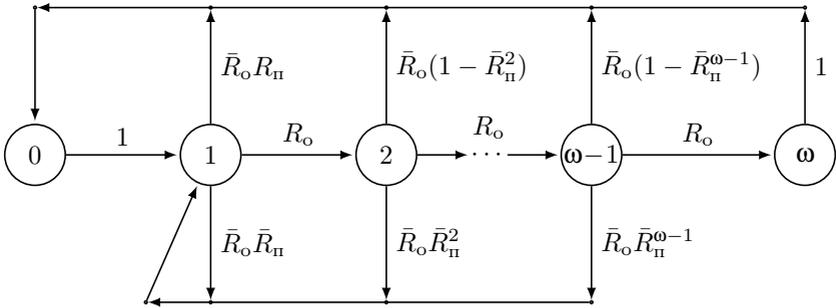


Рис. 2.5. Цепь Маркова, описывающая динамику очереди неподтвержденных кадров для режима группового отказа ( $\bar{R}_o = 1 - R_o$ ;  $\bar{R}_\pi = 1 - R_\pi$ )

тивном случае, происходит переход в нулевое состояние (рис. 2.5). Так как в состоянии с номером  $\omega$  передача информационных кадров приостанавливается, то переход из этого состояния возможен только в нулевое состояние. Таким образом, для переходных вероятностей однородной цепи Маркова, описывающей динамику очереди неподтвержденных кадров в установившемся режиме, справедливо

$$P_{ij} = \begin{cases} 1, & j = 1, \quad i = 0; \\ R_o, & j = i + 1, \quad i = \overline{1, \omega - 1}; \\ 1 - R_o, & j = 1, \quad i = \overline{1, \omega - 1}; \\ 1, & j = 0, \quad i = \omega; \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

для случая селективного отказа и

$$P_{ij} = \begin{cases} 1, & j = 1, \quad i = 0; \\ R_o, & j = i + 1, \quad i = \overline{1, \omega - 1}; \\ (1 - R_o)(1 - R_\pi)^i, & j = 1, \quad i = \overline{1, \omega - 1}; \\ (1 - R_o)(1 - (1 - R_\pi)^i), & j = 0, \quad i = \overline{1, \omega - 1}; \\ 1, & j = 0, \quad i = \omega; \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

для случая группового отказа.

Теперь для каждого режима защиты от ошибок можно записать систему уравнений равновесия. Начнем с режима селективного отказа:

$$\begin{aligned} P_0 &= P_{\omega}; \\ P_1 &= P_0 + (1 - R_o) \sum_{l=1}^{\omega-1} P_l; \\ P_l &= P_{l-1} R_o, \quad l = \overline{2, \omega}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

С учетом условия нормировки отсюда находим

$$P_l = \begin{cases} \frac{(1 - R_o) R_o^{\omega-1}}{1 + R_o^{\omega-1} (1 - 2R_o)}, & l = 0; \\ \frac{(1 - R_o) R_o^{l-1}}{1 + R_o^{\omega-1} (1 - 2R_o)}, & l = \overline{1, \omega}. \end{cases} \quad (2.19)$$

Из данного соотношения видим, что при  $R_o = 0$  и  $\omega > 1$  распределение вероятностей состояний цепи Маркова принимает вид:

$$P_1 = 1, \quad P_l = 0, \quad l = 0, \overline{2, \omega}. \quad (2.20)$$

То есть для исключения непроизводительных простоев в прямом канале при абсолютно надежном обратном канале дуплексного соединения достаточно выбрать  $\omega = 2$ . Учитывая (2.16) и (2.19), из (2.15) получаем

$$\bar{\omega} = \frac{(1 - R_n) \left\{ 1 - (1 + \omega(1 - R_o)) R_o^{\omega} \right\}}{(1 - R_o) \left\{ 1 + (1 - 2R_o) R_o^{\omega-1} \right\}}. \quad (2.21)$$

Подставляя (2.17) и (2.21) в (2.14), приходим к следующему выражению для пропускной способности межузловое соединения, управляемого асинхронной процедурой обмена в режиме селективного отказа:

$$C_{AC}(L, \omega) = \frac{L - H}{t + T_2} Z_{AC}(\omega), \quad (2.22)$$

где

$$Z_{AC}(\omega) = \frac{(1 - R_{\Pi}) \left\{ 1 - (1 + \omega(1 - R_o)) R_o^\omega \right\}}{1 + (1 - 2R_o) R_o^{\omega-1}}. \quad (2.23)$$

Рассмотрим режим группового отказа. Система уравнений равновесия, аналогичная (2.18), в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} P_0 &= \sum_{l=1}^{\omega-1} P_l (1 - R_o) (1 - (1 - R_{\Pi})^l); \\ P_1 &= P_0 + \sum_{l=1}^{\omega-1} P_l (1 - R_o) (1 - R_{\Pi})^l; \\ P_l &= P_{l-1} R_o, \quad l = \overline{2, \omega}. \end{aligned}$$

Отсюда с учетом условия нормировки для стационарных вероятностей состояния цепи Маркова получаем

$$P_l = \begin{cases} \frac{(1 - R_o) \left\{ R_{\Pi} + (1 - R_o)(1 - R_{\Pi}) [R_o(1 - R_{\Pi})]^{\omega-1} \right\}}{G}, & l = 0; \\ \frac{(1 - R_o)(1 - R_o(1 - R_{\Pi})) R_o^{l-1}}{G}, & l = \overline{1, \omega}, \end{cases} \quad (2.24)$$

где  $G = 1 + R_{\Pi} - R_o + (1 - R_o)^2 R_o^{\omega-1} (1 - R_{\Pi})^\omega - R_o^\omega (1 - R_o(1 - R_{\Pi}))$ . При  $R_o = 0$  и  $\omega > 1$  распределение (2.24) принимает вид:

$$P_0 = R_{\Pi}/(1 + R_{\Pi}), \quad P_1 = 1/(1 + R_{\Pi}), \quad P_l = 0, \quad l = \overline{1, \omega}.$$

Таким образом, для режима группового отказа максимальная нагрузка на прямой канал при абсолютно надежном обратном канале достигается так же, как и в случае селективного отказа, уже для  $\omega = 2$ . Из (2.19) и (2.24) нетрудно видеть, что  $\omega = 1$  приводит к распределению, не зависящему от типа отказа и параметров канала связи:  $P_l = 1/2$ ,  $l = \overline{0, 1}$ . При этом прямой канал половину времени простаивает в ожидании квитанции.

Из формул (2.15), (2.16) и (2.24) следует, что

$$\bar{\omega} = \frac{(1 - R_{\Pi}) \left\{ R_{\Pi} - R_o^{\omega} [1 - R_o(1 - R_{\Pi}) - (1 - R_o)(1 - R_{\Pi})^{\omega+1}] \right\}}{R_{\Pi} \left\{ 1 + R_{\Pi} - R_o + (1 - R_o)^2 R_o^{\omega-1} (1 - R_{\Pi})^{\omega} - R_o^{\omega} (1 - R_o(1 - R_{\Pi})) \right\}}.$$

Тогда пропускная способность звена передачи данных при управлении асинхронной процедурой обмена в режиме группового отказа определится следующим выражением:

$$C_{AG}(L, \omega) = \frac{L - H}{t + T_2} Z_{AG}(\omega), \quad (2.25)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{AG}(\omega) &= (1 - R_{\Pi})(1 - R_o) \times \\ &\times \frac{R_{\Pi} - R_o^{\omega} [1 - R_o(1 - R_{\Pi}) - (1 - R_o)(1 - R_{\Pi})^{\omega+1}]}{R_{\Pi} \left\{ 1 + R_{\Pi} - R_o + (1 - R_o)^2 R_o^{\omega-1} (1 - R_{\Pi})^{\omega} - R_o^{\omega} (1 - R_o(1 - R_{\Pi})) \right\}}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Теперь интересно рассмотреть поведение потенциальной пропускной способности межузловое соединения для различных режимов отказа в ряде частных случаев.

1. Полагая в (2.22) и (2.25) размер окна равным единице, приходим к соотношению для пропускной способности стартстопного протокола (2.3) при симметричном трафике ( $m = 2$ ), что подтверждает преимущество предложенных моделей асинхронных процедур по отношению к стартстопному протоколу.

2. Для абсолютно надежного прямого канала связи ( $R_{\Pi} = 0$ ) соотношения (2.23), (2.26), как и следовало ожидать, дают одинаковый результат:

$$Z_{AC}(\omega) = Z_{AG}(\omega) = \frac{1 - R_o^{\omega} \{1 + \omega(1 - R_o)\}}{1 + R_o^{\omega-1} (1 - 2R_o)}.$$

3. При  $R_o = 0$  и  $\omega > 1$  пропускная способность для селективного режима отказа определяется только достоверностью

передачи информационного кадра по прямому каналу связи:  $Z_{AC}(\omega) = 1 - R_{\Pi}$ . То же самое имеет место в случае неограниченного роста размера окна ( $\omega \rightarrow \infty$ ). Для режима группового отказа набор параметров  $R_o = 0$  и  $\omega > 1$  приводит к соотношению  $Z_{AG}(\omega) = (1 - R_{\Pi})/(1 + R_{\Pi})$ , а случай  $\omega \rightarrow \infty$ , соответствующий предельным возможностям управляющей процедуры, — к выражению

$$Z_{AG}(\infty) = \frac{(1 - R_{\Pi})(1 - R_o)}{1 + R_{\Pi} - R_o}.$$

4. В реальных системах связи качество прямого и обратного каналов дуплексного соединения, как правило, одинаково. В этих условиях для подавляющего большинства протоколов выполняется равенство  $R_{\Pi} = R_o = R$ . Тогда соотношения (2.23), (2.26) существенно упрощаются:

$$Z_{AC}(\omega) = \frac{(1 - R) \left\{ 1 - (1 + \omega(1 - R))R^{\omega} \right\}}{1 + (1 - 2R)R^{\omega-1}},$$

$$Z_{AG}(\omega) = \frac{(1 - R)^2 \left\{ 1 - R^{\omega-1} [1 - R(1 - R) - (1 - R)^{\omega+2}] \right\}}{1 + (1 - R)^{\omega+2}R^{\omega-1} - R^{\omega}(1 - R(1 - R))}.$$

Отсюда нетрудно видеть, что  $Z_{AG}(\infty) = Z_{AC}(2) = (1 - R)^2$ . То есть для статистически однородного дуплексного канала связи потенциальные возможности режима группового отказа асинхронной процедуры обмена в режиме селективного отказа достигаются уже при  $\omega = 2$ . Следует заметить, однако, что для важного случая высокой достоверности передачи данных по каналу связи, для которого обычно и применяются алгоритмы с решающей обратной связью, различие между двумя режимами функционирования мало (рис. 2.6). Отметим также, что пропускная способность межузлового соединения быстро растет с увеличением размера окна и практически достигает своей предельной величины еще до  $\omega = 10$ . Таким образом, применение более сложного в реализации селективного отказа может оказаться предпочтительным при низких значениях достоверности передачи кадров.

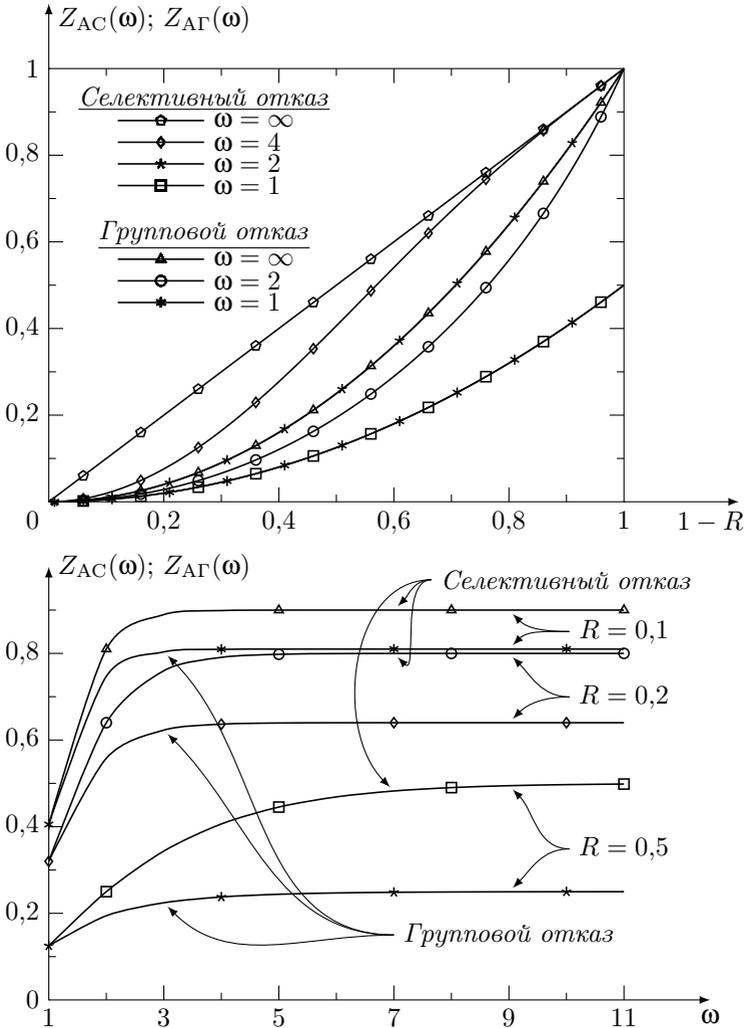


Рис. 2.6. Зависимость пропускной способности межузловое соединения, управляемого асинхронной процедурой обмена, от качества канала связи (вверху) и от ширины окна (внизу) при  $R_{п} = R_{о} = R$

С ростом же величины  $1 - R$  преимущество данного метода защиты от ошибок перед групповым отказом достаточно быстро падает (рис. 2.6). Дальнейшее обобщение данной модели на случай многозвенного транспортного соединения предложено в [70].

## 2.5. Оптимизация сетевых параметров

При реализации протокола управления информационным каналом важным моментом является выбор параметров, обеспечивающих его эффективное функционирование при минимальных затратах на обработку и хранение пакетов данных. Поскольку основную долю стоимости коммутационной подсистемы сети составляет стоимость средств связи, то выбор параметров протокола должен предусматривать эффективное использование наиболее дорогостоящего ресурса — пропускной способности межузловых соединений. Стандартный набор параметров, допускающих свободу выбора в области разрешенных протоколом значений, включает длину кадра, ширину окна и длительность тайм-аута неприема ответа. Рецепты по выбору логически непротиворечивых значений этих параметров имеются в [118]. Уравнения для численного расчета оптимальной длительности тайм-аута стартового протокола и его модификации получены в [49, 211]. В работах [1, 3, 4, 21, 22, 50, 108, 186, 195, 203, 205–207, 212, 216, 218, 224, 225] с различной степенью общности выполнен анализ влияния длины кадра и размера окна на эффективную скорость передачи данных.

Однако определение значений этих параметров, максимизирующих пропускную способность управляющей процедуры линейного протокола, требует трудоемких численных расчетов. Предлагаемые в этих работах модели звена передачи данных учитывают не весь спектр факторов, определяющих потенциальные возможности межузловых соединений. Кроме того, сравнение и анализ пропускных способностей для различных наборов параметров и различных классов процедур затруднены из-за того, что в ряде случаев [4, 189, 203, 218] результаты численных исследований приводятся в терминах абсолютных значений пропускной способ-

ности. Следует отметить также, что анализ влияния сетевых параметров на эффективность функционирования звена выполнен не для всех классов процедур.

Поскольку в общей проблеме проектирования сети пакетной коммутации оптимизация линейных соединений является лишь одной из многочисленных задач синтеза, то желательно максимально снизить трудоемкость и упростить процесс получения обоснованного решения задачи выбора сетевых параметров. Естественным решением этого вопроса является получение аналитических зависимостей для оптимальных значений параметров. Так как в целевые функции (2.3), (2.10), (2.11), (2.22), (2.25) входят неалгебраические выражения, то получение явных оптимизационных формул невозможно. Будем искать оценки оптимальных значений длины кадра и ширины окна.

### 2.5.1. Оценивание оптимальной длины кадра

Наиболее простой случай обмена соответствует ширине окна, равной единице. Для систем, функционирующих согласно такой процедуре, необходимо возникает задача выбора оптимальной длины кадра. С одной стороны, размер кадра следует увеличивать, чтобы сократить в нем долю служебных битов и уменьшить относительное время незанятости канала связи. С другой стороны, увеличение размера кадра вызывает рост уровня ошибок на кадр и, как следствие, рост повторных передач из-за искажений. Аналогичная картина сохраняется и при произвольной ширине окна различных классов процедур управления информационным каналом.

Преобразуем соотношения для пропускной способности так, чтобы получить в них явную зависимость от длины кадра.

Пусть  $C$  (бит/с) — физическая скорость передачи по каналу связи в каждом из направлений,  $a \geq 1$  — коэффициент увеличения длины кадра в результате бит(байт)-стаффинга или применения асинхронной каналобразующей аппаратуры. Тогда для времени вывода кадра в линию связи справедливо:

$$t = aL/C. \quad (2.27)$$

Функциональная зависимость вероятности искажения кадра от его длины определяется законом распределения вероятности появления ошибок в канале связи. Для большинства приложений можно считать, что ошибки в канале связи появляются независимо друг от друга [17, 90, 195, 197]. Согласно исследованиям, выполненным в [197], независимое распределение ошибок описывает наихудший случай и в этом смысле является мажорантой реальной ситуации в канале. Вероятность искажения кадра при этом выражается через вероятность независимой битовой ошибки  $r$  формулой [17, 90, 195, 197]

$$R = 1 - (1 - r)^{aL}. \quad (2.28)$$

Теперь соотношения для пропускной способности (2.3), (2.10), (2.11), (2.12), (2.25) можно переписать в виде:

$$C_{CC}(L, m) = C \frac{(L - H)(1 - r_{\Pi})^{aL}}{maL + CT_m} \times \left\{ (m - 1)(1 - r_o)^{aL} - (m - 2)(1 - r_o)^{aH} \right\}; \quad (2.29)$$

$$C_{HC}(L, \omega, m) = C \frac{(L - H)\omega(1 - r_{\Pi})^{aL}}{m\omega aL + CT_m} \times \left\{ (m - 1) \left[ 1 - (1 - (1 - r_o)^{aL})^{\omega} \right] - (m - 2)(1 - r_o)^{aH} \right\}; \quad (2.30)$$

$$C_{HG}(L, \omega, m) = C \frac{(L - H)(1 - r_{\Pi})^{aL} (1 - (1 - r_{\Pi})^{\omega aL})}{(m\omega aL + CT_m)(1 - (1 - r_{\Pi})^{aL})} \times \left\{ (m - 1) \left[ 1 - (1 - (1 - r_o)^{aL})^{\omega} \right] - (m - 2)(1 - r_o)^{aH} \right\}; \quad (2.31)$$

$$C_{AC}(L, \omega) = C \frac{(L - H)(1 - r_{\Pi})^{aL}}{(aL + CT_2)} \times \frac{\left\{ 1 - (1 + \omega(1 - r_o)^{aL})(1 - (1 - r_o)^{aL})^{\omega} \right\}}{\left\{ 1 - (1 - 2(1 - r_o)^{aL})(1 - (1 - r_o)^{aL})^{\omega-1} \right\}}; \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}
C_{AG}(L, \omega) = C \frac{(L - H)(1 - r_{\Pi})^{aL}(1 - r_o)^{aL}}{(aL + CT_2)(1 - (1 - r_{\Pi})^{aL})} & \left\{ 1 - (1 - r_{\Pi})^{aL} - \right. \\
- (1 - (1 - r_o)^{aL})^{\omega} & \left[ 1 - (1 - (1 - r_o)^{aL})(1 - r_{\Pi})^{aL} - \right. \\
- (1 - r_o)^{aL}(1 - r_{\Pi})^{aL(\omega+1)} & \left. \right] \Bigg\} / \left\{ 1 - (1 - r_{\Pi})^{aL} + (1 - r_o)^{aL} + \right. \\
+ (1 - r_o)^{2aL}(1 - (1 - r_o)^{aL})^{\omega-1} & (1 - r_{\Pi})^{\omega aL} - \\
- (1 - (1 - r_o)^{aL})^{\omega} & \left( 1 - (1 - (1 - r_o)^{aL}) \right) (1 - r_{\Pi})^{aL} \left. \right\}. \quad (2.33)
\end{aligned}$$

Здесь  $r_{\Pi}$  и  $r_o$  — вероятности искажения бита в прямом и обратном каналах связи соответственно. На рис. 2.7 приведены характерные зависимости пропускной способности межузлового соединения от длины кадра. Поскольку реальной областью применения алгоритмов с решающей обратной связью являются системы обмена на каналах с достаточно низкой вероятностью поражения бита, то для получения оценок оптимальных значений  $L$  можно воспользоваться приближениями соотношений (2.29)–(2.33).

Начнем рассмотрение с управляющей процедуры стартстопного протокола. Будем считать, что основной вклад во время повторных передач вносит только первая повторная передача, то есть будем учитывать только линейные по  $\Pi$  члены в формуле (2.2). Тогда приближенное выражение для среднего времени передачи информационного кадра будет иметь вид:  $\bar{t}_m \simeq (mt + T_m)(1 + R_{\Pi} + (1 - R_{\Pi})R_{om})$ . Пренебрегая здесь величинами, пропорциональными  $R_{\Pi}R_{om}$ , а при однонаправленном трафике ( $m = 1$ ) — повторной передачей, обусловленной искажением решающей обратной связи (в силу того, что вероятность появления ошибки в служебном кадре, содержащем квитанцию, значительно ниже вероятности искажения информационного кадра), получаем:  $\bar{t}_m \simeq (mt + T_m)(1 + R_{\Pi} + (m - 1)R_{om})$ . Будем полагать, что  $r_{\Pi}$  и  $r_o$  достаточно малы. Тогда, используя линейные приближения относительно  $r_{\Pi}$  и  $r_o$  степенных функций вида (2.28), с учетом (2.1) и (2.27) имеем

$$C_{CC}(L, m) = C \frac{L - H}{(maL + CT_m)(1 + r_{\Pi}aL + (m - 1)r_oaL)}. \quad (2.34)$$

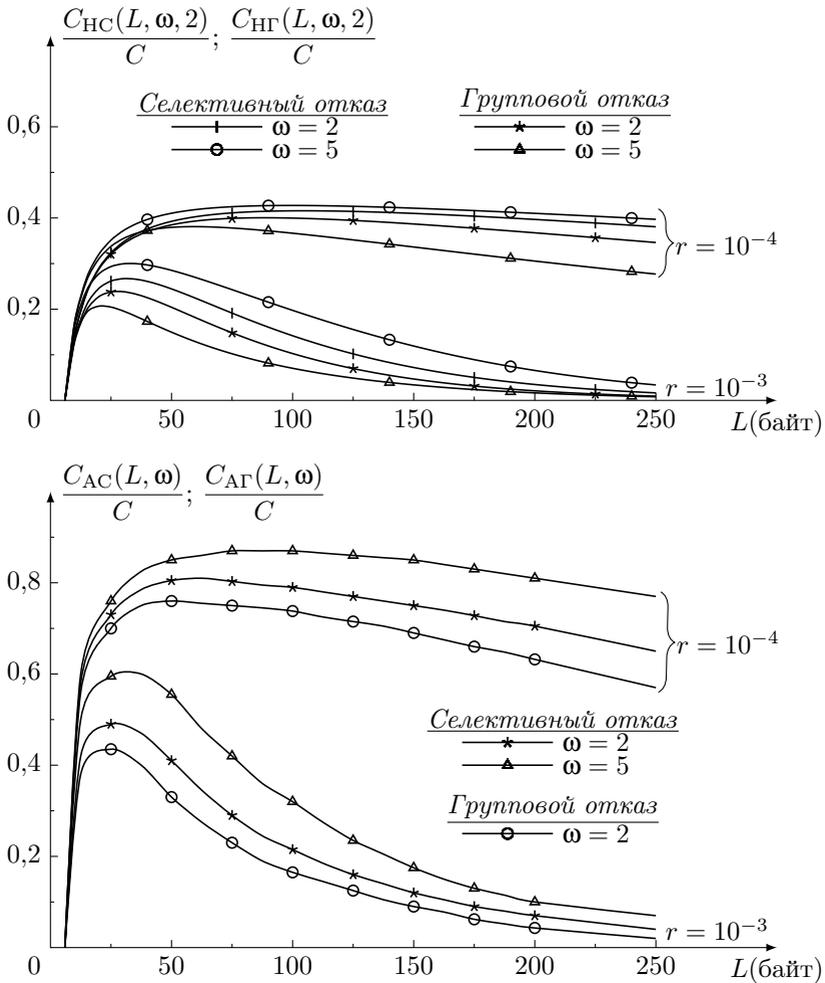


Рис. 2.7. Зависимость пропускной способности от размера кадра для асинхронного (вверху) и нормального (внизу) режима обмена при  $m = 2$ ,  $H = 48$  бит,  $a = 1$ ,  $C = 1200$  бит/с,  $T_2 = 0,1$  с,  $T_y = 0,01$  с,  $r_{п} = r_o = r$

Считая, что  $L$  изменяется непрерывно, дифференцируем  $C_{CC}(L, m)$  по  $L$  и получаем условие максимума для пропускной способности, откуда находим оценку оптимального значения длины кадра:

$$\hat{L} = H + \sqrt{\left(H + \frac{CT_m}{ma}\right) \left(H + \frac{1}{a(r_{\Pi} + (m-1)r_o)}\right)}. \quad (2.35)$$

Исследование второй производной выражения (2.34) подтверждает, что размер кадра, определяемый соотношением (2.35), обеспечивает максимум пропускной способности.

Теперь рассмотрим нормальные процедуры обмена при  $\omega \geq 2$ . Воспользуемся определением пропускной способности по аналогии с [195] в виде отношения объема данных, передаваемых в последовательности из  $\omega$  кадров, к среднему времени передачи последовательности:

$$C_H(L, \omega, m) = \omega(L - H) / \bar{t}_m. \quad (2.36)$$

Отметим, что в числителе данного соотношения мы пренебрегаем информацией, дополняющей эшелоны кадров до  $\omega$  при повторных передачах.

Найдем оценку оптимального  $L$  для режима селективного отказа. Значение  $\bar{t}_m$  с учетом только первой повторной передачи определится как

$$\begin{aligned} \bar{t}_m \simeq & \left\{ 1 - (m-1)R_{om}^{\omega} + (m-2)R_{om} \right\} \times \\ & \times \left\{ m\omega t + T_m + \sum_{i=0}^{\omega-1} \binom{\omega}{i} (1 - R_{\Pi})^i R_{\Pi}^{\omega-i} ((m\omega - i)t + T_m) \right\}. \end{aligned}$$

Поскольку при  $m = 2$  повторная передача, обусловленная искажениями квитанций, имеет вклад, пропорциональный  $R_{o2}^{\omega}$ ,  $\omega \geq 2$ , то ею можно пренебречь. Кроме того, так же как и в предыдущем

случае, будем пренебрегать искажениями квитанции при однопользовательском трафике. Тогда соотношение для  $\bar{t}_m$  можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \bar{t}_m &\simeq (m\omega t + T_m) \left\{ 1 + \sum_{i=0}^{\omega} \binom{\omega}{i} (1 - R_{\Pi})^i R_{\Pi}^{\omega-i} - (1 - R_{\Pi})^{\omega} \right\} - \\ &\quad - \omega t \left\{ \sum_{i=0}^{\omega} \binom{\omega-1}{i-1} (1 - R_{\Pi})^i R_{\Pi}^{\omega-i} - (1 - R_{\Pi})^{\omega} \right\} \simeq \\ &\simeq (2m-1)\omega t - (1 - R_{\Pi})^{\omega} ((m-1)\omega t + T_m) + \omega t R_{\Pi} + 2T_m. \end{aligned}$$

Выражая здесь величины  $t$  и  $R_{\Pi}$  через параметр  $L$  и используя линейные относительно  $r_{\Pi}$  приближения функций  $(1 - r_{\Pi})^{La}$  и  $(1 - r_{\Pi})^{\omega La}$ , получаем формулу, подставляя которую в (2.36), приходим к следующей приближенной зависимости для пропускной способности:

$$C_{\text{НС}}(L, \omega, m) \simeq \frac{C\omega(L - H)}{L^2 a^2 r_{\Pi} \omega (1 + (m-1)\omega) + La\omega(m + CT_m r_{\Pi}) + CT_m}. \quad (2.37)$$

Отсюда прямыми методами отыскания экстремума функции находим, что размер кадра

$$\hat{L} = H + \sqrt{H \left( H + \frac{CT_m}{a(1 + (m-1)\omega)} \right) + \frac{mH + CT_m/a\omega}{ar_{\Pi}(1 + (m-1)\omega)}}, \quad \omega \geq 2 \quad (2.38)$$

максимизирует приближенное соотношение для пропускной способности (2.37).

Рассмотрим случай группового отказа для нормального режима функционирования звена передачи данных при  $\omega \geq 2$ . Используя предположение о доминирующем вкладе первой повторной передачи в среднее время передачи последовательности кадров и несущественном влиянии искажений квитанции, имеем  $\bar{t}_m \simeq m\omega t + T_m + \sum_{i=0}^{\omega-1} (1 - R_{\Pi})^i R_{\Pi} ((m\omega - i)t + T_m)$ . Применяя к данному выражению формулу для конечной суммы арифметико-

геометрической прогрессии [38] и подставляя его в (2.36), получаем:

$$C_{\text{НГ}}(L, \omega, m) \simeq \frac{\omega(L - H)}{2m\omega t + (1 - R_{\text{П}})^{\omega} \left[ \frac{1 - R_{\text{П}}}{R_{\text{П}}} t - (m - 1)\omega t - T_m \right] - \left[ \frac{1 - R_{\text{П}}}{R_{\text{П}}} t - 2T_m \right]}. \quad (2.39)$$

Отсюда с учетом (2.27) и линейных приближений функций вида (2.28) получаем приближенное соотношение для пропускной способности звена, совпадающее с (2.37). Тогда оценкой оптимального  $L$  для режима группового отказа является формула (2.38). То есть для нормальных процедур обмена оптимальный размер кадра в первом приближении инвариантен к режиму защиты от ошибок.

Отметим, что поскольку для протокола DDCMP вероятность искажения квитанции при любом виде трафика определяется вероятностью поражения служебного поля кадра, то в силу предположения о пренебрежимо малой ее величине оценка оптимального  $L$  (2.38) в рамках данного протокола справедлива при произвольной ширине окна ( $\omega \geq 1$ ).

Из (2.35), (2.38) видно, что оценки оптимальной длины кадра естественно распадаются на служебную и информационную части. При этом размер информационной части кадра имеет содержательно хорошо интерпретируемую зависимость от параметров протокола ( $H, \omega$ ), характеристик звена передачи данных ( $r_{\text{П}}, r_{\text{О}}$ ,  $C, a, T_m$ ) и вида трафика ( $m$ ).

Рассмотрим теперь класс асинхронных процедур. Очевидно, что для  $\omega = 1$  оценкой оптимального  $L$  будет являться соотношение (2.35) с учетом того, что компоненты  $T_{\text{П}}, T_{\text{П}}$  времени занятости  $T_m$  равны нулю. Найдем оценки оптимального  $L$  при  $\omega = 2$ . Будем, как и прежде, учитывать только линейные по  $R_{\text{П}}$  и  $R_{\text{О}}$  компоненты в соотношениях для пропускной способности. Тогда для режима селективного отказа из (2.22) получаем:

$C_{AC}(L, 2) \simeq \frac{(L-H)(1-R_{\Pi})}{(t+T_2)(1+R_o)}$ . Принимая во внимание то, что функция вида  $1-x$  при  $x \ll 1$  является линейным приближением функции  $(1+x)^{-1}$ , выражение для  $C_{AC}(L, 2)$  можно переписать так:

$$C_{AC}(L, 2) \simeq \frac{L-H}{(t+T_2)(1+R_o)(1+R_{\Pi})} \simeq \frac{L-H}{(t+T_2)(1+R_o+R_{\Pi})}.$$

Расписывая через искомую величину  $L$  параметры  $t$ ,  $R_{\Pi}$  и  $R_o$  и учитывая только линейные по  $r_{\Pi}$  и  $r_o$  члены в разложении функций  $(1-r_{\Pi})^{aL}$ ,  $(1-r_o)^{aL}$ , приходим к

$$C_{AC}(L, 2) \simeq \frac{C(L-H)}{L^2 a^2 (r_{\Pi} + r_o) + L(1 + CT_2 a (r_{\Pi} + r_o)) + CT_2}, \quad (2.40)$$

откуда получаем оценку оптимальной длины пакета для селективного режима отказа при  $\omega = 2$ :

$$\hat{L} = H + \sqrt{\left(H + \frac{CT_2}{a}\right) \left(H + \frac{1}{a(r_{\Pi} + r_o)}\right)}. \quad (2.41)$$

Действуя аналогичным образом, для режима группового отказа из (2.25) при  $\omega = 2$  имеем

$$\begin{aligned} C_{AG}(L, 2) &\simeq \frac{(L-H)(1-R_{\Pi})(1-R_o)}{(t+T_2)(1+R_{\Pi})} \simeq \\ &\simeq \frac{L-H}{(t+T_2)(1+R_o)(1+R_{\Pi})^2} \simeq \frac{L-H}{(t+T_2)(1+R_o+2R_{\Pi})}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Тогда оценка оптимального  $L$  принимает вид

$$\hat{L} = H + \sqrt{\left(H + \frac{CT_2}{a}\right) \left(H + \frac{1}{a(2r_{\Pi} + r_o)}\right)}. \quad (2.43)$$

Рассмотрим случай  $\omega \geq 3$ . Приближенные соотношения для пропускных способностей при этом записываются следующим образом:

$$C_{AC}(L, \omega) \simeq \frac{(L-H)(1-R_{\Pi})}{(t+T_2)} \simeq \frac{L-H}{(t+T_2)(1+R_{\Pi})}, \quad \omega \geq 3; \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned}
C_{AG}(L, \omega) &\simeq \frac{(L-H)(1-R_{\Pi})(1-R_o)}{(t+T_2)(1+R_{\Pi}-R_o)} \simeq \frac{L-H}{(t+T_2)(1+R_{\Pi}-R_o)} \times \\
&\times \frac{1}{(1+R_o)(1+R_{\Pi})} \simeq \frac{L-H}{(t+T_2)(1+2R_{\Pi})}, \quad \omega \geq 3.
\end{aligned}
\tag{2.45}$$

Отсюда нетрудно видеть, что оценка оптимального  $L$  для селективного режима отказа совпадает с (2.38) при единичном значении параметра  $\omega$ ,  $T_m = T_2$  и  $m = 1$ , а для группового режима отказа — с оценкой (2.41). Очевидно, что для асинхронных процедур протокола DDCMP будут справедливы те же оценки, если в них положить  $r_o = 0$ .

Т а б л и ц а 2.1

Соответствие значений обобщенных параметров  
классам управляющих процедур

Наименование процедуры		Значения параметров				
		$M$	$\Omega$	$P$	$T$	
Стартстопная		$m$	1	$r_{\Pi} + (m-1)r_o$	$T_m$	
Стартстопная DDCMP		$m$	1	$r_{\Pi}$		
Нормальная ( $\omega \geq 2$ ) селективный и групповой отказ		$m$	$\omega$	$r_{\Pi}$		
А с и н х р о н н а я	Селективный отказ	$\omega = 2$	1	1	$r_{\Pi} + r_o$	$T_2$
		$\omega \geq 3$ , DDCMP ( $\omega \geq 2$ )	1	1	$r_{\Pi}$	
	Групповой отказ	$\omega = 2$	1	1	$2r_{\Pi} + r_o$	
		$\omega \geq 3$ , DDCMP ( $\omega \geq 2$ )	1	1	$2r_{\Pi}$	

Вид формульных соотношений (2.35), (2.38), (2.41), (2.43) для расчета приближенных значений оптимальных длин кадров раз-

личных управляющих процедур позволяет заключить, что возможна их запись в единой форме. Вводя обобщенные параметры  $M$ ,  $\Omega$ ,  $P$  и  $T$ , выражения всех оценок оптимальной длины кадра можно обобщить следующей записью:

$$\hat{L} = H + \sqrt{H \left( H + \frac{CT}{a(1 + (M - 1)\Omega)} \right) + \frac{(MH + \frac{CT}{a\Omega})}{aP(1 + (M - 1)\Omega)}}. \quad (2.46)$$

Для получения вида конкретной оценки оптимального  $L$  из обобщенной записи необходимо задать соответствующие значения параметров  $M$ ,  $\Omega$ ,  $P$ , и  $T$ , приведенные в табл. 2.1.

Исследования показывают, что максимум функции пропускной способности по координате параметра  $L$  для всех типов управляющих процедур (2.29)–(2.33) при низкой вероятности искажения бита имеет размытый характер (см. рис. 2.7). В табл. 2.2 приведены оптимальные длины кадра нормальной процедуры обмена для режима селективного отказа в случае  $m = 1$  и для режима группового отказа в случае  $m = 2$ , найденные прямыми численными расчетами из (2.29)–(2.31) при  $r_{\text{п}} = r_{\text{о}} = r$ ,  $H = 48$  бит,  $C = 1200$  бит/с,  $T_m = 0,1$  с,  $a = 1$ . Здесь же даны оценки оптимальной длины кадра  $\hat{L}$ , вычисленные по формуле (2.46), и величины пропускной способности, соответствующие оптимальным и оценочным значениям  $L$ . Как видно из таблицы, для стартстопного протокола ( $\omega = 1$ ) в случае  $r < 10^{-2}$  оценка (2.46) дает близкие к оптимальным размеры кадра при любом виде трафика.

Хорошее согласование оценки с оптимальными значениями  $L$  для  $r < 10^{-2}$  и произвольной ширины окна имеет место также в случае селективного отказа при однонаправленном трафике и группового отказа при симметричном трафике. При этом отклонение пропускной способности, соответствующей оценке оптимальной длины кадра, от максимального значения не превышает 1 %. Из вида кривых относительной погрешности оценки, приводимых на рис. 2.8 и 2.9, можно заключить, что зависимость (2.46) дает удовлетворительные приближения оптимальных  $L$  при  $m = 2$

Т а б л и ц а 2.2

Сравнение оптимальной длины кадра  
с оценкой при нормальном управлении звеном передачи данных

$\omega$	$r$	Селективный отказ, однонаправленный трафик			
		$L$ , байт	$\hat{L}$ , байт	$C(L, \omega)$ , %	$C(\hat{L}, \omega)$ , %
1	$10^{-2}$	16	26	5,5	3,7
	$10^{-3}$	49	58	43,2	42,6
	$10^{-4}$	159	168	77,0	77,0
	$10^{-5}$	504	512	92,1	92,1
	$10^{-6}$	1584	1626	97,4	97,4
3	$10^{-2}$	14	22	8,4	6,2
	$10^{-3}$	39	45	52,3	51,8
	$10^{-4}$	119	124	82,4	82,4
	$10^{-5}$	372	376	94,1	94,1
	$10^{-6}$	1152	1173	98,1	98,1
5	$10^{-2}$	14	21	9,4	7,1
	$10^{-3}$	36	41	54,9	54,6
	$10^{-4}$	109	113	83,8	83,8
	$10^{-5}$	338	342	94,7	94,7
	$10^{-6}$	1043	1067	98,2	98,2
7	$10^{-2}$	14	21	9,9	7,4
	$10^{-3}$	35	40	56,2	55,8
	$10^{-4}$	104	108	84,5	84,5
	$10^{-5}$	322	325	94,9	94,9
	$10^{-6}$	995	1015	98,3	98,3
9	$10^{-2}$	14	21	10,2	7,5
	$10^{-3}$	34	39	56,9	56,6
	$10^{-4}$	101	105	84,9	84,9
	$10^{-5}$	312	316	95,1	95,1
	$10^{-6}$	964	985	98,4	98,4

О к о н ч а н и е т а б л . 2.2

$\omega$	$r$	Групповой отказ, симметричный трафик			
		$L$ байт	$\hat{L}$ байт	$C(L, \omega)$ %	$C(\hat{L}, \omega)$ %
1	$10^{-2}$	11	19	2,3	1,2
	$10^{-3}$	29	36	19,8	19,4
	$10^{-4}$	91	98	37,3	37,2
	$10^{-5}$	290	297	45,5	45,5
	$10^{-6}$	910	924	48,5	48,5
3	$10^{-2}$	10	17	3,2	1,9
	$10^{-3}$	25	30	23,3	23,0
	$10^{-4}$	75	79	39,5	39,5
	$10^{-5}$	231	237	46,4	46,4
	$10^{-6}$	520	735	48,7	48,7
5	$10^{-2}$	10	15	2,6	1,9
	$10^{-3}$	21	25	20,7	20,4
	$10^{-4}$	59	61	38,1	38,0
	$10^{-5}$	180	190	45,9	45,9
	$10^{-6}$	454	556	48,6	48,6
7	$10^{-2}$	10	14	2,0	1,7
	$10^{-3}$	19	22	18,4	18,2
	$10^{-4}$	51	54	36,8	36,7
	$10^{-5}$	152	155	45,4	45,4
	$10^{-6}$	416	476	48,4	48,4
9	$10^{-2}$	10	14	1,6	1,4
	$10^{-3}$	17	21	16,6	16,2
	$10^{-4}$	45	48	35,6	35,6
	$10^{-5}$	134	137	45,0	45,0
	$10^{-6}$	349	414	48,3	48,3

и  $r < 10^{-2}$  в случае селективного отказа только для  $\omega = 2, 3$ , а для  $\omega = 4$  и в случае группового отказа при  $m = 1$ ,  $\omega \geq 2$  оценка (2.46) приводит к размерам кадра, как правило, далеко отстоящим от оптимальных значений.

Численный анализ функций пропускной способности межузлового соединения для класса асинхронных процедур (2.32), (2.33) показывает, что при  $\omega \geq 3$  оптимальная длина кадра практически не зависит от ширины окна.

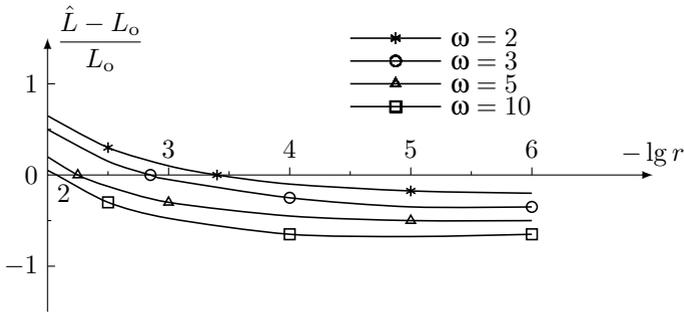


Рис. 2.8. Относительная погрешность оценки оптимальной длины кадра нормальной процедуры с селективным отказом при  $m = 2$ ,  $H = 48$  бит,  $a = 1$ ,  $C = 1200$  бит/с,  $T_2 = 0,1$  с,  $r_{\Pi} = r_o = r$

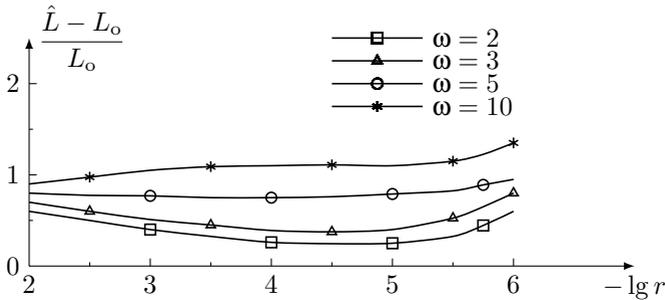


Рис. 2.9. Относительная погрешность оценки оптимальной длины кадра нормальной процедуры с групповым отказом при  $m = 2$ ,  $H = 48$  бит,  $a = 1$ ,  $C = 1200$  бит/с,  $T_2 = 0,1$  с,  $r_{\Pi} = r_o = r$

В табл. 2.3 проводится сравнение оптимальных размеров кадра для селективного и группового режимов отказа с их оценками, определенными из (2.46) при  $\omega \geq 3$ ,  $r_{\Pi} = r_o = r$ ,  $H = 48$  бит,  $C = 1200$  бит/с,  $T_2 = 0,01$  с,  $a = 1$ . Из результатов, приводимых в таблице, видно, что при  $r < 10^{-2}$  оценка (2.46) является хорошим приближением оптимальных размеров кадра. Таким образом, в ряде указанных случаев оценка (2.46) вполне может быть

использована для определения оптимальной длины кадра отдельного звена передачи данных.

Т а б л и ц а 2.3

Сравнение оптимальной длины кадра с аналитической оценкой при асинхронном управлении звеном передачи данных

$\omega$	$r$	Селективный отказ			Групповой отказ		
		$L$ , байт	$\hat{L}$ , байт	$C(L, \omega)$ , %	$L$ , байт	$\hat{L}$ , байт	$C(L, \omega)$ , %
2	$10^{-2}$	10	15	6,9	10	14	5,3
	$10^{-3}$	24	28	48,0	22	25	42,5
	$10^{-4}$	71	75	80,0	61	62	76,5
	$10^{-5}$	219	222	93,2	181	182	91,8
	$10^{-6}$	682	690	97,8	560	565	97,3
5	$10^{-2}$	11	18	13,2	10	19	6,7
	$10^{-3}$	33	37	59,8	24	28	48,0
	$10^{-4}$	99	103	85,5	71	74	80,0
	$10^{-5}$	308	312	95,2	218	222	93,2
	$10^{-6}$	961	974	98,4	682	690	97,8

Наибольший размер пакета, а следовательно, и кадра должен иметь, как правило, единственное значение для всей сети или, по крайней мере, для виртуального соединения [34, 116]. Очевидно, что при этом в качестве критерия для выбора оптимальной длины кадра может выступать пропускная способность «узкого» звена сети передачи данных или некоторого «усредненного» межузлового соединения. В общем случае оптимизацию по «узкому» месту должен предварять поиск худшего, в терминах абсолютных значений пропускной способности, участка сети. Для неоднородной сети это является нетривиальной задачей, допускающей только алгоритмическую формализацию и требующей трудоемких численных расчетов. Кроме того, такой подход не позволяет учесть распределение реальной нагрузки на различные каналы связи. Метод выбора параметра  $L$  по показателям «усредненного» звена лишен этих недостатков, к тому же специальным подбором

весовых коэффициентов данный показатель может быть сведен к первому критерию.

Рассмотрим в качестве критерия эффективности функционирования межузловых соединений сети, имеющей  $\kappa$  каналов, взвешенную по интенсивностям загрузки сумму величин, обратных пропускной способности, являющуюся средним временем передачи единицы информации по каналу связи:

$$\Theta(L) = \sum_{i=1}^{\kappa} \beta_i / C_i(L, \omega_i), \quad (2.47)$$

где  $\beta_i$  — доля полного трафика сети, проходящего по  $i$ -му каналу и удовлетворяющего условию нормировки  $\sum_{i=1}^{\kappa} \beta_i = 1$ ;  $C_i(L, \omega_i)$  — пропускная способность  $i$ -го звена передачи данных.

В общем случае в сети могут иметься дуплексные и полудуплексные каналы связи, а для управления различными межузловыми соединениями могут использоваться различные классы процедур управляющего протокола. В этих условиях для проведения оптимизации параметра  $L$  по критерию (2.47) необходимо иметь обобщенное представление выражения  $C_i(L, \omega_i)$  для всех типов управляющих процедур. Анализируя приближения (2.34), (2.37), (2.40), (2.42), (2.44), (2.45) для различных процедур, можно заключить, что общая форма их записи с учетом введенных ранее обобщенных параметров  $M$ ,  $\Omega$ ,  $P$ ,  $T$  имеет вид:

$$C_i(L, \omega_i) \simeq \frac{C_i \Omega_i (L - H)}{L^2 a_i^2 \Omega_i (1 + (M_i - 1) \Omega_i) P_i + L a_i \Omega_i (M_i + C_i T_i P_i) + C_i T_i}. \quad (2.48)$$

Прямой подстановкой значений обобщенных параметров из табл. 2.1 легко проверить, что запись (2.48) объединяет все полученные ранее приближения для пропускной способности. Подставляя (2.48) в (2.47) и дифференцируя полученное соотношение по  $L$ , получаем условие минимума интегрального критерия (2.47), откуда находим оценку оптимальной длины кадра неоднородной сети

$$\hat{L} = H + \sqrt{H^2 + \frac{\sum_{i=1}^{\kappa} \beta_i \left[ a_i H (M_i / C_i + T_i P_i) + T_i / \Omega_i \right]}{\sum_{i=1}^{\kappa} \beta_i a_i^2 P_i (1 + (M_i - 1) / \Omega_i) C_i}}. \quad (2.49)$$

Отсюда нетрудно видеть, что для сети с однородными характеристиками звеньев и параметров протоколов оценка оптимального  $L$  преобразуется к (2.46).

На практике при выборе размера кадра, помимо сетевых характеристик, необходимо учитывать требование удобства обработки кадров процессорами, входящими в сеть коммутации пакетов. Как правило, это требование удовлетворяется тем, что длина кадра выбирается из дискретного множества удобных длин. Так, например, получившая широкое признание рекомендация ITU-T X.25 определяет множество допустимых значений размера поля данных пользователя (информационного поля) пакета данных в виде ряда  $2^i$  бит,  $i = \overline{7, 13}$  [116]. Очевидно, что это ограничение может быть учтено выбором значения, ближайшего в смысле заданного критерия к оптимальному. Поскольку критерии (2.29)–(2.33), а следовательно, и (2.47), унимодальны, то наилучшее из разрешенных рекомендаций X.25 значений определится по правилу:

$$L = H + \begin{cases} 2^7, & \hat{L} - H \leq 2^7; \\ 2^i, & 2^i \leq \hat{L} - H < 2^{i+1} \quad \nabla_i \leq 0, \quad i = \overline{7, 12}; \\ 2^{i+1}, & 2^i < \hat{L} - H \leq 2^{i+1}, \quad \nabla_i > 0, \quad i = \overline{7, 12}; \\ 2^{13}, & \hat{L} - H \geq 2^{13}, \end{cases} \quad (2.50)$$

где  $\hat{L}$  найдено из (2.49), а  $\nabla_i = \Theta(H + 2^i) - \Theta(H + 2^{i+1})$ .

### 2.5.2. Оценивание оптимальной ширины окна

Из предварительного анализа, проведенного в разд. 2.3 и 2.4, видно, что функция пропускной способности имеет унимодальный

характер зависимости от ширины окна только для звена передачи данных, управляемого нормальной процедурой обмена в режиме группового отказа, а для остальных управляющих процедур эта зависимость имеет характер кривой с насыщением. Получим аналитическую оценку оптимального размера окна названной процедуры для области значений  $\omega \geq 2$ .

В процедуре нормального обмена кадрами с групповым отказом рост числа кадров в последовательности не приводит к снижению процента служебных битов в передаваемой информации. Однако с ростом количества кадров в последовательности снижается доля второго вида накладных расходов — времени незанятости канала связи. В то же время рост  $\omega$  приводит к возрастанию объема повторно передаваемой информации вследствие группового характера повторной передачи. Эти качественные рассуждения подтверждают, что эффективная скорость передачи информации (2.11) является унимодальной функцией от аргумента  $\omega$ .

Определим значение  $\omega$ , которое максимизирует эффективную скорость передачи данных по каналу связи для трафика, следующего в одном направлении ( $m = 1$ ). Для этого, полагая, что  $\omega$  изменяется непрерывно, дифференцируем приближенное соотношение для пропускной способности (2.39) по  $\omega$  и получаем уравнение относительно оптимального  $\omega$ :

$$(1 - R_{\Pi})^{\omega} (1 - \omega \ln(1 - R_{\Pi})) - 1 + \frac{T_1 R_{\Pi}}{t - R_{\Pi}(t + T_1)} = 0. \quad (2.51)$$

Это уравнение является трансцендентным и в общем виде неразрешимо. Для получения приближенного аналитического решения используем линейное приближение относительно  $R_{\Pi}$  функции

$$(1 - R_{\Pi})^{\omega} \simeq 1 - \omega R_{\Pi} \quad (2.52)$$

и функций

$$\ln(1 - R_{\Pi}) \simeq -\omega R_{\Pi}, \quad \frac{T_1 R_{\Pi}}{t - R_{\Pi}(t + T_1)} \simeq \frac{T_1}{t} R_{\Pi}.$$

Подставляя эти приближения в (2.51) и решая полученное уравнение, находим

$$\hat{\omega} = \sqrt{T_1/tR_{\Pi}}. \quad (2.53)$$

Теперь рассмотрим случай симметричного трафика ( $m = 2$ ). Подставляя в (2.39) линейное приближение (2.52) и дифференцируя полученное соотношение по  $\omega$ , получаем условие максимума пропускной способности, откуда находим:

$$\hat{\omega} = \sqrt{T_2/tR_{\Pi}}. \quad (2.54)$$

Теперь соотношения (2.53) и (2.54) можно переписать в виде:

$$\hat{\omega} = \sqrt{A_m/R_{\Pi}}, \quad m = 1, 2. \quad (2.55)$$

Анализ вторых производных соотношения (2.39) по аргументу  $\omega$  при различных видах трафика с учетом использованных приближений свидетельствует о том, что зависимость (2.55) максимизирует пропускную способность.

В табл. 2.4 для однонаправленного и симметричного трафиков приведены результаты расчета оптимальной ширины окна  $\omega_m$ , ее оценки  $\hat{\omega}_m$ , определенной из (2.55), и нормированной пропускной способности межузлового соединения  $Z_{\text{НГ}}(\omega, m)$  при  $R_{\Pi} = R_{\text{от}} = R$ . Численное исследование  $Z_{\text{НГ}}(\omega, m)$  показало, что максимум этой функции имеет размытый, неярко выраженный характер. Как видно из таблицы, в случае симметричного трафика оценка (2.55) почти всюду совпадает с истинным оптимальным значением ширины окна, а в случае однонаправленного трафика величина пропускной способности  $Z_{\text{НГ}}(\hat{\omega}_1, 1)$  отличается от экстремальной не более чем на процент. Отсюда можно сделать вывод о том, что выражение (2.55) является хорошим приближением оптимальных значений  $\omega$ .

Отметим, что в реальных протоколах управления информационным каналом параметр  $\omega$  принимает только целочисленные значения. Так как максимум критерия (2.3) имеет размытый характер, то рабочая ширина окна может быть найдена округлением значения, вычисленного по формуле (2.55).

Т а б л и ц а 2.4

Сравнение оптимальной ширины окна с аналитической оценкой для нормальной процедуры обмена в режиме группового отказа

$A_m$	$R$	$\omega_1$	$\hat{\omega}_1$	$Z_{\text{НГ}}(\omega_1, 1)$	$Z_{\text{НГ}}(\hat{\omega}_1, 1)$	$\omega_2$	$\hat{\omega}_2$	$Z_{\text{НГ}}(\omega_2, 2)$
1	$10^{-1}$	4	3	55,7	54,9	3	3	34,8
	$10^{-2}$	14	10	85,7	54,9	10	10	45,0
	$10^{-3}$	44	32	95,4	95,4	31	32	48,4
	$10^{-4}$	141	100	98,5	98,4	98	100	49,4
2	$10^{-1}$	6	4	47,4	46,4	4	4	30,9
	$10^{-2}$	19	14	81,1	80,4	14	14	43,3
	$10^{-3}$	63	45	93,8	93,5	44	45	47,8
	$10^{-4}$	198	141	97,9	96,7	141	141	49,3
5	$10^{-1}$	8	7	35,4	35,2	6	7	24,8
	$10^{-2}$	30	22	72,8	72,0	22	22	40,0
	$10^{-3}$	98	70	90,5	90,0	70	70	46,6
	$10^{-4}$	313	224	96,9	96,9	224	224	48,9
7	$10^{-1}$	10	8	31,0	30,7	7	8	22,3
	$10^{-2}$	35	26	69,2	68,2	25	26	38,6
	$10^{-3}$	116	84	88,9	88,4	82	84	46,0
	$10^{-4}$	369	265	96,3	96,1	264	265	48,7
10	$10^{-1}$	11	10	26,4	26,3	8	10	19,7
	$10^{-2}$	42	32	64,8	64,1	30	32	36,8
	$10^{-3}$	139	100	86,9	86,3	98	100	45,2
	$10^{-4}$	440	316	95,6	95,3	317	316	48,4

При организации передачи по межузловому соединению в нормальном режиме с селективным отказом накладные расходы в виде времени незанятости  $T_m$  так же, как и при групповом отказе, в значительной мере определяют пропускную способность звена.

Поскольку функция пропускной способности при таком управлении не имеет особых точек по параметру  $\omega$ , то рациональное значение ширины окна может быть выбрано по заданному уровню пропускной способности  $y < 1$  от потенциальных возможно-

стей канала связи:

$$Z_{\text{НС}}(\omega, m) = yZ_{\text{НС}}(\infty, m).$$

С учетом (2.12) данное условие выбора  $\omega$  можно переписать в виде:

$$\frac{\omega}{m\omega + A_m} \left[ 1 - (m-1)R_{om}^\omega + (m-2)R_{om} \right] = \frac{y}{m} \left[ 1 + (m-2)R_{om} \right], \quad m = 1, 2. \quad (2.56)$$

Отсюда при  $m = 1$  получаем  $\omega = yA_1/(1-y)$ . Для  $m = 2$  из (2.56) имеем:

$$\frac{\omega}{2\omega + A_2} (1 - R_{o2}^\omega) = \frac{y}{2}.$$

Данное уравнение в аналитическом виде неразрешимо, однако при малых  $R_{o2}$  можно пренебречь членом пропорциональным  $R_{o2}$ . Тогда приближенное значение ширины окна, обеспечивающее заданный уровень эффективной скорости передачи, определится по формуле:

$$\omega = yA_2/2(1-y).$$

Теперь с учетом требования о том, что ширина окна должна принимать только целочисленные значения, соотношения для расчета рациональных значений  $\omega$  при различных видах трафика можно записать в общем виде:

$$\omega = ]yA_m/m(1-y)[, \quad (2.57)$$

где  $] \cdot [$  — означает округление до большего целого.

Численные исследования соотношения (2.57) при  $m = 2$  свидетельствуют о том, что для  $y > 0,8$ ;  $R_{o2} \leq 0,1$  оно дает значения  $\omega$ , обеспечивающие уровень пропускной способности, отличающийся от заданного не более чем на процент.

При асинхронном управлении звеном передачи данных выбор  $\omega$  по предложенной схеме в аналитическом виде провести не удастся.

Численные расчеты показывают, что 95% уровень потенциальных возможностей канала связи при  $R_{\Pi} = R_o = R$ ,  $R \leq 0,5$  достигается в групповом режиме отказа уже для  $\omega = 4$ , а в селективном — для  $\omega = 7$ . Поскольку при асинхронном режиме работы линейного соединения размер окна влияет главным образом на вероятность неприхода квитанции за время передачи эшелона кадров, то требуемое значение  $\omega$  можно найти по заданной вероятности  $f$  непроизводительных простоев:

$$P_{\omega} = f. \quad (2.58)$$

В режиме селективного отказа данное условие с учетом (2.19) принимает вид:

$$\frac{(1 - R_o)R_o^{\omega-1}}{1 + (1 - 2R_o)R_o^{\omega-1}} = f.$$

Отсюда находим соотношение для требуемой ширины окна:

$$\omega = 1 + \left\lceil \frac{1}{\ln R_o} \ln \frac{f}{R_o f + (1 - R_o)(1 - f)} \right\rceil. \quad (2.59)$$

Для режима группового отказа условие (2.58) с учетом (2.24) записывается следующим образом:

$$\frac{(1 - R_o)(1 - R_o(1 - R_{\Pi}))R_o^{\omega-1}}{1 + R_{\Pi} - R_o + (1 - R_{\Pi})^{\omega}R_o^{\omega-1}(1 - R_o)^2 - R_o^{\omega}(1 - R_o(1 - R_{\Pi}))} = f.$$

Данное уравнение в аналитическом виде относительно  $\omega$  неразрешимо. Однако можно получить верхнюю оценку требуемого значения  $\omega$ . Очевидно, что следующее неравенство выполнимо при любой ширине окна:

$$\frac{(1 - R_o)(1 - R_o(1 - R_{\Pi}))R_o^{\omega-1}}{1 + R_{\Pi} - R_o + (1 - R_{\Pi})^{\omega}R_o^{\omega-1}(1 - R_o)^2 - R_o^{\omega}(1 - R_o(1 - R_{\Pi}))} \leq f.$$

Отсюда находим, что искомое значение ширины окна удовлетворяет неравенству  $\omega \leq \hat{\omega}$ , где

$$\hat{\omega} = 1 + \left\lceil \frac{1}{\ln R_o} \ln \frac{f(1 + R_{\Pi} - R_o)}{(1 - R_o(1 - R_{\Pi}))((1 - R_o(1 - f)) - (1 - R_{\Pi})(1 - R_o)^2 f)} \right\rceil. \quad (2.60)$$

Численный анализ  $\hat{\omega}$  показывает, что с учетом требования целочисленности  $\omega$  оценка (2.60) совпадает с шириной окна, обеспечивающей заданную вероятность простоев.

Таким образом, соотношения (2.59), (2.60) могут быть использованы для расчета размера окна асинхронной процедуры управления звеном передачи данных при различных режимах отказа.

### 2.5.3. Совместный выбор сетевых параметров

Из оценок оптимальных значений длины кадра (2.46), (2.49) и ширины окна (2.55), (2.57), (2.59), (2.60) нетрудно видеть, что для расчета одного из параметров необходимо задать другой. Очевидно, что совместный выбор сетевых параметров  $L$  и  $\omega$  должен обеспечивать наибольшее значение главного критерия эффективности функционирования звена передачи данных — пропускной способности межузлового соединения.

На основании результатов, приводимых на рис. 2.10, можно заключить, что максимум пропускной способности звена, управляемого нормальной процедурой обмена в режиме группового отказа, для однонаправленного трафика ( $m = 1$ ) достигается при единичном размере окна, соответствующем случаю наименьших накладных расходов ( $H + CT_1$ ), а для симметричного трафика ( $m = 2$ ) — при ширине окна  $\omega = 2$ , позволяющей в достаточной мере нейтрализовать отрицательное влияние искажений в обратном канале связи при еще низком объеме накладных расходов ( $2H + CT_2$ ).

Для других типов управляющих процедур функция пропускной способности при оптимальной для каждого значения  $\omega$  длине кадра монотонно возрастает с ростом ширины окна. Как видно из рис. 2.10 и 2.11, насыщение функции пропускной способности нормальной процедуры обмена в режиме селективного отказа для однонаправленного трафика наступает практически при  $\omega = 5, 6$ , а для симметричного трафика и асинхронных процедур управления звеном передачи данных — при  $\omega = 3, 4$ .

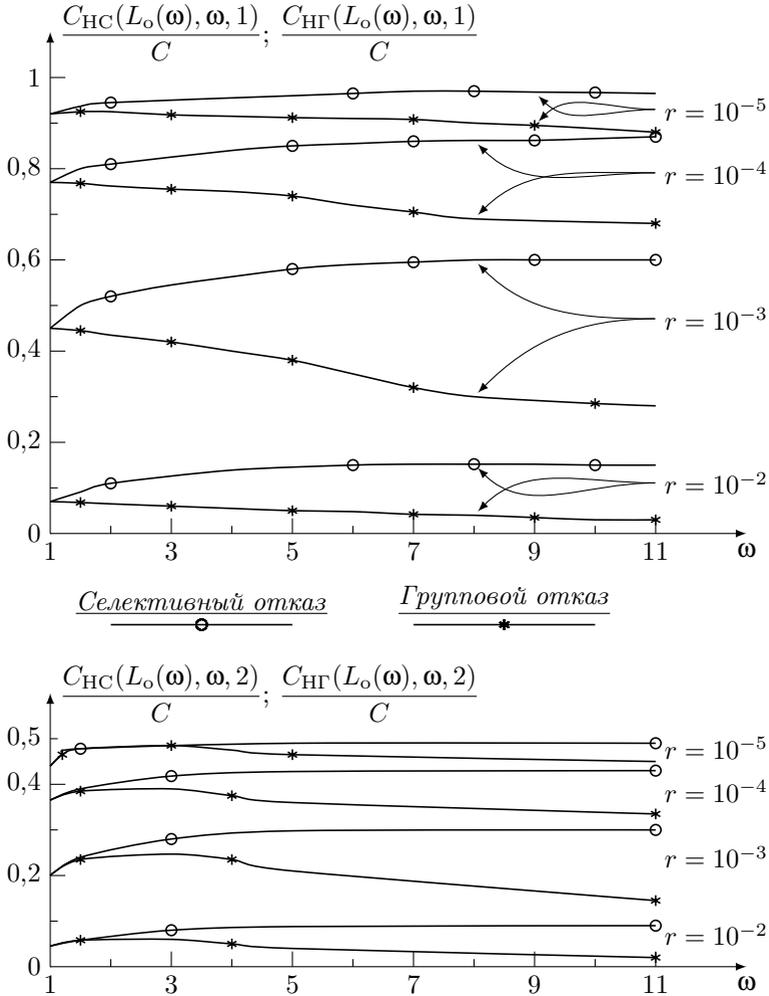


Рис. 2.10. Зависимость пропускной способности межузловое соединения, управляемого нормальной процедурой обмена, от ширины окна при оптимальной длине кадра для однонаправленного (вверху) и симметричного (внизу) трафика,  $H = 48$  бит,  $a = 1$ ,  $C = 1200$  бит/с,  $T_1 = 0,1$  с,  $r_{\pi} = r_o = r$

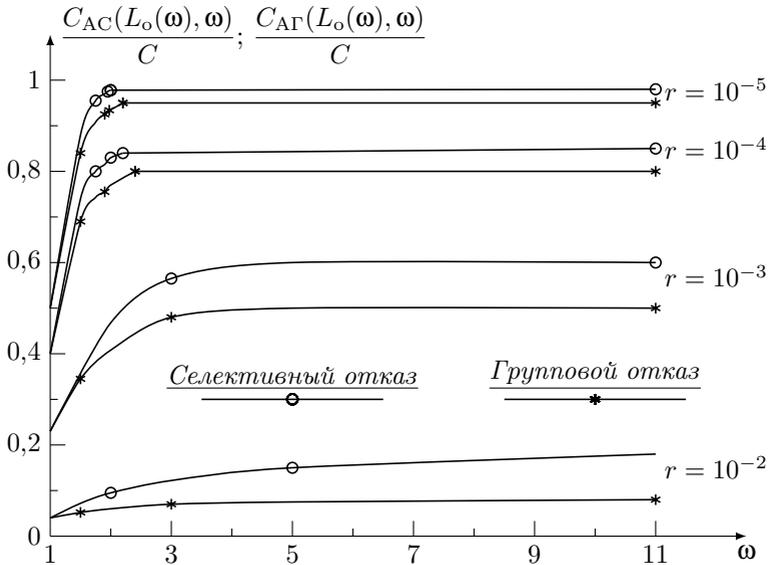


Рис. 2.11. Зависимость пропускной способности межузлового соединения, управляемого асинхронной процедурой обмена, от ширины окна при оптимальной длине кадра,  $H = 48$  бит,  $a = 1$ ,  $C = 1200$  бит/с,  $T_2 = 0,1$  с,  $r_{\Pi} = r_o = r$

Таким образом, совместный выбор параметров линейного протокола по критерию максимума пропускной способности представляет собой ряд следующих действий:

1. Вычисление оптимальной длины кадра по оценке (2.49). При этом для нормальной процедуры обмена в режиме группового отказа ширину окна следует брать равной  $\omega = m$ , в режиме селективного отказа —  $\omega = 6/m$ , а для асинхронных процедур —  $\omega = 3$ .

2. Учет ограничений конкретного протокола на множество допустимых значений длины кадра. Для международной рекомендации X.25 учет данного требования состоит в выборе по решающему правилу (2.50) ближайшего к оптимальному значения  $L$ , удовлетворяющего ограничениям X.25.

3. Расчет по формуле (2.28) вероятности искажения кадра в канале связи каждого межузлового соединения.

4. Определение из соотношений (2.55), (2.57), (2.59), (2.60) оптимальной ширины окна для каждого звена передачи данных сети, управляемого конкретной процедурой обмена.

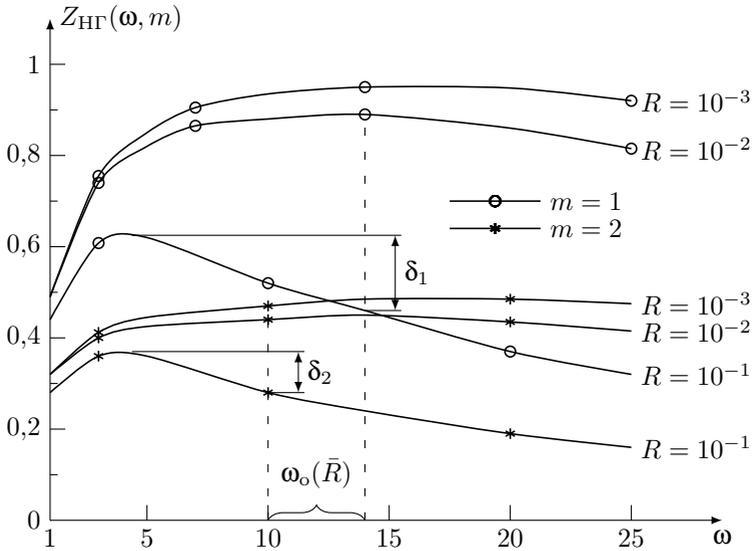
#### 2.5.4. Управление шириной окна в условиях нестационарного характера искажений

Измерения показывают, что уровень ошибок в реальных каналах связи может изменяться в течение суток на два-три порядка в зависимости от интенсивности трафика [45, 197]. При фиксированных значениях параметров такое колебание уровня ошибок может вызвать значительное недоиспользование возможностей межузлового соединения, управляемого нормальной процедурой обмена в режиме группового отказа, которое будет тем больше, чем больше относительные накладные расходы. Из рис. 2.12 видно, что при отклонении  $R$  на порядок от средней вероятности искажения кадра  $\bar{R} = 10^{-2}$  и величине  $A_m = 1$  абсолютные потери

$$\delta_m = \left\{ Z_{\text{НГ}}(m, \omega_{\text{опт}}(R)) - Z_{\text{НГ}}(m, \omega_{\text{опт}}(\bar{R})) \right\} 100\%$$

от статического выбора  $\omega$  по среднему уровню искажений могут достичь 8–15% для различных видов трафика, что составляет 20–25% потенциальных возможностей канала связи.

Очевидно, в этих условиях целесообразно динамически адаптировать значения параметров протокола к реальному уровню ошибок в канале связи. Реально динамическое управление возможно только размером разрешенной зоны, поскольку адаптация длины кадра в каждом звене передачи данных потребует трудоемкой операции преобразования его формата и, как следствие, значительного усложнения программного обеспечения узлов коммутации сети ЭВМ. Учитывая, что при реализации управляющей программы сетевого процессора достаточно остро стоит вопрос рационального использования оперативной памяти и времени процессора, для вычисления по оценке (2.55) оптимального  $\omega$  вместо

Рис. 2.12. К определению величины потерь  $\delta_m$ 

процедуры возведения в дробную степень можно предположить простой алгоритм, использующий текущее значение размера разрешенной зоны и оценку реального уровня ошибок. Алгоритм основан на соотношении

$$\omega^2 - (\omega + s)^2 = -(s^2 + 2\omega s),$$

справедливым для произвольного  $s$ . С учетом (2.55), с другой стороны, имеем:

$$\omega^2 - A_m/R_{\Pi} = -(s^2 + 2\omega s).$$

Отсюда легко определить знак, а интеративными вычислениями — величину приращения  $s$ , на которую нужно изменить текущее значение размера разрешенной зоны. Очевидно, в зависимости от величины  $A_m$  и диапазона колебаний  $R_{\Pi}$  целесообразно выбирать различный минимальный шаг  $ST \geq 1$  изменения ширины окна в процессе динамического управления параметром  $\omega$ .

Следует отметить, что динамическое управление шириной окна может оказаться особенно выгодным для высокоскоростных длинных линий связи и спутниковых каналов, поскольку в этих системах время распространения, как правило, значительно превышает время передачи кадра.

## 2.6. Резюме

1. Построены замкнутые модели нормальных и асинхронных процедур управления звеном передачи данных для группового и селективного режимов защиты от ошибок, обладающие преемственностью по отношению к стартстопному протоколу при ширине окна, равной единице.

2. Для нормальных процедур обмена показано, что пропускная способность имеет мультипликативную форму зависимости от коэффициента информационной скорости прикладных данных в детерминированном межузловом соединении и коэффициентов, определяющих влияние фактора искажений информационных пакетов в прямом и фактора подтверждений в обратном каналах связи. Данный операционный показатель для асинхронных протоколов имеет более сложную функциональную связь с факторами искажений в прямом и обратном каналах.

3. Анализ моделей асинхронных управляющих процедур позволил установить, что для однородного дуплексного канала связи потенциальные возможности широко используемого режима группового отказа, соответствующие неограниченной ширине окна, в режиме селективного отказа достигаются уже при ширине окна, равной двум.

4. Для нормальных и асинхронных процедур управления звеном передачи данных получены аналитические оценки оптимальных по критерию пропускной способности размеров кадра однородной (2.46) и неоднородной (2.49) сети и значений ширины окна различных управляющих процедур (2.55), (2.57), (2.59), (2.60) от объема накладных расходов и качества канала связи. Показана инвариантность оценок оптимальной длины кадра к режиму за-

щиты от ошибок нормальных процедур обмена. Исследовано качество полученных оценок. Предложены принципы совместного выбора сетевых параметров и управления шириной окна в условиях нестационарного характера искажений для нормальной процедуры обмена с групповым режимом отказа.

## Глава 3. Открытые модели звена передачи данных

Предложенные выше модели звена передачи данных позволяют определить влияние на потенциальную пропускную способность межузлового соединения характеристик канала связи и параметров протокола. Основным недостатком этих моделей является то, что они не отражают влияния блокировок буферной памяти узла-приемника на основные показатели эффективности линейного протокола. Очевидно, что в рамках замкнутых моделей учесть данный фактор невозможно. Для этого необходимо изучать структурно более сложные модели, учитывающие влияние на функционирование звена ближайшего его окружения. Перейдем к рассмотрению модели фрагмента сети, позволяющей анализировать функциональную связь фактора блокировок буферной памяти и операционных показателей протоколов управления информационным каналом.

В разд. 3.1 предложена модель двухзвенного сетевого фрагмента с ограниченным накопителем в транзитном узле. В разд. 3.2 на примере стартстопного протокола анализируется влияние фактора блокировок буферной памяти узла-получателя на пропускную способность межузлового соединения и задержку кадра в звене передачи данных. Разд. 3.3 посвящен сопоставлению дискретной и непрерывной моделей стартстопной управляющей процедуры. В разд. 3.4 получена аналитическая оценка оптимального размера кадра с учетом фактора блокировок. В разд. 3.5 построены модели синхронного конвейерного протокола для различных режимов отказа [173].

### 3.1. Дискретная модель фрагмента сети

Рассмотрим два последовательно соединенных однородных звена передачи данных. Пусть обмен в каждом звене выполняется, как и прежде, полными кадрами и организован таким образом, что всегда после передачи кадра ожидается подтверждение правильности приема. Подтверждение переносится либо информационным кадром в случае симметричного трафика, либо коротким служебным — в случае однонаправленного трафика, так что время полного цикла передачи кадра составит  $t_m = mt + T_m$ . Кадр считается принятым узлом-приемником, если в нем не обнаружены ошибки. При искажении информационного кадра или квитанции происходит повторная передача. Таким образом, время безошибочной передачи кадра по межузловому соединению является случайной величиной, кратной  $t_m$ . Если условия первой и повторных передач одинаковы, что, как правило, выполняется в сетях пакетной коммутации, то данная величина имеет геометрический закон распределения с параметром  $F = (1 - R_{п1})(1 - R_{ом1})$ , имеющим смысл достоверности передачи данных по межузловому соединению с учетом искажений информационного кадра в прямом канале и квитанции — в обратном.

Предположим, что в предыдущем узле первого звена всегда имеются пакеты для отправки. Кроме того, будем считать, что весь поток пакетов, поступающих из первого звена, направляется во второе. Тогда рассматриваемый фрагмент сети представим в виде марковской однофазной системы массового обслуживания (СМО) с дискретным временем. Статистические свойства входного потока и обслуживающего прибора данной СМО определяются качеством каналов связи первого и второго звена передачи данных соответственно. Для средних значений интенсивности входного потока и интенсивности обслуживания справедливо

$$\lambda = (1 - R_{п1})(1 - R_{ом1})/(mt + T_m); \quad (3.1)$$

$$\mu = (1 - R_{п2})(1 - R_{ом2})/(mt + T_m), \quad (3.2)$$

где  $R_{п1}$  и  $R_{ом1}$  — вероятности искажения кадра соответственно в прямом и обратном каналах связи первого звена, а  $R_{п2}$  и  $R_{ом2}$  — второго.

Будем считать, что транзитный узел имеет ограниченную буферную память, которая используется каналами связи в соответствии со схемой полного разделения [10]. Найдем функциональную зависимость вероятностей состояний СМО в стационарных условиях от параметров рассматриваемого фрагмента сети. Предположим, что каждому каналу связи выделен специальный буфер для приема кадра и анализа его на наличие ошибок. В случае корректного приема кадра содержащийся в нем пакет переписывается в свободный буфер буферного пула выходного канала связи или (что эквивалентно) занимает данный буфер, а в качестве специального выделяется другой из того же буферного пула. При отсутствии свободных буферов в пуле выходного канала связи кадр так же, как и при искажении, передается повторно. Такая техника гарантированного обеспечения каждого входного направления буфером для приема кадра широко используется для предупреждения «прямых» блокировок пути [34, 123].

Будем считать, кроме того, что кадр, поступивший в транзитный узел в текущем цикле  $t_m$ , начнет передаваться по выходному каналу только в следующем цикле. Теперь для дискретной однородной цепи Маркова с конечным числом состояний, описывающей рассматриваемую СМО в установившемся режиме, определим с учетом введенных предположений переходные вероятности:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} F_1, & j = 1, \quad i = 0; \\ F_1(1 - F_2), & j = i + 1, \quad i = \overline{1, K - 1}; \\ F_2(1 - F_1), & j = i - 1, \quad i = \overline{1, K}; \\ 1 - F_1, & j = i = 0; \\ 1 - F_1(1 - F_2) - F_2(1 - F_1), & j = i, \quad i = \overline{1, K - 1}; \\ 1 - F_2(1 - F_1), & j = i = K; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Здесь  $F_1 = (1 - R_{п1})(1 - R_{ом1})$ ,  $F_2 = (1 - R_{п2})(1 - R_{ом2})$ ,  $K$  — количество буферов в пуле выходного канала связи транзитного узла. Система уравнений равновесия для данной цепи Маркова имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} P_0 F_1 &= P_1 F_2 (1 - F_1); \\ P_1 [F_1 (1 - F_2) + F_2 (1 - F_1)] &= P_0 F_1 + P_2 F_2 (1 - F_1); \\ P_i [F_1 (1 - F_2) + F_2 (1 - F_1)] &= P_{i-1} F_1 (1 - F_2) + P_{i+1} F_2 (1 - F_1), \\ & i = \overline{2, K-1}; \\ P_K F_2 (1 - F_1) &= P_{K-1} F_1 (1 - F_2). \end{aligned}$$

Отсюда с учетом условия нормировки получаем соотношения для финальных вероятностей цепи:

$$P_i = \begin{cases} \frac{1 - \rho}{(1 - \rho) + \rho(1 - \rho^K)/(1 - F_2)}, & i = 0, \quad F_1 \neq F_2; \\ \frac{(1 - \rho)\rho^i/(1 - F_2)}{(1 - \rho) + \rho(1 - \rho^K)/(1 - F_2)}, & i = \overline{1, K}, \quad F_1 \neq F_2, \end{cases} \quad (3.3)$$

где  $\rho = F_1(1 - F_2)/F_2(1 - F_1)$ . Для случая  $F_1 = F_2 = F$  распределение (3.3) принимает вид:

$$P_i = \begin{cases} (1 - F)/(K + 1 - F), & i = 0; \\ 1/(K + 1 - F), & i = \overline{1, K}. \end{cases} \quad (3.4)$$

При  $F = 1$  из данного соотношения следует, что цепь Маркова имеет  $K$  поглощающих [66] состояний:  $P_i = 1/K$ ,  $i = \overline{1, K}$ .

В случае неограниченного буферного накопителя стационарное распределение существует только для  $F_1 < F_2$ . Выполняя предельный переход в (3.3) при  $K \rightarrow \infty$ , получаем следующие выражения для финальных вероятностей:

$$P_i = \begin{cases} 1 - \rho_0, & i = 0, \quad F_1 < F_2; \\ \frac{1 - \rho_0}{1 - F_2} \rho_0^i, & i \geq 1, \quad F_1 < F_2, \end{cases}$$

где  $\rho_0 = F_1/F_2$ .

Из (3.3) нетрудно видеть, что при абсолютно надежном канале связи второго звена передачи данных ( $F_2 = 1$ ) имеет место следующее распределение вероятностей состояний цепи Маркова:

$$P_0 = 1 - F_1, \quad P_1 = F_1, \quad P_i = 0, \quad i = \overline{2, K}.$$

Если при этом еще и  $F_1 = 1$ , то система с вероятностью  $P_1 = 1$  находится в состоянии занятости. То есть в случае детерминированного обслуживания потока пакетов нормальное функционирование фрагмента обеспечивается всего лишь одним буфером для хранения пакета в очереди к выходному каналу связи.

При детерминированном поступлении кадров ( $F_1 = 1$ ) и случайном обслуживании ( $F_2 < 1$ ) СМО все время находится в состоянии занятости всех буферов  $P_K = 1$ . Очевидно, что и в этом случае для функционирования достаточно одного буфера.

### 3.2. Анализ операционных характеристик стартстопного протокола

Важнейшей характеристикой СМО ограниченной емкости является пропускная способность [31, 121]. В рассматриваемом случае этот показатель интерпретируется как пропускная способность первого звена передачи данных. В единицах бит/с данная величина определяется соотношением (2.1). Среднее время передачи кадра по межузловому соединению с учетом повторных передач, обусловленных искажениями в передающей среде и блокировкой памяти транзитного узла, в стационарных условиях можно определить по формуле (2.2), если положить в ней вероятность повторной передачи кадра равной

$$\Pi = R_{п1} + (1 - R_{п1})R_{ом1} + (1 - R_{п1})(1 - R_{ом1})Q = 1 - F_1 + F_1Q, \quad (3.5)$$

где  $Q$  — вероятность блокировки, определяемая из условия равенства принятого и обслуженного потоков [12, 189]:

$$\lambda(1 - Q) = \mu(1 - P_0). \quad (3.6)$$

С учетом (2.2), (3.5), (3.6) и (3.3), (3.4) соотношение для  $C_{CC}(L, m)$  (2.1) можно переписать в виде:

$$C_{CC}(L, m) = \begin{cases} \frac{L - H}{mt + T_m} \cdot \frac{F_1 \rho (1 - \rho^K)}{\rho_0 [(1 - F_2)(1 - \rho) + \rho(1 - \rho^K)]}, & F_1 \neq F_2; \\ \frac{L - H}{mt + T_m} F \frac{K}{K + 1 - F}, & F_1 = F_2 = F. \end{cases} \quad (3.7)$$

Отсюда видно, что при абсолютно надежном канале первого межузлового соединения ( $R_{п1} = R_{ом1} = 0$ ) его пропускная способность полностью определяется качеством линии связи второго звена передачи данных:

$$C_{CC}(L, m) = (L - H)F_2 / (mt + T_m).$$

Этот факт хорошо согласуется с житейскими представлениями о том, что пропускная способность конвейера не превышает пропускной способности его «узкого участка». На основании этого можно сделать следующий вывод: при построении сети передачи данных с коммутацией пакетов следует применять каналы с одинаковой или близкой статистикой ошибок, выборочное же использование качественных каналов в узких местах сети не позволит при прочих равных условиях существенно увеличить их пропускную способность.

В целом характер зависимости функции пропускной способности (3.7) от параметра достоверности передачи кадра имеет вид, приведенный на рис. 3.1. В наибольшей мере пропускная способность (3.7) отстоит от потенциально возможного значения при  $F_1 = F_2$ . Однако, как видно из рисунка, функция (3.7) быстро растет с увеличением объема буферного накопителя и практически достигает своей предельной величины уже при  $K = 10$ . Это позволяет при больших объемах буферной памяти использовать кусочно-линейную аппроксимацию (3.7):

$$C_{CC}(L, m) = \begin{cases} \frac{L - H}{t(m + A_m)} F_1, & F_1 \leq F_2; \\ \frac{L - H}{t(m + A_m)} F_2, & F_1 > F_2. \end{cases} \quad (3.8)$$

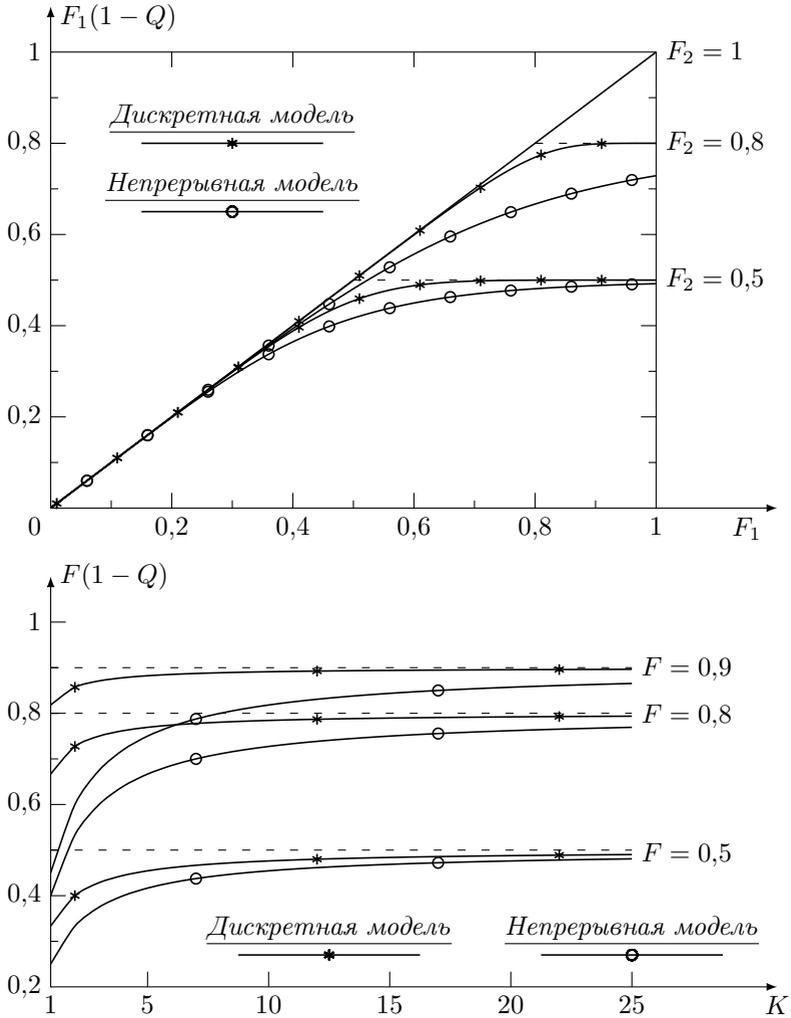


Рис. 3.1. Зависимость нормированной пропускной способности межузловое соединения от достоверности передачи кадра при  $K = 5$  (вверху) и от объема буферного накопителя при  $F_1 = F_2 = F$  (внизу)

Наряду с характеристикой потенциальной пропускной способности межузлового соединения весьма важной является средняя задержка кадра в звене передачи данных. Данный показатель качества функционирования звена определяется средним временем передачи кадра по межузловому соединению (средним временем попадания в СМО) (2.2) и средней задержкой пакета в очереди к выходному каналу связи до начала передачи по следующему звену (средней задержкой в очереди до начала обработки в СМО). Вторая компонента общей задержки согласно [66, 121] определяется отношением:

$$\bar{t}_{оч} = \bar{K}/\lambda(1 - Q),$$

где  $\bar{K}$  — средняя длина очереди, вычисляемая по формуле [66, с. 208]:

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^K (i-1)P_i = \sum_{i=1}^K iP_i - (1 - P_0).$$

Теперь для общей задержки с учетом (2.2) и (3.1) можно записать:

$$\bar{T}(K) = \bar{t}_m + \bar{t}_{оч} = \frac{1 + \bar{K}}{F_1(1 - Q)}(mt + T_m), \quad (3.9)$$

откуда окончательно получаем:

$$\bar{T}(K) = \begin{cases} \frac{(mt + T_m)}{F_2\rho(1-\rho)(1-\rho^K)} \left[ K\rho^{K+2} - (K+1)\rho^{K+1} + \right. \\ \left. + \rho + (1 - F_2)(1 - \rho)^2 \right], & F_1 \neq F_2; \\ \frac{(mt + T_m)[K(K+1) + 2(1 - F)]}{2FK}, & F_1 = F_2 = F. \end{cases} \quad (3.10)$$

Неограниченный рост объема буферного накопителя приводит к следующему соотношению для задержки:

$$\bar{T}(\infty) = \frac{(mt + T_m)[\rho + (1 - F_2)(1 - \rho)^2]}{F_2\rho(1 - \rho)}, \quad F_1 < F_2. \quad (3.11)$$

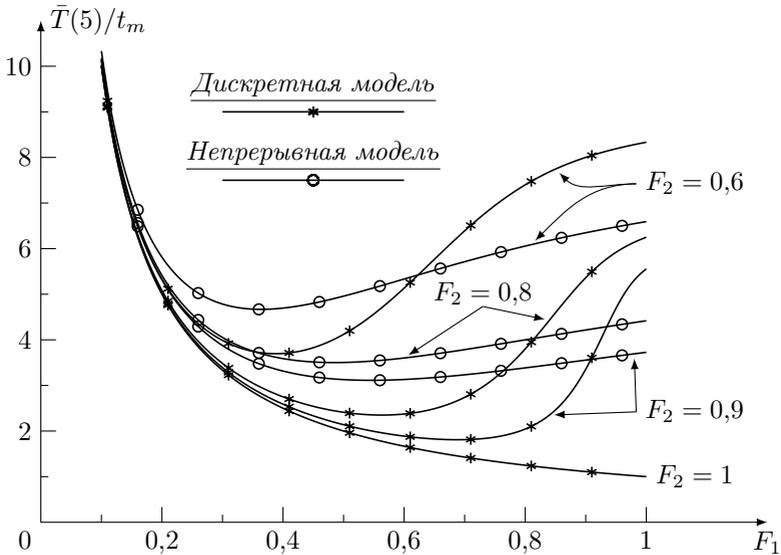


Рис. 3.2. Относительная задержка кадра в звене передачи данных при  $K = 5$  и различных значениях параметра  $F_2$

Из (3.10) видно, что с ростом интенсивности искажений в канале связи ( $F_1 \rightarrow 0$ ) задержка неограниченно увеличивается. То же самое наблюдается и в случае  $F_2 \rightarrow 0$ .

Для звена с абсолютно надежным каналом связи ( $F_1 = 1$ ) задержка определяется емкостью накопителя и интенсивностью вывода пакетов из транзитного узла:

$$\bar{T}(K) = (mt + T_m)K/F_2.$$

Анализ соотношения (3.10) показывает, что этот показатель эффективности для  $F_2 < 1$  и  $K > 1$  имеет унимодальный характер от параметра достоверности передачи кадра по каналу связи (рис. 3.2–3.3). При  $F_2 = 1$  задержка (3.10) зависит только от параметров первого межузловое соединения (рис. 3.2):

$$\bar{T}(K) = (mt + T_m)/F_1.$$

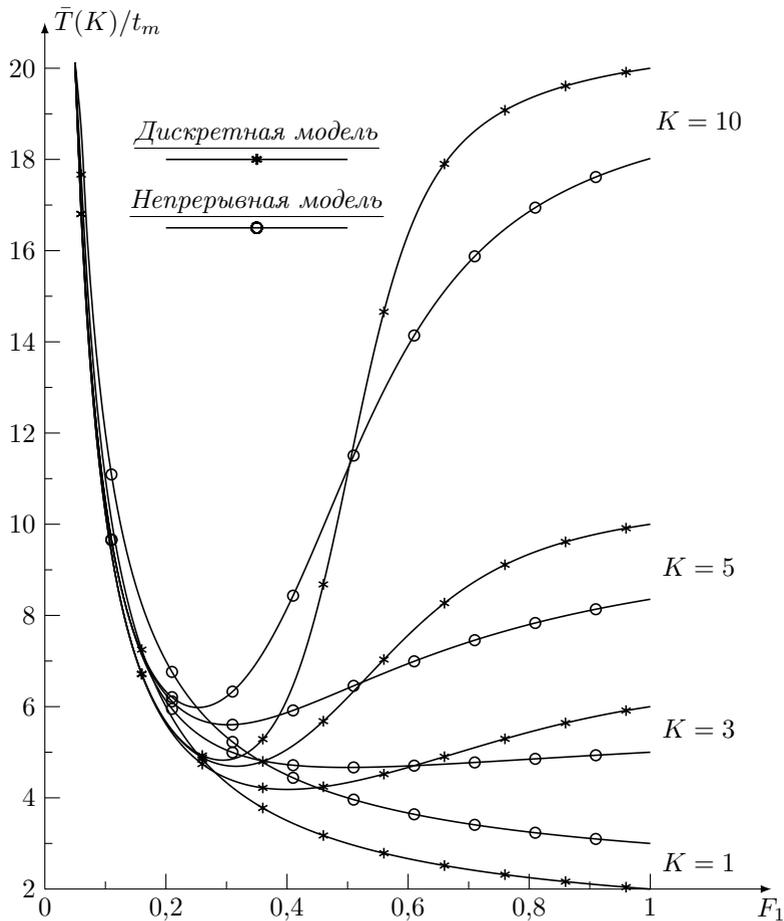


Рис. 3.3. Относительная задержка кадра в звене передачи данных при  $F_2 = 0,5$  и различных объемах буферного накопителя

Для бесконечного буферного накопителя и  $F_2 < 1$  задержка имеет две асимптоты неограниченного роста  $F_1 = 0$  и  $F_1 = F_2$  (рис. 3.4) и минимум в точке:

$$F_1^{\min} = 1 - \sqrt{1 - F_2}. \quad (3.12)$$

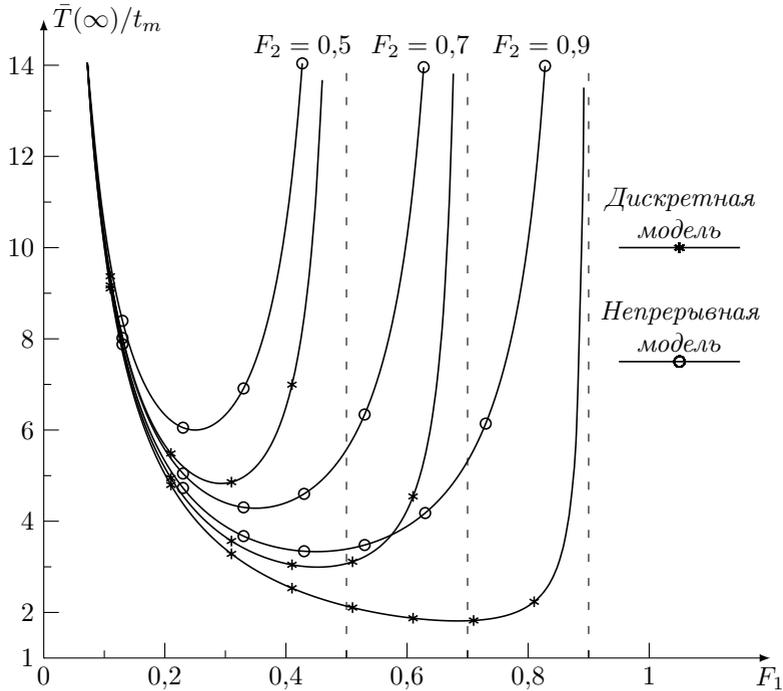


Рис. 3.4. Относительная задержка кадра в звене передачи данных при неограниченном буферном накопителе

Кроме того, из (3.9) можно заключить, что при  $\bar{K} < 1$  основной вклад в общую задержку вносит время передачи по межузловому соединению, а при  $\bar{K} > 1$  — время ожидания очереди.

### 3.3. Сравнение дискретной и непрерывной моделей стартстопного протокола

Для количественного анализа процессов, протекающих в сетях пакетной коммутации, широко используются СМО с непрерывным временем [10, 20, 30, 189]. Это позволяет в большинстве случаев упростить исследование, однако такое описание не учитывает

существенно дискретный характер функционирования отдельных звеньев сети. Проанализируем, насколько точно марковская СМО с непрерывным временем типа  $M/M/1/K$  описывает предложенную модель рассматриваемого фрагмента.

Полагая, что интенсивность входного потока марковской СМО с непрерывным временем задается соотношением (3.1), а интенсивность обслуживания — зависимостью (3.2), для финальных вероятностей состояний цепи Маркова имеем [66, 121]:

$$P_i = \begin{cases} \frac{(1 - \rho_0)\rho_0^i}{1 - \rho^{K+1}}, & i = \overline{0, K}, \quad F_1 \neq F_2; \\ 1/(K+1), & i = \overline{0, K}, \quad F_1 = F_2. \end{cases}$$

Из условия (3.6) получаем:  $Q = P_K$ . Теперь можно записать выражения для операционных характеристик звена передачи данных:

$$C_{CC}(L, m) = \begin{cases} \frac{(L - H)F_1(1 - \rho_0^K)}{(mt + T_m)(1 - \rho_0^{K+1})}, & F_1 \neq F_2; \\ \frac{(L - H)FK}{(mt + T_m)(K + 1)}, & F_1 = F_2 = F; \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\bar{T}(K) = \begin{cases} \frac{(mt + T_m)}{F_1(1 - \rho_0)(1 - \rho_0^K)} \left[ K\rho_0^{K+2} - (K+1)\rho_0^{K+1} + \rho_0 + (1 - \rho_0)^2 \right], & F_1 \neq F_2; \\ \frac{(mt + T_m)[K(K+1) + 2]}{2FK}, & F_1 = F_2 = F. \end{cases} \quad (3.14)$$

При неограниченном буферном накопителе задержка кадра в звене передачи данных выражается функцией

$$\bar{T}(\infty) = \frac{(mt + T_m)(\rho_0 + (1 - \rho_0)^2)}{F_1(1 - \rho_0)}, \quad F_1 < F_2, \quad (3.15)$$

имеющей минимум (см. рис. 3.4) в точке

$$F_1^{\min} = F_2/2. \quad (3.16)$$

Сравнение функций пропускной способности для дискретной (3.7) и непрерывной (3.13) моделей показывает в целом их сходную зависимость от величины  $F_1$  (см. рис. 3.1). При этом (3.13) является нижней оценкой (3.7). Наиболее близки показатели обеих моделей при высоких вероятностях искажений в каналах связи рассматриваемого фрагмента, что легко объясняется хорошим согласованием биномиального и пуассоновского законов распределения в этих условиях [5, 178, 180]. С ростом достоверности передачи данных различие моделей возрастает. Наибольшее расхождение имеет место в окрестности точки  $F_1 = F_2$ . Однако следует заметить, что при увеличении объема буферного накопителя это различие быстро падает (см. рис. 3.1), так что при больших значениях  $K$  соотношение (3.13) является приемлемым приближением (3.7) для произвольных  $F_1$  и  $F_2$ .

Из вида сравнительных кривых функций задержки (3.10) и (3.14), представленных на рис. 3.2 и 3.3, видно, что непрерывное описание дает результаты, близкие к дискретной модели, лишь для  $F_2 < 1$ ,  $K > 1$  и только при низкой достоверности передачи пакета, а также в окрестности значения  $F_1 = F_2$ .

При  $K \rightarrow \infty$  хорошее совпадение функций задержки (3.11) и (3.15) имеет место только при низкой нагрузке (см. рис. 3.4). Положение минимумов задержки для различных описаний фрагмента сети (3.12) и (3.16) близко лишь при малых значениях  $F_2$  (рис. 3.5).

Таким образом, при анализе операционных характеристик в ряде указанных случаев возможно моделирование дискретной СМО системой с непрерывным временем. Отметим также, что в тех случаях, когда дискретная и непрерывная модели дают близкие результаты, целесообразно их совместное использование, так как каждое из описаний фрагмента сети имеет свои преимущества: непрерывное позволяет легко учесть неодинаковость циклов  $t_m$  в звеньях передачи данных, а дискретное хорошо отражает влияние на операционные характеристики статистической неоднородности каналов связи фрагмента сети при однородности физических параметров звеньев.

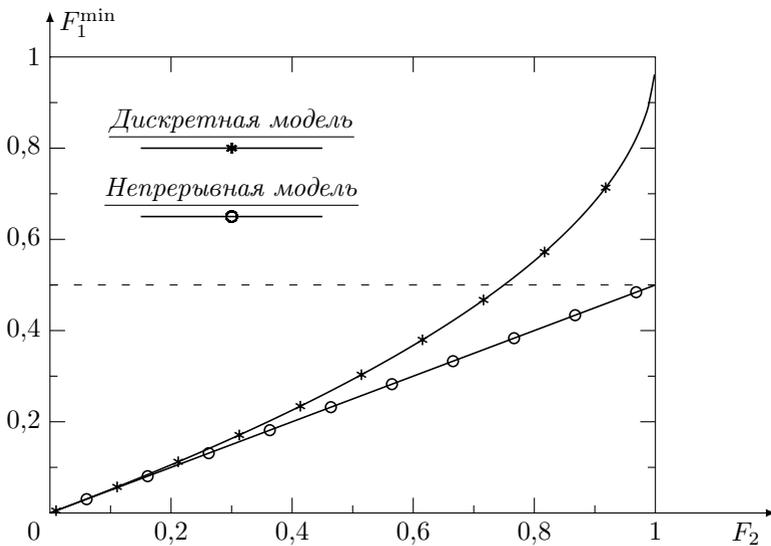


Рис. 3.5. Зависимость положения минимума задержки кадра в звене от достоверности передачи кадра по выходному каналу связи транзитного узла с неограниченной буферной памятью

### 3.4. Оптимизация длины кадра

Одной из основных задач эффективного использования связанных ресурсов сети является выбор длины кадра, обеспечивающий экстремальные свойства функции пропускной способности межузловое соединения. С одной стороны, размер кадра следует увеличивать, чтобы сократить в нем долю служебных битов и уменьшить относительное время незанятости канала связи. С другой стороны, увеличение размера кадра приводит к росту уровня ошибок на кадр и сокращению количества буферов для хранения пакетов данных при выделенном объеме буферной памяти и, как следствие, вызывает рост количества повторных передач из-за ошибок и блокировок. Для случая  $F_1 = F_2$  из анализа непрерывной модели фрагмента сети удастся получить аналитическую оценку оптимальной длины кадра. Для простоты будем считать

справедливыми следующие равенства:

$$R_{п1} = R_{п2} = R_{п}, \quad R_{ом1} = R_{ом2} = R_{ом}.$$

Полагая, что основной вклад во время повторных передач вносит только первая повторная передача, соотношение для среднего времени передачи кадра можно записать в виде:

$$\bar{t}_m \simeq (mt + T_m) \{1 + R_{п} + (1 - R_{п})R_{ом} + (1 - R_{п})(1 - R_{ом})Q\}.$$

Пренебрегая в данном выражении величинами, пропорциональными  $R_{п}R_{ом}$ ,  $R_{п}Q$ ,  $R_{ом}Q$ , а при однонаправленном трафике  $(m - 1)$  — пропорциональными  $R_{о1}$ , с учетом (2.1) получаем:

$$C_{CC}(L, m) \simeq \frac{L - H}{(mt - T_m) \{1 + R_{п} + (m - 1)R_{ом} + Q\}}. \quad (3.17)$$

Выразим величину  $Q$  через оптимизируемый параметр  $L$ . При больших объемах буферного накопителя вероятность блокировки хорошо приближается соотношением  $Q \simeq 1/K$ . Тогда, полагая  $K$  непрерывно изменяющейся величиной, имеем:

$$Q \simeq (L + h - H_1)/V,$$

где  $h$  — количество бит в буфере, необходимых для организации очереди в виде связного списка буферов [184];  $H_1$  — количество служебных бит кадра, формируемых при его выводе в линию связи и, следовательно, не хранящихся в буфере;  $V$  — объем буферной памяти, выделенной выходному каналу связи. Очевидно что  $0 \leq H_1 \leq H$ . Теперь с учетом (2.27) и линейных по  $r_{п}$  и  $r_{о}$  приближений функций  $R_{п}$  и  $R_{ом}$  окончательно из (2.27) получаем:

$$C_{CC}(L, m) \simeq \frac{C(L - H)}{(maL + CT_m) \left\{ 1 + (r_{п} + (m - 1)r_{о})aL + (L + h - H_1)/V \right\}}. \quad (3.18)$$

Отсюда прямыми методами отыскания экстремума функции находим, что размер кадра

$$\hat{L} = H + \sqrt{\left(H + \frac{CT_m}{ma}\right) \left(H + \frac{1 + (h - H_1)q}{a(r_{\text{п}} + (m - 1)r_{\text{о}}) + q}\right)} \quad (3.19)$$

максимизирует приближенное соотношение для  $C_{\text{СС}}(m, L)$  (3.18). Здесь  $q = 1/v$  имеет смысл битовой интенсивности блокировки. Нетрудно видеть преобладание (3.19) к ранее полученному результату: при неограниченном буферном накопителе транзитного узла коммутации приходим к оценке оптимальной длины кадра (2.35). Учитывая (3.8), оценку (3.19) можно обобщить на случай произвольных соотношений между  $F_1$  и  $F_2$ , выбирая значения  $r_{\text{п}}$  и  $r_{\text{о}}$  по правилу:

$$(r_{\text{п}}, r_{\text{о}}) = \begin{cases} (r_{\text{п}1}, r_{\text{о}1}), & F_1 \leq F_2; \\ (r_{\text{п}2}, r_{\text{о}2}), & F_1 > F_2, \end{cases} \quad (3.20)$$

где  $r_{\text{п}1}$ ,  $r_{\text{о}1}$  и  $r_{\text{п}2}$ ,  $r_{\text{о}2}$  — вероятности искажения бита в прямом и обратном каналах связи первого и второго звена передачи данных соответственно.

Численные исследования потенциальной пропускной способности (3.7) при произвольных  $r_{\text{п}1}$ ,  $r_{\text{о}1}$  и  $r_{\text{п}2}$ ,  $r_{\text{о}2}$  показывают, что для реальных областей изменения параметров протокола и каналов связи оценка (3.19) совместно с правилом выбора  $r_{\text{п}}$ ,  $r_{\text{о}}$  (3.20) дает хорошее приближение оптимальной длины кадра  $L_{\text{о}}$  при значениях  $q$ , соизмеримых и меньших  $r_{\text{п}} + (m - 1)r_{\text{о}}$  (рис. 3.6).

При уровнях  $q$ , значительно превышающих  $r_{\text{п}} + (m - 1)r_{\text{о}}$  (на порядок и более), оценка (3.19) плохо согласуется с оптимальным размером кадра, хотя и дает близкие к максимальным значениям критерия (3.7). Учитывая, что стоимость передачи, как правило, существенно выше стоимости хранения и обработки данных [39, 200, 201], размер буферной памяти  $V$  для каждого выходного направления следует выбирать так, чтобы параметр  $q$  был по крайней мере соизмерим с уровнем  $r_{\text{п}} + (m - 1)r_{\text{о}}$ .

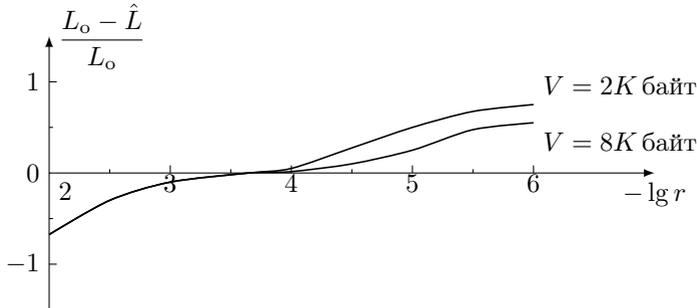


Рис. 3.6. Относительная погрешность оценки оптимальной длины кадра при  $H = 72$  бит,  $C = 1200$  бит/с,  $m = 1$ ,  $T_1 = 0,1$  с,  $H_1 = 0$ ,  $h = 16$  бит

Кроме того, принимая во внимание требование международной рекомендации X.25 о том, что предельный размер поля данных пакета должен принадлежать дискретному множеству, можно считать оценку (3.19) удовлетворительным приближением оптимальной длины кадра при выполнении указанных пропорций между  $q$  и  $r_{\text{п}} + (m - 1)r_o$ . С учетом ограничений X.25 размер кадра можно определить по правилу (2.50), если  $\bar{L}$  рассчитать из (3.19) и положить

$$\nabla_i = C_{\text{CC}}(H + 2^{i+1}, m) - C_{\text{CC}}(H + 2^i, m).$$

### 3.5. Модели синхронного конвейерного протокола

В известных работах по анализу производительности линейных протоколов конвейерного типа не учитывается фактор отказов при приеме кадров из-за отсутствия буферной памяти. В данном разделе полученные выше результаты развиваются для синхронных конвейерных протоколов.

Рассмотрим два последовательных звена передачи данных с одинаковыми физическими скоростями обмена. Будем полагать, что передача на каждом участке переприема ведется в соответствии с нормальной управляющей процедурой, функционирующей в режиме группового или селективного отказа. Ширину окна

принимает равной  $\omega \geq 1$ . Пусть, как и прежде, узел-отправитель первого звена всегда имеет пакеты для передачи, обмен ведется полными пакетами и весь поток данных, поступающих из первого звена, направляется во второе. При этом время полного цикла передачи последовательности составит  $t(m\omega + A_m)$ .

Считаем, что достоверность передачи каждого пакета в последовательности не зависит от достоверности передачи предыдущих пакетов и определяется величинами  $F_1$  и  $F_2$  для первого и второго звена соответственно. Допустимое количество повторных передач будем считать неограниченным, а условия первой и повторной передач — одинаковыми. Полагаем, кроме того, что ретрансляция пакетов из первого звена во второе начинается после получения всей последовательности, а транзитный узел имеет ограниченный буферный накопитель, используемый каналами связи в соответствии со схемой полного разделения [10]. Каждое выходное направление при этом имеет буферный пул объема  $K \geq \omega$  буферов. Тогда динамика занятости буферного пула описывается процессом случайного блуждания [66, 121] в ограниченном линейном пространстве, а функционирование сетевой структуры из двух звеньев представимо в виде дискретной марковской СМО с конечным накопителем, неординарным входным потоком и групповым обслуживанием случайного количества заявок. Распределение  $P_d(i, \omega)$ ,  $d = \overline{1, 2}$  числа пакетов  $i$  в пачке размера  $\omega$ , поступающей во входном потоке ( $d = 1$ ), и количества пакетов в группе, обслуженной СМО ( $d = 2$ ), имеет вид:

$$P_d(i, \omega) = \begin{cases} F_d^i(1 - F_d), & i < \omega; \\ F_d^\omega, & i = \omega \end{cases}$$

в режиме группового отказа и

$$P_d(i, \omega) = \binom{\omega}{i} F_d^i (1 - F_d)^{\omega - i}$$

в режиме селективного отказа. Вероятности состояний цепи Маркова, описывающей СМО, обозначим через  $P_i$ ,  $i = \overline{0, K}$ . Пропуск-

ную способность рассматриваемого сетевого фрагмента определим средней величиной потока, обслуженного в течение цикла передачи последовательности из  $\omega$  кадров  $t(m\omega + k_m)$ :

$$z_{\Gamma}(\omega, K) = \sum_{i=1}^{\omega} P_i F_2 \frac{1 - F_2^i}{1 - F_2} + \sum_{i=\omega+1}^K P_i F_2 \frac{1 - F_2^{\omega}}{1 - F_2}$$

для режима группового отказа и

$$z_{\text{C}}(\omega, K) = \sum_{i=1}^{\omega} P_i i F_2 + \sum_{i=\omega+1}^K P_i \omega F_2$$

для режима селективного отказа. Предельные значения этих показателей, соответствующие рассмотренным в разделе 2.3 замкнутым моделям, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \check{z}_{\Gamma}(\omega) &= Z_{\text{НГ}}(\omega, m)(m\omega + A_m), \\ \check{z}_{\text{C}}(\omega) &= Z_{\text{НС}}(\omega, m)(m\omega + A_m). \end{aligned}$$

### 3.5.1. Анализ управляющей процедуры в режиме группового отказа

Переходные вероятности цепи Маркова  $\Pi_{ij}$  из состояния  $i$  в состояние  $j$  для произвольной ширины окна имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} &= F_1^j (1 - F_1), \quad i = 0, \quad j = \overline{1, \omega - 1}; \\ \Pi_{ij} &= F_1^{\omega}, \quad i = 0, \quad j = \omega; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{j-1} F_1^l F_2^{l-k} (1 - F_1)(1 - F_2) + F_1^j F_2^{j-k} (1 - F_1), \\ & \quad i = \overline{1, \omega - 1}, \quad j = i + k, \quad j < \omega, \quad k = \overline{1, \omega - 2}; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=\omega-i}^{\omega-1} F_1^l F_2^{l-\omega+i} (1 - F_1)(1 - F_2) + F_1^{\omega} F_2^i, \quad i = \overline{1, \omega - 1}, \quad j = \omega; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{\omega-1} F_1^l F_2^{l-k} (1-F_1)(1-F_2) + F_1^\omega F_2^{\omega-k} (1-F_2), \\ & \quad i = \overline{1, K-2}, \quad j = i+k, \quad \omega < j < K, \quad k = \overline{1, \omega}; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=K-i}^{\omega-1} F_1^l (1-F_1)(1-F_2^{l-K+i+1}) + F_1^\omega (1-F_2^{\omega-K+i+1}), \\ & \quad i = \overline{K-\omega, K-1}, \quad j = K; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{i-1} F_1^{l-k} F_2^l (1-F_1)(1-F_2) + F_1^{i-k} F_2^i (1-F_1), \\ & \quad i = \overline{1, \omega-1}, \quad j = i-k, \quad j \geq 0, \quad k = \overline{1, \omega-1}; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{\omega-1} F_1^{l-k} F_2^l (1-F_1)(1-F_2) + F_1^{\omega-k} F_2^\omega (1-F_1), \\ & \quad i = \overline{\omega, K}, \quad j = i-k, \quad k = \overline{1, \omega}. \end{aligned}$$

Начнем рассмотрение при ширине окна  $\omega = 2$  и различных объемах буферного пула  $K$ . Из условий локального равновесия в стационарном состоянии для данной цепи Маркова получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} P_0 F_1 &= P_1 F_2 (1-F_1) + P_2 F_2^2 (1-F_1); \\ P_1 (F_1 (1-F_2) + F_2 (1-F_1) + F_1^2 F_2) &= P_0 F_1 (1-F_1) + \\ & \quad + P_2 F_2 (1-F_1) (1-F_2 (1-F_1)) + P_3 F_2^2 (1-F_1); \\ P_i (F_1 (1-F_2) + F_2 (1-F_1)) (1+F_1 F_2) &= P_{i-2} F_1^2 (1-F_2) + \\ & \quad + P_{i-1} F_1 (1-F_2) (1-F_1 (1-F_2)) + P_{i+1} F_2 (1-F_1) \times \\ & \quad \times (1-F_2 (1-F_1)) + P_{i+2} F_2^2 (1-F_1), \quad \overline{3, K-2}; \\ P_{K-1} ((1-F_1)(1-F_2)(F_1+F_2) + F_1^2(1-F_2^2) + F_2^2(1-F_1^2)) &= \\ & = P_{K-3} F_1^2 (1-F_2) + P_{K-2} F_1 (1-F_2) (1-F_1 (1-F_2)) + \\ & \quad + P_K F_2 (1-F_1) (1-F_2 (1-F_1)); \\ P_K F_2 (1-F_1) (1+F_1 F_2) &= P_{K-2} F_1^2 (1-F_2) + P_{K-1} F_1 (1-F_2) (1+F_1 F_2). \end{aligned}$$

Рассмотрим статистически однородный фрагмент сети ( $F_1 = F_2 = F$ ). Решая систему уравнений равновесия при  $K = \overline{2, 6}, 8, 10$ , для показателя пропускной способности получаем:

$$\begin{aligned}
 z_{\Gamma}(2, 2) &= F \frac{2}{3 - 2F}; \\
 z_{\Gamma}(2, 3) &= F \frac{3 + F^2}{4 - 3F + 2F^2 - F^3}; \\
 z_{\Gamma}(2, 4) &= 2F \frac{2 + 2F + F^2}{5 + F - F^3}; \tag{3.21} \\
 z_{\Gamma}(2, 5) &= F \frac{5 + 15F + 18F^2 + 20F^3 + 19F^4 + 13F^5 + 7F^6 + 3F^7}{6 + 13F + 9F^2 + 12F^3 + 8F^4 + 3F^5 + F^6 - F^7 - F^8}; \\
 z_{\Gamma}(2, 6) &= F \left\{ 6 + 24F + 40F^2 + 52F^3 + 60F^4 + 54F^5 + 42F^6 + 26F^7 + \right. \\
 &\quad \left. + 12F^8 + 4F^9 \right\} / \left\{ 7 + 22F + 26F^2 + 32F^3 + 33F^4 + \right. \\
 &\quad \left. + 22F^5 + 16F^6 + 4F^7 + F^8 - 2F^9 - F^{10} \right\}; \\
 z_{\Gamma}(2, 8) &= F \left\{ 8 + 48F + 127F^2 + 230F^3 + 346F^4 + 436F^5 + 472F^6 + \right. \\
 &\quad \left. + 445F^7 + 364F^8 + 255F^9 + 150F^{10} + 71F^{11} + 25F^{12} + \right. \\
 &\quad \left. + 5F^{13} \right\} / \left\{ 9 + 46F + 100F^2 + 159F^3 + 222F^4 + 249F^5 + \right. \\
 &\quad \left. + 245F^6 + 204F^7 + 144F^8 + 81F^9 + 34F^{10} + 6F^{11} - \right. \\
 &\quad \left. - 3F^{12} + 4F^{13} - F^{14} \right\}; \\
 z_{\Gamma}(2, 10) &= F \left\{ 10 + 80F + 288F^2 + 680F^3 + 1274F^4 + 2018F^5 + \right. \\
 &\quad \left. + 2762F^6 + 3338F^7 + 3590F^8 + 3452F^9 + 2968F^{10} + \right. \\
 &\quad \left. + 2272F^{11} + 1536F^{12} + 902F^{13} + 446F^{14} + 178F^{15} + \right. \\
 &\quad \left. + 52F^{16} + 8F^{17} \right\} / \left\{ 11 + 78F + 244F^2 + 512F^3 + 888F^4 + \right. \\
 &\quad \left. + 1304F^5 + 1654F^6 + 1860F^7 + 1844F^8 + 1628F^9 + \right. \\
 &\quad \left. + 1263F^{10} + 856F^{11} + 492F^{12} + 228F^{13} + 73F^{14} + \right. \\
 &\quad \left. + 8F^{15} - 9F^{16} - 6F^{17} - F^{18} \right\}.
 \end{aligned}$$

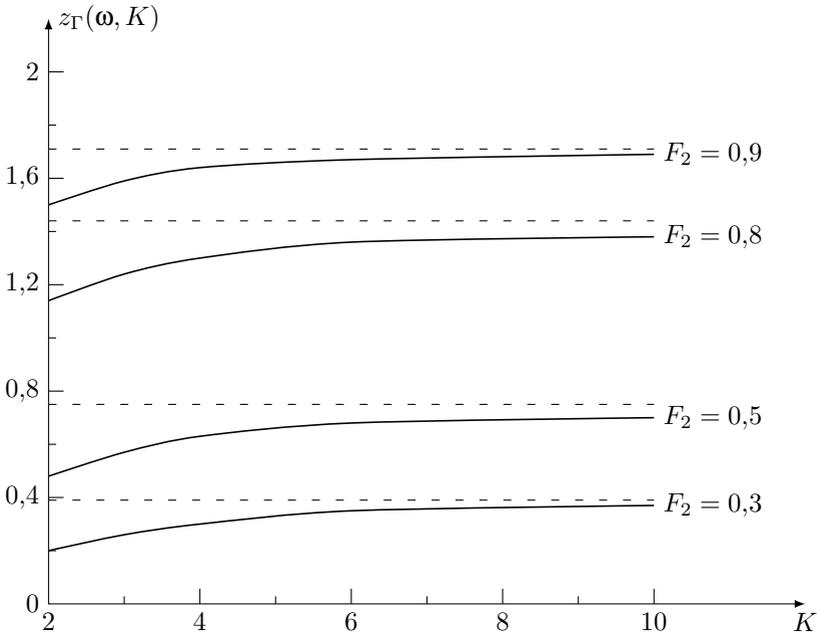


Рис. 3.7. Влияние объема буферного накопителя транзитного узла на пропускную способность режима группового отказа конвейерного протокола

Характер зависимости пропускной способности от емкости буферного пула имеет вид, приведенный на рис. 3.7. Нетрудно видеть, что на всем диапазоне изменения  $F$  предельные значения пропускной способности

$$\check{z}_{\Gamma}(\omega) = F \frac{1 - F^{\omega}}{1 - F},$$

полученные в разделе 2.3 для замкнутой модели, достигаются практически уже при трех-пятикратном превышении объема буферного накопителя  $K$  над размером окна  $\omega$ .

Проанализируем уравнения равновесия СМО при  $K = 4$  и произвольных  $F_1$  и  $F_2$ . Для вероятностей состояний цепи Маркова справедливо:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \frac{P_0 F_1 (1 - F_1^2 F_2^2 + F_1 (1 - F_1^2 F_2^3))}{G}; \\
 P_2 &= \frac{P_0 F_1^2 (1 + F_1 F_2) (1 - F_1 F_2 + F_1 F_2^2 (1 - F_1))}{F_2 (1 - F_1) G}; \\
 P_3 &= \frac{P_0 F_1^3 (1 - F_2) (1 + F_2 + F_1 F_2)}{F_2^2 (1 - F_1) G}; \\
 P_4 &= \frac{P_0 F_1^4 (1 - F_1^2 F_2^3 - F_2^2 (2 - F_2 - F_1^2 F_2^2))}{F_2^3 (1 - F_1)^2 G}; \\
 G &= F_2 (1 - F_1^2 + F_1 (1 - F_1^2 F_2^2)).
 \end{aligned}$$

С учетом условия нормировки отсюда нетрудно получить окончательный вид  $P_i$ ,  $i = \overline{0, 4}$ . Рассмотрим частные случаи этого решения.

При детерминированном поступлении кадров ( $F_1 = 1$ ) СМО находится в состоянии занятости всех буферов  $P_4 = 1$ . Пропускная способность фрагмента при этом полностью определяется достоверностью передачи данных на втором участке приема:

$$z_{\Gamma}(2, 4) = F_2(1 + F_2). \quad (3.22)$$

В случае детерминированного обслуживания потока данных ( $F_2 = 1$ ) распределение вероятностей цепи Маркова принимает вид:

$$P_0 = 1 - F_1; \quad P_1 = F_1(1 - F_1); \quad P_2 = F_1; \quad P_3 = P_4 = 0,$$

а производительность протокола — зависимость, совпадающую с (3.22) при замене  $F_2$  на  $F_1$ . Если при этом еще и  $F_1 = 1$ , то СМО находится в состоянии занятости  $P_2 = 1$ , а показатель производительности принимает предельное значение  $z_{\Gamma}(2, 4) = 2$ .

Таким образом, при абсолютно надежном канале связи первого или второго звена передачи данных нормальное функционирование и предельные возможности фрагмента обеспечиваются буферным пулом, емкость которого совпадает с размером окна  $\omega$ .

Для статистически однородного фрагмента ( $F_1 = F_2 = F$ ) справедливо следующее распределение вероятностей состояния цепи Маркова:

$$P_0 = \frac{1 - F^2}{5 + F - F^3}; \quad P_1 = \frac{1 - F^3}{1 - F^2};$$

$$P_2 = \frac{1 + F^2}{1 - F^2}; \quad P_3 = \frac{1}{1 - F^2}; \quad P_4 = \frac{1 + F}{1 - F^2}.$$

При  $F = 1$  данная цепь Маркова имеет три поглощающих [66] состояния:

$$P_2 = P_4 = 2/5, \quad P_3 = 1/5.$$

Производительность звена передачи данных определяется соотношением (3.21). Из рис. 3.8 видно, что функция пропускной способности на всем диапазоне изменения  $F_1$  мажорируется потенциальными значениями данного показателя производительности, соответствующими отсутствию блокировок буферного накопителя в транзитном узле:

$$\check{z}_\Gamma(2) = F_d(1 + F_d),$$

здесь  $d = 1$  при  $F_1 < F_2$  и  $d = 2$  при  $F_1 \geq F_2$ . В наибольшей мере пропускная способность отстоит от потенциально возможного значения при  $F_1 = F_2$ . Однако учитывая то, что значения пропускной способности статистически однородного фрагмента с ростом размера буферного пула быстро стремятся к предельному уровню (см. рис. 3.7), для практических расчетов при  $K \geq 3\omega$  можно использовать кусочное приближение:

$$z_\Gamma(\omega, K) = \begin{cases} \frac{F_1^\omega(1 - F_1^\omega)}{1 - F_1}, & F_1 \leq F_2; \\ \frac{F_2^\omega(1 - F_2^\omega)}{1 - F_2}, & F_1 > F_2. \end{cases} \quad (3.23)$$

Рассмотрим статистически однородный фрагмент сети при произвольной ширине окна. Будем полагать, что объем буферного пула  $K$  равен размеру окна  $\omega$ . Тогда уравнения равновесия можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 P_0 &= (1 - F) \sum_{l=1}^{\omega} P_l F^{l-1}; \\
 P_i \left( 2(1 - F) \sum_{l=0}^{i-1} F^{2l} + F^{2i} \right) &= (1 - F) \sum_{l=0}^{i-1} P_l F^{i-1-l} \sum_{k=0}^{i-1} (-F)^k + \\
 &\quad + (1 - F) \sum_{l=i+1}^{\omega} P_l F^{l-i-1} \sum_{k=0}^{2i} (-F)^k, \quad i = \overline{1, \omega - 1}; \\
 P_{\omega} (1 - F) \sum_{l=0}^{\omega-1} F^{2l} &= \sum_{i=0}^{\omega-1} P_i F^{\omega-1-i} \left( (1 - F) \sum_{l=0}^{i-1} F^{2l} + F^{2i} \right).
 \end{aligned}$$

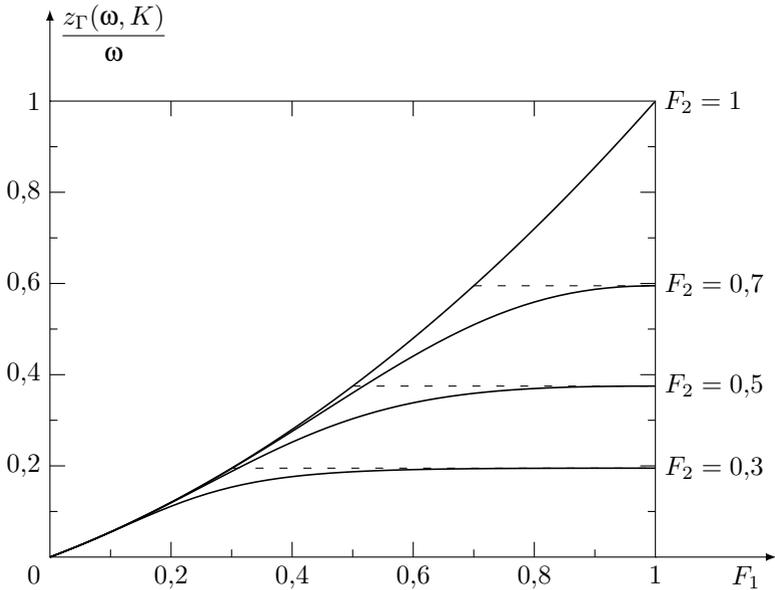


Рис. 3.8. Зависимость удельной пропускной способности режима группового отказа от достоверности передачи кадра при  $\omega = 2$ ,  $K = 4$

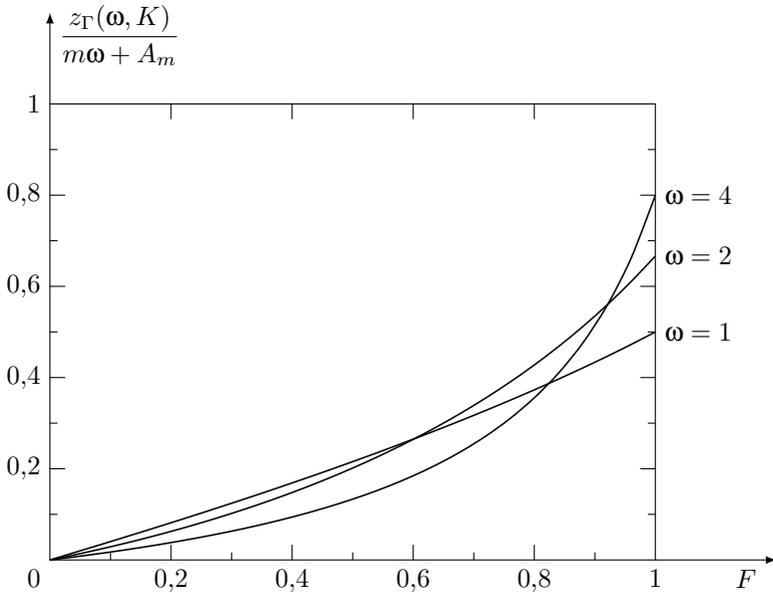


Рис. 3.9. Сравнение пропускных способностей режима группового отказа при различных размерах окна и  $K = 4$ ,  $m = 1$ ,  $A_m = 1$ ,  $F_1 = F_2 = F$

Решение данной системы уравнений имеет вид:

$$P_0 = \frac{1 - F}{1 + \omega(1 - F)}; \quad P_i = P_0, \quad i = \overline{1, \omega - 1}; \quad P_{\omega} = \frac{P_0}{1 - F}.$$

Для пропускной способности рассматриваемого фрагмента справедливо

$$z_{\Gamma}(\omega, \omega) = \frac{\omega F}{1 + \omega(1 - F)}.$$

Данное выражение является нижней границей значений пропускной способности сетевого фрагмента. Вид зависимости этого показателя от достоверности передачи пакетов данных для различных размеров окна  $\omega$  приведен на рис. 3.9. Отсюда нетрудно видеть, что при высоких уровнях достоверности  $F$  существуют значения

относительных накладных расходов  $k_m$ , для которых выгодно размер окна полагать равным объему всего буферного пула.

### 3.5.2. Анализ управляющей процедуры в режиме селективного отказа

Переходные вероятности цепи Маркова, описывающей селективный режим отказа при произвольном размере окна и объеме буферного накопителя, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} &= \binom{\omega}{j} F_1^j (1 - F_1)^{\omega-j}, & i = 0, \quad j = \overline{1, \omega}; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{\min(\omega, j)} \binom{\omega}{l} F_1^l (1 - F_1)^{\omega-l} \binom{i}{l-k} F_2^{l-k} (1 - F_2)^{i-l+k}, \\ & & i = \overline{1, \omega}, \quad j = i + k, \quad k = \overline{1, \omega}; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{\omega} \binom{\omega}{l} F_1^l (1 - F_1)^{\omega-l} \binom{\omega}{l-k} F_2^{l-k} (1 - F_2)^{\omega-l+k}, \\ & & i = \overline{\omega, K-2}, \quad j = i + k, \quad j < K, \quad k = \overline{1, \omega}; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=K-i}^{\omega} \binom{\omega}{l} F_1^l (1 - F_1)^{\omega-l} \sum_{p=0}^{l-K+i} \binom{\omega}{p} F_2^p (1 - F_2)^{\omega-p}, \\ & & i = \overline{K - \omega, K - 1}, \quad j = K; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{\omega} \binom{\omega}{l-k} F_1^{l-k} (1 - F_1)^{\omega-l+k} \binom{i}{l} F_2^l (1 - F_2)^{i-l}, \\ & & i = \overline{1, \omega - 1}, \quad j = i - k, \quad j \geq 0, \quad k = \overline{1, \omega}; \\ \Pi_{ij} &= \sum_{l=k}^{\omega} \binom{\omega}{l-k} F_1^{l-k} (1 - F_1)^{\omega-l+k} \binom{\omega}{l} F_2^l (1 - F_2)^{\omega-l}, \\ & & i = \overline{\omega, K}, \quad j = i - k, \quad k = \overline{1, \omega}. \end{aligned}$$

Для статистически однородного фрагмента при  $\omega = 2$  и  $K = \overline{2, 6}$  показатель пропускной способности  $z_C(\omega, K)$  имеет следующие зависимости от достоверности передачи данных  $F$ :

$$\begin{aligned}
z_C(2, 2) &= 2F \frac{(2 - F)(3 - 5F^2 + 4F^3 - F^4)}{10 - 26F + 32F^2 - 21F^3 + 7F^4 - F^5}; & (3.24) \\
z_C(2, 3) &= F \frac{40 - 128F + 208F^2 - 185F^3 + 97F^4 - 27F^5 + 3F^6}{28 - 98F + 174F^2 - 178F^3 + 114F^4 - 45F^5 + 10F^6 - F^7}; \\
z_C(2, 4) &= F \left\{ 112 - 472F + 1036F^2 - 1368F^3 + 1192F^4 - 672F^5 + \right. \\
&\quad \left. + 240F^6 - 48F^7 + 4F^8 \right\} / \left\{ 72 - 320F + 738F^2 - 1042F^3 + \right. \\
&\quad \left. + 989F^4 - 635F^5 + 276F^6 - 78F^7 + 13F^8 - F^9 \right\}; \\
z_C(2, 5) &= F \left\{ 288 - 1418F + 4024F^2 - 6948F^3 + 8362F^4 - 7101F^5 + \right. \\
&\quad \left. + 4281F^6 - 1770F^7 + 480F^8 - 75F^9 + 5F^{10} \right\} / \left\{ 176 - 909F + \right. \\
&\quad \left. + 2644F^2 - 4748F^3 + 5977F^4 - 5391F^5 + 3530F^6 - \right. \\
&\quad \left. - 1655F^7 + 545F^8 - 120F^9 + 16F^{10} - F^{11} \right\}; \\
z_C(2, 6) &= F \left\{ 704 - 4372F + 14252F^2 - 29476F^3 + 44984F^4 - 49674F^5 + \right. \\
&\quad \left. + 40690F^6 - 25624F^7 + 11786F^8 - 3850F^9 + 842F^{10} - \right. \\
&\quad \left. - 108F^{11} + 6F^{12} \right\} / \left\{ 416 - 2650F + 8838F^2 - 18834F^3 + \right. \\
&\quad \left. + 29492F^4 - 33776F^5 + 29068F^6 - 19369F^7 + 9675F^8 - \right. \\
&\quad \left. - 3575F^9 + 948F^{10} - 171F^{11} + 19F^{12} - F^{13} \right\}.
\end{aligned}$$

Из численных значений пропускной способности, приводимых в табл. 3.1, видно, что предельные значения данного показателя  $\check{z}_C(\omega) = \omega F$  достигаются практически уже при  $K = 3\omega$ .

Рассмотрим статистически неоднородный сетевой фрагмент для значений параметров  $K = \omega$ . Уравнения равновесия при этом имеют следующий вид:

$$P_0 \sum_{j=1}^{\omega} \binom{\omega}{j} F_1^j (1 - F_1)^{\omega-j} = \sum_{g=1}^{\omega} P_g F_2^g (1 - F_1)^{\omega};$$

$$\begin{aligned}
P_i & \left\{ \sum_{g=1}^i \sum_{l=g}^i \binom{i}{l} F_2^l (1-F_2)^{i-l} \binom{\omega}{l-g} F_1^{l-g} (1-F_1)^{\omega-l+g} + \right. \\
& + \sum_{g=1}^{\omega-i-1} \sum_{l=g}^{i+g} \binom{\omega}{l} F_1^l (1-F_1)^{\omega-l} \binom{i+g}{l-g} F_2^{l-g} (1-F_2)^{i+2l-g} + \\
& \left. + \sum_{l=\omega-i}^{\omega} F_1^l (1-F_1)^{\omega-l} \sum_{p=0}^{l-\omega+i} \binom{\omega}{p} F_2^p (1-F_2)^{\omega-p} \right\} = \\
& = P_0 \binom{\omega}{i} F_1^i (1-F_1)^{\omega-i} + \sum_{g=1}^{i-1} P_g \sum_{l=i-g}^i \binom{\omega}{l} F_1^l (1-F_1)^{\omega-l} \times \\
& \times \binom{g}{l-i+g} F_2^{l-i+g} (1-F_2)^{i-l} + \sum_{g=i+1}^{\omega} P_g \sum_{l=g-i}^g \binom{g}{l} F_2^l (1-F_2)^{g-l} \times \\
& \times \binom{\omega}{l-g+i} F_1^{l-g+i} (1-F_1)^{\omega-l+g-i}, \quad i = \overline{1, \omega-1}; \\
P_{\omega} & \sum_{j=1}^{\omega} \sum_{l=j}^{\omega} \binom{\omega}{l} F_2^l (1-F_2)^{\omega-l} \binom{\omega}{l-k} F_1^{l-j} (1-F_1)^{\omega-l+j} = P_0 F_1^{\omega} + \\
& + \sum_{i=1}^{\omega-1} P_i \sum_{l=\omega-i}^{\omega} \binom{\omega}{l} F_1^l (1-F_1)^{\omega-l} \sum_{p=0}^{l-\omega+i} \binom{\omega}{p} F_2^p (1-F_2)^{\omega-p}.
\end{aligned}$$

Решая данную систему при  $\omega = 2$  для вероятностей состояния цепи Маркова, имеем

$$\begin{aligned}
P_1 & = \frac{P_0 F_1 \{2 + 2(1-F_2)(1-3F_1+F_1^2)\}}{F_2(1-F_1)\{1+(1-F_1)^2(1-F_2)\}}; \\
P_2 & = \frac{P_0 F_1^2 \{1+(1-F_1)(1-F_2)(3-F_1)\}}{F_2^2(1-F_1)^2\{1+(1-F_1)^2(1-F_2)\}}.
\end{aligned}$$

С учетом условия нормировки отсюда нетрудно найти окончательные зависимости для  $P_i$ ,  $i = \overline{0, 2}$ . Рассмотрим это решение в ряде частных случаев.

Для сетевого фрагмента с абсолютно надежным первым звеном передачи данных ( $F_1 = 1$ ) транзитный узел все время нахо-

дится в состоянии занятости всего буферного пула  $P_2 = 1$ . Пропускная способность при этом определяется достоверностью передачи данных по второму участку переприема  $z_C(2, 2) = 2F_2$ .

Т а б л и ц а 3.1

Распределение значений пропускной способности от достоверности передачи пакета в режиме селективного отказа

$F$	$z_C(2, 2)$	$z_C(2, 3)$	$z_C(2, 4)$	$z_C(2, 5)$	$z_C(2, 6)$	$\check{z}_C(2)$
0,1	0,125	0,147	0,159	0,168	0,172	0,200
0,2	0,262	0,303	0,326	0,346	0,350	0,400
0,3	0,409	0,469	0,500	0,536	0,539	0,600
0,4	0,569	0,644	0,682	0,736	0,741	0,800
0,5	0,742	0,829	0,873	0,942	0,953	1,000
0,6	0,929	1,026	1,072	1,150	1,164	1,200
0,7	1,136	1,237	1,283	1,358	1,372	1,400
0,8	1,371	1,466	1,506	1,576	1,577	1,600
0,9	1,650	1,700	1,744	1,780	1,782	1,800

В случае когда  $F_2 = 1$ , финальные вероятности цепи Маркова принимают вид:

$$P_0 = (1 - F_1)^2; \quad P_1 = 2F_1(1 - F_1); \quad P_2 = F_1^2,$$

а показатель производительности протокола  $z_C(2, 2) = 2F_1$ .

Для фрагмента, удовлетворяющего условию  $F_1 = F_2 = F$ , справедливо

$$P_0 = \frac{(1 - F)^2(1 + (1 - F)^3)}{10 - 26F + 32F^2 - 21F^3 + 7F^4 - F^5};$$

$$P_1 = \frac{(1 - F)(4 - 8F + 8F^2 - 2F^3)}{10 - 26F + 32F^2 - 21F^3 + 7F^4 - F^5};$$

$$P_2 = \frac{4 - 7F + 5F^2 - F^3}{10 - 26F + 32F^2 - 21F^3 + 7F^4 - F^5}.$$

Пропускная способность в этих условиях задается соотношением (3.24). На рис. 3.10 приведены характерные зависимости пропускной способности.

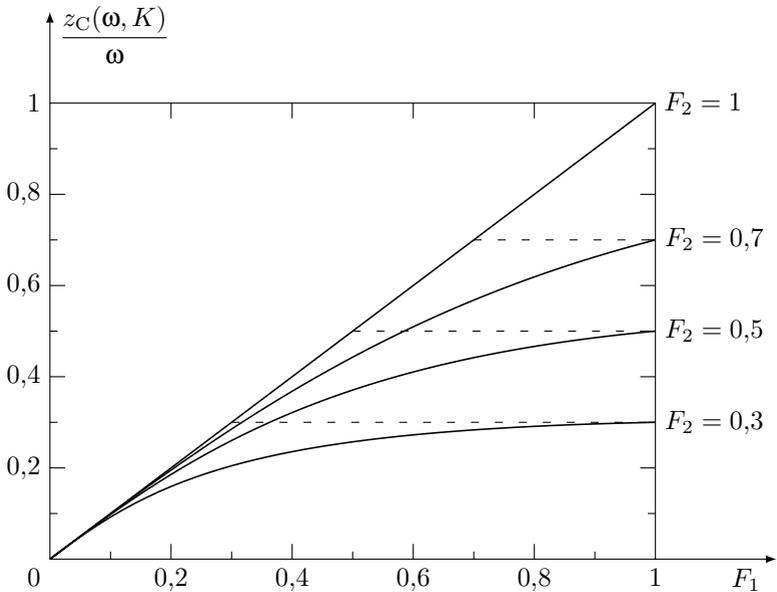


Рис. 3.10. Зависимость удельной пропускной способности режима селективного отказа от достоверности передачи кадра при  $\omega = 2$ ,  $K = 2$

Также как и в случае режима группового отказа, в наибольшей мере этот показатель отстоит от потенциально возможных значений при  $F_1 = F_2$ . Учитывая, однако, что с ростом  $K$  пропускная способность быстро стремится к предельным значениям (см. табл. 3.1), при  $K \geq 3\omega$  для практического применения можно использовать кусочно-линейную аппроксимацию:

$$z_C(\omega, K) = \begin{cases} \omega F_1, & F_1 \leq F_2; \\ \omega F_2, & F_1 > F_2. \end{cases} \quad (3.25)$$

Рассмотрим статистически однородный фрагмент сети при наборе параметров  $K = \omega = 3$ . Для показателя пропускной способности получаем

$$z_C(3, 3) = F \left\{ 153 - 846F + 2310F^2 - 3732F^3 + 3324F^4 - 291F^5 - \right. \\ \left. - 3561F^6 + 5403F^7 - 4440F^8 + 2310F^9 - 759F^{10} + 144F^{11} - \right. \\ \left. - 12F^{12} \right\} / \left\{ 78 - 468F + 1411F^2 - 2645F^3 + 3180F^4 - 2148F^5 - 2F^6 + \right. \\ \left. + 1728F^7 - 2020F^8 + 1285F^9 - 498F^{10} + 111F^{11} - 11F^{12} \right\}.$$

Из вида зависимостей пропускной способности операционного режима селективного отказа, приведенных на рис. 3.11, нетрудно видеть, что практически на всем диапазоне изменения значений параметра достоверности  $F$  оказывается выгодно полагать размер окна равным объему всего буферного накопителя  $K$ .

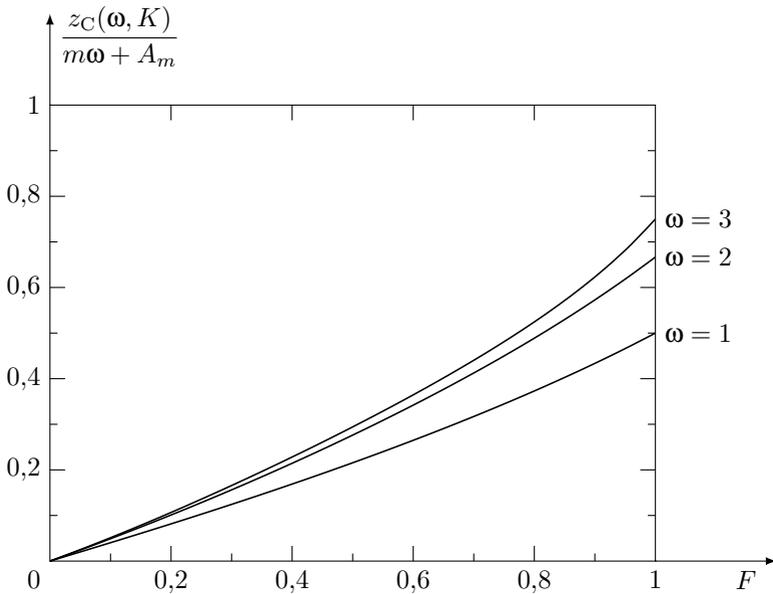


Рис. 3.11. Сравнение пропускных способностей режима селективного отказа при различных размерах окна и  $K = 3$ ,  $m = 1$ ,  $A_m = 1$ ,  $F_1 = F_2 = F$

Проведенный анализ направлен на исследование потенциальных возможностей звена передачи данных. Возможно применение предложенной модели к изучению схемы полного разделения буферной памяти транзитного узла [10] между несколькими выходными информационными каналами, управляемыми синхронными конвейерными протоколами при  $\omega > 1$ .

Отметим, кроме того, что операционный режим селективного отказа конвейерной процедуры можно также рассматривать как функционирование транзитного узла, при котором входной поток поступает по  $\omega$  линиям, а выходной поток распределяется по  $\omega$  исходящим направлениям. Такая интерпретация позволяет исследовать более совершенные стратегии распределения буферного пространства [10] между выходными каналами, управление которыми осуществляется стартстопным протоколом. Дальнейшее обобщение данной модели на звездообразную сетевую структуру предложено в [101, 221].

### 3.6. Резюме

1. В рамках реалистичных предположений предложена модель фрагмента сети, состоящего из двух последовательно соединенных звеньев передачи данных, в виде дискретной марковской системы массового обслуживания с конечным накопителем, отличающаяся от известных ранее совместным учетом трех факторов, определяющих операционные характеристики линейного протокола управления межузловым соединением: искажений в прямом канале, искажений в обратном канале, блокировок буферной памяти транзитного узла.

2. Из анализа предложенной модели фрагмента сети установлено, что его пропускная способность не превышает возможностей звена передачи данных с «худшими» параметрами.

3. Найдена оценка оптимальной по критерию пропускной способности длины кадра (3.19), учитывающая кроме характеристик канала связи и параметров протокола ограничения на размеры бу-

ферной памяти, выделяемой для хранения пакетов данных в очередях к выходным каналам связи.

4. Для конвейерных процедур управления звеном передачи данных при дефиците буферной памяти показана целесообразность выбора ширины окна в размере объема всего буферного пула, выделенного выходному каналу связи, для режима селективного отказа — при любом качестве канала связи, а для режима группового отказа — при низком уровне искажений и высоких накладных расходах.

5. Установлено, что на всем диапазоне изменения достоверности передачи кадра  $F$  предельные значения пропускной способности для всех режимов отказа достигаются практически уже при трех-пятикратном превышении объема буферного накопителя  $K$  над размером окна  $\omega$ . При этом для практических расчетов показателя пропускной способности селективного режима отказа управляющей процедуры можно использовать кусочно-линейную аппроксимацию (3.25), а для группового режима отказа — кусочное приближение (3.23).

## Глава 4. Открытые модели многозвенного тракта передачи данных

Важнейшими операционными характеристиками многозвенных виртуальных каналов являются их пропускная способность и средняя сквозная задержка протокольных блоков данных. Данные показатели определяются не только достоверностью передачи данных на каждом участке переприема, но и количеством буферных накопителей для приема пакетов данных в транзитных узлах. Известные подходы к анализу этих показателей производительности и результаты в этой области [11, 20, 46, 177, 188, 208, 213, 222] ориентированы на модели сетей СМО с непрерывным временем при заданных распределениях входных потоков и времени передачи протокольных блоков данных, не учитывающих специфики линейных управляющих протоколов. Эти методы приводят к приближенным результатам, достигаемым, как правило, трудоемкими численными расчетами. Поскольку в основе управляющих процедур протоколов линейного и транспортного уровней лежат алгоритмы с решающей обратной связью, то более адекватным описанием реальных процессов информационного переноса являются системы с дискретным временем [12]. Однако анализ сетей СМО с дискретным временем является нетривиальной задачей, так как выходные потоки дискретных марковских СМО в большинстве случаев теряют марковские свойства [56].

В данной главе предложены модели тракта передачи данных, состоящего из нескольких участков переприема с ограниченными накопителями в транзитных узлах, учитывающие дискретный характер процесса переноса информации. В разд. 4.1 строится дискретная модель многозвенного виртуального канала. Разделы 4.2

и 4.3 посвящены исследованию операционных характеристик виртуальных соединений различной длины [172].

#### 4.1. Модель тракта в виде открытой сети СМО

Рассмотрим тракт передачи данных, состоящий из  $D$  последовательных звеньев. Будем считать, что обмен в каждом звене выполняется полными информационными пакетами в соответствии со стартстопной протокольной процедурой. Длительности цикла передачи пакета  $t$  от начала вывода его в линию связи до момента получения квитанции будем полагать одинаковыми на всех участках переприема, а буферные накопители транзитных узлов тракта — ограниченными размерами  $K_d$ ,  $d = \overline{1, D-1}$ .

Считаем также, что достоверность передачи пакетов в  $d$ -м звене равна  $F_d$ , а количество повторных передач из-за искажений информационных пакетов и подтверждений, а также блокировок буферной памяти не ограничено. При этом время безошибочной передачи пакета по каждому звену является случайной величиной, кратной  $t$  и имеющей геометрический закон распределения с параметром  $F_d$ .

Полагаем, кроме того, что передающий узел первого звена всегда имеет пакеты для отправки вдоль рассматриваемого тракта, а в транзитных узлах к основному трафику не добавляются «боковые» потоки. Тогда поведение многозвенного тракта передачи данных описывается открытой марковской сетью из  $D-1$  дискретных СМО [66, 177], интенсивность входного потока в которую определяется величиной  $F_d$ , а интенсивность обслуживания в каждой  $d$ -й СМО ( $d = \overline{1, D-1}$ ) — значением  $F_{d+1}$ .

Поскольку мы рассматриваем тракт с ограниченными размерами очередей в транзитных узлах, то выходные потоки каждой дискретной СМО не будут марковскими [56]. В силу этого такая сеть не может анализироваться как совокупность независимых марковских дискретных СМО, а должна описываться вложенной цепью Маркова в пространстве размерности  $D-1$  с числом состояний, равным произведению  $\prod_{d=1}^{D-1} (K_d + 1)$ .

Обозначим через  $\pi_A^B$  переходные вероятности цепи Маркова из состояния  $A$  в состояние  $B$ , где  $A = i_{D-1}i_{D-2}\dots i_1$ ;  $B = j_{D-1}j_{D-2}\dots j_1$ ;  $i_d = \overline{0, K_d}$ ;  $j_d = \overline{0, K_d}$ ;  $d = \overline{1, D-1}$  —  $(D-1)$ -разрядные номера соответственно исходного и измененного состояний цепи Маркова в  $(D-1)$ -мерном пространстве с мощностью множества значений в  $d$ -м разряде ( $d$ -м измерении пространства), равной  $K_d + 1$ , а через  $P_A$  — вероятности состояний цепи Маркова. Пропускную способность тракта длины  $D$  обозначим через  $Z_D(K_1, \dots, K_{D-1})$ , а среднюю сквозную задержку —  $T_D(K_1, \dots, K_{D-1})$ . Так как в рассматриваемой модели предполагается, что отправитель всегда имеет пакеты для передачи, то данный операционный показатель соответствует средней верхней границе задержки. Пропускная способность многозвенного тракта определится средней величиной пропущенного (обслуженного) потока:

$$Z_D(K_1, \dots, K_{D-1}) = F_D \sum_{i_1=0}^{K_1} \dots \sum_{i_{D-2}=0}^{K_{D-2}} \sum_{i_{D-1}=1}^{K_{D-1}} P_{i_{D-1}\dots i_1}.$$

Показатель средней сквозной задержки пакета, измеренный в длительностях  $t$ , складывается из времени попадания в сеть СМО (времени передачи по первому звену) и времени обслуживания в сети СМО (времени передачи по остальным звеньям до попадания в узел-получатель  $D$ -го участка переприема с учетом наличия очередей в транзитных узлах) [66, 177]:

$$T_D(K_1, \dots, K_{D-1}) = \frac{1 + \bar{K}_D}{Z_D(K_1, \dots, K_{D-1})},$$

где  $\bar{K}_D$  — среднее число пакетов во всех транзитных узлах тракта передачи данных (в сети СМО):

$$\bar{K}_D = \sum_{i_1=0}^{K_1} \dots \sum_{i_{D-1}=0}^{K_{D-1}} \sum_{d=1}^{D-1} i_d P_{i_{D-1}\dots i_1}.$$

## 4.2. Анализ трехзвенного тракта

Начнем рассмотрение с тракта передачи данных, состоящего из трех участков переприема с буферами произвольного размера в транзитных узлах. Вид переходных вероятностей цепи Маркова, описывающей процесс транспортировки по такому тракту, приведен в табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4.1

Переходные вероятности для трехзвенного тракта

$\pi_{i_2 i_1}^{j_2 j_1}$	$i_2$	$i_1$	$j_2$	$j_1$
$F_1$	0	0	0	1
$F_1(1 - F_2)$	0	$\overline{1, K_1 - 1}$	0	$i_1 + 1$
$F_2(1 - F_1)$	0	$\overline{1, K_1}$	1	$i_1 - 1$
$F_1 F_2$	0	$\overline{1, K_1}$	1	$i_1$
$F_3(1 - F_1)$	$\overline{1, K_2}$	0	$i_2 - 1$	0
$F_1(1 - F_3)$	$\overline{1, K_2}$	0	$i_2$	1
$F_1(1 - F_3)$	$K_2$	$\overline{1, K_1 - 1}$	$K_2$	$i_1 + 1$
$F_1 F_3$	$\overline{1, K_2}$	0	$i_2 - 1$	1
$F_3(1 - F_1)(1 - F_2)$	$\overline{1, K_2}$	$\overline{1, K_1 - 1}$	$i_2 - 1$	$i_1$
$F_3(1 - F_2)$	$\overline{1, K_2}$	$K_1$	$i_2 - 1$	$K_1$
$F_2 F_3(1 - F_1)$	$\overline{1, K_2}$	$\overline{1, K_1}$	$i_2$	$i_1 - 1$
$F_2(1 - F_1)(1 - F_3)$	$\overline{1, K_2 - 1}$	$\overline{1, K_1}$	$i_2 + 1$	$i_1 - 1$
$F_1 F_2(1 - F_3)$	$\overline{1, K_2 - 1}$	$\overline{1, K_1}$	$i_2 + 1$	$i_1$
$F_1(1 - F_2)(1 - F_3)$	$\overline{1, K_2 - 1}$	$\overline{1, K_1 - 1}$	$i_2$	$i_1 + 1$
$F_1 F_3(1 - F_2)$	$\overline{1, K_2}$	$\overline{1, K_1 - 1}$	$i_2 - 1$	$i_1 + 1$

Из условий локального баланса для данной цепи Маркова в стационарных условиях получаем следующую систему уравнений равновесия:

$$\begin{aligned}
 P_{00}F_1 &= P_{10}F_3(1 - F_1); \\
 P_{01}(F_1 + F_2(1 - F_1)) &= P_{00}F_1 + P_{10}F_1F_3 + P_{11}F_3(1 - F_1)(1 - F_2); \\
 P_{0i}(F_1 + F_2(1 - F_1)) &= P_{0i-1}F_1(1 - F_2) + P_{1i-1}F_1F_3(1 - F_2) + \\
 &\quad + P_{1i}F_3(1 - F_1)(1 - F_2), \quad i = \overline{2, K_1 - 1};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{0K_1}F_2 &= P_{0K_1-1}F_1(1-F_2)+ \\
&\quad + P_{1K_1-1}F_1F_3(1-F_2) + P_{1K_1}F_3(1-F_2); \\
P_{10}(F_1 + F_3(1-F_1)) &= P_{20}F_3(1-F_1)+ \\
&\quad + P_{11}F_2F_3(1-F_1) + P_{01}F_2(1-F_1); \\
P_{j0}(F_1 + F_3(1-F_3)) &= P_{j+10}F_3(1-F_1) + P_{j1}F_2F_3(1-F_1)+ \\
&\quad + P_{j-11}F_2(1-F_1)(1-F_3), \quad j = \overline{2, K_2-1}; \\
P_{K_20}(F_1 + F_3(1-F_1)) &= P_{K_2-11}F_2(1-F_1)(1-F_3)+ \\
&\quad + P_{K_21}F_2F_3(1-F_1); \\
P_{11}(F_1(1-F_3) + F_2(1-F_1) + F_3(1-F_2)) &= P_{01}F_1F_2+ \\
&\quad + P_{02}F_2(1-F_1) + P_{12}F_2F_3(1-F_1)+ \\
&\quad + P_{21}F_3(1-F_1)(1-F_2) + P_{20}F_1F_3 + P_{10}F_1(1-F_3); \\
P_{j1}(F_1(1-F_3) + F_2(1-F_1) + F_3(1-F_2)) &= P_{j-11}F_1F_2(1-F_3)+ \\
&\quad + P_{j-12}F_2(1-F_1)(1-F_3) + P_{j2}F_2F_3(1-F_1)+ \\
&\quad + P_{j+11}F_3(1-F_1)(1-F_2) + P_{j+10}F_1F_3+ \\
&\quad + P_{j0}F_1(1-F_3), \quad j = \overline{2, K_2-1}; \\
P_{1i}(F_1(1-F_3) + F_2(1-F_1) + F_3(1-F_2)) &= P_{0i}F_1F_2+ \\
&\quad + P_{0i+1}F_2(1-F_1) + P_{1i+1}F_2F_3(1-F_1)+ \\
&\quad + P_{2i}F_3(1-F_1)(1-F_2) + P_{2i-1}F_1F_3(1-F_2)+ \\
&\quad + P_{1i-1}F_1(1-F_2)(1-F_3), \quad i = \overline{2, K_1-1}; \\
P_{K_2i}(F_3 + F_1(1-F_3 - F_2F_3)) &= P_{K_2i-1}F_1(1-F_3)+ \\
&\quad + P_{K_2i+1}F_2F_3(1-F_1) + P_{K_2-1i+1}F_2(1-F_1)(1-F_3)+ \\
&\quad + P_{K_2-1i}F_1F_2(1-F_3), \quad i = \overline{1, K_1-1}; \\
P_{1K_1}(F_2 + F_3(1-F_2 - F_1F_2)) &= P_{0K_1}F_1F_2 + P_{2K_1}F_3(1-F_2)+ \\
&\quad + P_{2K_1-1}F_1F_3(1-F_2) + P_{1K_1-1}F_1(1-F_2)(1-F_3); \\
P_{jK_1}(F_2 + F_3(1-F_2 - F_1F_2)) &= P_{j-1K_1}F_1F_2(1-F_3)+ \\
&\quad + P_{j+1K_1}F_3(1-F_2) + P_{j+1K_1-1}F_1F_3(1-F_2)+ \\
&\quad + P_{jK_1-1}F_1(1-F_2)(1-F_3), \quad j = \overline{2, K_2-1}; \\
P_{K_2K_1}F_3(1-F_1F_2) &= P_{K_2K_1-1}F_1(1-F_3) + P_{K_2-1K_1}F_1F_2(1-F_3);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{ji}(F_1(1-F_3) + F_2(1-F_1) + F_3(1-F_2)) = & P_{j-1i}F_1F_2(1-F_3) + \\
& + P_{j-1i+1}F_2(1-F_1)(1-F_3) + P_{ji+1}F_2F_3(1-F_1) + \\
& + P_{j+1i}F_3(1-F_1)(1-F_2) + P_{j+1i-1}F_1F_2(1-F_3) + \\
& + P_{ji-1}F_1(1-F_2)(1-F_3), \quad i = \overline{2, K_1 - 1}, \quad j = \overline{2, K_2 - 1}.
\end{aligned}$$

При  $K_1 = K_2 = 1$  ее решение имеет вид:

$$\begin{aligned}
P_{00} &= \frac{F_2F_3^2(1-F_1)^2}{F_3(F_1 + F_3(1-F_1))(F_1 + F_2(1-F_1)) + F_1^2F_2(1-F_3)}; \\
P_{01} &= P_{00} \frac{F_1(F_1(1-F_2) + F_3(1-F_1))}{F_2F_3(1-F_1)^2}; \\
P_{10} &= P_{00} \frac{F_1}{F_3(1-F_1)}; \quad P_{11} = P_{00} \frac{F_1^2}{F_3^2(1-F_1)^2}.
\end{aligned}$$

Пропускная способность трехзвенного тракта определится величиной:

$$Z_3(1, 1) = \frac{F_1F_2F_3(F_1 + F_3(1-F_1))}{F_3(F_1 + F_3(1-F_1))(F_1 + F_2(1-F_1)) + F_1^2F_2(1-F_3)}.$$

Рассмотрим частные случаи этого решения. Нетрудно убедиться в том, что при двух абсолютно надежных каналах ( $F_1 = F_2 = 1$ , или  $F_2 = F_3 = 1$ , или  $F_1 = F_3 = 1$ ) пропускная способность трехзвенного тракта определяется достоверностью передачи в третьем ( $F_3$ , или  $F_1$ , или  $F_2$  соответственно).

Для случая, когда первый участок переприема является абсолютно надежным ( $F_1 = 1$ ), пропускная способность принимает вид, совпадающий с выражением данного показателя для двухзвенного тракта (см. разд. 3.2):

$$Z_3(1, 1) = \frac{F_2F_3}{F_2 + F_3(1-F_2)}. \quad (4.1)$$

При статистически однородных втором и третьем звеньях тракта передачи данных ( $F_2 = F_3 = F$ ) данное соотношение преобразуется к виду:

$$Z_3(1, 1) = \frac{F}{2-F}. \quad (4.2)$$

Пропускная способность тракта с детерминированным средним каналом ( $F_2 = 1$ ) принимает следующий вид:

$$Z_3(1, 1) = \frac{F_1 F_3 (F_1 + F_3 (1 - F_1))}{F_3 (F_1 + F_3 (1 - F_1) + F_1^2 (1 - F_3))}.$$

При этом значения  $F_1 = F_3 = F$  приводят к соотношению:

$$Z_3(1, 1) = \frac{F(2 - F)}{1 + 2(1 - F)}. \quad (4.3)$$

Для  $F_3 = 1$  имеем

$$Z_3(1, 1) = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2 (1 - F_1)}.$$

Нетрудно видеть, что данное соотношение с точностью до обозначений совпадает с (4.1).

Из сопоставления (4.2) и (4.3) видно, что (4.3) превышает (4.2) на величину

$$\Delta = \frac{F(1 - F)^2}{(3 - 2F)(2 - F)},$$

принимаящую максимальное значение при  $F = 0,468$ . Данный факт легко объясняется тем, что абсолютно надежный канал второго звена передачи данных выполняет роль дополнительного буфера для хранения пакетов между первым и третьим участками переприема, снижая тем самым вероятность блокировки буферной памяти.

Для статистически однородного тракта передачи данных ( $F_1 = F_2 = F_3 = F$ ) получаем:

$$Z_3(1, 1) = F \frac{1 + (1 - F)}{1 + 3(1 - F) + (1 - F)^2}. \quad (4.4)$$

При этом показатель средней сквозной задержки пакета, выраженный в длительностях цикла передачи пакета  $t$ , составит

$$T_3(1, 1) = \frac{3 + 6(1 - F) + (1 - F)^2}{F(1 + (1 - F))}.$$

Теперь рассмотрим статистически однородный тракт при  $K_1 = 1$  и произвольном  $K_2$ . Тогда для вероятностей состояния цепи Маркова  $P_{ij}$ ,  $i = \overline{0, 1}$ ,  $j = \overline{1, K_2}$  справедливо

$$\begin{aligned} P_{10} &= P_{00} \frac{1}{1-F}; & P_{20} &= P_{00} \frac{2-F}{1-F} - P_{11}F - P_{01}; \\ P_{j0} &= P_{j-10} \frac{2-F}{1-F} - P_{j-11}F - P_{j-21}(1-F), & j &= \overline{3, K_2}; \\ P_{11} &= P_{01} \frac{1}{1-F} - P_{00} \frac{1}{(1-F)^2}; \\ P_{j1} &= P_{j-11} \frac{2-F}{1-F} - P_{j-10} \frac{1}{(1-F)^2}, & j &= \overline{2, K_2}; \\ P_{K_20} &= P_{K_21}(1-F); & P_{K_2-11} &= 2P_{K_21}. \end{aligned}$$

Отсюда для заданного  $K_2$  с учетом условия нормировки можно найти вероятности состояний и операционные показатели тракта. При  $K_2 = \overline{2, 5}$  значения пропускной способности и средней сквозной задержки имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} Z_3(1, 2) &= \frac{F\{3 + 3(1-F) + (1-F)^2\}}{3 + 7(1-F) + 4(1-F)^2 + (1-F)^3}; \\ Z_3(1, 3) &= \frac{F\{7 + 8(1-F) + 4(1-F)^2 + (1-F)^3\}}{7 + 16(1-F) + 12(1-F)^2 + 5(1-F)^3 + (1-F)^4}; \\ Z_3(1, 4) &= \frac{F\{15 + 20(1-F) + 13(1-F)^2 + 5(1-F)^3 + (1-F)^4\}}{15 + 36(1-F) + 33(1-F)^2 + 18(1-F)^3 + 6(1-F)^4 + (1-F)^5}; \\ Z_3(1, 5) &= F\left\{31 + 48(1-F) + 38(1-F)^2 + 19(1-F)^3 + 6(1-F)^4 + \right. \\ &\quad \left. + (1-F)^5\right\} / \left\{31 + 80(1-F) + 86(1-F)^2 + 57(1-F)^3 + \right. \\ &\quad \left. + 25(1-F)^4 + 7(1-F)^5 + (1-F)^6\right\}; \\ T_3(1, 2) &= \frac{10 + 15(1-F) + 6(1-F)^2 + (1-F)^3}{F\{3 + 3(1-F) + (1-F)^2\}}; \\ T_3(1, 3) &= \frac{25 + 37(1-F) + 21(1-F)^2 + 7(1-F)^3 + (1-F)^4}{F\{7 + 8(1-F) + 4(1-F)^2 + (1-F)^3\}}; \end{aligned}$$

$$T_3(1, 4) = \frac{56 + 89(1-F) + 63(1-F)^2 + 29(1-F)^3 + 8(1-F)^4 + (1-F)^5}{F\{15 + 20(1-F) + 13(1-F)^2 + 5(1-F)^3 + (1-F)^4\}};$$

$$T_3(1, 5) = \left\{ 119 + 209(1-F) + 180(1-F)^2 + 101(1-F)^3 + 38(1-F)^4 + \right. \\ \left. + 9(1-F)^5 + (1-F)^6 \right\} / F \left\{ 31 + 48(1-F) + 38(1-F)^2 + \right. \\ \left. + 19(1-F)^3 + 6(1-F)^4 + (1-F)^5 \right\}.$$

Предположим теперь, что  $K_1$  произвольно, а  $K_2 = 1$ . Тогда для  $P_{ij}$ ,  $i = \overline{1, K_1}$ ,  $j = \overline{0, 1}$  имеем

$$P_{10} = P_{00} \frac{1}{1-F}; \quad P_{01} = P_{00} \frac{1 + (1-F)^2}{1-F};$$

$$P_{11} = P_{00} \frac{1 + (1-F)(2-F)}{1-F};$$

$$P_{0i} = P_{1i-1}(2-F)(1-F) - P_{1i-2}(1-F)^2, \quad i = \overline{2, K-1};$$

$$P_{0K_1} = P_{0K_1-1}(1-F^2) + P_{1K_1-1}(1-F)(1+F+F^2);$$

$$P_{1i} = P_{1i-1} \frac{(2-F)^2 - F}{1-F} - P_{0i-1} \frac{1}{1-F} - P_{1i-2}(2-F), \quad i = \overline{2, K-1};$$

$$P_{1K_1} = P_{0K_1-1}F + P_{1K_1-1}(1+F^2).$$

При заданном  $K_1$  отсюда нетрудно получить значения  $P_{ij}$  и соотношения для пропускной способности, которые удовлетворяют равенству

$$Z_3(K_1, 1) = Z_3(1, K_2) \quad (4.5)$$

при совпадающих здесь  $K_1$  и  $K_2$ . Таким образом, показатель пропускной способности инвариантен к порядку расположения транзитных узлов с буферными накопителями различного объема вдоль статистически однородного тракта передачи данных. В то же время средняя сквозная задержка зависит от этого порядка:

$$T_3(2, 1) = \frac{11 + 20(1-F) + 10(1-F)^2 + 2(1-F)^3}{F\{3 + 3(1-F) + (1-F)^2\}};$$

$$T_3(3, 1) = \frac{31 + 61(1-F) + 43(1-F)^2 + 17(1-F)^3 + 3(1-F)^4}{F\{7 + 8(1-F) + 4(1-F)^2 + (1-F)^3\}};$$

$$T_3(4, 1) = \left\{ 79 + 173(1-F) + 153(1-F)^2 + 81(1-F)^3 + 26(1-F)^4 + \right. \\ \left. + 4(1-F)^5 \right\} / F \left\{ 15 + 20(1-F) + 13(1-F)^2 + \right. \\ \left. + 5(1-F)^3 + (1-F)^4 \right\};$$

$$T_3(5, 1) = \left\{ 191 + 465(1-F) + 488(1-F)^2 + 317(1-F)^3 + 136(1-F)^4 + \right. \\ \left. + 37(1-F)^5 + 5(1-F)^6 \right\} / F \left\{ 31 + 48(1-F) + 38(1-F)^2 + \right. \\ \left. + 19(1-F)^3 + 6(1-F)^4 + (1-F)^5 \right\}.$$

В табл. 4.2 приведены распределения показателя пропускной способности статистически однородного тракта от достоверности передачи данных в каналах связи  $F$  при различных значениях  $K_2$ . Отсюда видно, что с ростом  $K_2$  пропускная способность трехзвенного тракта  $Z_3(1, K_2)$  быстро стремится к теоретическому пределу  $Z_2(1)$ , практически достигая его при  $K_2 = 5$ .

Т а б л и ц а 4.2

Распределение значений пропускной способности  
трехзвенного тракта от достоверности передачи пакета  
при различных размерах буферных пулов

$F$	$Z_2(1)$	$Z_3(1, 1)$	$Z_3(1, 2)$	$Z_3(1, 3)$	$Z_3(1, 4)$	$Z_3(1, 5)$	$Z_2(2)$	$Z_3(2, 2)$
0,1	0,052	0,042	0,049	0,051	0,052	0,052	0,069	0,060
0,2	0,111	0,089	0,103	0,108	0,110	0,111	0,142	0,125
0,3	0,176	0,142	0,164	0,172	0,174	0,176	0,222	0,196
0,4	0,250	0,202	0,233	0,243	0,247	0,249	0,307	0,274
0,5	0,333	0,272	0,311	0,324	0,330	0,332	0,400	0,361
0,6	0,428	0,356	0,402	0,417	0,424	0,427	0,500	0,457
0,7	0,538	0,457	0,509	0,526	0,533	0,536	0,608	0,535
0,8	0,666	0,585	0,637	0,654	0,661	0,664	0,727	0,689
0,9	0,818	0,755	0,796	0,808	0,813	0,816	0,857	0,831

Рассмотрим однородный тракт при  $K_1 = K_2 = 2$ . Вероятности состояний цепи Маркова, описывающей тракт передачи данных с такими параметрами имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
P_{00} &= \frac{(1-F)^2 G}{24+46(1-F)+35(1-F)^2+21(1-F)^3+8(1-F)^4+(1-F)^5}; \\
P_{01} &= P_{00} \frac{6+3(1-F)+4(1-F)^2+2(1-F)^3}{(1-F)G}; \\
P_{02} &= P_{00} \frac{14+9(1-F)+5(1-F)^2+2(1-F)^3}{(1-F)G}; \\
P_{10} &= P_{00} \frac{1}{1-F}; \\
P_{11} &= P_{00} \frac{6+5(1-F)+5(1-F)^2+2(1-F)^3}{(1-F)^2 G}; \\
P_{12} &= P_{00} \frac{8+4(1-F)+2(1-F)^2+(1-F)^3}{(1-F)^2 G}; \\
P_{20} &= P_{00} \frac{4+2(1-F)+2(1-F)^2+(1-F)^3}{(1-F)G}; \\
P_{21} &= P_{00} \frac{4+4(1-F)+3(1-F)^2+(1-F)^3}{(1-F)^2 G}; \\
P_{22} &= P_{00} \frac{1}{(1-F)^2}; \quad G = 6+3(1-F)+2(1-F)^2+(1-F)^3.
\end{aligned}$$

Операционные характеристики определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
Z_3(2, 2) &= F \left\{ 24 + 26(1-F) + 17(1-F)^2 + 9(1-F)^3 + \right. \\
&\quad \left. + 2(1-F)^4 \right\} / \left\{ 24 + 46(1-F) + 35(1-F)^2 + 21(1-F)^3 + \right. \\
&\quad \left. + 8(1-F)^4 + (1-F)^5 \right\}; \\
T_3(2, 2) &= \left\{ 96 + 140(1-F) + 96(1-F)^2 + 55(1-F)^3 + 17(1-F)^4 + \right. \\
&\quad \left. + (1-F)^5 \right\} / F \left\{ 24 + 26(1-F) + 17(1-F)^2 + \right. \\
&\quad \left. + 9(1-F)^3 + 2(1-F)^4 \right\}.
\end{aligned}$$

С дальнейшим увеличением  $K_1$  и  $K_2$  структурная сложность аналитического решения стремительно нарастает. Из сопостав-

ления значений  $Z_3(2, 2)$  и  $Z_3(1, K_2)$ ,  $K_2 = \overline{1, 5}$ , приведенных в табл. 4.2, нетрудно видеть, что равномерное распределение буферов вдоль тракта передачи данных обеспечивает наилучшие значения показателя пропускной способности. Этот факт следует иметь в виду при построении многозвенных соединений.

Предположим теперь, что  $F_1 = 1$ ,  $F_2 = F_3 = F$ , а  $K_1$  и  $K_2$  произвольны. Тогда множество вероятных состояний образуется совокупностью двух примыкающих геометрических фигур: прямоугольника ( $i = \overline{0, 1}$ ;  $j = \overline{1, K_2}$ ) и отрезка прямой ( $i = \overline{0, K_1}$ ;  $j = K_2$ ). Решение системы уравнений равновесия при этом имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} P_{00} &= \frac{(1 - F)^2}{1 + K_1 + K_2 - 2F}; \\ P_{j0} &= P_{00} \frac{1}{1 - F}, \quad j = \overline{1, K_2}; \\ P_{01} &= P_{00} \frac{F}{1 - F}; \\ P_{j1} &= P_{00} \frac{F}{(1 - F)^2}, \quad j = \overline{1, K_2 - 1}; \\ P_{K_2 i} &= P_{00} \frac{1}{(1 - F)^2}, \quad i = \overline{1, K_1}. \end{aligned}$$

Отсюда находим

$$Z_3(K_1, K_2) = \frac{F\{K_1 + K_2 - F\}}{1 + K_1 + K_2 - 2F}; \quad (4.6)$$

$$T_3(K_1, K_2) = \frac{K_1(3 + K_1 + 2K_2) + K_2(3 + K_2) + 2 - 4F - 2F^2}{2F\{K_1 + K_2 - F\}}.$$

Из соотношения (4.6) видно, что при неограниченном росте  $K_1$  или  $K_2$  пропускная способность  $Z_3(K_1, K_2)$  стремится к величине  $F$ .

### 4.3. Анализ тракта длины $D \geq 4$

Рассмотрим виртуальное соединение с числом мест для хранения пакетов в транзитных узлах, равным единице. В силу этого номера состояний цепи Маркова представляют собой двоичные числа с количеством разрядов, равным  $D - 1$ . Поскольку каждое звено тракта управляется стартстопной протокольной процедурой, то допустимые изменения состояний соответствуют единичному сдвигу влево некоторого подмножества разрядов исходного номера состояния цепи Маркова. При этом «непередача» пакета данных (в результате искажения в канале связи) из одного транзитного узла в следующий приводит к эффекту «блокировки» (запирания) пакета, находящегося в предыдущем узле. Переходные вероятности цепи Маркова, описывающей процесс транспортировки в передающем тракте из четырех звеньев, имеют зависимость от параметров межузловых участков переприема, приведенную в табл. 4.3.

При  $F_d = F$ ,  $d = \overline{1, 4}$  вероятности состояний данной цепи Маркова определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}
 P_{000} &= \frac{(1 - F)^3}{1 + 6(1 - F) + 6(1 - F)^2 + (1 - F)^3}; \\
 P_{001} &= P_{000} \frac{3}{1 - F}; \quad P_{010} = P_{000} \frac{2}{1 - F}; \quad P_{100} = P_{000} \frac{1}{1 - F}; \\
 P_{011} &= P_{000} \frac{3}{(1 - F)^2}; \quad P_{101} = P_{000} \frac{2}{(1 - F)^2}; \\
 P_{110} &= P_{000} \frac{1}{(1 - F)^2}; \quad P_{111} = P_{000} \frac{1}{(1 - F)^3}.
 \end{aligned}$$

Зависимость операционных показателей от параметров тракта передачи данных имеет вид:

$$\begin{aligned}
 Z_4(1, 1, 1) &= \frac{F\{1 + 3(1 - F) + (1 - F)^2\}}{1 + 6(1 - F) + 6(1 - F)^2 + (1 - F)^3}; \quad (4.7) \\
 T_4(1, 1, 1) &= \frac{4 + 18(1 - F) + 12(1 - F)^2 + (1 - F)^3}{F\{1 + 3(1 - F) + (1 - F)^2\}}.
 \end{aligned}$$

Т а б л и ц а 4.3

Переходные вероятности цепи Маркова для четырехзвенного тракта передачи данных при  $K_1 = K_2 = K_3 = 1$

$\pi_{i_3 i_2 i_1}^{j_3 j_2 j_1}$	$i_3$	$i_2$	$i_1$	$j_3$	$j_2$	$j_1$
$F_1$	0	0	0	0	0	1
$F_2(1 - F_1)$	0	0	1	0	1	0
$F_1 F_2$	0	0	1	0	1	1
$F_1(1 - F_3)$	0	1	0	0	1	1
$F_3(1 - F_1)$	0	1	0	1	0	0
$F_1 F_3$	0	1	0	1	0	1
$F_3(1 - F_2)$	0	1	1	1	0	1
$F_2 F_3(1 - F_1)$	0	1	1	1	1	0
$F_1 F_2 F_3$	0	1	1	1	1	1
$F_4(1 - F_1)$	1	0	0	0	0	0
$F_1 F_4$	1	0	0	0	0	1
$F_1(1 - F_4)$	1	0	0	1	0	1
$F_4(1 - F_2)$	1	0	1	0	0	1
$F_2 F_4(1 - F_1)$	1	0	1	0	1	0
$F_1 F_2 F_3$	1	0	1	0	1	1
$F_2(1 - F_1)(1 - F_4)$	1	0	1	1	1	0
$F_1 F_2(1 - F_4)$	1	0	1	1	1	1
$F_4(1 - F_1)(1 - F_3)$	1	1	0	0	1	0
$F_1 F_4(1 - F_3)$	1	1	0	0	1	1
$F_3 F_4(1 - F_1)$	1	1	0	1	0	0
$F_1 F_3 F_4$	1	1	0	1	0	1
$F_1(1 - F_4)$	1	1	0	1	1	1
$F_4(1 - F_3)$	1	1	1	0	1	1
$F_3 F_4(1 - F_2)$	1	1	1	1	0	1
$F_2 F_3 F_4(1 - F_1)$	1	1	1	1	1	0

Рассмотрим тракт передачи при  $F_2 = F_3 = 1$ ,  $F_1 = F_4 = F$  и произвольных  $K_d$ ,  $d = \overline{1, 3}$ . Пространство вероятных состояний при этом образуется совокупностью трех примыкающих геометрических фигур: прямоугольного параллелепипеда ( $i = \overline{0, 1}$ ;  $j = \overline{0, 1}$ ;  $k = \overline{0, K_3}$ ), прямоугольника ( $i = \overline{0, 1}$ ;  $j = \overline{0, K_2}$ ;  $k = K_3$ ) и отрезка прямой ( $i = \overline{0, K_1}$ ;  $j = K_2$ ;  $k = K_3$ ). Переходные вероятности цепи Маркова для данного тракта приведены в табл. 4.4.

Т а б л и ц а 4.4

Переходные вероятности цепи Маркова для  
четырёхзвенного тракта передачи данных при  $F_2 = F_3 = 1$

$\pi_{i_3 i_2 i_1}^{j_3 j_2 j_1}$	$i_3$	$i_2$	$i_1$	$j_3$	$j_2$	$j_1$
$F_1$	0	0	0	1	0	0
$1 - F_1$	0	0	1	0	1	0
$F_1$	0	0	1	0	1	1
$1 - F_1$	0	1	0	1	0	0
$F_1$	0	1	0	1	0	1
$1 - F_1$	0	1	1	1	1	0
$F_1$	0	1	1	1	1	1
$F_1(1 - F_4)$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	0	0	$i_3$	0	1
$F_4(1 - F_1)$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	0	0	$i_3 - 1$	0	0
$F_1 F_4$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	0	0	$i_3 - 1$	0	1
$F_4(1 - F_1)$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	0	1	$i_3 - 1$	1	0
$F_1 F_4$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	0	1	$i_3 - 1$	1	1
$(1 - F_1) \times$ $\times (1 - F_4)$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	0	1	$i_3$	1	0
$F_1(1 - F_4)$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	0	1	$i_3$	1	1
$F_4(1 - F_1)$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	1	0	$i_3$	0	0
$F_1 F_4$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	1	0	$i_3$	0	1
$(1 - F_1) \times$ $\times (1 - F_4)$	$\frac{1, K_3 - 1}{1, K_3 - 1}$	1	0	$i_3 + 1$	0	0
$F_1(1 - F_4)$	$\frac{1, K_3 - 1}{1, K_3 - 1}$	1	0	$i_3 + 1$	0	1
$F_4(1 - F_1)$	$\frac{1, K_3}{1, K_3}$	1	0	$i_3$	1	0
$(1 - F_1) \times$ $\times (1 - F_4)$	$\frac{1, K_3 - 1}{1, K_3 - 1}$	1	1	$i_3 + 1$	1	0
$F_1(1 - F_4)$	$\frac{1, K_3 - 1}{1, K_3 - 1}$	1	1	$i_3 + 1$	1	1
$F_1(1 - F_4)$	$K_3$	$\frac{1, K_2}{1, K_2}$	0	$K_3$	$i_2$	1
$F_4(1 - F_1)$	$K_3$	$\frac{1, K_2}{1, K_2}$	0	$K_3$	$i_2 - 1$	0
$F_1 F_4$	$K_3$	$\frac{1, K_2}{1, K_2}$	0	$K_3$	$i_2 - 1$	1
$F_4(1 - F_1)$	$K_3$	$\frac{1, K_2}{1, K_2}$	1	$K_3$	$i_2$	0
$(1 - F_1) \times$ $\times (1 - F_4)$	$K_3$	$\frac{1, K_2 - 1}{1, K_2 - 1}$	1	$K_3$	$i_2 + 1$	0
$F_1(1 - F_4)$	$K_3$	$\frac{1, K_2 - 1}{1, K_2 - 1}$	1	$K_3$	$i_2 + 1$	1
$F_1(1 - F_4)$	$K_3$	$K_2$	$\frac{1, K_1 - 1}{1, K_1 - 1}$	$K_3$	$K_2$	$i_1 + 1$
$F_4(1 - F_1)$	$K_3$	$K_2$	$\frac{1, K_1}{1, K_1}$	$K_3$	$K_2$	$i_1 - 1$

Вероятности состояний определяются следующими зависимостями:

$$\begin{aligned}
 P_{000} &= \frac{(1-F)^3}{1+K_1+K_2+K_3-3F}; \\
 P_{k00} &= P_{000} \frac{1}{1-F}, \quad k = \overline{1, K_3}; \\
 P_{k01} &= P_{000} \frac{F}{(1-F)^2}, \quad k = \overline{1, K_3}; \\
 P_{k10} &= P_{000} \frac{F}{(1-F)^2}, \quad k = \overline{1, K_3-1}; \\
 P_{k11} &= P_{000} \frac{F^2}{(1-F)^3}, \quad k = \overline{1, K_3-1}; \\
 P_{K_3j0} &= P_{000} \frac{1}{(1-F)^2}, \quad j = \overline{1, K_2}; \\
 P_{K_3j1} &= P_{000} \frac{F}{(1-F)^3}, \quad j = \overline{1, K_2-1}; \\
 P_{K_3K_2i} &= P_{000} \frac{1}{(1-F)^3}, \quad i = \overline{1, K_1}.
 \end{aligned}$$

Для пропускной способности и сквозной задержки справедливо

$$Z_4(K_1, K_2, K_3) = \frac{F\{K_1 + K_2 + K_3 - 2F\}}{1 + K_1 + K_2 + K_3 - 3F}; \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned}
 T_4(K_1, K_2, K_3) &= \left\{ K_1(3 + K_1 + 2K_2 + 2K_3) + K_2(3 + K_2 + 2K_3) + \right. \\
 &\quad \left. + K_3(3 + K_3) + 2 - 6F - 6F^2 \right\} / 2F \left\{ K_1 + K_2 + K_3 - 2F \right\}.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим тракт передачи данных длины  $D = 5$  с единичным размером буферного накопителя в транзитных узлах. Правила построения переходных вероятностей цепи Маркова, описывающей такой тракт, соответствуют принципам, приведенным в начале данного раздела. Эти вероятности для состояний с 0000 по 0111 совпадают с переходными вероятностями для тракта длины

$D = 4$  (см. табл. 4.3) с учетом того, что сдвиг влево третьего бита номера состояния при  $D = 5$  не теряется, а остается в пределах разрядной сетки. Для остальных состояний переходные вероятности цепи Маркова приведены в табл. 4.5.

Т а б л и ц а 4.5

Переходные вероятности цепи Маркова для  
 пятизвенного тракта передачи данных при  $K_d = 1, d = \overline{1, D-1}$

$\pi_{i_4 i_3 i_2 i_1}^{j_4 j_3 j_2 j_1}$	$i_4$	$i_3$	$i_2$	$i_1$	$j_4$	$j_3$	$j_2$	$j_1$
$F_1 F_2 F_3 F_4$	0	1	1	1	1	1	1	1
$F_5(1 - F_1)$	1	0	0	0	0	0	0	0
$F_1 F_5$	1	0	0	0	0	0	0	1
$F_1(1 - F_5)$	1	0	0	0	1	0	0	1
$F_5(1 - F_2)$	1	0	0	1	0	0	0	1
$F_2 F_5(1 - F_1)$	1	0	0	1	0	0	1	0
$F_1 F_2 F_5$	1	0	0	1	0	0	1	1
$F_2(1 - F_1)(1 - F_5)$	1	0	0	1	1	0	1	0
$F_1 F_2(1 - F_5)$	1	0	0	1	1	0	1	1
$F_5(1 - F_1)(1 - F_3)$	1	0	1	0	0	0	1	0
$F_1 F_5(1 - F_3)$	1	0	1	0	0	0	1	1
$F_3 F_5(1 - F_1)$	1	0	1	0	0	1	0	0
$F_1 F_3 F_5$	1	0	1	0	0	1	0	1
$F_1(1 - F_3)(1 - F_5)$	1	0	1	0	1	0	1	1
$F_3(1 - F_1)(1 - F_5)$	1	0	1	0	1	1	0	0
$F_1 F_3(1 - F_5)$	1	0	1	0	1	1	0	1
$F_5(1 - F_3)$	1	0	1	1	0	0	1	1
$F_3 F_5(1 - F_2)$	1	0	1	1	0	1	0	1
$F_2 F_3 F_5(1 - F_1)$	1	0	1	1	0	1	1	0
$F_1 F_2 F_3 F_5$	1	0	1	1	0	1	1	1
$F_3(1 - F_2)(1 - F_5)$	1	0	1	1	1	1	0	1
$F_2 F_3(1 - F_1)(1 - F_5)$	1	0	1	1	1	1	1	0
$F_1 F_2 F_3(1 - F_5)$	1	0	1	1	1	1	1	1
$F_5(1 - F_1)(1 - F_4)$	1	1	0	0	0	1	0	0
$F_1 F_5(1 - F_4)$	1	1	0	0	0	1	0	1
$F_4 F_5(1 - F_1)$	1	1	0	0	1	0	0	0
$F_1 F_4 F_5$	1	1	0	0	1	0	0	1
$F_1(1 - F_5)$	1	1	0	0	1	1	0	1
$F_5(1 - F_2)(1 - F_4)$	1	1	0	1	0	1	0	1
$F_2 F_5(1 - F_1)(1 - F_4)$	1	1	0	1	0	1	1	0

О к о н ч а н и е т а б л. 4.5

$\pi_{i_4 i_3 i_2 i_1}^{j_4 j_3 j_2 j_1}$	$i_4$	$i_3$	$i_2$	$i_1$	$j_4$	$j_3$	$j_2$	$j_1$
$F_1 F_2 F_5 (1 - F_4)$	1	1	0	1	0	1	1	1
$F_4 F_5 (1 - F_2)$	1	1	0	1	1	0	0	1
$F_2 F_4 F_5 (1 - F_1)$	1	1	0	1	1	0	1	0
$F_1 F_2 F_4 F_5$	1	1	0	1	1	0	1	1
$F_2 (1 - F_1) (1 - F_5)$	1	1	0	1	1	1	1	0
$F_1 F_2 (1 - F_5)$	1	1	0	1	1	1	1	1
$F_5 (1 - F_1) (1 - F_4)$	1	1	1	0	0	1	1	0
$F_1 F_5 (1 - F_4)$	1	1	1	0	0	1	1	1
$F_4 F_5 (1 - F_1) (1 - F_3)$	1	1	1	0	1	0	1	0
$F_1 F_4 F_5 (1 - F_3)$	1	1	1	0	1	0	1	1
$F_3 F_4 F_5 (1 - F_1)$	1	1	1	0	1	1	0	0
$F_1 F_3 F_4 F_5$	1	1	1	0	1	1	0	1
$F_1 (1 - F_5)$	1	1	1	0	1	1	1	1
$F_5 (1 - F_4)$	1	1	1	1	0	1	1	1
$F_4 F_5 (1 - F_3)$	1	1	1	1	1	0	1	1
$F_3 F_4 F_5 (1 - F_2)$	1	1	1	1	1	1	0	1
$F_2 F_3 F_4 F_5 (1 - F_1)$	1	1	1	1	1	1	1	0

При  $F_d = F$ ,  $d = \overline{1, 5}$  вероятности состояний имеют вид:

$$P_{0000} = \frac{(1 - F)^3}{1 + 10(1 - F) + 20(1 - F)^2 + 10(1 - F)^3 + (1 - F)^4};$$

$$P_{0001} = P_{0000} \frac{4}{1 - F}; \quad P_{0010} = P_{0000} \frac{3}{1 - F};$$

$$P_{0100} = P_{0000} \frac{2}{1 - F}; \quad P_{1000} = P_{0000} \frac{1}{1 - F};$$

$$P_{0011} = P_{0000} \frac{6}{(1 - F)^2}; \quad P_{0101} = P_{0000} \frac{5}{(1 - F)^2};$$

$$P_{0110} = P_{0000} \frac{3}{(1 - F)^2}; \quad P_{1001} = P_{0000} \frac{3}{(1 - F)^2};$$

$$P_{1010} = P_{0000} \frac{2}{(1 - F)^2}; \quad P_{1100} = P_{0000} \frac{1}{(1 - F)^2};$$

$$P_{0111} = P_{0000} \frac{4}{(1 - F)^3}; \quad P_{1011} = P_{0000} \frac{3}{(1 - F)^3};$$

$$P_{1101} = P_{0000} \frac{2}{(1-F)^3};$$

$$P_{1110} = P_{0000} \frac{1}{(1-F)^3};$$

$$P_{1111} = P_{0000} \frac{1}{(1-F)^4}.$$

Таким образом, структура решения системы уравнений локального равновесия имеет вид отношения целочисленного коэффициента к вероятности искажения данных  $1 - F$ , возведенной в степень, равную количеству требований в сети СМО (числу единиц в номере состояния). Неизвестные целочисленные коэффициенты при этом легко определяются непосредственной подстановкой решения в уравнения равновесия. В рамках такой схемы можно определить распределение вероятностей для тракта произвольной длины с единичным буферным пулом в транзитных узлах.

Пропускная способность статистически однородного пятизвенного тракта определяется выражением:

$$Z_5(1, 1, 1, 1) = \frac{F\{1 + 6(1-F) + 6(1-F)^2 + (1-F)^3\}}{1 + 10(1-F) + 20(1-F)^2 + 10(1-F)^3 + (1-F)^4}, \quad (4.9)$$

а средняя сквозная задержка — зависимостью:

$$T_5(1, 1, 1, 1) = \frac{5 + 40(1-F) + 60(1-F)^2 + 20(1-F)^3 + (1-F)^4}{F\{1 + 6(1-F) + 6(1-F)^2 + (1-F)^3\}}.$$

При  $F_2 = F_3 = F_4 = 1$ ,  $F_1 = F_5 = F$  вероятности состояний принимают вид:

$$P_{0000} = \frac{(1-F)^3}{5-4F};$$

$$P_{0001} = P_{0010} = P_{0100} = P_{0000} \frac{F}{1-F};$$

$$P_{1000} = P_{0000} \frac{1}{1-F};$$

$$\begin{aligned}
P_{0011} &= P_{0101} = P_{0110} = P_{0000} \frac{F^2}{(1-F)^2}; \\
P_{1001} &= P_{1010} = P_{0000} \frac{F}{(1-F)^2}; \\
P_{1100} &= P_{0000} \frac{1}{(1-F)^2}; \quad P_{0111} = P_{0000} \frac{F^3}{(1-F)^3}; \\
P_{1011} &= P_{0000} \frac{F^2}{(1-F)^3}; \quad P_{1101} = P_{0000} \frac{F}{(1-F)^3}; \\
P_{1110} &= P_{0000} \frac{1}{(1-F)^3}; \quad P_{1111} = P_{0000} \frac{1}{(1-F)^4}.
\end{aligned}$$

Операционные показатели при этом определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}
Z_5(1, \dots, 1) &= F \frac{1 + 3(1-F)}{1 + 4(1-F)}, \quad (4.10) \\
T_5(1, \dots, 1) &= \frac{5 + 4(1-F) + 6(1-F)^2}{F\{1 + 3(1-F)\}}.
\end{aligned}$$

Для трактов передачи данных, состоящих из 6 и 7 участков переприема, аналогичным образом получены переходные вероятности, вероятности состояний цепи Маркова и операционные параметры:

$$\begin{aligned}
Z_6(1, \dots, 1) &= F \left\{ 1 + 10(1-F) + 20(1-F)^2 + 10(1-F)^3 + \right. \\
&\quad \left. + (1-F)^4 \right\} / \left\{ 1 + 15(1-F) + 50(1-F)^2 + 50(1-F)^3 + \right. \\
&\quad \left. + 15(1-F)^4 + (1-F)^5 \right\}; \quad (4.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_7(1, \dots, 1) &= F \left\{ 1 + 15(1-F) + 50(1-F)^2 + 50(1-F)^3 + \right. \\
&\quad \left. + 15(1-F)^4 + (1-F)^5 \right\} / \left\{ 1 + 21(1-F) + 105(1-F)^2 + \right. \\
&\quad \left. + 175(1-F)^3 + 105(1-F)^4 + 21(1-F)^5 + (1-F)^6 \right\}; \quad (4.12)
\end{aligned}$$

$$T_6(1, \dots, 1) = \left\{ 6 + 75(1 - F) + 200(1 - F)^2 + 150(1 - F)^3 + \right. \\ \left. + 30(1 - F)^4 + (1 - F)^5 \right\} / F \left\{ 1 + 10(1 - F) + 20(1 - F)^2 + \right. \\ \left. + 10(1 - F)^3 + (1 - F)^4 \right\};$$

$$T_7(1, \dots, 1) = \left\{ 1 + 126(1 - F) + 525(1 - F)^2 + 700(1 - F)^3 + \right. \\ \left. + 315(1 - F)^4 + 42(1 - F)^5 + (1 - F)^6 \right\} / F \left\{ 1 + 15(1 - F) + \right. \\ \left. + 50(1 - F)^2 + 50(1 - F)^3 + 15(1 - F)^4 + (1 - F)^5 \right\}$$

при  $F_d = F$ ,  $d = \overline{1, D}$  и

$$Z_6(1, \dots, 1) = F \frac{1 + 4(1 - F)}{1 + 5(1 - F)}; \quad (4.13)$$

$$Z_7(1, \dots, 1) = F \frac{1 + 5(1 - F)}{1 + 6(1 - F)}; \quad (4.14)$$

$$T_6(1, \dots, 1) = \frac{6 + 5(1 - F) + 10(1 - F^2)}{F \{1 + 4(1 - F)\}};$$

$$T_7(1, \dots, 1) = \frac{7 + 6(1 - F) + 15(1 - F^2)}{F \{1 + 5(1 - F)\}}$$

в случае  $F_d = 1$ ,  $d = \overline{2, D - 1}$ ,  $F_1 = F_D = F$ . Вид соотношений для пропускной способности (4.2), (4.3), (4.10), (4.13), (4.14) позволяет обобщить их единой записью для тракта произвольной длины  $D$ , содержащего  $D - 2$  последовательных транзитных детерминированных звена передачи данных, находящихся между двумя недетерминированными участками переприема с единичным объемом накопителя в транзитных узлах:

$$Z_D(1, \dots, 1) = F \frac{1 + (D - 2)(1 - F)}{1 + (D - 1)(1 - F)}.$$

Кроме того, с учетом вида зависимостей (4.6), (4.8) пропускная способность тракта, состоящего из детерминированных каналов,

находящихся между двумя недетерминированными участками переприема, с произвольным числом буферов в транзитных узлах переписется следующим образом:

$$Z_D(K_1, \dots, K_{D-1}) = F \frac{\sum_{d=1}^{D-1} K_d - F(D-2)}{1 + \sum_{d=1}^{D-1} K_d - F(D-1)}.$$

Отсюда нетрудно сделать вывод о том, что при построении сетевых трактов передачи данных, состоящих из большого числа участков переприема, надежные каналы связи следует равномерно распределять между звеньями с высоким уровнем искажений. Тем самым эти участки переприема будут играть роль дополнительных буферов между ненадежными звеньями и снижать отрицательный фактор блокировок буферной памяти.

Из вида зависимостей для вероятностей состояний цепи Маркова и пропускной способности статистически однородного тракта передачи данных (4.4), (4.7), (4.9), (4.11), (4.12) можно построить нижнюю границу показателя пропускной способности  $Z_D^*(1, \dots, 1) \leq Z_D(1, \dots, 1)$ :

$$Z_D^*(1, \dots, 1) = F \frac{\sum_{d=0}^{D-2} (1-F)^d \binom{D-2}{d} \left\{ 1 + \binom{D-2}{d} \right\}}{\sum_{d=0}^{D-1} (1-F)^d \binom{D-1}{d} \left\{ 1 + \binom{D-1}{d} \right\}}. \quad (4.15)$$

При  $D \leq 4$  данная оценка совпадает с показателем  $Z_D^*(1, \dots, 1)$ . Численные результаты, приведенные в табл. 4.6, подтверждают, что для  $D \geq 5$  зависимость (4.15) хорошо аппроксимирует снизу пропускную способность многозвенного тракта передачи данных, которая при  $F \leq 1$  монотонно падает с увеличением его длины. Аналогичная оценка сверху для средней сквозной задержки  $T_D^*(1, \dots, 1) \geq T_D(1, \dots, 1)$  имеет вид:

$$T_D^*(1, \dots, 1) = \frac{\sum_{d=0}^{D-1} (1-F)^{D-1-d} (d+1) \binom{D-1}{d} \left\{ 1 + \binom{D-1}{d} \right\}}{F \sum_{d=0}^{D-2} (1-F)^d \binom{D-2}{d} \left\{ 1 + \binom{D-2}{d} \right\}}.$$

Т а б л и ц а 4.6

Распределение значений пропускной способности и ее оценки от достоверности передачи пакета для трактов с буферными пулами единичной длины

$F$	$Z_5(1, \cdot, 1)$	$Z_6(1, \cdot, 1)$	$Z_7(1, \cdot, 1)$	$Z_5^*(1, \cdot, 1)$	$Z_6^*(1, \cdot, 1)$	$Z_7^*(1, \cdot, 1)$
0,1	0,035	0,033	0,032	0,034	0,032	0,030
0,2	0,074	0,070	0,068	0,072	0,067	0,064
0,3	0,118	0,113	0,109	0,116	0,108	0,102
0,4	0,169	0,161	0,156	0,166	0,154	0,146
0,5	0,228	0,218	0,211	0,224	0,209	0,198
0,6	0,299	0,286	0,276	0,294	0,275	0,261
0,7	0,387	0,370	0,358	0,382	0,358	0,341
0,8	0,504	0,483	0,468	0,499	0,471	0,449
0,9	0,676	0,651	0,633	0,673	0,643	0,618

#### 4.4. Резюме

1. Построены открытые модели многозвенного тракта передачи данных, отличающиеся учетом фактора блокировок ограниченной буферной памяти транзитных узлов. Предложенные модели позволяют анализировать влияние емкости накопителей на показатели производительности сетевого протокола.

2. Обнаружены инвариантность показателя пропускной способности к порядку расположения транзитных узлов с буферными накопителями различной емкости вдоль статистически однородного тракта передачи данных и незначительная зависимость средней сквозной задержки пакета от этого порядка.

3. Установлена целесообразность равномерного распределения буферного пространства среди транзитных узлов вдоль многозвенного тракта, обеспечивающего наилучшую его производительность.

4. Показано, что при построении сетевых трактов передачи данных, состоящих из большого числа участков переприема, сле-

дует надежные каналы связи равномерно распределять между звеньями с высоким уровнем искажений. Тем самым эти участки переприема выполняют роль дополнительных буферов между ненадежными звеньями и снижают отрицательный фактор блокировок буферной памяти.

5. Получены аналитическая оценка нижней границы пропускной способности и оценка сверху средней сквозной задержки многозвенного тракта передачи данных, соответствующие минимальному количеству буферов в транзитных узлах.

6. Предложена схема поиска распределения вероятностей состояний цепи Маркова, описывающей многозвенный тракт произвольной длины с единичными емкостями транзитных буферных накопителей, и его операционных характеристик.

## **Глава 5. Детерминированные конвейерные модели многозвенного тракта передачи данных**

### **5.1. Структурные особенности транспортного уровня управления сетью**

Важнейшим показателем эффективности функционирования сети пакетной коммутации является время передачи пользовательских данных между взаимодействующими абонентами. Функции по доставке пользователю потока сообщений и компенсации издержек в передаче пакетов, которые могут иметь место в сети обмена данными, выполняются протоколом транспортного уровня [34, 98, 122]. В основе транспортного протокола, так же как и в случае протокола управления информационным каналом, лежит принцип решающей обратной связи, однако здесь восстановление после ошибок в сквозном транспортном канале обычно реализуется по сообщениям в целом [34, 98, 122], а не по отдельным информационным кадрам.

Характерной чертой транспортного протокола, существенной с точки зрения рассматриваемых в данной главе вопросов, является сегментация абонентских сообщений на отдельные фрагменты [97], максимальный размер которых не может превышать заданного значения. Фрагменты оформляются на сетевом уровне в пакеты данных и передаются самостоятельно. В рамках широко используемой рекомендации ITU-T X.25 границы сообщения, состоящего из нескольких фрагментов, задаются с помощью бита «продолжение данных» [34, 116]. Аналогичные возможности для стека протоколов TCP/IP реализуются с помощью управляющего флага MF межсетевого протокола IP [111]. Идентифика-

ция различных сообщений в общем потоке данных осуществляется по номеру виртуального соединения (адресам взаимодействующих партнеров) и последовательному номеру сообщения [34].



Рис. 5.1. Схема прохождения мультипакетного сообщения по ненагруженному неоднородному виртуальному соединению при  $\tau_4 > \tau_1 > \tau_2 = \tau_5 > \tau_3$

Важной особенностью виртуального канала между корреспондирующими процессами является то, что он может состоять из нескольких межузловых соединений. Так, например, в сети ARPANET средняя длина пути между взаимодействующими парами ЭВМ, выраженная в количестве транзитных узлов, достигает шести [95]. Передача мультипакетных сообщений по виртуальным каналам такой длины приводит к тому, что фрагменты сообщения одновременно передаются на различных участках пути (рис. 5.1). Этот эффект получил название трубопроводного (конвейерного) [65, 219], поскольку передача сообщения по соединительному

тракту напоминает течение жидкости по трубе, причем чем меньше размер фрагмента, тем сильнее это сходство.

Задержка абонентского трафика в виртуальном соединении в значительной мере зависит от характеристик отдельных звеньев соединительного пути, длины тракта передачи данных, размеров пользовательских сообщений, интенсивности сетевых потоков и параметров линейного протокола, среди которых наиболее важным является размер кадра, фактически определяющий силу конвейерного эффекта. Следует отметить также, что соединительный путь виртуального канала в сети пакетной коммутации используется совместно многими взаимодействующими абонентами. Это приводит к тому, что нагрузка на различные участки тракта передачи данных, вдоль которого проходит виртуальное соединение, может оказаться существенно различной. Тогда эффективная пропускная способность отдельных звеньев для трафика данного виртуального соединения будет снижаться на соответствующие доли «внешних» потоков, в результате чего время передачи пакетов по межузловым соединениям даже однородного виртуального канала может быть существенно неодинаковым.

В общем случае максимальные размеры протокольных блоков данных различных уровней в иерархической системе протоколов могут быть различными и не согласовываться друг с другом. Тогда на нижних уровнях архитектуры может потребоваться сегментация или сцепление протокольных блоков более высоких уровней. Основными критериями выбора размера блока на каждом уровне является удобство его обработки и функционирования сети. Обычно удобными для обработки являются блоки, размеры которых кратны длинам машинных слов процессоров, входящих в сеть. Например, стандарт ЕСМА-72 [107], регламентирующий транспортный протокол, определяет множество допустимых размеров транспортного блока, на которые сегментируются абонентские сообщения, в виде ряда  $2^i$  октет,  $i = \overline{7, 11}$ . В настоящее время данный протокол принят ИТУ-Т в качестве основы международного стандарта.

По-видимому, естественным с точки зрения эффективности требованием к размерам протокольных блоков данных различных уровней архитектуры является требование их согласованности (точной вложенности фрагментов сообщений в пакеты, пакетов в кадры и т.д.) и обеспечения минимума преобразований. Важнейшие операционные характеристики сети (пропускная способность и средняя задержка в сети сообщений пользователей) во многом определяются длиной протокольного блока на линейном уровне (размером кадра). Методы оптимизации этого параметра по критерию пропускной способности были разработаны в главах 2 и 3.

Данная глава посвящена исследованию влияния конвейерного эффекта на задержку сообщений в виртуальных соединениях. В разд. 5.2 анализируется задержка одиночного сообщения, исследуются вопросы оптимальной фрагментации сообщения в длинных трактах передачи данных и строится формальная процедура определения длины кадра, оптимальной в смысле времени доставки пользовательских данных по виртуальному соединению. В разд. 5.3 рассматривается задача совместного учета общесетевых требований владельцев сети и требований пользователей сети при выборе сетевых параметров. Раздел 5.4 посвящен исследованию различных стратегий формирования очередей к выходным каналам связи вдоль многозвенного тракта при передаче потока сложной структуры.

## 5.2. Оптимизация задержки абонентских сообщений в сети с низкой нагрузкой

### 5.2.1. Модель ненагруженного виртуального соединения

Рассмотрим неоднородное виртуальное соединение, состоящее из  $D$  звеньев передачи данных. Найдем время передачи сообщения, включающего  $N \geq 1$  пакетов (фрагментов), по нормально функционирующему виртуальному соединению в фазе переноса данных [34]. Пусть  $\tau_d$ ,  $d = \overline{1, D}$  — задержка пакета при переда-

че по  $d$ -му звену виртуального соединения. Будем считать, что выполняются следующие предположения.

1. Процедура управления потоком, переносимым виртуальным соединением, обеспечивает сквозное подтверждение доставки отдельных сообщений. Очевидно, что в рамках широко распространенной рекомендации ИТУ-Т X.25 такое управление может быть реализовано, если затребовать сквозное подтверждение доставки пакетов данных [116] и выбрать окно на сетевом уровне так, чтобы количество пакетов в каждом из передаваемых сообщений не превышало его размера.

2. Каждый узел виртуального соединения может одновременно выполнять прием и передачу данных, однако передача пакета может быть начата только после того, как будет закончен его прием.

3. По отдельным каналам связи соединительного пути протекает поток сообщений, принадлежащий только данному виртуальному соединению, то есть считается, что отсутствует посторонний («боковой») трафик.

4. Все пакеты сообщения имеют одинаковую длину, за исключением последнего, который может содержать остаток от деления сообщения на фрагменты и оказаться меньшего размера. В связи с этим будем считать число пакетов в сообщении  $N$  непрерывной величиной, целая часть которой соответствует полным фрагментам, а дробная — последнему неполному фрагменту.

5. В узлах коммутации отсутствуют очереди к выходным каналам связи. Такое виртуальное соединение будем называть ненагруженным.

Тогда справедливо следующее утверждение, дающее общее соотношение для задержки абонентского сообщения в ненагруженном тракте передачи данных.

**Утверждение 5.1.** При выполнении условий 1–5 время передачи мультипакетного сообщения по многозвенному неоднородно-

му виртуальному соединению определяется выражением:

$$T(D, N) = \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \tau_d + N\tau_M, \quad (5.1)$$

где

$$\tau_M = \max_{d=\overline{1, D}} \tau_d. \quad (5.2)$$

**Доказательство.** Очевидно, что для произвольного звена неоднородного виртуального соединения время между началом передачи одного пакета и началом передачи следующего (см. рис. 5.1) может быть записано так:

$$X_d = \tau_d + G(X_{d-1} - \tau_d), \quad d = \overline{1, D}, \quad X_0 = 0, \quad (5.3)$$

где

$$G(X) = \begin{cases} X, & X \geq 0; \\ 0, & X < 0. \end{cases}$$

Поскольку передача мультипакетного сообщения по звену с номером  $d > 1$  совмещена с передачей  $N-1$  пакетов по предыдущему звену (см. рис. 5.1), то полная задержка сообщения при передаче по всему виртуальному соединению составит

$$T(D, N) = \sum_{d=1}^D \left\{ \tau_d + (N-1)X_d - (N-1)X_{d-1} \right\} = \sum_{d=1}^D \tau_d + (N-1)X_D. \quad (5.4)$$

Из (5.3) нетрудно видеть, что последовательность  $X_d$ ,  $d = \overline{1, D}$  является неубывающей. Покажем, что

$$X_D = \tau_M = \max_{d=\overline{1, D}} \tau_d. \quad (5.5)$$

Без потери общности предположим, что звено с наибольшей задержкой имеет номер  $1 < M < D$ , а значения  $\tau_d$  до звена с номером  $M$  возрастают, а затем убывают, то есть для  $\tau_d$  справедливы следующие неравенства:

$$\tau_d < \tau_{d+1}, \quad d = \overline{1, M-1}; \quad \tau_d > \tau_{d+1}, \quad d = \overline{M, D-1}.$$

Тогда непосредственной подстановкой значений  $\tau_d$  в (5.3) можно легко убедиться в том, что

$$X_d = \tau_d, \quad d = \overline{1, M}; \quad X_d = \tau_M, \quad d = \overline{M, D}.$$

В силу того что последовательность  $X_d$  — неубывающая, равенство (5.5) будет справедливо при любых соотношениях между  $\tau_d$ ,  $d = \overline{1, D}$ . Подставляя (5.5) в (5.4), приходим к (5.1).  $\square$

**Следствие.** Задержка сообщения в однородном виртуальном соединении ( $\tau_d = \tau$ ,  $d = \overline{1, D}$ ) определяется соотношением:

$$T(D, N) = (D + N - 1)\tau. \quad (5.6)$$

Из выражения (5.1) видно, что задержка мультипакетного сообщения в значительной мере определяется звеном виртуального соединения с наибольшим временем передачи.

### 5.2.2. Оптимальное разбиение сообщения на пакеты

Для дальнейшего анализа необходимо явно выразить время передачи пакета по межузловому соединению через параметры звена передачи данных. Предположим, что скорость передачи и время узловой обработки пакетов не зависит от размера пакета. Фактически данное предположение относительно скорости справедливо лишь для абсолютно надежных межузловых каналов связи, входящих в виртуальное соединение. Будем называть такое виртуальное соединение идеальным. Очевидно, что наиболее близки к идеальным коаксиальные, цифровые и волоконно-оптические каналы связи, уровень ошибок в которых, как правило, пренебрежимо мал. Теперь для задержки пакета в  $d$ -м звене тракта передачи с учетом введенных ранее обозначений можно записать:  $\tau_d = \frac{a_d L}{C_d} + T_d$ . Здесь  $T_d$  имеет смысл времени обработки пакета в узле-приемнике  $d$ -го звена передачи данных. Подставляя данное соотношение в (5.1) и учитывая, что  $L = \frac{B}{N} + H$ , где  $B$  — размер передаваемого сообщения, получаем:

$$T(D, N) = \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \left\{ \frac{a_d \left( \frac{B}{N} + H \right)}{C_d} + T_d \right\} + N \left\{ \frac{a_M \left( \frac{B}{N} + H \right)}{C_M} + T_M \right\}. \quad (5.7)$$

Параметры с индексом  $M$  второго слагаемого данного выражения определяются из условия (5.2).

Очевидно, что при передаче сообщения в виде последовательности пакетов можно существенно снизить время его доставки по виртуальному соединению по сравнению с его передачей одним пакетом. Этот выигрыш обусловлен конвейерным эффектом [65, 219], в результате которого различные части сообщения одновременно находятся в состоянии передачи на различных участках пути. С одной стороны, количество пакетов в последовательности следует увеличивать, чтобы усилить конвейерный эффект и тем самым снизить время доставки сообщения. С другой стороны, рост последовательности приводит к возрастанию объема переносимой служебной информации и времени обработки пакетов узлами связи. Отсюда следует, что зависимость (5.7) имеет унимодальный характер от аргумента  $N$ . Пользуясь (5.7), определим выигрыш во времени от передачи сообщения по виртуальному соединению длины  $D$  последовательностью из  $N > 1$  пакетов по сравнению с доставкой его как единого целого:

$$\begin{aligned} \Delta(D, N) &= T(D, 1) - T(D, N) = \\ &= (N - 1) \left\{ \frac{B}{N} \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d} - \left( \frac{a_M H}{C_M} + T_M \right) \right\}. \quad (5.8) \end{aligned}$$

В случае однородного виртуального соединения ( $C_d = C$ ,  $T_d = T$ ,  $a_d = a$ ,  $d = \overline{1, D}$ ) выигрыш (5.8) преобразуется к виду:

$$\Delta(D, N) = \frac{N - 1}{C} \left\{ \frac{aB}{N} (D - 1) - (aH + CT) \right\}. \quad (5.9)$$

Данные соотношения определяют унимодальные от аргумента  $N \geq 1$  функции (рис. 5.2) с асимптотами

$$\Delta(D, N) = -(N - 1) \left( \frac{a_M H}{C_M} + T_M \right) + B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d} \quad \text{и}$$

$$\Delta(D, N) = -(N - 1) \left( \frac{aH}{C} + T \right) + \frac{aB(D - 1)}{C}$$

соответственно.

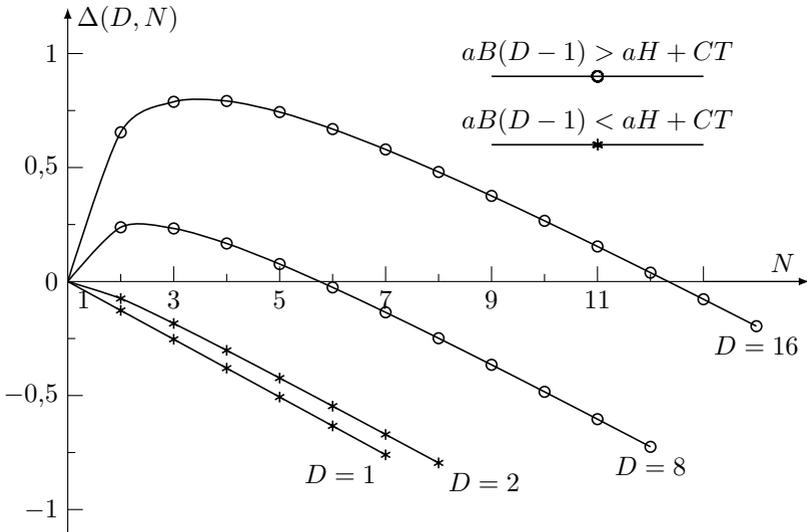


Рис. 5.2. Зависимость выигрыша на однородном виртуальном соединении от величины коэффициента разбиения для различных длин путей и соотношений между накладными расходами и информацией пользователя при  $B = 1000$  бит,  $H = 256$  бит,  $C = 9600$  бит/с,  $T = 0,1$  с,  $a = 1$

Из (5.8), (5.9) видно, что разбиение сообщения на пакеты целесообразно проводить только для длинных ( $D > 1$ ) виртуальных соединений и при выполнении условия

$$B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d} > \frac{a_M H}{C_M} + T_M, \quad (5.10)$$

причем выигрыш (5.8) положителен для разбиений, удовлетворяющих неравенству

$$1 < N < \frac{B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D a_d / C_d}{a_M H / (C_M + T_M)}.$$

Для однородного виртуального соединения данное неравенство, определяющее множество целесообразных разбиений, принимает вид  $1 < N < \frac{aB(D-1)}{aH + CT}$ .

При

$$B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d} > \frac{a_M H}{C_M} + T_M$$

разбиения

$$N \geq \frac{B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D a_d / C_d}{a_M H / (C_M + T_M)}$$

приводят к тому, что потери от передачи и обработки последовательности пакетов превалируют над выигрышем от конвейерного эффекта. При

$$B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d} < \frac{a_M H}{C_M} + T_M$$

разбиения  $N > 1$  усиливают отрицательный эффект от превышения накладных расходов над информацией пользователя.

На виртуальных соединениях единичной длины конвейерный эффект отсутствует, и разбиения  $N > 1$  приводят к росту задержки многопакетного сообщения за счет увеличения объема накладных расходов по переносу служебной информации и узловой обработке пакетов. На рис. 5.2 для случая однородного виртуального соединения проиллюстрированы рассмотренные эффекты.

От размера абонентского сообщения выигрыш (5.8), (5.9) имеет линейную зависимость (рис. 5.3). При передаче по однородному виртуальному соединению выигрыш (5.9) линейно растет также и с увеличением длины пути, причем значения  $\Delta(D, N)$  положительны для

$$D > 1 + N \frac{aH + CT}{B}. \quad (5.11)$$

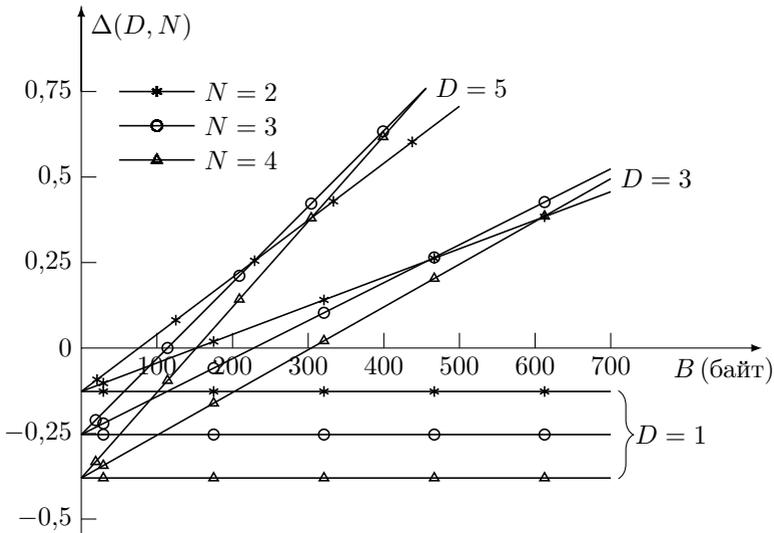


Рис. 5.3. Зависимость выигрыша от размера сообщения при передаче по однородному виртуальному соединению для различных длин путей, коэффициентов разбиения и  $H = 256$  бит,  $C = 9600$  бит/с,  $T = 0,1$  с,  $a = 1$

Далее, используя прямые методы отыскания экстремума функции, из (5.8) находим, что разбиение

$$N_0 = \sqrt{\frac{B}{a_M H / C_M + T_M} \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d}}$$

максимизирует выигрыш (5.8). Очевидно, что при нарушении условия (5.10) оптимальным коэффициентом разбиения является значение  $N_0 = 1$ . Подставляя соотношение для  $N_0$  в (5.8) получаем

$$\Delta(D, N_0) = B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d} + \frac{a_M H}{C_M} + T_M - 2 \sqrt{B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D d \frac{a_d}{C_d} \left( \frac{a_M H}{C_M} + T_M \right)}.$$

То есть оптимальный выигрыш равен удвоенной разности среднего арифметического и среднего геометрического величин

$$B \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d}{C_d} \quad \text{и} \quad \frac{a_M H}{C_M} + T_M,$$

являющихся соответственно временем передачи информационной части сообщения как единого целого по виртуальному соединению без узкого звена и накладными расходами узкого звена в виде времени передачи служебной части пакета и времени обработки пакета. Для однородного виртуального соединения оптимальный выигрыш составит

$$\begin{aligned} \Delta(D, N_0) &= \left\{ \sqrt{aB(D-1)} - \sqrt{aH + CT} \right\}^2 = \\ &= \frac{2}{C} \left\{ \frac{aB(D-1) + aH + CT}{2} - \sqrt{aB(D-1)(aH + CT)} \right\}. \end{aligned}$$

Поскольку  $N \geq 1$ , то из (5.11) можно заключить, что областью определения  $\Delta(D, N_0)$  для однородного виртуального соединения являются длины путей, удовлетворяющие неравенству  $D \geq \frac{1+(aH+CT)}{aB}$ . Характерная зависимость  $\Delta(D, N_0)$  от  $B$  имеет вид, приведенный на рис. 5.4.

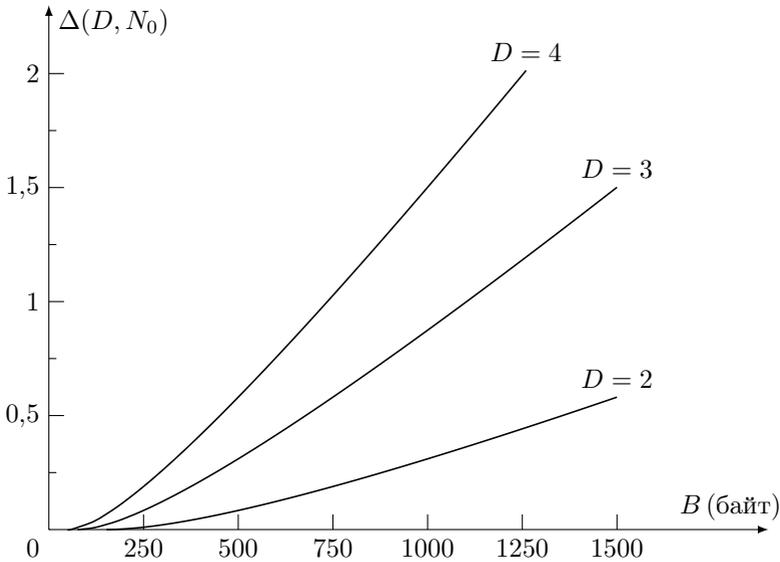


Рис. 5.4. Зависимость оптимального выигрыша на однородном виртуальном соединении от размера сообщения при  $H = 256$  бит,  $C = 9600$  бит/с,  $T = 0,1$  с,  $a = 1$

Зная оптимальный коэффициент разбиения  $N_0$ , легко определить размер кадра, минимизирующий время доставки сообщения по виртуальному соединению:

$$L_0 = H + \frac{B}{N_0} = H + \sqrt{\frac{B(a_M H / C_M + T_M)}{\sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D a_d / C_d}}. \quad (5.12)$$

На однородном соединении выражение для оптимального размера кадра упрощается:

$$L_0 = H + \sqrt{\frac{B(aH + CT)}{a(D - 1)}}. \quad (5.13)$$

Полагая здесь  $a = 1$  и  $T = 0$ , приходим к соотношению для оптимального  $L$ , полученному в [217].

Для применения соотношений (5.12), (5.13) на практике необходимо учесть разброс длин сообщений, передаваемых по данному виртуальному соединению. Кроме того, поскольку наибольший размер пакета при статическом выборе должен иметь, как правило, единственное значение для всей сети, его следует определять из условия максимума выигрыша для виртуальных соединений всех возможных длин. Таким образом, для практического применения зависимостей (5.12), (5.13) их необходимо обобщить на случай интегрального критерия.

### 5.2.3. Выбор рационального размера кадра

Предположим, что для сети передачи данных заданы все возможные длины путей  $D_j$ ,  $j = \overline{1, J}$  и распределение интенсивностей (долей) сетевого трафика по трактам передачи данных  $\alpha_j$ , удовлетворяющее условию нормировки  $\sum_{j=1}^J \alpha_j = 1$ , где  $J$  — число различных информационных потоков. Пусть также для каждого информационного потока задано непрерывное распределение длин сообщений  $f_j(B)$ . Рассмотрим в качестве целевой функции средний выигрыш, являющийся естественным обобщением критерия (5.8) на всю сеть передачи данных:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}(N_1, N_2, \dots, N_J) &= \sum_{j=1}^J \alpha_j \int_0^{\infty} \Delta(D_j, N_j) df_j(B) = \\ &= \sum_{j=1}^J \alpha_j (N_j - 1) \left\{ \frac{\bar{B}_j}{N_j} \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{a_{jd}}{C_{jd}} - \left( \frac{a_{M_j} H}{C_{M_j}} + T_{M_j} \right) \right\}, \quad (5.14) \end{aligned}$$

где  $\bar{B}_j = \int_0^\infty B df_j(B)$  — средняя длина сообщений  $j$ -го информационного потока. Поскольку каждое виртуальное соединение имеет свое значение коэффициента разбиения, то в данном соотношении удобнее сразу перейти к искомой длине кадра  $L$ . Подстановкой  $L = H + \frac{\bar{B}_j}{N_j}$  из (5.14) получаем:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}(L) = & \sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{a_{jd}}{C_{jd}} - (L - H) \sum_{j=1}^J \alpha_j \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{a_{jd}}{C_{jd}} - \\ & - \frac{1}{L - H} \sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j \left( \frac{a_{M_j} H}{C_{M_j}} + T_{M_j} \right) + \sum_{j=1}^J \alpha_j \left( \frac{a_{M_j} H}{C_{M_j}} + T_{M_j} \right). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Отсюда легко определяем оптимальное значение  $L$ :

$$L_0 = H + \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j \left( \frac{a_{M_j} H}{C_{M_j}} + T_{M_j} \right)}{\sum_{j=1}^J \alpha_j \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{a_{jd}}{C_{jd}}}}. \quad (5.16)$$

Здесь параметры  $C_{M_j}$  и  $T_{M_j}$ , определяющие узкое звено  $j$ -го виртуального соединения, находятся из условия, аналогичного (5.2):

$$\frac{a_{M_j} L}{C_{M_j}} + T_{M_j} = \max_{d=1, D_j} \left( \frac{a_{jd} L}{C_{jd}} + T_{jd} \right), \quad j = \overline{1, J}. \quad (5.17)$$

В случае однородной сети зависимость для оптимального  $L$  преобразуется к виду:

$$L_0 = H + \sqrt{\frac{\bar{B}(aH + CT)}{a(\bar{D} - 1)}}, \quad (5.18)$$

где  $\bar{B} = \sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j$  — средний размер сообщений, передаваемых по сети,  $\bar{D} = \sum_{j=1}^J \alpha_j D_j$  — средняя длина сетевых трактов передачи данных. Отметим, что в случае передачи сообщений одного размера из (5.16) и (5.18) получаем соответственно (5.12) и (5.13).

Нетрудно видеть, что условие (5.17) однозначно определяет «узкие» звенья виртуальных соединений только при нулевом времени обработки пакета в узлах коммутации, в общем же случае параметрическая зависимость условия (5.17) от  $L$  не допускает однозначного определения «узких» мест до вычисления оптимального размера кадра. Для случая, когда временем обработки пакета в узлах пренебречь нельзя, можно предложить процедуру последовательного вычисления оптимального размера кадра. Согласно такой процедуре оптимальное значение  $L$  рассчитывается итеративно. В качестве начального значения  $L$  для определения «узких» звеньев по условию (5.17) можно принять  $L = H$ . По найденным таким образом параметрам  $C_{M_j}$ ,  $T_{M_j}$ ,  $a_{M_j}$ ,  $j = \overline{1, J}$  из (5.16) вычисляется размер кадра, который используется для определения «узких» звеньев на следующем шаге. Критерием останова итеративного процесса является совпадение размера кадра или множества индексов узких звеньев  $M_j$ ,  $j = \overline{1, J}$  в двух последовательных итерациях.

Теперь соотношения (5.16), (5.18) можно дополнить решающим правилом, учитывающим ограничения рекомендации ITU-T X.25 на множество значений размера информационной части пакета. В силу унимодальности критерия (5.15) наилучшее из разрешенных рекомендацией X.25 значений  $L$  в битах определится по правилу:

$$L'_0 = H + \begin{cases} 2^7, & L_0 - H \leq 2^7; \\ 2^i, & 2^i \leq L_0 - H < 2^{i+1}, \quad \nabla_i \geq 0, \quad i = \overline{7, 12}; \\ 2^{i+1}, & 2^i < L_0 - H \leq 2^{i+1}, \quad \nabla_i < 0, \quad i = \overline{7, 12}; \\ 2^{13}, & L_0 - H \geq 2^{13}, \end{cases} \quad (5.19)$$

где  $\nabla_i = \bar{\Delta}(H + 2^i) - \bar{\Delta}(H + 2^{i+1})$ . Таким образом, вычисляя значение  $L_0$  по предложенному алгоритму и  $L'_0$  по правилу (5.19), определяем рациональный размер кадра, удовлетворяющий ограничениям рекомендации X.25 и близкий к оптимальному (в смысле критерия минимума задержки абонентских сообщений) значению.

Геометрически решающее правило (5.19) интерпретируется неперекрывающимися областями оптимальности альтернативных значений размера информационной части пакета  $b = L - H$  (рис. 5.5), уравнения границ между которыми определяются условиями  $\nabla_i = 0$ ,  $i = \overline{7, 12}$  и для однородной сети имеют вид:

$$a(\bar{D} - 1) = \frac{\bar{B}(aH + CT)}{2^{2i+1}}, \quad i = \overline{7, 12}. \quad (5.20)$$

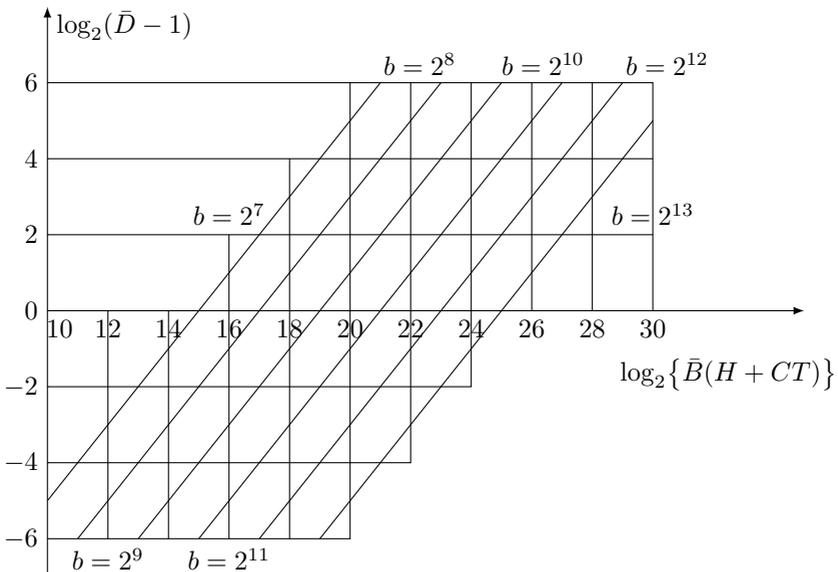


Рис. 5.5. Диаграмма областей оптимальности альтернативных значений размера информационной части пакета  $b$  для однородной сети

В том случае, когда «узкие» участки виртуальных соединений сети могут быть однозначно определены при  $L = H + 2^7$  и не изменяются при  $2^7 \leq L - H \leq 2^{13}$ , уравнения границ альтернативных значений  $b$  принимают простой вид и для случая неоднородной сети:

$$\sum_{j=1}^J \alpha_j \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{a_{jd}}{C_{jd}} = \frac{1}{2^{2i+1}} \sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j \left( \frac{a_{M_j} H}{C_{M_j}} + T_{M_j} \right), \quad i = \overline{7, 12}. \quad (5.21)$$

Из (5.20), (5.21) нетрудно получить соотношения для оптимального показателя степени  $i_0$ . С учетом требования целочисленности  $i$  оптимальная степень определяется выражениями:

$$i_0 = \left\lceil \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{\bar{B}(aH + CT)}{2a(\bar{D} - 1)} \right) \right\rceil, \quad 7 \leq i_0 \leq 13 \quad (5.22)$$

для однородной сети и

$$i_0 = \left\lceil \frac{1}{2} \log_2 \left( \frac{\sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j \left( \frac{a_{M_j} H}{C_{M_j}} + T_{M_j} \right)}{2 \sum_{j=1}^J \alpha_j \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{a_{jd}}{C_{jd}}} \right) \right\rceil, \quad 7 \leq i_0 \leq 13 \quad (5.23)$$

для неоднородной сети. Очевидно, что значение  $L'_0$  определится при этом равенством  $L'_0 = H + 2^{i_0}$ .

**Пример 5.1.** Рассмотрим однородную сеть, переносящую 5 информационных потоков с равномерным распределением интенсивности трафика по трактам передачи. Пусть длины путей имеют значения от 1 до 5, а время узловой обработки пакета составляет 0,01 с. Будем считать, что сообщения, передаваемые по различным виртуальным соединениям, имеют одинаковые средние  $\bar{B} = 3000$  байт. Скорость передачи данных по сетевым соединениям примем равной 1000 байт/с. Предположим, кроме того,

что передача данных в подсети связи регламентируется протоколами, выполненными в соответствии с рекомендациями ИТУ-Т X.25. Тогда величина  $H$ , определяемая кадровой служебной информацией и заголовком пакета «данные» сетевого протокола, составит 9 байт [34, 116]. Коэффициент удлинения кадра в сетевых каналах связи положим равным 1.

Действуя в соответствии с предложенной схемой, из (5.22) получаем  $i_0 = 7$ . Тогда  $L'_0 = H + 2^{i_0} = 137$  байт. При этом сетевая задержка, вычисляемая по формуле

$$T(D, L) = \left( D + \frac{B}{L - H} - 1 \right) \frac{aL + CT}{C},$$

полученной из (5.7) подстановкой  $N = B/(L - H)$ , для средней длины пути и среднего размера сообщений уменьшилась с 9,07 с для  $L = H + \bar{B}$  до 3,75 с для  $L = L'_0$ , что составило более чем двукратное ее понижение.

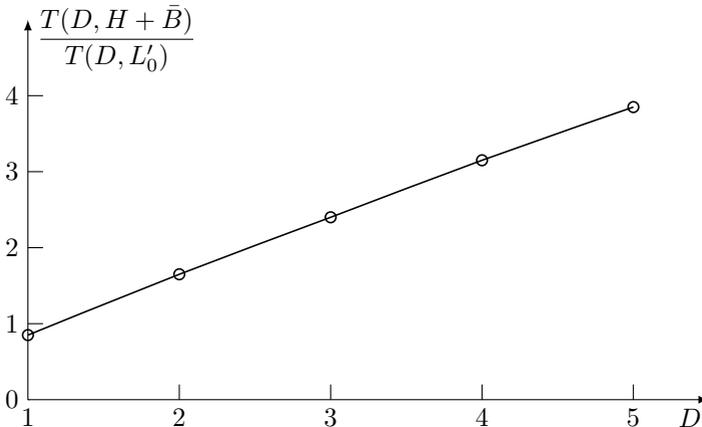


Рис. 5.6. Зависимость относительного выигрыша от длины виртуального соединения

Из распределения относительного выигрыша по длинам путей (рис. 5.6) видно, что при незначительном росте задержки на тракте передачи, состоящем из одного межузлового соединения, время

доставки сообщения по виртуальным соединениям большей длины сокращается в несколько раз. Отметим, что предложенный метод определения размера кадра целесообразно применять при низком уровне ошибок в сетевых каналах связи, когда практически выполняется допущение о независимости скорости передачи данных по межузловому соединению от длины кадра.

#### 5.2.4. Учет реальных свойств каналов связи

Продолжим анализ ненагруженного виртуального соединения, задержка сообщения в котором описывается соотношением (5.1). Будем считать теперь, что межузловые связи виртуального соединения не являются абсолютно надежными и характеризуются вероятностями независимой битовой ошибки в прямом ( $r_{\text{п}}$ ) и обратном ( $r_{\text{о}}$ ) каналах связи звеньев передачи данных. Тогда среднее значение задержки  $\tau_d$  с учетом повторных передач, обусловленных искажениями в передающей среде, определится соотношением (2.2). Поскольку мы рассматриваем ненагруженный тракт передачи данных, то можно считать, что трафик на виртуальном соединении имеет однонаправленный характер, то есть  $m_d = 1$ ,  $d = \overline{1, D}$  и

$$\tau_d = \frac{t_d + T_d}{1 - \Pi_d} = \frac{a_d L + C_d T_d}{C_d (1 - r_{\text{п}d})^{a_d L} (1 - r_{\text{о}d})^{a_d H}}.$$

Подставляя данное выражение в (5.1) и учитывая, что  $N = \frac{B}{L-H}$ , получаем следующее соотношение для задержки отдельного сообщения:

$$T(D, L) = \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M}}^D \frac{a_d L + C_d T_d}{C_d (1 - r_{\text{п}d})^{a_d L} (1 - r_{\text{о}d})^{a_d H}} + \frac{B}{L - H} \frac{a_M L + C_M T_M}{C_M (1 - r_{\text{п}M})^{a_M L} (1 - r_{\text{о}M})^{a_M H}}. \quad (5.24)$$

Тогда средняя задержка абонентских сообщений в сети передачи данных определится выражением:

$$\begin{aligned}
\bar{T}(\bar{D}, L) &= \sum_{j=1}^J \alpha_j \int_0^{\infty} T(D_j, L) df_j(B) = \\
&= \sum_{j=1}^J \alpha_j \left\{ \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{a_{jd}L + C_{jd}T_{jd}}{C_{jd}(1-r_{\text{п}jd})^{a_{jd}L}(1-r_{\text{o}jd})^{a_{jd}H}} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\bar{B}_j}{L-H} \frac{a_{M_j}L + C_{M_j}T_{M_j}}{C_{M_j}(1-r_{\text{п}M_j})^{a_{M_j}L}(1-r_{\text{o}M_j})^{a_{M_j}H}} \right\}. \quad (5.25)
\end{aligned}$$

Отсюда в предположении  $r_{\text{п}jd} = r_{\text{o}jd} = r$ ,  $a_{jd} = a$ ,  $d = \overline{1, D_j}$ ,  $j = \overline{1, J}$  и справедливости  $(1-r)^{aL} \simeq 1 - raL$  удается найти аналитическую оценку оптимального размера кадра, минимизирующего среднюю задержку (5.25):

$$\begin{aligned}
\hat{L} &= \frac{1}{a \sum_{j=1}^J \alpha_j (\varphi_j + ra\bar{B}_j/C_{M_j})} \left\{ a \sum_{j=1}^J \alpha_j (H\varphi_j - r\bar{B}_j T_{M_j}) + \right. \\
&\quad + \left\{ a \sum_{j=1}^J \alpha_j \left( \varphi_j + \frac{ra\bar{B}_j}{C_{M_j}} \right) \sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j (aH\psi_j + T_{M_j}) + \right. \\
&\quad \left. \left. + ra^2 \left( \gamma^2 - H \sum_{j=1}^J \alpha_j \varphi_j \left( aH \sum_{j=1}^J \frac{\alpha_j \bar{B}_j}{C_{M_j}} + 2\gamma \right) \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (5.26)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\varphi_j &= \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \left( \frac{1}{C_{jd}} + rT_{jd} \right); \quad \psi_j = \frac{1}{C_{M_j}} + rT_{M_j}; \\
\gamma &= \sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j T_{M_j}.
\end{aligned}$$

Для однородной сети данная оценка несколько упрощается:

$$\hat{L} = \frac{1}{a((\bar{D}-1)(1+rCT)+ra\bar{B})} \left\{ a \left( H(\bar{D}-1)(1+rCT) - r\bar{B}CT \right) + \right. \\ \left. + \left\{ a\bar{B} \left( \left( (\bar{D}-1)(1+rCT) + ra\bar{B} \right) \left( aH(1+rCT) + CT \right) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + ra \left( r\bar{B}C^2T^2 - H(\bar{D}-1)(1+rCT)(aH+2CT) \right) \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (5.27)$$

Нетрудно видеть, что при  $r = 0$  соотношения (5.26), (5.27) преобразуются к (5.16) и (5.18) соответственно.

Очевидно, что для расчета оптимальной длины кадра неоднородной сети можно построить итеративную процедуру, аналогичную предложенному в разд. 5.2.3 последовательному процессу вычисления  $L_0$ . В целом выражения (5.26), (5.27) слишком громоздки для практического применения. Перейдем к поиску более простых аналитических оценок оптимального размера кадра.

### 5.3. Совместная оптимизация сетевых параметров по критерию системы и критерию пользователя

#### 5.3.1. Проблемная ситуация

Эксплуатационные характеристики сети передачи данных с коммутацией пакетов в значительной мере определяются длиной кадра и размером окна на линейном уровне. Задача выбора этих параметров носит сложный многокритериальный характер [20, 214, 219]. С одной стороны, необходимо удовлетворить системные требования по обслуживанию сетью наибольшего числа ее абонентов. С другой — каждый пользователь сети желает быть обслуженным за минимальное время. Наиболее важными критериями системы и пользователя, экстремальных значений которых в первую очередь добиваются проектировщики сети передачи данных, являются соответственно пропускная способность межузловых соединений и время доставки пользовательских данных по виртуальным соединениям. Во многих случаях выбор параметров,

оптимальных по одному критерию, дает неудовлетворительные значения другого критерия [214, 218]. Очевидно, что решение задачи выбора значений параметров должно обеспечить разумный компромисс между требованиями системы и пользователя.

Разработанные в главах 2–3 методы формального выбора значений параметров ориентированы на безусловную оптимизацию по одному из критериев. В данном разделе с целью совместного учета требований системы и пользователя для неоднородной сети передачи данных строится композиционный критерий, позволяющий получить достаточно простые аналитические оценки оптимальной длины кадра и размера окна, обеспечивающие минимальное среднее время доставки сообщений пользователей по виртуальным соединениям при несущественном отклонении потенциальной пропускной способности сетевых соединений от максимального значения. Построения выполнены в предположении умеренной нагрузки на сеть, позволяющем пренебречь взаимодействием информационных потоков, переносимых различными виртуальными соединениями. Кроме того, считается, что задержка сообщений в виртуальном соединении описывается соотношением (5.1), межузловые соединения управляются нормальной процедурой обмена в режиме группового или селективного отказа, а сетевые каналы связи характеризуются низкой интенсивностью искажений.

### 5.3.2. Метод выбора длины кадра и ширины окна

Для построения формальной процедуры выбора сетевых параметров, учитывающей требования системы и пользователя, воспользуемся априорной информацией о виде зависимости целевых функций вблизи экстремума от оптимизируемых параметров: если мода системного критерия имеет размытый характер от параметра длины кадра [138], то критерий пользователя имеет ярко выраженный экстремум по этой координате [139], обеспечиваемый трубопроводным эффектом; в то же время для размера окна имеет место обратная, хотя и менее яркая картина. Такая

зависимость критериев от оптимизируемых параметров позволяет упорядочить выбор значений длины кадра и ширины окна. Совершенно естественно и разумно при этом длину кадра выбирать по критерию пользователя, а затем для найденной длины кадра определить оптимальный по критерию системы размер окна. Учитывая, что наибольшая длина кадра должна иметь единственное значение для всей сети, а ширина окна может иметь индивидуальный размер для каждого межузлового соединения, задача упорядоченного выбора параметров формально записывается в виде:

$$\bar{T}(\vec{D}, L) \rightarrow \min_L, \quad C_{Hi}(L, \omega_i, 1) \rightarrow \max_{\omega_i}, \quad i = \overline{1, \kappa}. \quad (5.28)$$

Напомним, что  $\bar{T}(\vec{D}, L)$  — средняя задержка абонентских сообщений в сети передачи данных (критерий пользователя), определяемая соотношением (5.25);  $C_{Hi}(L, \omega_i, 1)$  — потенциальная пропускная способность  $i$ -го межузлового соединения (критерий системы), определяемая зависимостью (2.10) для нормальной процедуры обмена в случае селективного отказа и выражением (2.11) в случае группового отказа;  $\kappa$  — количество сетевых линий связи.

Прямое решение (5.28) приводит к громоздкой оценке оптимального значения  $L$  вида (5.26) и (5.27). Для получения более простой аналитической зависимости для оптимального  $L$  модифицируем задачу упорядоченного выбора, построив композиционный критерий эффективности сети пакетной коммутации. Из соотношений (2.10), (2.11) видно, что критерий системы может быть представлен в виде произведения:

$$C_{Hi}(L, \omega_i, 1) = (L - H) \frac{Z_{Hi}(\omega_i, 1)}{t}.$$

Второй сомножитель данного выражения является средней пакетной скоростью передачи данных. Тогда для критерия пользователя в терминах пакетной скорости передачи из (5.25) имеем:

$$\bar{T}(\vec{D}, L) = \sum_{j=1}^J \alpha_j \left\{ \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{t_{jd}}{Z_{Hjd}(1, 1)} + \frac{\bar{B}_j t_{M_j}}{(L - H) Z_{HM_j}(1, 1)} \right\}.$$

Если в данном выражении  $Z_{Hjd}(1, 1)$  заменить на  $Z_{Hjd}(\omega_{jd}, 1)$ ,  $\omega_{jd} \geq 1$ , то получим композиционный критерий и задача оптимизации сетевых параметров переписется в виде:

$$K(L, \vec{\omega}) = \sum_{j=1}^J \alpha_j \left\{ \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{t_{jd}}{Z_{Hjd}(\omega_{jd}, 1)} + \frac{\bar{B}_j t_{M_j}}{(L-H)Z_{HM_j}(\omega_{M_j}, 1)} \right\} \rightarrow \min_{L, \vec{\omega}}, \quad (5.29)$$

где  $\vec{\omega}$  — вектор параметров  $\omega_i$  размерности  $\mathbf{k}$ . Отметим, что для виртуальных соединений единичной длины полученный композиционный критерий с точностью до постоянного множителя совпадает с критерием системы. Нетрудно видеть, что относительно параметров  $\omega_i$ ,  $i = \overline{1, \mathbf{k}}$  задачи (5.28) и (5.29) эквивалентны, а по параметру  $L$  отличаются пакетными скоростями передачи данных. Однако учитывая относительно малое для низкой интенсивности искажений изменение  $Z_{Hjd}(\omega_{jd}, 1)$  при отклонении  $\omega_{jd}$  от 1 (см. разд. 2.3 и 2.5) и слабое влияние значения скорости передачи данных на положение экстремума критерия пользователя (см. разд. 5.2), можно считать задачи (5.28) и (5.29) эквивалентными и по параметру  $L$ .

Для дальнейшего анализа предположим, что сетевые каналы являются статистически однородными и имеют одинаковые коэффициенты увеличения длины кадра (построены на однотипной каналобразующей аппаратуре), т.е.  $r_{\Pi i} = r_{oi} = r$ ,  $a_i = a$ ,  $i = \overline{1, \mathbf{k}}$ . Размер окна  $\omega_i^o$ , оптимальный по критерию системы, а в силу эквивалентности (5.28) и (5.29) — и по композиционному критерию, для различных режимов отказа определяется зависимостями (2.55) и (2.57). Расписывая в данных выражениях величины  $A_1$  и  $R_{\Pi}$  через параметр  $L$ , получаем

$$\omega_i^o = \sqrt{\frac{C_i T_i}{aL(1 - (1-r)^{aL})}}, \quad i = \overline{1, \mathbf{k}} \quad (5.30)$$

для группового отказа и

$$\omega_i^o = \frac{C_i T_i y_i}{aL(1 - y_i)}, \quad i = \overline{1, \mathbf{k}} \quad (5.31)$$

для селективного отказа. Отметим, что рабочая ширина окна из (5.30) определяется округлением до ближайшего целого, а из (5.31) — до большего целого.

Теперь найдем оценку оптимального значения длины кадра. Для этого распишем в (5.29) пакетную скорость  $Z_{Hjd}(\omega_{jd}, 1)/t_{jd}$  через параметры звена передачи данных. Используя линейное приближение относительно  $R_{\Pi}$  функции  $(1 - R_{\Pi})^{\omega}$ , из (2.12), (2.13) видим, что в первом приближении групповой и селективный режимы отказа нормальной процедуры обмена дают одинаковое значение пакетной скорости:

$$Z_{Hjd}(\omega_{jd}, 1)/t_{jd} \simeq \frac{\omega_{jd}(1 - R_{\Pi})(1 - R_{o1})}{t_{jd}\omega_{jd} + T_{jd}}.$$

Подставляя сюда соотношение для оптимального  $\omega$  (5.30) или (5.31) и линейно приближая степенную функцию  $(1 - r)^{aL}$ , получаем следующее приближение оптимальной пакетной скорости передачи данных:

$$Z_{Hjd}(1, \omega_{jd}^o)/t_{jd} \simeq C_{jd} \frac{g_{jd}(1 - raL)(1 - r)^{aH}}{L(ag_{jd} + C_{jd}T_{jd})},$$

где  $g_{jd} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{C_{jd}T_{jd}}{r}}$  в случае группового отказа и  $g_{jd} = \frac{C_{jd}T_{jd}y_{jd}}{a(1-y_{jd})}$  в случае селективного отказа. Теперь для композиционного критерия (5.29) с учетом данного выражения имеем

$$K(L) \simeq \sum_{j=1}^J \alpha_j \left\{ \sum_{\substack{d=1, \\ d \neq M_j}}^{D_j} \frac{LU_{jd}}{(1 - raL)(1 - r)^{aH}} + \frac{\bar{B}_j LU_{M_j}}{(L - H)(1 - raL)(1 - r)^{aH}} \right\}, \quad (5.32)$$

где  $U_{jd} = \frac{a}{C_{jd}} + \frac{T_{jd}}{g_{jd}}$  имеет смысл времени передачи бита данных по  $d$ -му звену  $j$ -го виртуального соединения при оптимальной ши-

рине окна. Следует отметить, что теперь условие (5.2), определяющее «узкое» звено каждого тракта передачи данных, принимает следующий вид:

$$U_{M_j} = \max_{d=\overline{1, D_j}} \left( \frac{a}{C_{jd}} + \frac{T_{jd}}{g_{jd}} \right), \quad j = \overline{1, J}. \quad (5.33)$$

Отметим также, что данное условие не зависит от оптимизируемого параметра  $L$ . Дифференцируя (5.32) по  $L$ , получаем условие минимума для композиционного критерия, откуда находим оценку оптимальной длины кадра:

$$L_0 = \frac{HU + \sqrt{HB(U(1-rH) + rB)}}{U + rB}, \quad (5.34)$$

где  $U = \sum_{j=1}^J \alpha_j \sum_{d=1, d \neq M_j}^{D_j} U_{jd}$  — среднее время передачи бита данных (удельная задержка) по виртуальным соединениям сети без «узких» звеньев,  $B = \sum_{j=1}^J \alpha_j \bar{B}_j U_{M_j}$  — средняя задержка сообщений в «узких» местах виртуальных соединений неоднородной сети. В случае однородной сети передачи данных, когда  $C_i = C$ ,  $T_i = T$ ,  $i = \overline{1, K}$ , оценка оптимального  $L$  (5.34) преобразуется к виду:

$$L_0 = \frac{H(\bar{D} - 1) + \sqrt{H\bar{B}\{(\bar{D} - 1)(1 - rH) + r\bar{B}\}}}{\bar{D} - 1 + r\bar{B}}. \quad (5.35)$$

Теперь оценки оптимальной длины кадра (5.34), (5.35) могут быть дополнены решающим правилом, учитывающим требования международной рекомендации X.25 к размеру информационной части пакета данных. В соответствии со стратегией упорядоченного выбора параметр  $L$  должен в наибольшей степени удовлетворить критерий пользователя (5.25). Так как данный критерий унимодален, то наилучшая длина кадра определится по правилу (5.19), если положить

$$\nabla_i = \bar{T}(H + 2^{i+1}) - \bar{T}(H + 2^i), \quad i = \overline{7, 12}. \quad (5.36)$$

Итак, формально процедура выбора параметров неоднородной сети передачи данных заключается в последовательности следующих шагов:

- 1) поиск множества «узких» звеньев  $M_j$ ,  $j = \overline{1, J}$  виртуальных соединений по условию (5.33);
- 2) определение оптимальной длины кадра с учетом найденного множества «узких» мест по оценке (5.34);
- 3) выбор по решающему правилу (5.19) с учетом переопределения  $\nabla_i$  (5.36) ближайшего к оптимальному значения длины кадра, удовлетворяющего ограничениям рекомендации X.25;
- 4) расчет для выбранного  $L$  оптимального размера окна каждого звена передачи данных сети по формуле (5.30) или (5.31) (в зависимости от режима отказа) с округлением до ближайшего или большего целого.

Для однородной сети определение оптимальных значений параметров сводится просто к расчету соотношений (5.35), (5.19) (с переопределением  $\nabla_i$  (5.36)) и (5.30) или (5.31).

Теперь полезно рассмотреть вопрос о том, в какой мере предложенная процедура выбора сетевых параметров удовлетворяет требования системы и пользователя. Проанализируем близость набора параметров, получаемого предлагаемым методом, к оптимумам критериев (5.25) и (2.10) или (2.11) на примере.

**Пример 5.2.** Рассмотрим для простоты однородную сеть с параметрами  $C = 2400$  бит/с,  $T = 0,05$  с,  $r = 10^{-6}$  бит $^{-1}$ ,  $a = 1$  и равномерным распределением интенсивности трафика по трактам передачи. Будем считать, что в сети курсируют 5 информационных потоков по виртуальным соединениям, состоящим из 1, 2, 3, 4 и 5 звеньев передачи данных, управляемых нормальной процедурой обмена в режиме группового отказа. Кроме того, предположим, что сообщения различных информационных потоков имеют одинаковые средние  $\bar{B} = 15000$  бит. Величина  $H$  для вычислительной сети, основанной на рекомендации X.25, определяется объемом пакетной и кадровой служебной информации и составляет 72 бита.

В соответствии с предлагаемым методом из (5.35), (5.19) и (5.30) имеем:  $L_o = 808$  бит,  $L'_o = 1096$  бит,  $\omega = 10$ . Прямыми численными расчетами из (5.35) находим, что оптимум критерия пользователя достигается при  $L_{\text{п}} = 1272$  бит. Применяя к значению  $L_{\text{п}}$  решающее правило (5.19), получаем  $L'_{\text{п}} = L'_o$ .

Теперь найдем набор сетевых параметров, оптимальный по критерию системы (2.11). В разд. 2.5.3 мы установили, что в случае однонаправленного трафика ( $m = 1$ ) наибольшее значение пропускной способности межузлового соединения, управляемого нормальной процедурой обмена в режиме группового отказа, достигается при длине кадра, вычисленной по формуле (2.46) для единичного размера окна. Тогда оптимальным по критерию системы набором параметров является  $L_c = 13928$  бит,  $\omega = 1$ .

Сравнивая значения критерия системы для различных наборов параметров видим, что пропускная способность сетевых соединений, определенная из (2.11) и нормированная по величине физической скорости передачи данных, изменилась с 0,97 при  $L = L_c$  и  $\omega = 1$  до 0,92 для набора параметров, найденного предложенным методом. Это соответствует снижению потенциальной пропускной способности всего лишь на 5,2%. В то же время сетевая задержка, вычисленная по формуле (5.24) для  $B = \bar{B}$ , сократилась в полтора-три раза на виртуальных соединениях из 2–5 участков переприема (рис. 5.7) при  $L = L'_o$  по сравнению с  $L = L_c$ .

Таким образом, можно сделать вывод о хорошем соответствии значений параметров, определенных данным методом, требованиям системы и пользователя.

В целом исследования показывают, что предложенный метод выбора длины кадра и ширины окна целесообразно применять в сетях с большим числом участков переприема. Использование его особенно выгодно при доминировании в сетевом трафике длинных сообщений и низком уровне ошибок в сетевых каналах связи, когда оптимальная по критерию системы передачи данных длина информационного поля пакета соизмерима с размерами абонентских сообщений и обеспечивает слишком большое

время их доставки процессам-потребителям, в то время как значения сетевых параметров, получаемые данным методом, позволяют путем незначительного снижения пропускной способности межузловых соединений добиться существенного уменьшения задержки на длинных ( $D > 1$ ) трактах передачи.

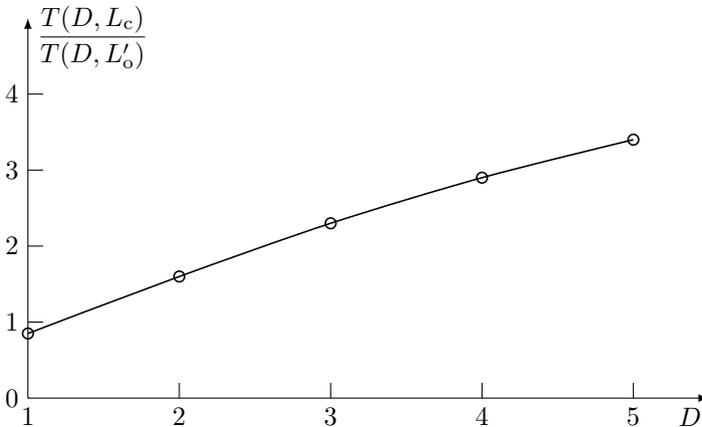


Рис. 5.7. Распределение относительного выигрыша по длинам виртуальных соединений

### 5.3.3. Динамическое управление сетевыми параметрами

Во многих случаях средние размеры сообщений реального сетевого трафика и длины виртуальных соединений заранее непредсказуемы и могут значительно отличаться для различных информационных потоков. Кроме того, для параметров состояния передающей среды также характерны значительные колебания. В этих условиях выбор параметра  $L$  по интегральному критерию (5.25) дает неудовлетворительные значения критерия пользователя (5.24) для отдельных абонентов, а статистическое определение параметра  $\omega$  может привести к деградации пропускной способности канала связи или неполному использованию его возможностей при нормальном управлении звеном в режиме группового отказа.

Поскольку ширина окна может иметь индивидуальный размер для каждого межузлового соединения, то адаптация этого параметра к основному внешнему фактору, определяющему оптимум, — интенсивности искажений кадров в канале связи — должна проводиться на уровне линейного протокола. Реализация адаптивной процедуры должна предусматривать непрерывное оценивание реального уровня ошибок и, в случае существенного его изменения, настройку размера окна на оптимальную величину, например, по схеме, предложенной в разд. 2.5.4.

При построении процедуры динамического управления длиной кадра следует принимать во внимание, что параметры отдельных звеньев передачи данных относительно стабильны и изменяются довольно медленно, в то время как протяженность виртуальных каналов между конкретными узлами вычислительной сети, выраженная в количестве межузловых связей, и средние размеры сообщений могут сильно колебаться от одного сеанса связи к другому. В рамках рекомендации ITU-T X.25 максимальная длина информационной части пакета может задаваться независимо для каждого виртуального соединения [116], что дает возможность динамического выбора параметра  $L$  по известным к началу сеанса связи характеристикам виртуального канала и информационного потока. Модель протокола с адаптацией длины кадра к состоянию передающей среды по критерию максимума пропускной способности виртуального канала, основанного на рекомендации X.25, предложена и исследована в [109, 115]. Очевидно, что динамический выбор величины  $L$  по критерию пользователя будет структурно повторять адаптивный протокол [109, 115].

Вместе с тем следует отметить, что размеры абонентских сообщений могут значительно колебаться даже в пределах одного сеанса связи. По-видимому, в этом случае целесообразно каждое сообщение пользователя разбивать на пакеты оптимальной длины. Принципиальная реализуемость такого управления в сети передачи данных, организованной в соответствии с рекомендацией X.25, обеспечивается возможностью образования цепочек данных из неполных пакетов [116, с. 50]. Такая же возможность име-

ется и для IP протокола [67, 111]. Установив максимальный для данного виртуального соединения размер информационной части пакета, можно фрагментировать абонентские сообщения на пакеты оптимальной длины (не превышающей максимального значения), а в пункте назначения вести сборку сообщений по фактическим длинам фрагментов. При этом в фазе создания виртуального канала адаптивная процедура должна определить его длину и текущие значения параметров межузловых звеньев тракта передачи данных. Очевидно, что в зависимости от условий эксплуатации и ограничений на размеры протокольных блоков данных для определения оптимальной по критерию пользователя длины кадра можно использовать любое из соотношений (5.12), (5.13), (5.22), (5.23), (5.25), (5.26), (5.33), (5.34).

#### **5.4. Анализ задержки в нагруженном виртуальном соединении**

Ситуация, рассмотренная нами в разд. 5.2.1, соответствует случаю, когда в «пустом» виртуальном соединении передается одностороннее сообщение. Выводы, полученные из ее анализа, справедливы лишь при низкой нагрузке на сеть. Более общим следует признать процесс передачи, при котором в узлах коммутации имеются очереди к выходным каналам связи, то есть нагрузка такова, что эффектом от нее пренебрегать нельзя. Перейдем к анализу времени передачи сообщения по нагруженному виртуальному каналу.

##### **5.4.1. Модели виртуального соединения с однородным трафиком**

Рассмотрим тракт передачи данных виртуального соединения, состоящего из  $D$  межузловых связей. Будем считать, что сообщение, которое нам необходимо передать, содержит  $N$  пакетов и застает в очереди узла-отправителя первого звена передачи данных  $k \geq 1$  пакетов. Причем предполагается, что известен состав очере-

ди, то есть известно, что  $k_1$  пакетов адресованы в узел-получатель первого звена,  $k_2$  — второго и т.д.,  $\sum_{d=1}^D k_d = k$ . Кроме того, будем полагать, что очереди в других узлах виртуального соединения отсутствуют. Очевидно, что в общем случае пакеты в очереди к выходному каналу связи, адресованные различным узлам коммутации, могут быть расположены друг относительно друга в произвольном порядке. Однако можно выделить две регулярные структуры очереди, являющиеся граничными.

1. Пакеты в очереди перед сообщением расположены по возрастанию порядкового номера адресата (а следовательно, и длины пути, который они должны пройти), т.е. множество пакетов  $k_1$  стоит в начале очереди,  $k_2$  — за ним и т.д. Назовем такое расположение пакетов в очереди прямым.

2. Пакеты упорядочены по убыванию номера адресата (длины пути), т.е. первыми в очереди стоят пакеты из множества  $k_D$ , вторыми —  $k_{D-1}$  и т.д. Назовем этот порядок в очереди — инверсным.

Очевидно, что произвольный порядок пакетов в очереди является промежуточным между этими крайними случаями. Предположим также, что пакеты сообщения и пакеты, стоящие в очереди перед ним, имеют одинаковую длину и, следовательно, в рамках одного звена передачи данных имеют одинаковые задержки  $\tau_d$ ,  $d = \overline{1, D}$ . В этом смысле по виртуальному соединению передается однородный поток пакетов. Будем обозначать в дальнейшем через  $T_{\Pi}(D, N, k)$  задержку сообщения размером  $N$  пакетов в виртуальном соединении длины  $D$  для прямой очереди из  $k$  пакетов в начале пути, через  $T_{\text{и}}(D, N, k)$  — задержку для инверсной очереди и через  $T(D, N, k)$  — задержку для очереди произвольной структуры.

**Утверждение 5.2.** Задержка мультипакетного сообщения в неоднородном виртуальном соединении с прямым расположением однородных пакетов в очереди отправителя сообщений определяется соотношением:

$$T_{\Pi}(D, N, k) = T(D, N, 0) + \sum_{d=1}^D k_d \tau_{M(d)}, \quad (5.37)$$

где  $T(D, N, 0)$  — время передачи сообщений из  $N$  пакетов по ненагруженному виртуальному соединению (с пустой очередью), которое задается выражением (5.1);  $\tau_{M(d)}$  — время передачи пакета в звене с «худшими» на отрезке пути длины  $d$  характеристиками  $\tau_{M(d)} = \max_{i=1, d} \tau_i$ ,  $d = \overline{1, D}$ .

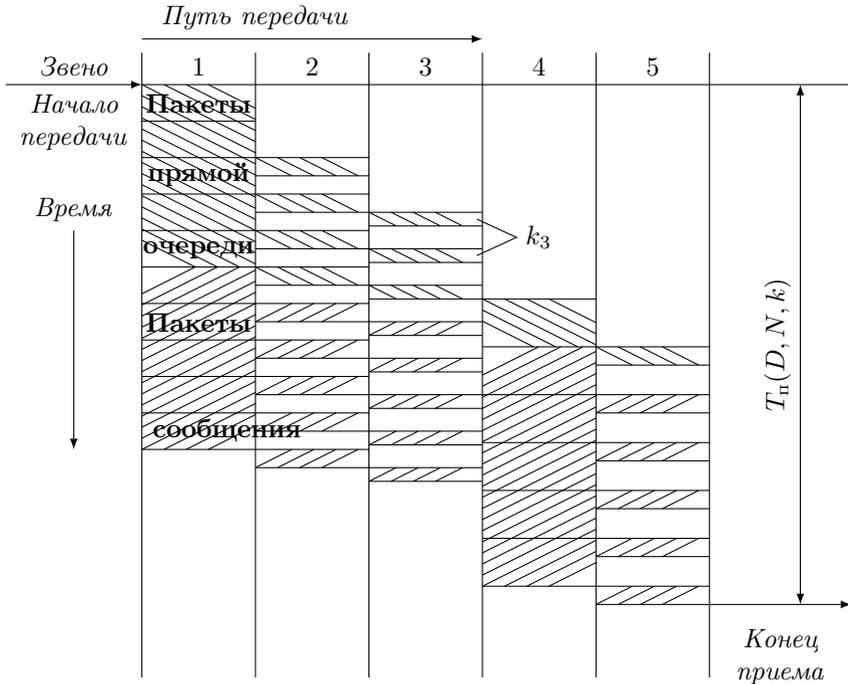


Рис. 5.8. Схема прохождения сообщения по нагруженному неоднородному виртуальному соединению ( $\tau_4 > \tau_1 > \tau_2 = \tau_5 > \tau_3$ ) с прямой очередью однородных пакетов в начале пути ( $k_1 = k_2 = k_5 = 1$ ,  $k_3 = 2$ ,  $k_4 = 0$ ,  $N = 5$ )

**Доказательство.** В силу того что передача потока пакетов по звену с номером  $d > 1$  совмещена с передачей  $\sum_{i=d}^D k_i - 1$  пакетов из очереди, длина пути которых не меньше  $d$ , и  $N$  пакетов сообщения по предыдущему звену (рис. 5.8), задержка сообщения на

всем тракте данных с учетом (5.3) составит

$$\begin{aligned}
 T_{\Pi}(D, N, k) &= \sum_{d=1}^D \left\{ \tau_d + \left( \sum_{i=d}^D k_i + N - 1 \right) X_d - \right. \\
 &\quad \left. - \left( \sum_{i=d}^D k_i + N - 1 \right) X_{d-1} \right\} = \sum_{d=1}^D \tau_d + (N - 1) X_D + \\
 &\quad + \sum_{d=1}^D \sum_{i=d}^D k_i (X_d - X_{d-1}).
 \end{aligned}$$

Отсюда в силу утверждения 5.1 имеем:

$$T_{\Pi}(D, N, k) = T(D, N, 0) + \sum_{d=1}^D (X_d - X_{d-1}) \sum_{i=d}^D k_i.$$

Меняя порядок суммирования во втором слагаемом, приходим к

$$T_{\Pi}(D, N, k) = T(D, N, 0) + \sum_{i=1}^D k_i \sum_{d=1}^i (X_d - X_{d-1}).$$

Учитывая, что  $X_i = \max_{j=\overline{1,i}} \tau_j$ , откуда получаем (5.37).  $\square$

**Следствие.** Время передачи сообщения в однородном ( $\tau_d = \tau$ ,  $d = \overline{1, D}$ ) нагруженном виртуальном соединении не зависит от состава и структуры очереди и определяется выражением:

$$T(D, N, k) = T(D, N, 0) + k\tau = (k + N + D - 1)\tau. \quad (5.38)$$

Эта запись эквивалентна задержке сообщения в очереди к выходному каналу связи любого звена передачи данных, т.е. задержка не зависит от того, на каком этапе пути последовательность пакетов сообщения застала очередь. Отсюда можно сделать следующий вывод: время передачи сообщения по однородному нагруженному виртуальному соединению с общим числом пакетов во всех очередях тракта передачи данных  $k$ , адресованных в  $D$

или прямо переупорядочиваемых в транзитных узлах, также описывается выражением (5.38).

Из (5.37) нетрудно видеть, что если все пакеты очереди адресованы в  $D$ , то

$$T(D, N, k) = T(D, N, 0) + k\tau_M, \quad (5.39)$$

где  $\tau_M$  определяется соотношением (5.2). Кроме того, из (5.37) можно заключить, что задержка сообщения во многом определяется соотношениями между временами передачи пакета в последовательных звеньях виртуального канала. Наименьшая задержка

$$\check{T}_\Pi(D, N, k) = T(D, N, 0) + \sum_{d=1}^D k_d \tau_d$$

достигается при неубывающих значениях  $\tau$  ( $\tau_d \leq \tau_{d+1}$ ,  $d = \overline{1, D-1}$ ), а наибольшая —

$$\hat{T}_\Pi(D, N, k) = T(D, N, 0) + k\tau_M \quad (5.40)$$

в случае  $\tau_1 \geq \tau_d$ ,  $d = \overline{2, D}$  ( $\tau_M = \tau_1$ ). Очевидно, что задержка сообщения в виртуальном соединении с произвольными соотношениями между параметрами  $\tau_d$  удовлетворяет неравенству

$$\check{T}_\Pi(D, N, k) \leq T_\Pi(D, N, k) \leq \hat{T}_\Pi(D, N, k). \quad (5.41)$$

Теперь рассмотрим случай инверсного порядка пакетов в очереди перед сообщением. Из схемы, приведенной на рис. 5.9, видно, что при  $d \geq 2$  между потоком пакетов из очереди и последовательностью пакетов сообщения могут образовываться интервалы простоя отдельных звеньев виртуального соединения  $Y_d$ . Размер интервала  $Y_d$  определяется величиной простоя на предыдущем этапе пути  $Y_{d-1}$  и разностью времени передачи по звену с номером  $d-1$  пакетов, адресованных в узлы-получатели звеньев с номерами  $i = \overline{d-1, D}$ , и времени передачи по звену с номером  $d$  пакетов, адресованных в узлы  $i = \overline{d, D}$ :

$$Y_d = G \left\{ Y_{d-1} + k_{d-1} X_{d-1} + (X_{d-1} - X_d) \sum_{i=d}^D k_i \right\}, \quad d = \overline{2, D}, \quad Y_1 = 0. \quad (5.42)$$

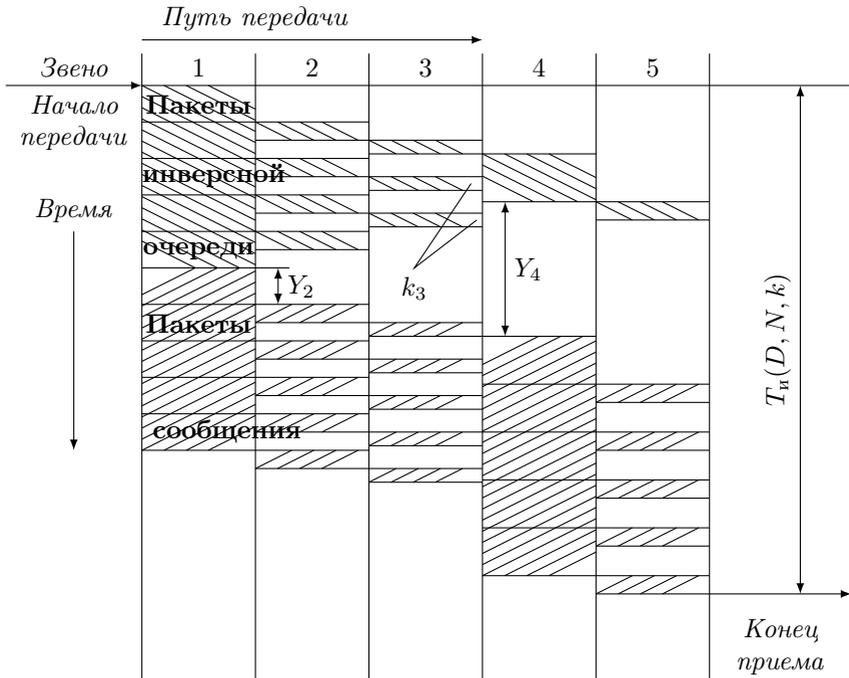


Рис. 5.9. Схема прохождения сообщения по нагруженному неоднородному виртуальному соединению ( $\tau_4 > \tau_1 > \tau_2 = \tau_5 > \tau_3$ ) с инверсной очередью однородных пакетов в начале пути ( $k_1 = k_2 = k_5 = 1, k_3 = 2, k_4 = 0, N = 5$ )

С учетом введенного интервала простоя можно определить задержку сообщения в виртуальном канале.

**Утверждение 5.3.** Задержка сообщения в неоднородном виртуальном соединении с инверсным расположением однородных

пакетов в очереди отправителя сообщений задается соотношением:

$$T_{\text{н}}(D, N, k) = T(D, N, 0) + k_D \tau_M + Y_D. \quad (5.43)$$

**Доказательство.** Поскольку на участке пути  $d \geq 2$  передача всех пакетов потока совмещена с их передачей (за исключением первого пакета) на предыдущем участке (см. рис. 5.9), то с учетом (5.3) и интервала простоя для задержки сообщения имеем :

$$\begin{aligned} T_{\text{н}}(D, N, k) &= \sum_{d=1}^D \left\{ \tau_d + \left( \sum_{i=d}^D k_i + N - 1 \right) X_d + Y_d - \right. \\ &\quad \left. - \left( \sum_{i=d-1}^D k_i + N - 1 \right) X_{d-1} - Y_{d-1} \right\} = \\ &= \sum_{d=1}^D \tau_d + (N - 1) X_D + Y_D + \sum_{d=1}^D X_d \sum_{i=d}^D k_i - \sum_{d=1}^{D-1} X_d \sum_{i=d}^D k_i. \end{aligned}$$

Отсюда в силу утверждения 5.1 приходим к (5.43).  $\square$

**Следствие.** Для виртуального соединения с задержкой пакета в отдельных звеньях, удовлетворяющих условию

$$\tau_1 \geq \tau_d, \quad d = \overline{2, D}, \quad (5.44)$$

справедливо следующее равенство:

$$\hat{T}_{\text{н}}(D, N, k) = \hat{T}_{\text{н}}(D, N, k). \quad (5.45)$$

**Доказательство.** Действительно, в силу условия (5.44) из (5.42) с учетом (5.5) получаем:

$$Y_d = GY_{d-1} + k_{d-1}X_{d-1}.$$

Так как  $k_d \geq 0$ ,  $X_d > 0$ ,  $d = \overline{1, D}$ , то

$$Y_d = Y_{d-1} + k_{d-1}X_{d-1}, \quad d = \overline{2, D}, \quad Y_1 = 0.$$

Но тогда

$$Y_D = \sum_{d=2}^D k_{d-1} X_{d-1} = \tau_1 \sum_{d=1}^{D-1} k_d.$$

Подставляя данное соотношение в (5.43) и учитывая, что в силу условия (5.44)  $\tau_M = \tau_{M(d)} = \tau_1$ , получаем (5.40), а следовательно, и (5.45).  $\square$

Очевидно, что при произвольных соотношениях между  $\tau_d$ ,  $d = \overline{1, D}$  интервал простоя  $Y_D$  удовлетворяет неравенству

$$0 \leq Y_D \leq \sum_{d=1}^{D-1} k_d X_d.$$

Тогда из (5.37) и (5.43) следует, что для задержки сообщения в виртуальном соединении справедливо

$$T_{\Pi}(D, N, k) \geq T_{\text{и}}(D, N, k). \quad (5.46)$$

В наибольшей степени  $T_{\Pi}(D, N, k)$  превышает  $T_{\text{и}}(D, N, k)$ , когда параметры виртуального соединения удовлетворяют условию  $\tau_d < \tau_{d+1}$ ,  $d = \overline{1, D-1}$ , поскольку при этом увеличение времени передачи пакетов на каждом этапе пути для инверсной организации очереди в определенной мере нейтрализуется тем, что пакеты, достигшие адресата, удаляются из хвоста последовательности пакетов, принадлежащих очереди (см. рис. 5.9). Из данных рассуждений и соотношений (5.41), (5.45), (5.46) можно заключить, что между верхними и нижними границами сообщения справедлива следующая зависимость:

$$\check{T}_{\text{и}}(D, N, k) \leq \check{T}_{\Pi}(D, N, k) \leq \hat{T}_{\text{и}}(D, N, k) \leq \hat{T}_{\Pi}(D, N, k).$$

Здесь  $\check{T}_{\text{и}}(D, N, k) = T(D, N, 0) + k_D \tau_D$  — значение  $T_{\text{и}}(D, N, k)$ , соответствующее порядку звеньев в виртуальном канале, при котором

$$\tau_d \leq \tau_{d+1}, \quad d = \overline{1, D-1} \quad (5.47)$$

и  $Y_d = 0$ ,  $d = \overline{1, D}$ . Очевидно, что задержка сообщения в виртуальном соединении с произвольным расположением пакетов в очереди перед ним  $T(D, N, k)$  удовлетворяет неравенству

$$T_{\text{и}}(D, N, k) \leq T(D, N, k) \leq T_{\text{п}}(D, N, k).$$

Таким образом, при формировании очередей к выходным каналам связи отдельных звеньев более предпочтительной (в смысле задержки) является стратегия инверсного по длинам путей упорядочения пакетов. Отметим также, что если все пакеты очереди адресованы в  $D$ , то  $Y_d = 0$ ,  $d = \overline{1, D}$ ,  $k_D = k$ , и задержка (5.43) совпадает с (5.39).

Рассмотренный нами случай, когда очередь имеется только в начале пути, вообще говоря, является вырожденным. Более общей следует признать ситуацию, когда поток пакетов, следующих по виртуальному соединению, застаёт очередь к выходному каналу связи на каждом этапе пути. Для дальнейшего анализа предположим, что задана структура трафика вдоль тракта передачи, то есть будем считать, что известны размеры очередей  $k(d)$ ,  $d = \overline{1, D}$ , которые застаёт поток данных на каждом участке пути, и состав очередей  $k_j(d)$ ,  $j = \overline{d, D}$ , указывающий число пакетов очереди узла-источника звена  $d = \overline{1, D}$ , адресованных в узел-приемник звена  $j = \overline{d, D}$ . Очевидно, что

$$\sum_{j=d}^D k_j(d) = k(d), \quad d = \overline{1, D}. \quad (5.48)$$

Будем полагать, что размеры и состав очередей образуют вектор структуры трафика вдоль соединительного пути:

$$k_*(*) = k_1(1), \dots, k_D(1), \dots, k_d(d), \dots, K_D(d), \dots, k_D(D).$$

Для наиболее общего случая произвольного расположения пакетов в очередях и произвольных соотношений между временами передачи пакета по различным межузловым соединениям виртуального канала найти простое выражение для задержки сообщений, позволяющее обнаружить какие-либо закономерности,

не удастся. Здесь можно получить лишь верхнюю границу задержки сообщения в нагруженном виртуальном канале, параметры которого удовлетворяют условию (5.47). Очевидно, что эта граница соответствует случаю прямого переупорядочения пакетов в каждом транзитном узле, когда прибывающие в узел пакеты становятся не в конец очереди к выходному каналу связи, а упорядочиваются в соответствии с длиной пути до места назначения (номером адресата). Нетрудно видеть, что при выполнении условия (5.47) такое переупорядочение возможно.

**Утверждение 5.4.** Время передачи сообщения по нагруженному виртуальному соединению, удовлетворяющему (5.47), с очередями на всех этапах соединительного пути и прямым переупорядочением пакетов в транзитных узлах определяется соотношением:

$$T_{\Pi}(D, N, k_*(*)) = T(D, N, 0) + \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^D k_j(i) \tau_j. \quad (5.49)$$

**Доказательство.** Поскольку по звену  $d > 1$  передача  $N$  пакетов сообщения и  $\sum_{i=1}^d \sum_{j=d}^D k_j(i)$  пакетов из очередей звеньев  $i = \overline{1, d}$  совмещена с передачей потока из

$$N + \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=d}^D k_j(i) - 1$$

пакетов по предыдущему звену (рис. 5.10), то для задержки сообщения в силу условий утверждения справедливо:

$$\begin{aligned} T_{\Pi}(D, N, k_*(*)) &= N + k(1)\tau_1 + \sum_{d=2}^D \left\{ \left[ N + \sum_{i=1}^d \sum_{j=d}^D k_j(i) \right] \tau_d - \right. \\ &\quad \left. - \left[ N - 1 + \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=d}^D k_j(i) \right] \tau_{d-1} \right\} = \sum_{d=1}^{D-1} \tau_d + N\tau_D + \\ &\quad + \sum_{d=1}^D \sum_{j=d}^D k_j(d)\tau_d + \sum_{d=2}^D (\tau_d - \tau_{d-1}) \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=d}^D k_j(i). \end{aligned}$$

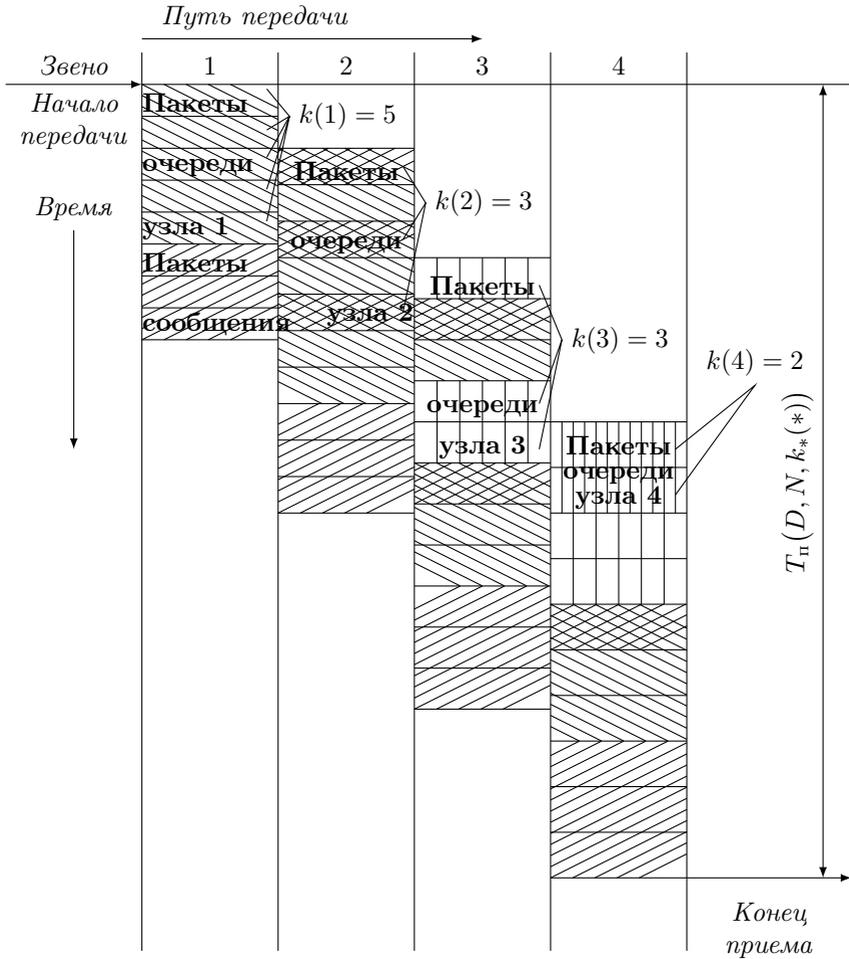


Рис. 5.10. Схема прохождения сообщения по нагруженному неоднородному виртуальному соединению ( $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4$ ) с прямым переупорядочением очередей однородных пакетов в транзитных узлах соединительного пути ( $k_1(1) = k_2(1) = k_3(1) = 1$ ;  $k_4(1) = 2$ ;  $k_2(2) = k_3(2) = k_4(2) = 1$ ;  $k_3(3) = 1$ ;  $k_4(3) = 2$ ;  $k_4(4) = 2$ ;  $N = 5$ )

Из (5.47) следует что  $\tau_M = \tau_D$ . Тогда с учетом (5.48) и утверждения 5.1 выражение для  $T_{\Pi}(D, N, k_*(*))$  преобразуется к

$$T_{\Pi}(D, N, k_*(*)) = T(D, N, 0) + \sum_{d=1}^D k(d)\tau_d + \sum_{d=2}^D \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=d}^D k_j(i)(\tau_d - \tau_{d-1}).$$

Рассмотрим тройную сумму данного выражения. Очевидно, что соотношения

$$\begin{aligned} d &= \overline{2, D}; & i &= \overline{1, d-1}; & j &= \overline{d, D} & \text{и} \\ i &= \overline{1, D-1}; & j &= \overline{i+1, D}; & d &= \overline{i+1, j}; \end{aligned}$$

задают одно и то же множество индексов  $d, i, j$ . Тогда, последовательно меняя порядок суммирования, получаем

$$\begin{aligned} & \sum_{d=2}^D \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=d}^D k_j(i)(\tau_d - \tau_{d-1}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sum_{d=i+1}^D \sum_{j=d}^D k_j(i)(\tau_d - \tau_{d-1}) = \\ & = \sum_{i=1}^{D-1} \sum_{j=i+1}^D \sum_{d=i+1}^j k_j(i)(\tau_d - \tau_{d-1}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sum_{j=i+1}^D k_j(i)\tau_j - \sum_{i=1}^{D-1} \sum_{j=i+1}^D k_j(i)\tau_i. \end{aligned}$$

Прибавляя и отнимая здесь сумму  $\sum_{i=1}^{D-1} k_i(i)\tau_i$ , имеем

$$\sum_{d=2}^D \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{j=d}^D k_j(i)(\tau_d - \tau_{d-1}) = \sum_{i=1}^{D-1} \sum_{j=i}^D k_j(i)\tau_j - \sum_{i=1}^{D-1} k(i)\tau_i.$$

Подставляя данное значение тройной суммы в выражение для  $T_{\Pi}(D, N, k_*(*))$ , получаем

$$T_{\Pi}(D, N, k_*(*)) = T(D, N, 0) + \sum_{i=1}^{D-1} \sum_{j=1}^D k_j(i)\tau_j + k(D)\tau_D.$$

Учитывая, что  $k_D(D) = k(D)$ , отсюда приходим к (5.49).  $\square$

**Следствие 1.** В однородном нагруженном виртуальном соединении задержка сообщения не зависит от состава отдельных очередей и описывается соотношением

$$T(D, N, k_*(*)) = T(D, N, 0) + \tau \sum_{d=1}^D k(d). \quad (5.50)$$

Данное выражение подтверждает вывод (5.38), полученный при анализе задержки сообщения в виртуальном соединении с очередью в начале пути.

**Следствие 2.** Если все пакеты данных, находящиеся в очередях, адресованы в узел-приемник звена  $D$ :

$$k_j(d) = 0, \quad j = \overline{d, D-1}, \quad d = \overline{1, D-1}, \quad k_D(d) = k(d), \quad d = \overline{1, D},$$

то задержка сообщения определяется зависимостью

$$T(D, N, k_*(*)) = T(D, N, 0) + \tau_D \sum_{d=1}^D k(d).$$

Проведенный анализ направлен на изучение задержки сообщения в нагруженном виртуальном канале, переносящем пакеты данных одного размера и, следовательно, имеющих одинаковые времена передачи по конкретному межузловому соединению. Более реальной представляется ситуация, когда сетевые потоки содержат пакеты различной длины, которые, естественно, имеют различные задержки даже в одном отдельном звене. Назовем такой сетевой трафик неоднородным и перейдем к анализу задержки абонентского сообщения в нагруженном виртуальном соединении, переносящем потоки с неоднородными свойствами.

#### 5.4.2. Модели виртуального соединения с неоднородным трафиком

Рассмотрим однородное виртуальное соединение. Предположим, что сообщение, содержащее  $N$  фрагментов, застает в начале

пути очередь из  $k \geq 0$  пакетов, среди которых будем различать  $l \leq k$  типов. Полагаем, что пакеты различных типов могут отличаться друг от друга размерами. Число пакетов  $i$ -го типа ( $i = \overline{1, l}$ ) обозначим через  $k^{(i)}$ , а время передачи пакета  $i$ -го типа — через  $\tau^{(i)}$ . Очевидно, что  $\sum_{i=1}^l k^{(i)} = k$ . Считаем, что в транзитных узлах тракта передачи данных очередей нет.

Как и прежде, будем рассматривать две регулярные структуры очереди — прямую и инверсную. Будем считать, что пакеты, адресованные в узел-получатель звена  $d = \overline{1, D-1}$ , имеют типы  $i = \overline{i_d, i_{d+1} - 1}$ , а пакеты, направляемые в  $D$ , — типы  $i = \overline{i_D, l}$ . Очевидно, что соответствующей нумерацией и введением дополнительных типов пакетов всегда можно добиться такого состава очереди. В тех случаях, когда в некоторый узел  $d$  не адресовано ни одного пакета, тип  $i_d$  должен совпадать с  $i_{d+1}$ .

При прямой организации очереди в ее начале расположено множество пакетов  $k^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, i_2 - 1}$ , адресованных в  $d = 1$ , затем — множество пакетов  $k^{(i)}$ ,  $i = \overline{i_2, i_3 - 1}$ , отправляемых в  $d = 2$ , и т.д. За пакетами  $l$ -го типа расположены пакеты сообщения, образующие множество пакетов  $(l + 1)$ -го типа.

При инверсной организации очереди положение ее элементов обратное: множество пакетов, адресованных в  $D$  ( $k^{(i)}$ ,  $i = \overline{i_D, l}$ ), находится в начале очереди, за ними — множество пакетов, адресованных в  $D - 1$  ( $k^{(i)}$ ,  $i = \overline{i_{D-1}, i_D - 1}$ ), и т.д. Пакеты сообщения находятся в конце очереди — за пакетами 1-го типа — и образуют множество пакетов 0-го типа. Очевидно, что

$$\tau^{(0)} = \tau^{(l+1)}. \quad (5.51)$$

Будем полагать, что множество пакетов различных типов, находящихся в очереди, образуют вектор неоднородности ее состава:

$$k^* = \{k^{(1)}, k^{(2)}, \dots, k^{(l)}\}. \quad (5.52)$$

В дальнейшем для обозначения задержки в виртуальном соединении, переносящем неоднородный трафик, наряду с нижними индексами «п» и «и», указывающими на прямую и инверсную структуры очередей, будем использовать верхний индекс «н».

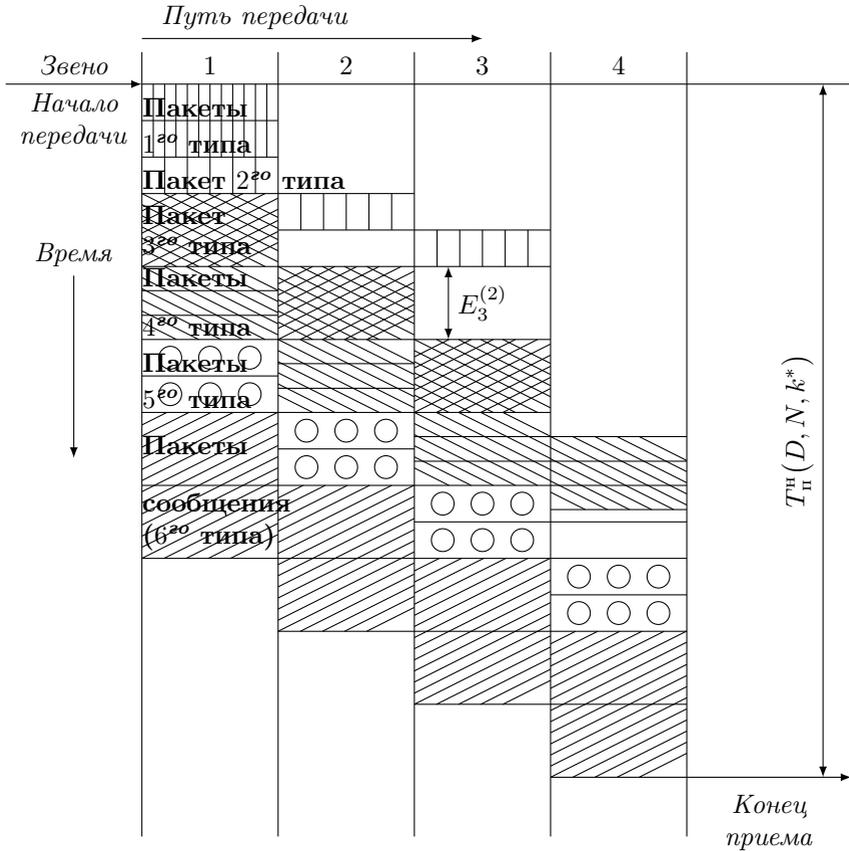


Рис. 5.11. Схема переноса неоднородного трафика в однородном виртуальном соединении при прямой организации очереди в начале пути,  $l = 5$ ;  $\tau^{(4)} < \tau^{(1)} = \tau^{(2)} = \tau^{(5)} < \tau^{(3)} = \tau^{(6)}$ ;  $k^{(1)} = 2$ ,  $k^{(2)} = 1$ ,  $k^{(3)} = 1$ ,  $k^{(4)} = 3$ ,  $k^{(5)} = 2$ ,  $N = 2$ ;  $i_1 = 1$ ,  $i_2 = i_3 = 2$ ,  $i_4 = 4$

Из рис. 5.11–5.12 видно, что при  $d \geq 2$  между окончанием передачи пакетов  $i$ -го типа и началом передачи пакетов  $(i + 1)$ -го типа могут появляться интервалы простоя выходных каналов связи  $E_d^{(i)}$ , величина которых в силу однородности виртуального соединения определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
E_d^{(i)} &= G \left\{ (k^{(i_d)} - 1)\tau^{(i_d)} + E_{d-1}^{i_d} + \sum_{j=i_d+1}^i (k^{(j)}\tau^{(j)} + E_{d-1}^{(j)}) + \tau^{(i+1)} - \right. \\
&\quad \left. - \sum_{j=i_d}^i k^{(j)}\tau^{(j)} - \sum_{j=i_d}^{i-1} E_d^{(j)} \right\} = G \left\{ \tau^{(i+1)} - \tau^{(i_d)} + \sum_{j=i_d}^i - \sum_{j=i_d}^{i-1} E_d^{(j)} \right\}, \\
&\quad i = \overline{i_d, l}, \quad d = \overline{2, D}; \quad E_1^{(i)} = 0, \quad i = \overline{1, l} \quad (5.53)
\end{aligned}$$

для прямой организации очереди и

$$\begin{aligned}
E_d^{(i)} &= G \left\{ (k^{(l)} - 1)\tau^{(l)} + E_{d-1}^{(l)} + \sum_{j=i}^{l-1} (k^{(j)}\tau^{(j)} + E_{d-1}^{(j)}) + \tau^{(i-1)} - \right. \\
&\quad \left. - \sum_{j=i}^l k^{(j)}\tau^{(j)} - \sum_{j=i+1}^l E_d^{(j)} \right\} = G \left\{ \tau^{(i-1)} - \tau^{(l)} + \sum_{j=i}^l E_{d-1}^{(j)} - \sum_{j=i+1}^l E_d^{(j)} \right\}, \\
&\quad d = \overline{2, D}; \quad E_1^{(i)} = 0, \quad i = \overline{1, l} \quad (5.54)
\end{aligned}$$

для инверсной организации очереди.

**Утверждение 5.5.** Задержка сообщения в однородном виртуальном соединении с прямым расположением пакетов в очереди, состав которой задается вектором неоднородности (5.52), определяется соотношением:

$$T_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=1}^l k^{(i)}\tau^{(i)} + N\tau^{(l+1)} + \sum_{d=2}^D \tau^{(i_d)} + \sum_{i=I_d}^l E_{d_i}^{(i)}, \quad (5.55)$$

где  $d_i$  — длина пути до адресата пакетов  $i$ -го типа.

**Доказательство.** В силу конвейерного эффекта на этапе  $d \geq 2$  передача  $\sum_{i=i_d}^l k^{(i)}$  пакетов из очереди и  $N$  пакетов сообщения совмещена с передачей  $\sum_{i=i_d}^l k^{(i)} - 1 + N$  пакетов по предыдущему этапу пути. Тогда с учетом введенного интервала простоя между передачей пакетов различных типов (5.53) для задержки сообщения справедливо:

$$\begin{aligned}
 T_{\Pi}^H(D, N, k^*) &= \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(l+1)} + \sum_{d=2}^D \left\{ \sum_{i=i_d}^l \left( k^{(i)} \tau^{(i)} + E_d^{(i)} \right) + \right. \\
 &+ N \tau^{(l+1)} - \left. \left\{ \left( k^{(i_d)} - 1 \right) \tau^{(i_d)} + E_{d-1}^{i_d} + \sum_{i=i_d+1}^l \left( k^{(i)} \tau^{(i)} + E_{d-1}^{(i)} \right) + N \tau^{(l+1)} \right\} \right\} = \\
 &= \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(l+1)} + \sum_{d=2}^D \tau^{(i_d)} + \sum_{d=2}^D \sum_{i=i_d}^l \left( E_d^{(i)} - E_{d-1}^{(i)} \right). \quad (5.56)
 \end{aligned}$$

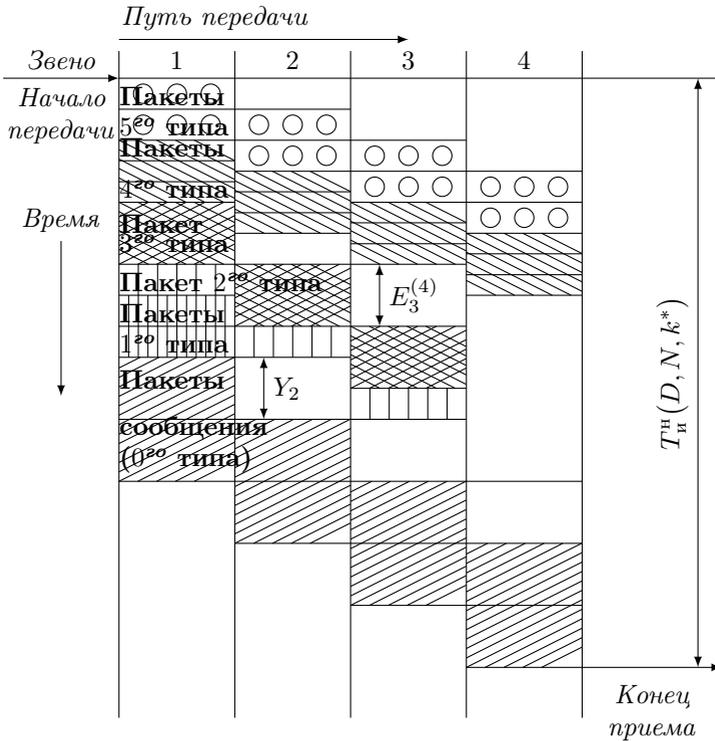


Рис. 5.12. Схема переноса неоднородного трафика в однородном виртуальном соединении при инверсной организации очереди в начале пути

Рассмотрим двойную сумму данного соотношения. Меняя порядок суммирования в ней, получаем

$$\sum_{d=2}^D \sum_{i=i_d}^l \left( E_d^{(i)} - E_{d-1}^{(i)} \right) = \sum_{i=i_2}^l \sum_{d=2}^{d_i} \left( E_d^{(i)} - E_{d-1}^{(i)} \right) = \sum_{i=i_2}^l E_{d_i}^{(i)}.$$

Подставляя это выражение в (5.56), получаем (5.55).  $\square$

Теперь проанализируем поведение задержки (5.55) в ряде частных случаев.

**Следствие 1.** Время передачи сообщения в однородном виртуальном соединении с «прямой» очередью в начале пути, содержащей разнотипные пакеты, упорядоченные по убыванию  $\tau$ :

$$\tau^{(i)} \geq \tau^{(i+1)}, \quad i = \overline{1, l}, \quad (5.57)$$

задается соотношением

$$T_{\Pi}^H(D, N, k^*) = \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(l+1)} + \sum_{d=2}^D \tau^{(i_d)}. \quad (5.58)$$

**Следствие 2.** Время передачи сообщения в однородном виртуальном соединении с очередью в начале пути, неоднородной по составу пакетов, упорядоченных по возрастанию  $\tau$ :

$$\tau^{(i)} \leq \tau^{(i+1)}, \quad i = \overline{1, l}, \quad (5.59)$$

не зависит от структуры очереди:

$$T^H(D, N, k^*) = \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + (N + D - 1) \tau^{(l+1)}. \quad (5.60)$$

**Доказательство.** Рассмотрим в соотношении (5.55) компоненту  $\sum_{i=i_2}^l E_d^{(i)}$ . Поскольку для типов пакетов  $i = \overline{i_d, i_{d+1} - 1}$  длина пути равна  $d$ , а для типов  $i = \overline{i_D, l} - D$ , то полагая, что пакеты сообщения образуют тип  $i_{D+1} = l + 1$ , данную сумму можно переписать в виде:

$$\sum_{i=I_2}^l E_{d_i}^{(i)} = \sum_{d=2}^D \sum_{i=i_d}^{i_{d+1}-1} E_d^{(i)}. \quad (5.61)$$

Прямой подстановкой в (5.53) нетрудно проверить, что в силу условия (5.59)

$$E_d^{(i)} = E_{d-1}^{(i)} + \tau^{(i+1)} - \tau^{(i)} = (d-1) \left( \tau^{(i+1)} - \tau^{(i)} \right).$$

Тогда (5.61) принимает вид

$$\sum_{i=i_2}^l E_{d_i}^{(i)} = \sum_{d=2}^D (d-1) \left( \tau^{(i_{d+1})} - \tau^{(i_d)} \right) = (D-1) \tau^{(l+1)} - \sum_{d=2}^D \tau^{(i_d)}.$$

Подставляя это выражение в (5.55), получаем (5.60).  $\square$

Если все пакеты очереди адресованы в  $D$ , то  $i_d = 1$ ,  $d = \overline{1, D}$ , а  $d_i = D$ ,  $i = \overline{1, l}$ , и задержка (5.55) преобразуются к

$$T_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=1}^l \left( k^{(i)} \tau^{(i)} + E_D^{(i)} \right) + N \tau^{(l+1)} + (D-1) \tau^{(1)}. \quad (5.62)$$

Нетрудно видеть, что при выполнении условия (5.59) отсюда получаем (5.60). Для однородного трафика ( $\tau^{(i)} = \tau$ ,  $i = \overline{1, l+1}$ ) соотношения (5.55), (5.58), (5.60), (5.62) преобразуются к полученному ранее выражению (5.38). По аналогии с (5.41) для задержки сообщения в однородном виртуальном соединении с неоднородным трафиком можно записать следующее неравенство:

$$\check{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) \leq T_N^{\text{H}}(D, N, k^*) \leq \hat{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*),$$

где  $\check{T}_n^{\text{H}}(D, N, k^*)$  — определяется соотношением (5.58) и достигается при выполнении условия (5.57), а

$$\hat{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(l+1)} + (D-1) \tau^{(M)}, \quad \tau^{(M)} = \max_{i=\overline{1, l+1}} \tau^{(i)} \quad (5.63)$$

достигается при справедливости (5.59).

Перейдем к рассмотрению инверсного по длинам путей порядка пакетов в очереди. Так же как и в случае однородного трафика (см. разд. 5.4.1), здесь за счет убытия пакетов, достигших адресата, из хвоста последовательности пакетов очереди могут образовываться интервалы простоя каналов отдельных звеньев тракта передачи данных. Аналогично (5.42) длительность этого интервала  $Y_d$ ,  $d \geq 2$  определяется его размером на предыдущем этапе  $Y_{d-1}$  и разностью времен одновременно передаваемых на различных этапах пути пакетов, адресованных в узлы  $i = \overline{d-1, D}$ , и пакетов, направляемых в узлы  $i = \overline{d, D}$  (см. рис. 5.12):

$$\begin{aligned}
 Y_d = Y_{d-1} + G \left\{ \left( k^{(l)} - 1 \right) \tau^{(l)} + \sum_{i=i_{d-1}}^{l-1} k^{(i)} \tau^{(i)} + \sum_{i=i_{d-1}}^l E_{d-1}^{(i)} + \right. \\
 \left. + \tau^{(0)} - \sum_{i=i_d}^l \left( k^{(i)} \tau^{(i)} + E_d^{(i)} \right) \right\} = Y_{d-1} + G \left\{ \tau^{(0)} - \tau^{(l)} + \right. \\
 \left. + \sum_{i=i_{d-1}}^{i_d-1} k^{(i)} \tau^{(i)} + \sum_{i=i_{d-1}}^l E_{d-1}^{(i)} - \sum_{i=i_d}^l E_d^{(i)} \right\}, \quad d = \overline{2, D}, \quad Y_1 = 0.
 \end{aligned} \tag{5.64}$$

Теперь найдем задержку сообщения в виртуальном канале.

**Утверждение 5.6.** Время передачи сообщения в однородном виртуальном соединении с инверсным расположением пакетов в очереди, состав которой задается вектором неоднородности (5.52), определяется соотношением:

$$T_{\text{и}}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=i_D}^l \left( k^{(i)} \tau^{(i)} + E_D^{(i)} \right) + N \tau^{(0)} + (D-1) \tau^{(l)} + Y_D. \tag{5.65}$$

**Доказательство.** В силу конвейерного эффекта для задержки сообщения справедливо

$$\begin{aligned}
T_{\text{и}}^{\text{H}}(D, N, k^*) &= \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(0)} + \sum_{d=2}^D \left\{ \sum_{i=i_d}^l \left( k^{(i)} \tau^{(i)} + E_d^{(i)} \right) + \right. \\
&+ Y_d + N \tau^{(0)} - \left. \left\{ \left( k^{(l)} - 1 \right) \tau^{(l)} + E_{d-1}^{(l)} + \sum_{i=i_{d-1}}^{l-1} \left( k^{(i)} \tau^{(i)} + E_{d-1}^{(i)} \right) + \right. \right. \\
&\left. \left. + Y_{d-1} + N \tau^{(0)} \right\} \right\} = \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(0)} + (D-1) \tau^{(l)} + Y_D - \\
&- \sum_{d=2}^D \sum_{i=i_{d-1}}^{i_d-1} k^{(i)} \tau^{(i)} + \sum_{d=2}^D \sum_{i=i_d}^l E_d^{(i)} - \sum_{d=2}^D \sum_{i=i_{d-1}}^l E_{d-1}^{(i)}. \quad (5.66)
\end{aligned}$$

Так как  $i_1 = 1$ , то

$$\sum_{d=2}^D \sum_{i=i_{d-1}}^{i_d-1} k^{(i)} \tau^{(i)} = \sum_{i=1}^{i_{D-1}} k^{(i)} \tau^{(i)}.$$

Тогда, поскольку по определению  $E_1^{(i)} = 0$ ,  $i = \overline{1, l}$ , то задержка (5.66) принимает вид (5.65).  $\square$

**Следствие 1.** Задержка сообщения в однородном виртуальном соединении при инверсной организации очереди из неоднородных пакетов, время передачи которых по звеньям пути удовлетворяет условию

$$\tau^{(i-1)} \leq \tau^{(i)}, \quad i = \overline{1, l} \quad (5.67)$$

(заметим, что это условие эквивалентно условию (5.57) для очереди «прямой» структуры), задается выражением

$$T_{\text{и}}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=i_D}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(0)} + (D-1) \tau^{(l)} + Y_D. \quad (5.68)$$

Если при этом еще и

$$\tau^{(0)} + \sum_{i=i_{d-1}}^{i_d-1} k_{(i)} \tau_{(i)} > \tau^{(l)}, \quad d = \overline{2, D}, \quad (5.69)$$

то

$$T_{\text{и}}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + (N + D - 1) \tau^{(0)}, \quad (5.70)$$

в противном случае

$$T_{\text{и}}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=i_D}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + N \tau^{(0)} + (D - 1) \tau^{(l)}. \quad (5.71)$$

**Доказательство.** В силу (5.67) из (5.54) имеем  $E_d^{(i)} = 0$ ,  $i = \overline{1, l}$ ,  $d = \overline{2, D}$ . Тогда из (5.65) получаем (5.68). Рассмотрим (5.64) при условиях (5.67) и (5.69):

$$Y_D = \sum_{d=2}^D \left( \tau^{(0)} - \tau^{(l)} + \sum_{i=i_{d-1}}^{i_d-1} k^{(i)} \tau^{(i)} \right) = (D - 1) \left( \tau^{(0)} - \tau^{(l)} \right) + \sum_{i=1}^{i_D-1} k^{(i)} \tau^{(i)}.$$

Подставляя данное выражение в (5.68), получаем (5.70). В том случае, когда условие (5.69) не выполняется,  $Y_d = 0$  при  $d = \overline{1, D}$  и соотношение (5.68) принимает вид (5.71).  $\square$

**Следствие 2.** Задержка сообщения в однородном виртуальном соединении с очередью из неоднородных пакетов, параметры  $\tau$  которых удовлетворяют условию

$$\tau^{(i-1)} \geq \tau^{(i)}, \quad i = \overline{1, l}, \quad (5.72)$$

эквивалентному условию (5.59) для «прямой» организации очереди, не зависит от структуры очереди:

$$T^{\text{H}}(D, N, k^*) = \sum_{i=1}^l k^{(i)} \tau^{(i)} + (N + D - 1) \tau^{(0)}. \quad (5.73)$$

**Доказательство.** Найдем величину интервала простоя  $Y_D$ . В силу (5.72)  $E_d^{(i)} = (d - 1) \left( \tau^{(i-1)} - \tau^{(i)} \right)$ . Тогда из (5.64) имеем

$$\begin{aligned}
Y_D = \sum_{d=2}^D G \left\{ \tau^{(0)} - \tau^{(l)} + \sum_{i=i_{d-1}}^{i_d-1} k^{(i)} \tau^{(i)} + (d-2) \left( \tau^{(i_{d-1}-1)} - \tau^{(l)} \right) - \right. \\
\left. - (d-1) \left( \tau^{(i_{d-1})} - \tau^{(l)} \right) \right\} = \sum_{d=2}^D G \left\{ \sum_{i=i_{d-1}}^{i_d-1} k^{(i)} \tau^{(i)} + \left( \tau^{(0)} - \tau^{(i_{d-1})} \right) + \right. \\
\left. + (d-2) \left( \tau^{(i_{d-1})} - \tau^{(i_{d-1})} \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Поскольку  $i_{d-1} \leq i_d$ , то в силу (5.72)  $\tau^{(i_{d-1}-1)} - \tau^{(i_{d-1})} \geq 0$ ,  $d = \overline{1, D}$  и  $Y_D$  можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned}
Y_D = (D-1)\tau^{(0)} + \sum_{i=1}^{i_{D-1}} k^{(i)} \tau^{(i)} + \sum_{d=2}^D (d-2)\tau^{(i_{d-1}-1)} - \\
- \sum_{d=2}^D (d-1)\tau^{(i_{d-1})} = (D-1) \left( \tau^{(0)} - \tau^{(i_{D-1})} \right) + \sum_{i=1}^{i_{D-1}} k^{(i)} \tau^{(i)}.
\end{aligned}$$

Подставляя данное соотношение для  $Y_D$  в (5.65) и учитывая, что  $\sum_{i=i_D}^l E_D^{(i)} = (D-1) \left( \tau^{(i_{D-1})} - \tau^{(l)} \right)$ , получаем (5.73).  $\square$

Нетрудно видеть, что в силу (5.51) выражения (5.60) и (5.73) совпадают. В том случае, когда все пакеты очереди адресованы в  $D$ , задержка (5.65) с учетом порядка расположения пакетов в очередях различной структуры преобразуется к (5.62). Для однородного трафика соотношения (5.65), (5.68), (5.70), (5.73) принимают вид (5.38). Сравнивая (5.55) и (5.65), (5.58) и (5.68), (5.60) и (5.73), можно сделать вывод о том, что задержка сообщения в однородном виртуальном соединении с неоднородной очередью в начале пути произвольной структуры в общем случае удовлетворяет неравенству:

$$T_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) \leq T^{\text{H}}(D, N, k^*) \leq T_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*).$$

Данное неравенство можно дополнить соотношением между верхними и нижними границами задержек для регулярных структур очереди:

$$\check{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) \leq \check{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) \leq \hat{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*) = \hat{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*),$$

где  $\check{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*)$  определяется выражением (5.71) и достигается при выполнении (5.67) и нарушении условия (5.69), а  $\hat{T}_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*)$  определяется зависимостью (5.63) и достигается при условии (5.72).

Теперь рассмотрим случай, когда очередь к выходному каналу связи имеется в каждом звене однородного виртуального соединения. Будем считать, что известны размер каждой очереди  $k(d)$ ,  $d = \overline{1, D}$ , количество типов пакетов в ней  $l(d)$ , время передачи пакета  $i$ -го типа из  $d$ -й очереди  $\tau^{(i)}(d)$  и число пакетов данного типа в этой очереди  $k^{(i)}(d)$ . Очевидно, что

$$\sum_{i=1}^{l(d)} k^{(i)}(d) = k(d), \quad d = \overline{1, D}.$$

Будем полагать, что величины  $k^{(i)}(d)$ ,  $d = \overline{1, D}$ ,  $i = \overline{1, l(d)}$  образуют вектор структуры трафика вдоль тракта передачи данных:

$$k^*(*) = k^{(1)}(1), \dots, k^{(l(1))}(1), \dots, k^{(1)}(d), \dots \\ \dots, k^{(l(d))}(d), \dots, k^{(1)}(D), \dots, k^{(l(D))}(D).$$

Тип пакетов передаваемого сообщения обозначим через  $l(1) + 1$ . Множество пакетов, адресованных из  $d = \overline{1, D}$  в  $j = \overline{d, D}$ , обозначим следующим образом:

$$k^{(i)}(d), \quad i = \overline{i_j(d), i_{j+1}(d) - 1}, \quad i_d(d) = 1, \quad i_{D+1}(d) - 1 = l(d).$$

Для общего случая произвольных структур очередей и произвольных соотношений между  $\tau^{(i)}(d)$  получить соотношение для задержки сообщения не удастся, но возможна формализация варианта прямого переупорядочения пакетов в транзитных узлах

соединительного пути, аналогичного тому, который рассматривался в разд. 5.4.1. Необходимым условием прямого переупорядочения является невозрастающее по  $\tau$  положение пакетов в каждой очереди —  $\tau^{(i)}(d) \geq \tau^{(i+1)}(d)$ ,  $i = \overline{1, l(d) - 1}$ ,  $d = \overline{1, D}$ , так как при перестройке прибывающего в транзитный узел потока пакетов и очереди в нем недопустимы интервалы простоя  $E_d^{(i)} > 0$  канала связи. Поскольку переупорядочение ведется внутри множества типов пакетов, адресованных в заданный узел  $j$  из узлов  $d = \overline{1, j}$ , то должны соблюдаться дополнительные соотношения между параметрами  $\tau$  для типов пакетов, адресованных в  $j$  и  $j+1$  из различных узлов:

$$\tau^{(i_{j+1}(d)-1)}(d) \geq \tau^{(i_{j+1}(g))}(g), \quad d = \overline{1, D}, \quad g = \overline{1, d}, \quad j = \overline{d, D-1}.$$

Теперь в силу конвейерного эффекта для задержки сообщения в однородном виртуальном соединении с неоднородным трафиком можно записать следующее выражение:

$$\begin{aligned} T_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*(*)) &= \sum_{i=1}^{l(1)} k^{(i)}(1)\tau^{(i)}(1) + N\tau^{(l(1)+1)}(1) + \\ &+ \sum_{d=2}^D \left\{ \sum_{j=1}^d \sum_{i=i_d(j)}^{l(j)} k^{(i)}(j)\tau^{(i)}(j) + N\tau^{(l(1)+1)}(1) - \right. \\ &\left. - \left\{ \sum_{j=1}^{d-1} \sum_{i=i_d(j)}^{l(j)} k^{(i)}(j)\tau^{(i)}(j) - \tau_{M(d-1)}^{(i_d)} + N\tau^{(l(1)+1)}(1) \right\} \right\}, \end{aligned}$$

где  $\tau_{M(d-1)}^{(i_d)} = \max_{j=1, d-1} \tau^{(i_d(j))}(j)$ . Выполняя суммирование в соотношении для задержки  $T_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*(*))$ , получаем

$$T_{\Pi}^{\text{H}}(D, N, k^*(*)) = \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^{l(d)} k^{(i)}(d)\tau^{(i)}(d) + N\tau^{(l(1)+1)}(1) + \sum_{d=1}^{D-1} \tau_{M(d)}^{(i_{d+1})}. \quad (5.74)$$

Отсюда нетрудно видеть, что если все пакеты адресованы в  $D$ , то  $i_d = 1$ ,  $d = \overline{1, D}$  и задержка принимает вид:

$$T^H(D, N, k^*(*)) = \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^{l(d)} k^{(i)} \tau^{(i)}(d) + N \tau^{(l(1)+1)}(1) + \sum_{d=1}^{D-1} \tau_{M(d)}^{(1)}. \quad (5.75)$$

В случае однородного трафика ( $\tau^{(i)}(d) = \tau$ ,  $d = \overline{1, D}$ ,  $i = \overline{1, l(d)}$ ,  $\tau^{(l(1)+1)}(1) = \tau$ ) из (5.74) и (5.75) имеем (5.50).

Рассмотрим общий случай передачи сообщения, состоящего из неоднородной последовательности пакетов, от источника до адресата по неоднородному виртуальному соединению. Обозначим через  $\tau_d(n)$ ,  $d = \overline{1, D}$ ,  $n = \overline{1, N}$  — время передачи  $n$ -го пакета сообщения по  $d$ -му звену. При переносе информации в таком тракте после передачи по межузловому соединению очередного ( $n$ -го) пакета образуются интервалы ожидания следующего, обусловленные неоднородностью потока данных:

$$E_d(n) = G \left\{ \sum_{i=1}^n E_{d-1}(i) + \sum_{i=2}^{n+1} \tau_{d-1}(i) - \sum_{i=1}^n \tau_d(i) - \sum_{i=1}^{n-1} E_d(i) \right\},$$

$$E_1(n) = 0, \quad n = \overline{1, N-1}.$$

**Утверждение 5.7.** Задержка неоднородной последовательности из  $N$  пакетов в неоднородном тракте передачи данных длины  $D$  определяется соотношением:

$$T^H(D, N, 0) = \sum_{d=1}^D \tau_d(1) + \sum_{n=2}^N \tau_D(n) + \sum_{n=1}^{N-1} E_D(n). \quad (5.76)$$

**Доказательство.** Поскольку передача потока пакетов на  $d$ -м этапе пути совмещена с передачей  $N-1$  пакета на  $(d-1)$ -м участке переприема, то для полной задержки сообщения справедливо:

$$T^H(D, N, 0) = \sum_{n=1}^N \tau_1(n) + \sum_{d=2}^D \left\{ \sum_{n=1}^N \tau_d(n) + \sum_{n=1}^{N-1} E_d(n) - \sum_{n=2}^N \tau_{d-1}(n) - \sum_{n=1}^{N-1} E_{d-1}(n) \right\}.$$

С учетом определения интервала ожидания  $E_d(n)$  отсюда приходим к (5.76).  $\square$

**Следствие 1.** Время передачи сообщения, состоящего из однородной последовательности пакетов, в однородном виртуальном соединении ( $\tau_d(n) = \tau$ ,  $d = \overline{1, D}$ ,  $n = \overline{1, N}$ ) определяется соотношением (5.6).

**Следствие 2.** Время передачи сообщения, состоящего из однородной последовательности пакетов, в неоднородном виртуальном соединении ( $\tau_d(n) = \tau_d$ ,  $n = \overline{1, N}$ ) определяется соотношением (5.1).

**Следствие 3.** Время передачи сообщения, состоящего из неоднородной последовательности пакетов, в однородном виртуальном соединении ( $\tau_d(n) = \tau(n)$ ,  $d = \overline{1, D}$ ) определяется соотношением:

$$T^H(D, N, 0) = D\tau(M) + \sum_{\substack{n=1, \\ n \neq M}}^N \tau(n), \quad \tau(M) = \max_{n=\overline{1, N}} \tau(n).$$

Из данного соотношения видно, что задержка неоднородного сообщения в значительной мере определяется самым длинным пакетом.

## 5.5. Резюме

1. Для различных условий функционирования неоднородной сети пакетной коммутации построены модели виртуального соединения (см. разд. 5.2 и 5.4), отличающиеся учетом влияния конвейерного эффекта [65, 219], проявляющегося при передаче мультипакетных сообщений по многозвенным виртуальным каналам, на время доставки пользовательских данных абонентам сети.

2. Показано (см. разд. 5.2.1), что задержка мультипакетного сообщения в ненагруженном (пустом) виртуальном соединении (5.1) в значительной мере определяется звеном соединительного пути с наибольшим временем передачи кадра.

3. Обнаружено свойство пространственно-временной симметрии детерминированного процесса информационного переноса, выражающееся в инвариантности показателя задержки одиночного однородного сообщения размера  $N$  в неоднородном виртуальном канале длины  $D$  и неоднородного сообщения размера  $D$  в однородном виртуальном канале длины  $N$  при условии равенства элементарных задержек пакетов в виртуальных каналах

$$\tau_d = \tau(n), \quad d = \overline{1, D}, \quad n = \overline{1, D}.$$

Задержка сообщения при этом инвариантна к расположению неоднородностей в пространстве (в тракте передачи данных) и порядку неоднородности во времени (в последовательности пакетов неоднородного сообщения).

4. Получено условие целесообразности фрагментации сообщения на пакеты при его передаче по многозвенному виртуальному каналу (5.10). Найдены аналитические зависимости оптимальной (по критерию минимума средней задержки абонентских сообщений) длины кадра от структуры сетевого трафика и параметров виртуальных каналов для идеальной однородной и неоднородной сети пакетной коммутации (5.18), (5.16) и ее оценки для сети с реальными свойствами каналов связи (5.27), (5.26). Сформулировано правило выбора длины кадра (5.19), учитывающее ограниче-

ния рекомендации ITU-T X.25 на размер информационной части пакета данных.

5. Для случая умеренной нагрузки на сеть развит метод выбора длины кадра и размера окна неоднородной сети передачи данных (см. разд. 5.3), отличающийся совместным учетом критериев системы (пропускной способности межузловых соединений) и пользователя (времени доставки пользовательских данных по виртуальным соединениям).

6. Из анализа задержки сообщения в нагруженном виртуальном соединении (см. разд. 5.4) установлено, что при любом характере сетевого трафика (с пакетами одинаковой или различной длины) наилучшей в смысле времени доставки пользовательских данных стратегией формирования очередей к выходным каналам связи вдоль многосвязного тракта передачи является инверсное по длинам путей до адресата и размерам пакетов упорядочение элементов очереди.

7. При передаче по однородному виртуальному соединению однородного потока пакетов (пакетов одной длины) задержка сообщения (5.50) не зависит от состава отдельных очередей к выходным каналам связи (количества пакетов, адресованных в транзитные узлы).

8. Обнаружено свойство инвариантности задержки сообщения к структуре очереди в начале пути (порядку расположения пакетов в очереди, адресованных в различные узлы): для неоднородного виртуального соединения (соотношение (5.45)) — при невозрастающих с длиной пути интервалах между передачей однородных пакетов по отдельным звеньям тракта передачи данных (условие (5.44)), а для однородного виртуального соединения с неоднородным трафиком (соотношения (5.60), (5.73)) — при неубывающем по времени передачи (длине) расположении пакетов в очереди перед сообщением (условие (5.59) для прямой очереди и условие (5.72) для инверсной очереди).

## **Глава 6. Стохастические модели конвейерных механизмов процесса переноса данных в виртуальном соединении**

Одними из наиболее значимых показателей качества обслуживания абонентов информационно-вычислительных сетей являются вероятность доставки сообщений между взаимодействующими приложениями за заданное время и средняя сквозная задержка информации пользователя в виртуальном канале. Важным аспектом эффективной организации процесса транспортировки данных является вопрос выбора длительности тайм-аута ожидания сквозного подтверждения на сквозную доставку информации удаленным абонентам [120]. Известные подходы [20, 211] к решению этой проблемы позволяют изучать влияние длительности тайм-аута приема квитанции на операционные характеристики процесса передачи данных при заданных распределениях времени переноса информационных пакетов и подтверждений между корреспондирующими абонентами. При этом явно не учитывается специфика сквозной транспортировки данных по многозвенному виртуальному соединению, а вопрос адекватности задаваемых распределений реальному процессу передачи информации не рассматривается и остается открытым.

В данной главе предложен подход к построению распределения времени передачи информационного пакета в виртуальном канале с искажениями, на основе которого проводится анализ влияния длительности сквозного тайм-аута приема квитанции на операционные характеристики процесса транспортировки данных. В разд. 6.1 предложена модель тракта передачи данных с искажениями на отдельных участках преприема в виде стохастиче-

ского конвейера. В разд. 6.2 получены вспомогательные соотношения, необходимые для анализа стохастического информационного переноса. Разделы 6.3 и 6.4 посвящены исследованию различных схем сквозного квитирования. В разд. 6.5 построена процедура расчета длительности тайм-аута. В разд. 6.6 анализируется процесс передачи мультипакетного сообщения в многозвенном виртуальном соединении.

### **6.1. Вероятностно-конвейерная интерпретация многозвенного виртуального соединения**

При наложении фактора искажений протокольных блоков данных и механизма решающей обратной связи (повторных передач искаженных блоков) на конвейерный эффект, имеющий место для процесса переноса информационных потоков по многозвенным (многофазным) трактам, виртуальное соединение можно интерпретировать как стохастический конвейер, в котором время обработки на отдельных фазах является случайным. Поскольку на уровне сквозной передачи мультипакетных сообщений прикладных систем актуальной задачей является определение длительностей интервалов ожидания сквозных подтверждений (сквозных тайм-аутов), то важным аспектом становится вероятностное описание процесса сквозного информационного переноса на транспортном уровне. Исчерпывающее описание такого конвейера задает распределение времени сквозной доставки прикладных сообщений адресату, позволяющее получать вероятностно-временные характеристики протокольных управляющих процедур транспортного уровня. Перейдем к поиску такого распределения.

Рассмотрим процесс переноса мультипакетного сообщения, состоящего из  $N$  пакетов, по многозвенному виртуальному соединению длины  $D \geq 1$ , выраженной в количестве межузловых связей. Предположим, что каждое звено виртуального соединения управляется стартстопной процедурой обмена [20] и имеет одинаковые длительности цикла передачи пакета  $T$  от начала вывода его в линию связи до момента получения квитанции. С вероятностью  $R_{nd}$ ,

$n = \overline{1, N}$ ,  $d = \overline{1, D}$  в каждом звене  $d$  происходит искажение  $n$ -го информационного пакета и согласно управляющей процедуре осуществляется повторная передача. Считается, что число повторных передач не ограничено. Тогда время безошибочной передачи пакета по  $d$ -му межузловому соединению является случайной величиной, кратной длительности цикла  $T$  и распределенной по геометрическому закону с параметром  $1 - R_{nd}$ . Предполагается также, что отправка пакета на каждом участке виртуального соединения начинается только после того, как он без искажений был передан по предыдущему участку пути. Считается, что сквозная транспортировка данных организована следующим образом. На передачу пакета удаленному адресату и получение от него ответной квитанции выделяется тайм-аут длительностью  $S$  интервалов размера  $T$ . При неполучении квитанции за время тайм-аута отправитель организует повторную сквозную передачу. Количество сквозных повторных передач также полагается неограниченным.

## 6.2. Аналитическая вычислимость сумм показательно-степенных функций

В задачах моделирования стохастических конвейерных механизмов процесса информационного переноса часто возникает необходимость в суммировании выражений, являющихся произведением показательной и степенной функций индекса суммирования:

$$\sum_{i=1}^k i^s x^i, \quad 0 < x < 1.$$

Значения этих сумм, приводимые в справочниках [38, 112], известны только при величинах показателя степенной функции  $s = \overline{0, 3}$  и не приведены к каноническому виду. В данном разделе предлагается подход, позволяющий последовательно получать аналитический вид сумм для произвольных значений показателя  $s$ .

Предлагаемый метод основан на эквивалентности представления исходной суммы с одним основанием показательной функции

в виде двойной суммы с двумя основаниями показательной функции при равенстве оснований:  $\sum_{i=1}^k i^s x^i = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^i i^{s-1} x^{i-j} y^j$  при  $y = x$ . Такое представление позволяет последовательно находить значения сумм для произвольного  $s$ . Однако при этом необходимо выполнение предельного перехода к одному основанию показательных функций, который приводит к трудоемкой операции раскрытия неопределенности вида  $0/0$ . Выполняя в правой части данного равенства суммирование и предельный переход при  $y \rightarrow x$ , получаем  $\sum_{i=1}^k i^s x^i = x \frac{d}{dx} \left( \sum_{i=1}^k i^{s-1} x^i \right)$ . Данное соотношение при  $s > 0$  представимо в виде:

$$\sum_{i=1}^k i^s x^i = \frac{x(1-x^k)}{(1-x)^{s+1}} \sum_{i=0}^{s-1} A_i(s) x^i - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left( k^{s-1} + \sum_{i=1}^{s-1} \frac{k^{s-1-i}}{(1-x)^i} \binom{s}{i} \sum_{j=0}^{i-1} A_j(i) x^j \right).$$

Поскольку для  $k = 1$  значение искомой суммы равно  $x$ , то при известных начальных условиях (выражениях для сумм при  $s = \overline{0, 3}$ ) отсюда получаем алгебраическое уравнение относительно коэффициентов  $A_i(s)$  при степенях  $x$ . Последовательно решая данное уравнение при  $s = \overline{4, 10}$  и канонизируя полученные и известные [38, 112] соотношения приходим к следующим выражениям:

$$\sum_{i=1}^k x^i = \frac{x(1-x^k)}{1-x}; \quad (6.1)$$

$$\sum_{i=1}^k i x^i = \frac{x(1-x^k)}{(1-x)^2} - \frac{kx^{k+1}}{1-x}; \quad (6.2)$$

$$\sum_{i=1}^k i^2 x^i = \frac{x(1-x^k)(1+x)}{(1-x)^3} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k + \frac{2}{1-x} \right\}; \quad (6.3)$$

$$\sum_{i=1}^k i^3 x^i = \frac{x(1-x^k)(1+4x+x^2)}{(1-x)^4} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^2 + \frac{3k}{1-x} + \frac{3(1+x)}{(1-x)^2} \right\}; \quad (6.4)$$

$$\sum_{i=1}^k i^4 x^i = \frac{x(1-x^k)(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^5} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^3 + \frac{4k^2}{1-x} + \frac{6k(1+x)}{(1-x)^2} + \frac{4(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} \right\}; \quad (6.5)$$

$$\sum_{i=1}^k i^5 x^i = \frac{x(1-x^k)(1+26x+66x^2+26x^3+x^4)}{(1-x)^6} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^4 + \frac{5k^3}{1-x} + \frac{10k^2(1+x)}{(1-x)^2} + \frac{10k(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} + \frac{5(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^4} \right\}; \quad (6.6)$$

$$\sum_{i=1}^k i^6 x^i = \frac{x(1-x^k)(1+57x+302x^2+302x^3+57x^4+x^5)}{(1-x)^7} - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^5 + \frac{6k^4}{1-x} + \frac{15k^3(1+x)}{(1-x)^2} + \frac{20k^2(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} + \frac{15k(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^4} + \frac{6(1+26x+66x^2+26x^3+x^4)}{(1-x)^5} \right\}; \quad (6.7)$$

$$\sum_{i=1}^k i^7 x^i = \frac{x(1-x^k)}{(1-x)^8} \left( 1+120x+1191x^2+2416x^3+1191x^4+120x^5+x^6 \right) - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^6 + \frac{7k^5}{1-x} + \frac{21k^4(1+x)}{(1-x)^2} + \frac{35k^3(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} + \frac{35k^2(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^4} + \frac{21k(1+26x+66x^2+26x^3+x^4)}{(1-x)^5} + \frac{7(1+57x+302x^2+302x^3+57x^4+x^5)}{(1-x)^6} \right\}; \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^k i^8 x^i &= \frac{x(1-x^k)}{(1-x)^9} \left( 1 + 247x + 4293x^2 + 15619x^3 + 15619x^4 + \right. \\
&+ 4293x^5 + 247x^6 + x^7 \Big) - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^7 + \frac{8k^6}{1-x} + \right. \\
&+ \frac{28k^5(1+x)}{(1-x)^2} + \frac{56k^4(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} + \\
&+ \frac{70k^3(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^4} + \frac{56k^2}{(1-x)^5} \left( 1 + 26x + \right. \\
&+ 66x^2 + 26x^3 + x^4 \Big) + \frac{28k}{(1-x)^6} \left( 1 + 57x + 302x^2 + \right. \\
&+ 302x^3 + 57x^4 + x^5 \Big) + \frac{8}{(1-x)^7} \left( 1 + 120x + \right. \\
&\left. + 1191x^2 + 2416x^3 + 1191x^4 + 120x^5 + x^6 \right) \Big\}; \quad (6.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^k i^9 x^i &= \frac{x(1-x^k)}{(1-x)^{10}} \left( 1 + 502x + 14608x^2 + 88234x^3 + 156190x^4 + \right. \\
&+ 88234x^5 + 14608x^6 + 502x^7 + x^8 \Big) - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^8 + \right. \\
&+ \frac{9k^7}{1-x} + \frac{36k^6(1+x)}{(1-x)^2} + \frac{84k^5(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} + \\
&+ \frac{126k^4(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^4} + \frac{126k^3}{(1-x)^5} \left( 1 + 26x + \right. \\
&+ 66x^2 + 26x^3 + x^4 \Big) + \frac{84k^2}{(1-x)^6} \left( 1 + 57x + 302x^2 + \right. \\
&+ 302x^3 + 57x^4 + x^5 \Big) + \frac{36k}{(1-x)^7} \left( 1 + 120x + 1191x^2 + \right. \\
&+ 2416x^3 + 1191x^4 + 120x^5 + x^6 \Big) + \frac{9}{(1-x)^8} \left( 1 + 247x + \right. \\
&\left. + 4293x^2 + 15619x^3 + 15619x^4 + 4293x^5 + 247x^6 + x^7 \right) \Big\}; \quad (6.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^k i^{10} x^i &= \frac{x(1-x^k)}{(1-x)^{11}} \left( 1 + 1013x + 47840x^2 + 455192x^3 + 1310354x^4 + \right. \\
&\quad \left. + 1310354x^5 + 455192x^6 + 47840x^7 + 1013x^8 + x^9 \right) - \\
&\quad - \frac{kx^{k+1}}{1-x} \left\{ k^9 + \frac{10k^8}{1-x} + \frac{45k^7(1+x)}{(1-x)^2} + \right. \\
&\quad + \frac{120k^6(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} + \frac{210k^5(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^4} + \\
&\quad + \frac{252k^4(1+26x+66x^2+26x^3+x^4)}{(1-x)^5} + \\
&\quad + \frac{210k^3(1+57x+302x^2+302x^3+57x^4+x^5)}{(1-x)^6} + \\
&\quad + \frac{120k^2}{(1-x)^7} \left( 1 + 120x + 1191x^2 + 2416x^3 + 1191x^4 + \right. \\
&\quad \left. + 120x^5 + x^6 \right) + \frac{45k}{(1-x)^8} \left( 1 + 247x + 4293x^2 + \right. \\
&\quad \left. + 15619x^3 + 15619x^4 + 4293x^5 + 247x^6 + x^7 \right) + \\
&\quad + \frac{10}{(1-x)^9} \left( 1 + 502x + 14608x^2 + 88234x^3 + \right. \\
&\quad \left. + 156190x^4 + 88234x^5 + 14608x^6 + 502x^7 + x^8 \right) \left. \right\}.
\end{aligned} \tag{6.11}$$

Отметим, что последовательно применяя данный прием, можно найти соотношения для сумм, содержащих произвольную степень индекса суммирования. Кроме того, при  $x < 1$  последовательности, образованные произведением показательной и степенной функций, сходятся, и из найденных соотношений нетрудно получить суммы рядов.

### 6.3. Анализ переноса данных при сквозном квитиовании информационными пакетами

#### 6.3.1. Функция вероятностей времени доставки пакета

Найдем вероятность сквозной передачи одиночного информационного пакета  $p(k, N, D)$  по виртуальному соединению длины  $D$  ровно за  $k$  интервалов длительности  $T$ . Очевидно, что число интервалов должно удовлетворять условию  $k \geq D$ . Пусть  $D = 1$ . Тогда  $p(k, 1, 1) = (1 - R)R^{k-1}$ .

При  $D = 2$  функция вероятности задается суммой всех возможных произведений вероятностей успешной передачи пакета по первому и второму звену виртуального канала за время  $k$ :

$$\begin{aligned} p(k, 1, 2) &= (1 - R_1)(1 - R_2) \sum_{i=1}^{k-2} R_1^i R_2^{k-2-i} = \\ &= (1 - R_1)(1 - R_2) \left\{ \frac{R_1^{k-1}}{R_1 - R_2} + \frac{R_2^{k-1}}{R_2 - R_1} \right\}. \end{aligned}$$

Если  $D = 3$ , то искомая вероятность  $p(k, 1, 3)$  принимает вид:

$$\begin{aligned} p(k, 1, 3) &= (1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3) \sum_{i=0}^{k-3} R_1^i \sum_{j=0}^{k-3-i} R_2^j R_3^{k-3-i-j} = \\ &= (1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3) \left\{ \frac{R_1^{k-1}}{(R_1 - R_2)(R_1 - R_3)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{R_2^{k-1}}{(R_2 - R_1)(R_2 - R_3)} + \frac{R_3^{k-1}}{(R_3 - R_1)(R_3 - R_2)} \right\}. \end{aligned}$$

Для произвольного  $D$  функция вероятности имеет вид:

$$\begin{aligned} p(k, 1, D) &= \prod_{d=1}^D (1 - R_d) \sum_{d_1=0}^{S_1} R_1^{d_1} \dots \sum_{d_{D-2}=0}^{S_{D-2}} R_{D-2}^{d_{D-2}} \sum_{d_{D-1}=0}^{S_{D-1}} R_{D-1}^{d_{D-1}} R_D^{S_D}, \\ &\quad S_d = k - D - \sum_{i=1}^{d-1} d_i. \quad (6.12) \end{aligned}$$

Последовательно выполняя суммирование в данном соотношении, получаем

$$p(k, 1, D) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d) \sum_{d=1}^D R_d^{k-1} \prod_{\substack{i=1, \\ i \neq d}}^D \frac{1}{R_d - R_i}. \quad (6.13)$$

Отсюда при  $k = D$  приходим к ожидаемому результату:

$$p(D, 1, D) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d).$$

Во многих практических случаях для виртуального соединения выполняется равенство  $R_d = R$ ,  $d = \overline{1, D}$ , свидетельствующее о статистической однородности искажений в различных звеньях тракта передачи данных. При этом условии в выражении (6.13) возникает неопределенность вида  $0/0$ . Для получения значений  $p(k, 1, D)$  здесь необходимо выполнить  $(D - 1)!$  достаточно трудоемких операций раскрытия неопределенности. Найдем  $p(k, 1, D)$  из определения (6.12):

$$p(k, 1, D) = (1 - R)^D R^{k-D} \sum_{d_1=0}^{S_1} \dots \sum_{d_{D-1}=0}^{S_{D-1}} 1.$$

Используя соотношение для суммы вида [112]

$$\sum_{k=1}^n \prod_{i=0}^m (k + i) = \frac{1}{m + 2} \prod_{i=0}^{m+1} (n + i),$$

отсюда получаем

$$p(k, 1, D) = \binom{k-1}{D-1} (1 - R)^D R^{k-D}. \quad (6.14)$$

Данную зависимость можно переписать в рекуррентном виде:

$$p(k, 1, D + 1) = p(k, 1, D) \frac{(k - D)(1 - R)}{DR};$$

$$p(k+1, 1, D) = p(k, 1, D) \frac{kR}{k-D+1}.$$

Нетрудно видеть, что при  $R = 0$  функция вероятности (6.14) преобразуется к  $p(D, 1, D) = 1$ ;  $p(k, 1, D) = 0$ ,  $k > D$ .

### 6.3.2. Функция распределения времени доставки пакета

Важным операционным параметром виртуального соединения является вероятность сквозной передачи пакета за заданное время тайм-аута  $S$ :

$$P(S, 1, D) = \sum_{k=D}^S p(k, 1, D). \quad (6.15)$$

Для статистически неоднородного виртуального канала ( $R_i \neq R_j$ ,  $i, j = \overline{1, D}$ ,  $i \neq j$ ) вероятность  $P(S, 1, D)$  с учетом (6.13) принимает вид:

$$P(S, 1, D) = \sum_{d=1}^D \left( R_d^{D-1} - R_d^S \right) \prod_{\substack{i=1, \\ i \neq d}}^D \frac{1 - R_i}{R_d - R_i}.$$

Найдем зависимость  $P(S, 1, D)$  от параметров статистически однородного виртуального канала. Используя соотношения (6.1)–(6.4) для сумм вида  $\sum_{k=0}^l k^s x^k$ ,  $s = \overline{0, 3}$ , из определения (6.15) с учетом (6.14) при  $D = \overline{1, 4}$  имеем

$$P(S, 1, 1) = 1 - R^S;$$

$$P(S, 1, 2) = 1 - R^S - S(1 - R)R^{S-1};$$

$$P(S, 1, 3) = 1 - R^S - S(1 - R)R^{S-1} - \frac{S(S-1)}{2}(1 - R)^2 R^{S-2};$$

$$P(S, 1, 4) = 1 - R^S - S(1 - R)R^{S-1} - \frac{S(S-1)}{2}(1 - R)^2 R^{S-2} - \frac{S(S-1)(S-2)}{6}(1 - R)^3 R^{S-3}.$$

Отсюда нетрудно видеть, что для произвольного  $D$  значения  $P(S, 1, D)$  необходимо искать в виде:

$$P(S, 1, D) = P(S, 1, D - 1) - K_D \prod_{i=0}^{D-2} (S - i)(1 - R)^{D-1} R^{S-D+1},$$

$$P(S, 1, 0) = 1, \quad (6.16)$$

где  $K_D$  — неизвестный коэффициент. Если  $S = D$ , то по определению (6.15)  $P(D, 1, D) = (1 - R)^D$ . С другой стороны, согласно (6.16) получаем

$$(1 - R)^D = 1 - \sum_{d=0}^{D-1} K_d \prod_{i=0}^{d-1} (D - i)(1 - R)^d R^{D-d}.$$

Данное равенство становится тождественным только в том случае, если сомножители при степенях  $R$  и  $1 - R$  являются коэффициентами бинома Ньютона степени  $D$ . Тогда  $K_d = 1/d!$ , и соотношение для  $P(S, 1, D)$  можно записать следующим образом:

$$P(S, 1, D) = 1 - \sum_{d=0}^{D-1} \binom{S}{d} (1 - R)^d R^{S-d}. \quad (6.17)$$

Как и следовало ожидать, при  $R = 0$  функция распределения  $P(S, 1, D) = 1$  для  $S \geq D$ .

### 6.3.3. Среднее время доведения пакета до адресата

Теперь найдем среднее время передачи пакета до абонента при заданной длительности тайм-аута  $S$ :

$$\bar{N}(1, D, S) = \frac{1}{P(S, 1, D)} \sum_{k=D}^S k p(k, 1, D).$$

Для статистически неоднородного тракта передачи данное определение переписывается в виде:

$$\bar{N}(1, D, S) = \frac{1}{P(S, 1, D)} \prod_{d=1}^D (1 - R_d) \sum_{d=1}^D \frac{\sum_{k=D}^S k R_d^{k-1}}{\prod_{\substack{i=1, \\ i \neq d}}^D R_d - R_i}.$$

Выполняя подстановку  $j = k - D$  и используя выражение для конечной суммы арифметико-геометрической прогрессии [38], отсюда получаем

$$\bar{N}(1, D, S) = \frac{1}{P(S, 1, D)} \times \sum_{d=1}^D \frac{DR_d^{D-1} - (D-1)R_d^D - (S+1)R_d^S + SR_d^{S+1}}{1 - R_d} \prod_{\substack{i=1, \\ i \neq d}}^D \frac{1 - R_i}{R_d - R_i}.$$

При  $S = D$  данное соотношение принимает значение  $\bar{N}(1, D, S) = D$ .

Найдем величину  $\bar{N}(1, D, S) = \bar{n}(1, D, S)/P(S, 1, D)$  для статистически однородного тракта передачи, где  $\bar{n}(1, D, S)$  — ненормированное среднее время доставки пакета абоненту, определяемое формулой:

$$\bar{n}(1, D, S) = \sum_{k=D}^S kp(k, 1, D) = D \left( \frac{1-R}{R} \right)^D \sum_{k=D}^S \binom{k}{D} R^k.$$

При  $D = \overline{1, 3}$  данное соотношение принимает вид:

$$\begin{aligned} \bar{n}(1, 1, S) &= \frac{1}{1-R} \left\{ 1 - R^{S+1} - (S+1)(1-R)R^S \right\}; \\ \bar{n}(1, 2, S) &= \frac{2}{1-R} \left\{ 1 - R^{S+1} - (S+1)(1-R)R^S - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(S+1)S}{2}(1-R)^2 R^{S-1} \right\}; \\ \bar{n}(1, 3, S) &= \frac{3}{1-R} \left\{ 1 - R^{S+1} - (S+1)(1-R)R^S - \frac{(S+1)S}{2} \times \right. \\ &\quad \left. \times (1-R)^2 R^{S-1} - \frac{(S+1)S(S-1)}{6}(1-R)^3 R^{S-2} \right\}. \end{aligned}$$

Для произвольного  $D$  значения  $\bar{n}(1, D, S)$  будем искать в виде:

$$\bar{n}(1, D, S) = \frac{D}{1-R} \left\{ 1 - \sum_{d=0}^D (1-R)^d R^{S+1-d} K_d \prod_{i=0}^{d-1} (S+1-i) \right\}, \quad (6.18)$$

где  $K_d$  — неизвестные коэффициенты. При  $S = D$  величина  $\bar{n}(1, D, D) = D(1-R)^D$ . С другой стороны, в соответствии с (6.18) имеем:

$$(1-R)^{D+1} = 1 - \sum_{d=0}^D (1-R)^d R^{D+1-d} K_d \prod_{i=0}^{d-1} (D+1-i).$$

Данное равенство обращается в тождество, если  $K_d$  дополняют сомножители при степенях  $R$  и  $1-R$  до биномиальных коэффициентов. Тогда  $K_d = 1/d!$ , и выражение для  $\bar{N}(1, D, S)$  можно записать так:

$$\bar{N}(1, D, S) = \frac{D}{(1-R)P(S, 1, D)} \left\{ 1 - \sum_{d=0}^D \binom{S+1}{d} (1-R)^d R^{S+1-d} \right\}.$$

Отсюда видно, что при неограниченной длительности тайм-аута ( $S \rightarrow \infty$ )  $\bar{N}(1, D, S) = D/(1-R)$ , а в абсолютно надежном виртуальном соединении ( $R = 0$ ) значение  $\bar{N}(1, D, S) = D$  на всей области определения  $S \geq D$ . Перейдем к анализу сквозной задержки одиночного пакета.

### 6.3.4. Анализ сквозной задержки

Время элементарного цикла сквозной передачи данных складывается из времени доставки пакета удаленному абоненту и времени получения квитанции отправителем информации. Будем считать, что данные и квитанции переносятся пакетами одного размера (т.е. квитанции переносятся в информационных пакетах встречного потока). Тогда, поскольку при неполучении квитанции за время тайм-аута отправитель передает пакет повторно, а число

сквозных повторных передач не ограничено, то средняя сквозная задержка пакета, выраженная в количестве интервалов длительности  $T$ , составит

$$\begin{aligned} \bar{T}(1, D, S) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (i-1)S + \bar{N}(1, 2D, S) \right\} \left\{ 1 - P(S, 1, 2D) \right\}^{i-1} \times \\ &\times P(S, 1, 2D) = \frac{S(1 - P(S, 1, 2D))}{P(S, 1, 2D)} + \bar{N}(1, 2D, S). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Если предположить, что прямой и обратный каналы связи отдельных звеньев тракта передачи данных имеют несовпадающие вероятности искажения пакетов, то данное соотношение можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{T}(1, D, S) &= \frac{1}{P(S, 1, 2D)} \times \\ &\times \left\{ S - \sum_{i=1}^{2D} \frac{(S - 2D)R_i^{2D-1} - (S - 2D + 1)R_i^{2D} + R_i^S}{1 - R_i} \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{2D} \frac{1 - R_i}{R_i - R_j} \right\}. \end{aligned}$$

При минимальной длительности тайм-аута  $S_M = 2D$  получаем:

$$\bar{T}(1, D, S_M) = \frac{2D}{\prod_{d=1}^{2D} (1 - R_d)}.$$

Неограниченная длительность тайм-аута ( $S \rightarrow \infty$ ) дает значение задержки

$$\bar{T}(1, D, \infty) = 2D + \sum_{d=1}^{2D} \frac{R_d^{2D}}{1 - R_d} \prod_{\substack{i=1, \\ i \neq d}}^{2D} \frac{1 - R_i}{R_d - R_i}.$$

Для случая статистически однородного тракта передачи задержка (6.19) принимает вид:

$$\bar{T}(1, D, S) = \frac{1}{(1-R)P(S, 1, 2D)} \left\{ 2D - \sum_{d=0}^{2D-1} (2D-d) \times \right. \\ \left. \times \binom{S}{d} (1-R)^d R^{S-d} \right\}. \quad (6.20)$$

Отсюда нетрудно видеть, что  $S_M = 2D$  дает

$$\bar{T}(1, D, S_M) = 2D/(1-R)^{2D},$$

а при  $S \rightarrow \infty$  задержка монотонно снижается до

$$\bar{T}(1, D, S) = \frac{2D}{1-R}. \quad (6.21)$$

В тракте передачи без искажений ( $R = 0$ ) сквозная задержка постоянна на всей области определения длительности таймаута:  $\bar{T}(1, D, S) = 2D$ . Из численных результатов, приводимых в табл. 6.1, нетрудно сделать вывод о том, что при  $R \geq 0,5$  и таймауте  $S$ , превышающем минимальную длительность  $S_M$  в два-три раза для практических расчетов можно использовать соотношение (6.21).

Анализ показывает, что временной срез процесса сквозной транспортировки одиночного пакета по многозвенному тракту совпадает с передачей мультипакетного сообщения по виртуальному соединению, состоящему из одного участка переприема. Это свидетельствует о симметричности информационного переноса, выражающейся в том, что операционные характеристики (функция вероятности, функция распределения и среднее время доведения до адресата) процесса сквозной доставки одиночного пакета по виртуальному соединению длины  $D$  и процесса передачи сообщения из  $N = D$  пакетов по однозвенному виртуальному каналу полностью совпадают. Тогда для средней задержки мультипакетного сообщения при сквозном подтверждении верности его передачи в целом информационными пакетами встречного потока по аналогии с (6.20) справедливо:

$$\bar{T}(N, 1, S) = \frac{1}{(1-R)P(S, 1, D)} \left\{ N + 1 - \sum_{i=0}^N (N + 1 - i) \binom{S}{i} (1-R)^i R^{S-i} \right\}. \quad (6.22)$$

Т а б л и ц а 6.1

Распределение средней сквозной задержки одиночного пакета от вероятности искажения  $R$

$\bar{T}(1, D, S)$	$R$				
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\bar{T}(1, 1, S_M)$	4,08	5,56	8,00	12,50	22,22
$\bar{T}(1, 1, 2S_M)$	2,98	3,65	4,73	6,65	10,61
$\bar{T}(1, 1, 3S_M)$	2,87	3,40	4,21	5,61	8,41
$\bar{T}(1, 1, 4S_M)$	2,86	3,35	4,06	5,25	7,55
$\bar{T}(1, 1, \infty)$	2,86	3,33	4,00	5,00	6,67
$\bar{T}(1, 2, S_M)$	16,66	30,86	64,00	156,25	493,83
$\bar{T}(1, 2, 2S_M)$	5,96	7,60	10,85	18,28	40,00
$\bar{T}(1, 2, 3S_M)$	5,72	6,74	8,42	11,84	20,73
$\bar{T}(1, 2, 4S_M)$	5,71	6,67	8,06	10,46	16,02
$\bar{T}(1, 2, \infty)$	5,71	6,67	8,00	10,00	13,33
$\bar{T}(1, 3, S_M)$	51,00	128,60	384,00	1464,84	8230,45
$\bar{T}(1, 3, 2S_M)$	8,84	11,42	17,37	34,10	100,41
$\bar{T}(1, 3, 3S_M)$	8,57	10,05	12,46	17,87	35,03
$\bar{T}(1, 3, 4S_M)$	8,57	10,00	12,03	15,47	24,22
$\bar{T}(1, 3, \infty)$	8,57	10,00	12,00	15,00	20,00
$\bar{T}(1, 4, S_M)$	138,77	476,30	2048,00	12207,03	121932,63
$\bar{T}(1, 4, 2S_M)$	11,68	15,11	24,12	54,36	213,64
$\bar{T}(1, 4, 3S_M)$	11,43	13,36	16,43	23,68	50,92
$\bar{T}(1, 4, 4S_M)$	11,43	13,33	16,01	20,41	32,13
$\bar{T}(1, 4, \infty)$	11,43	13,33	16,00	20,00	26,67
$\bar{T}(1, 5, S_M)$	354,01	1653,82	10240,00	95367,43	1693508,78
$\bar{T}(1, 5, 2S_M)$	14,50	18,69	31,01	79,56	415,34
$\bar{T}(1, 5, 3S_M)$	14,29	16,68	20,37	29,32	68,26
$\bar{T}(1, 5, 4S_M)$	14,29	16,67	20,01	25,33	39,81
$\bar{T}(1, 5, \infty)$	14,29	16,67	20,00	25,00	33,33

Данная задержка для длительности тайм-аута  $S = N + 1$  и  $S \rightarrow \infty$  соответственно составит

$$\bar{T}(N, 1, N + 1) = \frac{N + 1}{(1 - R)^{N+1}} \quad \text{и} \quad \bar{T}(N, 1, \infty) = \frac{N + 1}{1 - R}.$$

При  $R = 0$  и  $S \geq N + 1$  задержка постоянна:  $\bar{T}(N, 1, S) = N + 1$ .

#### 6.4. Анализ переноса данных при сквозном квитировании служебными пакетами

В разд. 6.3 предложен подход к анализу операционных характеристик процесса передачи данных по виртуальному каналу при переносе сквозных квитанций в информационных пакетах встречного потока. Естественным развитием и обобщением рассмотренной ситуации является случай, когда уведомления удаленного абонента о корректности приема данных отправителя переносятся в смешанном трафике встречного потока, содержащем как информационные, так и служебные пакеты, отличающиеся длиной, а следовательно, и временем цикла передачи по отдельным звеньям виртуального канала.

В данном разделе исследуется влияние длительности тайм-аута неприема сквозного подтверждения, упакованного в служебном пакете, на операционные характеристики процесса транспортировки мультипакетного сообщения по однозвенному виртуальному соединению и одиночного пакета по многозвенному тракту передачи данных.

##### 6.4.1. Характеристики передачи мультипакетного сообщения по однозвенному виртуальному каналу

Рассмотрим процесс передачи в виртуальном соединении длины  $D \geq 1$  в предположении, что информационные пакеты сообщения, состоящего из  $N \geq 1$  фрагментов и сквозные квитанции, упакованные в служебные пакеты, передаются согласно управляющей процедуре стартстопного протокола. Считаем, что время

элементарного цикла передачи служебного пакета от начала вывода его в линию связи до момента получения квитанции канального уровня имеет длительность  $\tau$ , а отношение  $T/\tau$  принимает целые значения  $\mathbf{m} \geq 1$ . Полагаем, что с вероятностью  $r_d, d = \overline{1, D}$  в каждом звене происходит искажение служебных пакетов и согласно управляющей процедуре осуществляется их повторная передача. Тогда время безошибочной передачи пакета по  $d$ -му межузловому соединению является случайной величиной, кратной длительности цикла  $T$  для пакетов данных и  $\tau$  — для квитанций и распределенной по геометрическому закону с параметром  $1 - R_d$  и  $1 - r_d$  соответственно. Считаем, что при сквозной транспортировке на передачу данных удаленному адресату и получение от него ответной квитанции выделяется тайм-аут длительностью  $S$  интервалов размера  $\tau$ .

Найдем функцию вероятности времени от момента начала отправки сообщения, состоящего из  $N$  пакетов, до момента получения подтверждения, упакованного в служебный пакет. В рамках введенных предположений вероятность получения сквозной квитанции равно за  $k \geq \mathbf{m}N + 1$  интервалов длительности  $\tau$  определится как сумма всех возможных произведений вероятности доставки сообщения удаленному абоненту за  $i \geq N$  интервалов длительности  $T$  и вероятности получения подтверждения от получателя сообщения за  $k - \mathbf{m}i \geq 1$  интервалов длительности  $\tau$ :

$$f(k, N, 1) = \sum_{i=N}^{\left[\frac{k-1}{\mathbf{m}}\right]} p(i, N, 1)p(k - \mathbf{m}i, 1, 1), \quad (6.23)$$

где  $[\cdot]$  означает целую часть,  $p(i, N, 1)$  и  $p(j, 1, 1)$  — соответственно функции вероятностей времени доставки абоненту  $N$ -пакетного сообщения и времени получения отправителем квитанции от абонента. Используя выражения (6.1)–(6.4), выполняем суммирование в соотношении (6.23) при  $N = \overline{1, 4}$ :

$$f(k, 1, 1) = \frac{(1 - R)(1 - r)}{1 - R/r^{\mathbf{m}}} r^{k-\mathbf{m}-1} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\left[\frac{k-1}{\mathbf{m}}\right]} \right\}; \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned}
f(k, 2, 1) &= \frac{(1-R)^2(1-r)}{(1-R/r^{\mathbf{m}})^2} r^{k-2\mathbf{m}-1} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right]} \times \right. \\
&\quad \left. \times \left( 1 - \left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right] \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right\}; \\
f(k, 3, 1) &= \frac{(1-R)^3(1-r)}{(1-R/r^{\mathbf{m}})^3} r^{k-3\mathbf{m}-1} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right]} \times \right. \\
&\quad \left. \times \left( 1 - \left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right] \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \left( 1 - \frac{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right] - 1}{2} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right) \right\}; \\
f(k, 4, 1) &= \frac{(1-R)^4(1-r)}{(1-R/r^{\mathbf{m}})^4} r^{k-4\mathbf{m}-1} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right]} \times \right. \\
&\quad \times \left( 1 - \left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right] \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \left( 1 - \frac{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right] - 1}{2} \times \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \times \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \left( 1 - \frac{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right] - 2}{6} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right) \right) \right\};
\end{aligned}$$

Для произвольного  $N$  соотношение  $f(k, N, 1)$ , удовлетворяющее определению (6.23) при  $k = \mathbf{m}N + 1$  записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
f(k, N, 1) &= \frac{(1-R)^N(1-r)}{(1-R/r^{\mathbf{m}})^N} r^{k-N\mathbf{m}-1} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right]} \times \right. \\
&\quad \left. \times \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \binom{\left[ \frac{k-1}{\mathbf{m}} \right]}{i} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right)^i \right\}. \quad (6.25)
\end{aligned}$$

Найдем функцию распределения времени доставки мультипакетного сообщения абоненту, удаленному от отправителя на один участок переприема, и получения от него подтверждения в служебном пакете за время тайм-аута  $S \geq \mathbf{m}N + 1$ . С учетом того, что формула (6.25) предполагает отыскание целой части, аргумент  $k$

удобно представить в виде  $k = \mathbf{m}i + j$ . При этом целые переменные  $i$  и  $j < \mathbf{m}$  определяют количество интервалов длительности  $T$  и  $\tau$  соответственно. Тогда искомое распределение может быть выражено зависимостью:

$$\begin{aligned} P(S, N, 1) &= \sum_{k=\mathbf{m}N+1}^S f(k, N, 1) = \\ &= \sum_{i=N}^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} \sum_{j=1}^{\mathbf{m}} f(\mathbf{m}i + j, N, 1) + \sum_{j=1}^{S - \mathbf{m} \lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} f(\mathbf{m} \lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor + j). \end{aligned}$$

Отсюда для  $N = \overline{1, 4}$  получаем:

$$\begin{aligned} P(S, 1, 1) &= 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} - r^{S - \mathbf{m}} \frac{1 - R}{1 - R/r^{\mathbf{m}}} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \right\}; \\ P(S, 2, 1) &= 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] (1 - R) R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} - r^{S - 2\mathbf{m}} \frac{(1 - R)^2}{(1 - R/r^{\mathbf{m}})^2} \times \\ &\quad \times \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \left( 1 - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right\}; \\ P(S, 3, 1) &= 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] (1 - R) R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} - \frac{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor (\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1)}{2} \times \\ &\quad \times (1 - R)^2 R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 2} - r^{S - 3\mathbf{m}} \frac{(1 - R)^3}{(1 - R/r^{\mathbf{m}})^3} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( 1 - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \left( 1 - \frac{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1}{2} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right) \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(S, 4, 1) = & 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] (1 - R) R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} - \frac{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - 1 \right)}{2} \times \\
& \times (1 - R)^2 R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 2} - \frac{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - 1 \right) \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - 2 \right)}{6} \times \\
& \times (1 - R)^3 R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 3} - r^{S - 4\mathbf{m}} \frac{(1 - R)^4}{(1 - R/r^{\mathbf{m}})^4} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \times \right. \\
& \times \left( 1 - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \left( 1 - \frac{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1}{2} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \left( 1 - \frac{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 2}{3} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right) \right) \left. \right\}.
\end{aligned}$$

Из этих соотношений следует, что при любом  $N$  распределение  $P(S, N, 1)$  с точностью до неизвестных коэффициентов  $X_i$  и  $Y_i$  определится зависимостью:

$$\begin{aligned}
P(S, N, 1) = & 1 - \sum_{i=0}^{N-1} X_i \prod_{j=1}^i \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - j \right) (1 - R)^j R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - i} - r^{S - \mathbf{m}N} \times \\
& \times \frac{(1 - R)^N}{(1 - R/r^{\mathbf{m}})^N} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i Y_i \prod_{j=1}^i \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - j \right) \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right)^i \right\}.
\end{aligned}$$

Учитывая, что при длительности тайм-аута  $S = \mathbf{m}N + 1$  вероятность  $P(S, N, 1) = (1 - R)^N (1 - r)$ , находим  $X_i = Y_i = \frac{1}{i!}$ . Тогда для  $P(S, N, 1)$  справедливо

$$\begin{aligned}
P(S, N, 1) = & 1 - \sum_{i=0}^{N-1} \binom{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor}{i} (1 - R)^i R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - i} - r^{S - \mathbf{m}N} \times \\
& \times \frac{(1 - R)^N}{(1 - R/r^{\mathbf{m}})^N} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \binom{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor}{i} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right)^i \right\}.
\end{aligned}$$

Из данной зависимости видно, что в случае  $\mathbf{m} = 1$  и  $r = R$ , соответствующем варианту переноса квитанций в информацион-

ных пакетах встречного потока, вероятность  $P(S, N, 1)$ , как и следовало ожидать, преобразуется к полученному ранее соотношению (6.17).

Теперь найдем величину

$$\begin{aligned} \bar{s}(S, N, 1) &= \sum_{k=\mathbf{m}N+1}^S kf(k, N, 1) = \sum_{i=N}^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} \sum_{j=1}^{\mathbf{m}} (\mathbf{m}i + j) \times \\ &\times f(\mathbf{m}i + j, N, 1) + \sum_{j=1}^{S - \mathbf{m} \lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \left( \mathbf{m} \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor + j \right) f\left(\mathbf{m} \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor + j, N, 1\right), \end{aligned}$$

являющуюся ненормированным средним временем ожидания квитиации отправителем при условии ее получения за длительность тайм-аута  $S$ . При  $N = \bar{1}, \bar{3}$  имеем:

$$\begin{aligned} \bar{s}(S, 1, 1) &= \frac{1}{1-r} \left\{ 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \right\} + \frac{\mathbf{m}}{1-R} \left\{ 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor + 1} - \left( \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor + 1 \right) \times \right. \\ &\times \left. (1-R)R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \right\} - \frac{(1-R)r^{S-\mathbf{m}}(S(1-r)+1)}{(1-r)(1-R/r^{\mathbf{m}})} \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \right\}; \\ \bar{s}(S, 2, 1) &= \frac{1}{1-r} \left\{ 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} - \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor (1-R)R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} \right\} + \frac{2\mathbf{m}}{1-R} \times \\ &\times \left\{ 1 - R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor + 1} - \left( \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor + 1 \right) (1-R)R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} - \frac{\left( \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor + 1 \right) \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor}{2} \times \right. \\ &\times \left. (1-R)^2 R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} \right\} - \frac{(1-R)^2 r^{S-2\mathbf{m}}(S(1-r)+1)}{(1-r)(1-R/r^{\mathbf{m}})^2} \times \\ &\times \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \left( 1 - \left\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \right\rfloor \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{s}(S, 3, 1) = & \frac{1}{1-r} \left\{ 1 - R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] (1-R) R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]^{-1} - \frac{\left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - 1 \right)}{2} \right\} + \\
& + \frac{3\mathbf{m}}{1-R} \left\{ 1 - R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]^{+1} - \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] + 1 \right) (1-R) R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - \right. \\
& - \frac{\left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] + 1 \right) \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]}{2} (1-R)^2 R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]^{-1} - \frac{\left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] + 1 \right) \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]}{6} \times \\
& \times \left. \left( \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - 1 \right) (1-R)^3 R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]^{-2} \right\} - \frac{(1-R)^3 r^{S-3\mathbf{m}}}{(1-r)(1-R/r^{\mathbf{m}})^3} \times \\
& \times (S(1-r) + 1) \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]} \left( 1 - \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \times \right. \right. \\
& \left. \left. \times \left( 1 - \frac{\left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] - 1}{2} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right) \right) \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Из данного ряда зависимостей следует, что общий вид выражения для  $\bar{s}(S, N, 1)$ , удовлетворяющий условию

$$\bar{s}(S, N, 1) = (\mathbf{m}N + 1)(1-R)^N(1-r)$$

при  $S = \mathbf{m}N + 1$ , следующий:

$$\begin{aligned}
\bar{s}(S, N, 1) = & \frac{1}{1-r} \left\{ 1 - \sum_{i=0}^{N-1} \binom{\left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]}{i} (1-R)^i R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]^{-i} \right\} + \frac{\mathbf{m}N}{1-R} \times \\
& \times \left\{ 1 - \sum_{i=0}^N \binom{\left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right] + 1}{i} (1-R)^i R \left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]^{+1-i} \right\} - \frac{(1-R)^N r^{S-N\mathbf{m}}}{(1-r)(1-R/r^{\mathbf{m}})^N} \times \\
& \times (S(1-r) + 1) \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \binom{\left[ \frac{S}{\mathbf{m}} \right]}{i} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right)^i \right\}.
\end{aligned}$$

Отсюда нетрудно определить среднее время ожидания квитанции  $\bar{S}(S, N, 1) = \bar{s}(S, N, 1) / \bar{P}(S, N, 1)$  и среднюю сквозную задержку мультитрафикового сообщения. Время элементарного цикла

сквозной передачи данных складывается из времени доставки сообщения удаленному абоненту и времени получения квитанции отправителем информации. Тогда, поскольку при неполучении квитанции за время тайм-аута отправитель передает сообщение повторно, а число сквозных повторных передач не ограничено, то средняя сквозная задержка, выраженная в количестве интервалов длительности  $\tau$ , по аналогии с (6.19) составит

$$\begin{aligned} \bar{T}(N, 1, S) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (i-1)S + \bar{S}(S, N, 1) \right\} \left\{ 1 - P(S, N, 1) \right\}^{i-1} \times \\ &\times P(S, N, 1) = \frac{S\{1 - P(S, N, 1)\}}{P(S, N, 1)} + \bar{S}(S, N, 1). \end{aligned} \quad (6.26)$$

Или окончательно:

$$\begin{aligned} \bar{T}(N, 1, S) &= \frac{1}{P(S, N, 1)} \left\{ \frac{1}{1-r} + \left( S - \frac{1}{1-r} \right) \sum_{i=0}^{N-1} \binom{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor}{i} \times \right. \\ &\times (1-R)^i R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor - i} + \frac{\mathbf{m}N}{1-R} \left( 1 - \sum_{i=0}^N \binom{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor + 1}{i} (1-R)^i R^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor + 1 - i} \right) - \\ &\left. - \frac{(1-R)^N r^{S-\mathbf{m}N}}{(1-r)(1-R/r^{\mathbf{m}})^N} \left( 1 - \left( \frac{R}{r^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \binom{\lfloor \frac{S}{\mathbf{m}} \rfloor}{i} \left( 1 - \frac{r^{\mathbf{m}}}{R} \right)^i \right) \right\}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Из этого соотношения нетрудно видеть, что величина  $\bar{T}(N, 1, S)$  с ростом длительности тайм-аута  $S$  в пределах области определения монотонно падает от  $\bar{T}(N, 1, S) = \frac{\mathbf{m}N+1}{(1-R)^N(1-r)}$  при  $S = \mathbf{m}N + 1$  до  $\bar{T}(N, 1, S) = \frac{\mathbf{m}N}{1-R} + \frac{1}{1-r}$  при  $S \rightarrow \infty$ . Причем для неограниченной длительности тайм-аута средняя сквозная задержка всего сообщения в виртуальном канале  $\bar{T}(N, 1, S)$  становится равной сумме средних задержек отдельных пакетов и квитанций. Для значений параметров  $\mathbf{m} = 1$  и  $r = R$  выражение (6.27) приводится к формуле (6.22).

### 6.4.2. Характеристики передачи одиночного пакета по многосвязному виртуальному каналу

Для рассматриваемого случая вероятность получения сквозной квитанции ровно за  $k \geq D(\mathbf{m} + 1)$  интервалов длительности  $\tau$  определится суммой произведений вероятности передачи информационного пакета удаленному абоненту по виртуальному каналу длины  $D$  за  $i \geq D$  интервалов длительности  $T$  и вероятности получения от него подтверждения за  $k - \mathbf{m}i \geq D$  интервалов длительности  $\tau$ :

$$f(k, 1, D) = \sum_{i=D}^{\lfloor \frac{k-D}{\mathbf{m}} \rfloor} p(i, 1, D)p(k - \mathbf{m}i, 1, D). \quad (6.28)$$

Отсюда для статистически неоднородного тракта передачи данных следует:

$$f(k, 1, D) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d)(1 - r_d) \times \\ \times \sum_{d=1}^D \sum_{l=1}^D \frac{R_d^{D-1} r_l^{k-1-\mathbf{m}D} \left( 1 - \left( \frac{R_d}{r_l^{\mathbf{m}}} \right)^{\lfloor \frac{k-D}{\mathbf{m}} \rfloor - D + 1} \right)}{\left( 1 - \frac{R_d}{r_l^{\mathbf{m}}} \right) \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq d}}^D (R_d - R_j) \prod_{\substack{q=1, \\ q \neq l}}^D (r_l - r_q)}. \quad (6.29)$$

Распределение вероятности времени ожидания сквозной квитанции с учетом наличия в (6.29) функции целой части определится следующим образом:

$$P(S, 1, D) = \sum_{k=D\mathbf{m}+D}^S f(k, 1, D) = \sum_{i=D}^{\lfloor \frac{S-D+1}{\mathbf{m}} \rfloor - 1} \sum_{j=D}^{D+\mathbf{m}-1} f(\mathbf{m}i + j, 1, D) + \\ + \sum_{j=D}^{S-\mathbf{m}\lfloor \frac{S-D+1}{\mathbf{m}} \rfloor} f\left(\mathbf{m} \left\lfloor \frac{S-D+1}{\mathbf{m}} \right\rfloor + j, 1, D\right). \quad (6.30)$$

Выполнив суммирование, в случае статистически неоднородного виртуального соединения получаем

$$\begin{aligned}
P(S, 1, D) &= \prod_{d=1}^D (1-R_d)(1-r_d) \sum_{d=1}^D \sum_{l=1}^D \left\{ 1 - r_l^{S-\mathbf{m}D-D+1} - \frac{R_d/r_l^{\mathbf{m}}}{1-R_d} \times \right. \\
&\times \left. \left( 1 - r_l^{\mathbf{m}} + R_d^{\left[\frac{S-D+1}{\mathbf{m}}\right]-D} \left( r_l^{\mathbf{m}} - R_d - (1-R_d)r_l^{S-\mathbf{m}\left[\frac{S-D+1}{\mathbf{m}}\right]-D+1} \right) \right) \right\} \times \\
&\times \frac{R_d^{D-1} r_l^{D-1}}{(1-r_l) \left(1 - \frac{R_d}{r_l^{\mathbf{m}}}\right) \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq d}}^D (R_d - R_j) \prod_{\substack{q=1, \\ q \neq l}}^D (r_l - r_q)}.
\end{aligned}$$

Соотношение для ненормированного среднего времени ожидания квитанции записывается в виде:

$$\begin{aligned}
\bar{s}(S, 1, D) &= \sum_{k=\mathbf{m}D+D}^S k f(k, 1, D) = \left\{ \sum_{j=D}^{S-\mathbf{m}\left[\frac{S-D+1}{\mathbf{m}}\right]} \sum_{j=D}^{D+\mathbf{m}-1} (\mathbf{m}i + j) \times \right. \\
&\times f(\mathbf{m}i + j, 1, D) + \sum_{j=D}^{S-\mathbf{m}\left[\frac{S-D+1}{\mathbf{m}}\right]} \left( \mathbf{m} \left[ \frac{S-D+1}{\mathbf{m}} \right] + j \right) \times \\
&\times \left. f\left(\mathbf{m} \left[ \frac{S-D+1}{\mathbf{m}} \right] + j, 1, D\right) \right\} / P(S, 1, D). \quad (6.31)
\end{aligned}$$

Или окончательно:

$$\begin{aligned}
\bar{s}(S, 1, D) &= \prod_{d=1}^D (1-R_d)(1-r_d) \sum_{d=1}^D \sum_{l=1}^D \left\{ \left( \mathbf{m}D+D + \frac{r_l}{1-r_l} + \frac{\mathbf{m}R_d}{1-R_d} - \right. \right. \\
&- R_d^{\left[\frac{S-D+1}{\mathbf{m}}\right]-D+1} \left( D + \frac{r_l}{1-r_l} + \frac{\mathbf{m}}{1-R_d} + \mathbf{m} \left[ \frac{S-D+1}{\mathbf{m}} \right] \right) \left. \right) \frac{1 - \frac{R_d}{r_l^{\mathbf{m}}}}{1 - R_d} - \\
&- \left( S + \frac{1}{1-r_l} \right) \left( 1 - \frac{1}{r_l} R_d^{\left[\frac{S-D+1}{\mathbf{m}}\right]-D+1} \right) r_l^{S-\mathbf{m}D-D+1} \left. \right\} \times \\
&\times \frac{R_d^{D-1} r_l^{D-1}}{(1-r_l) \left(1 - \frac{R_d}{r_l^{\mathbf{m}}}\right) \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq d}}^D (R_d - R_j) \prod_{\substack{q=1, \\ q \neq l}}^D (r_l - r_q)}.
\end{aligned}$$

Перейдем к рассмотрению процесса сквозной передачи информационного пакета по статистически однородному многозвенному виртуальному соединению. Согласно (6.28) функция вероятности времени ожидания сквозной квитанции при  $D = 2$  имеет вид:

$$f(k, 1, 2) = \frac{(1-R)^2(1-r)^2}{(1-R/r^m)^3} r^{k-2m+2} \left\{ \left( (k-1) \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) - 2m \right) \times \right. \\ \times \left( 1 - \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\left[ \frac{k-2}{m} \right]} - \left[ \frac{k-2}{m} \right] \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\left[ \frac{k-2}{m} \right] - 1} \right) + \\ \left. + 2m \frac{\left[ \frac{k-2}{m} \right] \left( \left[ \frac{k-2}{m} \right] - 1 \right)}{2} \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right)^2 \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\left[ \frac{k-2}{m} \right] - 1} \right\}. \quad (6.32)$$

Отсюда с учетом (6.1)–(6.5) для функции вероятностей  $f(k, 1, 3)$  имеем

$$f(k, 1, 3) = \frac{(1-R)^3(1-r)^3}{(1-R/r^m)^5} r^{k-3m+3} \left\{ \binom{k-1}{2} \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right)^2 - \right. \\ - \frac{3}{2} m \left( (2k-3) \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) - m \left( 3 + \frac{R}{r^m} \right) \right) \left\{ 1 - \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\left[ \frac{k-3}{m} \right] - 2} \times \right. \\ \times \left. \left( 1 - \left( \left[ \frac{k-3}{m} \right] - 2 \right) \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) - \left( \left[ \frac{k-3}{m} \right] - 1 \right) \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right)^2 \right) \right\} + \\ + \frac{3}{2} m \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right)^3 \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\left[ \frac{k-3}{m} \right] - 2} \left( \left[ \frac{k-3}{m} \right] \right) \left\{ (2k-3) \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) - \right. \\ \left. - m \left( 4 + \left[ \frac{k-3}{m} \right] \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) \right) \right\} \right\}.$$

Из (6.24), (6.32) и данного выражения видно, что структурная сложность функции вероятностей стремительно нарастает с ростом  $D$  и общий вид  $f(k, 1, D)$  для произвольной длины тракта передачи данных найти не удастся.

Теперь найдем функцию распределения вероятности задержки пакета в многозвенном тракте передачи данных и среднее время

ожидания квитанции отправителем при условии ее получения за длительность тайм-аута  $S$  для  $D = 2$ . По определению (6.30) получаем

$$\begin{aligned}
 P(S, 1, 2) = & 1 - \frac{(1-R)(1-r)^3}{(1-R/r^m)^3} (r^m)^{\lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 2} \left\{ (1-R) \left\{ \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) \times \right. \right. \\
 & \times \left( \frac{1}{1-r} - m \left( \left[ \frac{S-1}{m} \right] - 1 \right) \left( \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} - \left( 1 + \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} \right) \times \right. \right. \\
 & \times r^{S-m \lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} - \left. \left. \left( 1 - \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} \left( 1 - \left( \left[ \frac{S-1}{m} \right] - 1 \right) \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) \right) \right) \right) \times \right. \\
 & \times \left( (1-r)^{S-m \lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 2} - \left( S - m \left[ \frac{S-1}{m} \right] - 1 \right) r^{S-m \lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} \right) - \\
 & - m \left( 1 + \frac{R}{r^m} \right) \left( \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} + \left( 1 - \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} \right) r^{S-m \lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} \right) \left. \right\} + \\
 & + \left( \frac{R}{r^m} \right)^{\lfloor \frac{S-1}{m} \rfloor - 1} \left\{ \left( 1 + \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) \left( \frac{1}{1-R} + \left[ \frac{S-1}{m} \right] - 2 \right) \right) \left( m(1-R) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1-r^m}{1-r} \left( 1 - \frac{R}{r^m} \right) \right) + m(1-r^m) \frac{R}{r^m} \right\}.
 \end{aligned}$$

Для ненормированного среднего времени ожидания квитанции из (6.31) имеем

$$\begin{aligned}
 \bar{s}(S, 1, D) = & \frac{2}{1-r} + \frac{2m}{1-R} - \frac{2r^{mZ-m}}{(1-r)(1-Q)^2} A_1 + m \frac{(1-r)r^{mZ-m}}{(1-Q)^3} A_2 - \\
 & - m^2 \frac{(1-r)(1-R)^2 r^{mZ-m}}{(1-Q)^3} A_3 + \frac{(1-r)(1-R)^2 r^{mZ-m-1}}{(1-Q)^3} A_4,
 \end{aligned}$$

$$Z = \left[ \frac{S-1}{m} \right] - 1, \quad Q = \frac{R}{r^m},$$

$$A_1 = \left\{ (1-R)^2 - Q^Z (1-r^m) \left( 1-R + (1-Q) (1 + (Z-1)(1-R)) \right) \right\},$$

$$A_3 = (Z+1) \left\{ 2(Q - Q^S) - (Z-1)(1-Q)(1+Q^Z) \right\},$$

$$A_2 = \left\{ (1-R) \left( 1 + (Q + (Z-2)(1-Q)) \left( 1 + \frac{2}{1-r} \right) \right) - Q^Z \times \right. \\ \times \left( (1-2R+Q) \left( 1 + \frac{2}{1-r} \right) - 2 \frac{1-r^m}{1-r} + (1-Q) \left( \frac{1}{1-R} - Z + 1 \right) \right) \times \\ \times \left( 1 - R + 2 \frac{(1-Q)((1-R)r^m - 1 + r^m)}{(1-R)(1-r)} \right) + Z(Z-1) \times \\ \left. \times \frac{(1-Q)^2(1-r^m)}{1-r} \right\},$$

$$A_4 = \left\{ (1-Q)(1-Q^Z - Z(1-Q)Q^Z) \left( \frac{2r}{(1-r)^2} - r^{S-mZ-m} \times \right. \right. \\ \times \left. \left( \frac{2r}{(1-r)^2} - S + \left( \frac{2r}{1-r} + S \right) (S - mZ - m) \right) \right) + \\ + m \frac{r - r^{S-mZ-m}}{1-r} \left( Z(1-Q)(2 - (Z+1)(1-Q)Q^Z) - 2Q(1-Q^Z) \right) - \\ - m \left( Z(1-Q)(1+Q^Z) - (1+Q)(1-Q^Z) \right) \times \\ \left. \times \left( r(mZ + m + 1) + S r^{S-mZ-m} \right) \right\}.$$

Теперь нетрудно найти среднюю сквозную задержку пакета  $T(1, D, S)$ , определяемую выражением (6.26) при  $N = D$ . Для статистически неоднородного виртуального соединения при минимально допустимом размере тайм-аута  $S = D(m+1)$  задержка принимает вид:

$$\bar{T}(1, D, S) = \frac{D(m+1)}{\prod_{d=1}^D (1-R_d)(1-r_d)}.$$

При неограниченной длительности тайм-аута ( $S \rightarrow \infty$ ) средняя сквозная задержка составляет сумму средних задержек информационного пакета и квитанции в каждом звене прямого и обратного

трактов передачи данных соответственно:

$$\bar{T}(1, D, S) = \sum_{d=1}^D \left\{ \frac{\mathbf{m}}{1 - R_d} + \frac{1}{1 - r_d} \right\}.$$

В случае однородного виртуального соединения и переноса квитанций в информационных пакетах встречного потока, что соответствует значениям параметров  $\mathbf{m} = 1$  и  $R_d = r_d = R$ , данные соотношения приводят к известным результатам:

$$\bar{T}(1, D, D) = 2D/(1 - R)^{2D} \quad \text{и} \quad \bar{T}(1, D, \infty) = 2D/(1 - R).$$

Отметим, что неоднородность условий передачи информационного потока и сквозных подтверждений, обусловленная различием длин информационных и служебных пакетов, дает значительное структурное усложнение соотношений для вероятностно-временных характеристик виртуального канала по сравнению с аналогичными зависимостями, полученными в разд. 6.3 для однородного случая. Однако найденные операционные показатели имеют преемственность к известным результатам и на границах области определения принимают прозрачный, хорошо интерпретируемый вид. Выражения для средней сквозной задержки и функции распределения времени сквозной доставки данных могут служить инструментом инженерного анализа реальных сетевых структур и расчета длительностей тайм-аута, обеспечивающих заданный уровень вероятности потерь или средней сквозной задержки.

Отметим, кроме того, что возможно обобщение полученных соотношений на случай переноса квитанций в смешанном трафике встречного потока, когда с некоторой заданной вероятностью  $q$  они поступают в информационных пакетах, а с обратной вероятностью  $1 - q$  — в служебных. При этом данные вероятности могут интерпретироваться как доли потоков информационных и служебных пакетов во входящем трафике.

### 6.5. Выбор длительности тайм-аута ожидания сквозной квитанции

В качестве критерия для поиска размера тайм-аута удобно использовать заданный уровень вероятности повторной передачи данных (неполучения подтверждения)  $1 - P(S, 1, D)$  или  $1 - P(S, N, 1)$ . В общем случае выбор тайм-аута следует планировать в предположении переноса квитанций в информационных пакетах встречного потока, поскольку априори неизвестно, в каких протокольных блоках поступит подтверждение. Тогда для вероятности повторной передачи в однородном тракте виртуального соединения справедливо

$$1 - P(S, N, D) = \sum_{i=0}^{l-1} \binom{S}{i} (1-R)^i R^{S-i}. \quad (6.33)$$

При  $l = N + 1$  и  $D = 1$  эта зависимость определяет вероятность потери мультипакетного сообщения размера  $N$  в однозвенном виртуальном соединении, а при  $l = 2D$  и  $N = 1$  — вероятность потери информационного пакета в тракте длины  $D$ . При  $l = 1$  отсюда нетрудно получить искомую длительность тайм-аута  $S$ , выраженную в интервалах размера  $T$ :

$$S_0 = \left\lceil \frac{\ln f}{\ln R} \right\rceil, \quad (6.34)$$

где  $f$  — заданный уровень вероятности повторной передачи, а  $\lceil \cdot \rceil$  означает, как и прежде, округление до большего целого. Для  $l \geq 2$  в силу монотонности функции потерь можно предложить итеративную процедуру расчета, в которой длительность тайм-аута на  $j$ -м шаге  $S_0(j)$ , найденная из (6.33) фиксацией коэффициентов при показательных функциях, определяется выражением:

$$S_0(j) = \left\lceil \frac{1}{\ln R} \left( \ln f - \ln \sum_{i=0}^{l-1} \binom{S_0(j-1)}{i} \left( \frac{1-R}{R} \right)^i \right) \right\rceil.$$

В качестве начального приближения  $S_0(0)$  можно использовать соотношение (6.34). Критерием останова итеративного процесса в силу целочисленности  $S_0(j)$  является совпадение длительностей тайм-аута в двух последовательных итерациях.

## 6.6. Анализ передачи мультипакетного сообщения по многозвенному виртуальному каналу

В предыдущих разделах предложен подход к анализу операционных характеристик процесса передачи одиночных пакетов и мультипакетных сообщений в многозвенном и однозвенном трактах передачи данных соответственно при переносе сквозных квитанций в информационных и служебных пакетах встречного потока.

Дальнейшим развитием и обобщением этих результатов является изучение процесса конвейерного переноса мультипакетных сообщений в многозвенных трактах с искажениями на отдельных участках переприема. В данном разделе предложен подход к построению распределения времени передачи двух- и трехпакетного сообщения в виртуальном канале, состоящем из двух и трех участков переприема с искажениями, на основе которого проводится анализ влияния длительности сквозного тайм-аута неприема квитанции на операционные характеристики процесса транспортировки данных [69, 215].

### 6.6.1. Вероятностно-временные характеристики процесса доставки сообщения адресату

Рассмотрим процесс передачи сообщения, состоящего из  $N$  пакетов, в виртуальном соединении длины  $D \geq 2$ . Будем полагать, что информационные пакеты сообщения и квитанции, переносимые в информационных пакетах встречного потока, передаются, как и прежде, согласно управляющей процедуре стартстопного протокола. Вероятность искажения  $n$ -го пакета сообщения на  $d$ -м участке переприема по-прежнему будем обозначать через

$R_{nd}$ ,  $n = \overline{1, N}$ ,  $d = \overline{1, D}$ . Тогда время безошибочной передачи  $n$ -го пакета по  $d$ -му межузловому соединению является случайной величиной, кратной длительности цикла  $T$  и распределенной по геометрическому закону с параметром  $1 - R_{nd}$ . Предполагается также, что отправка пакета на каждом участке переприема виртуального канала начинается только после того, как он без искажений был передан по предыдущему участку соединительного пути.

Найдем вероятность передачи мультипакетного сообщения адресату по многозвенному виртуальному каналу ровно за  $k \geq N + D - 1$  интервалов длительности  $T$ . Определим данную функцию вероятностей  $p(k, N, D)$  через вероятности искажений  $R_{nd}$  для набора параметров  $N = 2$ ,  $D = 2$ . Поскольку процесс передачи первого и второго пакетов сообщения на втором и первом участках переприема соответственно совмещены, то возможны два варианта развития событий, когда первый пакет на втором участке передан либо до, либо после завершения передачи второго пакета в первом звене:

$$p(k, 2, 2) = \prod_{d=1}^{2,2} (1 - R_{nd}) \sum_{i=0}^{k-3} R_{11}^i \sum_{j=0}^{k-3-i} R_{21}^j \times \\ \times \left\{ \sum_{p=0}^{j-1} R_{12}^p R_{22}^{k-3-i-j} + \sum_{l=0}^{k-3-i-j} R_{12}^{j+l} R_{22}^{k-3-i-j-l} \right\}.$$

Для статистически однородного тракта передачи данных и однородного информационного потока ( $R_{nd} = R$ ,  $n = 1, 2$ ,  $d = 1, 2$ ) данная зависимость вероятностей времени доставки сообщения удаленному абоненту с использованием выражений конечных сумм показательных-степенных функций (6.1)–(6.4) преобразуется к следующему виду:

$$p(k, 2, 2) = (1 - R)^3 R^{k-3} \left( 2 \binom{k-1}{2} - \right. \\ \left. - (k-2) \frac{1+R}{1-R} + \frac{R(1+R)(1-R^{k-2})}{(1-R)^2} \right).$$

Для наборов параметров  $N = 3$ ,  $D = 2$  и  $N = 2$ ,  $D = 3$  вариативность развития событий еще выше, поскольку при этом усиливается конвейерный эффект совмещения передач различных пакетов сообщения на различных участках пути:

$$\begin{aligned}
 p(k, 3, 2) &= \prod_{\substack{n, \\ d=1}}^{3,2} (1 - R_{nd}) \sum_{i=0}^{k-4} R_{11}^i \sum_{j=0}^{k-4-i} R_{21}^j \sum_{l=0}^{k-4-i-j} R_{31}^l \left\{ \sum_{p=0}^{j-1} R_{12}^p \times \right. \\
 &\times \left( \sum_{g=0}^{l-1} R_{22}^g R_{32}^{k-4-i-j-l} + \sum_{g=0}^{k-4-i-j-l} R_{22}^{g+l} R_{32}^{k-4-i-j-l-g} \right) + \sum_{p=0}^{l-1} R_{12}^{p+j} \times \\
 &\times \left( \sum_{g=0}^{l-1-p} R_{22}^g R_{32}^{k-4-i-j-l} + \sum_{g=0}^{k-4-i-j-l} R_{22}^{g+l-p} R_{32}^{k-4-i-j-l-g} \right) + \\
 &\quad \left. + \sum_{p=0}^{k-4-i-j-l} R_{12}^{p+j+l} \sum_{g=0}^{k-4-i-j-l-p} R_{22}^g R_{32}^{k-4-i-j-l-p-g} \right\}; \\
 p(k, 2, 3) &= \prod_{\substack{n, \\ d=1}}^{2,3} (1 - R_{nd}) \sum_{i=0}^{k-4} R_{11}^i \sum_{j=0}^{k-4-i} R_{21}^j \left\{ \sum_{p=0}^{j-1} R_{12}^p \sum_{l=0}^{k-4-i-j} R_{22}^l \times \right. \\
 &\times \left( \sum_{g=0}^{j-p+l-1} R_{13}^g R_{23}^{k-4-i-j-l} + \sum_{g=0}^{k-4-i-j-l} R_{13}^{l+g+j-p} R_{23}^{k-4-i-j-l-g} \right) + \\
 &+ \sum_{p=0}^{k-4-i-j} R_{12}^{j+p} \sum_{l=0}^{k-4-i-j-p} R_{22}^l \left( \sum_{g=0}^{l-1} R_{13}^g R_{23}^{k-4-i-j-p-l} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{g=0}^{k-4-i-j-p-l} R_{13}^{l+g} R_{23}^{k-4-i-j-p-l-g} \right) \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

При  $R_{nd} = R$ , применяя соотношения (6.1)–(6.5), нетрудно убедиться в том, что данные соотношения совпадают:

$$\begin{aligned}
 p(k, 3, 2) &= P(k, 2, 3) = (1 - R)^4 R^{k-4} \left\{ 3 \binom{k-1}{3} - \right. \\
 &\left. - 2 \binom{k-2}{2} \frac{1+R}{1-R} \left( 1 + \frac{R^{k-2}}{2} \right) + (k-2) \frac{R(1+2R)(1-R^{k-3})}{(1-R)^2} \right\}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, имеет место пространственно-временная симметрия процесса информационного переноса однородного потока пакетов в статистически однородном тракте передачи данных, заключающаяся в инвариантности вероятностно-временных характеристик процесса доставки мультипакетных сообщений в многозвенных виртуальных каналах к взаимно симметричным значениям  $N$  и  $D$ .

Получим аналитическую зависимость для функции распределения времени доведения сообщения до адресата. Из определения

$$P(S, N, D) = \sum_{k=N+D-1}^S p(N, D, k)$$

для рассматриваемых значений  $N$  и  $D$  справедливо

$$\begin{aligned} P(S, 2, 2) &= (1 - R^S)(1 - R^{S-2}) - S(S-2)(1 - R)^2 R^{S-2}; \\ P(S, 3, 2) &= P(S, 2, 3) = (1 - R^{S-3})(1 - 3R^{S-1} + 2R^S) - \\ &- (S-3)(1 - R)^3 R^{S-3} \left\{ \frac{S}{2} \left( S - 1 - \frac{1}{1 - R} \right) + \right. \\ &\left. + \frac{1 + R^2}{(1 - R)^2} - \frac{R^{S-1}}{1 - R} \left( \frac{S}{2} - \frac{1 + R}{1 - R} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться в том, что при  $S = N + D - 1$  вероятность доставки сообщения равна  $P(S, 3, 2) = (1 - R)^6$ , а в случае неограниченного  $S$  получение сообщения абонентом является детерминированным событием.

Найдем среднее время  $\bar{N}(S, N, D)$  доставки сообщения до адресата за время  $S$  при условии получения его удаленным абонентом:

$$\bar{N}(S, N, D) = \frac{\bar{n}(S, N, D)}{P(S, N, D)}, \quad \bar{n}(S, N, D) = \sum_{k=N+D-1}^S kp(k, N, D). \quad (6.35)$$

Для значений  $N = D = 2$  отсюда получаем

$$\bar{n}(S, 2, 2) = \frac{1 - R^{S-2}}{1 - R^2} \left( 3 + 4R - (3 - 2R^2)R^S \right) - \\ - (S - 2)R^{S-2} \left( S(1 - R)(1 + S(1 - R)) + (1 + R)^2 - R^S \right).$$

При  $N = 3, D = 2$  и  $N = 2, D = 3$  из (6.35) имеем

$$\bar{n}(S, 3, 2) = \bar{n}(S, 2, 3) = \frac{1 - R^{S-3}}{1 - R} \left( 4 + \frac{2R}{1 + R} - \frac{R^2}{(1 + R)^3} - \right. \\ \left. - R^{S-1} \frac{12 + 16R - 10R^2 - 18R^3 + 3R^4 + 6R^5}{(1 + R)^3} \right) - (S - 3) \times \\ \times (1 - R)^3 R^{S-3} \left( \frac{(S - 3)^3}{2} + 4(S - 3)^2 + (S - 3) \times \right. \\ \left. \times \frac{21 - 38R + 23R^2}{2(1 - R)^2} + \frac{11 - 20R + 29R^2 - 14R^3}{(1 - R)^3} \right) + \\ + (S - 3)(1 - R)^2 R^{2S-4} \left( \frac{(S - 3)^2}{2} + (S - 3) \frac{9 + 4R - 4R^2}{2(1 - R^2)} + \right. \\ \left. + \frac{26 + 24R - 19R^2 - 16R^3 + 3R^4}{2(1 - R^2)^2} \right).$$

Для минимального значения  $S = D + N - 1$  среднее условное время доведения сообщения до адресата совпадает с длительностью тайм-аута. При  $S \rightarrow \infty$  среднее время доставки сообщения принимает вид:

$$\bar{N}(\infty, 2, 2) = \frac{3}{1 - R} + \frac{R}{1 - R^2}; \quad (6.36)$$

$$\bar{N}(\infty, 3, 2) = \bar{N}(\infty, 2, 3) = \frac{4}{1 - R} + \frac{R}{1 - R^2} \left( 2 - \frac{R}{(1 + R)^2} \right). \quad (6.37)$$

Таким образом, в случае неограниченной длительности тайм-аута среднее время  $\bar{N}(\infty, N, D)$  определяется суммой средних задержек пакетов в детерминированном конвейере (см. разд. 5.2.1) при времени передачи в каждой фазе, равной средней задержке пакета в отдельном звене  $1/(1 - R)$ , и величины, пропорциональной интенсивности искажений:  $R/(1 - R^2)$ .

### 6.6.2. Анализ сквозных операционных показателей передачи сообщения

Получим зависимость для вероятности доставки сообщения длины  $N$  абоненту, удаленному от отправителя на  $D$  участков переприема, и получения сквозной квитанции, упакованной в информационном пакете, ровно за  $k \geq N + 2D - 1$  интервалов длительности  $T$ . Данная характеристика определяется множеством всех вариантов произведения вероятности доведения сообщения до адресата и вероятности получения источником уведомления об успешности акта передачи за указанное время:

$$f(k, N, D) = \sum_{i=N+D-1}^{k-D} p(i, N, D)p(k-i, 1, D).$$

Для рассматриваемых значений набора параметров  $N$  и  $D$  функция вероятностей времени сквозной передачи имеет вид:

$$f(k, 2, 2) = (1-R)^5 R^{k-5} \left\{ 2 \binom{k-1}{4} - \binom{k-2}{3} \frac{R(1+R)}{(1-R)^2} - \right. \\ \left. - (k-3) \frac{R^2(1+R)}{(1-R)^3} + \frac{R^2(1+R)}{(1-R)^4} (1-R^{k-3}) \right\};$$

$$f(k, 3, 2) = (1-R)^6 R^{k-6} \left\{ 3 \binom{k-1}{5} - 2 \binom{k-2}{4} \frac{1+R}{1-R} + \right. \\ + \frac{k}{3} \binom{k-4}{2} \frac{R(1+2R)}{(1-R)^2} + \frac{R^2(1-R^{k-5})}{(1-R)^4} \times \\ \times \left( \frac{3+7R+2R^2}{1-R} - (k-4)(3+4R-2R^2) \right) - \\ \left. - \frac{(k-5)R^{k-3}}{(1-R)^3} \left( \frac{3+7R+2R^2}{1-R} + (k-4) \frac{R(1-R)}{2} \right) \right\};$$

$$\begin{aligned}
f(k, 2, 3) = & (1 - R)^7 R^{k-7} \left\{ 3 \binom{k-1}{6} - 2 \binom{k-2}{5} \frac{1+R}{1-R} + \frac{k+1}{4} \times \right. \\
& \times \left( \binom{k-4}{3} \frac{R(1+2R)}{(1-R)^2} - \frac{R^2(1-R^{k-6})}{(1-R)^4} \left( \frac{R(6+12R+3R^2)}{(1-R)^2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - (k-5) \left( \frac{3+7R+2R^2}{1-R} - (k-4) \frac{3+4R-2R^2}{2} \right) \right) + \right. \\
& \left. + \frac{(k-6)R^{k-4}}{(1-R)^4} \left( \frac{R(6+12R+3R^2)}{1-R} - (k-5) \frac{3+4R-3R^2}{2} \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Теперь найдем вероятность сквозной передачи мультипакетного сообщения за заданное время  $S \geq N + 2D - 1$ :

$$F(S, N, D) = \sum_{k=N+2D-1}^S f(k, N, D).$$

Окончательно функция распределения времени сквозной передачи при различных  $N$  и  $D$  принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
F(S, 2, 2) = & (1 - R^{S-4})(1 - R^S) - \\
& - \frac{S(S-4)}{12} (1 - R)^4 R^{S-4} \left( (S-2)^2 + 3 \frac{(1+R)^2}{(1-R)^2} \right); \\
F(S, 3, 2) = & (1 - R^{S-5})(1 - 10R^{S-1} + 2R^S) + (S-5)(1 - R)^2 \times \\
& \times R^{2S-6} \left( \frac{S-4}{2} + \frac{4}{1-R} \right) - (S-5)(1 - R)^5 R^{S-5} \times \\
& \times \left( \frac{(S-5)^4}{40} + \frac{(S-5)^3(7-8R)}{24(1-R)} + \frac{(S-5)^2(31-64R+41R^2)}{24(1-R)^2} + \right. \\
& + \frac{(S-5)(65-158R+217R^2-100R^3)}{24(1-R)^3} + \\
& \left. + \frac{161+309R+541R^2-859R^3+286R^4}{60(1-R)^4} \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F(S, 2, 3) = & (1 - R^{S-6})(1 + 15R^{S-1} - 2R^S) - (S - 6)(1 - R)^2 \times \\
& \times R^{2S-7} \left( \frac{S-5}{2} + \frac{5}{1-R} \right) - (S - 6)(1 - R)^6 R^{S-6} \times \\
& \times \left( \frac{(S-6)^4(17-19R)}{240(1-R)} + \frac{(S-6)^3(23-48R+29R^2)}{48(1-R)^2} + \right. \\
& + \frac{(S-6)^5}{240} + \frac{(S-6)^2(279-215R+265R^2-113R^3)}{48(1-R)^3} + \\
& + \frac{S-6}{120(1-R)^4} \left( 362 - 1023R + 1727R^2 - 1833R^3 + 587R^4 \right) + \\
& \left. + \frac{167 - 352R + 668R^2 - 982R^3 + 1343R^4 - 304R^5}{60(1-R)^5} \right).
\end{aligned}$$

Найдем среднее время ожидания сквозной квитанции за время тайм-аута  $S \geq N + 2D - 1$  при условии ее получения отправителем сообщения:

$$\bar{s}(S, N, D) = \frac{\bar{s}(S, N, D)}{F(S, N, D)}, \quad (6.38)$$

$$\bar{s}(S, N, D) = \sum_{k=N+2D-1}^S kf(k, N, D).$$

Отсюда, используя выражения (6.1)–(6.11), получаем зависимости среднего условного времени ожидания сквозной квитанции:

$$\begin{aligned}
\bar{s}(S, 2, 2) = & \frac{1 - R^{S-4}}{1 - R} \left( 5 + \frac{R}{1+R} - R^S \frac{5 - 4R^2}{1+R} \right) + (S - 4)R^{2S-4} - \\
& - (S - 4) \frac{(1 - R)^4 R^{S-4}}{12} \left( (S - 4)^4 + (S - 4)^3 \frac{13 - 12R}{1 - R} + \right. \\
& + (S - 4)^2 \frac{63 - 102R + 55R^2}{(1 - R)^2} + \\
& + \frac{S - 4}{(1 - R)^3} \left( 143 - 268R + 269R^2 - 120R^3 \right) + \\
& \left. + \frac{152 - 218R + 272R^2 - 258R^3 + 124R^4}{(1 - R)^4} \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{s}(S, 3, 2) &= \frac{1 - R^{S-5}}{1 - R} \left( 6 + \frac{2R}{1 + R} - \frac{R^2}{(1 + R)^3} - \frac{R^{S-1}}{(1 + R)^3} \times \right. \\
&\quad \times \left( 60 + 108R - 9R^2 - 98R^3 - 30R^4 + 10R^5 \right) + \frac{(S-5)(1-R)^2}{2} \times \\
&\quad \times R^{2S-6} \left( (S-5)^2 + (S-5) \frac{15 + 8R - 6R^2}{1 - R^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{74 + 84R - 37R^2 - 44R^3 + 5R^4}{(1 - R^2)^2} \right) - (S-5)(1-R)^5 R^{S-5} \times \\
&\quad \times \left( \frac{(S-5)^5}{40} + (S-5)^4 \frac{53 - 55R}{120(1-R)} + (S-5)^3 \frac{73 - 144R + 81R^2}{24(1-R)^2} + \right. \\
&\quad \left. + (S-5)^2 \frac{251 - 663R + 757R^2 - 305R^3}{24(1-R)^3} + \right. \\
&\quad \left. + (S-5) \frac{1136 - 3139R + 5336R^2 - 4869R^3 + 1536R^4}{60(1-R)^4} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{513 - 1012R + 2018R^2 - 3557R^3 + 3173R^4 - 775R^5}{30(1-R)^5} \right); \\
\bar{s}(S, 2, 3) &= \frac{1 - R^{S-6}}{1 - R} \left( 7 + \frac{2R}{1 + R} - \frac{R^2}{(1 + R)^3} + \frac{R^{S-1}}{(1 + R)^3} \times \right. \\
&\quad \times \left( 105 + 196R - 7R^2 - 177R^3 - 66R^4 + 12R^5 \right) - \frac{(S-6)(1-R)^2}{2} \times \\
&\quad \times R^{2S-7} \left( (S-6)^2 + (S-6) \frac{18 + 10R - 7R^2}{1 - R^2} + \frac{1}{(1 - R^2)^2} \times \right. \\
&\quad \times \left( 107 + 126R - 49R^2 - 64R^3 + 6R^4 \right) \left. \right) - (S-6)(1-R)^6 \times \\
&\quad \times R^{S-6} \left( \frac{(S-6)^6}{240} + \frac{(S-6)^5(24 - 25R)}{240(1-R)} + \frac{(S-6)^4}{240(1-R)^2} \times \right. \\
&\quad \times \left( 234 - 469R + 259R^2 \right) + (S-6)^3 \frac{240 - 669R + 740R^2 - 287R^3}{48(1-R)^3} + \\
&\quad \left. + \frac{(S-6)^2(3489 - 11291R + 18279R^2 - 15161R^3 + 456R^4)}{240(1-R)^4} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{S-6}{120(1-R)^5} \left( 2868 - 9007R + 17903R^2 - 23667R^3 + \right. \\
& + 17293R^4 - 4130R^5 \left. \right) + \frac{1}{120(1-R)^6} \left( 2458 - 5340R + \right. \\
& \left. + 11448R^2 - 19192R^3 + 28337R^4 - 21600R^5 + 3888R^6 \right).
\end{aligned}$$

Проанализируем среднюю сквозную задержку мультипакетного сообщения. Время процедурного цикла сквозной передачи данных состоит из времени доведения сообщения удаленному абоненту и времени получения квитанции источником информации. Поскольку при неполучении квитанции за время тайм-аута отправитель передает сообщение повторно, а число сквозных повторных передач не ограничено, то средняя сквозная задержка, выраженная в количестве интервалов длительности  $T$ , аналогично (6.19) и (6.26) составит

$$\begin{aligned}
\bar{T}(D, N, S) &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (i-1)S + \bar{S}(S, N, D) \right\} \left\{ 1 - F(S, N, D) \right\}^{i-1} \times \\
&\times F(S, N, D) = \frac{S(1 - F(S, N, D))}{F(S, N, D)} + \bar{S}(S, N, D). \quad (6.39)
\end{aligned}$$

При минимальной длительности тайм-аута  $S_m = 2D + N - 1$  средняя сквозная задержка определяется выражением:

$$\bar{T}(D, N, S_m) = \frac{2D + N - 1}{(1-R)^{DN+D}}.$$

При неограниченном росте  $S$  согласно определению (6.39) задержка совпадает с условным средним временем ожидания квитанции (6.38) и приводит к соотношениям:

$$\begin{aligned}
\bar{T}(2, 2, \infty) &= \frac{5}{1-R} + \frac{R}{1-R^2}; \\
\bar{T}(3, 2, \infty) &= \frac{6}{1-R} + \frac{2R}{1-R^2} - \frac{R^2}{(1-R^2)(1-R)^2};
\end{aligned}$$

$$\bar{T}(2, 3, \infty) = \frac{7}{1-R} + \frac{2R}{1-R^2} - \frac{R^2}{(1-R^2)(1-R)^2}.$$

Первое слагаемое в этих выражениях определяет задержку в детерминированном конвейере мультипакетного сообщения и сквозной ответной квитанции при времени передачи в отдельной фазе, равном  $1/(1-R)$  и соответствующем среднему времени передачи пакета в отдельном межузловом соединении. Вклад остальных слагаемых, так же как и в соотношениях (6.36), (6.37), пропорционален  $R$  и  $R^2$ , и для реальных уровней искажений в высококачественных каналах связи ими можно пренебречь.

Т а б л и ц а 6.2

Распределение средней сквозной задержки сообщения от вероятности искажения пакета для размеров тайм-аута, кратных минимальной длительности  $S_M$

$\bar{T}(N, D, S)$	$R$				
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\bar{T}(2, 2, S_M)$	42,50	107,17	320,00	1220,70	6858,71
$\bar{T}(2, 2, 2S_M)$	7,87	10,58	16,83	34,51	105,87
$\bar{T}(2, 2, 3S_M)$	7,87	8,90	11,38	17,09	35,49
$\bar{T}(2, 2, 4S_M)$	7,87	8,81	10,74	14,20	23,46
$\bar{T}(2, 2, \infty)$	7,87	8,81	10,67	13,44	18,04
$\bar{T}(3, 2, S_M)$	104,08	357,22	1536,00	9155	91449,47
$\bar{T}(3, 2, 2S_M)$	9,68	13,48	23,50	57,76	245,55
$\bar{T}(3, 2, 3S_M)$	9,18	10,95	14,10	22,20	53,56
$\bar{T}(3, 2, 4S_M)$	9,17	10,86	13,25	17,62	30,71
$\bar{T}(3, 2, \infty)$	9,17	10,86	13,19	16,66	22,41
$\bar{T}(2, 3, S_M)$	173,47	694,60	3584,00	26702,88	355636,84
$\bar{T}(2, 3, 2S_M)$	11,08	15,36	27,35	72,00	353,52
$\bar{T}(2, 3, 3S_M)$	10,60	12,59	16,04	25,18	63,46
$\bar{T}(2, 3, 4S_M)$	10,60	12,52	15,23	20,03	34,77
$\bar{T}(2, 3, \infty)$	10,60	12,52	15,19	19,16	25,75

Из табл. 6.2 нетрудно видеть, что при двух-трехкратном превышении  $S$  над минимальной длительностью тайм-аута  $S_M$  и  $R \leq 0,5$  значения сквозной задержки практически совпадают

с  $\bar{T}(D, N, \infty)$ . Отсюда следует, что для практических применений при  $S \geq 3S_M$  и низком уровне искажений  $R$  в качестве средней задержки мультипакетного сообщения в многозвенном тракте можно использовать выражение для задержки в детерминированном конвейере с временем передачи в отдельной фазе, равной средней задержке пакета:

$$\bar{T}(D, N, S) \approx \frac{2D + N - 1}{1 - R}.$$

## 6.7. Резюме

1. Построены стохастические модели процесса информационного переноса мультипакетных сообщений в многозвенном виртуальном соединении, отличающиеся учетом конвейерного механизма в передающем тракте с искажениями на отдельных участках переприема. Предложенные модели позволяют анализировать влияние длительности тайм-аута неприема сквозной квитанции на операционные характеристики транспортного протокола.

2. Обнаружено свойство пространственно-временной симметрии стохастического процесса информационного переноса однородного потока пакетов в статистически однородном тракте передачи, проявляющееся в инвариантности вероятностно-временных показателей доставки данных удаленному абоненту к взаимно симметричным значениям размера сообщения  $N$  и длины виртуального канала  $D$ .

3. Установлено, что основной вклад в предельные значения средней сквозной задержки в стохастически однородном тракте, соответствующие неограниченной длительности тайм-аута, вносит время передачи мультипакетного сообщения и получения ответной квитанции в детерминированном конвейере при времени передачи в отдельной фазе, равном средней задержке пакета. Вклад остальных составляющих в сквозную задержку пропорционален интенсивности пакетных искажений  $R$ , которыми для высококачественных каналов связи можно пренебречь.

4. Показано, что при двух-трехкратном превышении размера сквозного тайм-аута над минимальной длительностью  $S_m$  и низком уровне искажений в каналах связи ( $R < 0,5$ ) однородного виртуального соединения для практических расчетов в большинстве случаев можно использовать соотношение для предельной задержки в стохастическом конвейере.

5. Построен итеративный алгоритм выбора длительности тайм-аута ожидания сквозной квитанции по критерию заданного уровня вероятности повторной передачи данных.

6. Предложен метод аналитического вычисления сумм произведения показательных и степенных функций индекса суммирования, используемых при моделировании стохастических конвейерных механизмов информационного переноса.

## Заключение

В соответствии с намеченными направлениями исследований в работе рассмотрены вопросы построения моделей межузловых и виртуальных соединений и разработки аналитических методов расчета операционных характеристик, сетевых и протокольных параметров по различным критериям оптимальности. Поскольку подробные выводы по результатам этих исследований представлены в конце глав, то здесь дадим основные итоги.

1. Из анализа существующих подходов к изучению процессов передачи информации в вычислительной сети выделены наиболее важные факторы, эффекты и структурные особенности различных уровней управления транспортировкой данных, определяющие операционные характеристики подсети связи.

2. Построены замкнутые модели нормальных и асинхронных управляющих процедур линейных протоколов для группового и селективного режимов защиты от ошибок, обобщающие известные частные результаты. Для нормальных процедур обмена показана мультипликативная форма зависимости показателя пропускной способности от факторов искажений в прямом и обратном каналах связи звена передачи данных. Установлено, что предельные возможности режима группового отказа асинхронного протокола в режиме селективного отказа достигаются при ширине окна, равной двум. На основе предложенных моделей получены аналитические оценки оптимальных по критерию пропускной способности межузловых соединений значений длины кадра и ширины окна, имеющие содержательно хорошо интерпретируемую зависимость от параметров протокола, характеристик звена передачи данных и вида трафика. Численное исследование оценок для реальных областей изменения характеристик каналов связи показало их хорошее согласование с оптимальными значениями параметров.

3. Предложены модели двухзвенного сетевого фрагмента, позволяющие анализировать влияние блокировок буферной памяти на операционные характеристики звена передачи данных. Показано, что пропускная способность фрагмента сети не превышает показателя производительности «узкого» звена. Установлено, что для широкой области изменения достоверности передачи данных в канале связи предельные возможности конвейерных процедур достигаются практически при трех-пятикратном превышении емкости буферного накопителя над размером окна. В рамках открытой модели стартстопного протокола найдена оценка оптимальной по критерию пропускной способности длины кадра, учитывающая существующие ограничения на буферную память узлов коммутации. Проведено сравнение описаний фрагмента сети марковскими СМО с дискретным и непрерывным временем. Показано, что в ряде случаев при анализе операционных характеристик межузлового соединения целесообразно совместное использование описаний.

4. Разработана потоковая модель многозвенного тракта передачи данных в виде открытой сети СМО с дискретным временем, отражающая влияние фактора блокировок ограниченного объема буферных накопителей транзитных узлов на пропускную способность и предельную задержку пакетов в виртуальном канале. Показано, что наибольшие значения пропускной способности достигаются при равномерном распределении качественных каналов связи вдоль тракта передачи данных и буферной памяти между транзитными узлами. Обнаружено свойство инвариантности показателя пропускной способности к порядку расположения транзитных узлов с буферной памятью различного объема вдоль тракта.

5. Построены детерминированные конвейерные модели модели процесса передачи мультипакетных сообщений в многозвенных виртуальных каналах, применимые к анализу как сетей со стратегией виртуального соединения, так и дейтаграммных сетей. Обнаружено свойство симметричной инвариантности задержки последовательности пакетов к произвольному порядку следования неоднородности звеньев виртуального канала (пространства)

и информационного потока (времени). Показано, что основной вклад в задержку сообщения вносит участок преприема с наибольшим временем передачи пакета. Сформулированы условия целесообразности фрагментации сообщения. На основе разработанных моделей получены аналитические соотношения для оптимальных (в смысле минимума средней сетевой задержки сообщений пользователей) значений длины кадра однородной и неоднородной сети.

6. С целью совместного учета требований к пропускной способности и задержке абонентских сообщений построен композиционный критерий, на основе которого получены оценки оптимальных значений сетевых параметров, обеспечивающих минимальное среднее время доставки сообщений пользователей по виртуальным соединениям при несущественном отклонении потенциальной пропускной способности межузловых соединений от максимального значения.

7. Исследованы различные стратегии формирования очередей пакетов данных к выходным каналам связи вдоль многозвенного тракта при передаче однородных и неоднородных (по длинам кадров) информационных потоков. Показано, что прямая и инверсная стратегии задают соответственно верхнюю и нижнюю границы диапазона изменения задержки абонентских сообщений в сети передачи данных. Найдены условия инвариантности сквозной задержки сообщения в нагруженной сети к структурным неоднородностям сетевого трафика и виртуальных каналов.

8. Разработаны стохастические конвейерные модели процесса передачи потока пакетов в многозвенном виртуальном соединении, позволяющие анализировать влияние длительности тайм-аута ожидания сквозной квитанции на операционные показатели транспортного протокола. Обнаружена пространственно-временная симметрия процесса стохастического информационного переноса в статистически однородном тракте к взаимно симметричным значениям размера сообщения и длины передающего тракта. Показано, что основной вклад в предельную задержку сообщений вносит составляющая, соответствующая сквоз-

ной задержке сообщения в детерминированном конвейере при времени передачи в отдельной фазе, равном средней задержке пакета в межузловом соединении. Установлено, что при двух-трехкратном превышении длительности тайм-аута над минимальным значением для практических расчетов можно использовать соотношение предельной задержки в стохастическом конвейере. Предложен алгоритм расчета длительности сквозного тайм-аута, обеспечивающей заданный уровень вероятности повторной передачи. Для исследования механизмов дискретного стохастического информационного переноса разработан метод получения аналитических выражений сумм показательных функций индекса суммирования, к вычислению которых сводится расчет вероятностно-временных характеристик виртуальных каналов.

## Литература

1. *Абиссов Ю.А., Трекущенко П.И.* Повышение эффективности скорости передачи данных в сетях с коммутацией сообщений // Техника средств связи. Сер. ТПС. 1982. № 2 (5). С. 35–41.
2. *Абуталиев Ф., Саидахмедов Ш.Х.* Аналитическая модель тракта передачи данных для сети коммутации пакетов // Вычислительные сети коммутации пакетов : тез. докл. Всесоюз. конф. — Рига : Зинатне, 1979. С. 162–166.
3. *Абуталиев Ф., Саидахмедов Ш.Х.* Об одном аналитическом методе оценки коммутации пакетов в сетях // Изв. УзССР. Сер. техн. наук. 1978. № 5. С. 8–11.
4. *Аветов Ю.В., Головин Ю.А.* Формализация и оценка эффективности протокола X.25/2 // Методические материалы и документация по пакетам прикладных программ. Рекомендация МККТТ X.25 и ее применение в информационно-вычислительных сетях. Опыт применения рекомендации X.25. 1983. Вып. 24. С. 146–159.
5. *Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д.* Прикладная статистика: основы моделирования и первичная обработка данных : справочное изд. М. : Финансы и статистика, 1983. 471 с.
6. *Азметов К.* Технология RAID в Windows NT // КомпьютерПресс. 1997. № 7. С. 48–50.
7. *Байбулатов Р.Б., Бедова Л.Ю., Иванушкина Л.И.* Оценка времени передачи сообщения методом дейтаграмм в вычислительной сети // Проблемы МСНТИ/МЦНТИ. 1981. № 2. С. 68–70.

8. *Барабанов С., Коростелин А., Крюков С.* Компьютерные сети: вчера, сегодня, завтра // КомпьютерПресс. 1997. № 2. С. 152–162.
9. *Барабанов С., Коростелин А., Крюков С.* Компьютерные сети: вчера, сегодня, завтра // КомпьютерПресс. 1997. № 3. С. 158–162.
10. *Башарин Г.П., Богуславский Л.Б., Самуйлов К.Е.* О методах расчета пропускной способности сетей связи ЭВМ // Итоги науки и техники. Сер. Электросвязь. 1983. Т. 13. С. 32–106.
11. *Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А.* Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 336 с.
12. *Башарин Г.П., Куренков Б.Е.* Исследование одной системы массового обслуживания с дискретным временем // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1983. Т. 6. С. 26–30.
13. *Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А.* О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи для ЦВМ // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1979. Т. 6. С. 92–99.
14. *Белов В.В., Пылькин А.Н.* Оценка эффективности протоколов управления информационным каналом при зависимых искажениях пакетов // Вычислительные сети коммутации пакетов : тез. докл. 3 Всесоюз. конф. — Рига : Ин-т электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1983. С. 16–18.
15. *Белов С.* Практика построения ведомственных сетей frame relay в России // Сети. 1997. № 5. С. 48–52.
16. *Бертсекас Д., Галлагер Р.* Сети передачи данных. М. : Мир, 1989. 544 с.
17. *Бирюков В.В., Вациллин Э.П.* Динамическая адаптация параметров процедуры управления звеном передачи данных // Информационно-вычислительные сети ЭВМ : материалы семинара. М. : Моск. дом науч.-техн. пропаганды, 1980. С. 136–142.

18. *Бирюков В.В., Вацилин Э.П., Полянский С.Н.* Оценка эффективности процедуры HDLC // Вычислительные сети коммутации пакетов : тез. докл. 3 Всесоюз. конф. — Рига : Ин-т Электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1983. С. 81–85.
19. *Блэж Ю.* Сети ЭВМ: протоколы, стандарты, интерфейсы. М. : Мир, 1990. 510 с.
20. *Богуславский Л.Б.* Управление потоками данных в сетях ЭВМ. М. : Энергоатомиздат, 1984. 168 с.
21. *Богуславский Л.Б., Геленбе Е.* Аналитические модели процедур управления звеном передачи данных сетей ЭВМ с коммутацией пакетов // Автоматика и телемеханика. 1980. № 7. С. 181–192.
22. *Богуславский Л.Б., Кучеров В.П., Столяр А.Л.* Сравнительный анализ протоколов HDLC и DDCMP // 10 Всесоюз. шк.-сем. по вычислительным сетям : тез. докл. — М. — Тбилиси, 1985. Ч. 3. С. 123–128.
23. *Боровихин Е.А., Кортаев И.А.* Анализ функционирования и оптимизация протокола HDLC // Автоматика и вычислительная техника. 1993. № 2. С. 42–51.
24. *Бройтман Д.* Микроархитектура процессора Р6 // Монитор. 1995. № 3. С. 6–11.
25. *Бройтман Д.* Процессор Р6: общий обзор // Монитор. 1995. № 5. С. 8–12.
26. *Бутрименко А.В.* Разработка и эксплуатация сетей ЭВМ. М. : Финансы и статистика, 1981. 256 с.
27. *Бутрименко А.В., Рыков В.В.* Соотношения параметров и эффективность протоколов канального, сетевого и транспортного уровней // Методические материалы и документация по пакетам прикладных программ. Рекомендация МККТТ X.25 и ее применение в информационно-вычислительных сетях. Опыт применения рекомендации X.25. 1983. Вып. 24. С. 176–191.
28. *Валях Е.* Последовательно-параллельные вычисления. М. : Мир, 1985. 456 с.

29. *Васильев В.* Управление информационными потоками в системах поддержки принятия решения // Компьютеры + Программы. 1996. № 5. С. 9–13.
30. *Вейцман К.* Распределенные системы мини- и микро-ЭВМ. М. : Финансы и статистика, 1983. 382 с.
31. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Прикладные задачи теории вероятностей. М. : Радио и связь, 1983. 416 с.
32. *Волобуев В.* Технология ISDN в информационных сетях // Сети. 1997. № 4. С. 14–24.
33. *Волобуев В., Малевский П.* Удаленный доступ по каналам ISDN // КомпьютерПресс. 1996. № 5. С. 119–123.
34. Вычислительные сети и сетевые протоколы / Д.Девис, Д.Барбер, У.Прайс, С.Соломоницес. М. : Мир, 1982. 563 с.
35. *Гойхман Э.Ш., Лосев Ю.И.* Передача информации в АСУ. М. : Связь, 1976. 280 с.
36. ГОСТ 26113-84. Процедуры управления звеном передачи данных. Элементы балансных процедур при одновременной двусторонней передаче информации и защиты от ошибок. М. : Изд-во стандартов, 1984. 50 с.
37. ГОСТ 26556-85. Элементы процедуры передачи информации и форматы пакетов в сетях передачи данных с коммутацией пакетов, ориентированных на виртуальные соединения. М. : Изд-во стандартов, 1985. 33 с.
38. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. : Физматгиз, 1963. 1 100 с.
39. *Громов Г.Р.* Национальные информационные ресурсы: проблемы промышленной эксплуатации. М. : Наука, 1984. 240 с.
40. *Гуров В.В.* Глобальные сети для деловых коммуникаций // Сети и системы связи. 1997. № 6. С. 110–113.
41. *Гуторов В.Л.* Мир TCP/IP. Протоколы для последовательных линий связи // Сети и системы связи. 1996. № 6. С. 84–87.
42. *Дей Д.Дж., Зиммерман Ю.* Эталонная модель взаимосвязи открытых систем (ВОС) // ТИИЭР. 1983. Т. 71, № 12. С. 8–17.

43. *Дженнингс Ф.* Практическая передача данных: модемы, сети и протоколы. М. : Мир, 1989. 272 с.
44. *Дрожжинов В.И., Мямлин А.Н.* Сети коммутации пакетов с интерфейсом X.25 // Методические материалы и документация по пакетам прикладных программ. Рекомендация МККТТ X.25 и ее применение в информационно-вычислительных сетях. Опыт применения рекомендации X.25. 1983. Вып. 24. С. 5–42.
45. *Девис Д., Барбер Д.* Сети связи для вычислительных машин. М.: Мир, 1976. 680 с.
46. *Жожикашвили В.А., Вишневский В.М.* Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ. М. : Радио и связь, 1988. 192 с.
47. *Захаров Г.П., Лохмотко В.В.* Оптимизация структуры сетей передачи данных с коммутацией пакетов : препринт/Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР. М., 1981. 64 с.
48. *Зелигер Н.Б., Чугреев О.С., Яновский Г.Г.* Проектирование сетей и систем передачи дискретных сообщений. М. : Радио и связь, 1984. 176 с.
49. *Зиновьев Э.В., Стрекалев А.А., Рогова О.Е.* Оценка времени задержки на передачу сообщений в сетевых диалоговых системах // Автоматика и вычислительная техника. 1980. № 2. С. 8–12.
50. *Зоркальцев А.В.* Выбор оптимальной ширины окна сети ЭВМ с коммутацией пакетов // Автоматика и вычислительная техника. 1984. № 5. С. 8–13.
51. *Зоркальцев А.В., Назаров А.А.* Асимптотический анализ задержки эшелона кадров в информационном канале сети ЭВМ с коммутацией пакетов // Автоматика и вычислительная техника. 1986. № 5. С. 19–25.
52. *Зоркальцев А.В.* Динамическое оценивание уровня ошибок в информационном канале вычислительной сети пакетной коммутации // Автоматика и вычислительная техника. 1988. № 1. С. 14–23.

53. *Зоркальцев А.В.* Исследование стратегий разделения буферной памяти узла коммутации пакетов // Автоматика и вычислительная техника. 1991. № 6. С. 28–35.
54. *Зоркальцев А.В.* Анализ локального управления потоками в узле коммутации пакетов // Автоматика и вычислительная техника. 1992. № 4. С. 20–27.
55. *Зоркальцев А.В.* Анализ процедур управления потоками в коммутационном узле сети с виртуальными каналами // Автоматика и вычислительная техника. 1993. № 4. С. 35–42.
56. *Ивановский В.Б.* О свойствах выходных потоков в дискретных системах массового обслуживания // Автоматика и телемеханика. 1984. № 11. С. 32–39.
57. *Ивановский В.Б.* Операционный анализ сетей связи с блокировками // Автоматика и вычислительная техника. 1988. № 3. С. 32–38.
58. *Ивановский В.Б.* Метод эквивалентных замен расчета узлов дискретных сетей связи // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 5. С. 58–65.
59. *Ивановский В.Б.* Аналитическое моделирование приоритетных узлов синхронных информационно-вычислительных сетей // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 6. С. 51–56.
60. *Ивановский В.Б.* О дискретных приоритетных системах обслуживания // Автоматика и телемеханика. 1987. № 4. С. 37–44.
61. *Иносэ Х., Сайто Т.* Теоретические аспекты анализа и синтеза сетей пакетной связи // ТИИЭР. 1978. Т. 66, № 11. С. 139–155.
62. Информация без проблем. Информационные ресурсы. М. : Межрегиональный центр коммерческой информации LaricS, 1995. 399 с.
63. Каталог сетевых продуктов // LAN Русское издание. Журнал сетевых решений. 1996. Т. 2. С. 9–240.
64. *Казаков С.И.* Основы сетевых технологий. М. : Микроинформ, 1995. 160 с.

65. *Клейнрок Л.* Вычислительные системы с очередями. М. : Мир, 1979. 600 с.
66. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания. М. : Машиностроение, 1979. 432 с.
67. *Клименко С., Уразметов В.* Internet — среда обитания информационного общества. М. : Протвино, РЦФТИ, 1995. 327 с.
68. *Клименок В.И.* Математическая модель приемника транспортной станции локальной вычислительной сети // Автоматика и вычислительная техника. 1991. № 5. С. 62–69.
69. *Кожшенев В.В., Михеев П.А., Сущенко С.П., Ткачев Р.В.* Влияние конвейерного эффекта на задержку мультипакетного сообщения в многозвенном транспортном соединении // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2016) : материалы XV Междунар. конф. им. А.Ф.Терпугова. 2016. Ч. 1. С. 178–185.
70. *Кожшенев В.В., Михеев П.А., Сущенко С.П.* Сравнительный анализ быстродействия селективного и группового режимов повторной передачи транспортного протокола // Автоматика и телемеханика. 2017. № 2. С. 65–81.
71. *Конвей Р.В., Максвелл В.А., Миллер Л.В.* Теория расписаний. М. : Наука, 1975. 360 с.
72. *Коржик В.И., Финк Л.М.* Помехоустойчивое кодирование дискретных сообщений в каналах со случайной структурой. М. : Связь, 1975. 272 с.
73. *Коржов В.* Многоуровневые системы клиент-сервер // Сети. 1997. № 6. С. 72–75.
74. *Кортаев И.А., Тащлицкий И.А.* Расчет характеристик информационного канала сети ЭВМ с коммутацией пакетов, управляемого конвейерным протоколом // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 6. С. 66–69.
75. *Кручинин С.* Архитектура компьютера // Hard 'n' Soft. 1995. № 4. С. 24–33.

76. Кузнецов С.Б., Каплан В.В. Построение сети передачи данных на основе протокола Frame relay // Сети. 1996. № 6. С. 46–50.
77. Ларюшкин С. Управление информационными сетями // Сети. 1997. № 5. С. 102–104.
78. Левин В.И. Конвейерная модель сетевого канала и анализ его производительности // 16 Всесоюз. шк. сем. по вычислительным сетям : тез. докл. М. — Винница, 1991. С. 42–47.
79. Левин В.И. Анализ времени передачи информации по сетевому каналу // Автоматика и вычислительная техника. 1991. № 2. С. 17–24.
80. Левин В.И. Анализ вычислительных сетей с недетерминированными параметрами с помощью недетерминистской логики // Автоматика и вычислительная техника. 1991. № 5. С. 19–26.
81. Левин В.И. К планированию работы вычислительных систем. Математический аппарат // Автоматика и вычислительная техника. 1982. № 5. С. 52–58.
82. Левин В.И. К планированию работы вычислительных систем. Анализ плана // Автоматика и вычислительная техника. 1983. № 2. С. 64–72.
83. Левин В.И. К планированию работы вычислительных систем. Синтез плана // Автоматика и вычислительная техника. 1983. № 3. С. 64–70.
84. Левин В.И. Структурно-логические методы исследования сложных систем. М. : Наука, 1987. 304 с.
85. Локальные вычислительные сети: развитие международной стандартизации. Архитектура, физический и каналный уровни / под ред. Ю.М.Горностаева, Ю.Н.Знаменского. М. : МЦНТИ, 1990. Вып. 58, ч. 1. 256 с.
86. Локальные вычислительные сети: развитие международной стандартизации. Сетевой и транспортный уровни, адресация и управление / под ред. Ю.М.Горностаева, Ю.Н.Знаменского. М. : МЦНТИ, 1990. Вып. 58, ч. 2. 248 с.

87. *Ликлайдер Д., Везза А.* Применение информационных сетей // ТИИЭР. 1978. Т. 66, № 11. С. 43–63.
88. *Лясковский Ю.* Построение территориальных сетей с интеграцией услуг // КомпьютерПресс. 1997. № 8. С. 245–250.
89. *Макстеник М.* Сравнение сетевых архитектур // Сети. 1997. № 2. С. 14–28.
90. *Мартин Дж.* Системный анализ передачи данных. М. : Мир, 1975. Т. 1. 256 с.; Т. 2. 432 с.
91. *Медведев Г.А., Решетникова Н.Д., Розов М.М.* Приближенный метод расчета характеристик передачи пакетов в информационно-вычислительной сети с гибридной коммутацией // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 1. С. 42–47.
92. *Медведев Г.А.* Характеристики случайных процессов в ЛВС со случайным доступом и несимметричной нагрузкой // Автоматика и вычислительная техника. 1994. № 3. С. 40–48.
93. *Медведев Г.А.* Характеристики случайных процессов в ЛВС с маркерным доступом и несимметричной нагрузкой // Автоматика и вычислительная техника. 1995. № 4. С. 67–80.
94. Методические указания по инженерному расчету параметров сети передачи данных с коммутацией пакетов : отчет по НИР «Сеть»/ науч. рук. Б.А.Гладких. № гос. регистрации 01812014091. Инв. № 02860003840. Томск : Сиб. физ.-техн. ин-т при Том. гос. ун-те, 1985. 33 с.
95. *Мизин И.А., Богатырев В.А.* Анализ зарубежного опыта построения систем пакетной коммутации на примере сети ARPANET // Вопросы кибернетики. Процессы адаптации в информационно-вычислительных сетях. М. : Науч. совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика», 1982. С. 84–97.
96. *Мизин И.А., Богатырев В.А.* Влияние тарифной политики держателей средств связи на развитие сетей передачи данных за рубежом и в СССР // Проблемы и перспективы передачи и телеобработки данных. М. : Радио и связь, 1983. С. 47–48.

97. *Мизин И.А., Богатырев В.А., Кулешов А.П.* Некоторые проблемы проектирования современных сетей обмена данными // Вопросы кибернетики. Проблемы теории вычислительных сетей. М. : Науч. совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика», 1983. С. 12–43.
98. *Мизин И.А., Богатырев В.А., Кулешов А.П.* Сети коммутации пакетов. М. : Радио и связь, 1986. 408 с.
99. *Мизин И.А., Богатырев В.А.* Системные концепции построения сетей и средств обмена данными общего назначения // Вопросы кибернетики. Процессы управления в сетях ЭВМ. М. : Науч. совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика», 1985. С. 91–120.
100. *Мизин И.А., Кулешов А.П.* Международные рекомендации в области сетей ЭВМ // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика. М. : ВИНТИ, 1988.
101. *Михеев П.А.* Анализ стратегий разделения конечной буферной памяти маршрутизатора между выходными каналами // Автоматика и телемеханика. 2014. № 10. С. 125–138.
102. *Михеев П.А., Сущенко С.П.* Математические модели сетей уровня доступа. Новосибирск : Наука, 2015. 232 с.
103. *Мишин А.И., Леус В.А.* Асинхронно-локальные системы и среды. Новосибирск : Ин-т математики СО РАН СССР, 1991. 179 с.
104. *Назаров А.А., Юревич Н.М.* Исследование сети с протоколом случайного множественного доступа АЛОХА без повторной передачи искаженных сообщений // Автоматика и вычислительная техника. 1993. № 3. С. 52–56.
105. *Назаров А.А., Юревич Н.М.* Исследование сети со статическим h-настойчивым протоколом случайного множественного доступа АЛОХА // Автоматика и вычислительная техника. 1995. № 1. С. 68–78.
106. *Назаров А.А., Юревич Н.М.* Исследование сети с динамическим протоколом случайного множественного доступа АЛОХА // Автоматика и вычислительная техника. 1995. № 6. С. 53–59.

107. Описание стандарта ЕСМА-72 «Транспортный протокол» // Методические материалы и документация по пакетам прикладных программ. Локальные вычислительные сети: опыт международной стандартизации. 1984. Вып. 27. С. 124–174.
108. *Паршенков Н.Я., Кольцов А.Н.* Влияние величины таймаута на пропускную способность информационного канала при использовании процедуры LARPV // 10 Всес. shk.-sem. по вычислительным сетям : тез. докл. М. — Тбилиси, 1985. Ч. 2. С. 273–278.
109. *Подвысоцкий Ю.С., Растрюгин Л.А., Эрмулжса А.А.* Адаптация длины кадра при доступе в сеть по протоколу X.25 // Автоматика и вычислительная техника. 1982. № 5. С. 59–65.
110. Протоколы и методы управления в сетях передачи данных / под ред. Ф.Ф. Куо. М. : Радио и связь, 1985. 480 с.
111. Протоколы информационно-вычислительных сетей : справочник / С.А. Аничкин, С.А. Белов, А.В. Бернштейн и др. ; под ред. И.А. Мизина, А.П. Кулешова. М. : Радио и связь, 1990. 504 с.
112. *Прудников А.П., Брычков Ю.П., Маричев О.И.* Интегралы и ряды: элементарные функции. М. : Наука, 1981. 800 с.
113. *Размахаев С.* НТТР — протокол передачи гипертекстов // КомпьютерПресс. 1997. № 7. С. 174–180.
114. *Райзер М.* Оценка характеристик систем передачи данных // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 2. С. 28–59.
115. *Растрюгин Л.А., Эрмулжса А.А.* Агрегатная модель протокола с адаптацией длины кадра // Автоматика и вычислительная техника. 1984. № 2. С. 11–15.
116. Рекомендация МККТТ X.25 и ее применение в информационно-вычислительных сетях. Описание рекомендации X.25. Методические материалы и документация по пакетам прикладных программ. 1983. Вып. 24, ч. 2. 147 с.
117. *Робертс Л.Г.* Эволюция метода коммутации пакетов // ТИИЭР. 1978. Т. 66, № 11. С. 11–20.
118. *Ротанов С.В.* Выбор системных параметров протокола управления информационным каналом // Вычислительные

- сети коммутации пакетов : тез. докл. 2 Всесоюз. конф. — Рига : Ин-т электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1981. С. 67–72.
119. *Рябко С.Д., Царев Н.В.* Мир TCP/IP. Internet Protocol // Сети и системы связи. 1996. № 1. С. 11–19.
120. *Рябко С.Д., Царев Н.В.* Мир TCP/IP. Протоколы UDP и TCP // Сети и системы связи. 1996. № 2. С. 98–107.
121. *Саати Т.Л.* Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. М. : Советское радио, 1971. 520 с.
122. *Сарытбеков Ж.С.* Вычислительные системы и сети: архитектура, проблемы и перспективы. Алма-Ата : КазНИИ НКИ, 1991. 136 с.
123. Сети ЭВМ / В.М. Глушков, Л.А. Калиниченко, В.Г. Лазарев, В.И. Сифоров. М. : Связь, 1977. 280 с.
124. *Синсер Р.* Архитектура связи в распределенных системах. М. : Мир, 1981. Кн.1. 435 с.
125. *Скляревич А.Н.* Характеристики времени передачи заданного объема информации по сетевому каналу при возможности сбоя // Автоматика и вычислительная техника. 1986. № 3. С. 38–44.
126. *Скляревич А.Н.* Определение характеристик производительности канала при двухсторонней совместимой во времени пересылке нескольких больших массивов // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 4. С. 13–20.
127. *Скляревич А.Н.* Оценка производительности информационного канала при односторонней передаче с возможными ошибками поступающего пуассоновского потока кадров // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 5. С. 46–50.
128. *Скляревич А.Н.* Оценка показателей производительности канала при передаче двух видов трафика // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 6. С. 23–28.
129. *Скляревич А.Н.* Учет предыстории при определении виртуального времени пересылки кадра в случае передачи больших массивов // Автоматика и вычислительная техника. 1991. № 5. С. 42–48.

130. *Скляревич А.Н.* Производительность канала X.25 с марковским источником ошибок при односторонней пересылке больших массивов // Автоматика и вычислительная техника. 1991. № 6. С. 19–25.
131. *Скляревич А.Н.* Производительность канала X.25 с перекрывающимися пакетами ошибок при односторонней совместимой пересылке больших массивов // Автоматика и вычислительная техника. 1992. № 4. С. 3–11.
132. *Скляревич А.Н.* Учет возможного влияния последовательности «плохих» состояний канала на пересылку кадров при передаче большого массива // Автоматика и вычислительная техника. 1993. № 1. С. 34–42.
133. *Скляревич А.Н.* Полумарковский метод оценки производительности информационного канала, полно учитывающий положения рекомендации X.25 // Автоматика и вычислительная техника. 1993. № 1. С. 48–58.
134. *Скляревич А.Н.* Выбор параметров протокола при передаче больших массивов и марковском источнике ошибок // Автоматика и вычислительная техника. 1993. № 3. С. 27–34.
135. *Скляревич И.К.* Оптимальный размер диалогового блока, передаваемого по сеансовому соединению // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 4. С. 49–55.
136. *Скляревич И.К.* Условия рациональности сегментирования пакетной коммутации // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 6. С. 15–22.
137. Стандарты по локальным вычислительным сетям : справочник / В.К. Щербо, В.М. Киреичев, С.И. Самойленко ; под ред. С.И. Самойленко. М. : Радио и связь, 1990. 304 с.
138. *Сущенко С.П.* Аналитическое оценивание оптимальных значений параметров линейного протокола сети ЭВМ с коммутацией пакетов // Автоматика и вычислительная техника. 1982. № 5. С. 66–71.
139. *Сущенко С.П.* Метод выбора рациональной длины пакета сети пакетной коммутации // Автоматика и вычислительная техника. 1984. № 3. С. 24–28.

140. *Сущенко С.П.* Параметрическая оптимизация сети пакетной коммутации // Автоматика и вычислительная техника. 1985. № 2. С. 43–49.
141. *Сущенко С.П.* О влиянии блокировок буферной памяти на операционные характеристики звена передачи данных // Автоматика и вычислительная техника. 1985. № 6. С. 27–34.
142. *Сущенко С.П.* Аналитические модели асинхронных процедур управления звеном передачи данных // Автоматика и вычислительная техника. 1988. № 2. С. 32–40.
143. *Сущенко С.П.* Анализ сквозной задержки сообщения в многозвенном виртуальном канале // Автоматика и вычислительная техника. 1989. № 3. С. 52–64.
144. *Сущенко С.П.* Влияние длительности сквозного тайм-аута на задержку данных в виртуальном канале // Автоматика и вычислительная техника. 1991. № 6. С. 36–40.
145. *Сущенко С.П.* Анализ влияния длительности сквозного тайм-аута на операционные характеристики виртуального канала // Автоматика и вычислительная техника. 1995. № 4. С. 43–66.
146. *Сущенко С.П.* Параметрический синтез сети передачи данных с коммутацией пакетов // Проблемы и перспективы передачи и телеобработки данных. М. : Радио и связь, 1983. С. 107–108.
147. *Сущенко С.П.* Об адаптации параметров распределенной вычислительной системы // Перспективы развития вычислительных систем (применение идей адаптации и эволюции) : тез. докл. 2 Всесоюз. сем. Рига : Рижский политехн. ин-т, 1985. С. 179–180.
148. *Сущенко С.П.* О выборе размера пакета вычислительной сети // Вычислительные сети коммутации пакетов : тез. докл. 4 Всесоюз. конф. КОМПАК-85. Рига : Ин-т электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1985. С. 126–129.
149. *Сущенко С.П.* Анализ производительности звена передачи, управляемого асинхронной процедурой обмена // Вычислительные сети коммутации пакетов : тез. докл. 5 Всесоюз.

- конф. КОМПАК-87. Рига : Ин-т электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1987. С. 199–202.
150. *Сущенко С.П.* О влиянии неоднородности размеров пакетов на сквозную задержку сообщений в сети передачи данных // Вычислительные сети коммутации пакетов: тез. докл. 6 Всесоюз. конф. КОМПАК-89. Рига : Ин-т электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1989. С. 153–157.
151. *Сущенко С.П.* Исследование зависимости задержки в виртуальном канале от длительности тайм-аута // Территориальные информационные сети : труды международного семинара. Рига : Ин-т электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1991. С. 74–78.
152. *Сущенко С.П.* Анализ задержки мультипакетных сообщений в многозвенном виртуальном канале // 13 Всесоюз. шк.-сем. по вычислительным сетям : тез. докл. М. — Алма-Ата, 1988. С. 175–179.
153. *Сущенко С.П.* Влияние длительности сквозного тайм-аута на задержку пакета в многозвенном виртуальном канале // 15 Всесоюз. шк.-сем. по вычислительным сетям : тез. докл. М. — Л., 1990. С. 292–297.
154. *Сущенко С.П.* Исследование операционных характеристик сквозной транспортировки мультипакетных сообщений в виртуальном канале // 16 Всесоюз. шк.-сем. по вычислительным сетям : тез. докл. М. — Винница, 1991. С. 81–86.
155. *Сущенко С.П.* Оценка влияния длительности сквозного тайм-аута на операционные характеристики процесса транспортировки данных в виртуальном канале // 17 Всесоюз. шк.-сем. по вычислительным сетям : тез. докл. М. — Алма-Ата, 1992. Ч. 2. С. 160–263.
156. *Сущенко С.П.* Моделирование фрагмента сети передачи данных системой массового обслуживания с дискретным временем // Исследование путей повышения эффективности сетей связи и сетей ЭВМ : тез. докл. Республ. шк.-сем. Минск, 1985. С. 102–103.

157. *Сущенко С.П.* Модели асинхронных процедур управления звеном передачи данных // Применение математических методов и вычислительной техники при решении народохозяйственных задач : Тез. докл. Республ. науч.-техн. совещ. Гомель, 1986. С. 90–91.
158. *Сущенко С.П.* О влиянии трубопроводного эффекта на задержку сообщений в сети передачи данных // Современные вероятностные методы исследования информационно-вычислительных систем : тез. докл. Республ. шк.-сем. Минск, 1988. С. 37–38.
159. *Сущенко С.П.* Исследование задержки мультипакетных сообщений в сети передачи данных // Методы исследования информационно-вычислительных систем : тез. докл. Республ. шк.-сем. Минск, 1989. С. 117–118.
160. *Сущенко С.П.* Анализ сквозной задержки пакета в многозвенном тракте сети передачи данных // Математические методы исследования сетей связи и сетей ЭВМ : тез. докл. Республ. шк.-сем. Минск, 1990. С. 131–132.
161. *Сущенко С.П.* Влияние служебного трафика подтверждений на сквозную задержку сообщения в сети ЭВМ // Сети связи и сети ЭВМ как модели массового обслуживания : тез. докл. Республ. шк.-сем. Минск, 1991. С. 117–118.
162. *Сущенко С.П.* Распределение задержки пакета в многозвенном тракте со сквозным подтверждением служебным трафиком // Сети связи и сети ЭВМ. Анализ и применение : тез. докл. Республ. шк.-сем. Минск, 1992. С. 103–104.
163. *Сущенко С.П.* О распределении сквозного времени доставки информационного пакета в сети передачи данных // Совершенствование методов исследования потоков событий и систем массового обслуживания : материалы всесоюз. науч.-техн. конф. Томск : Изд-во Том. гос. ун-та, 1989. С. 139.
164. *Сущенко С.П.* Анализ задержки в виртуальном канале сети ЭВМ // Анализ и синтез систем массового обслуживания и сетей ЭВМ : тез. докл. республ. науч.-техн. шк.-сем. Одесса, 1990. Ч. 1. С. 232–237.

165. *Сущенко С.П.* Операционные характеристики процесса сквозной транспортировки сообщений в тракте передачи данных с искажениями // Распределенные микропроцессорные управляющие системы и локальные вычислительные сети : материалы всесоюз. науч.-техн. конф. Томск : Изд-во Том. гос. ун-та, 1991. С. 213–215.
166. *Сущенко С.П.* Марковская модель многозвенного тракта передачи данных // Второй сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике (ИНПРИМ-96) : тез. докл. Новосибирск : Ин-т математики СО РАН, 1996. С. 199–202.
167. *Сущенко С.П.* Вероятностные аспекты конвейерного механизма процесса информационного переноса в ненадежной передающей среде // Нейроинформатика и ее приложения : тез. докл. IV Всерос. семинара. Красноярск : Изд-во ВЦК СО РАН, 1996. С. 35.
168. *Сущенко С.П.* О аналитической вычислимости сумм показательно-степенных функций // Нейроинформатика и ее приложения : тез. докл. IV Всерос. семинара. Красноярск : Изд-во ВЦК СО РАН, 1996. С. 42.
169. *Сущенко С.П.* Стохастический информационный перенос в многозвенном тракте // Материалы IX международного симпозиума по непараметрическим и робастным методам в кибернетике. Красноярск : Изд-во Сиб. аэрокосмической акад., 1997.
170. *Сущенко С.П.* О пропускной способности виртуального соединения // Материалы IX международного симпозиума по непараметрическим и робастным методам в кибернетике. Красноярск : Изд-во Сиб. аэрокосмической акад., 1997.
171. *Сущенко С.П.* О пространственно-временной неоднородности последовательно-параллельных вычислений // Нейроинформатика и ее приложения : тез. докл. V Всерос. семинара. Красноярск : Изд-во ВЦК СО РАН, 1997.
172. *Сущенко С.П.* О влиянии блокировок буферной памяти на производительность многозвенного тракта передачи данных // Автоматика и телемеханика. 1999. № 7. С. 66–79.

173. *Сущенко С.П.* О влиянии блокировок буферной памяти на быстродействие синхронных процедур управления звеном передачи данных // Автоматика и телемеханика. 1999. № 10. С. 115–125.
174. *Сущенко С.П.* О пропускной способности метода случайного множественного доступа // Автоматика и телемеханика. 2001. № 1. С. 91–102.
175. *Убайдуллаев Р.* Миграция к АТМ // Монитор. 1995. № 6. С. 104–108.
176. *Умрихин Ю.Д.* Оптимизация сложных информационных систем. М. : Минрадиопротом, 1983. 125 с.
177. *Уолренд Дж.* Введение в теорию сетей массового обслуживания. М. : Мир, 1993. 336 с.
178. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М. : Мир, 1984. 528 с.
179. *Фиско Р., Пьемонт М., Карни Д.* Идеальные компоненты // PC Magazine/RE. 1996. № 10. С. 56–93.
180. *Хастингс Н., Пикок Дж.* Справочник по статистическим распределениям / пер. с англ. А.К. Звонкина. М. : Статистика, 1980. 95 с.
181. *Хомичков И.И.* Об оптимальном управлении в сети передачи данных со случайным множественным доступом // Автоматика и телемеханика. 1991. № 8. С. 176–188.
182. *Хомичков И.И.* Модель локальной вычислительной сети со случайным множественным доступом // Автоматика и вычислительная техника. 1987. № 1. С. 58–62.
183. *Царев Н.В.* Мир TCP/IP. Протокол SNMP // Сети и системы связи. 1996. № 7. С. 102–106.
184. *Цикритзис Д., Бернстайн Ф.* Операционные системы. М. : Мир, 1977. 336 с.
185. *Чейтин А.Л.* Связь с установлением и без установления соединений // ТИИЭР. 1983. Т. 71, № 12. С. 44–52.
186. *Чернат А.П.* Процедуры линейного управления, используемые в коммутационном процессоре // Вопросы построения

- сетей ЭВМ и ВЦ коллективного пользования. Киев : ИК АН УССР, 1978. С. 20–29.
187. Шарейко Л.А., Чебанюк А.В., Подгурский А.И. Повышение пропускной способности протоколов управления каналом передачи данных // Вычислительные сети коммутации пакетов : тез. докл. 3 Всесоюз. конф. Рига : Ин-т электроники и вычислительной техники АН Латв. ССР, 1983. С. 118–122.
188. Шарейко Л.А., Петручин В.С. Модель оценки временных задержек в распределенных сетях коммутации пакетов // 16 Всесоюз. шк.-сем. по вычислительным сетям : тез. докл. М. — Винница, 1991. С. 87–92.
189. Шбарц М. Сети ЭВМ. Анализ и проектирование. М. : Радио и связь, 1981. 336 с.
190. Шварц М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ: в 2 ч. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. Ч. 1. 336 с.
191. Шереметьев А. Отказоустойчивые дисковые массивы // КомпьютерПресс. 1997. № 7. С. 40–47.
192. Шестаков М. Частные сети передачи данных: подходы и методы построения // КомпьютерПресс. 1996. № 8. С. 83–86.
193. Шестаков М. Частные сети передачи данных: подходы и методы построения // КомпьютерПресс. 1996. № 9. С. 128–133.
194. Шестаков М. Частные сети передачи данных: подходы и методы построения // КомпьютерПресс. 1996. № 10. С. 79–82.
195. Шнепс М.А. Системы распределения информации. Методы расчета : справ. пособие. М. : Связь, 1979. 344 с.
196. Шэнк Д.Д. Технология клиент / сервер и ее приложения. М. : Лори, 1995. 418 с.
197. Элементы теории передачи дискретной информации / под ред. Л.П. Пуртова. М. : Связь, 1972. 232 с.
198. Якубайтис Э.А. Архитектура вычислительных сетей. М. : Статистика, 1980. 279 с.
199. Якубайтис Э.А. Информационно-вычислительные сети. М. : Финансы и статистика, 1984. 232 с.
200. Якубайтис Э.А. Локальные информационно-вычислительные сети. Рига : Зинатне, 1985. 284 с.

201. Яновский Г.Г. Сети передачи данных с коммутацией пакетов // Итоги науки и техники. Сер. Электросвязь. 1980. Т. 11. С. 3–47.
202. *Altiok T.* Approximate analysis of exponential tandem queues with blocking // *Eur. Journ. of Oper. Res.* 1982. Vol. 11, is. 4. P. 390–398.
203. *Azuma M., Ebihara Y., Ikeda K.* Study on the throughput limits over the HDLC Protocol // *Journ. of Inform. Process.* 1982. Vol. 5, is. 3. P. 155–161.
204. *Badach A.* Analytische Leistungsbewertungen für eine Klasse von Kommunikationsprotocollen mit negativen Quittungen SREJ und REJ. Teil 1. Ein stochastisches Modell des Verhaltens untersuchter Klasse von Kommunikationsprotocollen // *Podstawy Sterowania.* 1984. V. 14, is. 1. P. 43–64.
205. *Badach A.* Analytische Leistungsbewertungen für eine Klasse von Kommunikationsprotocollen mit negativen Quittungen SREJ und REJ. Teil 11. Leistungskenngrößen von Kommunikationsprotocollen und ihre Analyse // *Podstawy Sterowania.* 1984. V. 14, is. 1. P. 65–83.
206. *Bux W., Kummerle K., Truong H.L.* Balanced HDLC Procedures: A Performance Analysis // *IEEE Trans. on Commun.* 1980. Vol. COM-28, is. 11. P. 1889–1898.
207. *Bux W., Kummerle K., Truong H.L.* Data Link-Control Performance: Results Comparing HDLC Operational Modes // *Comput. Networks.* 1982. Vol. 6, is. 1. P. 37–51.
208. *Caseau P., Pujolle G.* Throughput Capacity of a Sequence of Queues with Blocking due to Finite Waiting Room // *IEEE Trans. on Software Eng.* 1979. Vol. SE-5, is. 6. P. 631–642.
209. *Chu W.W.* Optimal Message Block Size for Computer Communications with Error Detection and Retransmission Strategies // *IEEE Trans. on Commun.* 1974. Vol. COM-22, is. 10. P. 1516–1525.
210. *Easton M.G.* Batch Throughput Efficiency of ADCCP/HDLC/SDLC Selective Reject Protocols // *IEEE Trans. on Commun.* 1980. Vol. COM-28, is. 2. P. 187–195.

211. *Fayolle G., Gelenbe E., Pujolle G.* An Analytic Evaluation of the Performance of the “Send and Wait” Protocol // IEEE Trans. on Commun. 1978. Vol. COM-26, is. 3. P. 313–319.
212. *Gelenbe E., Labetoulle J., Pujolle G.* Performance Evaluation of the HDLC Protocol // Comput. Networks. 1978. Vol. 2, is. 4/5. P. 409–415.
213. *Irland M.I., Pujolle G.* Comparison of Two Packet-Retransmission Techniques // IEEE Trans. on Inform. Theory. 1980. Vol. IT-26, is. 1. P. 92–97.
214. *Johnson T.* Packet switching services and the data communications user. London : Ovum, 1976. P. I. 153 p.
215. *Kokshenev V., Mikheev P., Suschenko S., Tkachyov R.* Influence of the Pipeline Effect on the Delay of the Multipacket Message in Multilink Transport Connection // Information Technologies and Mathematical Modelling : Queueing Theory and Applications. 15th Int. scientific Conf., ITMM 2016 named after A. F. Terpugov Katun, Russia, Sept. 12–16, 2016. // Communications in Computer and Information Science. 2016. Vol. 638. P. 151–161.
216. *Labetoulle J., Pujolle G.* HDLC Throughput and Response Time for Bidirectional Data Flow with Nonuniform Frame Sizes // IEEE Trans. on Comput. 1981. Vol. C-30, is. 6. P. 405–413.
217. *Lazak D.* Derivation of optimal packet sizes within packet switching systems by considering packet switching line protocols // Pacif. Telecommun. Conf. : Papers and Proc. of a Conf. Honolulu: IEEE. 1979. P. 1A-1–1A-8.
218. *Masunaga Y.* A probabilistic automation model of the NRM, HDX HDLC procedure // Comput. Networks. 1978. Vol. 2, is. 6. P. 442–453.
219. *McQuillan J.M., Walden D.C.* The ARPA Network Design Decisions // Comput. Networks. 1977. Vol. 1, is. 5. P. 243–289.
220. *Mikheev P., Suschenko S.* Performance of the DCF Access Method in 802.11 Wireless Lan // Information Technologies and Mathematical Modelling : 14th International Scientific

- Conference, ITMM 2015 named after A.F. Terpugov, Anzhero-Sudzhensk, Russia, Nov. 18–22, 2015. // Communications in Computer and Information Science. 2015. Vol. 564. P. 99–113.
221. *Mikheev P., Suschenko S.* Analysis of the Influence of the Subscriber Traffic Structure on the Speed of Multiplexed Connections // Information Technologies and Mathematical Modelling : Queueing Theory and Applications. 15th Int. scientific Conf., ITMM 2016 named after A. F. Terpugov Katun, Russia, Sept. 12–16, 2016. // Communications in Computer and Information Science. 2016. Vol. 638. P. 250–260.
222. *Pujolle G.* The influence of Protocols on the Stability Conditions in Packet-Switching Networks // IEEE Trans. on Commun. 1979. Vol. COM-27, is. 3. P. 611–619.
223. *Towsley D., Wolf J.K.* On the Statistical Analysis of Queue Lengths and Waiting Times for Statistical Multiplexers with ARQ Retransmissions Schemes // IEEE Trans. on Commun. 1979. Vol. COM-27, is. 4. P. 693–702.
224. *Ufford J.C., Ross M.J.* Interaction of Critical Link Control Parameters for Data Communication // Int. Conf. on Commun. : Conf. Records. Toronto : IEEE. 1978. P. 36.2.1–36.2.5.
225. *Wang J., Pujolle G.* Delay and Throughput Analysis for Computer Communications with Balanced HDLC Procedures // IEEE Trans. on Comput. 1982. Vol. C-31, is. 8. P. 739–746.
226. *Yu L.M., Majithia J.C.* An Analysis of One Direction of Window Mechanism // IEEE Trans. on Commun. 1979. Vol. COM-27, is. 5. P. 778–788.
227. *Zultner R., Davey T., Hartman R., Landreth L., Metz S., Owen K., Pinney P., Place E., Sandoval-Levis L.* Com Buyer's Guide. Santa Clara : 3Com Corp, 1996.

*Научное издание*

**СУЩЕНКО Сергей Петрович**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ**

Редактор Е.Г. Шумская  
Дизайн обложки Л.Д. Кривцовой

Подписано к печати 14.06.2017 г. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

Бумага для офисной техники. Гарнитура Times.

Усл. печ. л. 9,9.

Тираж 250 экз. Заказ № 2353.

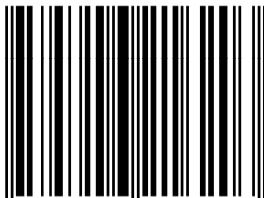
Отпечатано на оборудовании  
Издательского Дома

Томского государственного университета  
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

Тел. 8+(382-2)-53-15-28

Сайт: <http://publish.tsu.ru>; E-mail: [rio.tsu@mail.ru](mailto:rio.tsu@mail.ru)

ISBN 978-5-94621-620-3



9 785946 216203