

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ

V Международная молодежная научная конференция
«Актуальные проблемы современной механики
сплошных сред и небесной механики»
25–27 ноября 2015 г., Томск

Издательство Томского университета
2016

ДОКЛАДЫ

DOI: 10.17223/9785751124199/4

РАСЧЁТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ОБРАЗЦОВ С УЧЁТОМ ИХ СТРУКТУРЫ**А.Ж. Ахметов, И.Ю. Смолин, А.С. Кульков**

Проведены исследования напряженно-деформированного состояния образцов песчаника на мезоуровне при одноосном сжатии. При явном учете неоднородной структуры образцов выявлены очаги накопления неупругих деформаций и повреждений.

STRESS AND STRAIN ANALYSIS OF THE ROCK SAMPLES WITH TAKING INTO ACCOUNT THEIR STRUCTURES**A.Z. Akhmetov, I.Yu. Smolin, A.S. Kulkov**

Stress and strain analysis of the sandstone samples was investigated at the mesoscale in uniaxial tension. With taking into account the samples structure heterogeneity the foci of strain and damage accumulations were identified.

Изучение общих закономерностей эволюции напряженно-деформированного состояния элементов геосреды, а также механизмов формирования в них критических состояний, приводящих к крупномасштабным катастрофическим разрушениям, имеет не только научную значимость, но также и прикладное значение для развития горных технологий и оценки возможных рисков при ведении горных работ. Иерархическое блочное строение элементов земной коры, горных массивов и горных пород приводит к необходимости рассмотрения этих проблем на разных масштабных уровнях. В случае изучения отдельных горных пород неоднородность напряженно-деформированного состояния обусловлена внутренней структурой этих материалов. Эта структура может включать поры и микротрещины, а также отдельные составляющие материала с разными физико-механическими характеристиками. Для изучения особенностей деформирования на мезоуровне все особенности структуры учитываются явным образом.

Для расчета напряженно-деформированного состояния различных сред, включая структурно-неоднородные, используется подход механики сплошной среды [1]. С математической точки зрения задача сводится к решению системы уравнений в частных производных. Для лагранжева описания движения сплошной среды эта система имеет вид

$$\rho V = \rho_0 V_0, \quad \rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j} + \rho f_i, \quad \rho \dot{E} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}, \quad 2\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}. \quad (1)$$

Здесь ρ_0, ρ – начальное и текущее значения плотности материала; V_0, V – начальное и текущее значение объёма некоторой малой области материала; u_i – компоненты вектора перемещений; σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; f_i – компоненты массовых сил; $\dot{\epsilon}_{ij}$ – компоненты тензора скорости деформации; E – внутренняя энергия единицы начального объёма; точка над символом означает материальную производную по времени, запятая в нижнем индексе – частную производную по соответствующей пространственной координате.

Чтобы замкнуть систему уравнений (1), требуется задать определяющие соотношения, связывающие компоненты напряжений и деформаций. Будем использовать разбиение тензора напряжений на шаровую (P) и девиаторную части. Упругое поведение среды будем описывать гипопругим законом (связь между скоростями напряжений и деформаций):

$$\dot{s}_{ij} = 2\mu\left(\dot{\epsilon}_{ij}^e - \frac{1}{3}\dot{\epsilon}_{kk}^e \delta_{ij}\right) - s_{ik}\dot{\omega}_{kj} + s_{kj}\dot{\omega}_{ik}, \quad \dot{P} = -K\dot{\epsilon}_{kk}^e, \quad (2)$$

где $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + s_{ij}$, s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений; P – давление; δ_{ij} – символ Кронеккера, K и μ – модули всестороннего сжатия и сдвига соответственно, $\dot{\epsilon}_{ij}^e = \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij}^p$ – компоненты тензора скорости упругой деформации, $\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} - \dot{u}_{j,i})$ – компоненты тензора скорости вращения (спина).

Для описания неупругих деформаций в горных породах будем использовать модель упругопластических деформаций Николаевского [2, 3] с условием пластичности $f(\sigma_{ij}) = 0$ и пластическим потенциалом $g(\sigma_{ij})$, задаваемыми следующими формулами:

$$f(\sigma_{ij}) = -\frac{\alpha}{3}J_1 + \sqrt{J_2} - Y, \quad g(\sigma_{ij}) = J_2 - \frac{\Lambda}{3}J_1(2Y + \alpha P) + \text{const}, \quad (3)$$

где α – коэффициент внутреннего трения; Y – сдвиговая прочность материала или сцепление, $J_1 = \sigma_{kk} = -3P$ – первый инвариант тензора напряжений, $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}$ – второй инвариант девиатора тензора напряжений. Скорость неупругих деформаций определяется законом пластического течения и выражается формулой (4):

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \left(s_{ij} + \frac{2}{3}\Lambda \left(Y - \frac{\alpha}{3}J_1 \right) \delta_{ij} \right) \dot{\lambda}. \quad (4)$$

Таким образом, пластическая деформация имеет не только сдвиговой, но и объёмный характер и между их характеристиками имеется следующая связь: $\dot{J}_1^p = 2\Lambda \dot{J}_2^{p/2}$. Возникновение объёмных неупругих деформаций в ходе пластического деформирования связано с возникновением и раскрытием микротрещин.

При пластическом деформировании учтем эффекты упрочнения и разупрочнения геосред, а также накопление повреждений. Для этого запишем, что сдвиговая

прочность материала зависит от накопленной пластической деформации $e = 2I_2^{p/2}$ в виде зависимости

$$Y = Y_0 \left(1 + 2h \frac{e}{e^*} - 2h \left(\frac{e}{e^*} \right)^2 \right) (1 - D(\sigma)), \quad (5)$$

где Y_0 – начальная сдвиговая прочность материала, h – коэффициент упрочнения, e^* – критическая деформация, после достижения которой преобладает деградация материала. Накопление повреждений с течением времени опишем выражением

$$D(\sigma) = \int \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{(\sigma^*)^2 t^*} dt \quad \text{для } \sigma > \sigma_0, \quad (6)$$

где σ – эффективное напряжение; σ_0 , σ^* , t^* – параметры модели, определяющие пороговое напряжение, начиная с которого накапливаются повреждения, предельное напряжение и скорость процесса накопления повреждений.

В качестве эффективного напряжения были использованы две характеристики напряженного состояния: давление P и интенсивность напряжений $J_2^{1/2}$. Вычисленные соответствующим образом параметры поврежденности будем обозначать D_P и D_S .

Для проведения расчетов в качестве представителя горных пород были рассмотрены образцы мелкозернистого кварцевого песчаника. Методами петрографического исследования при помощи поляризационного микроскопа AXIOSCOP-40 были выделены значимые структурные составляющие рассмотренных образцов.

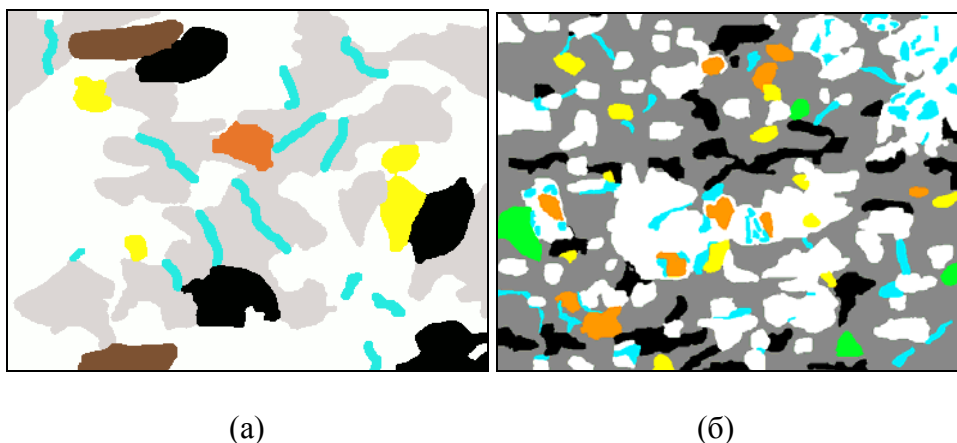


Рис. 1. Первая (а) и вторая (б) структурные модели песчаника на мезоуровне:
 ○ – кварц; ● – обломки; ● – КФС: ● – плагиоклаз; ● – битум; ● – кальцит; ● – поры

На основе двух фотографий с разным увеличением тонких шлифов образцов песчаника и последующей обработки этих фотографий графической программой GIMP были построены две структурные карты, которые представлены на рис. 1, а, б.

Эти карты в виде графических файлов в формате PPM использовались для явного учета структуры образцов в расчетах.

Размер первого образца составил 690×920 мкм², второго – 1575×2100 мкм². Расчетные сетки содержали 300×400 и 525×700 квадратных ячеек соответственно.

Исходя из справочных данных для выявленных структурных составляющих песчаника были определены физико-механические свойства (таблица) [4].

Физико-механические свойства песчаника

Свойства	Минералы						
	Кварц	Обломки	КПШ	Плаги-оклаз	Битум	Кальцит	Поры
μ , ГПа	0,036	0,112	0,111	0,109	0,143	0,0798	0,5
K , ГПа	3,55	5,87	6,9	4,92	2,92	2,42	1,0
Y_0 , МПа	22,4	3,70	12,6	14,6	1000	18,5	1000
3α	0,491	0,346	0,476	0,465	0,	0,396	0
Λ	0,21	0,21	0,21	0,21	0,	0,21	0
h , МПа	4	4	4	4	4	4	0
e^*	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
σ_0 , МПа	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1000
σ^*t^*	40	40	40	40	40	40	1000
P_0 , МПа	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1000
P^*t^*	40	40	40	40	40	40	0
ε_0	0,	0,	0,	0,	0,	0,	1
ε^*	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
t_r^*	1,e4	1,e4	1,e4	1,e4	1,e4	1,e4	0,1

Для полученных плоских структурных моделей были проведены расчеты одноосного сжатия соответствующих мезообъемов в постановке плоского деформированного состояния.

Для анализа напряженно-деформированного состояния, полученного в результате расчетов, были использованы следующие параметры: интенсивность пластической деформации $I_2^{p1/2}$ и значения поврежденности D_S , когда в качестве эффективного напряжения использована интенсивность напряжений.

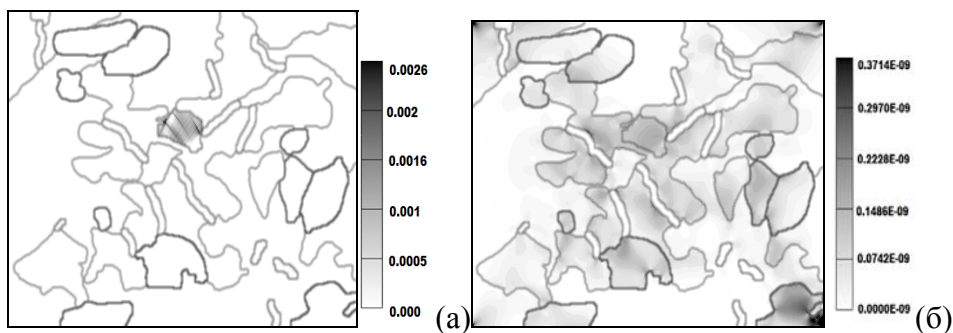


Рис. 2. Распределения интенсивности пластической деформации (а) и поврежденности (б) для первой структурной модели при общей деформации сжатия 0,9 %

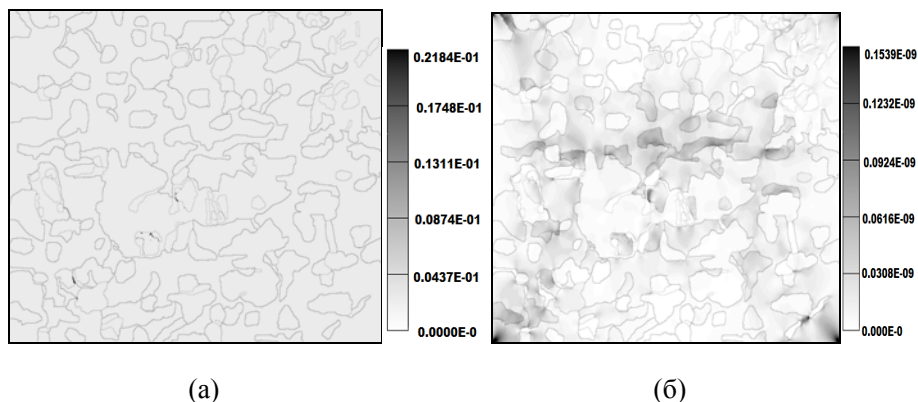


Рис. 3. Распределения интенсивности пластической деформации (а) и поврежденности (б) для второй структурной модели при общей деформации сжатия 1,5 %

Из рис. 2 видно, что локализация пластической деформации отмечается в районе кальцитов. Это связано с тем, что прочностные свойства кальцита ниже, чем у обломков пород и кварца. Повышенные значения поврежденности находятся в районе обломков пород, пор, битума и КПШ.

Для первой структурной модели (рис. 3) пластическая деформация сосредоточена на границе кальцитов с обломками пород, кварца, пор, т.е. на границе раздела ослабленных элементов структуры с более прочными структурными составляющими. Поврежденность оказывается значительно более высокой в битуме.

В результате проведенных исследований можно сделать следующие выводы. При сжатии песчаника напряженно-деформированное состояние на мезоуровне является крайне неоднородным, что является следствием неоднородной структуры образцов. Выявлено, что очаги зарождения пластических деформаций и поврежденностей располагаются в местах стыка структурных составляющих с сильно различающимися механическими свойствами. Для исследованных образцов кварцевого песчаника ослабленными составляющими являются кальцит и битум.

Исследование выполнено в рамках проекта РНФ № 14-17-00198.

Литература

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1983. 528 с.
2. Николаевский В.Н. Механические свойства грунтов и теория пластичности // Механика твёрдых деформируемых тел. Т. 6: Итоги науки и техники. М.: ВИНТИ АН СССР, 1972. С. 5–85.
3. Макаров П.В., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П. и др. Нелинейная механика геоматериалов и геосред. Новосибирск: Академическое изд-во «Гео», 2007. 235 с.
4. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород / под ред. Н.В. Мельникова, В.В. Ржевского, М.М. Протождяконова. М.: Недра, 1975. 279 с.