

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ИНСТИТУТ ГИДРОДИНАМИКИ
ИМ. М. А. ЛАВРЕНТЬЕВА

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

VIII МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ЛАВРЕНТЬЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ, МЕХАНИКЕ И
ФИЗИКЕ

посвященная 115-летию академика М. А. Лаврентьева

7 – 11 сентября 2015 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Новосибирск
2015

НЕКОММУТАТИВНАЯ РЕДУКЦИЯ И РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ В УРАВНЕНИИ ДИРАКА С ВНЕШНИМ ПОЛЕМ, ДОПУСКАЮЩИМ ГРУППУ СИММЕТРИИ $E(2)$ и $SO(3)$

А. И. Бреев, А. В. Шаповалов

Томский государственный университет, Томск
Томский политехнический университет, Томск

Рассматривается стационарное уравнение Дирака

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad \hat{H} = -i\alpha^k \partial_k + \beta m + V(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} = (x, y, z), \quad (1)$$

где $V(\mathbf{r})$ – потенциал внешнего поля. Для сферически симметричного потенциала $V(r)$, $r = |\mathbf{r}|$, уравнение (1) допускает группу $SO(3)$, а для потенциала вида $V(z)$ уравнение (1) имеет группу симметрии $E(2)$. Для данных потенциалов уравнение (1) допускает разделение переменных (с помощью полного набора коммутирующих операторов симметрии):

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= e^{i(k_1 x + k_2 y)} f_{k_1 k_2 s}(z), & V &= V(z), \\ \psi(\mathbf{r}) &= \Omega_{jMs}(\theta, \phi) f_{js}(r), & V &= V(r), \end{aligned}$$

где $\Omega_{jMs}(\theta, \phi)$ – шаровой спинор, k_1, k_2, j, M, s – квантовые числа.

С другой стороны, уравнение (1) с такими симметриями может быть редуцировано к системе обыкновенных дифференциальных уравнений методом некоммутативного интегрирования [1]. Ключевой конструкцией данного метода является специальное операторно-неприводимое представление T алгебры группы симметрии операторами $l(q, \partial_q)$ первого порядка, определенными на функциях, заданных на лагранжевом подмногообразии Q к орбите коприсоединенного представления группы симметрии [2].

В данной работе рассмотрена связь между некоммутативной редукцией и системой обыкновенных уравнений в разделяющихся переменных. Для группы симметрии $E(2)$ в явном виде найдена связь между величинами $q \in Q$ и физическими наблюдаемыми – квантовыми числами. Для группы $SO(3)$ найдена связь между шаровыми спинорами $\Omega_{jMs}(\theta, \phi)$ и матричными элементами представления T , поднятого до представления группы.

Работа частично поддержана Программой повышения конкурентоспособности Томского государственного университета, программой «Наука», контракт № 1.676.2014/К.

Список литературы

- Шаповалов А. В., Широков И. В. *Некоммутативное интегрирование линейных дифференциальных уравнений*. ТМФ. 1995. Т. 104. № 2. С. 195–213.
- Широков И. В. *Координаты Дарбу на K -орбитах и спектры операторов Казимира на группах Ли*. ТМФ. 2000. Т. 123. № 3. С. 407–423.