Кемеровский государственный университет

Томский государственный университет

Кемеровский научный центр Сибирского отделения РАН

Филиал Кемеровского государственного университета

в г. Анжеро-Судженске

Посвящается 65-летию Победы

в Великой Отечественной войне

НАУЧНОЕ ТВОРЧЕСТВО МОЛОДЕЖИ

Материалы XIV Всероссийской

научно-практической конференции

15–16 апреля 2010 г.

Часть 1

Издательство Томского университета

2010

5. Моисеева С. П., Ананина И. А., Назаров А. А. Исследование потоков в системе $M|GI|\infty$ с повторными обращениями методом предельной декомпозиции // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – №3(8). – С. 56–66.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)», проект № 4761 «Разработка методов исследования немарковских систем массового обслуживания и их применение к сложным экономическим системам и компьютерным сетям связи».

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ $GI^{(2)}|GI|\infty$ МЕТОДОМ ПРОСЕЯННОГО ПОТОКА

В. В. Сергеева, С. П. Моисеева*

Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске
**Томский государственный университет*

Пусть на вход системы поступает рекуррентный поток [2] сдвоенных заявок, заданный функцией распределения $A(x)$. Дисциплина обслуживания определяется тем, что одна из этих заявок поступает в первый, а другая, вторая, во второй блоки обслуживания и занимает любой из свободных приборов, на котором выполняется ее обслуживание. Время обслуживания в каждом блоке имеет произвольную функцию распределения одинаковую для всех приборов. Поступающая заявка занимает любой из свободных приборов в своем блоке, и, завершив обслуживание, покидает систему.

Обозначим $i_1(t), i_2(t)$ – число приборов, занятых в момент времени t в первом или втором, соответственно, блоке обслуживания, а стационарное распределение вероятностей значений процесса $\{i_1(t), i_2(t)\}$ обозначим

$$\Pi(i_1, i_2) = P\{i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2\}.$$

Для рассматриваемой системы двумерный случайный процесс $\{i_1(t), i_2(t)\}$ изменения во времени состояний системы не является марковским [1].

Для исследования рассматриваемой системы $GI^{(2)}|GI|\infty$ применим метод просеянного потока [4]. Предлагаемый метод позволяет проблему исследования немарковской системы обслуживания с неограниченным числом приборов свести к задаче анализа нестационарного марковизируемого потока.

На оси времени t отметим моменты наступления событий этого потока. Выделим некоторый момент времени t_1. Пусть $t_1 = 0$. Будем полагать, что заявки входящего потока, поступившие в систему в момент времени $t < t_1 = 0$, формируют события двумерного просеянного потока с вероятностями $S_1(t) = 1 - B_1(-t), S_2(t) = 1 - B_2(-t)$, а с вероятностью $1 - S_1(t)$ и $1 - S_2(t)$ не рассматриваются.

Обозначим $\{n_1(t), n_2(t)\}$ – двумерный процесс, компоненты которого характеризуют число событий просеянных потоков, наступивших до момента времени t.

Если в некоторый начальный момент времени $t_0 < t_1$ система обслуживания свободна, то есть в ней нет обслуживаемых заявок, то для момента времени t_1 выполняется равенство

$$i_1(t_1) = n_1(t_1),\ i_2(t_1) = n_2(t_1), \tag{1}$$

то есть число $i_k(t_1)$ приборов, занятых в k-м блоке обслуживания рассматриваемой системе обслуживания, равно числу $n_k(t_1)$ событий просеянного потока, наступивших до момента времени t_1.

Пусть $z(t)$ − случайная величина, характеризующая время от момента t до наступления следующего события в рекуррентном потоке, тогда

$$A(z) = P\{z(t) < z\}.$$

Определим нестационарный трехмерный марковский процесс $\{n_1(t), n_2(t), z(t)\}$, для распределения вероятностей которого

$$P(n_1, n_2, z, t) = P\{n_1(t) = n_1, n_2(t) = n_2, z(t) < z\}$$

по формуле полной вероятности запишем следующие равенства:

$$P(n_1, n_2, z - \Delta t, t + \Delta t) = [P(n_1, n_2, z, t) - P(n_1, n_2, \Delta t, t)] + P(n_1 - 1, n_2 - 1, \Delta t, t) \times$$
$$\times A(z) S_1(t) S_2(t) + P(n_1 - 1, n_2, \Delta t, t) A(z)(1 - S_2(t)) S_1(t) + P(n_1, n_2 - 1, \Delta t, t) A(z) \times$$
$$\times S_2(t)(1 - S_1(t)) + P(n_1, n_2, \Delta t, t) A(z)(1 - S_1(t))(1 - S_2(t)) + o(\Delta t).$$

Получим систему дифференциальных уравнений Колмогорова [3]:

$$\frac{\partial P(n_1, n_2, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial P(n_1, n_2, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial P(n_1, n_2, 0, t)}{\partial z} +$$
$$+ A(z) \cdot \left[S_1(t) \cdot S_2(t) \cdot \frac{\partial P(n_1 - 1, n_2 - 1, 0, t)}{\partial z} + S_1(t) \cdot (1 - S_2(t)) \cdot \frac{\partial P(n_1 - 1, n_2, 0, t)}{\partial z} + \right.$$
$$\left. + S_2(t) \cdot (1 - S_1(t)) \cdot \frac{\partial P(n_1, n_2 - 1, 0, t)}{\partial z} + (1 - S_1(t)) \cdot (1 - S_2(t)) \cdot \frac{P(n_1, n_2, 0, t)}{\partial z} \right]. \tag{2}$$

Начальные условия для решения этой системы в момент времени t_0 определим равенством

$$P(n_1, n_2, z, t_0) = \begin{cases} R(z), & \text{åñëè } n_1, n_2 = 0, \\ 0, & \text{åñëè } n_1, n_2 > 0. \end{cases}$$

Обозначив

$$H(u, w, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{jun_1} e^{jun_2} P(n_1, n_2, z, t), \tag{3}$$

получим следующую задачу Коши:

$$\frac{\partial H(u, w, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial H(u, w, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} +$$

$$+A(z)\cdot\left(S_1(t)S_2(t)e^{j(u+w)}\frac{\partial H(u,w,0,t)}{\partial z}+(1-S_1(t))S_2(t)e^{jw}\frac{\partial H(u,w,0,t)}{\partial z}+\right.$$

$$\left.+S_1(t)(1-S_2(t))e^{ju}\frac{\partial H(u,w,0,t)}{\partial z}+(1-S_1(t))(1-S_2(t))\frac{\partial H(u,w,0,t)}{\partial z}\right),(4)$$

$$H(u,w,z,t_0)=R(z).$$

Решив эту задачу Коши, найдём функцию $H(u,w,z,t)$, тогда, в силу равенства (3), характеристическую функцию величины $n(t)$ определим в виде

$$Me^{jun_1(t)}=H(u,0,\infty,t),\ Me^{jun_2(t)}=H(0,w,\infty,t).$$

Полагая здесь $t=0$, в силу равенства (1), характеристическая функции стационарного распределения вероятностей $\Pi(i_1,i_2)$ числа приборов, занятых в каждом блоке системы $GI^{(2)}|GI|\infty$, будет иметь следующий вид:

$$h\ (u,w)=Me^{j[ui_1(t)+wi_2(t)]}=Me^{j[un_1(0)+wn_2(0)]}=H(u,w,\infty,0).$$

Уравнение (4), определяющее характеристики системы $GI^{(2)}|GI|\infty$, предлагается решать в асимптотическом условии растущего времени, полагая, что среднее значение времени обслуживания $b\to\infty$.

Литература

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. 3-е изд., испр. и доп. М.: КомКнига, 2005. – 408 с.

2. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2005. – 228 с.

3. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория вероятностей и случайных процессов. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 204 с.

4. Назаров А.А., Моисеева С.П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)», проект № 4761 «Разработка методов исследования немарковских систем массового обслуживания и их применение к сложным экономическим системам и компьютерным сетям связи».

МИНИМАЛЬНЫЕ НЕАССОЦИАТИВНЫЕ КОЛЬЦА

А. Т. Ситдикова

Научный руководитель: канд. физ.-мат. наук Т. Ю. Войтенко

Лесосибирский педагогический институт – филиал

Сибирского федерального университета

Кольцо, в котором условие ассоциативности умножения не выполняется, называется неассоциативным. Известно, что все кольца из двух, трех и четырех элементов, содержащих 0 и 1, являются коммутативными и ассоциативными.

Если в ассоциативном кольце K сохранить его аддитивную группу, а операцию умножения заменить новой операцией по формуле