

МАТЕМАТИКА

УДК 519.711.3, 514.181.22
DOI 10.17223/19988621/40/1

М.С. Бухтяк

ДЕФЕКТ ОТОБРАЖЕНИЯ
ДЛЯ ДЕФОРМИРОВАННОГО ЛЕПЕСТКА СЕТЕПОЛОТНА

Как и в предшествующих публикациях, автор исследует раскрой сетеполотна для формирования осесимметричного параболического рефлектора, отождествляя раскрой с взаимно-однозначным отображением части плоскости на часть параболоида вращения. Введенное автором ранее понятие дефекта отображения применяется для сетеполотна, ограниченного соседними параболическими ребрами жесткости и подверженного так называемому матрасному эффекту.

Ключевые слова: параболический рефлектор, сетеполотно, отображение поверхностей, дефект отображения поверхности на поверхность, деформация сетеполотна.

Данная работа продолжает построение геометрической модели раскроя сетеполотна для осесимметричного рефлектора, начатое в [1, 2]. В основе модели – вычисление искажений локальных длин при отображении части плоскости на часть параболоида вращения. Аппарат исследования, предложенный в [1, 2], дополнен инвариантом отображения [3]. Там же указанный инвариант применен для анализа раскроя сетеполотна, но без учета так называемого матрасного эффекта [4, 5]. Данный пробел восполнен в предлагаемой статье.

1. Модель деформированного лепестка

Модель лепестка, деформированного под действием так называемого матрасного эффекта (с учетом ортотропных свойств сетеполотна), построена в [4], однако недостаток места привел к неполному её описанию. Отметим ключевые данные о модели и восполним пробелы. Попутно уточним одну из оценок.

Конструктивные параметры рефлектора: F – фокусное расстояние параболоида, R – радиус вырезающего цилиндра, n – число секторов, на которые рефлектор разделен параболическими ребрами. Лепесток сетеполотна симметричен относительно плоскости, проведенной через ось l параболоида и линию \mathcal{L} наибольшего прогиба лепестка (гребневая линия). Модель основана на присоединении к гребневой линии парабол, пересекающих параболические ребра таким образом, чтобы вершина параболы находилась на гребневой линии, главные нормали в точке пересечения этих линий совпадали, а соприкасающиеся плоскости были ортогональны.

Пусть равновесное состояние нагруженного сетеполотна достигается на гребневой линии при значении кривизны этой линии в точке T равной $k_{\text{окр}}$ и значении кривизны параболы в той же точке равной $k_{\text{рад}}$. Ортоотропность сетеполотна моделируется параметром

$$L = \frac{k_{\text{окр}}}{k_{\text{рад}}}.$$

Совместив начало координат O с вершиной параболоида, совместив ось Oz с l и располагая ось Oz в плоскости, содержащей линию \mathcal{L} , обнаруживаем, что вектор-функция, годограф которой есть гребневая линия (при сохранении главных членов разложения в ряд Маклорена), имеет вид

$$\mathbf{r} = \{t, 0, f(t)\}, \quad 0 \leq t \leq R, \quad (1.1)$$

где
$$f(t) = Mt^2 + Nt^4 \quad (1.2)$$

и
$$M = \frac{K^2 + 1}{4F(1 - K^2L)}, \quad N = \frac{K^2L(K^2 + 1)^3}{16F^3(6K^2L - 1)(1 - K^2L)^3}. \quad (1.3)$$

Здесь
$$K = \text{tg} \frac{\pi}{n}.$$

В [4] приведены условия надежности модели. Заметим, что модель сохраняет надежность и при менее строгих ограничениях. Именно, вводя в рассмотрение величины

$$\tilde{M} = 4FM - 1, \quad \tilde{N} = (6K^2L - 1),$$

обнаруживаем, что условия (2.4) в [4] можно заменить более слабым требованием:

$$(M > 0) \& (N < 0) \& (\tilde{M} > 0) \& (4NF^3 + 4MF - 1 > 0).$$

Функция (1.2) с коэффициентами (1.3) найдена в [4] путем приближенного решения дифференциального уравнения (2.5) в [4] с надлежащими начальными условиями. Указанное уравнение перепишем в виде

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} - \Phi(f(t)) = 0. \quad (1.4)$$

Описание оператора $\Phi(f(t))$ ясно из [4], а также, что величины $\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$, $\Phi(f(t))$ имеют одинаковую размерность. Следовательно, значение левой части равенства при подстановке $f(t)$ из (1.2) имеет инвариантный смысл, если нет изменения масштабирования по координатным осям. Тем не менее имеет смысл оценить относительное значение разности (1.4), поскольку видно масштабное изменение значения указанной разности при подстановке (1.2) в зависимости от конструктивных параметров. Имея в виду цели практики, укажем, что для величин, имеющих размерность длины, числовые значения указаны в метрах.

В качестве эталона приняты следующие значения конструктивных параметров:

$$F_0 = 8, R_0 = 6, L_0 = 1, \{n_1, n_2, \dots, n_9\} = \{12, 14, 16, 20, 24, 26, 28, 32, 36\}. \quad (1.5)$$

Соответственно

$$K_i = \operatorname{tg} \frac{\pi}{n_i}, \quad M_i = \frac{K_i^2 + 1}{4F_0(1 - K_i^2 L_0)}, \quad N_i = \frac{K_i^2 L_0 (K_i^2 + 1)^3}{16F_0^3 (6K_i^2 L_0 - 1)(1 - K_i^2 L_0)^3},$$

$$f_i(t) = M_i t^2 + N_i t^4, \quad i = 1, \dots, 9.$$

Невязку решения дифференциального уравнения (1.4) для различных значений i оценим безразмерным выражением

$$\varepsilon_i(t) = \frac{\frac{d^2 f_i(t)}{dt^2} - \Phi(f_i(t))}{\frac{d^2 f_i(t)}{dt^2}}.$$

Среднее квадратичное значение (СКО) невязки

$$\delta_i = \sqrt{\frac{1}{R_0} \int_0^{R_0} \varepsilon_i^2 dt}.$$

Вычислив требуемые интегралы, получаем табл. 1 значений СКО невязки.

Таблица 1

Значения СКО невязки решения уравнения (1.4) для различных n_i

i	n_i	δ_i
1	12	0,02937
2	14	0,01880
3	16	0,01444
4	20	0,01077
5	24	0,00924
6	26	0,00878
7	28	0,00843
8	32	0,00795
9	36	0,00764

Автор склонен полагать решение дифференциального уравнения (1.4) в виде (1.2) удовлетворительным. Функции, с которыми мы будем иметь дело, содержат (кроме прочего) величины M и N . Ввиду чрезмерной громоздкости указанных функций, возникает необходимость их аппроксимировать (скажем, разложением в отрезок ряда Маклорена). В этой связи интересно выяснить, как ведут себя M и N при различных значениях конструктивных параметров. Ответ на этот вопрос содержится в рис. 1 и рис. 2. Разумеется, полученная информация не доказывает целесообразность применения разложений наших функций по M и N , но обосновывает надежду на успех. Полученные аппроксимации будут проверены на предмет близости к приближаемым функциям. Ясно, что порядок разложения по степеням M следует указывать большим, нежели порядок разложения по N .

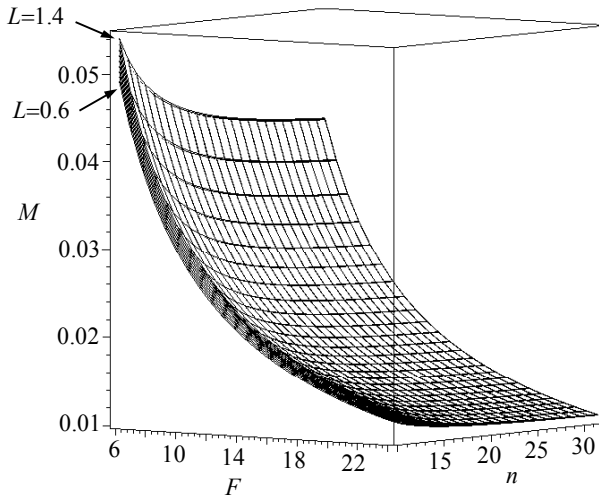


Рис. 1. Зависимость M от F и n
при $L \in \{0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4\}$

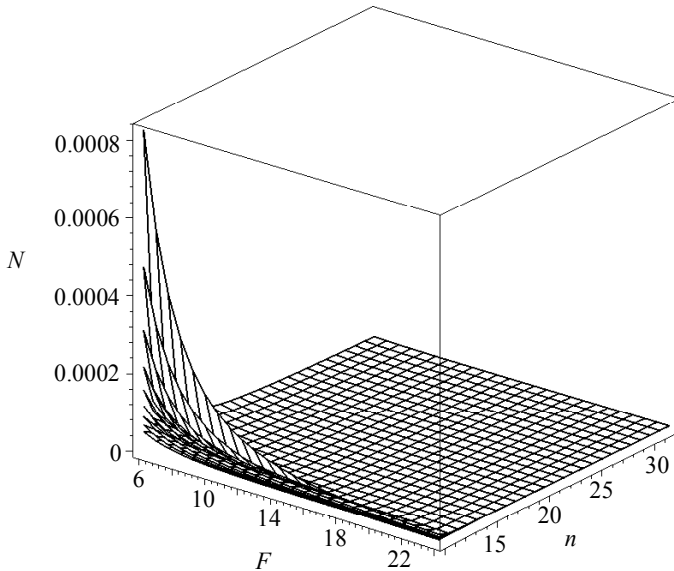


Рис. 2. Зависимость N от F и n
при $L \in \{0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4\}$
(очередность снизу вверх)

2. Основная функция и дефект отображения

Основная функция, сопоставляемая паре поверхностей, введена в [3] в качестве меры отличия отображения одной поверхности на другую от изометрического отображения. В основе конструкции – две поверхности Σ_1 и Σ_2 , отнесенные к

криволинейным координатам u, v . Именно,

$$\Sigma_1 : \mathbf{R} = \mathbf{r}_1(u, v) \in C^1, \quad \Sigma_2 : \mathbf{R} = \mathbf{r}_2(u, v) \in C^1, \quad (u, v) \in D \subseteq \mathbb{R}^2.$$

Из соображений технической природы предпочтительно говорить не о соответствии указанных поверхностей, а об отображении одной из них на другую:

$$\varphi_1 : \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2. \quad (2.1)$$

Первые квадратичные формы суть дифференциальные формы

$$ds_1^2 = E_1(u, v)du^2 + 2F_1(u, v)dudv + G_1(u, v)dv^2,$$

$$ds_2^2 = E_2(u, v)du^2 + 2F_2(u, v)dudv + G_2(u, v)dv^2.$$

Для отображения поверхности Σ_2 на поверхность Σ_1 безразмерная характеристика отклонения отображения от изометрического определена **основной функцией** [3]

$$\Lambda(u, v) = \left(1 - \frac{E_2(u, v)G_2(u, v) - F_2(u, v)^2}{E_1(u, v)G_1(u, v) - F_1(u, v)^2} \right)^2 + \left(2 + \frac{-E_2(u, v)G_1(u, v) - E_1(u, v)G_2(u, v) + 2F_2(u, v)F_1(u, v)}{E_1(u, v)G_1(u, v) - F_1(u, v)^2} \right)^2.$$

Дефект $K(f)$ отображения (2.1) определен в [3] соотношением

$$K(f) \triangleq \frac{\iint_{(D)} \Lambda \sqrt{E_2 G_2 - F_2^2} dudv}{S_2}.$$

Для гребневой линии (1.1) элемент длины дуги имеет вид

$$\sqrt{1 + 4M^2 t^2 + 16Mt^4 N + 16N^2 t^6}. \quad (2.2)$$

Функцию (2.2) аппроксимируем полиномом

$$1 + 8Mt^4 N + 2M^2 t^2. \quad (2.3)$$

Относительная погрешность Q аппроксимации (2.3) для различных значений n из (1.5) представлена на рис. 3.

Есть основания считать аппроксимацию приемлемой. Длина дуги гребневой линии соответственно оценивается функцией

$$DL = t + \frac{8}{5}Mt^5 N + \frac{2}{3}M^2 t^3.$$

Как предложено в [4], деформированный благодаря «матрасному эффекту» лепесток Σ_2 задается вектор-функцией

$$\mathbf{R}_2 = \left\{ t + \frac{u^2 L f f''}{2(1+(f')^2)^2}, u, f - \frac{u^2 L f''}{2(1+(f')^2)^2} \right\}, \quad (2.4)$$

и f определена в (1.2).

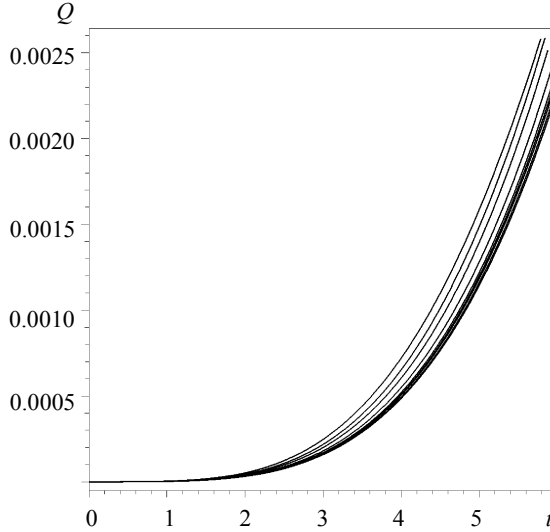


Рис. 3. Относительная погрешность аппроксимации (2.3) для значений n_1, \dots, n_9 из (1.5) (очередность сверху вниз)

Таким образом,

$$\Sigma_2 : \mathbf{R}_2 = \left\{ t + \frac{u^2 L (2M + 12Nt^2)(2Mt + 4Nt^3)}{2(1 + 4M^2t^2 + 16Mt^4N + 16N^2t^6)^2}, u, \right. \\ \left. Mt^2 + Nt^4 - \frac{u^2 L (2M + 12Nt^2)}{2(1 + 4M^2t^2 + 16Mt^4N + 16N^2t^6)^2} \right\}, \quad 0 \leq t \leq R. \quad (2.5)$$

Для $\mathbf{R}_2(u, v)$ строится полиномиальное приближение (по аргументу N порядок разложения в ряд полагаем равным 8, а по аргументу M равным 16).

Плоский кусок сетеполотна Σ_1 , отображаемый на Σ_2 , зададим следующей вектор-функцией:

$$\mathbf{R}_1 = \{DL, u, 0\} = \left\{ t + \frac{8}{5}Mt^5N + \frac{2}{3}M^2t^3, u, 0 \right\}, \\ 0 \leq t \leq R, \quad -Kt \leq u \leq Kt. \quad (2.6)$$

Пара вектор-функций $\mathbf{R}_1(u, v)$, $\mathbf{R}_2(u, v)$ определяет отображение (2.1). Ясно, что прямые, соединяющие соответствующие точки двух определенных выше поверхностей, параллельны плоскости xOz , а сферическое изображение конгруэнции указанных прямых [6, с. 19] есть линия. Таким образом, конгруэнция – цилиндрическая [6]. Представление о соответствии наших поверхностей получим, соединив прямолинейными отрезками их соответствующие точки. Часть указанной конструкции приведена на рис. 4.

Вычислим дефект этого отображения. Следует иметь в виду, что исследуемое здесь отображение не есть результат решения оптимизационной задачи. Практически наверняка существует отображение, реализующее меньшее значение дефекта

та. Таким образом, речь идет о верхней оценке дефекта. Уточнение значения верхней оценки (тем более – отыскание точной верхней границы) представляется весьма сложной задачей.

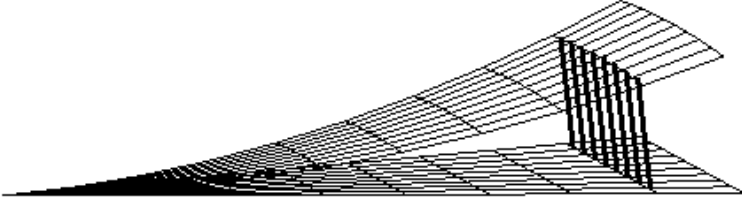


Рис. 4. Фрагмент соответствия поверхностей Σ_1 и Σ_2

Вычисление основной функции для \mathbf{R}_2 весьма затруднено. Применим для неё полиномиальное приближение. По аргументу N порядок разложения в ряд полагаем равным 6, а по аргументу M равным 12. Примем для аппроксимирующей вектор-функции символику

$$\widetilde{\mathbf{R}}_2 = \{\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}\}. \quad (2.7)$$

Тогда, в частности,

$$\tilde{x} = t - 2Ltu^2 a_x,$$

где

$$\begin{aligned} a_x = & -M^2 + 8t^2M^4 - 48t^4M^6 + 256t^6M^8 - 1280t^8M^{10} - 12t^4N^2 + 384t^{10}N^4 - \\ & -24576t^{14}MN^5 - 8t^2MN + 96t^4M^3N + 384t^6N^2M^2 - 768t^6M^5N - 4800t^8N^2M^4 + \\ & + 5120t^8M^7N + 640t^8MN^3 + 43008t^{10}N^2M^6 - 15360t^{10}M^3N^3 - 322560t^{12}N^2M^8 - \\ & -26880t^{12}N^4M^2 + 172032t^{12}NM^{11} + 200704t^{12}M^5N^3 + 2162688t^{14}N^2M^{10} - \\ & -3148873728t^{22}N^5M^9 + 29771169792t^{24}N^5M^{11} + 573440t^{14}N^4M^4 - \\ & -7741440t^{16}N^4M^6 + 16220160t^{16}M^9N^3 + 1032192t^{16}M^3N^5 - 119275520t^{18}N^3M^{11} - \\ & -20643840t^{18}N^5M^5 + 81100800t^{18}N^4M^8 - 721616896t^{20}N^4M^{10} + \\ & + 285474816t^{20}M^7N^5 - 1966080t^{14}M^7N^3 - 30720t^{10}M^9N, \end{aligned}$$

$$\tilde{y} = u,$$

$$\begin{aligned} \tilde{z} = & -u^2LM + (M + 8u^2LM^3 - 6u^2LN)t^2 + \\ & + (-48u^2LM^5 + N + 80Nu^2LM^2)t^4 + 32u^2Lt^6b_z, \end{aligned}$$

причем

$$\begin{aligned} b_z = & -21NM^4 + 4992Nt^6M^{10} - 8320t^6M^7N^2 + 4160t^6N^3M^4 - \\ & -312t^6MN^4 - 40t^2M^9 + 192t^4M^{11} + 6t^2N^3 - 144t^8N^5 + 7MN^2 - \\ & -108t^2M^3N^2 - 340480t^{12}N^5M^4 + 57600t^8M^9N^2 + \\ & + 1056t^4M^5N^2 - 152320t^{10}M^5N^4 - 264t^4N^3M^2 - 880t^4NM^8 + \\ & + 13056t^{10}N^5M^2 + 9600t^8M^3N^4 - 44800t^8N^3M^6 + 1751040t^{12}M^7N^4 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +5419008t^{14}N^5M^6 - 65286144t^{16}N^5M^8 - 16558080t^{14}N^4M^9 + \\
& +137166848t^{16}N^4M^{11} - 365568t^{10}N^2M^{11} - 2996224t^{12}N^3M^{10} + \\
& +656015360t^{18}N^5M^{10} + 144t^2NM^6 + 391680t^{10}N^3M^8 + 8M^7.
\end{aligned}$$

На рис. 5 представлены графики основной функции для различных значений числа лепестков. График точного представления основной функции – на рис. 6.

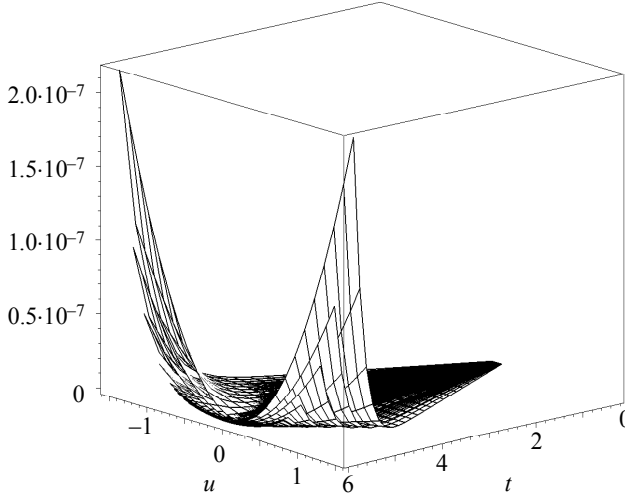


Рис. 5. Относительная погрешность аппроксимации (2.7) – модуль разности вектор-функций для значений n_1, \dots, n_9 из (1.5) (очередность сверху вниз)

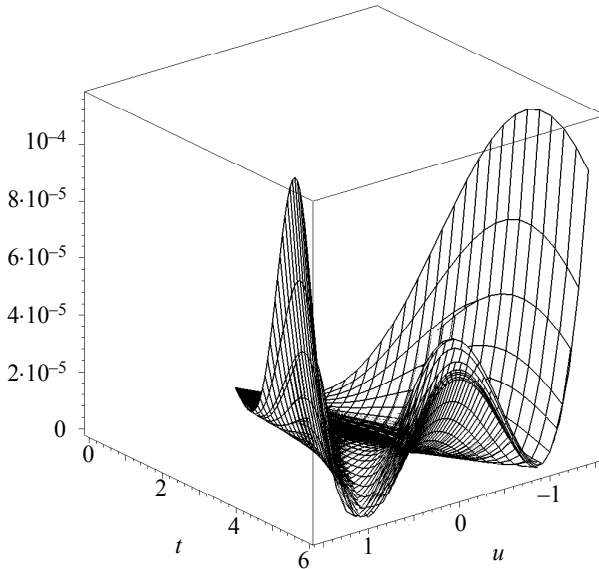


Рис.6. Точные значения основной функции для значений n_1, \dots, n_9 из (1.5) (очередность сверху вниз)

Для основной функции также строится полиномиальное приближение. О его качестве свидетельствует рис. 7.

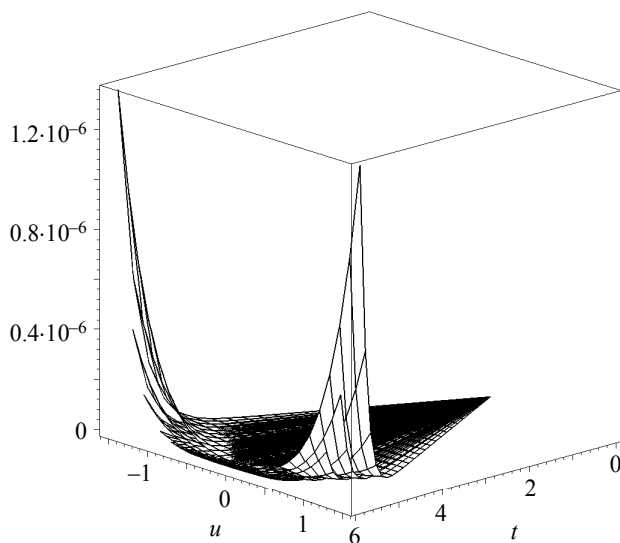


Рис. 7. Абсолютная погрешность аппроксимации основной функции для значений n_1, \dots, n_9 из (1.5) (очередность сверху вниз)

Аналогично (рис. 8) строится полиномиальное приближение для элемента площади деформированного лепестка.

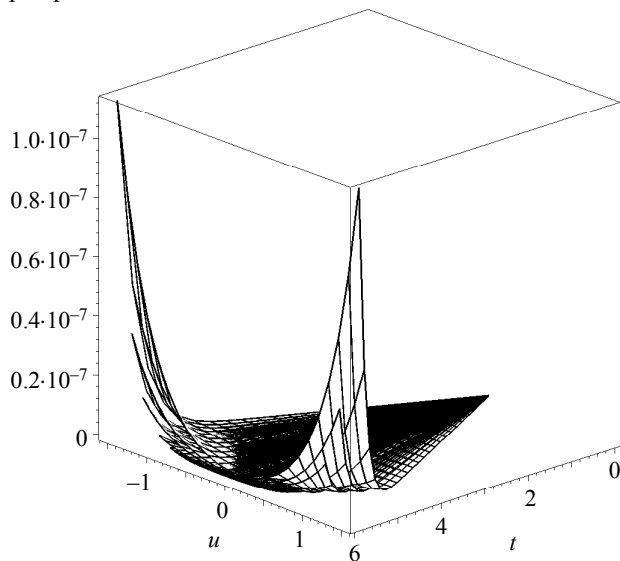


Рис. 8. Относительная погрешность аппроксимации элемента площади деформированного лепестка для значений n_1, \dots, n_9 из (1.5) (очередность сверху вниз)

Построенные аппроксимации позволяют вычислить дефект отображения для различных значений параметра n (число лепестков). Вычисления проведены для значений $F = F_0 = 8$, $R = R_0 = 6$, $L = L_0 = 1$. Алгоритм, запрограммированный в среде Maple, позволяет провести вычисления для любых допустимых значений указанных конструктивных параметров. Стоит отметить, что уровень ресурсоемкости программы определяется двумя параметрами: константой Digits, задающей разрядность обрабатываемых чисел, и порядком m_0 разложения функций в степенной ряд. Начиная со значения Digits=12, дальнейшее увеличение значения этой константы не сказывается на результате (хотя растет продолжительность вычислений). В то же время, при $m_0 > 10$ требуются слишком большие ресурсы компьютера. Результат вычислений представлен в табл. 2.

Таблица 2

Дефект отображения для различных значений числа лепестков при $F = 8$, $R = 6$, $L = 1$

Число лепестков	Дефект отображения
12	0,000015
14	$0.8662 \cdot 10^{-5}$
16	$0.6117 \cdot 10^{-5}$
20	$0.5018 \cdot 10^{-5}$
24	$0.5281 \cdot 10^{-5}$
26	$0.5501 \cdot 10^{-5}$
28	$0.5720 \cdot 10^{-5}$
32	$0.6113 \cdot 10^{-5}$
36	$0.6431 \cdot 10^{-5}$

3. Второе отображение

Здесь мы строим отображение

$$\Phi_2 : \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2,$$

отличающееся от (2.1) заданием иной вектор-функции, годограф которой есть кусок плоскости. Оставим неизменной первую компоненту вектор-функции (2.6), а в качестве второй компоненты примем длину s дуги ν -линии деформированного лепестка (2.5). Заметим, что

$$s = \int_0^u \sqrt{\frac{u^2 L^2 (2M + 12Nt^2)^2 (2Mt + 4Nt^3)^2}{(1 + 4M^2 t^2 + 16Mt^4 N + 16N^2 t^6)^4} + 1 + \frac{u^2 L^2 (2M + 12Nt^2)^2}{(1 + 4M^2 t^2 + 16Mt^4 N + 16N^2 t^6)^4}} dt.$$

Применяя полиномиальное приближение, приходим к оценке искомой величины в виде

$$\tilde{s} = u + 8u^3 L^2 M t^2 N + \frac{2}{3} u^3 L^2 M^2. \quad (3.1)$$

График относительной погрешности аппроксимации (3.1) представлен на рис. 9.

Теперь плоскую область, отображаемую на деформированный лепесток, зададим вектор-функцией

$$\mathbf{R}_1 = \left(t + \frac{8}{5} M t^5 N + \frac{2}{3} M^2 t^3, u + 8u^3 L^2 M t^2 N + \frac{2}{3} u^3 L^2 M^2, 0 \right), \quad 0 \leq t \leq R, \quad -Kt \leq u \leq Kt.$$

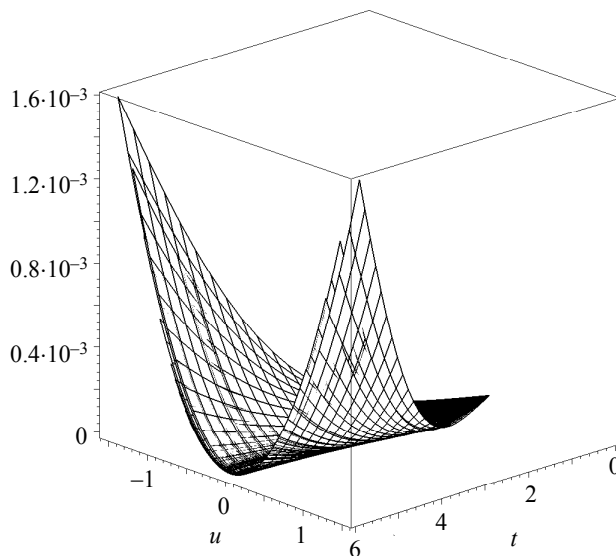


Рис. 9. Относительная погрешность аппроксимации (3.1) для значений n_1, \dots, n_9 из (1.5) (очередность сверху вниз)

Конгруэнция прямых, соединяющих соответствующие точки, теперь не цилиндрическая [6]. Сферическое изображение этой конгруэнции для значений конструктивных параметров (1.5) имеет вид (рис. 10):

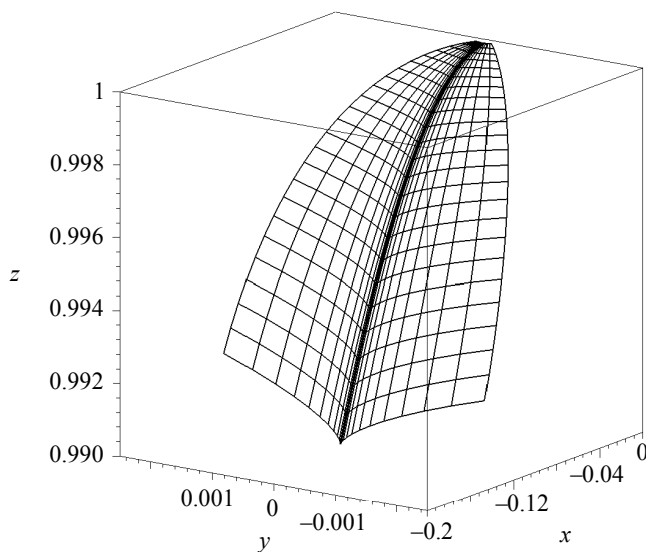


Рис. 10. Сферическое изображение конгруэнции лучей, соединяющих соответствующие точки

Полиномиальное приближение основной функции здесь не приводим. Отметим, что относительная погрешность аппроксимации описывается графиком (рис. 11).

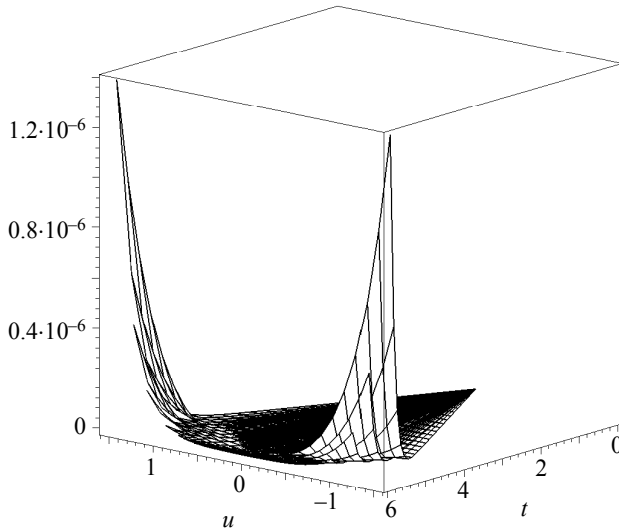


Рис. 11. Абсолютная погрешность аппроксимации основной функции для значений n_1, \dots, n_9 из (1.5) (очередность сверху вниз)

Мы не приводим данные о точности аппроксимации прочих функций. Ограничимся констатацией того факта, что точность не хуже, чем при рассмотрении первого отображения (табл. 3).

Таблица 3

Дефект отображения для различных значений числа лепестков при $F=8, R=6, L=1$

Число лепестков	Дефект отображения
12	$0.7466 \cdot 10^{-5}$
14	$0.7755 \cdot 10^{-5}$
16	$0.7710 \cdot 10^{-5}$
20	$0.7676 \cdot 10^{-5}$
24	$0.7707 \cdot 10^{-5}$
26	$0.7728 \cdot 10^{-5}$
28	$0.7748 \cdot 10^{-5}$
32	$0.7785 \cdot 10^{-5}$
36	$0.7814 \cdot 10^{-5}$

Сведем в одну таблицу данные о дефекте отображения для примеров, приведенных в [3], и примеров, рассмотренных здесь (при $F = 8, R = 6, L = 1$) (табл. 4).

Таблица 4

Дефект отображения для различных схем раскроя сетеполотна
числа лепестков при $F = 8$, $R = 6$, $L = 1$

Число лепестков	Выкраивание плоским листом	Выкраивание лепестком с закругленными краями	Для отображения φ_1	Для отображения φ_2
12	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.2833 \cdot 10^{-9}$	0.000015	$0.7466 \cdot 10^{-5}$
14	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.1529 \cdot 10^{-9}$	$0.8662 \cdot 10^{-5}$	$0.7755 \cdot 10^{-5}$
16	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.8665 \cdot 10^{-10}$	$0.6117 \cdot 10^{-5}$	$0.7710 \cdot 10^{-5}$
20	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.3672 \cdot 10^{-10}$	$0.5018 \cdot 10^{-5}$	$0.7676 \cdot 10^{-5}$
24	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.1771 \cdot 10^{-10}$	$0.5281 \cdot 10^{-5}$	$0.7707 \cdot 10^{-5}$
26	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.1286 \cdot 10^{-10}$	$0.5501 \cdot 10^{-5}$	$0.7728 \cdot 10^{-5}$
28	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.9558 \cdot 10^{-11}$	$0.5720 \cdot 10^{-5}$	$0.7748 \cdot 10^{-5}$
32	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.5603 \cdot 10^{-11}$	$0.6113 \cdot 10^{-5}$	$0.7785 \cdot 10^{-5}$
36	$0.1805 \cdot 10^{-6}$	$0.3498 \cdot 10^{-11}$	$0.6431 \cdot 10^{-5}$	$0.7814 \cdot 10^{-5}$

4. Выводы

Содержание последней таблицы позволяет считать, что дефект отображения – довольно чувствительный инструмент сравнения отображений, отвечающих различным схемам раскроя сетеполотна, способный, к тому же, отмечать искажение формы сетеполотна, обусловленное «матрасным эффектом» [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бухтяк М.С., Соломина А.В. Геометрическое моделирование раскроя сетеполотна для осесимметричного рефлектора. Часть 1 // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 2(34). С. 5–17.
2. Бухтяк М.С., Соломина А.В. Геометрическое моделирование раскроя сетеполотна для осесимметричного рефлектора. Часть 2 // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 4(36). С. 5–14.
3. Бухтяк М.С., Соломина А.В. Об одном инварианте отображения поверхностей применительно к раскрою сетеполотна // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. № 1(39). С. 13–24.
4. Бухтяк М.С. Геометрическое моделирование деформации сетеполотна параболического рефлектора // Математическое моделирование. 2016. Т. 28. № 1. С. 97–106.
5. Гряник М.В., Ломан В.И. Развертываемые зеркальные антенны зонтичного типа. М.: Радио и связь, 1987. 72 с.
6. Фиников С.П. Теория конгруэнций. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 528 с.

Статья поступила 10.01.2016 г.

Bukhtyak M.S. DEFECT OF MAPPING FOR DEFORMED SEGMENT OF METALLIC MESH
DOI 10.17223/19988621/40/1

Metallic mesh tailoring aimed to form a parabolic reflector is identified with biunique reflection of plain's part on a part of a paraboloid of revolution. In previous publications the authors have developed an analytical tool to assess the quality of metallic mesh tailoring for reflector antennas of any design. Its basis is a function (called the main function) the value of which depends on the ratio of first quadratic forms defining a local quadratic metric of a piece of plane and that for the corresponding segment of the metallic mesh. The integral mean of this function is called

the display defect. The examples of display effect to assess the quality of metallic mesh tailoring for axisymmetric reflector are provided in previous publications. They, however, do not take into account the effect of reverse deflection of the metallic mesh between adjacent ribs of the bearing structure – the so-called mattress effect. This article fills this gap. A vector function has been built for the metallic mesh exposed to mattress effect. The functions by which the problem of display defect is solved are very complex. Polynomial approximations are constructed for them with estimated accuracy of approximation. The algorithm has been developed to calculate the display defect for practically important values for technological parameters of the axisymmetric reflector. Among these parameters are the focal parameter of the parent paraboloid, radius of the cutting out cylinder, and number of sectors.

Keywords: parabolic reflector, metallic mesh, mapping of surfaces, defect of surface-to surface mapping, deformation of metallic mesh.

BUKHTYAK Mikhail Stepanovich (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: bukhtyakm@mail.ru

REFERENCES

1. Bukhtyak M.S., Solomina A.V. (2015) Geometricheskoe modelirovanie raskroya setepolotna dlya osesimmetrichnogo reflektora. Chast' 1 [Geometric modeling of metallic mesh sheet tailoring for an axisymmetric reflector. Part 1]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2(34). pp. 5–17. DOI: 10.17223/19988621/34/1.
2. Bukhtyak M.S., Solomina A.V. (2015) Geometricheskoe modelirovanie raskroya setepolotna dlya osesimmetrichnogo reflektora. Chast' 2 [Geometric modelling of metallic mesh tailoring for axisymmetric refltor. Part 2]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 4(36). pp. 5–14. DOI: 10.17223/19988621/36/1.
3. Bukhtyak M.S., Solomina A.V. (2016) Ob odnom invariante otobrazheniya poverkhnostey primenitel'no k raskroyu setepolotna [On an invariant of surface mapping as applied to metallic mesh tailoring] *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 1(39). pp. 13–24. DOI: 10.17223/19988621/39/2.
4. Bukhtyak M.S. (2016) Geometrical modeling of parabolic reflector's metallic mesh deformation. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 8(4). (In print)
5. Gryanik M.V., Loman V.I. (1987) *Razvertvyvaemye zerkal'nye anteny zontichnogo tipa* [Deployable Mirror Umbrella-Type Antennas]. Moscow: Radio i svyaz'.
6. Finikov S.P. (1950) *Teoriya kongruentsiy* [Theory of Congruences]. Moscow; Leningrad: GITTL.