

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Томский государственный университет  
Горно-Алтайский государственный университет  
Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН

# **НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР**

**МАТЕРИАЛЫ ДЕСЯТОЙ РОССИЙСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ**

Томск  
Издательский Дом Томского государственного университета  
2014

## ПОДСЕКЦИЯ: ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ И СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

### ОСОБЕННОСТИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ АДАПТИВНЫХ RQ-СИСТЕМ

*К.Ю. Войтиков, Т.В. Любина, А.Н. Моисеев*

Филиал Кемеровского государственного университета в г. Анжеро-Судженске, Анжеро-Судженск, Россия  
kost\_v@ngs.ru, lyubina\_tv@mail.ru, amoiseev@ngs.ru

В [1] был представлен подход к построению архитектуры объектно-ориентированной системы имитационного моделирования на основе механизма дополнительных модулей. Согласно данному подходу, расширим систему для проведения имитационного моделирования адаптивных RQ-систем, реализовав дополнительный модуль.

Одной из задач, поставленных в начале проведения исследований адаптивных RQ-систем, являлось нахождение распределения вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов. Аналитически получить данное распределение вероятностей не представляется возможным, поэтому потребовалось рассмотреть другие методы его нахождения. Распределение вероятностей числа заявок в ИПВ для адаптивных RQ-систем удалось определить установлением асимптотической эквивалентности адаптивных и динамических RQ-систем.

Одним из действенных методов изучения RQ-систем, является метод имитационного моделирования, который заключается в построении модели, имитирующей работу RQ-системы во времени. Имитационная модель RQ-системы разрабатывается на основе дискретно-событийного подхода к моделированию, предлагающего абстрагироваться от непрерывной природы событий и рассматривать только основные события моделируемой RQ-системы.

Процесс функционирования системы – это последовательная смена состояний системы во времени. Процесс перехода системы из одного состояния в другое называется событием системы.

Очевидно, что основными событиями для рассматриваемой нами системы будут:

- поступление заявки;
- обращение заявки из ИПВ;
- завершение обслуживания заявки на обслуживающем устройстве;
- завершение моделирования.

Рассмотрим алгоритм функционирования разработанной имитационной модели.

В имитационном цикле источники заявок создают заявки в случайные моменты, определяемые параметрами распределения, формируя входящий поток заявок. Заявка, поступившая в систему, отправляется на прибор, при этом моменты времени прибытия заявки и ее обращения на прибор совпадают. Заявка, поступающая в систему, занимает прибор и становится на обслуживание. Случайные величины, определяющие моменты создания заявок и время обслуживания на приборе распределены по определенным законам распределения. После завершения обслуживания заявка покидает систему. Если во время обслуживания заявки поступает другая, то

- поступившая заявка переходит в ИПВ – в ситуации, когда конфликтов заявок нет;
- поступившая и обслуживаемая заявки переходят в ИПВ – в ситуации, когда возникает конфликт заявок.

Далее из ИПВ заявка, после задержки случайной продолжительности, вновь обращается к ресурсу с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка становится на обслуживание, если же он занят, то процедура разрешения обслуживания повторяется.

Данный комплекс имитационного моделирования адаптивных RQ-систем был разработан для входящих простейшего и MMPP-потоков.

Входящий MMPP-поток задается массивом  $\mathbf{Q}$ , элементы которого представляют собой элементы матрицы интенсивностей переходов цепи Маркова  $n(t)$  из одного состояния в другое, а также задается

массив  $\Lambda$ , элементы которого представляют собой матрицу интенсивностей наступления событий при  $n$ -м состоянии цепи Маркова  $n(t)$ .

Для ММРР-потока сначала генерируется начальное состояние  $n$  согласно распределению вероятностей состояний потока, затем время пребывания в этом состоянии ( $T_n$ ). На этом интервале генерируются случайные величины  $t_i$ , которые определяют моменты поступления заявок в систему до завершения интервала продолжительности  $T_n$ . Затем моделируется переход цепи Маркова в следующее состояние  $v$ , в соответствии со значениями элементов массива  $\mathbf{Q}$ , и находится новая интенсивность поступления требований в RQ-систему, как соответствующий диагональный элемент массива  $\Lambda$ . Затем имитационный цикл продолжается до наступления события завершения моделирования.

### Литература

1. Войтиков К.Ю., Моисеев А.Н., Тумаев П.Н. Применение механизма дополнительных модулей для реализации расширяемой алгоритмической базы предметной области // Вестник Кемеровского государственного университета. 2012. №1(49). С. 27–32.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЧИСЛА ЗАНЯТЫХ ПРИБОРОВ В СИСТЕМЕ $MAR|M|_{\infty}$ С ПОВТОРНЫМИ ОБРАЩЕНИЯМИ

Л.А. Жидкова

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия  
ZhidkovaLA@mail.ru

Рассмотрим систему массового обслуживания с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает марковский модулированный поток (МАР), заданный матрицей инфинитезимальных характеристик  $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|$  управляющей цепи Маркова  $k(t)$ , набором условных интенсивностей  $\lambda_k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) и набором вероятностей  $d_{kv}$  ( $k, v = 1, \dots, K$ ) при всех  $k \neq v$ .

Продолжительность обслуживания заявки имеет экспоненциальное распределение с параметром  $\mu$  [1]. Поступившая заявка занимает любой из свободных приборов, завершив обслуживание на котором, с вероятностью  $1-r$  покидает систему или с вероятностью  $r$  возвращается в неё для повторного обслуживания [2–4].

Обозначим  $i(t)$  – число занятых приборов в момент времени  $t$ ,  $n(t)$  – число повторных заявок, обратившихся за время  $t$ ,  $k(t)$  – состояние управляющей цепи Маркова [5–6]. Полученный трехмерный случайный процесс  $\{k(t), i(t), n(t)\}$  является Марковским. Для его распределения вероятностей  $P(k, i, n, t) = P\{k(t) = k, i(t) = i, n(t) = n\}$  получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(k, i, n, t)}{\partial t} = & -\lambda_k P(k, i, n, t) - i\mu P(k, i, n, t) + \lambda_k P(k, i-1, n, t) + \mu(1-r)(1+i)P(k, i+1, n, t) + \\ & + \mu ir P(k, i, n-1, t) + \sum_v \{P(v, i, n, t) \cdot (1-d_{vk}) + P(v, i-1, n, t)d_{vk}\} q_{vk}. \end{aligned} \quad (1)$$

Введем частичные характеристические функции в виде  $H(k, u, w, t) = \sum_i \sum_n e^{ju i} e^{jw n} P(k, i, n, t)$ .

Тогда из (1) имеем систему дифференциальных уравнений в виде матричного уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{H}(u, w, t)}{\partial t} + j\mu(-1 + (1-r)e^{-ju} + re^{jw}) \frac{\partial \mathbf{H}(u, w, t)}{\partial u} = \mathbf{H}(u, w, t)[(e^{ju} - 1)\mathbf{B} + \mathbf{Q}], \quad (2)$$

где  $\mathbf{H}(u, w, t) = [H(1, u, w, t), H(2, u, w, t), \dots, H(K, u, w, t)]$ ,  $\mathbf{Q}$  – матрица инфинитезимальных характеристик  $q_{vk}$ ;  $\Lambda$  – матрица с элементами  $\lambda_k$  на главной диагонали;  $\mathbf{A}$  – матрица из элементов  $d_{vk} q_{vk}$ ;  $\mathbf{B} = \Lambda + \mathbf{A}$ .

Используя уравнение (2) можно определить основные характеристики рассматриваемой системы, в частности – моменты любого порядка для числа занятых приборов и числа заявок, повторно обратившихся в систему для обслуживания.

Значение среднего числа занятых приборов в системе определяется следующим выражением:

$$Mi(t) = \mathbf{ms}_1 \mathbf{E} = -\mathbf{RB}(\mathbf{Q} - \mu(1-r)\mathbf{I})^{-1} \mathbf{E}.$$