

**Кемеровский государственный университет  
Томский государственный университет  
Кемеровский научный центр Сибирского отделения РАН  
Филиал Кемеровского государственного университета  
в г. Анжеро-Судженске**

*Посвящается 65-летию Победы  
в Великой Отечественной войне*



## **НАУЧНОЕ ТВОРЧЕСТВО МОЛОДЕЖИ**

**Материалы XIV Всероссийской  
научно-практической конференции  
15–16 апреля 2010 г.**

**Часть 1**

**Издательство Томского университета**

**2010**

5. Моисеева С. П., Ананина И. А., Назаров А. А. Исследование потоков в системе  $M|GI|_{\infty}$  с повторными обращениями методом предельной декомпозиции // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – №3(8). – С. 56–66.

Работа выполнена при поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)», проект № 4761 «Разработка методов исследования немарковских систем массового обслуживания и их применение к сложным экономическим системам и компьютерным сетям связи».

## ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ $GI^{(2)}|GI|_{\infty}$ МЕТОДОМ ПРОСЕЯННОГО ПОТОКА

**В. В. Сергеева, С. П. Моисеева\***

*Филиал Кемеровского государственного университета  
в г. Анжеро-Судженске*

*\*Томский государственный университет*

Пусть на вход системы поступает рекуррентный поток [2] сдвоенных заявок, заданный функцией распределения  $A(x)$ . Дисциплина обслуживания определяется тем, что одна из этих заявок поступает в первый, а другая, вторая, во второй блоки обслуживания и занимает любой из свободных приборов, на котором выполняется ее обслуживание. Время обслуживания в каждом блоке имеет произвольную функцию распределения одинаковую для всех приборов. Поступающая заявка занимает любой из свободных приборов в своем блоке, и, завершив обслуживание, покидает систему.

Обозначим  $i_1(t), i_2(t)$  – число приборов, занятых в момент времени  $t$  в первом или втором, соответственно, блоке обслуживания, а стационарное распределение вероятностей значений процесса  $\{i_1(t), i_2(t)\}$  обозначим

$$P(i_1, i_2) = P\{i_1(t) = i_1, i_2(t) = i_2\}.$$

Для рассматриваемой системы двумерный случайный процесс  $\{i_1(t), i_2(t)\}$  изменения во времени состояний системы не является марковским [1].

Для исследования рассматриваемой системы  $GI^{(2)}|GI|_{\infty}$  применим метод просеянного потока [4]. Предлагаемый метод позволяет проблеме исследования немарковской системы обслуживания с неограниченным числом приборов свести к задаче анализа нестационарного марковизируемого потока.

На оси времени  $t$  отметим моменты наступления событий этого потока. Выделим некоторый момент времени  $t_1$ . Пусть  $t_1 = 0$ . Будем полагать, что заявки входящего потока, поступившие в систему в момент времени  $t < t_1 = 0$ , формируют события двумерного просеянного потока с вероятностями  $S_1(t) = 1 - B_1(-t)$ ,  $S_2(t) = 1 - B_2(-t)$ , а с вероятностью  $1 - S_1(t)$  и  $1 - S_2(t)$  не рассматриваются.

Обозначим  $\{n_1(t), n_2(t)\}$  – двумерный процесс, компоненты которого характеризуют число событий просеянных потоков, наступивших до момента времени  $t$ .

Если в некоторый начальный момент времени  $t_0 < t_1$  система обслуживания свободна, то есть в ней нет обслуживаемых заявок, то для момента времени  $t_1$  выполняется равенство

$$i_1(t_1) = n_1(t_1), \quad i_2(t_1) = n_2(t_1), \quad (1)$$

то есть число  $i_k(t_1)$  приборов, занятых в  $k$ -м блоке обслуживания рассматриваемой системы обслуживания, равно числу  $n_k(t_1)$  событий просеянного потока, наступивших до момента времени  $t_1$ .

Пусть  $z(t)$  – случайная величина, характеризующая время от момента  $t$  до наступления следующего события в рекуррентном потоке, тогда

$$A(z) = P\{z(t) < z\}.$$

Определим нестационарный трехмерный марковский процесс  $\{n_1(t), n_2(t), z(t)\}$ , для распределения вероятностей которого

$$P(n_1, n_2, z, t) = P\{n_1(t) = n_1, n_2(t) = n_2, z(t) < z\}$$

по формуле полной вероятности запишем следующие равенства:

$$\begin{aligned} P(n_1, n_2, z - \Delta t, t + \Delta t) = & [P(n_1, n_2, z, t) - P(n_1, n_2, \Delta t, t)] + P(n_1 - 1, n_2 - 1, \Delta t, t) \times \\ & \times A(z) S_1(t) S_2(t) + P(n_1 - 1, n_2, \Delta t, t) A(z) (1 - S_2(t)) S_1(t) + P(n_1, n_2 - 1, \Delta t, t) A(z) \times \\ & \times S_2(t) (1 - S_1(t)) + P(n_1, n_2, \Delta t, t) A(z) (1 - S_1(t)) (1 - S_2(t)) + o(\Delta t). \end{aligned}$$

Получим систему дифференциальных уравнений Колмогорова [3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(n_1, n_2, z, t)}{\partial t} = & \frac{\partial P(n_1, n_2, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial P(n_1, n_2, 0, t)}{\partial z} + \\ & + A(z) \cdot \left[ S_1(t) \cdot S_2(t) \cdot \frac{\partial P(n_1 - 1, n_2 - 1, 0, t)}{\partial z} + S_1(t) \cdot (1 - S_2(t)) \cdot \frac{\partial P(n_1 - 1, n_2, 0, t)}{\partial z} + \right. \\ & \left. + S_2(t) \cdot (1 - S_1(t)) \cdot \frac{\partial P(n_1, n_2 - 1, 0, t)}{\partial z} + (1 - S_1(t)) \cdot (1 - S_2(t)) \cdot \frac{\partial P(n_1, n_2, 0, t)}{\partial z} \right]. \quad (2) \end{aligned}$$

Начальные условия для решения этой системы в момент времени  $t_0$  определим равенством

$$P(n_1, n_2, z, t_0) = \begin{cases} R(z), & \text{если } n_1, n_2 = 0, \\ 0, & \text{если } n_1, n_2 > 0. \end{cases}$$

Обозначив

$$H(u, w, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{jun_1} e^{jwn_2} P(n_1, n_2, z, t), \quad (3)$$

получим следующую задачу Коши:

$$\frac{\partial H(u, w, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial H(u, w, z, t)}{\partial z} - \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} +$$

$$+ A(z) \cdot \left( S_1(t) S_2(t) e^{j(u+w)} \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} + (1 - S_1(t)) S_2(t) e^{jw} \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} + \right. \\ \left. + S_1(t) (1 - S_2(t)) e^{ju} \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} + (1 - S_1(t)) (1 - S_2(t)) \frac{\partial H(u, w, 0, t)}{\partial z} \right), (4)$$

$$H(u, w, z, t_0) = R(z).$$

Решив эту задачу Коши, найдём функцию  $H(u, w, z, t)$ , тогда, в силу равенства (3), характеристическую функцию величины  $n(t)$  определим в виде

$$Me^{jun_1(t)} = H(u, 0, \infty, t), \quad Me^{jun_2(t)} = H(0, w, \infty, t).$$

Полагая здесь  $t = 0$ , в силу равенства (1), характеристическая функции стационарного распределения вероятностей  $\Pi(i_1, i_2)$  числа приборов, занятых в каждом блоке системы  $GI^{(2)}|GI|_\infty$ , будет иметь следующий вид:

$$h(u, w) = Me^{j[ui_1(t) + wi_2(t)]} = Me^{j[un_1(0) + wn_2(0)]} = H(u, w, \infty, 0).$$

Уравнение (4), определяющее характеристики системы  $GI^{(2)}|GI|_\infty$ , предлагается решать в асимптотическом условии растущего времени, полагая, что среднее значение времени обслуживания  $b \rightarrow \infty$ .

#### Литература

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. 3-е изд., испр. и доп. М.: КомКнига, 2005. – 408 с.
2. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2005. – 228 с.
3. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория вероятностей и случайных процессов. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 204 с.
4. Назаров А.А., Моисеева С.П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 112 с.

Работа выполнена при поддержке АВИП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)», проект № 4761 «Разработка методов исследования немарковских систем массового обслуживания и их применение к сложным экономическим системам и компьютерным сетям связи».

## МИНИМАЛЬНЫЕ НЕАССОЦИАТИВНЫЕ КОЛЬЦА

**А. Т. Ситдикова**

*Научный руководитель: канд. физ.-мат. наук Т. Ю. Войтенко*

*Лесосибирский педагогический институт – филиал*

*Сибирского федерального университета*

Кольцо, в котором условие ассоциативности умножения не выполняется, называется неассоциативным. Известно, что все кольца из двух, трех и четырех элементов, содержащих 0 и 1, являются коммутативными и ассоциативными.

Если в ассоциативном кольце  $K$  сохранить его аддитивную группу, а операцию умножения заменить новой операцией по формуле