

МАТЕМАТИКА

УДК 519.711.3

DOI 10.17223/19988621/34/1

М.С. Бухтяк, А.В. Соломина

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСКРОЯ СЕТЕПОЛОТНА
ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО РЕФЛЕКТОРА. ЧАСТЬ 1

Для параболической антенны рефлекторного типа актуальна задача прикрепления отражающего сетеполотна таким образом, чтобы как можно менее страдали радиофизические характеристики устройства. Ясно, что при различных избранных схемах раскроя указанная задача решается (приближенно) разными способами. Схема раскроя порождает задачу об оптимальности раскроя, который может пониматься в различных смыслах. Известен подход, основанный на уменьшении, насколько возможно, СКО (среднего квадратичного отклонения от идеальной поверхности). Положим в основу оптимизации другой критерий – степень однородности натяжения сетеполотна в различных областях рефлектора (например, степень растяжения сетеполотна вблизи технологического центра должна составлять некоторую долю от степени его натяжения на периферии). Обычно же предполагается, что приемлемый результат достигается, если во всех точках рефлектора максимальное натяжение находится в некоторых заранее указанных пределах и минимальное – тоже в пределах (своих). Представлено решение задачи об оптимальном раскрое, причем оптимальность предполагает условия: экстремальные относительные искажения длины должны быть максимально близки к единице, при этом чем ближе к центру параболоида, тем «строже» должно быть соблюдено указанное условие.

Ключевые слова: параболическая антенна, сетеполотно, прикрепление, натяжение, оптимум.

1. Постановка задачи

В конструкторской практике слово «раскрой» должно означать и «выкройку» листа сетеполотна, и некоторый способ прикрепления его к несущим конструкциям, при этом имеется в виду указанная равномерность локальных деформаций (здесь отличие нашего подхода от традиционного – уменьшения СКО). Технологические приемы достижения желаемого традиционного результата можно проследить в работах [1–3]. В рамках представленной задачи геометрического моделирования *раскрой определяется как точечное соответствие между временно плоским листом и областью на параболоиде* [4–6]. Применяемая идеализация предполагает, что СКО, конечно же, равен нулю (раз уж есть точечное соответствие). Геометрически очевидно, что равное нулю СКО само по себе не обеспечивает сколь-нибудь приемлемой равномерности натяжения сетеполотна (как бы ни понимать эту приемлемость). Причина в том, что СКО зависит от смещений от-

дельных участков сетеполотна по нормали идеального параболоида (такие смещения принадлежат внешней геометрии поверхности [7, 8]), а натяжение сетеполотна в предположении равенства нулю СКО зависит от смещений участков сетеполотна по поверхности параболоида (принадлежит его внутренней геометрии [9]).

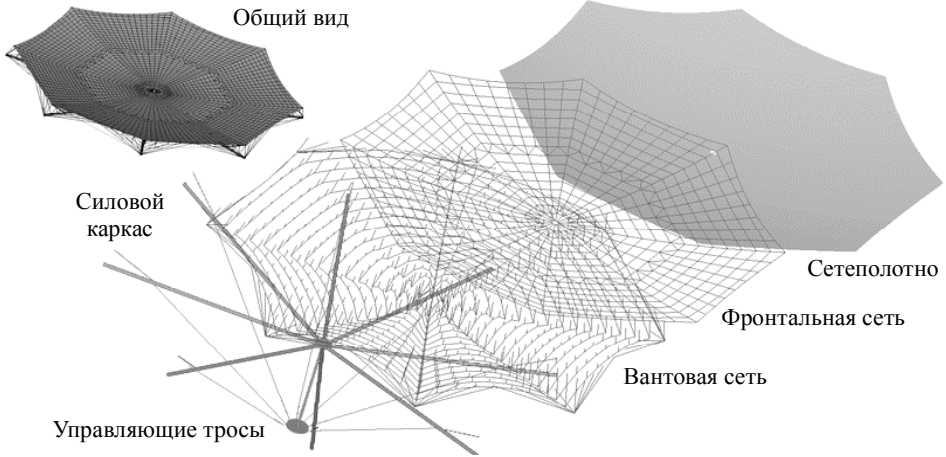


Рис. 1. Принципиальная схема рефлектора

Действуя как в [10], вводим в рассмотрение две параметризованные поверхности

$$\Sigma_1 : \mathbf{R}_1 = \mathbf{r}_1(u, v), \quad \Sigma_2 : \mathbf{R}_2 = \mathbf{r}_2(u, v).$$

Точки $A = \mathbf{r}_1(u, v)$ и $A' = \mathbf{r}_2(u, v)$ как раз и являются соответствующими. Локальная метрика каждой из поверхностей определяется соответствующим метрическим тензором. Матрицы этих тензоров составлены из коэффициентов первых квадратичных форм:

$$M_1 = \begin{pmatrix} E_1 & F_1 \\ F_1 & G_1 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} E_2 & F_2 \\ F_2 & G_2 \end{pmatrix}.$$

Сами же первые квадратичные формы [9] имеют вид

$$ds_1^2 = E_1 du^2 + 2F_1 dudv + G_1 dv^2, \quad ds_2^2 = E_2 du^2 + 2F_2 dudv + G_2 dv^2.$$

Мерой локального искажения длин (точнее, их квадратов) является величина

$$\lambda = \frac{ds_2^2}{ds_1^2}.$$

Экстремальные значения λ суть совместные инварианты матриц M_1 и M_2 , равные корням уравнения

$$m \equiv \det(M_2 - \lambda M_1) = E_1 G_1 - F_1^2 + \lambda(2F_1 F_2 - E_1 G_2 - E_2 G_1) + \lambda^2(E_2 G_2 - F_2^2) = 0. \quad (1.1)$$

Важно отметить, что положительная определенность симметричных матриц M_1 и M_2 гарантирует вещественность корней уравнения (1.1). Коэффициенты уравнения (1.1) имеют вид

$$a = E_2 G_2 - F_2^2, \quad b = 2F_1 F_2 - E_1 G_2 - E_2 G_1, \quad c = E_1 G_1 - F_1^2.$$

Составим выражение, обращение которого в нуль равносильно равенству обеих корней λ_1, λ_2 уравнения (1.1) единице:

$$L = (a - c)^2 + (2a + b)^2,$$

то есть

$$L = (E_2G_2 - F_2^2 - E_1G_1 + F_1^2)^2 + (2E_2G_2 - 2F_2^2 - E_1G_2 - E_2G_1 + 2F_1F_2)^2. \quad (1.2)$$

Постановка задачи содержит элемент, формализация которого нетривиальна. Дело в том, что **равномерность натяжения сетеполотна (и степень его близости к структуре плоского куска) более важна (с точки зрения эффективности радиофизических характеристик рефлектора) вблизи вершины осесимметричного параболоида, нежели у его границы.** Эти соображения формализуем способом, который будет объяснен ниже.

Применим наши построения к ситуации, которая кажется (на первый взгляд) тривиальной. Имеется в виду прикрепление к несущим конструкциям рефлектора круглого плоского диска сетеполотна (иногда так и делают).

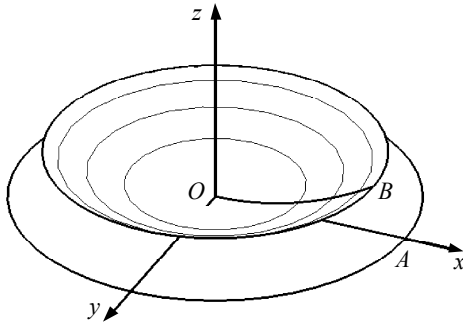


Рис. 2. Параболический рефлектор и плоский лист сетеполотна

Ясно, что (ввиду осевой симметрии) для установления биективного соответствия между плоским диском и куском параболоида достаточно сделать это для прямолинейного отрезка [OA] и отрезка параболы [OB]. Само собой напрашивается, что оптимальное соответствие должно быть таким (рис. 3).

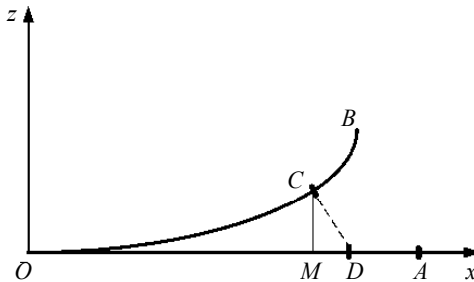


Рис. 3. Схема соответствия отрезка [OA] и отрезка параболы [OB]

Именно, длина прямолинейного отрезка [OD] должна равняться длине дуги [OC] параболы. Примем обозначения:

$$|OM| = u, |OC| = |OD| = g(u).$$

Действуя так, как это обычно в конструкторской практике, задаем параболу уравнением $z = u^2 / 4F$. Тогда

$$g(u) = \int_0^u \sqrt{1 + \left(\frac{u}{2F}\right)^2} du = \frac{u\sqrt{4F^2 + u^2} + 4F^2 \ln\left(u + \sqrt{4F^2 + u^2}\right) - 4F^2 \ln 2 - 4F^2 \ln F}{4F}.$$

Первая поверхность, участвующая в соответствии, – плоская область

$$\mathbf{R}_1 = \{g(u) \cos v, g(u) \sin v, 0\}, u \in [0, R], v \in [0, 2\pi). \quad (1.3)$$

Здесь константа R – радиус вырезающего цилиндра для параболоида. Вторая поверхность – кусок параболоида вращения

$$\mathbf{R}_2 = \left\{ u \cos v, u \sin v, \frac{u^2}{4F} \right\}, u \in [0, R], v \in [0, 2\pi). \quad (1.4)$$

Для первой поверхности вычисляем компоненты метрического тензора

$$E_1 = \frac{4F^2 + u^2}{4F^2}, F_1 = 0, \\ G_1 = \frac{\left(-4F^2 \ln(2) - 4F^2 \ln F + u\sqrt{4F^2 + u^2} + 4F^2 \ln\left(u + \sqrt{4F^2 + u^2}\right)\right)^2}{16F^2}.$$

Для параболоида соответственно

$$E_2 = \frac{4F^2 + u^2}{4F^2}, F_2 = 0, G_2 = u^2.$$

Подставляем компоненты метрических тензоров в (1.2), тем самым получаем значение лагранжиана в виде

$$\tilde{L} = 2 \left(\frac{(4F^2 + u^2)u^2}{4F^2} - \frac{(4F^2 + u^2)\left(4F^2 \ln(2) + 4F^2 \ln F - u\sqrt{4F^2 + u^2} - 4F^2 \ln\left(u + \sqrt{4F^2 + u^2}\right)\right)^2}{64F^4} \right). \quad (1.5)$$

Следует вычислить интеграл от лагранжиана при изменении u от 0 до R (радиус вырезающего цилиндра для рефлектора). Но, во-первых, при одном и том же значении фокального параметра F радиус R может быть весьма разным, а во-вторых **как практически непреложное правило** – $R \leq F$. Поэтому, интегрируя от 0 до F , мы можем получить **завышенные** оценки погрешностей исследуемой схемы раскроя, а это заведомо лучше, чем риск получения **заниженных** оценок. Интегрирование \tilde{L} не приведет к осязаемым результатам (выражение слишком сложно). Применим оценку разложением по формуле Тейлора в окрестности точки $u = 0$ до 16-го порядка малости, отбросив остаточный член. Результат обозначим Ls . Таким образом,

$$Ls = \frac{u^8 (50400F^6 + 23520u^2F^4 + 2504u^4F^2 - 35u^6)}{3628800F^{10}}.$$

Теперь получаем оценку значимого для нас интеграла в виде

$$\int_0^F \tilde{L} du \approx \int_0^F L s du \approx 0,002184F^5 .$$

Далее сравним полученную оценку с той, к которой приведет более основательный подход к построению функции $g(u)$. Заметим, однако, что

$$g(u) = u + \frac{u^3}{24F^2} + o(u^4),$$

что наводит на мысль задавать функцию $g(u)$ в виде $uf(u)$. Тогда в качестве первой поверхности оказывается плоская область

$$R_1 = \{uf(u) \cos v, uf(u) \sin v, 0\}, u \in [0, R], v \in [0, 2\pi). \quad (1.6)$$

Вторая поверхность – кусок параболоида вращения (1.4)

$$R_2 = \left\{ u \cos v, u \sin v, \frac{u^2}{4F} \right\}, u \in [0, R], v \in [0, 2\pi).$$

Отнесенность обеих поверхностей к одним и тем же криволинейным координатам создает точечное соответствие между поверхностями. Таким образом, мы собираемся (как и раньше) плоскую область (1.3) «натянуть» на кусок параболоида (1.4).

Задача же заключается в том, чтобы в области задания наших поверхностей корни λ_1, λ_2 уравнения (1.1) были максимально близки к единице. Значит, речь идет о вариационной задаче.

2. Вариационный подход

Прежде всего, параметризация (1.6) должна быть регулярной. Вычисляем

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_1}{\partial u} &= \left\{ \cos(v) \left(f(u) + u \frac{d}{du} f(u) \right), \sin(v) \left(f(u) + u \frac{d}{du} f(u) \right), 0 \right\}, \\ \frac{\partial R_2}{\partial v} &= \{-uf(u) \sin v, uf(u) \cos v, 0\}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Условие параллельности этих векторов (то есть условие нарушения регулярности параметризации) имеет вид

$$uf(u) \left(f(u) + u \frac{d}{du} f(u) \right) = 0 .$$

Ясно, что (2.1) безусловно выполнено в точке $u = 0$ (изолированная точка – полюс полярной системы координат, к которой отнесена плоская область). Это обстоятельство, как мы увидим ниже, не отразится на исследовании выражения L вариационными методами. Возможны, однако, иные варианты:

А) Для некоторого $u_0 \in (0, R]$ имеем $f(u_0) = 0$.

Б) Для некоторого $u_1 \in (0, R]$ имеем $f(u_1) + u_1 f'(u_1) = 0$.

В) Существует интервал $J = (\alpha, \beta) \subset (0, R]$, такой, что на J выполнено

$f(u) + u \frac{d}{du} f(u) = 0$, то есть функция $f(u)$ локально удовлетворяет тождеству $uf(u) \equiv const$.

Мы преобразуем (1.2) в предположении, что указанные случаи А), Б), В) не имеют места. Вычисляем коэффициенты первых квадратичных форм:

$$E_1 = (f(u))^2 + 2f(u)u \frac{d}{du} f(u) + u^2 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2, F_1 = 0, G_1 = u^2 (f(u))^2, \quad (2.2)$$

$$E_2 = \frac{4F^2 + u^2}{4F^2}, F_2 = 0, G_2 = u^2.$$

Внося (2.2) в (1.2), получаем лагранжиан

$$\left(\frac{(4F^2 + u^2)u^2}{4F^2} - \left((f(u))^2 + 2f(u)u \frac{d}{du} f(u) + u^2 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 \right) u^2 (f(u))^2 \right) + \quad (2.3)$$

$$+ \left(\frac{(4F^2 + u^2)u^2}{2F^2} - \left((f(u))^2 + 2f(u)u \frac{d}{du} f(u) + u^2 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 \right) u^2 - \frac{(4F^2 + u^2)u^2 (f(u))^2}{4F^2} \right)^2.$$

Для наших целей следует минимизировать функционал

$$\varphi(f) = \int_0^R L du.$$

Первая вариация V^* [11] функционала определяется из уравнения

$$\frac{4F^4 V^*}{u^4} = T_1 + T_2 + T_3 + T_4,$$

где

$$T_1 = 96(f(u))^5 F^4 u^3 \left(\frac{d^2}{du^2} f(u) \right) \frac{d}{du} f(u) + 48(f(u))^4 F^4 u^4 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 \frac{d^2}{du^2} f(u) +$$

$$+ 96F^4 u^3 f(u) \left(\frac{d^2}{du^2} f(u) \right) \frac{d}{du} f(u) - 64F^2 u^3 \frac{d}{du} f(u) - 192F^4 u \frac{d}{du} f(u);$$

$$T_2 = 160F^4 u^3 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^3 - 32F^4 u^2 \frac{d^2}{du^2} f(u) - 8F^2 u^4 \frac{d^2}{du^2} f(u) + 48(f(u))^3 F^4 +$$

$$+ 48(f(u))^7 F^4 - 96F^4 f(u) + 2u^4 f(u) - u^4 (f(u))^3 + 288(f(u))^2 F^4 u \frac{d}{du} f(u);$$

$$T_3 = 288(f(u))^6 F^4 u \frac{d}{du} f(u) + 480(f(u))^5 F^4 u^2 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 +$$

$$+ 288(f(u))^4 F^4 u^3 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^3 + 48(f(u))^6 F^4 u^2 \frac{d^2}{du^2} f(u) + 48(f(u))^3 F^4 u^4 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^4;$$

$$T_4 = 8(f(u))^2 F^4 u^2 \frac{d^2}{du^2} f(u) + 384u^2 f(u) \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 F^4 +$$

$$+ 48F^4 u^4 \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 \frac{d^2}{du^2} f(u) - 8(f(u))^3 F^2 u^2 - 32F^2 u^2 f(u).$$

Воспользуемся прямым методом решения вариационной задачи, который по сути является методом Ритца [12, с. 397 и далее], но упрощенный благодаря тому обстоятельству, что минимизируемый функционал есть интеграл от строго положительного лагранжиана (2.3). В качестве координатных функций применим последовательные степени переменной u , таким образом, искомая функция примет вид

$$f(u) = 1 + \frac{qu}{F} + \frac{lu^2}{F^2} + \frac{pu^3}{F^3} + \dots, \quad (2.4)$$

где q, l, p – константы, подлежащие отысканию.

Подставляя (2.4) в (1.5) и применяя разложение в окрестности точки $u = 0$ до 9-го порядка малости, получаем разложение нашего лагранжиана в виде

$$L = 72 \frac{q^2 u^6}{F^2} - \frac{6u^7 q}{F^3} + 192 \frac{u^7 q l}{F^3} + 216 \frac{u^7 q^3}{F^3} + 864 \frac{u^8 q^2 l}{F^4} + 338 \frac{u^8 q^4}{F^4} + 240 \frac{u^8 q p}{F^4} + \frac{u^8}{8F^4} - \frac{8u^8 l}{F^4} - \frac{3u^8 q^2}{F^4} + 128 \frac{u^8 l^2}{F^4} + o(u^9).$$

Для выполнения требования об особой существенности равномерности деформаций вблизи вершины параболоида потребуем обращения в нуль коэффициентов при высших степенях переменной u – именно, при u^6 и u^7 . Тогда $q = 0, l = 1/32$. Теперь

$$f(u) = 1 + \frac{u^2}{32F^2} + \frac{pu^3}{F^3},$$

и наш функционал (вернее, функционал, деленный на F^5 , – для сокращения записи)

$$\begin{aligned} \Phi = \frac{1}{F^5} \int_0^F L du = & \frac{256}{29} p^8 + \frac{666}{13} p^7 + \frac{6919661}{55200} p^6 + \frac{5354721065983}{59528246722560} p + \\ & + \frac{1402566198144293087}{59886036288798720} p^2 + \frac{98473225}{585728} p^5 + \frac{613321218044089}{4089682329600} p^4 + \\ & + \frac{4030848073775}{46506442752} p^3 + \frac{42698040381683}{484769179128299520} \end{aligned} \quad (2.5)$$

есть многочлен восьмой степени от p .

3. Минимизация функционала

К многочлену (2.5) применяем методы, обычные для алгебры многочленов [12, с. 288–290], [13, с. 214–235].

Для производной от (2.5) коэффициент при высшей степени равен $a_0 = \frac{2048}{29}$,

а максимум модуля прочих коэффициентов равен $A = \frac{492366125}{585728}$. Вещественные

корни (если они есть) располагаются в промежутке $(-N, N)$, где

$$N = 1 + \frac{A}{|a_0|} = \frac{15478188569}{1199570944} \approx 12,9031.$$

В качестве верхней оценки принимаем $N=13$. Далее строим ряд Штурма (не приводим здесь ввиду крайней громоздкости).

Зная границы вещественных корней и их количество, находим, что производная $\frac{d\Phi}{du}$ обращается в нуль в следующих вещественных точках (и только в них):

$$p_1 = -0,751842, \quad p_2 = -0,422277, \quad p_3 = -0,0019412.$$

Нетрудно проверить, что при $p = p_3 = -0,001942$ получаем наименьшее значение нашего функционала:

$$\Phi = \Phi_0 = 0,108604 \cdot 10^{-5}.$$

Таким образом, функция, доставляющая минимум данному функционалу и удовлетворяющая требованию наименьших искажений вблизи вершины параболоида, имеет вид (с точностью до принятой нами аппроксимации)

$$f(u) = 1,0 + 0,031250 \frac{u^2}{F^2} - 0,0019412 \frac{u^3}{F^3}. \quad (3.1)$$

Попутно решим следующий вопрос. Хотя мы интегрируем от 0 до F , реальный рефлектор может быть вырезан из родительского параболоида цилиндром радиуса R , не обязанного быть равным F . Применяя (3.1), определим радиус плоского диска из сетеполотна, необходимого для прикрепления его к несущим конструкциям в соответствии с нашими рекомендациями. Из (1.3) и (3.1) видно, что искомый радиус

$$R_0 = R \cdot f(R) = R \left(1,0 + 0,031250 \frac{R^2}{F^2} - 0,0019412 \frac{R^3}{F^3} \right),$$

а при $R = F$ получаем

$$R_0 = F \cdot f(F) = 1,029309 \cdot F.$$

Заметим, что оставаясь в пределах избранной нами точности, можем записать

$$f(u) = 1 + \frac{u^2}{32F^2} - 0,0019412 \frac{u^3}{F^3}.$$

Приведем графическую информацию (в относительных единицах) о локальных деформациях плоского диска при условии использования функции (2.4). Данные приведены для $F = 8$ м и $R = 8$ м.

Вероятно, наглядность приведенных диаграмм выиграет, когда мы дополним их пространственными диаграммами тех же величин.

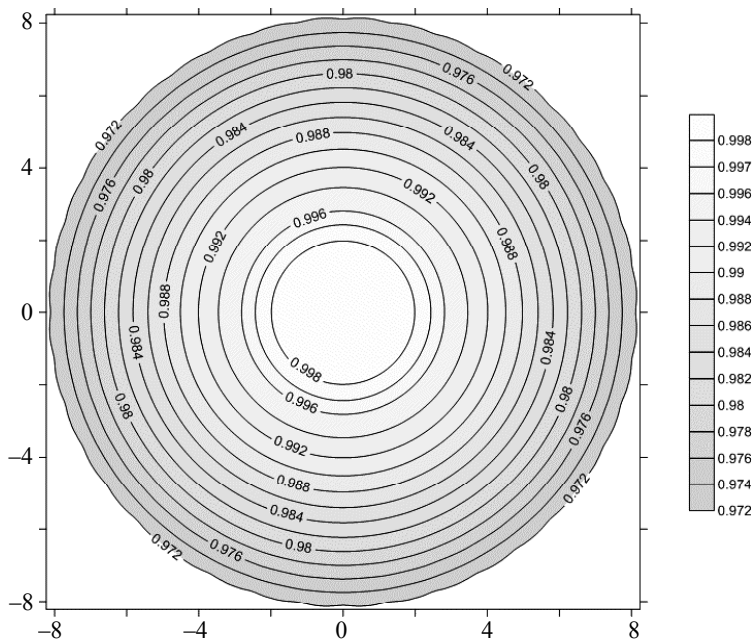


Рис. 4. Наименьшие значения локальных искажений длин на плоском диске относительно длин в соответствующих точках параболоида и их положения на диске

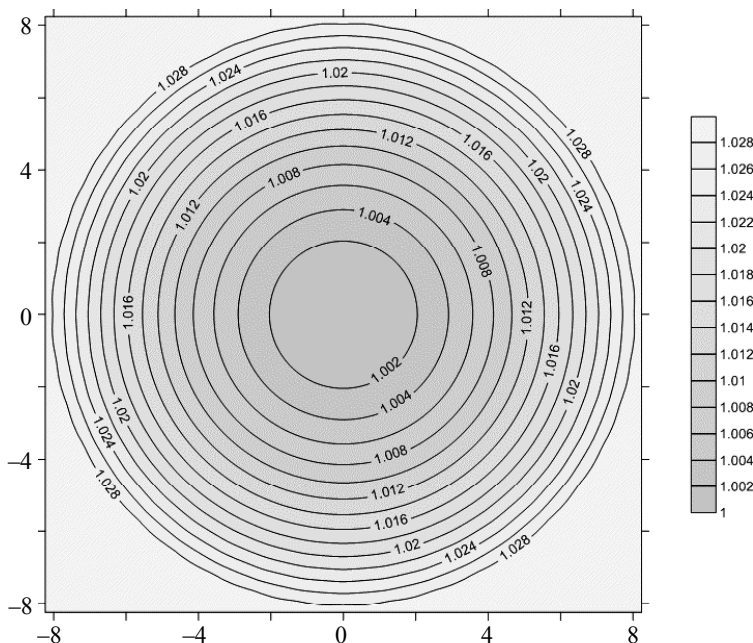


Рис. 5. Наибольшие значения локальных искажений длин на плоском диске относительно длин в соответствующих точках параболоида и их положения на диске

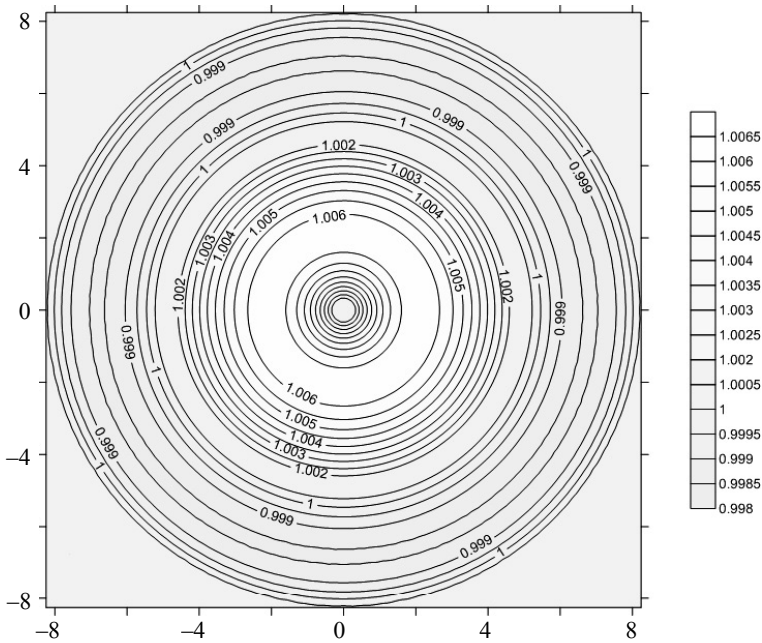


Рис. 6. Локальные искажения площади малых кусков плоского диска относительно площадей соответствующих малых кусков параболоида (относительные значения)

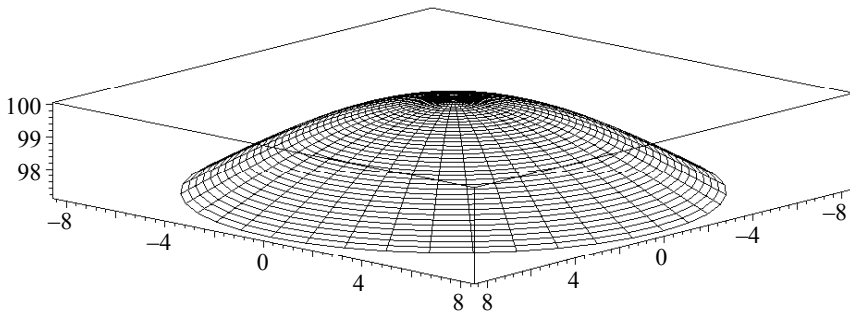


Рис. 7. Диаграмма наименьших локальных искажений длин. Величина умножена на 100

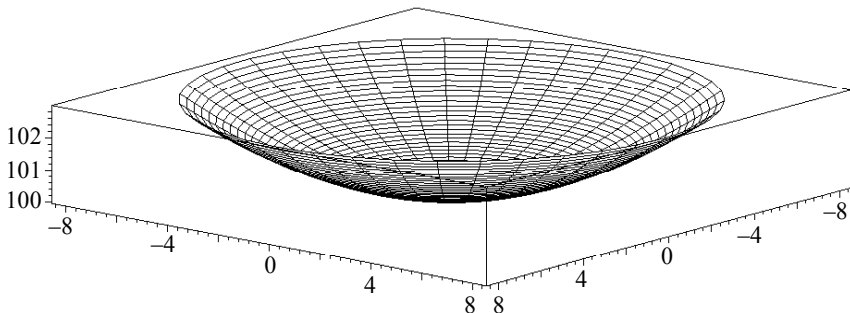


Рис. 8. Диаграмма наибольших локальных искажений длин. Величина умножена на 100

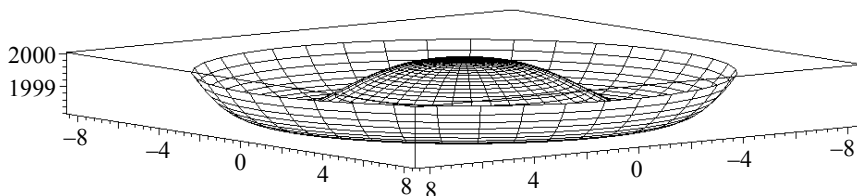


Рис. 9. Диаграмма локальных искажений по площади.
Величина умножена на 2000

4. Радиальный шов

Рассмотрим осевое сечение нашего параболоида, проведенное через ось абсцисс. Тогда в плоскости этих двух осей получаем параболу

$$R = \left\{ u, \frac{u^2}{4F} \right\}$$

и континуум точек на оси абсцисс, параметризованный тем же параметром

$$r = \left\{ u + \frac{u^3}{32F^2} - 0,0019412 \frac{u^4}{F^3}, 0 \right\}. \quad (4.1)$$

Точечное соответствие между этими линиями обеспечено отнесением их к одному параметру. При монтаже рефлектора соответствующие точки линий соединяются швом, длину стежка которого мы склонны считать пропорциональным дифференциалу длины дуги соответствующей вектор-функции. Тогда легко подсчитать отношение длины стежка на параболе к длине соответствующего стежка на линии (4.1):

$$W = \frac{F^2 \sqrt{4F^2 + u^2}}{2(F^3 + 0,09375u^2F - 0,0077648u^3)}.$$

Это выражение хорошо приближается формулой

$$W_s = 1 + \frac{u^2}{32F^2} + 0,0077648 \frac{u^3}{F^3}.$$

Полагая, как и раньше, $F = 8$, мы можем на соответствующем рисунке показать соответствие между точками прямолинейного отрезка и параболы на рис. 10.

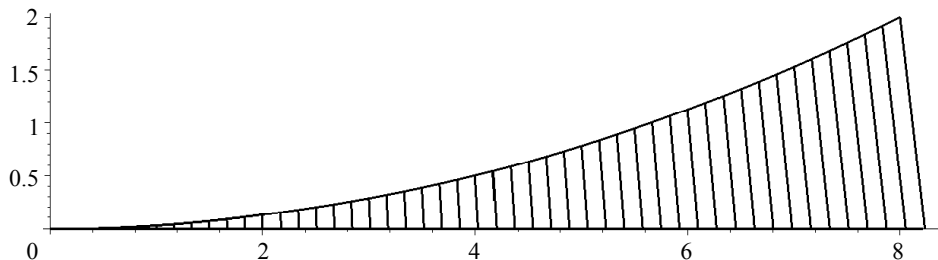


Рис. 10. Соответствие точек прямолинейного отрезка и точек параболы

5. Заключение

Данная статья демонстрирует вариационный подход к оптимизации (в определенном смысле) раскроя рефлектора из плоского диска сетеполотна. Содержательный смысл решенной задачи таков: если конструктор надеется путем установления поточечного соответствия плоского диска сетеполотна и куска параболоида добиться наилучшей равномерности натяжения, отдавая предпочтения окрестности технологического центра, то соответствие следует устанавливать так, как это рекомендовано в статье. Очевидно, что схема раскроя рефлектора по секторам (в зависимости от количества поддерживающих параболических ребер) обещает лучшее (то есть меньшее) значение минимизируемого функционала (1.2). Этот вопрос будет рассмотрен в продолжениях данной статьи.

Автор заранее благодарит за обсуждение результатов и неизбежную (надеюсь, благожелательную) критику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент RU 2350518 C1, 13.06.2007.
2. Патент RU 2350519 C1, 13.06.2007.
3. Рытикова И.В. Разработка технологии формирования сложноконструктивных изделий из металлических трикотажных полотен технического назначения: дис. ... канд. технич. наук. М.: Моск. гос. текстильный университет, 2005.
4. Бухтяк М.С., Самылкина О.А. О раскрой сетеполотна для осесимметричного рефлектора // Всероссийская конференция по математике и механике: тезисы докладов. 2–4 октября 2013 г. Томск: ТГУ, 2013. С. 93.
5. Бутов В.Г., Бухтяк М.С., Пономарев С.В. Методика оптимального раскроя отражающей поверхности трансформируемых рефлекторов // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (доклады IV Всерос. науч. конф.) Томск, 5–7 октября 2005 г. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. С. 180–181.
6. Бухтяк М.С., Никульчиков А.В. Поля на поверхностях, находящихся в точечном соответствии // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 6(26). С. 56–69.
7. Погорелов А.В. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей. М.: Наука, 1969. 760 с.
8. Фавар Ж. Курс локальной дифференциальной геометрии. М.: ИЛ, 1960. 559 с.
9. Раишевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 428 с.
10. Бухтяк М.С., Никульчиков А.В. Моделирование деформации сотовой панели // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 2(22). С. 5–16.
11. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 280 с.
12. Варден ван дер Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976. 648 с.
13. Мишина А.П., Проскураков И.В. Высшая алгебра. Линейная алгебра. Многочлены. Общая алгебра. М.: Наука, 1966. 300 с.

Статья поступила 24.03.2015 г.

Bukhtyak M.S., Solomina A.V. GEOMETRIC MODELING OF METALLIC MESH SHEET TAILORING FOR AN AXISSYMMETRIC REFLECTOR. PART 1

DOI 10.17223/19988621/34/1

For a parabolic reflector-type antenna, an attachment of a reflecting metallic mesh sheet in a manner ensuring the least possible impact on radiophysical properties of the device is a crucial problem. It is clear that under different selected schemes of tailoring, the specified problem is solved (approximately) in different ways. The scheme of tailoring gives rise to a problem of op-

timum tailoring. Optimum tailoring can be understood in different ways. There is a well-known approach based on reducing the RMSD as much as possible, (root-mean-square deviation from an ideal surface). We however take different criteria as a basis for optimization – the degree of homogeneity of tension for the metallic mesh in different areas of the reflector (for example, the degree of metallic mesh stretching near the technological center should be a certain fraction of its degree of tension on the periphery). Usually, it is assumed that an acceptable result is achieved if there is a maximum tension at all the points of the reflector within some pre-specified limits, and minimal – also within the desirable limits (own ones). In this paper, we solve a problem of optimal tailoring, and optimality suggests the following conditions: extreme distortion of the relative length should be as close to unity, while the closer to the center of the paraboloid, the "stricter" specified condition must be satisfied.

Keywords: parabolic antenna, metallic mesh sheet, attachment, stretching, optimum.

BUKHTYAK Mikhail Stepanovich (Candidate of Physics and Mathematics,
Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: bukhtyakm@mail.ru

SOLOMINA Anna Vladimirovna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: annavladimirovna483@mail.ru

REFERENCES

1. Patent RU 2350518 C1, 13.06.2007. (in Russian)
2. Patent RU 2350519 C1, 13.06.2007. (in Russian)
3. Rytikova I.V. *Razrabotka tekhnologii formirovaniya slozhnokonstruktivnykh izdeliy iz metallicheskih trikotazhnykh poloten tekhnicheskogo naznacheniya*. Dis. kand. tekhnich. nauk / Mosk. gos. tekstil'nyy universitet, Moscow, 2005. (in Russian)
4. Bukhtyak M.S., Samylkina O.A. O raskroe setepolotna dlya osesimmetrichnogo reflektora. *Vserossiyskaya konferentsiya po matematike i mekhanike. Tezisy dokladov. October 2–4, 2013*. Tomsk, Tomsk St. Univ. Publ., 2013, p. 93. (in Russian)
5. Butov V.G., Bukhtyak M.S., Ponomarev S.V. Metodika optimal'nogo raskroya otrazhayushchey poverkhnosti transformiruemykh reflektorov. *Fundamental'nye i prikladnye problemy sovremennoy mekhaniki. Doklady IV Vseros. nauch. konf. Tomsk, October 5–7, 2005*. Tomsk, Tomsk St. Univ. Publ., 2004, pp. 180–181. (in Russian)
6. Bukhtyak M.S., Nikul'chikov A.V. Polya na poverkhnostyakh, nakhodyashchikhsya v tochechnom sootvetstvii. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, 2013, no. 6(26), pp. 56–69. (in Russian)
7. Pogorelov A.V. *Vneshnyaya geometriya vypuklykh poverkhnostey*. Moscow, Nauka Publ., 1969. 760 p. (in Russian)
8. Favard Zh. *Kurs lokal'noy differentsial'noy geometrii*. Moscow, IL Publ., 1960. 559 p. (in Russian)
9. Rashevskiy P.K. *Kurs differentsial'noy geometrii*. Moscow, Leningrad, GITTL Publ., 1950. 428 p. (in Russian)
10. Bukhtyak M.S., Nikul'chikov A.V. Modelirovanie deformatsii sotovoy paneli. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, 2013, no. 2(22), pp. 5–16. (in Russian)
11. El'sgol'ts L.E. *Differentsial'nye uravneniya i variatsionnoe ischislenie*. Moscow, Nauka Publ., 1969. 280 p. (in Russian)
12. Varden van der B.L. *Algebra*. Moscow, Nauka Publ., 1976. 648 p. (in Russian)
13. Mishina A.P., Proskuryakov I.V. *Vysshaya algebra. Lineynaya algebra. Mnogochleny. Obshchaya algebra*. Moscow, Nauka Publ., 1966. 300 p. (in Russian)