ВОПРОСЫ
АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ И ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ПРИЛОЖЕНИИ К НЕКОТОРЫМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

ВОПРОСЫ
АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ И ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ПРИЛОЖЕНИИ К НЕКОТОРЫМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Томск — 1981

Содержание сборника ориентировано на некоторые проблемы гидроаэромеханики и теплообмена, которые имеют место при центробежной газоочистке, пневматической классификации, импульсном пневматическом измельчении, пневмотранспорте диспергированных материалов и других процессах этого круга проблем. В сборнике также представлены теоретические работы, касающиеся вопросов турбулентности, гидродинамики закрученных потоков и гидродинамической устойчивости в центробежных полях.

Сборник является продолжением изданий по тематике исследований этого направления и рассчитан на специалистов, работающих в области приложений гидроаэромеханики в технологических процессах.

Редакторы — В. А. Шваб, М. И. Шиляев

С $\frac{20403}{177(012)}$ 66—81

© Издательство Томского университета, 1981 г.

К ПРОБЛЕМЕ НЕИЗОТРОПНОЙ СВОБОДНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В. А. ШВАБ, В. А. БЕЗПРОЗВАННЫХ

Проблема неизотропной свободной турбулентности включает, в частности, течения в автомодельных струях и в следе за телом, которые были хронологически первыми и в настоящее время стали классическими образцами этого направления исследований, в связи с чем широко реферируются в специальной литературе. Однако с теоретической точки зрения изучение этих частных случаев течения нельзя считать вполне завершенным в связи с использованием различных гипотез, касающихся закономерностей, определяющих турбулентные напряжения и соответственно «вихревую» или «турбулентную» вязкость и свойства турбулентности в переносе скалярной субстанции. Первая из этих гипотез, предложенная Прандтлем, основывается на его известной зависимости для переноса импульса, но в предположении постоянства значения пути перемешивания в пределах поперечного сечения потока. Более позднее его предложение сводится к допущению о постоянстве вихревой вязкости в этом сечении. Хорошо известно, что эти предложения не приводят в конечном счете к достаточно полному согласованию с опытными данными. Отклонения в поле осредненной скорости имеют место вблизи оси потока и на его периферии. Кроме того, остается невыясненной причина существенного отклонения в характере распределения осредненных скоростей и температур, имея в виду, что это отклонение противоречит положению Рейнольдса об аналогии между турбулентным переносом импульса и тепла при $Pr=1$. Известная теория переноса завихренности Тейлора обнаруживает в своих результатах повышенную интенсивность переноса тепла по сравнению с теорией Прандтля, что согласуется с тенденцией, установленной опытом, но тем не менее эта теория не в состоянии дать достаточно адекватное согласование с измерениями.

В связи с вышесказанным, не останавливаясь на направлениях чисто эмпирического подхода к усовершенствованию методов расчета параметров свободных турбулентных течений, поставим противоположную задачу, заключающуюся в построении метода, исключающего необходимость опытной коррекции результатов расчета при помощи эмпирических констант. С этой целью в предлагаемом исследовании применяется метод, основанный на использовании новой модели механизма генерации турбулентности и турбулентного переноса, развитой в работах [1, 2, 3].

Рассмотрим задачу о распространении автомодельной осесиммет-

ричной турбулентной струи, вытекающей в затопленное пространство, напомнив предварительно хорошо известные общие положения для этого случая течения. Уравнения Рейнольдса в цилиндрических координатах с упрощениями, аналогичными общим положениям теории пограничного слоя, приводятся в рассматриваемом случае к системе двух уравнений:

$$\rho\left(U_x\frac{\partial U_x}{\partial x}+U_r\frac{\partial U_x}{\partial r}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{xr}); \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(rU_x)+\frac{\partial}{\partial r}(rU_r)=0. \tag{2}$$

Здесь принято во внимание, что на периферии струи давление не изменяется и поэтому $dp/dx=0$ Под значениями U_x и U_r понимаются осредненные осевая и радиальная составляющие скорости. Величина

$$\tau_{xr}=-\tau=\mu\frac{\partial U_x}{\partial r}-\rho\overline{u_xu_r} \tag{3}$$

соответствует компоненте тензора полного напряжения, где $\sigma_{xr}=-\overline{u_xu_r}$ – турбулентная часть этого напряжения, отнесенная к плотности; u_x и u_r — соответственно осевая и радиальная компоненты пульсационной скорости.

Дополнительно используется условие сохранения импульса

$$2\pi\rho\int_0^\infty rU_x^2dr=\rho U_0^2\frac{\pi d^2}{4}=I_0, \tag{4}$$

где U_0 — скорость в сечении выходного отверстия; d — диаметр этого отверстия.

Полагая, что условия течения в последовательно расположенных сечениях, начиная с некоторого расстояния от отверстия, сохраняются подобными, и учитывая условие сохранения импульса (4), устанавливаются следующие соотношения:

$$\frac{U_{x,\max}}{U_0}=A_1\frac{d}{x+a},\quad \frac{U_x}{U_0}=A_1\frac{d}{x+a}f(\xi_2); \tag{5}$$

$$\frac{U_r}{U_0}=A_1\frac{d}{x+a}g(\xi_2),\quad \frac{\tau_{xr}}{\rho U_0^2}=A_1^2\left(\frac{d}{x+a}\right)^2h(\xi_2),$$

где $\xi_2=\dfrac{r}{x+a}$ и a — расстояние между геометрическим центром подобия и началом системы координат.

Уравнение движения (1) с помощью соотношений (5) приводится к такой форме:

$$-\left(f^2+\xi_2f\frac{df}{d\xi_2}\right)+g\frac{df}{d\xi_2}=\frac{1}{\xi_2}\frac{d}{d\xi_2}(\xi_2h). \tag{6}$$

Уравнение неразрывности (2) после преобразования на основе тех же соотношений и интегрирования по ξ_2 приводится к зависимости

$$\xi_2g=\xi_2^2f-\int_0^{\xi_2}f\,\xi_2d\,\xi_2. \tag{7}$$

Используем замену

$$\int_0^{\xi_2} f\,\xi_2 d\,\xi_2 = F(\xi_2)$$

и, следовательно, имеем

$$f = \frac{1}{\xi_2}\frac{dF}{d\xi_2} \quad \text{и} \quad g = \frac{dF}{d\,\xi_2} - \frac{F}{\xi_2}. \tag{8}$$

Подстановка этих выражений в (6) приводит к уравнению

$$-\frac{F}{\xi_2}\frac{d^2F}{d\xi_2^2} - \frac{1}{\xi_2}\left(\frac{dF}{d\xi_2}\right)^2 + \frac{F}{\xi_2^2}\frac{dF}{d\,\xi_2} = \frac{d}{d\xi_2}(\xi_2 h)$$

или

$$-\frac{d}{d\xi_2}\left(\frac{F}{\xi_2}\frac{dF}{d\xi_2}\right) = \frac{d}{d\xi_2}(\xi_2 h).$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$\xi_2 h = -\frac{F}{\xi_2}\frac{dF}{d\xi_2} = -f\int_0^{\xi_2} f\,\xi_2 d\xi_2. \tag{9}$$

Постоянная интегрирования равна нулю, так как при $\xi_2 = 0$ левая и правая части (9) заведомо обращаются в нуль.

Используя снова соотношения (5), уравнение (9) можно представить в такой форме:

$$\frac{\tau_{xr}}{\rho U_{x,\max}^2} = -\frac{1}{\xi_2}\frac{U_x}{U_{x,\max}}\int_0^{\xi_2}\frac{U_x}{U_{x,\max}}\xi_2 d\,\xi_2. \tag{10}$$

Воспользуемся теперь зависимостью (3), которую можно представить в виде

$$\frac{\tau_{xr}}{\rho} = \nu\frac{\partial U_x}{\partial r} - \overline{u_x u_r} = \nu(1+\nu_*)\frac{\partial U_x}{\partial r}, \tag{11}$$

где $\nu_* = \nu_\tau/\nu$ — безразмерное значение кинематического коэффициента турбулентной вязкости. Выполняя замену τ_{xr} по (11) в уравнении (10), последнее можно привести к форме, указанной Хинце [5], но с учетом влияния молекулярной вязкости

$$\frac{\nu(1+\nu_*)}{U_{x,\max}(x+a)} = -\frac{(U_x/U_{x,\max})\int_0^{\xi_2}(U_x/U_{x,\max})\xi_2 d\xi_2}{\xi_2\frac{d}{d\xi_2}(U_x/U_{x,\max})}. \tag{12}$$

Полученное соотношение (12) дает связь между суммарной вязкостью и некоторой функциональной зависимостью от скоростей для произвольного сечения струи и является исходной и наиболее удобной формой для дальнейшего исследования.

Проведенный выше анализ течения в струе не касался вопросов генерации турбулентности и возникновения дополнительной турбулентной вязкости, которая остается в этом уравнении неизвестной, но ограниченной принятым условием о подобии течения в различных сече-

ниях струи. Таким образом, необходимо считать, что зависимость $\nu_* = \nu_x(\xi_2)$ остается аналогичной для всех сечений потока.

Как указывалось выше, в соответствии с предложениями Прандтля известны два варианта исследований свободных турбулентных течений. По первому варианту на основании теории переноса импульса имеем

$$\nu_т = \varkappa^2 l_m^2 \frac{\partial U_x}{\partial r}, \tag{13}$$

где путь перемешивания $l_m = c_m(x+a)$ предполагается имеющим постоянное значение в данном сечении струи. По второму варианту $\nu_т$ считается величиной постоянной по всему сечению потока

$$\nu_т = b(U_{x,\max} - U_{x,\min}). \tag{14}$$

При использовании теории переноса завихренности Тейлора получаем

$$\nu_т = \frac{1}{2} l_\omega^2 \frac{\partial U_x}{\partial r}, \tag{15}$$

где $l_\omega = c_\omega(x+a)$, т. е. предполагается также постоянным в данном сечении. Во многих исследованиях течения в турбулентной струе в основном сохраняются предпосылки относительно турбулентной вязкости, аналогичные вышеперечисленным. Следует, однако, отметить, что предположения о постоянстве $\nu_т$ в сечении струи или о постоянстве пути перемешивания l_m, l_ω являются недостаточно обоснованными и оказываются не вполне адекватными действительности. Из сопоставления результатов расчета поля скоростей с опытными данными следует, что заметные отклонения имеют место вблизи оси и на периферии струи. Кроме того, зависимости (13) — (15) не приводят к удовлетворительному решению проблемы о турбулентном переносе в струе. В связи с вышеуказанными замечаниями надо полагать, что проблема свободной турбулентности сохраняет свою актуальность.

В предлагаемой работе получено существенное улучшение соответствия теоретических результатов опытным данным при определении полей скорости, установлен характер распределения турбулентной вязкости и напряжений. Получены также согласующиеся с экспериментом новые теоретические результаты, касающиеся турбулентного переноса тепла при различных числах Прандтля. Проведенное исследование основано на применении метода, следующего из теоретических положений новой модели механизма генерации турбулентности, предложенной в работах [1, 2, 3] и хорошо зарекомендовавшей себя в задачах пристенной турбулентности.

Основой метода является качественный анализ процесса генерации турбулентности при установившемся течении, который в итоге приводит к зависимости для определения значения полного напряжения. В этой зависимости учитывается соотношение между вязкой и турбулентной частью напряжения, что обеспечивает возможность применения последней для всего сечения потока. Имеем в соответствии с [1, 3]

$$\frac{\tau_{xr}}{\rho} = \frac{2}{3}\frac{F_2^2}{F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma\sigma_{xr}}{F_0F_2\left((1-\gamma)\sigma_{xr} + \nu\frac{dU_x}{dr}\right)} + 1\right)^2 - 1\right]\frac{\left(\frac{dU_x}{dr}\right)^4}{\left(\frac{d^2U_x}{dr^2}\right)^2}, \tag{16}$$

где

$$\sigma_{xr}=\frac{\tau_{xr}}{\rho}-\nu\frac{dU_x}{dr} \tag{17}$$

определяет значение турбулентного напряжения; γ — безразмерную амплитуду турбулентных возмущений, вызванных непрерывным процессом диссипации энергии турбулентности, численное значение γ порядка 0,5; значения функций F_0, F_2, F_3 достаточно близко, как показано в [3], соответствуют первому члену определяющих их многочленов, что позволяет принять соответственно $F_0=12$; $F_2=0{,}4$; $F_3=1{,}371$.

Значение кинематического коэффициента турбулентной вязкости, полагая

$$\sigma_{xr}=-\overline{u_x u_r}=\nu_\tau\frac{dU_x}{dr}, \tag{18}$$

определяется зависимостью

$$\nu_\tau=\frac{\tau_{xr}}{\rho\dfrac{dU_x}{dr}}-\nu$$

или

$$\nu_*=\frac{\nu_\tau}{\nu}=\varkappa^2\frac{\left(\dfrac{dU_x}{dr}\right)^3}{\left(\dfrac{d^2U_x}{dr^2}\right)^2}-1, \tag{19}$$

где

$$\varkappa^2=\frac{2}{3}\frac{F_2^2}{F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma\sigma_{xr}}{F_0F_2\left((1-\gamma)\sigma_{xr}+\nu\dfrac{dU_x}{dr}\right)}+1\right)^2-1\right]. \tag{20}$$

Воспользуемся инвариантной формой представления этих соотношений, полагая

$$\sigma_*=\frac{\sigma_{xr}}{U_{x,\max}^2};\quad \varphi=\frac{U_x}{U_{x,\max}};\quad \varphi'=\frac{d\varphi}{d\eta}; \tag{21}$$

$$\eta=\frac{rU_{x,\max}}{\nu};\quad \left(\frac{\tau}{\rho}\right)_*=\frac{(\tau_{xr}/\rho)}{U_{x,\max}^2}.$$

Уравнение (16) приобретает следующий вид:

$$\left(\frac{\tau}{\rho}\right)_*=\varkappa^2\frac{(\varphi')^4}{(\varphi'')^2}, \tag{22}$$

где

$$\varkappa^2=\frac{2}{3}\frac{F_2^2}{F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma}{F_0F_2\left(1-\gamma+\dfrac{\varphi'}{\sigma_*}\right)}+1\right)^2-1\right].$$

Для безразмерного кинематического коэффициента турбулентной вязкости получаем

$$\nu_* = \sigma_* / \varphi'.$$

Поле безразмерной скорости определяется уравнением (22), а именно:

$$\frac{\varphi''}{(\varphi')^2} = \pm \frac{\varkappa}{\sqrt{(\tau/\rho)_*}}. \tag{23}$$

Возвращаясь теперь к зависимости (10), преобразуем ее к новым переменным по (21). Получим

$$(\tau/\rho)_* = -\frac{\varphi \int\limits_0^\eta \varphi\eta\, d\eta}{\frac{x+a}{d}\eta\left(\frac{U_{x,\max} d}{\nu}\right)}, \tag{24}$$

и, следовательно, безразмерное турбулентное напряжение и безразмерное значение коэффициента турбулентной вязкости определятся соотношениями:

$$\sigma_* = \frac{\sigma_{xr}}{U^2_{x,\max}} = -\left(\frac{\varphi \int\limits_0^\eta \varphi\eta\, d\eta}{\frac{x+a}{d}\eta\left(\frac{U_{x,\max} d}{\nu}\right)} + \varphi'\right); \tag{25}$$

$$\nu_* = \frac{\sigma_*}{\varphi'} = -\left(\frac{\varphi \int\limits_0^\eta \varphi\eta\, d\eta}{\frac{x+a}{d}\eta\varphi'\left(\frac{U_{x,\max} d}{\nu}\right)} + 1\right).$$

Таким образом, определение поля скоростей в сечении струи может быть осуществлено по уравнению (23), если учитывать значение $(\tau/\rho)_*$ по (24). В этом случае имеем

$$\frac{\varphi''}{(\varphi')^2} = \pm \frac{\varkappa}{\sqrt{\dfrac{-\varphi \int\limits_0^\eta \varphi\eta\, d\eta}{\frac{x+a}{d}\eta\left(\frac{U_{x,\max} d}{\nu}\right)}}}, \tag{26}$$

где в соответствии с (22) и (25)

$$\varkappa^2 = \frac{2}{3}\frac{F_2^2}{F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma}{F_0F_2\left[1-\gamma-\varphi'\left(\frac{\varphi \int\limits_0^\eta \varphi\eta\, d\eta}{\frac{x+a}{d}\eta\frac{U_{x,\max} d}{\nu}} + \varphi'\right)\right]^{-1}} + 1\right)^2 - 1\right]. \tag{27}$$

Необходимо отметить, что зависимости (26) и (27) могут быть представлены через безразмерный коэффициент турбулентной вязкости $\nu_* = \sigma_*/\varphi'$, учитывая соотношение (25).

Полученное уравнение (26) служит основой для численного расчета распределения осредненной скорости по сечению струи. При

этом знак второй производной безразмерной скорости φ'' выбирается в зависимости от того, в какой области сечения ведется расчет, а именно $\varphi''<0$ в приосевой области и $\varphi''>0$ на периферии струи. Следовательно, существует точка перегиба профиля осредненной скорости, где $\varphi''=0$ и $|\varphi'|=|\varphi'|_{max}$ и в которой реализуется также максимальное значение турбулентного напряжения. Уравнение (26) имеет следующие граничные условия: $\varphi=1$ и $\varphi'=0$ при $\eta=0$ и, кроме того, $\varphi\to 0$ и $\varphi'\to 0$ при $\eta\to\infty$.

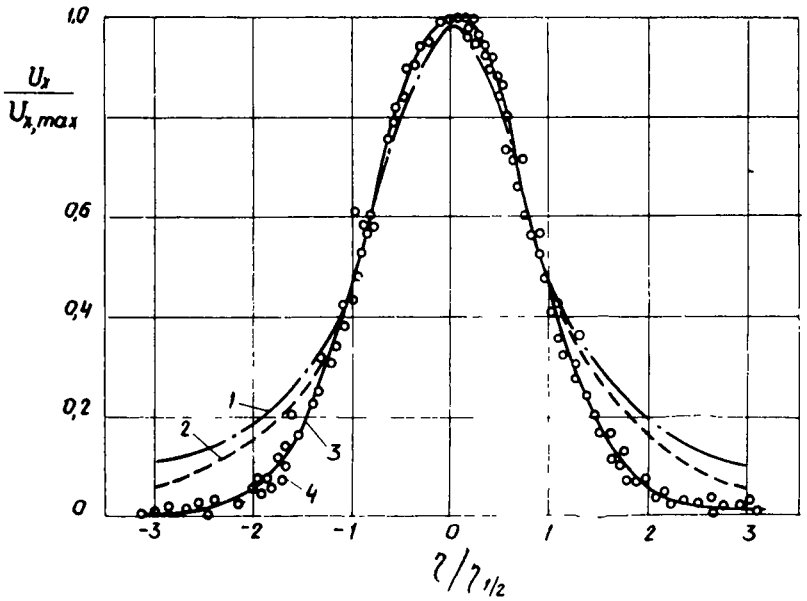

Рис. 1. Безразмерный профиль скорости в автомодельном участке турбулентной затопленной струи *1* — модифицированная теория Тейлора, *2* — гипотеза о постоянстве коэффициента обмена; *3* — модель турбулентности [1, 3], *4* — экспериментальные данные Корсина [6]

Результаты расчета безразмерного профиля скорости $\varphi=U_x/U_{x,max}$ при установившемся турбулентном течении в автомодельном участке осесимметричной затопленной струи представлены на рис. 1 в виде зависимости $\varphi=f(\eta/\eta_{1/2})$, где $\eta_{1/2}\dfrac{r_{1/2}U_{x,max}}{\nu}$ — безразмерное расстояние от оси до точки, в которой скорость равна половине осевой. На рис. 1 для сравнения приведены также экспериментальные данные Корсина [6] и кривые распределения осредненной скорости, рассчитанные с помощью различных теорий [7]. Так, Толмин [4] исследовал круглую затопленную струю в предположении постоянства пути перемешивания во всей области перемешивания, Гёртлер [8] пересчитал эту задачу в предположении постоянства коэффициента обмена, а Хауварт [9] решил ее с помощью модифицированной теории переноса завихренности. Рис. 1 показывает, что наилучшее совпадение с результатами эксперимента дает метод, используемый в настоящей работе.

При расчете безразмерного кинематического коэффициента «вихревой» вязкости $\nu_*=\nu_т/\nu$ было выяснено, что этот коэффициент, быстро возрастая у оси струи, постепенно достигает постоянного значения и затем снова уменьшается. В области, где ν_* достигает постоянного значения, последнее точно соответствует экспериментально найденному [5]

$$\nu_* = 0{,}00196\frac{x+a}{d}\cdot\frac{dU_{x,\max}}{\nu} - 1 = 0{,}013\frac{dU_0}{\nu} - 1.$$

Обобщенная зависимость $\nu_*/\mathrm{Re}_d = f(\eta/\eta_{1/2})$ приводится на рис. 2.

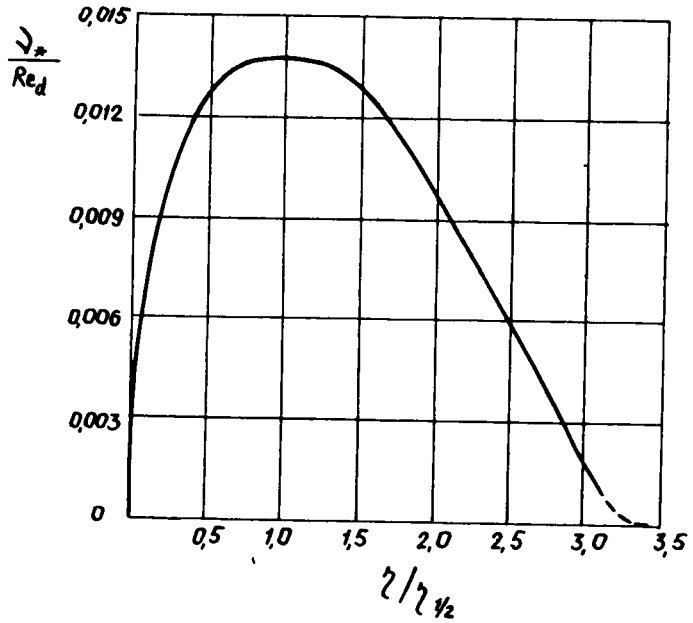

Рис. 2. Изменение безразмерного кинематического коэффициента турбулентной вязкости

На рис. 3 представлены результаты расчета рейнольдсовых напряжений сдвига в виде зависимости

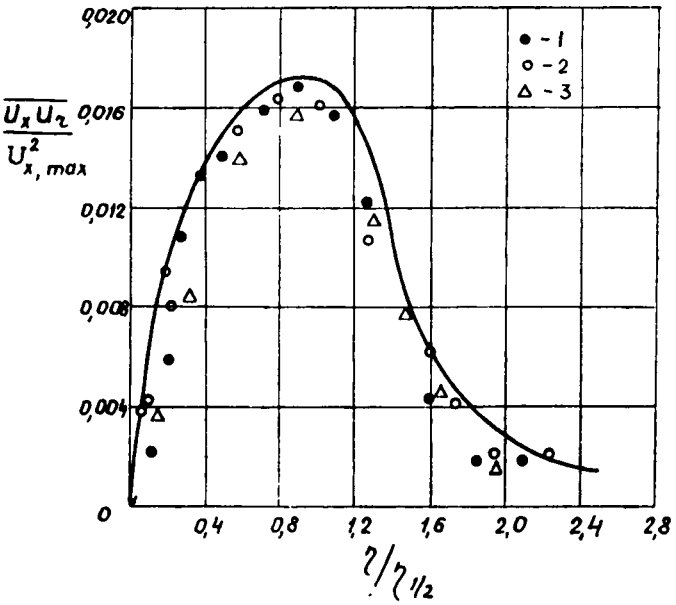

Рис. 3. К сравнению расчетного профиля рейнольдсовых напряжений (25) с экспериментальными данными Рослера и Банкоффа [14]: *1*—$x/d=15$; *2*—$x/d=20$; *3*—$x/d=30$

$$\sigma_* = -\frac{\overline{u_x u_r}}{U^2_{x,\max}} = f(\eta/\eta_{1/2}),$$

сопоставленной с экспериментальными данными Рослера и Банкоффа [10] для значений $\frac{x+a}{d} = 15 \div 30$. Хорошее соответствие расчетного профиля турбулентных напряжений результатам эксперимента еще раз свидетельствует об адекватности используемой модели турбулентности.

Определенный интерес, несомненно, представляет характер изменения переменной $\varkappa(\sigma, \nu U')$ в поперечном сечении струи. Поведение $\varkappa$ для значений $\mathrm{Re}_d = 2 \div 7 \times 10^4$ иллюстрирует рис. 4. От величины $\varkappa = 0$ на периферии струи при доминирующем влиянии вязкости $\varkappa$ быстро возрастает до своего максимального значения $\varkappa = 0{,}43$ и остается примерно постоянной величиной в большей части поперечного сечения, но снова обращается в нуль в непосредственной близости от оси струи.

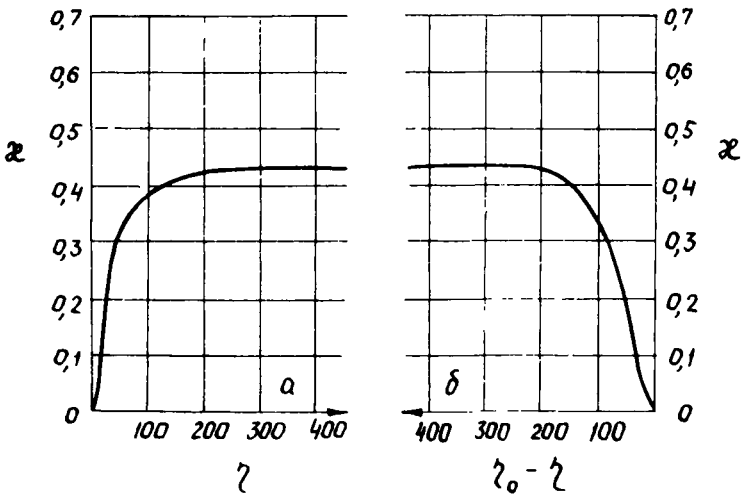

Рис. 4 Изменение $\varkappa(\sigma_*, \nu\varphi')$ по сечению струи: η_0 — безразмерное расстояние от оси до точки на периферии струи, в которой $\nu_* = 0$

При исследовании вопроса о турбулентном переносе тепла в автомодельном участке затопленной слабонагретой струи примем значение плотности величиной постоянной при относительно слабом изменении температуры. Уравнение переноса тепла в цилиндрических координатах с учетом предположений, аналогичных принимаемым в теории пограничного слоя, в рассматриваемом случае имеет вид

$$\rho c_p \left(U_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + U_r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r q_r), \qquad (28)$$

где θ — значение осредненной по времени температуры, а полное значение теплового потока определяется соотношением

$$\frac{q_r}{c_p \rho} = -\left(a \frac{\partial \theta}{\partial r} - \overline{u_r \vartheta} \right) = -a \left(1 + \frac{a_т}{a} \right) \frac{\partial \theta}{\partial r}.$$

Здесь $a_т$ и a есть коэффициенты турбулентной и молекулярной температуропроводности соответственно.

Примем предположение о подобии полей температуры в последовательно расположенных поперечных сечениях затопленной струи. Следовательно, можно положить

$$\frac{\theta_{max}}{\theta_0}=c_1\frac{d}{x+a},\ \frac{\theta}{\theta_0}=c_1\frac{d}{x+a}k(\xi_2), \tag{29}$$

где $\xi_2=r/(x+a)$, a — расстояние от начала координат до геометрического центра подобия (кажущегося источника) совпадает по определению с ранее установленным для поля скоростей. Используя выражения для отношений $\frac{U_x}{U_0}$ и $\frac{U_r}{U_0}$ по (5), уравнение (28) можно привести к виду

$$-f\frac{d}{d\xi_2}(\xi_2 k)+g\frac{dk}{d\xi_2}=\frac{1}{\xi_2}\frac{d}{d\xi_2}\left[\xi_2\frac{a\left(1+\frac{a_т}{a}\right)}{A_1U_0d}\frac{dk}{d\xi_2}\right].$$

Выполняя замену функций $f(\xi_2)$ и $g(\xi_2)$ по (8), получим

$$-\frac{1}{\xi_2}\frac{d}{d\xi_2}(Fk)=\frac{1}{\xi_2}\frac{d}{d\xi_2}\left[\xi_2\frac{a\left(1+\frac{a_т}{a}\right)}{A_1U_0d}\frac{dk}{d\xi_2}\right].$$

В результате интегрирования этого уравнения находим [5]

$$F(\xi_2)k(\xi_2)=-\frac{a\left(1+\frac{a_т}{a}\right)}{A_1U_0d}\xi_2\frac{dk}{d\xi_2}. \tag{30}$$

Здесь постоянная интегрирования обращается в нуль в соответствии с требованиями граничных условий. Вторичное интегрирование уравнения (30) приводит к определению поля безразмерной температуры

$$k(\xi_2)=\frac{\theta}{\theta_{max}}=\exp\left[-\int_0^{\xi_2}\frac{A_1U_0d}{a\left(1+\frac{a_т}{a}\right)}F(\xi_2)\frac{d\xi_2}{\xi_2}\right]. \tag{31}$$

Из соотношений, определяющих $F(\xi_2)$, и уравнения (12) следует, что

$$\frac{F(\xi_2)}{\xi_2}=-\frac{\nu(1+\nu_*)}{A_1U_0d}\frac{1}{f(\xi_2)}\frac{df}{d\xi_2}=-\frac{\nu(1+\nu\ )}{A_1U_0d}\frac{d}{d\xi_2}\left(\ln\frac{U_x}{U_{x,\,max}}\right)$$

и в связи с этим имеем

$$\frac{\theta}{\theta_{max}}=\exp\left[\int_0^{\xi_2}\frac{Pr(1+\nu_*)}{\left(1+\frac{a_т}{a}\right)f}\frac{df}{d\xi_2}d\xi_2\right]. \tag{32}$$

Наконец, переходя к переменным $\eta=\frac{rU_{x,max}}{\nu}$ и $\varphi(\eta)=\frac{U_x}{U_{x,max}}$ и записывая безразмерный коэффициент суммарной температуропроводности Э в виде

$$Э = 1 + \frac{a_т}{a} = 1 + \nu_* \frac{Pr}{Pr_т}, \tag{33}$$

получаем

$$\frac{\theta}{\theta_{max}} = \exp\left[\int_0^\eta \frac{Pr(1+\nu_*)}{1+\nu_* Pr/Pr_т} \frac{\varphi'}{\varphi} d\eta\right], \tag{34}$$

где $Pr = \nu/a$ и $Pr_т = \nu_т/a_т$ — соответственно молекулярное и турбулентное значение чисел Прандтля.

Прежде чем перейти к построению развернутой формы зависимости для нахождения температурного поля затопленной турбулентной струи, укажем на ряд интересных экспериментальных работ по определению $Pr_т$ в свободных турбулентных потоках. Эта характеристика в отличие от молекулярного числа Прандтля не относится к числу физических констант и отражает сложное гидродинамическое явление — взаимосвязь между турбулентным переносом импульса и тепла. Опыты с воздушными струями проводились Руденом [10], Корсином [6], Хинце и Ван дер Хегге Цийненом [11] и другими. Во всех этих опытах турбулентное число Прандтля $Pr_т$ оказалось весьма близким к значению $Pr_т \approx 0{,}72 \div 0{,}75$. Особенно интересными представляются эксперименты Сакипова [12, 13, 18], в которых в качестве рабочей среды выбирались жидкости с физическим числом Pr, существенно отличающимся от единицы, а именно трансформаторное масло ($Pr \sim 10^3$) и ртуть ($Pr \sim 10^{-2}$). В обоих случаях З. Б. Сакиповым было получено $Pr_т \approx 0{,}72 \div 0{,}75$. Таким образом, последние эксперименты свидетельствуют о независимости турбулентного числа Прандтля в развитом свободном турбулентном течении от молекулярного значения числа Прандтля.

Физические основы турбулентного переноса тепла были рассмотрены в работах [2] и [3], в которых установлен двойственный характер переноса, определяющийся, во-первых, некоторым постоянно действующим уровнем интенсивности переноса в основном за счет мелкомасштабной турбулентности и, во-вторых, вихревым движением крупномасштабной турбулентности. Эти соображения приводят к условию, устанавливающему несколько большую интенсивность переноса тепла, чем это следует из аналогии Рейнольдса, утверждающей эквивалентность переноса импульса и тепла при $Pr = 1$. В монографии [3] из соображений, учитывающих суммарный эффект за счет теплопереноса мелкомасштабным и крупномасштабным (вихревым) турбулентными движениями, установлено следующее соотношение для величины $\beta = 1/Pr_т$, соответствующей коэффициенту пропорциональности между значениями $a_т/a$ и $\nu_т/\nu$ при $Pr = 1$:

$$\beta = 1 + \frac{0{,}5\,\nu_*/(1+\nu_*)}{1 + 0{,}5\left(\sqrt{1 + \frac{3F_3\varkappa^2}{2F_2^2}} - 1\right)}. \tag{35}$$

Таким образом, выражение для безразмерного коэффициента суммарной температуропроводности, учитывая последнее соотношение и принимая во внимание отмеченное выше отсутствие влияния молекулярного числа Прандтля на его турбулентный аналог, можно представить в следующей форме:

$$Э=1+\nu_*\left[1+\frac{0{,}5\nu_*/(1+\nu_*)}{1+0{,}5\left(\sqrt{1+\frac{3F_3\varkappa^2}{2F_2^2}}-1\right)}\right]\mathrm{Pr}. \qquad (36)$$

В итоге зависимость для определения температурного поля в автомодельной турбулентной струе представляется следующим образом:

$$\frac{\theta}{\theta_{max}}=\exp\left[\int_0^\eta\frac{\mathrm{Pr}(1+\nu_*)\varphi'/\varphi\, d\eta}{1+\nu_*\left[1+\frac{0{,}5\nu_*/(1+\nu_*)}{1+0{,}5\left(\sqrt{1+\frac{3F_3\varkappa^2}{2F_2^2}}-1\right)}\right]\mathrm{Pr}}\right]. \qquad (37)$$

Программа численного исследования теплопереноса включала расчет поля скоростей и производных осредненной скорости $\varphi'(\eta)$ с помощью уравнения (26) для заданного числа Рейнольдса, определение $\nu_*(\eta)$ по (25) и $\varkappa(\eta)$ по (22) при одновременном интегрировании уравнения (37) для заданного значения молекулярного числа Прандтля. В процессе вычисления распределения осредненной температуры по сечению струи определялось также $\beta(\eta)$. Кроме того, было рассчитано распределение поперечного турбулентного переноса тепла в безразмерной форме $\overline{u_r\vartheta}/U_{x,\max}\theta_{\max}$ и отношение поперечного турбулентного переноса тепла и импульса в сечении струи

$$\frac{\overline{u_r\vartheta}/U_{x,\max}\theta_{\max}}{\overline{u_ru_x}/U_{x,\max}^2}.$$

Выражения для этих характеристик осредненного движения имеют вид [5]

$$\frac{\overline{u_r\vartheta}/U_{x,\max}\theta_{\max}}{\overline{u_ru_x}/U_{x,\max}^2}=\frac{\theta}{\theta_{\max}}\cdot\frac{U_{x,\max}}{U_x}; \qquad (38)$$

$$\frac{\overline{u_r\vartheta}}{U_{x,\max}\theta_{\max}}=\frac{1}{\xi_2}\,\frac{\theta}{\theta_{\max}}\int_0^{\xi_2}\frac{U_x}{U_{x,\max}}\xi_2\, d\xi_2,$$

или, переходя к переменной η:

$$\frac{\overline{u_r\vartheta}}{U_{x,\max}\theta_{\max}}=\frac{\nu}{U_{x,\max}d}\cdot\frac{d}{x+a}\cdot\frac{1}{\eta}\cdot\frac{\theta}{\theta_{\max}}\int_0^\eta\varphi\eta d\eta. \qquad (39)$$

На рис. 5 представлены результаты расчета температурного поля для случая распространения турбулентной затопленной подогретой воздушной струи в сравнении с экспериментальными данными Рудена [15], Старка [16] и Пабста [17]. Видно, что профиль температуры, рассчитанный по формуле (37), хорошо согласуется с результатами эксперимента по всему поперечному сечению автомодельного участка струи. Сравнение профиля температуры с распределением безразмерной скорости, приведенным на том же рисунке, свидетельствует об отсутствии подобия между распределениями указанных характеристик. Последний вывод подтверждается результатами многочисленных экспериментов по распространению тепла в турбулентных затопленных струях [5, 18].

Рис. 6 иллюстрирует изменение величины $\beta=1/\mathrm{Pr}_т$ в зависимости от безразмерной координаты η. Эта характеристика, равная $\beta=1$ на периферии струи, быстро возрастает и, достигнув максимального значения

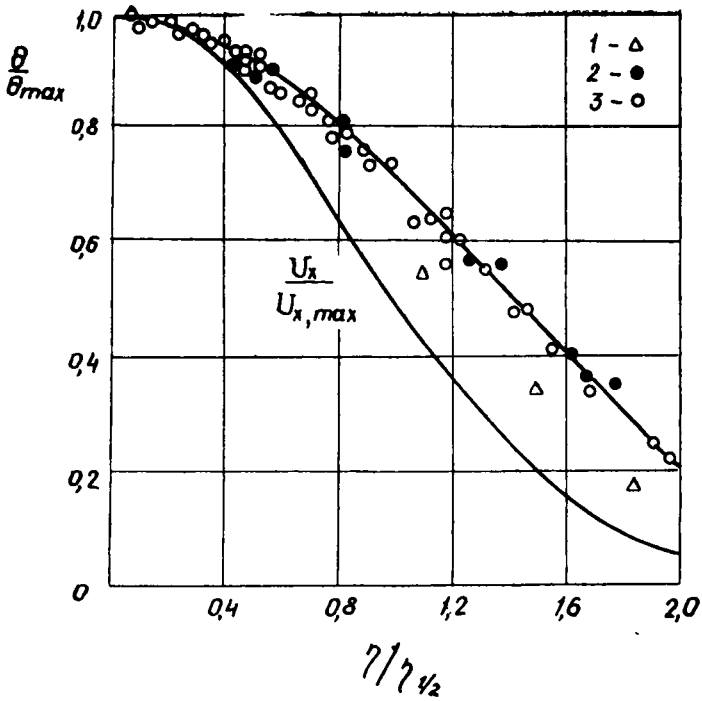

Рис. 5. Распределение безразмерной осредненной температуры по (37) в сопоставлении с опытными данными для круглой струи и профиль безразмерной скорости: *1* — эксперименты Рудена [15]; *2* — Старка [16]; *3* — Пабста [17]

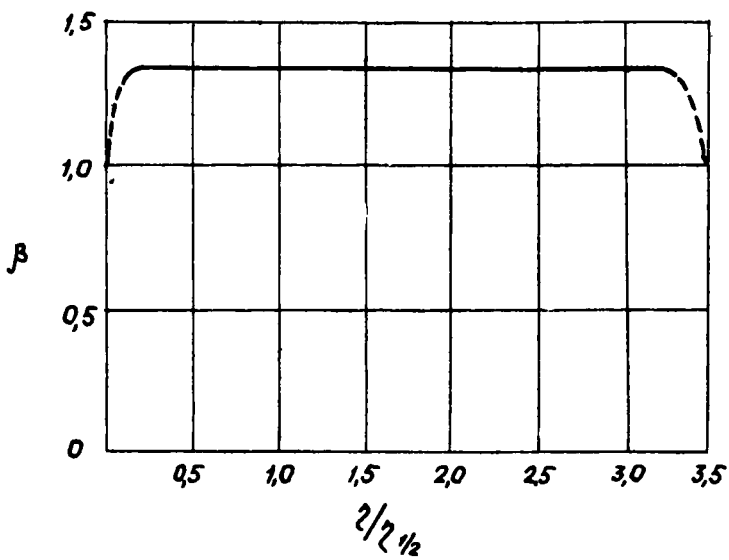

Рис. 6. Изменение $\beta = 1/Pr_T$ по сечению струи. Расчет по формуле (35)

$\beta = 1{,}34$, слабо изменяется с удалением от области невозмущенной среды, оставаясь практически постоянной на большей части поперечного сечения. В приосевой области β вновь резко уменьшается, достигая своего предельного значения $\beta = 1$ на оси струи. Найденное количест-

венное значение $\beta = 1{,}34$ согласуется с результатами ранее упомянутых экспериментальных работ [6, 10—13] по определению турбулентного числа Прандтля $Pr_т$ в свободных турбулентных потоках, в которых получено $\beta = 1/Pr_т \approx 1{,}31 \div 1{,}38$.

Распределение поперечного турбулентного переноса тепла $\overline{u_r\vartheta}/U_{x,max}\theta_{max}$ по сечению струи представлено на рис. 7. Отношение поперечного турбулентного переноса тепла и импульса приводится на рис. 8. Сопоставление с опытными данными [19] свидетельствует об удовлетворительном соответствии расчетных и экспериментальных профилей указанных характеристик.

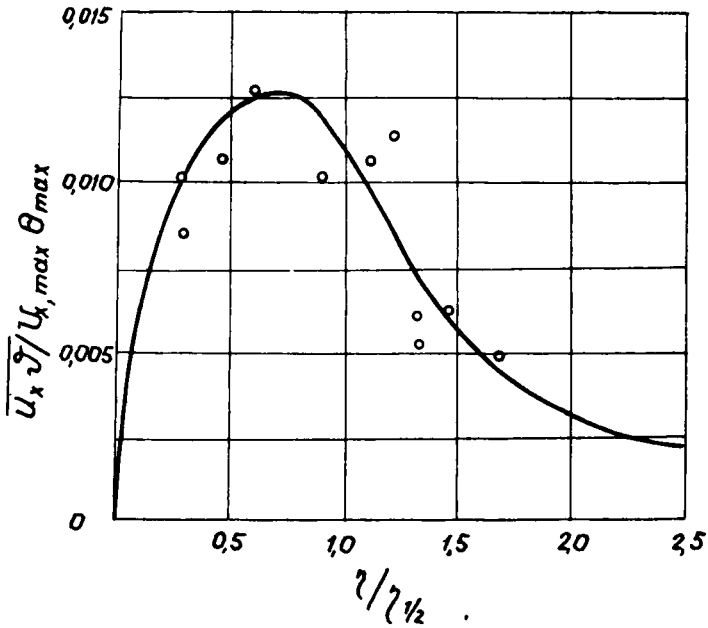

Рис 7. Распределение безразмерного поперечного турбулентного переноса тепла (39) в сравнении с результатами измерений Корсина и Юбероя [19]

Результаты численного исследования влияния числа Pr на изменение температурного поля затопленной турбулентной струи приводятся на рис. 9 в виде зависимости $\theta/\theta_{max} = f(U_x/U_{x,max})$ для различных значений молекулярного числа Pr. Расчетные кривые хорошо согласуются с результатами экспериментов З. Б. Сакипова [12, 13] по распространению подогретых струй вязкого масла ($Pr \sim 10^3$) и ртути ($Pr \sim 10^{-2}$).

Рассмотрим далее задачу о распространении турбулентного следа, образующегося при обтекании цилиндра потоком жидкости. Распределение скорости в следе за цилиндром в соответствии с классическими теориями предполагается подчиняющимся условию подобия в последовательно расположенных сечениях следа. Хорошо известное решение этой задачи (см., например, [5]) приводит к определению напряжений сдвига τ_{xy} в виде зависимости

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho U_{x,max}^2} = -\frac{y}{2A\sqrt{(x+a)d}}\frac{U_x}{U_{x,max}}, \qquad (40)$$

где U_x — отклонение скорости в следе от скорости набегающего потока U_0; $U_{x,max}$ — максимальное отклонение, имеющее место на оси сле-

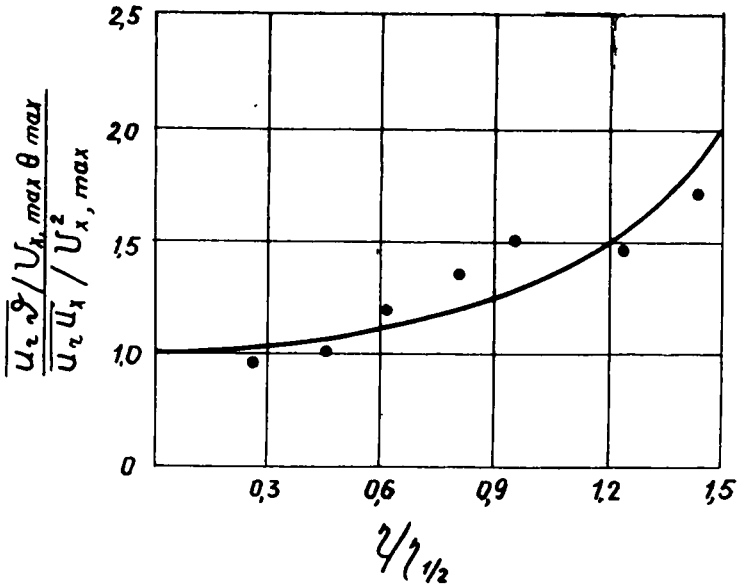

Рис. 8 Отношение поперечного турбулентного переноса тепла и импульса (38) в сопоставлении с опытными данными [19]

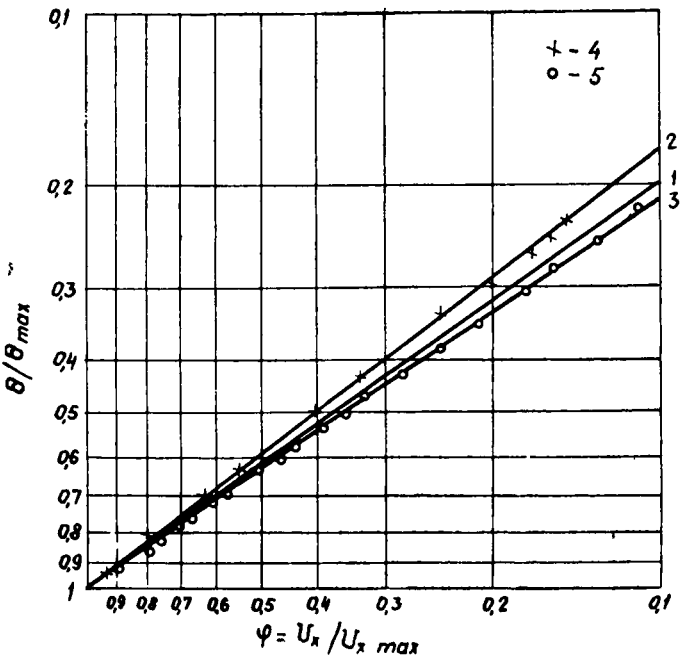

Рис. 9. К исследованию влияния Pr на изменение температурного поля затопленной струи:

1—Pr=1
2—Pr=10^3 } расчет по зависимости (37)
3—Pr=10^{-2}

4—Pr $\sim 10^3$ (масло) } результаты экспериментов
5—Pr $\sim 10^{-2}$ (ртуть) } З. Б. Сакипова [12, 13]

да; a — расстояние между центром цилиндра и геометрическим центром подобия. Между скоростями $U_{x,\max}$ и U_0 имеет место соотношение

$$\frac{U_{x,\max}}{U_0}=A\sqrt{\frac{d}{x+a}}. \tag{41}$$

На этом основании зависимость (40) может быть представлена в форме, исключающей координату x:

$$\frac{\tau_{xy}}{\rho U_{x,\max}^2}=-\frac{y}{2A^2d}\frac{U_x}{U_0}=-\frac{y}{2A^2d}\cdot\frac{U_{x,\max}}{U_0}\cdot\frac{U_x}{U_{x,\max}}. \tag{42}$$

Вводя безразмерные переменные $\eta=\frac{yU_{x,\max}}{\nu}$ и $\varphi=\frac{U_x}{U_{x,\max}}$,

для абсолютного значения полного напряжения получим

$$\left|\frac{\tau_{xy}}{\rho U_{x,\max}^2}\right|=\frac{\eta\varphi}{2A^2\left(\frac{U_0d}{\nu}\right)}. \tag{43}$$

Турбулентная часть напряжения $|\sigma_*|=|\sigma_т/\rho U_{x,\max}^2|$ определяется, следовательно, зависимостью

$$|\sigma_*|=\left|\frac{\eta\varphi}{2A^2\left(\frac{U_0d}{\nu}\right)}-\varphi'\right|. \tag{44}$$

Распределение безразмерной скорости φ будет подчиняться соотношению (23) и, учитывая уравнения (43) и (22), получим

$$\frac{\varphi''}{(\varphi')^2}=\pm\frac{\varkappa}{\sqrt{\frac{\eta\varphi}{2A^2\left(\frac{U_0d}{\nu}\right)}}}, \tag{45}$$

где

$$\varkappa^2=\frac{2F_2^2}{3F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma}{F_0F_2(1-\gamma+\varphi'/\sigma_*)}+1\right)^2-1\right].$$

Здесь σ_* определяется по (44). Граничные условия уравнения (45), очевидно, будут на оси следа $\varphi=1$, $\varphi'=0$ при $\eta=0$ и на периферии $\varphi\to0$, $\varphi'\to0$ при $\eta\to\infty$. Кроме того, необходимо иметь в виду, что в области оси следа $\varphi''<0$, а за точкой перегиба ($\varphi''=0$) $\varphi''>0$. В связи с этим в области вблизи оси знак в уравнении (45) должен быть отрицательным, а в периферийной области — положительным. Численное решение уравнения (45) выполняется так же, как и для случая распространения осесимметричной турбулентной струи, с тем отличием, что в рассматриваемом случае распространения следа полное значение напряжения определяется из соотношения (43).

Если сравнить результаты экспериментов по определению распределения безразмерной скорости в сечениях автомодельного турбулентного следа за цилиндром [20, 21] с теоретическим профилем указан-

ной характеристики (рис. 10), полученным в результате численного решения уравнения (45), то оказывается, что расчетное распределение $\varphi(\eta)$ достаточно хорошо согласуется с опытными данными по всему поперечному сечению следа.

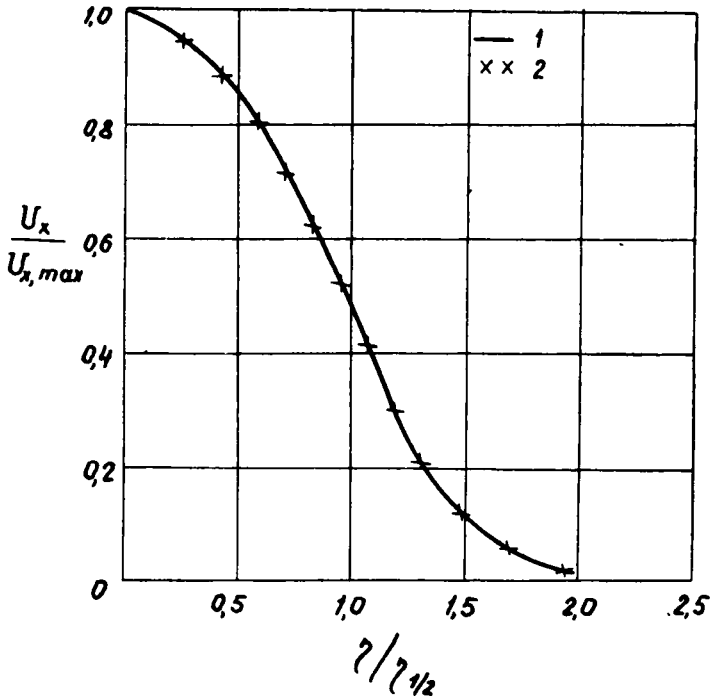

Рис. 10. Распределение безразмерной осредненной скорости в следе за круглым цилиндром: *1* — расчет по соотношению (45); *2* — экспериментальные средние значения [20, 21]. $Re=1{,}4\times10^3$

В заключение следует отметить, что применение в проведенном исследовании модели механизма турбулентного движения [1] и разработанного на ее основе метода расчета полей осредненных скоростей и температур [1, 2, 3] приводит к вполне удовлетворительному согласованию с экспериментальными результатами и открывает, по-видимому, возможность более глубокого изучения целого ряда задач свободной турбулентности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шваб В. А, Шваб А. В. О модели механизма генерации турбулентности в установившихся пристенных турбулентных потоках.— В сб.· Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, Изд-во Томского ун-та, 1977.
2. Шваб В. А., Шваб А. В. Метод непрерывной модели в приложении к расчету теплообмена при турбулентном течении в трубах — В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томского ун-та, 1977.
3. Шваб В А, Шваб А. В Пристенные турбулентные течения. Томск, Изд-во Томского ун-та, 1980
4. Tollmien W. Z. angew. Math u. Mech., 6, 468, (1926).
5 Хинце И. О. Турбулентность. М., Физматгиз, 1963
6. Corrsin S. NACA Wartime Repts., 94 (December 1943).

7. Бай-Ши-и. Турбулентное течение жидкостей и газов. М., ИЛ, 1962.
8. Goertler H. Z. angew. Math. u. Mech., 22, 5, 244—254 (October 1942).
9. Howarth L. Proc. Cambridge Phil. Soc.. 34, 185—194 (1938).
10. Ruden P. Naturwissenschaften, 21, 52. (1915).
11. Hinze J. and van der Hegge Zijnen B., Appl. Sci. Research, 1A, 435 (1949).
12. Сакипов З. Б. Об отношении коэффициентов турбулентного обмена импульса и тепла в свободной турбулентной струе.— Изв. АН КазССР. Сер. энергетическая. 1961, вып. 1 (19).
13. Сакипов З. Б., Темирбаев Д. Ж. Об отношении коэффициентов турбулентного обмена импульса и тепла в свободной турбулентной струе ртути.—Изв. АН КазССР. Сер энергетическая. 1962, вып. 2 (22)
14. Rosler R., Bankoff S. A. I. Ch. E. I., vol. 9, 5 (1963).
15. Ruden P. Naturwissenschaften, 21, 21—23, 375 (1933).
16. Старк С. Б. Перемешивание газовых потоков в факеле — ЖТФ. 1953, т. 23, вып. 10.
17. Pabst O. F. W. Flugzengbau U. M. 6004, 8007 (1944).
18. Вулис Л. А, Кашкаров В. П. Теория струй вязкой жидкости. М., Наука, 1965.
19. Corrsin S. and Uberoi M. Natl Advisory Comm. Aeronaut. Tech. notes, 1865 (1949).
20. Townsend A. Proc. Roy. Soc. London, 190 A, 551 (1947).
21. Townsend A., Australian J. Research, 2A, 451 (1949).

ГИДРОДИНАМИКА, УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ПОТОКА И ПРОЦЕССЫ РАЗДЕЛЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В РАБОЧИХ ЭЛЕМЕНТАХ ТАРЕЛЬЧАТЫХ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СЕПАРАТОРОВ

М. И. ШИЛЯЕВ

В различных областях химической технологии вопросы качественного разделения двухфазных смесей до сих пор еще остаются проблемой. В частности, гидродинамика и процессы выделения дисперсных частиц из потока жидкости или газа в рабочих элементах уже используемых в промышленности тарельчатых центробежных сепараторов еще недостаточно полно изучены. Эти обстоятельства не дают возможности оценить наиболее выгодные условия работы таких аппаратов и создать надежные методы их расчета. В настоящей статье проведено исследование гидродинамики ламинарного движения жидкости и его устойчивости между коническими и плоскими тарелками центробежных сепараторов, теоретически установлены критериальные условия перехода ламинарного течения в турбулентное. С помощью полученного распределения скорости в конических элементах проведен анализ процесса сепарации частиц на внешнюю ограничивающую поток поверхность, на основании которого предложен приближенный способ расчета эффективности разделения в конических центрифугах и различных сепараторах специального назначения [1, 2].

1. Гидродинамика ламинарного потока между коническими сепарационными элементами

Введем биконическую систему координат l, φ, n (рис. 1), ортогональную, жестко связанную с вращающимися конусами

$$x=(l\sin\alpha+n\cos\alpha)\cos\varphi;$$
$$y=(l\sin\alpha+n\cos\alpha)\sin\varphi;$$
$$z=l\cos\alpha-n\sin\alpha.$$

Уравнения Навье—Стокса в принятой системе координат в векторной форме имеют вид

$$\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+(\vec{u}\nabla)\vec{u}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\nabla^2\vec{u}+\vec{F}+\omega^2\vec{r}-2(\vec{\omega}\times\vec{u}). \qquad (1.1)$$

Здесь два последних члена суть центробежная и кориолисова силы, обусловленные вращением системы координат. Для стационарного и

осесимметричного случая в проекциях на координатные оси система уравнений (1.1) и уравнение неразрывности запишутся следующим образом:

$$u_l\frac{\partial u_l}{\partial l}+u_n\frac{\partial u_l}{\partial n}-\frac{u_\varphi^2}{l}=\omega^2 l\sin\alpha-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial l}+2\omega u_\varphi\sin\alpha+g\cos\alpha+$$

$$+\nu\left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial l^2}+\frac{\partial^2 u_l}{\partial n^2}+\frac{1}{l}\frac{\partial u_l}{\partial l}+\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{l}\frac{\partial u_l}{\partial n}-\frac{u_l}{l^2}-\frac{u_n}{l^2}\operatorname{ctg}\alpha\right);$$

$$u_l\frac{\partial u_\varphi}{\partial l}+u_n\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}+\frac{u_\varphi u_l}{l}+\frac{u_\varphi u_n}{l}\operatorname{ctg}\alpha=-2\omega(u_l\sin\alpha+u_n\cos\alpha)+$$

$$+\nu\left(\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial l^2}+\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial n^2}+\frac{1}{l}\frac{\partial u_\varphi}{\partial l}+\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{l}\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}-\frac{u_\varphi}{l^2\sin^2\alpha}\right); \qquad (1.2)$$

$$u_l\frac{\partial u_n}{\partial l}+u_n\frac{\partial u_n}{\partial n}-\frac{u_\varphi^2}{l}\operatorname{ctg}\alpha=\omega^2\cos\alpha(l\sin\alpha+n\cos\alpha)-g\sin\alpha+$$

$$+2\omega u_\varphi\cos\alpha-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n}+\nu\left(\frac{\partial^2 u_n}{\partial n^2}+\frac{\partial^2 u_n}{\partial l^2}+\frac{1}{l}\frac{\partial u_n}{\partial l}+\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{l}\frac{\partial u_n}{\partial n}-\frac{u_n}{l^2}\operatorname{ctg}^2\alpha\right);$$

$$\frac{\partial}{\partial l}(lu_l)+\frac{\partial}{\partial n}(lu_n)=0.$$

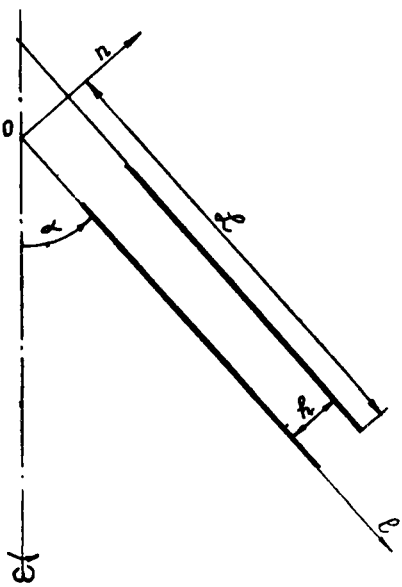

Рис. 1.

Система уравнений (1.2) должна быть решена при следующих граничных условиях:

$$u_l=u_n=u_\varphi=0 \text{ при } n=0,\ n=h. \qquad (1.3)$$

Введем в соответствии с уравнением неразрывности условие постоянства расхода в интегральной форме и начальную закрутку потока на входе

$$l\int_{n=0}^{n=h}u_l dn=Q,\quad \left[\int_{n=0}^{n=h}u_\varphi\, dn\right]_{l=L}=U^0. \qquad (1.4)$$

Приведем систему уравнений (1.2) и граничные условия (1.3) к безразмерному виду, учитывая следующий порядок обезразмеривания:

$$\bar{l}=l/L;\ \bar{n}=n/h;\ k=-h/L\operatorname{tg}\alpha;\ \bar{u}_l=u_l/\omega L;$$
$$\bar{u}_\varphi=u_\varphi/\omega L;\ \bar{u}_n=u_n/\omega h;\ p=P/\rho\omega^2L^2;\ b=g/\omega^2L; \tag{1.5}$$
$$\lambda_h=\omega h^2/\nu;\ \bar{Q}=Q/2\pi L^2h\omega\sin\alpha.$$

Опуская члены порядка малости h^2/L^2, черточки обезразмеривания, а также принимая во внимание более низкий порядок уравнения по поперечной координате по сравнению с уравнениями по продольной и окружной, получим упрощенную систему уравнений движения, неразрывности и граничных условий вида

$$u_l\frac{\partial u_l}{\partial l}+u_n\frac{\partial u_l}{\partial n}-\frac{u_\varphi^2}{l}=-\frac{\partial p}{\partial l}+l\sin^2\alpha+b\cos\alpha+$$
$$+2u_\varphi\sin\alpha+\frac{1}{\lambda_h}\left(\frac{\partial^2u_l}{\partial n^2}-\frac{k}{l}\frac{\partial u_l}{\partial n}\right); \tag{1.6}$$

$$u_l\frac{\partial u_\varphi}{\partial l}+u_n\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}+\frac{u_\varphi u_l}{l}-\frac{u_\varphi u_n}{l}k+2(u_l-ku_n)\sin\alpha=$$
$$=\frac{1}{\lambda_h}\left(\frac{\partial^2u_\varphi}{\partial n^2}-\frac{k}{l}\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}\right); \tag{1.7}$$

$$\frac{dp}{\partial n}\approx 0; \tag{1.8}$$

$$\frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}(lu_l)+\frac{\partial u_n}{\partial n}=0; \tag{1.9}$$

$$u_l=u_n=u_\varphi=0 \text{ при } n=0,\ n=1; \tag{1.10}$$

$$l\int_0^1 u_l dn=Q,\quad \left[\int_0^1 u_\varphi\, dn\right]_{l=1}=u^0. \tag{1.11}$$

Основное затруднение как в общем исследовании вопроса о существовании и единственности решения уравнений (1.6)—(1.11), так и в фактическом построении решения этих уравнений заключается в наличии в левых частях уравнений (1.6), (1.7) нелинейных членов инерции. Общего метода построения решений нелинейных уравнений не существует. Поэтому при изучении рассматриваемого движения воспользуемся приближенным интегральным методом, изложенным в [3], позволяющим выразить инерционные члены в окружном направлении в интегральной форме с дальнейшим использованием метода последовательных приближений для нахождения окружной и продольной компонент скорости движущейся среды.

В связи с вышесказанным положим

$$\Phi(l)=\lambda_h\int_0^1\left[u_l\frac{\partial u_\varphi}{\partial l}+u_n\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}+\frac{u_\varphi u_l}{l}-k\frac{u_\varphi u_n}{l}+2(u_l-ku_n)\sin\alpha\right]dn \tag{1.12}$$

и представим уравнение (1.7) в виде

$$\frac{\partial^2u_\varphi}{\partial n^2}-\frac{k}{l}\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}=\Phi(l). \tag{1.13}$$

Решая дифференциальное уравнение (1.13) с учетом граничных условий (1.10), получим

$$u_\varphi=-\Phi(l)\frac{l}{k}\left(\frac{1-e^{kn/l}}{e^{k/l}-1}+n\right). \tag{1.14}$$

В качестве первого приближения примем $u_n=0$, а продольную скорость по координате n по параболическому закону. Тогда с учетом уравнения неразрывности и граничных условий (1.10) будем иметь

$$u_l=\frac{6Q}{l}(n-n^2). \tag{1.15}$$

Подставляя (1.15) и (1.14) в (1.12) и интегрируя, получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка относительно $\Phi(l)$

$$\Phi'(l)f(l)+\Phi(l)m(l)+\sin\alpha/3=0, \tag{1.16}$$

где

$$f(l)=\frac{l}{k}\left[\frac{l}{k}\frac{e^{k/l}\left(1-2\frac{l}{k}\right)+2\frac{l^2}{k^2}(e^{k/l}-1)}{e^{k/l}-1}-\frac{1}{6(e^{k/l}-1)}-\frac{1}{12}\right];$$

$$m(l)=\frac{1}{k}\left[-\frac{1}{6}-\frac{1}{3(e^{k/l}-1)}+2\frac{e^{k/l}\left(1-2\frac{l}{k}\right)+2(e^{k/l}-1)\frac{l^2}{k^2}}{e^{k/l}-1}\frac{l}{k}-\right.$$

$$-2\frac{l^2}{k^2}\frac{e^{k/l}\left(3\frac{l^2}{k^2}-2\frac{l}{k}+\frac{1}{2}\right)-\frac{l}{k}\left(1+3\frac{l}{k}\right)}{l(e^{k/l}-1)}-\frac{l}{6Q\lambda_h}-$$

$$\left.-\frac{e^{k/l}}{l(e^{k/l}-1)^2}\left[\frac{1}{6}-e^{k/l}\frac{l^2}{k^2}\left(1-2\frac{l}{k}\right)-\frac{l^2}{k^2}\left(1+2\frac{l}{k}\right)\right]\right].$$

Решение уравнения (1.16) через элементарные функции не выражается. Заменим $e^{k/l}$ ее разложением в ряд Тейлора, ограничившись пятью первыми членами, возникающая при этом погрешность не превышает 10^{-8}. В этом случае дифференциальное уравнение (1.16) упростится и примет вид

$$\Phi'(l)+\left(\frac{1}{l}+\frac{10l}{Q\lambda_h}\right)\Phi(l)-20\sin\alpha=0. \tag{1.17}$$

Выражение для окружной компоненты (1.14) вследствие малости k/l может быть упрощено, если разложить $e^{kn/l}$ и $e^{k/l}$ в ряды Тейлора и сохранить три первых члена. Тогда получим

$$u_\varphi=\frac{\Phi}{2}\frac{n^2-n}{1+\frac{1}{2}\frac{k}{l}}. \tag{1.18}$$

Заметим, что для малых значений k/l можно принять

$$u_\varphi\approx\frac{\Phi}{2}(n^2-n). \tag{1.19}$$

Этот результат автоматически следует из (1.13), если в левой части пренебречь членом $\frac{k}{l}\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}$. В качестве граничного условия для уравнения (1.17) используем условие (1.11). Проинтегрировав (1.19) по n от 0 до 1, получим

$$\Phi(l=1)=-12\ u^0 \tag{1.20}$$

и соответственно решение уравнения (1.17) примет вид

$$\Phi(l)=\frac{2Q\lambda_h \sin\alpha}{l}\left[1-\left(1+\frac{6u^0}{Q\lambda_h \sin\alpha}\right)e^{\frac{5(1-l^2)}{Q\lambda_h}}\right]. \tag{1.21}$$

Подставляя в (1.12) в соответствии с [3] средние по поперечному сечению значения скоростей $\bar{u}_l$ и $\bar{u}_\varphi$ по (1.15) и (1.19), будем иметь

$$\frac{d(\Phi l)}{dl}+\frac{12}{\lambda_h Q}l(\Phi l)-24\sin\alpha\, l=0. \tag{1.22}$$

Решение уравнения (1.22) при граничном условии (1.20) отличается от (1.21) только коэффициентом 6 вместо 5 в показателе экспоненты, что не имеет существенного значения. Кроме того, если в (1.12) подставить u_l и u_φ по (1.15) и (1.19) и проинтегрировать, то получим для $\Phi(l)$ полностью совпадающее выражение с (1.21).

Таким образом, из проведенного анализа следует, что членом $\frac{k}{l}\frac{\partial u_\varphi}{\partial n}$ в уравнении (1.12) с допустимой для данной постановки задачи точностью правомерно пренебречь. Аналогично опустим член $\frac{k}{l}\frac{\partial u_l}{\partial n}$ в уравнении для продольной компоненты скорости. Получим

$$\lambda_h\left[u_l\frac{\partial u_l}{\partial l}+u_n\frac{\partial u_l}{\partial n}+\frac{dp}{dl}-(l\sin^2\alpha+b\cos\alpha)-\frac{u_\varphi^2}{l}-2\sin\alpha\, u_\varphi\right]=\frac{\partial^2 u_l}{\partial n^2}. \tag{1.23}$$

Подставляя в (1.23) $u_n=0$, u_l и u_φ по (1.15) и (1.14), интегрируя дважды по n и удовлетворяя граничным условиям (1.10) и (1.11), получим распределение скорости u_l и градиента давления $\frac{dp}{dl}$. Однако эти выражения оказываются слишком громоздкими и, кроме того, их расчет представляется затруднительным из-за наличия экспоненты в малой степени, что приводит к большим погрешностям в вычислениях. Если экспоненту заменить ее разложением в ряд Тейлора, ограничиваясь первыми семью членами (возникающая при этом погрешность не более 0,5%), то выражения для u_l и $\frac{dp}{dl}$ значительно упростятся и примут вид

$$u_l=-\left(\frac{18\lambda_h Q^2}{l^3}+\frac{\Phi^2\lambda_h}{8}\right)\left(\frac{n^6}{15}-\frac{n^5}{5}+\frac{n^4}{6}-\frac{3n^2}{70}+\frac{n}{105}\right)-$$
$$-\frac{\Phi\lambda_h}{12}\sin\alpha(n^4-2n^3+1{,}2n^2-0{,}2n)-\frac{6Q}{l}(n^2-n); \tag{1.24}$$

$$\frac{dp}{dl}=\frac{54}{35}\frac{Q^2}{l^3}+\frac{3}{280}\frac{\Phi^2}{l}+l\sin^2\alpha+b\cos\alpha+\frac{\Phi}{5}\sin\alpha-\frac{12Q}{\lambda_h l}. \tag{1.25}$$

Поперечная составляющая скорости u_n определяется из уравнения неразрывности (1.9) в соответствии с (1.24) и (1.10):

$$u_n=-\left(\frac{36Q^2\lambda_h}{l^4}-\frac{\Phi^2\lambda_h}{8l}-\frac{\Phi\Phi'\lambda_h}{4}\right)\left(\frac{n^7}{105}-\frac{n^6-n^5}{30}-\frac{n^3}{70}+\frac{n^2}{210}\right)-$$
$$-\frac{\lambda_h\sin\alpha}{12}\left(\Phi'+\frac{\Phi}{l}\right)\left(\frac{n^4}{2}-\frac{n^5}{5}-\frac{2n^3}{5}+\frac{n^2}{10}\right). \tag{1.26}$$

Очевидно, что в уравнении (1.19), (1.24)—(1.26) второе слагаемое в выражении для $\Phi(l)$ по (1.21) при определенных условиях влияет на течение лишь во входной области пространства между конусами. Это слагаемое характеризует влияние входного параметра u^0. Ниже по течению, в асимптотической области, это влияние практически исчезает. Длину участка, на котором проявляется влияние u^0, определим из условия, чтобы второе слагаемое составило не более одного процента от первого, так что

$$l_н=\sqrt{1-\frac{Q\lambda_h}{5}\ln\left|\frac{10^{-2}}{(6\,u^0/Q\,\lambda_h\sin\alpha)+1}\right|}.$$

Таким образом, начиная с длины $l_н$, влиянием u^0 можно пренебречь, в связи с чем выражения для составляющих скорости и градиента давления значительно упростятся, поскольку

$$\Phi(l)=\frac{2Q\lambda_h\sin\alpha}{l}.$$

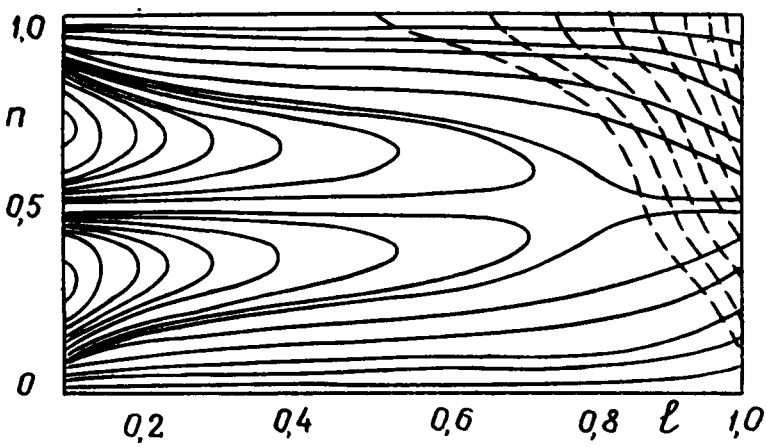

Рис 2 Типичная картина линий тока несущей среды и траектории движения частиц при $Q=-0{,}04$, $\lambda_h=40$; $u^0=0$; $\omega\tau=4{,}2\cdot10^{-3}$; $k=-0{,}01$; $\alpha=\pi/4$.

Согласно определению функцию тока в плоскости $(l,\ n)$ введем следующим образом:

$$lu_l=\frac{\partial\Psi}{\partial n};\qquad u_n=-\frac{\partial\Psi}{\partial l}.$$

Отсюда

$$\Psi=l\int u_l dn+f(l),$$

где $f(l)$ — произвольная функция переменной l. Учитывая (1.22), получим

$$\Psi(l,n)=-\left(\frac{\Phi^2\lambda_h l}{8}+\frac{18Q^2\lambda_h}{l^2}\right)\left(\frac{n^7}{105}-\frac{n^6-n^5}{30}-\frac{n^3}{70}+\frac{n^2}{210}\right)+$$
$$+\frac{\Phi\lambda_h\sin\alpha}{12}\left(\frac{n^4}{2}-\frac{n^5}{5}-\frac{2n^3}{5}+\frac{n^2}{10}\right)-Q(2n^3-3n^2)+f(l).$$

Воспользовавшись свойством, что разность значений функций тока в двух каких-нибудь точках потока равна объемному расходу сквозь сечение трубки тока, ограниченной линиями тока, проходящими через выбранные точки в единицу времени, будем иметь

$$\Psi(l,n=0)-\Psi(l,n=1)=Q,\ f(l)\equiv 0.$$

Линии тока показаны на рис. 2.

2. Устойчивость ламинарного потока в плоских вращающихся сепарационных элементах

Рассмотрим наиболее подробно устойчивость потока между вращающимися плоскими дисками, поскольку в этом направлении к настоящему времени уже имеются некоторые экспериментальные сведения, позволяющие провести сравнение теоретического анализа с опытными данными.

В теоретическом плане вопрос об устойчивости ламинарного течения в узком зазоре между двумя вращающимися конусами рассматривался Е. М. Гольдиным в [4]. Эта работа является, пожалуй, единственной попыткой теоретически исследовать на устойчивость наиболее сложное течение с наличием всех трех компонент скорости основного движения и их соответствующих возмущений. Делая ряд серьезных предположений и упрощений, автор устанавливает критерий устойчивости, из которого последовал вывод о том, что втекающий, наиболее распространенный в практике сепарирования поток абсолютно устойчив. Однако этот результат не подтверждается экспериментом.

Экспериментальные работы по устойчивости междискового потока немногочисленны [5—7], а наиболее надежными, по нашему мнению, являются данные, приведенные в работе [7]. К сожалению, полученные результаты авторами не обсуждены в направлении их общности и, по их собственному замечанию, вопрос о теоретическом исследовании не только не снимается, но приобретает все большую необходимость

Сопоставляя характер кривой устойчивости для вытекающего потока [4] с экспериментальными результатами [7], нетрудно убедиться, что предложенный Е. М. Гольдиным анализ качественно верно отражает переход ламинарного течения в турбулентное, и в принципе в своей основе может быть использован при уточнении поставленной задачи, но при более обоснованной реализации.

В настоящей работе приводится теоретическое исследование устойчивости ламинарного потока между вращающимися дисками и концентрическими конусами при меньших упрощениях уравнений для возмущенного движения и использовании более точного решения для скорости основного потока для дисков [3, 8] и решения для конусов, полученного в п. 1 настоящей статьи. Анализ устойчивости потока между дисками проводится с учетом входного гидродинамического участка [9].

Будем рассматривать течение между вращающимися дисками в предположении относительной малости зазора ($h^2 \ll R_0^2$) и в уравнениях Навье — Стокса, сохраним лишь те вязкие члены, которые имеют порядок не ниже h/R_0. В этом случае исходная система уравнений для возмущенного потока в цилиндрических координатах в безразмерной форме запишется в виде

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{\lambda_h}\frac{\partial^2 u_r'}{\partial z^2}=u_r\frac{\partial u_r'}{\partial r}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+u_z'\frac{\partial u_r}{\partial z}+u_z\frac{\partial u_r'}{\partial z}-2\frac{u_\varphi' u_\varphi}{r}+\frac{dp'}{dr}+\frac{\partial u_r'}{\partial t}\\
&\frac{1}{\lambda_h}\frac{\partial^2 u_\varphi'}{\partial z^2}=u_r'\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}+u_r\frac{\partial u_\varphi'}{\partial r}+u_z\frac{\partial u_\varphi'}{\partial z}+\frac{u_r' u_\varphi}{r}+\frac{u_r u_\varphi'}{r}+u_z'\frac{\partial u_\varphi}{dz}+\frac{\partial u_\varphi'}{\partial t}\\
&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r')+\frac{\partial u_z'}{\partial z}=0
\end{aligned}\right\}\qquad(2.1)$$

$$u_r=U_r/\omega R_0;\ u_\varphi=U_\varphi/\omega R_0;\ u_z=U_z/\omega h;\ r=R/R_0;\ z=Z/h;$$

$$p=P/\rho\omega^2R_0^2;\qquad \lambda=\omega h^2/\nu;\ t=T\omega.$$

Здесь U_r, U_φ, U_z — размерные радиальная, окружная и осевая составляющие скорости невозмущенного движения; P — давление; R_0 — радиус входа жидкости в междисковое пространство; $h=2\delta$ — ширина зазора между дисками; ρ, ν — плотность и кинематическая вязкость жидкости; Z — осевая размерная координата; T — размерное время. Штрихом обозначены параметры возмущенного движения.

Поскольку применять в дальнейшем полные значения компонент скорости для невозмущенного движения не представляется возможным, для упрощения задачи будем следовать работе [4] и используем их в уравнениях (2.1) в среднеинтегральном представлении по поперечному сечению зазора

$$\bar u_r=\int_0^1 u_r dz=L/r;\ \bar u_\varphi=\int_0^1 u_\varphi\, dz;\quad \bar u_z=\int_0^1 u_z dz=0.\qquad(2.2)$$

В соответствии с (2.2) будем иметь

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{\lambda_h}\frac{\partial^2 u_r'}{\partial z^2}=\bar u_r\frac{\partial u_r'}{\partial r}+u_r'\frac{d\bar u_r}{dr}-2\frac{u_\varphi'\bar u}{r}+\frac{dp'}{dr}+\frac{\partial u_r'}{\partial t};\\
&\frac{1}{\lambda_h}\frac{\partial^2 u_\varphi'}{\partial z^2}=u_r'\frac{d\bar u_\varphi}{dr}+\bar u_r\frac{\partial u_\varphi'}{\partial r}+\frac{u_r'\bar u_\varphi}{r}+\frac{u_\varphi'\bar u_r}{r}+\frac{\partial u_\varphi'}{\partial t},\\
&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r')+\frac{\partial u_z'}{\partial z}=0.
\end{aligned}\right\}\qquad(2.3)$$

Решение системы (2.3) будем искать в виде

$$\begin{aligned}
&u_r'=R_1(r)\cdot Z_1(z)e^{(a+bi)t};\\
&u_\varphi'=R_2(r)\cdot Z_2(z)e^{(a+bi)t};\\
&u_z'=R_3(r)\cdot Z_3(z)\,e^{(a+bi)t};\\
&p'=\Pi(r)\,e^{(a+bi)t}
\end{aligned}\qquad(2.4)$$

Подставляя (2.4) в систему уравнений (2.3), получим

$$\begin{aligned}
&Z_1''-\alpha_3Z_1=-\alpha_4Z_2+\alpha_5;\\
&Z_2''-\alpha_2Z_2=\alpha_1Z_1;
\end{aligned}\qquad(2.5)$$

$$\frac{(rR_1)'}{rR_3}=-\frac{Z_3'}{Z_1};$$

$$\alpha_1=\lambda_h\frac{R_1}{R_2}\left(\frac{d\bar{u}_\varphi}{dr}+\frac{\bar{u}_\varphi}{r}\right);\ \alpha_2=\lambda_h\left[\frac{L}{r}\left(\frac{d\ln R_2}{dr}+\frac{1}{r}\right)+A\right];\ A=a+bi;$$

$$\alpha_3=\lambda_h\left[\frac{L}{r}\left(\frac{d\ln R_1}{dr}-\frac{1}{r}\right)+A\right];\ \alpha_4=2\lambda_h\frac{\bar{u}_\varphi}{r}\frac{R_2}{R_1};\ \alpha_5=\frac{\lambda_h}{R_1}\frac{d\Pi}{dr}.$$

Здесь α_j являются переменными функциями радиуса и применение метода разделения переменных формально представляется некорректным. Однако правомерно допустить, что все изменения параметров возмущенного движения в радиальном направлении в значительной степени слабее их изменений по поперечной координате. Это согласуется со всеми представлениями, вложенными в упрощение уравнений (2.1) в соответствии с порядком масштабов течения по радиальной и поперечной координатам ($h^2 \ll R_0^2$). В силу этого систему уравнений (2.5) будем решать, полагая все α_j постоянными, используя приближенный прием типа «замораживания» слабоменяющихся коэффициентов, и исследуем режимное состояние потока для каждого радиуса междискового зазора в отдельности. В соответствии с этим для каждого фиксированного радиуса условие совместности решения системы (2.5) с нулевыми граничными условиями установит условную нейтральную кривую устойчивости. Перебирая, в данном случае непрерывно, нейтральные кривые на всех радиусах, можем найти предельную нейтральную кривую для всего вращающегося элемента с наименьшим уровнем режимно геометрических параметров L и λ_h при соответствующей закрутке потока v_0 на входе. Эту предельную нейтральную кривую примем за критериальное условие устойчивости междискового потока в целом.

Представим первое уравнение (2.5) в виде

$$Z_2=-\frac{1}{\alpha_4}Z_1''+\frac{\alpha_3}{\alpha_4}Z_1+\frac{\alpha_5}{\alpha_4}, \tag{2.6}$$

двукратно продифференцируем его по z и подставим совместно с (2.6) во второе уравнение (2.5), получим линейное неоднородное уравнение четвертого порядка с постоянной относительно координаты z правой частью

$$Z_1^{IV}-(\alpha_2+\alpha_3)Z_1''+(\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_4)Z_1=-\alpha_2\alpha_5. \tag{2.7}$$

Как известно, решение уравнения (2.7) представимо в виде суммы двух решений: частного неоднородного Z^* и общего однородного $\bar{Z}_1$

$$Z_1=\bar{Z}_1+Z_1^*.$$

Частное решение неоднородного уравнения (2.7) выберем как

$$Z_1^*=-n\alpha_5,\ n=\alpha_2/(\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_4).$$

Тогда общим решением неоднородного уравнения (2.4) будет

$$Z_1=c_1\,\mathrm{sh}\,\theta_1 z+c_2\,\mathrm{ch}\,\theta_1 z+c_3\,\mathrm{sh}\,\theta_3 z+c_4\mathrm{ch}\,\theta_3 z-n\alpha_5, \tag{2.8}$$

где $\theta_1=-\theta_2$, $\theta_3=-\theta_4$ — корни характеристического уравнения однородного уравнения, соответствующего неоднородному (2.7):

$$\theta_1=-\theta_2=\sqrt{\frac{\alpha_2+\alpha_3}{2}\left(1+\sqrt{1-\frac{4(\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3)}{(\alpha_2+\alpha_3)^2}}\right)};$$

$$\theta_3=-\theta_4=\sqrt{\frac{\alpha_2+\alpha_3}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{4(\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3)}{(\alpha_2+\alpha_3)^2}}\right)}. \qquad (2.9)$$

Подставляя найденное решение (2.8) в первое уравнение (2.5) и присоединяя к нему само решение (2.8), получим систему двух уравнений

$$\left.\begin{aligned} &Z_1=c_1\operatorname{sh}\theta_1 z+c_2\operatorname{ch}\theta_1 z+c_3\operatorname{sh}\theta_3 z+c_4\operatorname{ch}\theta_3 z-n\alpha_5;\\ &2\frac{\bar{u}_\varphi}{r}\frac{R_2}{R_1}Z_2=Mc_1\operatorname{sh}\theta_1 z+Mc_2\operatorname{ch}\theta_1 z+Nc_3\operatorname{sh}\theta_3 z+\\ &\qquad+Nc_4\operatorname{ch}\theta_3 z-[(M+\theta_1^2/\lambda_h)n-1/\lambda_h]\alpha_5 \end{aligned}\right\} \qquad (2.10)$$

со следующими граничными условиями:

$$Z_1=Z_2=0 \text{ при } z=0;\ 1;\ \int_0^1 Z_1 dz=0. \qquad (2.11)$$

Здесь

$$M=\frac{L}{r}\left(\frac{d\ln R_1}{dr}-\frac{1}{r}\right)+A-\frac{\theta_1^2}{\lambda_h};\quad N=M+\frac{\theta_1^2-\theta_3^2}{\lambda_h}.$$

Удовлетворяя (2.10) граничным условиям (2.11), будем иметь систему пяти алгебраических уравнений для нахождения пяти неизвестных c_1, c_2, c_3, c_4 и α_5. Для того чтобы эта система имела нетривиальное решение, необходимо равенство ее главного (векового) определителя нулю, раскрывая который, получим вековое уравнение

$$\operatorname{sh}\theta_1\operatorname{sh}\theta_3(\theta_3^2-\theta_1^2)\left[(n\theta_3^2-1)\frac{\operatorname{sh}\theta_1}{\theta_1(\operatorname{ch}\theta_1+1)}-\right.$$
$$\left.-(n\theta_1^2-1)\frac{\operatorname{sh}\theta_3}{\theta_3(\operatorname{ch}\theta_3+1)}+\frac{n}{2}(\theta_3^2-\theta_1^2)\right]=0. \qquad (2.12)$$

Заметим, что система (2.10) получена из системы (2.5) при условии пренебрежения третьим уравнением. Можно решить (2.5) в полном виде, если использовать для третьего уравнения граничное условие $Z_3=0$ при $z=0$; 1. Причем условие $\int_0^1 Z_1 dz=0$ в этом случае оказывается излишним. Проведя аналогичную процедуру только для шести уравнений для нахождения шести неизвестных, установим полностью совпадающее с (2.12) вековое уравнение, определяющее вещественную и мнимую части $A=a+bi$, при которых возможны нетривиальные возмущения типа (2.4) или их композиция.

В корни θ_1 и θ_3 входят коэффициенты α_j ($j=1$, 2, 3, 4), являющиеся функциями скорости $\bar{u}_\varphi$ и некоторых переменных R_1 и R_2, выбор которых требует специального обсуждения.

Скорость $\bar{u}_\varphi$ будем задавать согласно решению, полученному в работах [3, 8] и соответствующему развитому течению жидкости между вращающимися дисками

$$\bar{u}_\varphi = r - \frac{1}{r}\left[\Phi + (1 - v_0 - \Phi)e^{\frac{5}{6}\frac{1-r^2}{\Phi}}\right], \tag{2.13}$$

где $L = q/4\pi\omega R_0^2\,\delta$ — безразмерный расход; $\Phi = {}^2/_3 L\lambda$; $\lambda = \frac{\omega\delta^2}{\nu}$; $v_0 = \int\limits_0^1 u_\varphi(1, z)\,dz$ — закрутка потока на входе в элемент. Кроме того, оценивая длину начального гидродинамического участка на основании работы [9] для режимов, отвечающих границе перехода ламинарного течения в турбулентное в соответствии с экспериментальными результатами [7], получим, что для течения от периферии к оси ($L<0$) длина начального участка не превышает 7% от радиуса входа и им можно пренебречь, а для течения от оси к периферии ($L>0$) достигает 40% и более. В соответствии с этим для $L>0$ начальный гидродинамический участок необходимо учитывать и окружную компоненту скорости $\bar{u}_\varphi$ в расчетах следует принимать кусочной, т. е. на длине начального участка

$$\bar{u}_{\varphi н} = \frac{v_0}{r} + \frac{1}{3}\left(r - \frac{v_0}{r}\right)\delta_п, \tag{2.14}$$

где $\delta_п$ — толщина пограничного слоя, вычисляемая по формуле

$$\delta_п = 2\sqrt{\frac{1}{3\Phi}(r^2 - v_0)\left[1 - \left(\frac{1 - v_0}{r^2 - v_0}\right)^3\right]}. \tag{2.15}$$

Начиная с радиуса $r_н$, соответствующего концу начального гидродинамического участка, когда $\delta_п = 1$, $\bar{u}_\varphi$ должна вычисляться согласно зависимости (2.13), но перерассчитанной на новые масштабы

$$\tilde{\bar{u}}_\varphi = \tilde{r} - \frac{1}{\tilde{r}}\left[\tilde{\Phi} + (1 - \tilde{v}_0 - \tilde{\Phi})\,e^{\frac{5}{6}\frac{1-\tilde{r}^2}{\tilde{\Phi}}}\right], \tag{2.16}$$

$$\tilde{r} = r/r_н;\quad \tilde{\bar{u}}_\varphi = \bar{u}_\varphi/r_н;\quad \tilde{\Phi} = \Phi/r_н^2;\quad \tilde{v}_0 = \frac{\bar{u}_{\varphi н}(r_н)}{r_н}.$$

Формула (2.16) в старых масштабах имеет вид

$$\bar{u}_\varphi = r - \frac{1}{r}\left[\Phi + \left(\frac{2}{3}r_н^2 - \frac{2}{3}v_0 - \Phi\right)e^{\frac{5}{6}\frac{r_н^2 - r^2}{\Phi}}\right]. \tag{2.17}$$

Критериальные условия устойчивости. Представим соотношения (2.9) в соответствии с (2.5) в виде

$$\frac{\theta_{1,3}^2}{\lambda_h} = \frac{L}{r}\frac{d}{dr}\ln(R_1R_2) + A \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L^2}{r^2}\left(\frac{d}{dr}\ln\frac{R_2}{R_1} + \frac{2}{r}\right)^2 - 8\frac{\bar{u}_\varphi^2}{r}\left(\frac{1}{\bar{u}_\varphi}\frac{d\bar{u}_\varphi}{dr} + \frac{1}{r}\right)} \tag{2.18}$$

Здесь знак плюс перед радикалом соответствует θ_1^2, знак минус θ_3^2. Из (2.18) следует

$$A = a + bi = f \mp \frac{1}{2}\sqrt{g}, \tag{2.19}$$

где

$$f=\frac{\theta_{1,3}^2}{\lambda_h}-\frac{L}{2r}\frac{d}{dr}\ln(R_1R_2); \tag{2.20}$$

$$g=\frac{L^2}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\ln\frac{R_2}{R_1}+\frac{2}{r}\right)^2-8\frac{\bar{u}_\varphi^2}{r}\left(\frac{1}{\bar{u}_\varphi}\frac{d\bar{u}_\varphi}{dr}+\frac{1}{r}\right).$$

Условием устойчивости потока будет являться требование, чтобы действительная часть A была меньше нуля. Это обеспечивается выполнением следующих неравенств:

$$g\leqslant 0,\quad f\geqslant 0; \tag{2.21}$$

$$g>0,\ f\mp\frac{1}{2}\sqrt{g}\leqslant 0. \tag{2.22}$$

Проанализируем вековое уравнение (2.12), удовлетворение которого возможно в четырех реализациях:

$$\operatorname{sh}\theta_1=0;\ \operatorname{sh}\theta_3=0;\quad \theta_3^2-\theta_1^2=0;$$

$$\frac{n\,\theta_3^2-1}{\operatorname{ch}\theta_3+1}\frac{\operatorname{sh}\theta_1}{\theta_1}-\frac{n\,\theta_1{}^2-1}{\operatorname{ch}\theta_3+1}\frac{\operatorname{sh}\theta_3}{\theta_3}+\frac{n}{2}(\theta_3^2-\theta_1^2)=0.$$

Пусть $\operatorname{sh}\theta_1=0$, $\theta_1=k\pi i$, $k=0, 1, 2, \ldots$. Этому условию соответствует знак минус перед радикалом в неравенствах (2.22). При $\operatorname{sh}\theta_3=0$, $\theta_3=k\pi i$ в неравенствах (2.22) следует выбрать знак плюс. Для установления наиболее жесткого условия необходимо проанализировать оба случая совместно. Следовательно, $\operatorname{sh}\theta_1=0$ и $\operatorname{sh}\theta_3=0$ должны выполняться одновременно. Последнее обеспечивает удовлетворение третьего и четвертого случая. Таким образом, анализ векового уравнения (2.12) показывает, что для устойчивости междискового потока необходимо попарное выполнение неравенств (2.21) и (2.22), включающих в себя все возможные случаи, причем $\theta_{1,3}^2=-k^2\pi^2$.

Выбор функций R_1 и R_2. Соотношения для Z_1 и Z_2 (2.10) удовлетворим первым двум граничным условиям (2.11) с учетом $\theta_1=\theta_3$, откуда $M=N$, $\alpha_5=0$, $c_2+c_4=0$ и, следовательно

$$Z_1=(c_1+c_3)\operatorname{sh}\theta_1 z;$$

$$Z_2=\frac{Mr}{2\bar{u}_\varphi}\frac{R_1}{R_2}Z_1. \tag{2.23}$$

Поскольку Z_2 и Z_1 являются функциями только координаты z, то в соответствии с использованным методом разделения переменных необходимо, чтобы величина $\frac{Mr}{2\bar{u}_\varphi}\frac{R_1}{R_2}$ была слабо изменяющейся по радиусу функцией, и в дальнейшем ее приближенно примем некоторой постоянной

$$\frac{Mr}{2\bar{u}_\varphi}\frac{R_1}{R_2}\approx\text{const}. \tag{2.24}$$

Домножим правую и левую части (2.23) на R_2, получим

$$R_zZ_2=\frac{Mr}{2\bar{u}_\varphi}R_1Z_1,$$

или

$$\sqrt{\overline{u_\varphi'^2}}=\frac{Mr}{2\bar{u}_\varphi}\sqrt{\overline{u_r'^2}}\,. \qquad (2.25)$$

Как показывают расчеты не полностью развитых турбулентных течений между вращающимися дисками с помощью модели напряжений Рейнольдса, интенсивность пульсационных компонент скорости в окружном и радиальном направлениях в области генерации турбулентности слабо отличаются друг от друга (рис. 3) и их можно принять изотропными и в (2.25) положить

$$\frac{Mr}{2\bar{u}_\varphi}\approx 1. \qquad (2.26)$$

На рис. 3 $\overline{v_j'^2}$ есть отношение соответствующих размерных величин к полной кинетической энергии пульсаций на входе в элемент $k_0={}^1/_2\sum_1^3\overline{v_{j0}'^2}$. Последнее в соответствии с (2.24) обеспечивает пропорциональность R_1 и R_2:

$$R_1=\mathrm{const}\,R_2\,. \qquad (2.27)$$

Таким образом, функции f и g примут вид

$$f=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}-\frac{L}{r}\frac{d}{dr}\ln R_2;$$

$$g=4\left[\frac{L^2}{r^4}-2\frac{\bar{u}_\varphi^2}{r}\left(\frac{1}{\bar{u}_\varphi}\frac{d\bar{u}_\varphi}{dr}+\frac{1}{r}\right)\right]. \qquad (2.28)$$

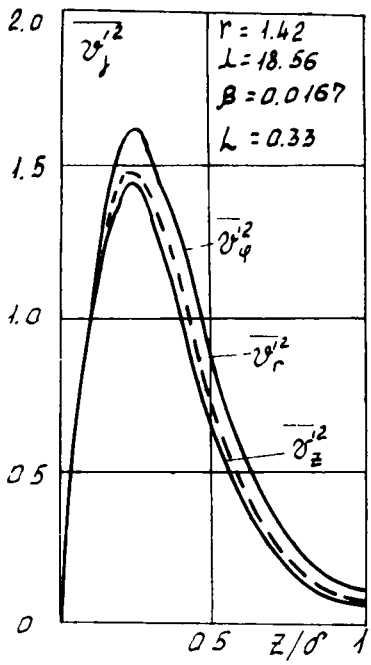

Рис. 3

Для полного определения критериального условия устойчивости в соотношении (2.28) для функции f необходимо установить зависимость R_2. В данном случае вполне достаточно ее определение до произвольного постоянного множителя, который исчезает после операции дифференцирования логарифма от произведения произвольной константы на функцию радиуса.

С целью установления функции R_2 рассмотрим стационарное уравнение энергии для тангенциальной компоненты возмущений в безразмерном виде

$$2\overline{u_\varphi'u_r'}\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}+\frac{2}{\beta}\overline{u_\varphi'u_z'}\frac{\partial u_\varphi}{\partial z}+u_r\frac{\partial\overline{u_\varphi'^2}}{\partial r}+2\overline{u_\varphi'u_r'}\frac{u_\varphi}{r}+u_z\frac{\partial\overline{u_\varphi'^2}}{\partial z}+$$

$$+2\overline{u_\varphi'^2}\frac{u_r}{r}=\frac{\partial}{\partial r}\overline{u_\varphi'^2u_r'}+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial z}\overline{u_\varphi'^2u_z'}+3\frac{\overline{u_\varphi'^2u_r'}}{r}-\frac{2}{\lambda_h}\overline{\left(\frac{\partial u_\varphi'}{\partial z}\right)}\,. \qquad (2.29)$$

Здесь компоненты скорости невозмущенного движения и координаты обезразмерены в соответствии с (2.1), а u_φ', u_r', u_z' отнесены к одному масштабу скорости ωR_0. В уравнении (2.29) опущен член, определяющий вязкую диффузию, малый на границе перехода ламинар-

ного течения в турбулентное. Уравнение (2.29) можно привести к более компактной форме

$$2\overline{u'_\varphi u'_r}\frac{1}{r}\frac{\partial(u_\varphi r)}{\partial r}+\frac{u_r}{r^2}\frac{\partial(\overline{u'^2_\varphi}r^2)}{\partial r}+\frac{2}{\beta}\overline{u_\varphi u_z}\frac{\partial u_\varphi}{\partial z}+u_z\frac{\partial\overline{u'^2_\varphi}}{\partial z}=$$

$$=\frac{1}{r^3}\frac{\partial(\overline{u'^2_\varphi u'_r}r^3)}{\partial r}-\frac{2}{\lambda_h}\overline{\left(\frac{\partial u'_\varphi}{\partial z}\right)^2}+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial z}\overline{u'^2_\varphi u'_z}. \qquad (2.30)$$

Осредним уравнение (2.30) по поперечному сечению зазора обычным интегрированием по z от 0 до 1 с учетом соотношений (2.4) и используя теорему о среднем для определенного интеграла, получим

$$C_1\frac{2}{r}\frac{d[u_\varphi(r_1z_l)\cdot r]}{dr}R_1R_2+C_2\frac{d(R_2^2r^2)}{dr}\frac{\bar{u}_r}{r^2}=$$

$$=C_3\frac{1}{r^3}\frac{d(R_1R_2^2r^3)}{dr}-\frac{C_4}{\lambda_h}R_2^2. \qquad (2.31)$$

Здесь

$$C_1=\int_0^1 Z_2Z_1dz;\ C_2=\mathrm{const}\int_0^1 Z_2^2\,dz,\ \mathrm{const}\approx 1;$$

$$C_3=\int_0^1 Z_2^2\,Z_1dz;\quad C_4=\int_0^1\left(\frac{\partial Z_2}{\partial z}\right)^2dz;$$

$u_\varphi(r, z_l)$ — в соответствии с теоремой о среднем окружная скорость в точке z_l, лежащей в интервале (0, 1); $\bar{u}_r$ — среднеинтегральная по сечению радиальная скорость. Интегралы с производными по координате z исчезнут после выполнения под знаком интеграла следующих операций:

$$\int_0^1\overline{u'_\varphi u'_z}\frac{\partial u_\varphi}{\partial z}dz=\int_0^1\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{u'_\varphi u'_z}u_\varphi\right)-u_\varphi\frac{\partial\overline{u'_\varphi u'_z}}{\partial z}\right]dz=$$

$$=\overline{u'_\varphi u'_z}\,u_\varphi\Big|_0^1-u_\varphi(r,z_l)\overline{u'_\varphi u'_z}\Big|_0^1=0;$$

$$\int_0^1 u_z\frac{\partial\overline{u'^2_\varphi}}{\partial z}dz=\int_0^1\left[\frac{\partial(\overline{u'^2_\varphi}u_z)}{\partial z}-\overline{u'^2_\varphi}\frac{\partial u_z}{\partial z}\right]dz=$$

$$=\overline{u'^2_\varphi}u_z\Big|_0^1+\overline{u'^2_\varphi}(r,z_l)\,u_z\Big|_0^1=0,$$

так как $\overline{u'_\varphi u'_z}$ и u_z равны нулю на обеих плоскостях дисков.

В уравнение (2.31) подставим соотношение (2.27) и заменим приближенно $u_\varphi(r, z_l)$ через среднеинтегральное значение окружной скорости по поперечному сечению щели. В результате ввиду неопределенности коэффициентов C_i ($i=1, 2, 3, 4$) в (2.31), в частности, из-за того, что неизвестен коэффициент пропорциональности между R_1 и R_2, не представляется возможным строго установить функциональную зависимость для R_2. Однако функциональная зависимость для R_2 с точностью до постоянного множителя может быть найдена для больших значений λ_h и малых L (чаще всего реализующийся в практике сепарирования случай), для которых правомерно пренебречь вторыми членами в правой и левой частях. В результате получим

$$\frac{d(\bar{u}_\varphi r)}{dr}=C\frac{1}{R_2^2 r^2}\frac{d(R_2^2 r^3)}{dr}. \tag{2.32}$$

Уравнение (2.32) имеет следующее решение:

$$R_2=3C\,\bar{u}_\varphi+\frac{\text{const}}{r}.$$

Константа интегрирования должна быть принята равной нулю в силу естественного условия $R_2=0$, если $\bar{u}_\varphi=0$. Таким образом

$$R_2=\text{const}\,\bar{u}_\varphi \tag{2.33}$$

и для функций f и g окончательно будем иметь

$$f=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}-\frac{L}{r}\frac{1}{\bar{u}_\varphi}\frac{d\bar{u}_\varphi}{dr}; \tag{2.34}$$

$$g=4\left[\frac{L^2}{r^4}-2\frac{\bar{u}_\varphi^2}{r}\left(\frac{1}{\bar{u}_\varphi}\frac{d\bar{u}_\varphi}{dr}+\frac{1}{r}\right)\right].$$

Результаты расчетов. Прежде целесообразно рассмотреть условия устойчивости (2.21)—(2.22) для двух предельных случаев: квазитвердого вращения жидкости ($\bar{u}_\varphi=v_0 r$) и потенциального вихря ($\bar{u}_\varphi=v_0/r$). Для квазитвердого вращения в соответствии с формулами (2.34) получим

$$f=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}-\frac{L}{r^2};\quad g=\frac{4}{r^2}\left(\frac{L^2}{r^2}-4v_0^2\right);$$

$$A=a+bi=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}-\frac{L}{r^2}\pm\frac{L}{r^2}\sqrt{1-\left(\frac{2v_0 r}{L}\right)^2}. \tag{2.35}$$

Как следует из выражения (2.16), квазитвердое вращение жидкости возможно только при $L\to 0$, и в соответствии с тем, что $a=\lim\limits_{L\to 0}\left(-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}-\frac{L}{r^2}\right)<0$ везде, получим абсолютную устойчивость как для втекающего, так и для вытекающего потоков. Для потенциального вихря

$$f=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}+\frac{L}{r^2};\quad g=4\frac{L^2}{r^2}\geqslant 0;$$

$$A=a+bi=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}+\frac{L}{r^2}\pm\frac{L}{r^2}.$$

При знаке «—» перед последним членом имеем абсолютную устойчивость: $a=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}<0$. При знаке «+» $a=-\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}+\frac{2L}{r^2}$ и, следовательно, с тем, чтобы течение было устойчиво, должно выполняться неравенство

$$\lambda_h L\leqslant\frac{k^2\pi^2 r^2}{2}. \tag{2.36}$$

В соответствии с (2.23) и (2.36) минимальное значение k должно быть равно 1; $k=0$ отвечает тривиальному случаю $Z_1=Z_2=0$, посколь-

ку $\theta_1 = k\pi i = 0$. Из (2.36) следует, что течение от периферии к оси ($L<0$) абсолютно устойчиво, т. е. все бесконечно малые возмущения подавляются. Для течения от оси к периферии минимальное значение величины $\lambda_h L$ соответствует $r=1$. Таким образом, для потенциального вихря при $L>0$ критическое значение $\lambda_h L$ равно

$$(\lambda_h L)_* = \frac{\pi^2}{2} = 4{,}9348. \qquad (2.37)$$

Заметим, что $\lambda_h L = 6\Phi = \mathrm{Re}_r \beta$, $\beta = \delta/R_0$, $\mathrm{Re}_r = \frac{U_{r_0} d_r}{\nu}$, $d_r = 2h = 4\delta$ и, следовательно, режим течения во вращающемся элементе двух плоских дисков в отличие от плоского канала и трубы зависит не только от обычного числа Рейнольдса, а также от относительной ширины зазора β. Кроме того, из (2.37) следует, что вдоль нейтральной кривой устойчивости комплекс $\lambda_h L$ (или Φ) постоянен. Последнее полностью подтверждается анализом экспериментальных данных [5—7]. Заметим, что критическое значение $(\lambda_h L)_* = 4{,}9348$, по-видимому, надо считать для больших λ_h и малых L установленным вне зависимости от развивающейся в пограничных слоях и в установившейся области течения окружной скорости потока, поскольку его минимальное значение соответствует радиусу входа, где доминирует закон скорости $\bar{u}_\varphi = v_0/r$.

Для расчета нейтральных кривых устойчивости в соответствии с неравенствами (2.21)—(2.22) будем рассматривать область исследования в координатах L и λ_h. Для этого в каждой точке области (L, λ_h) определим знак функции g. Если он положительный, то обращаемся ко второму соотношению условия (2.22) и определяем знак функции — $-f \pm \frac{1}{2}\sqrt{g}$, при этом, если знак этой функции одновременно при плюсе и минусе перед радикалом отрицательный, то течение в этой точке устойчиво, если положительный или разноименный, то течение неустойчиво. Далее, если знак функции g отрицателен, то исследуем второе соотношение (2.21) и при этом если f положительно, то течение устойчиво, если отрицательно, то течение неустойчиво. Таким образом, решается тестовая задача: исследуется все поле (L, λ_h) и каждому режиму ставится в соответствие свой символ, так, например, устойчивому режиму — 1, неустойчивому — 2. Получающаяся кривая, разделяющая области 1 и 2, будет нейтральной кривой устойчивости, соответствующей каждому радиусу междискового пространства. Для установления критерия устойчивости для всего вращающегося элемента из всех нейтральных кривых, рассчитанных с определенным шагом по радиусу, должна быть выбрана такая, которая отвечает минимальному значению комплекса $L\lambda_h$.

При расчете нейтральной кривой необходимо иметь в виду, чтобы k соответствовало наиболее жесткому требованию выполнения неравенств (2.21) и (2.22). Этому требованию, как уже отмечалось, отвечает $k=1$ для того, чтобы наложенные возмущения были отличными от нуля.

На рис. 4 приведены опытные данные [7] для $L>0$, $v_0=1$. Кривая *1* рассчитана вышеизложенным способом с учетом начального гидродинамического участка при $v_0=1$. Кривая *2* построена без учета начального гидродинамического участка и лежит несколько выше кривой *1* при $\lambda = \frac{\omega\delta^2}{\nu} > 1$. К сожалению, опытных данных при $\lambda > 3$ нет, однако по тенденции расположения на графике экспериментальных точек для

практически реализуемых значений λ, ($\lambda > 10$) для центрифуг [5, 6] и центробежных пылеотделителей [10] кривую *1*, рассчитанную с учетом начального гидродинамического участка, следует признать, по-видимому, наиболее правильной. Отметим, что минимальное значение произведения $L\lambda$ достигается при минимальном радиусе, равном в данном случае 1.

Как и следовало ожидать, кривая *1* полностью совпадает с критериальным соотношением (2.37) для свободного вихря и, кроме того, в области повышенных λ и малых L экспериментальные точки располагаются ближе к расчетной кривой *1* и наоборот, в области невысоких λ и повышенных L расчетная кривая лежит ниже экспериментальных

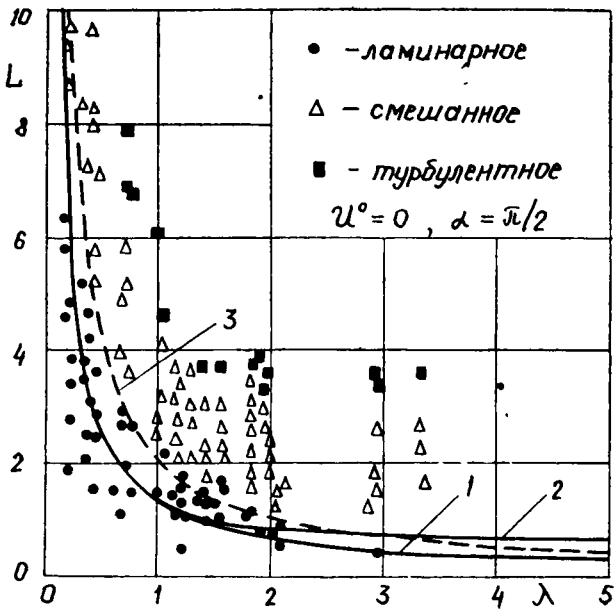

Рис 4

точек, что объясняется пренебрежением диссипативной частью и вторым членом слева уравнения (2.31) при определении функции R_2, способствующих подавлению возмущений.

С целью выяснения влияния v_0 на устойчивость течения между дисками при $L > 0$ были проведены расчеты нейтральных кривых с учетом и без учета влияния начального гидродинамического участка на формирование среднеинтегральной по сечению скорости среды. Установлено, поскольку на входе доминирует закон скорости $\bar{u}_\varphi = v_0/r$, с учетом начального гидродинамического участка для всех v_0 режим течения определяет одна нейтральная кривая *1* (рис. 4). Без учета начального гидродинамического участка для различных v_0 обнаруживается существенная разница в нейтральных кривых (рис. 8).

Отмеченное постоянство параметра Ф вдоль нейтральной кривой позволяет сделать заключение о том, что окружная скорость в процессе перестройки режима является определяющей, поскольку в нее входит единственный, помимо v_0, не влияющего на устойчивость потока, тот же параметр Ф, а следовательно, доминирующими являются и возмущения u'_φ.

Расчет неравенств (2.21)—(2.22) показал, что для $L < 0$ нет радиуса, на котором нейтральная кривая имела бы минимальное значе-

ние произведения $L\lambda_h$. Течение оказалось абсолютно устойчивым. Однако, как следует из эксперимента [7], нейтральная кривая существует.

Объяснение этого факта надо искать в следующем. Теоретически течение от периферии к оси с позиции анализа, основанного на методе бесконечно малых возмущений (линейная теория устойчивости), остается устойчивым и в последнем просматривается аналогия с результатами исследований для течения жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами, когда вращается внешний, а внутренний неподвижен. В этом случае по радиусу к оси идет непрерывное подавление возмущений. Приблизительно аналогичная ситуация складывается и для рассматриваемого нами течения, когда закрутка потока передается с внешних радиусов на внутренние, однако при радиальном стоке среды к оси. Последнее обстоятельство играет немаловажную роль при переносе с внешнего радиуса входа возмущений конечной величины, генерируемых в какой-то мере входными параметрами потока, в частности скоростью v_0. Поскольку переход ламинарного потока в турбулентный реализуется на уровне конечных возмущений, то необходимо для того, чтобы течение было устойчивым, последние подавить до уровня бесконечно малых или, во всяком случае, пренебрежимых значений в соответствии с порядком точности поставленной задачи. Этому условию должны соответствовать определенные режимы течения с тем, чтобы такая реализация была возможной по крайней мере на длине элемента дисков ($0 \leqslant r \leqslant 1$). Подтверждением вышеизложенному служат опыты [7] для $L<0$, проведенные при различных закрутках потока v_0 на входе, организуемых сопловыми подводами, поскольку установленная опытная нейтральная кривая оказалась единственной и независящей от v_0. В связи с этим окружная компонента скорости (2.13), используемая в решении, тоже не должна, начиная с некоторого радиуса r_*, зависеть от v_0. Это условие может быть представлено так:

$$10^{-2}|\Phi| \geqslant |1-v_0-\Phi| e^{\frac{5}{6}\frac{1-r^2}{\Phi}}. \tag{2.38}$$

Поскольку, начиная с радиуса r_*, гидродинамика потока не зависит от того, какое v_0 было на входе, правомерно принять $v_0=1$, в соответствии с чем соотношение (2.38) упростится и примет вид

$$\Phi \geqslant -\frac{1-r^2}{5{,}52}. \tag{2.39}$$

С другой стороны, начиная с радиуса r_*

$$\bar{u}_\varphi \approx r - \frac{\Phi}{r}. \tag{2.40}$$

Определим r_* как радиус, на котором скорость $\bar{u}_\varphi$ имеет минимум. Это отвечает требованию, чтобы возмущения, пропорциональные самой скорости, при достижении r_* стали минимальными. Кроме того, для этой точки потока потребуем выполнения соотношения (2.39), при котором полностью исключается проявление влияния v_0 на всю гидродинамику вниз по течению. Предпосылкой к подавлению конечных возмущений на радиусе r_* будем считать совместное выполнение неравенства (2.39) и условия минимума для скорости (2.40), из которых определяется r_* и параметр Φ_*. Ниже по потоку течение может остаться ламинарным, что и было получено в опытах [7], если нет условий для возникновения локальных конечных возмущений, способных перевести его в турбулентное (сравните, например, затягивание ламинар-

ного режима в трубе до $Re=10^5$). Найденное значение числа Φ_* можно принять за критерий перехода ламинарного потока в турбулентный в целом для всего вращающегося элемента.

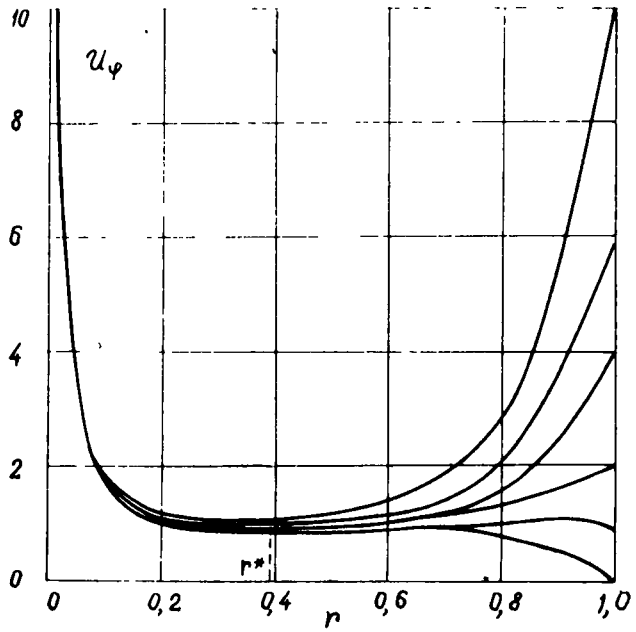

Рис. 5

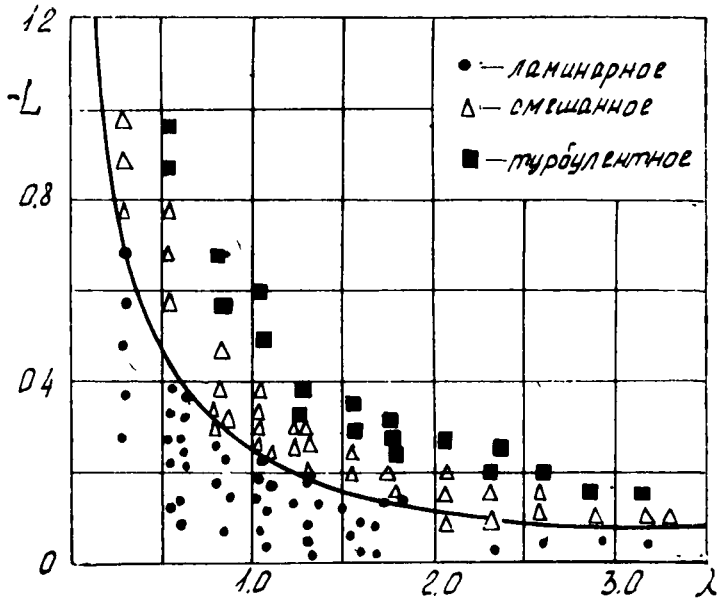

Рис. 6

Итак

$$\Phi_* \geqslant -\frac{1-r_*^2}{5{,}52}, \quad \left.\frac{d\bar{u}_\varphi}{dr}\right|_{r=r_*}=0, \tag{2.41}$$

и, следовательно, $\Phi_* \geqslant -0{,}154$, $r_* = \sqrt{-\Phi_*} = 0{,}39$.

На рис. 5 иллюстрируется поведение окружной скорости $\bar{u}_\varphi$, рассчитанной для различных v_0 при $\Phi = -0{,}154$, откуда видно, что, начиная с радиуса $r_* = 0{,}39$, влияние v_0 практически полностью исчезает.

На рис. 6 приведены экспериментальные данные [7] для $L < 0$ и построена нейтральная кривая, соответствующая $\Phi = -0{,}154$. Как следует из графика, вложенные в теоретический анализ предпосылки подтверждаются экспериментом.

Таким образом, проведенное исследование позволило установить, что за критерий перехода ламинарного потока в турбулентный между вращающимися дисками правомерно принять число Φ, причем $\Phi_* = -0{,}154$ для $L < 0$ и $\Phi_* = 0{,}82$ для $L > 0$ при $\lambda > 2$, а в соответствии с опытами $\Phi_* = 1{,}35$ (кривая *3*, рис. 4) при $\lambda \leqslant 2$. Кроме того, получен способ оценки устойчивости втекающего потока в виде соотношений типа (2.41), который можно использовать для определения границы перехода ламинарного течения в турбулентное между вращающимися концентрическими конусами, профилированными вращающимися элементами специального назначения [11] и т. д., если соответствующее ламинарное течение для них может быть рассчитано согласно [3, 8]. Однако критерий устойчивости для вытекающего потока устанавливается только в результате полного решения задачи об устойчивости течения в этих элементах и его можно провести аналогично вышеизложенному методу для плоскопараллельных вращающихся дисков.

3. Устойчивость ламинарного потока между коническими сепарационными элементами

Аналогично п. 2 обезразмеренную в соответствии с (1.5) исходную систему для возмущенного движения между вращающимися конусами во вращающейся биконической системе координат запишем в виде

$$\frac{1}{\lambda_h}\left(\frac{\partial^2 u_l'}{\partial n^2} - \frac{k}{l}\frac{\partial u_l'}{\partial n}\right) = \bar{u}_l \frac{\partial u_l'}{\partial l} + u_l' \frac{d\bar{u}_l}{dl} - \frac{2\bar{u}_\varphi u_\varphi'}{l} - 2u_\varphi' \sin\alpha + \frac{dp'}{dl} + \frac{\partial u_l'}{\partial t};$$

$$\frac{1}{\lambda_h}\left(\frac{\partial^2 u_\varphi'}{\partial n^2} - \frac{k}{l}\frac{\partial u_\varphi'}{\partial n}\right) = \bar{u}_l \frac{\partial u_\varphi'}{\partial l} + u_l' \frac{d\bar{u}_\varphi}{dl} + (u_l' - k u_n')\left(\frac{\bar{u}_\varphi}{l} + 2\sin\alpha\right) +$$

$$+ \frac{u_\varphi'}{l}\bar{u}_l + \frac{\partial u_\varphi'}{\partial t}; \qquad (3.1)$$

$$\frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}(l u_l') + \frac{\partial u_n'}{\partial n} = 0.$$

Здесь для упрощения задачи вместо полных компонент скорости введены их среднеинтегральные значения по поперечному сечению зазора

$$\bar{u}_l = \int_0^1 u_l dn = Q/l; \quad \bar{u}_\varphi = \int_0^1 u_\varphi\, dn = -\frac{\Phi}{12}; \quad \bar{u}_n = \int_0^1 u_n dn = 0. \qquad (3.2)$$

$$\Phi = \frac{\Psi}{l}\left[1 - \left(1 + \frac{12u^0}{\Psi}\right) e^{\frac{10\sin\alpha(1-l^2)}{\Psi}}\right], \quad \Psi = 2Q\lambda_h \sin\alpha. \qquad (3.3)$$

Решение системы (3.1) ищем аналогично п. 2 в предположении более

слабого изменения всех параметров возмущенного движения в продольном направлении по сравнению с их изменением в поперечном и применим метод разделения переменных при условии «замораживания» коэффициентов, зависящих от l:

$$
\begin{aligned}
u_l' &= L_1(l)N_1(n)e^{(a+bi)t};\\
u_\varphi' &= L_2(l)N_2(n)\,e^{(a+bi)t};\\
u_n' &= L_3(l)N_3(n)\,e^{(a+bi)t};\\
p' &= \Pi(l)\,e^{(a+bi)t}.
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

Подставляя (3.4) в систему (3.1), будем иметь

$$
\begin{aligned}
&N_1'' - \frac{k}{l}N_1' = \beta_3 N_1 + \beta_4 N_2 + f(l);\\
&N_2'' - \beta_6 N_2' = \beta_1 N_1 + \beta_2 N_2 + \beta_5 N_3;\\
&\frac{(lL_1)'}{lL_3} = -\frac{N_3'}{N_1};
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

$$
\beta_1 = \lambda_h \frac{L_1}{L_2}\left(2\sin\alpha + \bar{u}_\varphi' + \frac{\bar{u}_\varphi}{l}\right);\quad \beta_2 = \lambda_h\left[\frac{Q}{l}\left(\frac{d\ln L_2}{dl} + \frac{1}{l}\right) + A\right];\quad A = a + bi;
$$

$$
\beta_3 = \lambda_h\left[\frac{Q}{l}\left(\frac{d\ln L_1}{dl} - \frac{1}{l}\right) + A\right];\quad \beta_4 = -2\lambda_h\frac{L_2}{L_1}\left(\frac{\bar{u}_\varphi}{l} + \sin\alpha\right);
$$

$$
\beta_5 = -\lambda_h k\frac{L_3}{L_2}\left[\frac{\bar{u}_\varphi}{l} + 2\sin\alpha\right];\quad \beta_6 = \frac{k}{l};\quad f(l) = \frac{\lambda_h}{L_1}\frac{d\Pi}{dl}.
$$

При принятом выше предположении система дифференциальных уравнений (3.5) описывает состояние возмущенного движения в каждом фиксированном сечении в соответствии с локальным режимом течения основного потока. Условие совместности системы (3.5) с нулевыми граничными условиями на ограничивающих течение поверхностях устанавливает условную нейтральную кривую устойчивости. Перебирая нейтральные кривые на каждом l для различных углов раствора конуса α и различных относительных начальных закруток потока u^0 на входе, определяем предельные нейтральные кривые с минимальным уровнем параметров Q и λ_h, которые примем за критериальные условия устойчивости для каждого α и u^0. Параметр k, входящий в коэффициенты β_j, как будет показано ниже, исчезнет в силу пренебрежимой малости членов, его содержащих, по сравнению с остальными.

В уравнениях (3.5) членом $\beta_5 N_3$ можно пренебречь, поскольку порядок $\beta_5/\beta_1 \sim k^2 l \ll 1$. Выразим из первого уравнения системы (3.5) функцию N_2, дважды продифференцируем ее по n и подставим во второе уравнение, получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение четвертого порядка с постоянной относительно n правой частью

$$
\begin{aligned}
N_1^{\mathrm{IV}} - 2\beta_6 N_1 + (\beta_6^2 - \beta_3 - \beta_2)N_1'' + \beta_6(\beta_2 + \beta_3)N_1' +\\
+ (\beta_3\beta_2 - \beta_1\beta_4)N_1 = -\beta_2 f(l).
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$
N_1 = c_1 \operatorname{sh}\vartheta_1 n + c_2 \operatorname{ch}\vartheta_1 n + c_3 \operatorname{sh}\vartheta_3 n + c_4 \operatorname{ch}\vartheta_3 n - m f(l),
\tag{3.7}
$$

где $m = \beta_2/(\beta_2\beta_3 - \beta_1\beta_4)$; $\vartheta_1 = -\vartheta_2$, $\vartheta_3 = -\vartheta_4$ — корни характеристиче-

ского уравнения однородного уравнения, соответствующего неоднородному (3.6):

$$\vartheta_1=-\vartheta_2=\sqrt{\frac{\beta_6^2+2\beta_2+2\beta_3}{4}+\sqrt{\frac{1}{4}(\beta_3+\beta_2)^2-\beta_3\beta_2+\beta_1\beta_4}}; \tag{3.8}$$

$$\vartheta_3=-\vartheta_4=\sqrt{\frac{\beta_6^2+2\beta_2+2\beta_3}{4}-\sqrt{\frac{1}{4}(\beta_3+\beta_2)^2-\beta_3\beta_2+\beta_1\beta_4}}.$$

В (3.8) коэффициентом β_6^2 можно пренебречь, поскольку

$$\frac{\beta_6^2}{2\beta_2}=\frac{k^2/l^2}{2\lambda_h\left[\frac{Q}{l}\left(\frac{d\ln L_2}{dl}+\frac{1}{l}\right)+A\right]}\sim\frac{k^2}{2\lambda_h Q}\sim k^2\ll 1, \tag{3.9}$$

где, как будет показано ниже, на границе перехода ламинарного потока в турбулентный $A=0$, $2\lambda_h|Q|$, как правило, больше 1.

Подставляя найденное решение (3.7) в первое уравнение (3.5) и присоединяя к нему само решение (3.7), получим систему двух уравнений:

$$N_1=c_1\operatorname{sh}\vartheta_1 n+c_2\operatorname{ch}\vartheta_1 n+c_3\operatorname{sh}\vartheta_3 n+c_4\operatorname{ch}\vartheta_3 n-mf(l); \tag{3.10}$$

$$-2\left(\frac{\bar{u}_\varphi}{l}+\sin\alpha\right)\frac{L_2}{L_1}N_2=c_1B\operatorname{sh}\vartheta_1 n+c_2B\operatorname{ch}\vartheta_1 n+c_3D\operatorname{sh}\vartheta_3 n+$$
$$+c_4D\operatorname{ch}\vartheta_3 n+Ef(l).$$

Здесь

$$B=\frac{\vartheta_1^2}{\lambda_h}-\frac{Q}{l}\left(\frac{d\ln L_1}{dl}-\frac{1}{l}\right)+A;$$

$$D=\frac{\vartheta_3^2}{\lambda_h}-\frac{Q}{l}\left(\frac{d\ln L_1}{dl}-\frac{1}{l}\right)+A;$$

$$E=\left[\frac{Q}{l}\left(\frac{d\ln L_1}{dl}-\frac{1}{l}\right)+A\right]m-\frac{1}{\lambda_h}.$$

Удовлетворяя (3.10) граничным условиям

$$N_1=N_2=0 \text{ при } n=0;\ 1;$$

$$\int_0^1 N_1 dn=0,$$

получим систему пяти алгебраических уравнений для нахождения пяти неизвестных c_1, c_2, c_3, c_4 и $f(l)$, которая имеет нетривиальное решение при условии одновременного выполнения следующих равенств:

$$\operatorname{sh}\vartheta_1=0;\ \operatorname{sh}\vartheta_3=0;\ \vartheta_1^2-\vartheta_3^2=0, \tag{3.11}$$

определяющих вещественную и мнимую части $A=a+bi$, при которых возможны возмущения типа (3.4). Полагая в (3.8) аналогично п. 2

$$L_1=\text{const}\cdot L_2$$

и находя порядок возмущений по окружной координате второго уравнения (3.1) в виде

$$L_2=\mathrm{const}(\bar{u}_\varphi+r)=\mathrm{const}(\bar{u}_\varphi+l\sin\alpha)=\mathrm{const}\,U_\varphi,$$

получим

$$\vartheta_1=\sqrt{\lambda_h\left[\frac{Q}{l}\frac{U'_\varphi}{U_\varphi}+A+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4Q^2}{l^4}-8\frac{U_\varphi^2}{l}\left(\frac{1}{l}+\frac{U'_\varphi}{U_\varphi}\right)}\right]};$$

$$\vartheta_3=\sqrt{\lambda_h\left[\frac{Q}{l}\frac{U'_\varphi}{U_\varphi}+A-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4Q^2}{l^4}-8\frac{U_\varphi^2}{l}\left(\frac{1}{l}+\frac{U'_\varphi}{U_\varphi}\right)}\right]}, \qquad (3.12)$$

$$U'_\varphi=dU_\varphi/dl,\ U_\varphi=\bar{u}_\varphi+r=\bar{u}_\varphi+l\sin\alpha.$$

Анализируя уравнение (3.11) совместно с соотношениями (3.12), установим условия обеспечения устойчивости ламинарного потока между коническими элементами сепараторов в виде следующих неравенств:

$$\gamma\leqslant 0,\ \sigma\geqslant 0; \qquad (3.13)$$

$$\gamma>0,\ -\sigma\pm\frac{1}{2}\sqrt{\gamma}\leqslant 0.$$

Здесь

$$\sigma=\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}+\frac{Q}{l}\frac{U'_\varphi}{U_\varphi};$$

$$\gamma=\frac{4\cdot Q^2}{l^4}-8\frac{U_\varphi^2}{l}\left(\frac{1}{l}+\frac{U'_\varphi}{U_\varphi}\right). \qquad (3.14)$$

Наиболее жесткому условию соответствует $k=1$, которое следует принять в расчете нейтральных кривых устойчивости.

Заметим, что скорость U_φ при $\alpha=\pi/2$ полностью совпадает с окружной скоростью для плоских дисков. Следовательно, в соответствии с соотношениями (3.13) и (3.14) расчет устойчивости для вращающихся плоских дисков является частным случаем, вытекающим из расчета устойчивости ламинарного потока для конусов.

При $\alpha=0$ ($\sin\alpha=0$) из (1.22) следует $\Phi=0$ и $U_\varphi=r$, что соответствует, как известно, квазитвердому вращению вязкой жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами, имеющими одинаковую угловую скорость вращения ω. Анализируя условие устойчивости (3.14), приходим к заключению, что течение при $\alpha=0$ будет всегда устойчивым. Действительно, при $\alpha=0$ $\sigma=\frac{k^2\pi^2}{\lambda_h}>0$, $\gamma=0$, поскольку

$$\frac{dU_\varphi}{dl}=\frac{dU_\varphi}{dr}\sin\alpha=0;\ \frac{Q}{l^2}=\frac{Q}{r^2}\sin^2\alpha=0;$$

$$\frac{U_\varphi^2}{l^2}=\sin^2\alpha=0.$$

Отсюда следует, что действительная часть $A=a+bi=-\sigma$ величина всегда отрицательная. Этот результат согласуется с выводом Тейлора

[12] об абсолютной устойчивости квазитвердого вращения жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами при отсутствии продольного течения. Таким образом, причиной дестабилизации течения между вращающимися коническими элементами при осредненных по поперечному сечению компонентах скорости являются центробежные силы и они, как показывает сопоставление теории и опыта, являются определяющими при углах α, не сильно отличающихся от $\pi/2$ *. Чем ближе угол раствора конуса к нулю, тем в большей степени на неустойчивости должен проявляться профиль продольной скорости течения по поперечному сечению щели. При проведенном анализе устойчивости учтена только одна сторона процесса — влияние центробежных сил в среднем. Однако при углах α, равных или больших $\pi/4$, по-видимому, условия (3.14) должны дать нейтральные кривые, достаточно близкие к действительности. В этой связи представляется принципиально неверным перенесение результатов исследования устойчивости между неподвижными коническими элементами на течение между вращающимися тарелками, как это пытались сделать в работах [2, 13, 14].

Оценим критические параметры перехода ламинарного течения в турбулентное при $Q<0$, следуя схеме п. 2. Положим, что нам желательно знать нейтральную кривую вне зависимости от начальной закрутки u^0. Этому требованию будет отвечать условие пренебрежения членом, содержащим начальную закрутку среды в формуле (3.3)

$$10^{-2} \geqslant \left|1-\frac{6u^0}{5B\sin\alpha}\right| e^{\frac{1-l^2}{B}}, \quad B=\frac{Q\lambda_h}{5}. \tag{3.15}$$

Следовательно, длина l *, на которой должно исчезнуть различие в профилях скоростей независимо от u^0, оценится следующим неравенством:

$$e^{\frac{1-l^2}{B}} \leqslant 10^{-2}. \tag{3.16}$$

Здесь в силу того, что u^0 может быть выбрано произвольным, принято $u^0=0$.

Координата l_*, соответствующая минимальному значению полной скорости U_φ, и отвечающая минимальному значению амплитуды возмущений, найдется из условия

$$\frac{dU_\varphi}{dl}=0. \tag{3.17}$$

Причем $U_\varphi=r+\bar{u}_\varphi$, $\bar{u}_\varphi=\int\limits_0^1 u_\varphi\, dn \doteq -\Phi/12$, $\Phi=2Q\lambda_h \sin\alpha/l$. Подставляя в (3.17) выражение для полной окружной скорости

$$U_\varphi=r-\frac{\Phi}{12}=\sin\alpha\left(l-\frac{5}{6}\frac{B}{l}\right),$$

получим

$$l_*^2=-\frac{5}{6}B: \tag{3.18}$$

Соотношение (3.18) имеет смысл только для течения от периферии к

* Влияние центробежных сил на устойчивость течения между коаксиальными цилиндрами подробно рассмотрено в монографии Б. П. Устименко [12]

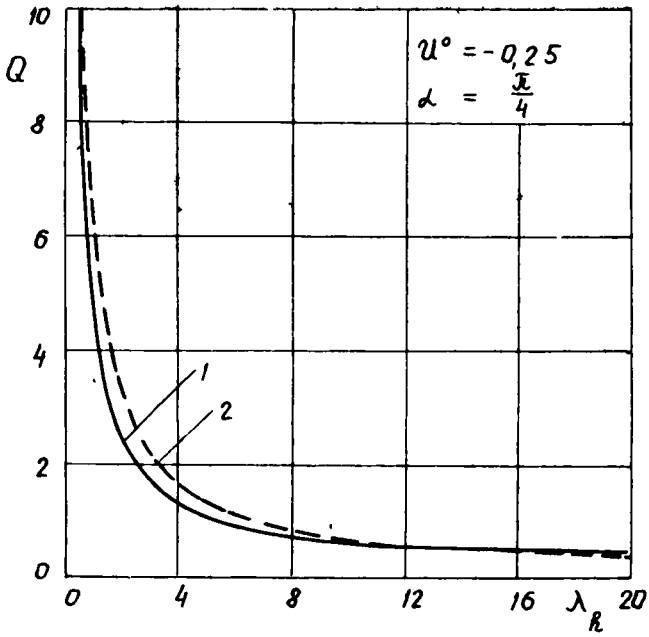

Рис. 7

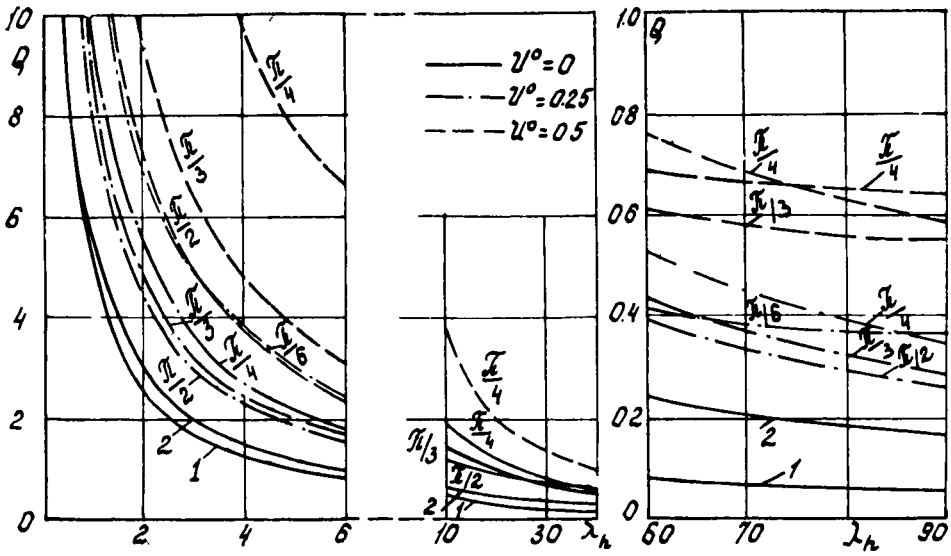

Рис. 8

оси ($Q<0$, $B<0$). Подставляя l_*^2 из (3.18) в формулу (3.16), будем иметь

$$B \geqslant -0{,}184,\ l_* = 0{,}39.$$

Итак, за критерий перехода ламинарного потока в турбулентный при $Q<0$ примем число $Q\lambda_h = -0{,}92$, которое при $\alpha = \pi/2$, $\sin\alpha = 1$ дает хорошее согласование с опытом рис. 6. Отсюда следует правомерность оценок (3.9), а для расходящегося течения ($Q>0$) величина $2\lambda_h Q$, как

показывает последующий анализ (рис. 8), еще в большей степени превосходит 1.

На рис. 7 приведены нейтральные кривые устойчивости для $Q>0$, $u^0=-0{,}25$, $\alpha=\pi/4$. Сплошная кривая *1* соответствует расчету по формулам (3.13), пунктирная кривая *2* построена в предположении, что на нейтральной кривой параметр $\lambda_h Q$ постоянен и равен среднему значению $(\overline{\lambda_h Q})_*$. Отклонение точек предельной нейтральной кривой от их среднего значения невелико, и вдоль нейтральной кривой произведение $\lambda_h Q$ может быть вполне принято постоянным.

На рис. 8 представлены результаты расчета нейтральных кривых для различных углов раствора конусов α и различных начальных закруток потока u^0. Из полученных графических зависимостей следует, что при $u^0=0$ все нейтральные кривые для всех углов раствора совпадают, кривая *2*. Здесь же нанесена зависимость $Q\lambda_h=4{,}93$, кривая *1*. Уменьшение скорости закрутки среды на ободе ротора приводит к повышению устойчивости. Уменьшение угла раствора приводит для $\lambda_h\leqslant 40$ также к повышению устойчивости. Однако при бо́льших λ_h такая закономерность уже строго не выполняется. Из всех условий, обеспечивающих самую низкую нейтральную кривую, является $u^0=0$.

4. Расчет траекторий движения частиц между коническими элементами сепаратора. Определение предельных размеров сепарируемых частиц и их эффективности осаждения

В биконической системе координат, жестко связанной с вращающимися конусами, векторное уравнение движения одиночной частицы при условии пренебрежения массовыми и подъемными силами имеет вид

$$\frac{d\vec{V}}{dT}=\vec{Z}+\omega^2\vec{R}+2(\vec{V}\times\vec{\omega}), \tag{4.1}$$

где $\vec{Z}$ — сила сопротивления частицы; $\omega^2\vec{R}$ и $2(\vec{V}\times\vec{\omega})$ — центробежная и кориолисова силы, обусловленные вращением системы координат. Для нестоксовского режима обтекания сферических частиц

$$\vec{Z}=\bar{\xi}\frac{\vec{U}-\vec{V}}{\tau}. \tag{4.2}$$

Здесь $\bar{\xi}=\bar{\xi}(\mathrm{Re}_\delta)$ — относительный коэффициент сопротивления частиц, равный отношению нестоксовского коэффициента сопротивления к стоксовскому; $\mathrm{Re}_\delta=|\vec{U}-\vec{V}|\delta/\nu$ — число Рейнольдса для частиц; $\tau=\rho_m\delta^2/18\eta$ — динамическое время релаксации; $\vec{U}$, $\vec{V}$ — скорости несущей среды и частиц; ρ_m, δ — плотность и размер частиц; ν, η — коэффициенты кинематической и динамической вязкости несущей среды; $\vec{R}$ — радиус-вектор частицы; $\vec{\omega}$ — угловая скорость ротора.

Для стоксовского закона сопротивления $\bar{\xi}=1$. При $\mathrm{Re}_\delta\leqslant 400$ для $\bar{\xi}$ может быть использована зависимость Л. С. Клячко.

$$\xi=1+0{,}167\mathrm{Re}_\delta^{2/3}. \tag{4.3}$$

Ориентируясь в расчете только на сепарацию наиболее мелких частиц, правомерно принять $\bar{\xi}=1$. В этом случае уравнение (4.1) перепишется в проекциях на координатные оси в безразмерной форме в виде

$$\frac{\partial v_l}{\partial t}=\frac{u_l-v_l}{\tau\omega}+\frac{v_\varphi^2}{l}+(l-kn)\sin^2\alpha+2v_\varphi\sin\alpha; \tag{4.4}$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t}=\frac{u_\varphi-v_\varphi}{\tau\omega}-2\sin\alpha(v_l-kv_n)\left(\frac{v_\varphi}{2r}+1\right); \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial t}=\frac{u_n-v_n}{\tau\omega}+\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha}{k}\left[(kn-l)\sin^2\alpha-\frac{v_\varphi^2}{l}-2v_\varphi\sin\alpha\right]. \tag{4.6}$$

Заметим, что для малых размеров частиц, т. е. для невысоких значений $\tau\omega$, нестационарностью и отставанием частиц в окружном и продольном направлениях можно пренебречь и принять $\frac{\partial}{\partial t}=0$, $v_\varphi\approx u_\varphi$, $v_l\approx u_l$. Действительно, преобразуем уравнение (4.6) в вид

$$\frac{k}{\operatorname{ctg}^2\alpha}\frac{\partial v_n}{\partial t}=\frac{k}{\tau\omega\operatorname{ctg}^2\alpha}(u_n-v_n)+(kn-l)\sin^2\alpha-\frac{v_\varphi^2}{l}-2v_\varphi\sin\alpha$$

и сложим с уравнением (4.4). Получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(v_l+\frac{k}{\operatorname{ctg}^2\alpha}v_n\right)=-\frac{1}{\tau\omega}\left(v_l+\frac{k}{\operatorname{ctg}^2\alpha}v_n\right)+\frac{1}{\tau\omega}\left(u_l+\frac{k}{\operatorname{ctg}^2\alpha}u_n\right)$$

или

$$\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{y}{\tau\omega}=f(l,n), \tag{4.7}$$

где

$$y=v_l+\frac{k}{\operatorname{ctg}^2\alpha}v_n;\quad f(l,n)=\frac{1}{\tau\omega}\left(u_l+\frac{k}{\operatorname{ctg}^2\alpha}u_n\right).$$

Решение уравнения (4.7) имеет вид

$$y=\frac{1}{e^{t/\omega\tau}}\int e^{t/\omega\tau}f(l,n)dt+C\,e^{-t/\tau\omega}. \tag{4.8}$$

В (4.8) постоянная интегрирования C определяется из начальных условий и связана с инерционностью частиц за счет нестационарности их движения в начале пути. Однако при малых $\tau\omega$ экспоненциальный член в правой части вместе с константой C очень быстро устремляется к нулю и решение перестает зависеть от условий входа частицы в сепарационный элемент, что эквивалентно пренебрежению нестационарным членом $\frac{\partial y}{\partial t}$:

$$\lim_{t/\omega\tau\to\infty} y=\lim_{t/\omega\tau\to\infty}\left(\frac{1}{e^{t/\omega\tau}}\int e^{t/\omega\tau}f(l,n)dt+C\,e^{-t/\omega\tau}\right)= \tag{4.9}$$

$$=\lim_{t/\omega\tau\to 8}\frac{e^{t/\omega\tau}f(l,n)}{\frac{1}{\omega\tau}e^{t/\omega\tau}}=\omega\tau f(l,n).$$

Здесь неопределенность типа $\frac{\infty}{\infty}$ в правом слагаемом правой части раскрыта по правилу Лопиталя.

Таким образом, для мелких частиц из (4.9) получим

$$\frac{v_l-u_l}{v_n-u_n}=\frac{h}{L}\operatorname{tg}\alpha. \tag{4.10}$$

Отсюда следует, что разницей между продольными скоростями частиц и несущей среды по сравнению с разницей в соответствующих нормальных компонентах при $\operatorname{tg}\alpha$ меньших или порядка 1 можно для мелких частиц без ущерба пренебречь.

Из уравнения (4.5) для малых $\tau\omega$ будем иметь

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t}+\frac{v_\varphi}{\omega\tau}=\frac{u_\varphi}{\omega\tau},$$

откуда

$$v_\varphi=e^{-t/\omega\tau}\left(\frac{1}{\omega\tau}\int e^{t/\omega\tau}u_\varphi(l,n)dt+C\right)$$

и при малых $\omega\tau$ $Ce^{-t/\omega\tau}$ быстро стремится к нулю, а v_φ стремится к u_φ. Чтобы представить порядок стремления v_φ к u_φ, запишем (4.5) для стационарного случая в виде

$$v_\varphi=u_\varphi\frac{1-2\omega\tau\sin\alpha\frac{v_l-kv_h}{u_\varphi}}{1-\omega\tau\sin\alpha\frac{kv_n-v_l}{r}},$$

где, например, для $\rho_m/\rho\approx10^3$, $\delta\approx10$ мкм, $\nu=1{,}5\cdot10^{-5}$ м²/с, $\omega\approx10^2$ 1/с ($\tau\omega\approx4\cdot10^{-2}$) при малых k и ограниченных расходах ($\frac{v_l}{u_\varphi}\sim Q<0{,}1$) вторые члены в числителе и знаменателе имеют порядок не выше 10^{-2} по сравнению с 1.

Стационарная задача о нахождении скоростей частиц в предположении равенства только $v_\varphi\approx u_\varphi$ сводится к решению двух алгебраических уравнений:

$$v_l=u_l-\tau\omega\left[(kn-l)\sin^2\alpha-2u_\varphi\sin\alpha-\frac{u_\varphi^2}{l}\right]; \tag{4.11}$$

$$v_n=u_n-\frac{\tau\omega}{k}\operatorname{ctg}^2\alpha\left[(l-kn)\sin^2\alpha+2u_\varphi\sin\alpha+\frac{u_\varphi^2}{l}\right].$$

Учитывая, что при стационарности поля скорости линии тока совпадают с траекториями частиц, уравнение траекторий и линий тока частиц в плоскости (l, n) запишется следующим образом:

$$\frac{dn}{v_n}=\frac{dl}{v_l}. \tag{4.12}$$

Дифференциальное уравнение (4.12) решается при граничном условии $n(l=1)=n_l$, причем $n_l=0$ будет соответствовать тому предельному значению параметра $(\tau\omega)_*$, который определяется размером частиц δ

еще осаждающихся на поверхность внешнего конуса при длине его образующей, равной l_k. Частицы размером $\delta > \delta_*$ улавливаются в сепарационном элементе на 100%. Таким образом, расчет процесса сепарации частиц в коническом элементе связан с расчетом комплекса $(\tau\omega)_*$ в зависимости от параметров Q, λ_h, u^0, α, соответствующего предельным траекториям, проходящим через точки ($n=0$; $l=1$) и ($n=1$, $l=l_k$). Если предполагать, что частицы размером меньшим δ все пройдут сквозь элемент, то эффективность следует вычислять по формуле

$$\varepsilon_T = 1 - G_b(\delta_*),$$

где $G_b(\delta)$ — интегральная весовая функция распределения частиц по размерам (функция проходов). Однако отметим, что расчет сепарации частиц, ориентированных на предельную траекторию, даст несколько заниженное значение эффективности, поскольку на поверхности внешнего конуса должны осаждаться дополнительно частицы и более мелкие, но начинающие свой путь движения при $l \doteq 1$ с других n, расположенных ближе к стенке $n=1$. Часть этих частиц за счет взаимодействия между собой, а также с более крупными частицами улавливается, в связи с чем действительная величина эффективности ε_g будет несколько выше теоретической ε_T. Другая часть частиц после выброса их за счет центробежных сил вдоль стенки снова возвращается в поток и при многократной циркуляции проходит сквозь элемент.

Может быть рассчитан другой крайний случай, когда все частицы, осаждающиеся на поверхности внешнего конуса, полностью улавливаются в аппарате, определяя тем самым общую эффективность, равную ε_0. Тогда действительную эффективность следует ожидать в пределах $\varepsilon_T \leqslant \varepsilon_g \leqslant \varepsilon_0$.

Типичная картина линий тока частиц проиллюстрирована на рис. 2. На рис. 9, 10 представлены результаты расчетов распределений продольных составляющих скорости частиц по формулам (4.11) и несущей среды соответственно для $\tau\omega = 2{,}2 \cdot 10^{-3}$ и $\tau\omega = 2{,}2 \cdot 10^{-2}$. Как следует из графиков, для мелких частиц их отставанием (опережением) от несущей среды по продольной координате допустимо пренебречь и принять $v_l \approx u_l$ вплоть до $\tau\omega \approx 10^{-2}$.

На рис. 11 и 12 приведены поперечные компоненты скорости несущей среды и частиц. Любопытно обратить внимание на следующее обстоятельство: поперечные скорости частиц вблизи обеих вращающихся конических поверхностей практически совпадают. Это связано прежде всего с тем, что для мелких частиц времена релаксации очень малы и они мгновенно приобретают параметры, отвечающие локальному состоянию потока. В данном случае вблизи стенок нормальная составляющая скорости несущей среды стремится к нулю и нормальная скорость частиц определяется только действием инерционных сил (центробежной и кориолисовой), уровень которых вблизи обеих стенок при узких зазорах между конусами практически один и тот же. Кроме того, из графиков рис. 11 и 12 видно, что мелкие частицы ($\tau\omega = 2{,}2 \cdot 10^{-3}$) в первой половине зазора в соответствии с направленностью нормальной компоненты скорости несущей среды тормозятся, во второй — разгоняются, причем торможение и разгон приблизительно взаимно компенсируются. Для более крупных частиц ($\tau\omega = 2{,}2 \cdot 10^{-2}$) (рис. 13) проявление нормальной компоненты скорости несущей среды на частицы аналогичное, но уровень u_n на порядок ниже v_n, что дает право нормальной компонентой вообще пренебречь. Эти соображения положим

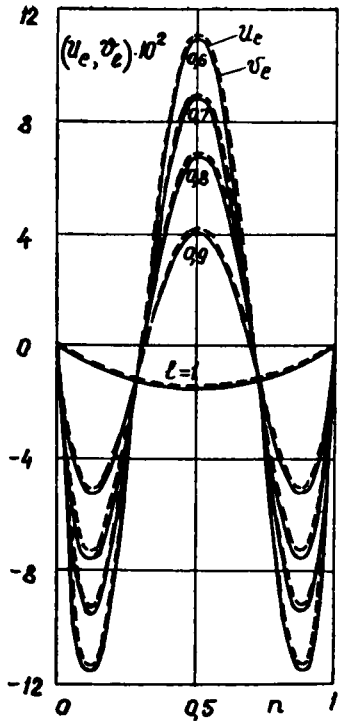

Рис. 9. Распределения продольных скоростей несущей среды и частиц для $\omega\tau = 2{,}2\cdot 10^{-3}$; $k=-10^{-2}$ ($Q=-10^{-2}$; $\lambda_h=80$; $u^0=0$; $\alpha=\pi/4$)

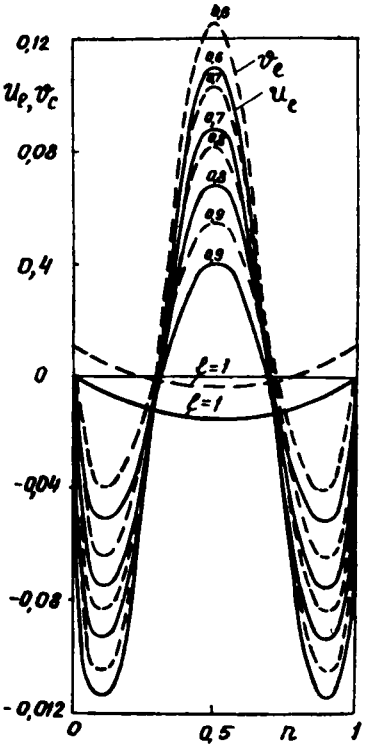

Рис. 10. Распределения продольных скоростей несущей среды и частиц для $\omega\tau=2{,}2\cdot 10^{-2}$; $k=-10^{-2}$ при параметрах рис. 9

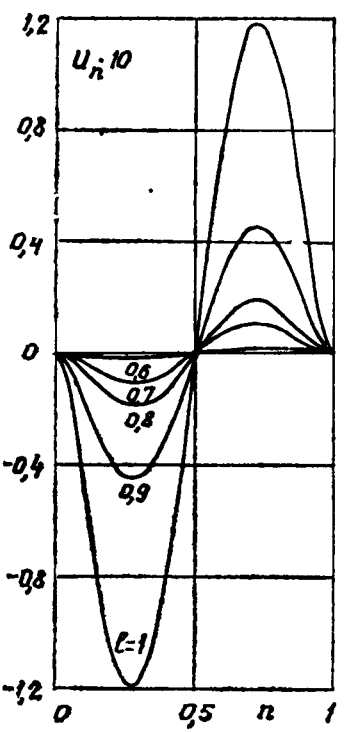

Рис. 11. Распределения нормальной компоненты скорости несущей среды при $Q=-10^{-2}$; $\lambda_h=80$; $u^0=0$; $\alpha=\pi/4$

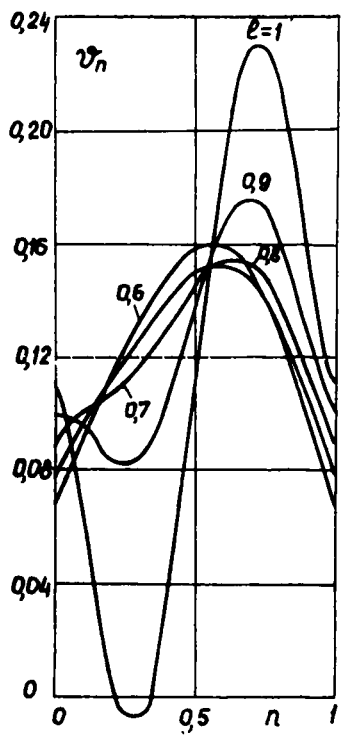

Рис. 12. Распределения нормальной компоненты скорости частиц для $\omega\tau=2{,}2\cdot 10^{-3}$; $k=-10^{-2}$ при параметрах рис. 11

в основу расчета эффективности ε_0 следующим приближенным способом.

Представим уравнение для траекторий частиц в виде

$$\frac{dn}{dl}=\frac{v_n}{v_l}=\frac{u_n-\dfrac{\tau\omega\operatorname{ctg}^2\alpha}{k}\left[(l-kn)\sin^2\alpha+2u_\varphi\sin\alpha+\dfrac{u_\varphi^2}{l}\right]}{u_l-\tau\omega\left[(kn-l)\sin^2\alpha-2u_\varphi\sin\alpha-\dfrac{u_\varphi^2}{l}\right]}. \qquad (4.13)$$

Поскольку $l\gg kn$, опустим член $kn\sin^2\alpha$ и в соответствии с (4.10) для мелких частиц положим $v_l\approx u_l$; т. е. пренебрежем членом $\tau\omega[(kn-l)\sin^2\alpha-2u_\varphi\sin\alpha-u_\varphi^2/l]$ по сравнению с $\dot{u}_l$, что с очевидностью следует и из зависимости (4.13) для малых $\tau\omega$ и k.

Будем полагать скорости потока среднеинтегральными

$$u_n=\bar{u}_n=0;\ u_l=\bar{u}_l=Q/l;\ u_\varphi=\bar{u}_\varphi=-\Phi(l)/12.$$

Тогда уравнение (4.12) примет вид

$$\frac{dn}{dl}=\delta^2 f(l), \qquad (4.14)$$

$$f(l)=-\sigma(l\sin\alpha+\bar{u}_\varphi)^2;\ \sigma=\frac{\rho_m\omega}{18\eta}\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha}{kQ}. \qquad (4.15)$$

Интегрируя (4.14) при граничном условии $n=n_l$, $l=1$, где n_l — нормальная координата ввода частицы в элемент, получим

$$n=n_l+\delta^2(I-I_1). \qquad (4.16)$$

Здесь

$$I=\int f(l)dl;\ I_1=I(l=1).$$

Траектории частиц, которые достигают стенку ($n=1$), будут описываться в соответствии с (4.16) следующим уравнением:

$$n_l=1-\delta^2(I-I_1), \qquad (4.17)$$

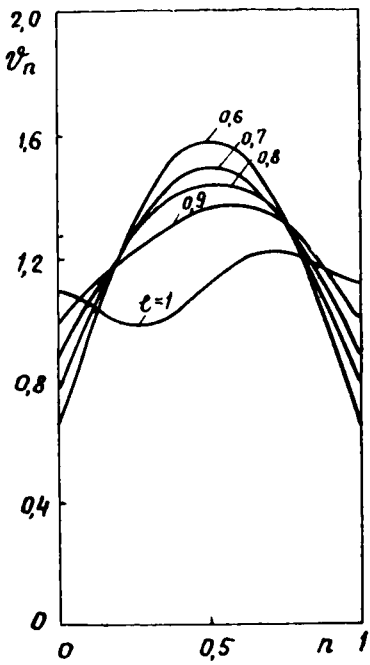

Рис. 13. Распределения нормальной компоненты скорости частиц для $\omega\tau=2{,}2\cdot10^{-2}$ при параметрах рис. 11

откуда вычислим предельный размер частиц δ_*, частицы размером выше которого сепарируются на 100%. Предельный размер δ_* соответствует траектории, соединяющей точки ($n_l=0$, $l=1$) и ($n=1$, $l=l_k$) Так что

$$\delta_*^2=\frac{1}{I_k-I_1};\ I_k=I(l_k). \qquad (4.18)$$

Рассчитаем расходную массу частиц с размерами в диапазоне (δ, $\delta+d\delta$), входящую через элемент площади ds, нормальный к потоку и равный

$$ds=\int_0^{2\pi} H_\varphi H_y d\varphi\, dy, \tag{4.19}$$

где $H_\varphi = x \sin\alpha + y \cos\alpha$, $H_y = 1$ — метрические коэффициенты; x и y — продольная и поперечная размерные координаты.

Учитывая, что для узких зазоров в силу малости $k = -\frac{h}{L}\operatorname{ctg}\alpha$

$$H_\varphi = x \sin\alpha\left(1+\frac{y}{x}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right) = x \sin\alpha\left(1+\frac{h}{L}\operatorname{ctg}\alpha, \frac{n}{l}\right) \approx x \sin\alpha,$$

из (4.19) получим

$$ds = 2\pi x \sin\alpha\, dy, \tag{4.20}$$

а общая площадь сечения на входе в зазор будет равна

$$S_0 = \left(\int_{y_0}^{y_1} 2\pi x \sin\alpha\, dy\right)_{x=L} = 2\pi L h \sin\alpha. \tag{4.21}$$

Таким образом, расходная масса частиц с размером $(\delta,\ \delta+d\delta)$ определится зависимостью

$$dM_\delta = \overline{W}_l ds \mu_0 g(\delta) d\delta, \tag{4.22}$$

где $\overline{W}_l = \bar{u}_l \omega L$; μ_0 — расходная концентрация частиц на входе в элемент; $g(\delta)$ — весовая дифференциальная функция распределения частиц по размерам. Подставляя в (4.22) для элемента площади его выражение по (4.20) и учитывая, что $\bar{u}_l = Q/l$, будем иметь

$$dM_\delta = A g(\delta) d\delta dn. \tag{4.23}$$

Здесь $A = 2\pi\omega h L^2 \sin\alpha\, \mu_0 Q$.

Дифференциальный элемент dn должен быть вычислен из уравнения для траектории частиц, оседающих на стенку $n=1$. Так что

$$dn = dn_l = -\delta^2 dI(l) = -\delta^2 f(l) dl$$

и, следовательно,

$$dM_\delta = -A\delta^2 f(l) g(\delta) d\delta dl \tag{4.24}$$

Интегрируя выражение (4.24) от l_k до 1 по l и от 0 до δ_* по δ, получим полную массу частиц, оседающую на вращающийся внешний конус. Здесь функция $g(\delta)$ соответствует распределению частиц в диапазоне размеров от 0 до δ_* при условии ее нормировки в этом же диапазоне

$$\int_0^{\delta_*} g(\delta) d\delta = 1. \tag{4.25}$$

Таким образом

$$M = \int_{l_k}^{1}\int_0^{\delta_*} dM_\delta = A(I_k - I_1)\int_0^{\delta_*}\delta^2 g(\delta)\, d\delta = \frac{A}{\delta_*^2}\int_0^{\delta_*}\delta^2 g(\delta) d\delta.$$

Общая масса частиц с размерами, лежащими в диапазоне $0 \leqslant \delta \leqslant \delta_*$, поступающая в зазор с расходной концентрацией μ_0, будет равна

$$M_\Sigma = (S_0 \overline{W}_l \mu_0)_{l=1} = 2\pi\omega L^2 h \sin\alpha\, \mu_0 Q = A.$$

Следовательно, эффективность дополнительного улавливания частиц в диапазоне их размеров от 0 до δ_* выразится формулой

$$\varepsilon_1=\frac{M}{M_\Sigma}=\frac{1}{\delta_*^2}\int_0^{\delta_*}\delta^2 g(\delta)\,d\delta, \tag{4.26}$$

а общая эффективность улавливания всех частиц на поверхность внешнего конуса определится из выражения

$$\varepsilon_0=1-G_{b0}(\delta_*)(1-\varepsilon_1),$$

где G_{b0} — интегральная весовая функция распределения частиц по размерам, соответствующая всей массе подвергающихся сепарированию частиц.

Если размер предельных частиц мал, то функцию распределения $G_b(\delta)$ в диапазоне размеров от 0 до δ_* можно представить линейной зависимостью

$$G_b(\delta)=a\delta,$$

где коэффициент a определяется из условия нормировки (4.25)

$$\int_0^{\delta_*} g(\delta)\,d\delta=G_b(\delta_*)=a\delta_*=1.$$

Так что

$$a=1/\delta_*. \tag{4.28}$$

Учитывая, что $g(\delta)\,d\delta=dG_b(\delta)=a\,d\delta$ и вычисляя ε_1 по формуле (4.26), получим $\varepsilon_1={}^1/_3$. Таким образом, кроме частиц крупнее предельного размера в зазоре улавливается еще $^1/_3$ и более мелких, повышая в целом общую эффективность до величины ε_0, которая в соответствии с (4.27) будет равна

$$\varepsilon_0=1-\frac{2}{3}G_{b0}(\delta_*). \tag{4.29}$$

Здесь δ_* рассчитывается по соотношению (4.18).

В соответствии с формулой (4.29) максимальному значению ε_0 в диапазоне изменения углов α от 0 до $\pi/2$ будет отвечать условие минимума предельного размера частиц δ_*

$$\frac{d\varepsilon_0}{d\alpha}=-\frac{2}{3}\frac{dG_b(\delta_*)}{d\alpha}\frac{d\delta_*}{d\alpha}=0. \tag{4.30}$$

Равенству (4.30) при $\delta_*\neq 0$ эквивалентна следующая зависимость:

$$\frac{d\delta_*^2}{d\alpha}=2\delta_*\frac{d\delta_*}{d\alpha}=0. \tag{4.31}$$

С учетом формулы (4.18) выражение (4.31) примет вид

$$\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{1}{\varkappa i\cos\alpha}\right)=0.$$

Проведя дифференцирование, получим

$$\frac{1}{i}\frac{di}{d\alpha}=\operatorname{tg}\alpha. \tag{4.32}$$

Здесь $i=\int_1^l U_\varphi\,dl$; $U_\varphi^2=r-\Phi/12$; $\varkappa=\frac{\rho_m\omega}{18\eta}\frac{L}{h}\frac{\lambda_h}{\Psi}$; $\Psi=\frac{qh}{\pi L^2\nu}$;

q — размерный расход.

Рассмотрим формулу (4.32) в двух предельных случаях: квазитвердого вращения несущей среды при $Q \to 0$ и вихревого при $Q \to \infty$, $u^0 = 0$.

1. При $Q \to 0$ $\Phi \to 0$, $U_\varphi \to r = l \sin\alpha$.

2. При $Q \to \infty$ $U_\varphi \to \sin\alpha / l$.

Все реальные режимы движения среды будут отвечать промежуточным ситуациям между рассматриваемыми предельными случаями.

Для квазитвердого вращения среды

$$i = \frac{l_k^3 - 1}{3} \sin^2\alpha, \frac{di}{d\alpha} = \frac{l_k^3 - 1}{3} 2 \sin\alpha \cos\alpha \text{ при } l_k = \text{const}$$

и, следовательно, из формулы (4.32) получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{2}, \ \alpha = 54^0, 73.$$

Для второго случая имеем

$$i = \frac{l_k - 1}{l_k} \sin^2\alpha, \frac{di}{d\alpha} = \frac{l_k - 1}{l_k} 2 \sin\alpha \cos\alpha \text{ при } l_k = \text{const}$$

и получаем аналогичный результат: $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \approx 54°,73'$. Однако на практике приходится выдерживать постоянным не l_k, а r_k в соответствии с требованием задания нужного проходного сечения внутреннего канала ротора, в связи с чем необходимо иметь в виду, что $l_k = r_k / \sin\alpha$. В силу того, что $l_k^3 \ll 1$ для квазитвердого вращения несущей среды оптимальный угол сепарации останется тем же. Для случая вращения среды по закону вихря, пренебрегая r_k по сравнению с 1, т. е. рассчитывая сепарацию практически на всю поверхность внешнего конуса, получим

$$i = -\frac{\sin^3\alpha}{r_k}, \frac{di}{d\alpha} = -\frac{3 \sin^2\alpha \cos\alpha}{r_k}.$$

Так что из формулы (4.32) будем иметь

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}, \ \alpha = 60°.$$

Таким образом, из проведенного анализа следует, что угол полураствора конических сепарационных элементов α наиболее выгодно устанавливать в диапазоне между 55° и 60°.

Для расчета предельных размеров частиц формулу (4.18) представим в виде

$$\frac{\delta_*}{\delta_0} \sqrt{\frac{L}{h}} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\alpha}{|i|}}. \tag{4.33}$$

Здесь $\sqrt{\frac{18\eta|Q|}{\rho_m \omega}}$ — предельный размер частиц, сепарируемых на ободе ротора при условии $u^0 = 0$. Таким образом, формула (4.33) выражает соотношение между предельным размером частиц, улавливаемых внутри конических элементов и предельным размером частиц, не пропускаемых внутрь ротора. Графики зависимости (4.33) представлены на рис. 14. Из рис. 14, *б* видно, что l_k целесообразно задавать меньшими 0,5. При $l_k > 0{,}5$ предельный размер δ_* резко возрастает. Кроме

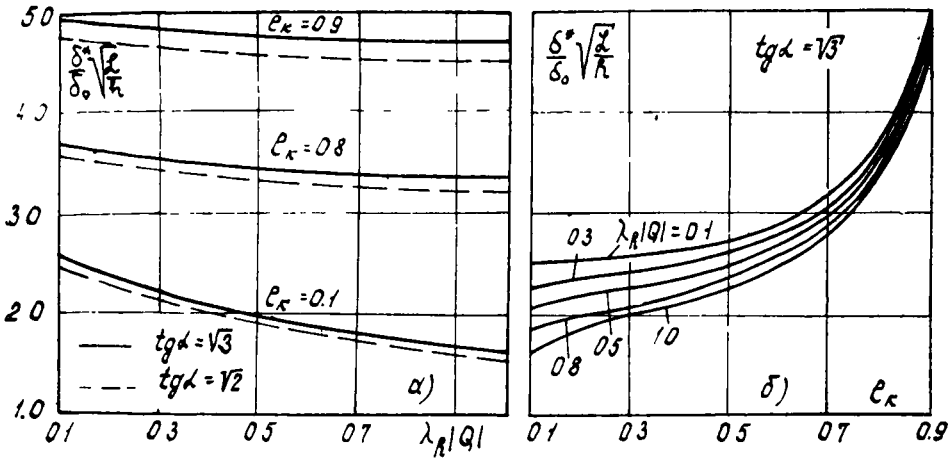

Рис. 14

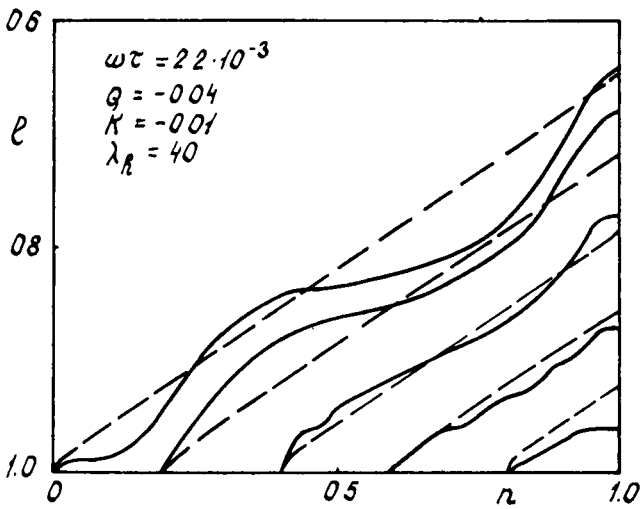

Рис. 15

того, проведенные расчеты показывают, что конические центрифуги улавливают частицы эффективнее, чем сепараторы с плоскими вращающимися дисками. Так, например, задавая $l_k=0{,}5$, $\lambda_h|Q|=0{,}5$, $h/L=10^{-2}$, будем иметь $\delta_*=0{,}25\delta_0$.

На рис. 15 представлены траектории движения частиц, рассчитанные по формуле (4.14) при осредненном по поперечному сечению полю скоростей несущей среды (пунктирные кривые) и по формулам (4.11) (сплошные кривые). Из графиков следует, что координаты встречи предельной частицы с поверхностью внешнего конуса при двух вариантах расчета практически совпадают, что доказывает правомерность использованного выше приближенного подхода.

В заключение автор выражает благодарность студентам О. Н. Агаповой, С. И. Агапову, Н. А. Шевяковой за проведенные вычислительные работы в пп. 1—3 настоящей статьи. В работе над пп. 3—4 принимал участие В. Н. Арбузов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Семенов В. Е., Соколов В. И. Расчет производительности сепаратора-разделителя — Теор. осн. хим технол., 1977, № 2.

2. Шкоропад Д. Е., Лысковцев И. В. Центробежные жидкостные экстракторы. М, Машгиз, 1962.

3. Горин А. В., Шиляев М. И. Ламинарное течение жидкости между вращающимися дисками. — Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1976, № 2.

4 Гольдин Е. М. Устойчивость потока между тарелками сепаратора. — Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1966, № 2.

5. Соколов В. И. Современные промышленные центрифуги. М., Машиностроение, 1967.

6. Романков П. Г., Плюшкин С. А. Жидкостные сепараторы. Л., Машиностроение, 1976.

7. Патер Л. Л., Краутер Е., Райс В. Определение режима течения между совместно вращающимися дисками. — Тр америк. об-ва инж.-мех Теоретические основы инженерных расчетов М, Мир, 1974, № 1

8. Шиляев М. И., Арбузов В. Н. Неизотермическое течение вязкого газа между вращающимися дисками.—В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, Изд-во Томск ун-та, 1977.

9. Шиляев М. И., Арбузов В. Н. Начальный гидродинамический участок течения жидкости между вращающимися дисками. — В сб. Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1977.

10. Тененев В. А., Шваб В. А, Шиляев М. И. Исследование полей скоростей в центробежном пылеотделителе. — В сб: Вопросы импульсного пневмотранспорта, газоочистки и пневматического перемешивания дисперсных материалов. Томск, Изд-во Томск ун-та, 1972.

11. Шиляев М. И., Росляк А. Т., Арбузов В Н, Зятиков П. Н. Исследование гидродинамики течения несжимаемого потока несущей среды в сепарационном элементе воздушно-центробежного классификатора.— В сб.: Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1979

12. Устименко Б. П. Процессы турбулентного переноса во вращающихся течениях. Алма-Ата, Наука, 1977.

13. Лысковцов И В. Разделение жидкостей на центробежных аппаратах М, Машиностроение, 1968

14 Сурков В. Д., Липатов Н Н Гидравлические сопротивления и режим течения жидкости в сепараторе — Молочная промышленность, 1950, № 2.

УСТАНОВИВШЕЕСЯ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В КОАКСИАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

А. В. ШВАБ

Поле осредненной скорости установившегося турбулентного течения в кольцевом канале между двумя коаксиальными цилиндрами, представленное в цилиндрической системе координат, подчиняется следующим условиям:

$$U_z=U(r),\ U_r=U_\varphi=0;\ \frac{\partial U_z}{\partial t}=\frac{\partial U_z}{\partial z}=0.$$

Турбулентное напряжение в данном случае полностью характеризуется составляющей тензора $\sigma_{zr}=-\overline{u_z u_r}=\sigma$. При отсутствии вращения среды, очевидно, будет $\sigma_{\varphi z}=\sigma_{\varphi r}=0$. Влиянием диагональных компонент тензора напряжений представляется возможным пренебречь, полагая $\sigma_{zz}=\sigma_{rr}=\sigma_{\varphi\varphi}=0$.

При этих условиях система уравнений Рейнольдса для установившегося течения приводится к одному уравнению

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\left(\sigma+\nu\frac{dU}{dr}\right)\right]=\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dz}=-\text{const}, \tag{1}$$

где сумма

$$\sigma+\nu\frac{dU}{dr}=\frac{\tau}{\rho} \tag{2}$$

представляет значение полного напряжения, отнесенного к плотности.

Интегрирование уравнения (1) приводит к зависимости

$$\sigma+\nu\frac{dU}{dr}=\frac{r}{2\rho}\frac{dP}{dz}+\frac{C}{r}. \tag{3}$$

Если ввести значение безразмерного коэффициента турбулентной вязкости $\nu_*=\nu_T/\nu$, это уравнение можно представить в такой форме:

$$\nu(1+\nu_*)\frac{dU}{dr}=\frac{r}{2\rho}\frac{dP}{dz}+\frac{C}{r}. \tag{4}$$

Положим радиус внешнего цилиндра коаксиального канала $r=a$ и

внутреннего $r=b$. Воспользовавшись заменой переменной $r=a-y$, уравнение (4) можно представить в таком виде:

$$\nu(1+\nu_*)\frac{dU}{dy}=-\frac{(a-y)}{2\rho}\frac{dP}{dz}-\frac{C}{a-y}. \tag{5}$$

Непосредственно на стенках имеет место только вязкое трение и поэтому $\nu_*=0$. На внутренней стенке при $r=b$ из (4) следует

$$v_{*b}^2=\left(\nu\frac{dU}{dr}\right)_{r=b}=\frac{b}{2\rho}\frac{dP}{dz}+\frac{C}{b}$$

и, соответственно, на внешнем цилиндре при $r=a$ из (5) получим

$$v_{*a}^2=\left(\nu\frac{dU}{dy}\right)_{y=0}=-\frac{a}{2\rho}\frac{dP}{dz}-\frac{C}{a}.$$

Исключая из этих уравнений постоянную C, найдем зависимость градиента давления от динамических скоростей v_{*a} и v_{*b}.

$$-\frac{a}{2\rho v_{*a}^2}\frac{dP}{dz}=\frac{a^2}{a^2-b^2}\left(1+\frac{b}{a}\frac{v_{*b}^2}{v_{*a}^2}\right)=A_*. \tag{6}$$

Это соотношение могло быть также получено непосредственно из баланса сил для установившегося потока в коаксиальном канале. Безразмерное значение постоянной $C_*=C/av_{*a}^2$, учитывая (6), определится зависимостью

$$C_*=\frac{b^2}{a^2-b^2}\left(1+\frac{a}{b}\frac{v_{*b}^2}{v_{*a}^2}\right). \tag{7}$$

В некоторой точке центральной части канала достигается максимальное значение скорости $U_{\max}$ и, следовательно, в этой точке должно быть $dU/dr=0$, что одновременно соответствует касательному напряжению, также равному нулю. При этом условии из уравнения (4) определяется значение радиуса r_m, отвечающее положению максимума скорости

$$r_m=\sqrt{\frac{C}{A}}.$$

Учитывая зависимости (6) и (7), получим

$$r_m=b\left(\frac{1+\frac{a}{b}\frac{v_{*b}^2}{v_{*a}^2}}{1+\frac{b}{a}\frac{v_{*b}^2}{v_{*a}^2}}\right)^{1/2} \tag{8}$$

Для области потока в пределах $b<r<r_m$ или $0<y<r_m-b$ воспользуемся уравнением в форме (4), которое после деления на v_{*b}^2 можно представить в безразмерном виде

$$\sigma_{*b}+\psi'=-\frac{(b_{*b}+\eta)}{a_{*b}k^2}A_*+\frac{a_{*b}C_*}{(b_{*b}+\eta)k^2}, \tag{9}$$

где

$$\sigma_{*b}=\frac{\sigma}{v_{*b}^2};\ \psi'=\frac{d\psi}{d\eta};\ \eta=\frac{(r-b)v_{*b}}{\nu};\ a_{*b}=\frac{av_{*b}}{\nu};\ b_{*b}=\frac{bv_{*b}}{\nu};\ k=\frac{v_{*b}}{v_{*a}}.$$

В пределах потока $a>r>r_m$ или $0<y<a-r_m$ представляется более целесообразным использовать уравнение в форме (5), которое после деления на v_{*a}^2 приводится к безразмерному виду

$$\sigma_{*a}+\varphi'=\left(1-\frac{\xi}{a_{*a}}\right)A_*-\frac{a_{*a}C_*}{a_{*a}-\xi}, \tag{10}$$

где

$$\sigma_{*a}=\frac{\sigma}{v_{*a}^2};\ \varphi'=\frac{d\varphi}{a\xi};\ \xi=\frac{(a-r)v_{*a}}{\nu};\ a_{*a}=\frac{av_{*a}}{\nu};\ b_{*a}=\frac{bv_{*a}}{\nu}$$

и значения A_* и C_* определяются зависимостями (6) и (7).

Уравнения (9) и (10) можно рассматривать как зависимости, определяющие закономерность изменения полного напряжения соответственно в областях, примыкающих к поверхности внутреннего и внешнего цилиндров. На линии раздела $r=r_m$, соответствующей максимальному значению скорости $U_{\max}$ и значению производной $dU/dr=0$, эти зависимости удовлетворяют следующим условиям в безразмерной форме:

$$\sigma_{*b}+\psi'=\sigma_{*a}+\varphi'=0;$$
$$\varphi_{\max}=k\,\psi_{\max}, \tag{11}$$

где $\varphi_{\max}$ и $\psi_{\max}$ безразмерное значение максимальной скорости.

Вблизи твердой поверхности, в области вязкого подслоя, $\sigma_{*a}=\sigma_{*b}=0$ и зависимости (9, 10) имеют вид

$$\psi'=-\frac{(b_{*b}+\eta)}{a_{*b}k^2}A_*+\frac{a_{*b}C_*}{(b_{*b}+\eta)k^2};$$
$$\varphi'=\left(1-\frac{\xi}{a_{*a}}\right)A_*-\frac{a_{*a}C_*}{a_{*a}-\xi}.$$

В качестве граничного условия на стенках принимается равенство скорости нулю: $\varphi=0$ при $\xi=0$ и $\psi=0$ при $\eta=0$. Граничным условием на разделе перехода вязкого подслоя к развивающемуся турбулентному течению служит значение безразмерной скорости

$$\psi=\int_0^{\eta_1}\left[-\frac{b_{*b}+\eta}{a_{*b}k^2}A_*+\frac{a_{*b}C_*}{(b_{*b}+\eta)k^2}\right]d\eta;$$
$$\varphi=\int_0^{\xi_1}\left[\left(1-\frac{\xi}{a_{*a}}\right)A_*-\frac{a_{*a}C_*}{a_{*a}-\xi}\right]d\xi,$$

где безразмерное значение толщины вязкого подслоя принимается по [1] равным $\eta_1=\xi_1=1{,}6$.

Для расчета поля скоростей в турбулентной области течения используется метод, установленный на основе исследования процесса генерации турбулентности [1], приводящий к зависимости

$$\frac{\varphi''}{(\varphi')^2}=-\sqrt{\frac{\varkappa^2}{\sigma_*+\varphi'}},$$

где

$$\varkappa^2=\frac{2F_2^2}{3F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma\sigma_*}{F_0F_2[(1-\gamma)\sigma_*+\varphi']}+1\right)^2-1\right]$$

безразмерная амплитуда $\gamma=0{,}5$, главные значения функций $F_0=12$, $F_2=0{,}4$, $F_3=1{,}37$.

Применяя этот метод в данном случае для области течения $a>r>r_m$ и учитывая (10), будем иметь

$$\frac{\varphi''}{(\varphi')^2}=-\frac{\varkappa}{\sqrt{\left(1-\frac{\xi}{a_{*a}}\right)A_*-\frac{a_{*a}C_*}{a_{*a}-\xi}}},$$

где

$$\varkappa^2=\frac{2F_2^2}{3F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma\sigma_{*a}}{F_0F_2[(1-\gamma)\sigma_{*a}+\varphi']}+1\right)^2-1\right],$$

и соответственно для области $b<r<r_m$ получим

$$\frac{\varphi''}{(\psi')^2}=-\frac{\varkappa k}{\sqrt{\frac{a_{*b}C_*}{b_{*b}+\eta}-\frac{(b_{*b}+\eta)}{a_{*b}}A_*}},$$

где

$$\varkappa^2=\frac{2F_2^2}{3F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma\sigma_{*b}}{F_0F_2[(1-\gamma)\sigma_{*b}+\psi']}+1\right)^2-1\right].$$

В точке сопряжения решений при $r=r_m$ достигается максимальное значение скорости, причем в соответствии с (11) должно быть $\varphi_{max}=k\psi_{max}$.

Выбор конкретного случая течения при численном расчете поставленной задачи можно выполнить путем задания, например, значения безразмерной величины $a_{*a}=av_{*a}/\nu$, которое в конечном счете может быть связано с любой другой формой аналогичного задания. Необходимо, однако, отметить, что замкнутое решение поставленной задачи возможно лишь при известном значении отношения $k=v_{*b}/v_{*a}$. В связи с этим при численном определении поля осредненной скорости использовался метод последовательного приближения, заключавшийся в том, что по предварительной оценке принималось значение коэффициента k, затем выполнялся расчет поля скорости отдельно в каждой из областей, прилежащих к внешнему цилиндру и также к внутреннему. Возникающее отклонение при стыковании профиля скорости в точке $r=r_m$ и, следовательно, при невыполнении условия (11) расчет повторялся снова при измененном значении $k=v_{*b}/v_{*a}$ до необходимого согласования. Процесс расчета может быть существенно сокращен при правильной предварительной оценке значения параметра k, которая осуществляется на основании следующих соображений.

Максимальное значение скорости в случае развитого турбулентного течения лежит в области логарифмического закона распределения безразмерной скорости

$$\varphi=2{,}5\ \ln\eta+5{,}5.$$

В связи с этим условие (11) можно представить в виде зависимости

$$k=\frac{\varphi_{max}}{\psi_{max}}=\frac{2{,}5\left(\ln a_{*a}+\ln\frac{a-r_m}{a}\right)+5{,}5}{2{,}5\left(\ln a_{*a}+\ln k+\ln\frac{r_m-b}{a}\right)+5{,}5},$$

где r_m определяется по (8). Полученное трансцендентное уравнение относительно k устанавливает значение этой величины и, следовательно, определяется безразмерный параметр $b_{*b}=a_{*a}\frac{b}{a}k$.

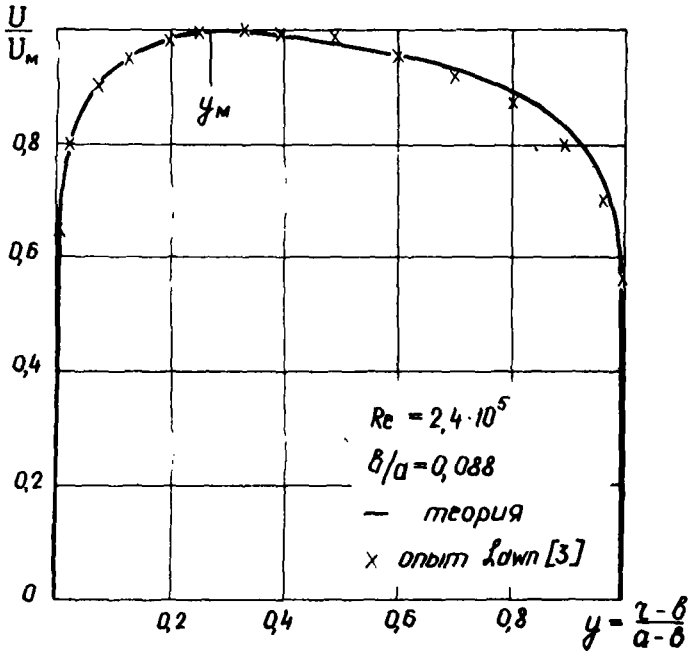

Рис. 1 Распределение безразмерной скорости U/U_M в зависимости от координаты $y=(r-b)/(a-b)$

В результате численного расчета получим $\Psi=\Psi(\eta)$ и $\varphi=\varphi(\xi)$. Для построения профиля скорости в пределах всего сечения канала в виде зависимости

$$\frac{U}{U_{max}}=\frac{\varphi}{\varphi_{max}}=f\left(\frac{r-b}{a-b}\right)$$

предварительно определяются отношения:

$$\frac{\psi}{\psi_{max}}=f_b\left(\frac{\eta}{a_{*b}-b_{*b}}\right);\quad \frac{\varphi}{\varphi_{max}}=f_a\left(1-\frac{\xi}{a_{*a}-b_{*a}}\right).$$

Среднее значение скорости по сечению коаксиального канала устанавливается зависимостью

$$\frac{U_c}{v_{*a}}=\frac{2}{a_{*a}^2-b_{*a}^2}\left[\frac{1}{k}\int_0^{\eta_m}(b_{*b}-\eta)\psi d\eta+\int_0^{\xi_m}(a_{*a}-\xi)\varphi d\xi\right].$$

Используя определение гидравлического диаметра $D=4F/\Omega=2(a-b)$, получим коэффициент сопротивления коаксиального канала

$$\lambda=\frac{8v_{*a}^2}{U_c^2}\left(\frac{a+bk^2}{a+b}\right),$$

в частном случае, при $b=0$, имеем известное соотношение для круглой трубы.

Результаты численного расчета безразмерной скорости U/U_{max} при установившемся турбулентном течении в коаксиальном канале в зависимости от координаты $y=(r-b)/(a-b)$ показаны на рис. 1 в сопоставлении с опытными данными по [3] при $b/a=0{,}088$ и $\mathrm{Re}=2(a-b)U_c\nu=2{,}4\cdot10^5$. Максимальное значение скорости, установленное расчетом в рассматриваемом случае, достигается при $y_m=(r_m-b)/(a-b)=0{,}27$, а отношение динамических скоростей $k=v_{*b}/v_{*a}=1{,}137$. Отношение коэффициента сопротивления в этом случае к коэффициенту сопротивления круглой трубы при одном и том же

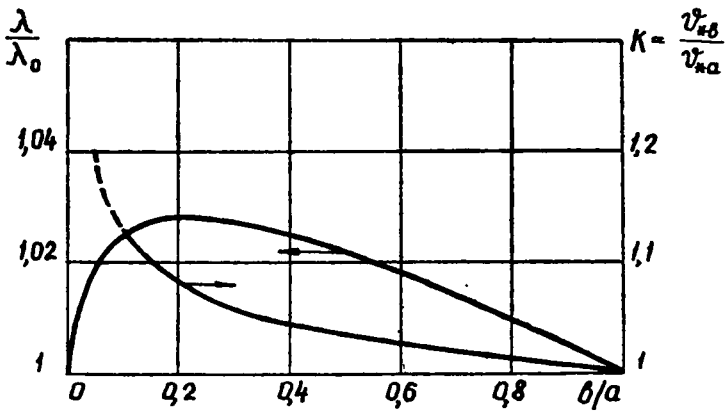

Рис. 2. Зависимость λ/λ_0 и v_{*b}/v_{*a} от отношения радиусов b/a

числе Re, рассчитанному по гидравлическому диаметру, равно $\lambda/\lambda_0=1{,}024$, таким образом отклонение в сторону большего значения соответствует 2,4%. Это отношение коэффициентов сопротивления λ/λ_0, полученное для коаксиальных каналов с различным отношением радиусов b/a, показано на рис. 2. Наибольшее отклонение от расчета коэффициента сопротивления, использующего метод гидравлического диаметра, имеет место при $a/b=0{,}2$ и составляет 2,8%. Кроме того, на рис. 2 приводится отношение значений динамической скорости $k=v_{*b}/v_{*a}$ для каналов с различным отношением радиусов b/a, что приводит к возможности определения отношения λ/λ_0 по зависимости

$$\frac{\lambda}{\lambda_0}=\frac{a+bk^2}{a+b}.$$

Положение максимума скорости в каналах с различным отношением радиусов b/a при известном значении $k=v_{*b}/v_{*a}$ устанавливается зависимостью (8) для радиуса r_m.

В заключение следует отметить, что использование метода расчета поля осредненных скоростей при турбулентном течении по [1, 2] приводит к полному и хорошо согласующемуся с опытными данными описанию турбулентного течения в коаксиальном канале.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шваб В. А., Шваб А. В. О модели механизма генерации турбулентности в установившихся пристенных турбулентных потоках. — В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1977.

2. Шваб В. А., Шваб А. В. Пристенные турбулентные течения. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1980.

3. Lawn. C. J. 1970. Application of the turbulence energy equation to fully developed flow in simple ducts C. E. G. B. Rep. RD/B 1575.

НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИФИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ГАЗООЧИСТКИ

В. А. ШВАБ

Из различных методов инерционной газоочистки при сухом пылеудалении наиболее широкое распространение получили методы, использующие центробежные силы. Причиной этому послужили широкие возможности искусственного создания более интенсивного силового поля, в котором за счет разности плотностей несущей среды и твердых примесей осуществляется их разделение с тем большей эффективностью, чем интенсивней поле центробежных сил.

При осуществлении аппаратов центробежной газоочистки можно отметить два существующих принципиально различных подхода, которые отличаются способом организации процесса выделения примесей из несущей среды. В первом варианте тем или иным способом создаются условия для закручивания запыленного газового потока. Под действием возникающих центробежных сил более тяжелые частицы твердых примесей выделяются на периферию из вращающегося потока, задерживаются на стенках аппарата и собираются под влиянием силы тяжести в его бункере. Такая организация процесса газоочистки осуществляется, например, в широко известных аппаратах циклонного типа. Принципиальная схема циклонного пылеуловителя показана на рис. 1. Здесь запыленный газ вводится тангенциально во внутреннюю полость *1* цилиндрического корпуса аппарата, что обеспечивает закручивание потока, и образуется винтообразное нисходящее движение. В других конструкциях закручивание потока осуществляется при помощи специального лопаточного или винтообразного устройства. Выделенные из потока под влиянием центробежных сил частицы примесей попадают на стенки аппарата и затем под влиянием силы тяжести собираются в бункере *2*. В какой-то мере очищенный газ поступает в центральную часть аппарата, изменяя направление движения на восходящее, и затем удаляется через патрубок 3. Подробное описание аппаратов циклонного типа можно найти, например, в монографиях [1, 2].

Основным недостатком аппаратов циклонного типа является ограниченная возможность в создании достаточно интенсивного вращения запыленного потока, и, следовательно, имеет место ограниченность необходимой интенсивности поля центробежных сил и соответственно эффективности газоочистки, если, конечно, не допускать существенного увеличения гидравлических сопротивлений аппарата. С точки зрения

устранения этой ограниченности представляют интерес, например, дымососы-золоуловители (вентиляторы-пылеотделители) [1, 3, 4], в которых поле центробежных сил создается принудительно за счет вращающейся крыльчатки аппарата. В этом случае интенсивность поля центробежных сил может быть выбрана в рациональных пределах при проектировании аппарата. Не касаясь недостатка дымососов-золоуловителей, связанного с возможностью абразивного износа его ротора, необходимо отметить повышенную эффективность золоулавливания.

Другой принципиально отличный подход при организации процесса центробежной газоочистки осуществляется, например, в центробежных пылеотделителях с внешним подводом запыленного газа к принудительно вращающемуся ротору аппарата [5]. В этом случае запыленный

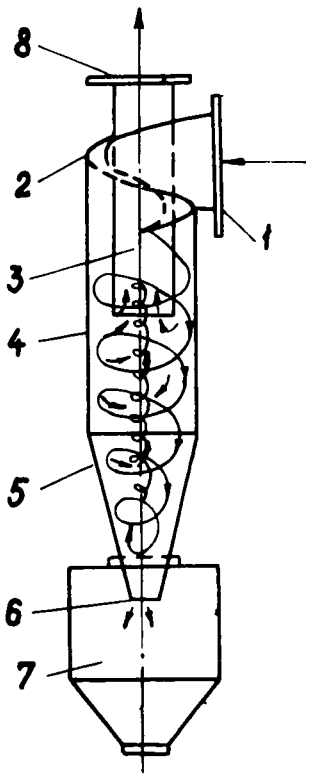

Рис 1. Схема циклонного пылеуловителя

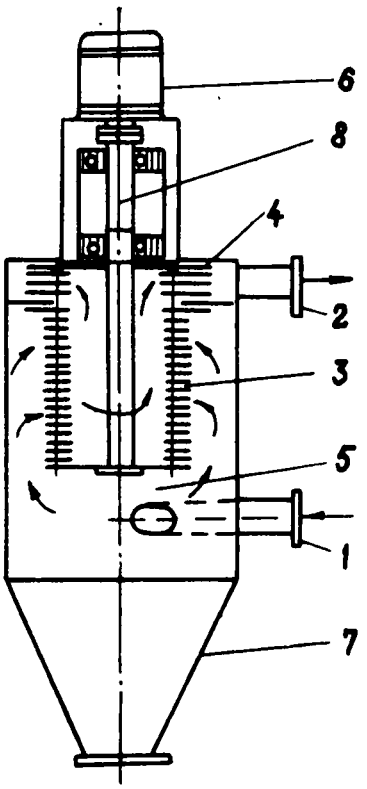

Рис. 2 Центробежный пылеуловитель НИИ ПММ с принудительным приводом ротора

газ, находящийся в корпусе пылеотделителя, увлекается во вращательное движение ротором аппарата и на его периферии развиваются центробежные силы, отделяющие более плотные твердые частицы от газа. Таким образом, уже очищенный газ входит во внутреннюю полость ротора и затем удаляется. Совершенно очевидно, что проблема абразивного износа крыльчатки ротора в этом случае полностью снимается. Эффективность отделения твердых частиц в таком аппарате определяется условиями динамического равновесия центробежных сил и сил аэродинамического сопротивления частиц, находящихся на круговой траектории вне ротора. Из этого условия может быть определен минимальный размер частиц, которые не будут увлечены потоком

входящего газа во внутреннюю полость ротора. Этот предел в процессе отделения частиц по их размерам определяет фракционную избирательность аппарата и его эффективность газоочистки в целом. На рис. 2 приводится существующая схема центробежного пылеотделителя НИИ ПММ с уравновешенным по давлению дисковым ротором [8], в котором используется вышеуказанный принцип. В этом аппарате подвод запыленного газа осуществляется патрубком *1* в

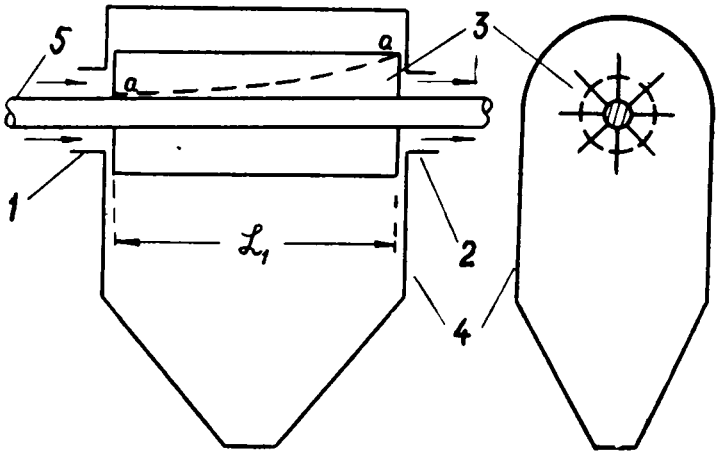

Рис. 3. Схема центробежного пылеуловителя с подводом пылегазовой смеси непосредственно во вращающийся ротор (первый вариант)

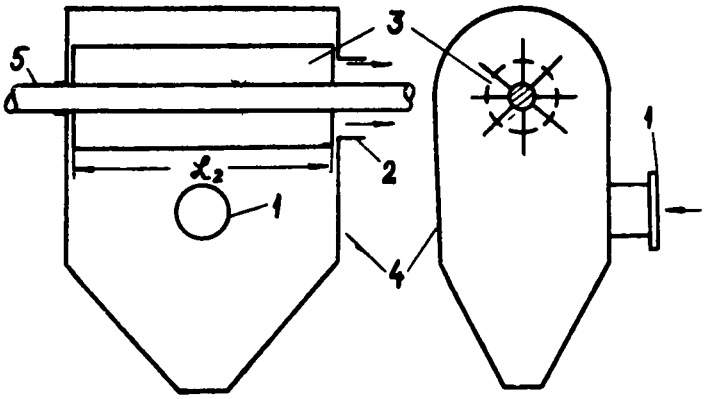

Рис. 4. Схема центробежного пылеуловителя с подводом пылегазовой смеси в корпус пылеотделителя (второй вариант)

объем корпуса пылеотделителя и направляется к первой секции принудительно вращающегося ротора *3*. Конструктивное оформление ротора может быть различным, но часто используется конструкция, состоящая из набора тонких кольцевых пластин, в зазорах между которыми может проходить газ, предварительно очищенный в поле центробежных сил. Во внутренней полости ротора движение газа осуществляется в направлении его оси к выходу из аппарата, но предварительно он попадает во вторую секцию ротора *4*, в которой течение газа осуществляется уже в направлении от центра к периферии. Эта вторая секция ротора, обладающая вентиляционными свойствами, имеет существенное значение в восстановлении давления, так как при

надлежащем выборе радиуса этой секции развивающийся положительный перепад давления может полностью компенсировать динамические и местные потери давления, возникающие при течении газа в аппарате и, следовательно, в целом на аппарате потери давления могут быть полностью исключены. Результаты исследования этих аппаратов, показавших высокую эффективность, приводятся в работах [6, 7].

Качественное сравнение эффективности приведенных выше двух вариантов организации центробежной газоочистки, соответственно при выделении частиц примеси из потока, имеющего угловую скорость, и в другом варианте — отделение примесей за счет действия центробежных сил на периферии этого потока при подводе запыленного газа с внешней стороны по отношению к нему, представляет интерес с точки зрения их перепективного развития. Такое сравнение возможно, если оно будет выполнено на аналогичных схемах аппаратов, в которых возможна организация процесса газоочистки различными, указанными выше способами, моделирующими процесс отделения твердых примесей одновременно и по схеме дымососа-золоуловителя, и по схеме центробежного пылеотделителя, приведенного на рис. 2. Используем для этой цели схемы аппаратов с принудительно вращающимся ротором, выполненным в виде крыльчатки с плоскими лопастями (рис. 3 и 4). Отличаются эти схемы лишь способом подвода запыленного газа. По схеме рис. 3 запыленный газ подводится непосредственно во вращающийся ротор с его торца (по аналогии со схемой работы дымососа-золоуловителя) и выделение частиц твердой примеси осуществляется из газа за счет действия центробежных сил. По схеме рис. 4 запыленный газ входит непосредственно в корпус пылеотделителя, и в этом случае отделение частиц твердых примесей осуществляется за счет действия центробежных сил на периферии ротора аналогично тому способу, который имеет место в центробежном пылеотделителе НИИ ПММ. При заданных значениях угловой скорости ротора и его радиуса относительно просто определяется фракционная эффективность аппарата, или, иначе, тот предельно малый размер частиц, который характеризует возможности аппарата в процессе отделения твердых примесей от газа. Очевидно, эффективность апарата будет тем выше, чем меньше размер частиц, которые уходят вместе с очищенным газом.

Прежде чем будут рассмотрены расчетные характеристики процесса центробежной газоочистки, необходимо условиться о методе определения коэффициента эфффективности пылеотделения (или степени очистки газа). В соответствии с общепринятым определением имеем

$$\eta=\frac{G_{ул}}{G_{вх}}=\frac{G_{вх}-G_{вых}}{G_{вх}}, \qquad (1)$$

где $G_{вх}$ и $G_{вых}$ — весовое содержание твердых примесей соответственно при входе и выходе из пылеуловителя и $G_{ул}=G_{вх}-G_{вых}$—весовое значение уловленных частиц. Выбор параметров центробежных пылеотделителей может быть ориентирован при их расчете на отделение всех частиц, имеющих размер выше наперед заданного. В этом случае, следовательно, центробежный пылеотделитель должен обладать фракционной эффективностью для заданного расчетного диаметра частиц, равной единице

$$\eta_{ф}=\frac{G_{ф,\,ул}}{G_{ф,\,вх}}=1,$$

где $G_{ф,вх}$ — весовое содержание всех частиц в полидисперсном составе примесей, имеющих размер меньше заданного расчетного диаметра; $G_{ф,ул}$ — уловленная часть этих частиц. Таким образом, в этом идеализированном случае коэффициент эффективности пылеотделения определяется зависимостью

$$\eta = \frac{G_{вх} - \sum_{0}^{G_{ф_1}} G_ф}{G_{вх}}, \qquad (2)$$

где $\sum_{0}^{G_{ф_1}} G_ф$ — весовое содержание всех частиц, имеющих приведенный диаметр в пределах от 0 до значения δ_1. В действительности отклонение от определенного таким образом значения η возникает вследствие захвата более мелких частиц крупными в процессе движения, и это способствует повышению коэффициента эффективности. С другой стороны, возможно случайное попадание в очищенный газ некоторого количества частиц с диаметром большим заданного δ_1 в связи с тем, например, что форма частицы может существенно отклоняться от сферической и соответственно изменяется закономерность сопротивления. Очевидно, что попадание частиц с размером $\delta > \delta_1$ вызывает уменьшение общего коэффициента эффективности пылеотделения. Следует, однако, отметить, что возможность попадания частиц в очищенный газ, размер которых больше δ_1, резко падает с увеличением этого размера. Несмотря на отсутствие строго фракционного разделения полидисперсного материала около заданного граничного размера частиц δ_1, результаты экспериментальных исследований эффективности центробежных пылеотделителей хорошо согласуются с зависимостью (2).

Таблица 1

Характеристики летучей золы (по данным ЦКТИ и ВТИ)

Пылевидный способ приготовления топлива	Весовое содержание, %					Удельный вес, г/см³
	Размер частиц мкм					
	0—5	5—10	10—20	20—30	>30	
Донецкий тощий уголь	12	20	31	11	26	2,3—2,5
Кузнецкий тощий уголь	12	19	31	9	29	2,3—2,5
Челябинский уголь	7	11	20	16	46	2,3—2,4
Подмосковный уголь	10	19	23	14	34	2,2—2,4
Воркутинский уголь	8	17	35	14	26	2,2—2,5
Камский уголь	5	7	22	19	47	2,2—2,4

Фракционные характеристики по размеру частиц и весовому содержанию их для золы ряда топлив в области максимальных размеров частиц приводятся по данным [1] в табл. 1 и для некоторых материалов в воздуховоде перед газоочисткой по данным [2] в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики некоторых материалов в воздуховодах перед газоочисткой (по данным [2])

Материал	Весовое содержание, %					Удельный вес, г/см³
	Размер частиц, мкм					
	0—5	5—10	10—20	20—40	>40	
Цемент	7,6	9,02	23,10	22,60	37,68	2,49
Песок	9,00	49,65	21,90	18,42	1,03	2,20
Ферросилиций	2,01	0,50	10,00	41,38	46,11	2,01
Глина	12,68	25,82	53,20	1,60	6,70	2,65

Коэффициент эффективности центробежного пылеотделителя представляется возможным ориентировочно определить по зависимости (2) для различных расчетных значений приведенного диаметра частиц δ_1, используя характеристики полидисперсного состава твердых примесей по табл. 1 и 2. Значения коэффициентов газоочистки η для некоторых материалов, при расчете которых использовалась линейная интерполяция весового состава частиц в интервале их значений от 0 до 5 мкм в предположении о предельном фракционном коэффициенте эффективности, равном единице, приводятся в табл. 3.

Таблица 3

Коэффициенты эффективности газоочистки для некоторых материалов

Материал	Расчетный размер частиц, мкм					
	1	2	3	4	5	10
Зола тощего угля	0,976	0,952	0,928	0,904	0,88	0,680
Зола канского угля	0,990	0,980	0,970	0,960	0,950	0,880
Песок	0,982	0,964	0,946	0,928	0,910	0,413
Цемент	0,985	0,969	0,954	0,939	0,924	0,834

На основании анализа опытных исследований центробежного пылеотделителя НИИ ПММ (рис. 2) следует, что значение коэффициента эффективности при известном расчетном значении диаметра частиц согласуется с приведенными значениями в табл. 3. Таким образом, представляется возможным вести расчет процесса пылеотделения на заданный минимальный диаметр частиц и при этом можно достаточно уверенно определить эффективность пылеотделения установленным выше методом. Следует, однако, отметить, что линейная аппроксимация распределения частиц в области наиболее малых размеров последних не всегда оказывается достаточно точной. Так, например, из табл. 2 следует, что для песка более близкой аппроксимацией в пределах размеров частиц от 0 до 10 мкм по весовому составу будет

$$\frac{\sum\limits_0^{\delta} G}{\sum\limits_0^{\infty} G} = 0{,}6\left(\frac{\delta}{\delta_{12}}\right)^2.$$

В этом случае в соответствии с (2) $\eta_{\delta=1}=0{,}994$ и $\eta_{\delta=2}=0{,}976$, что несколько выше значений, приведенных в табл. 3.

Возвращаясь к анализу предложенных выше двух вариантов пылеотделения в аппаратах, имеющих одинаковую схему конструктивного оформления, отметим прежде всего, что в пределах крыльчатого ротора имеет место течение в направлении его оси и одновременно осуществляется практически квазитвердое вращение среды, находящейся в межлопаточном пространстве. При этом допущении следует отметить некоторые особенности течения несущей среды.

В первом случае (рис. 3) при замкнутом объеме и одинаковом весовом расходе несущей среды во входном *1* и выходном *2* сечениях, радиальная скорость u_r на периферии ротора в среднем должна равняться нулю. Это условие оказывается вполне естественным, если учесть, что в замкнутом объеме *3* достигается некоторое повышенное давление,

обеспечивающее на внешней поверхности вращающегося ротора градиент давления по величине эквивалентный развивающимся центробежным силам. Возможное отклонение от этого условия на протяжении всей поверхности вращающегося потока, вследствие изменения давления по оси z, может быть в принципе устранено некоторым небольшим изменением радиуса крыльев ротора по его длине.

Таким образом, будем полагать, что течение несущей среды характеризуется следующими условиями:

$$u_z=\text{const};\ u_r=0;\ u_\varphi=\omega_0 r;\ \omega_0=\frac{u_\varphi}{r}=\text{const}.$$

Условия выделения твердых частиц примесей из потока могут быть установлены с помощью расчета наиболее длинной траектории частиц (пунктирная кривая $a-a$ на рис. 3) того наименьшего размера, по которому задается фракционная эффективность газоочистки. При заданном предельном достаточно малом размере выделяемых из потока частиц сопротивление последних при движении по траектории можно считать находящимся в пределах закона Стокса. Кроме того, учитывая очень высокий коэффициент сопротивления этих предельно малых частиц, можно пренебречь их дрейфом по координатам z и φ и учитывать относительное перемещение под влиянием центробежной силы только в радиальном направлении. При этих условиях, но без учета взаимодействия между частицами и, возможно, некоторого задерживающего влияния стенок лопастей ротора, движение предельной расчетного размера частицы определяется уравнением

$$m\frac{dv_r}{dt}=m\frac{v_\varphi^2}{r}-Av_r. \tag{3}$$

Здесь при отсутствии дрейфа по φ имеем

$$v_\varphi=u_\varphi=\omega_0 r$$

к, следовательно,

$$\frac{dv_r}{dt}=\omega_0^2 r-\frac{A}{m}v_r, \tag{4}$$

где в соответствии с законом Стокса сила сопротивления частицы будет

$$F=3\pi\nu\rho\delta v_r;$$

и, полагая массу частицы $m=\rho_m\pi\delta^3/6$, где δ эквивалентный диаметр частицы, отношение A/m определяется зависимостью

$$\frac{A}{m}=\frac{18\nu\rho}{\delta^2\rho_m}=\text{const}. \tag{5}$$

Выполняя замену $v_r=dr/dt$ в уравнении (4), получим

$$\frac{d^2r}{dt^2}+\frac{A}{m}\frac{dr}{dt}-\omega_0^2 r=0. \tag{6}$$

Полагая начальное положение частицы при входе в аппарат ($z=0$, $t=0$), находящейся у основания лопастей ротора при $r=r_0$, что соот-

ветствует началу предельной, наиболее длинной траектории расчетной частицы, получим в результате интегрирования (6), полагая $v_r=0$ при $r=r_0$,

$$r=r_0e^{kt}, \tag{7}$$

где

$$k=\frac{A}{2m}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2\omega_0 m}{A}\right)^2}-1\right).$$

Траектория частицы завершается при выходе за пределы внешнего радиуса крыльчатки при $r=r_r$. Время движения частицы до момента ее выделения из потока несущей среды будет в соответствии с (7)

$$T=\frac{1}{k}\ln\frac{r_n}{r_0}. \tag{8}$$

Проекция траектории на ось z или, иначе, необходимая длина ротора, удовлетворяющая заданной фракционной эффективности, определяется из условия $L_1=u_zT$ или, учитывая (8),

$$L_1=\frac{u_z}{k}\ln\frac{r_n}{r_0}. \tag{9}$$

Так как объемный расход газа через свободное сечение ротора

$$Q=\psi\pi(r_n^2-r_0^2)u_z, \tag{10}$$

где Ψ — коэффициент, характеризующий часть сечения, свободную для движения газа. Зависимость (9) можно представить в таком виде:

$$L_1=\frac{Q\ln\frac{r_n}{r_0}}{\psi k\pi(r_n^2-r_0^2)}. \tag{11}$$

Таким образом, при заданном объемном расходе газа, известных значениях r_n и r_0 и значении коэффициента k, являющегося функцией угловой скорости ω_0, плотности ρ_m и размера частиц δ определяется необходимая длина ротора, по значению которой может быть проведено сравнение со вторым вариантом организации пылеотделения.

Во втором варианте, который отличается подводом несущей среды с внешней стороны вращающегося ротора, процесс отделения твердых примесей осуществляется, в отличие от предыдущего случая, за счет развивающихся центробежных сил на внешней периферии ротора, вызывающего вращение окружающей среды. Будем считать, что все основные параметры сохраняют свои значения такими же, как и в первом варианте, в том числе сохраняются: u_z, ω_0, r_n, r_0, δ, ρ_m, Q. Отличаться будет лишь необходимая длина ротора, обеспечивающая выделение всех частиц, больших заданного размера δ, при сохранении того же коэффициента фракционной эффективности.

Среднее значение радиальной составляющей скорости газа $u_r=-|u_r|$, характеризующей расход газа через периферийную поверхность ротора, при заданном расходе газа по (10), будет

$$u_{rn}=\frac{\psi u_z\pi(r_n^2-r_0^2)}{2\pi r_nL_2}=\frac{Q}{2\pi r_nL_2}. \tag{12}$$

Условие для равновесной траектории частицы расчетного диаметра δ на периферии во вращательном движении среды вокруг ротора при

отсутствии дрейфа частиц по φ определяется равенством силы сопротивления и центробежной силы

$$m\omega_0^2 r_n = A(u_r - v_r), \tag{13}$$

но следует иметь в виду, что на равновесной круговой траектории $v_r = 0$.

Из сопоставления (12) и (13) следует

$$\frac{Q}{2\pi r_n L_2} = \frac{m}{A}\omega_0^2 r_n.$$

Необходимая длина ротора L_2 будет

$$L_2 = \frac{A}{m\omega_0^2} \cdot \frac{Q}{2\pi r_n^2}. \tag{14}$$

Для сравнения эффективности процесса газочистки в рассматриваемых двух вариантах определим отношение L_2/L_1 по (11) и (14).

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{4}\,\frac{\left(1-\frac{r_0^2}{r_n^2}\right)}{\ln\frac{r_n}{r_0}}\left(\frac{A}{m\omega_0}\right)^2\left(\sqrt{1+\left(\frac{2\omega_0}{A/m}\right)^2}-1\right), \tag{15}$$

где

$$\frac{A}{m\omega_0} = \frac{18\nu\rho}{\delta^2\omega_0\rho_m}.$$

При исследовании отношения L_2/L_1 и самих значений L_2 и L_1 воспользуемся прежде всего некоторым частным случаем. Примем $\omega_0 = 314{,}161$/с при $n = 3000$ об/мин, $r_n = 0{,}5$ м, $r_0/r_n = 0{,}5$, $\rho/\rho_m = 0{,}5\,10^{-3}$, $\nu = 15{,}7\cdot 10^{-6}$ м²/с, $Q = 10^4$ м³/ч и $Q = 10^3$ м³/ч при различных значениях расчетного предельного диаметра частиц δ. Результаты расчета по зависимостям (15), (14) и (11) приводятся в табл. 4.

Таблица 4

δ мкм	$\frac{A}{m\omega_0} = \frac{18\nu\rho}{\delta^2\omega_0\rho_m}$	L_2/L_1	L_2 м	L_1 м	Q м³/ч
0,1	44977,17	0,531	253,17 25,31	493,50 49,35	10^4 10^3
1	449,77	0,531	2,53 0,253	4,76 0,48	10^4 10^3
2	112,44	0,531	0,633 0,063	1,19 0,12	10^4 10^3
5	17,99	0,538	0,101 0,010	0,187 0,019	10^4 10^3

Из табл. 4 прежде всего следует, что при любой эффективности работы пылеотделителей, определяемой предельным размером частиц δ, которые удаляются при очистке газа, отношение L_2/L_1 оказывается в

пределах 0,531÷0,538, что свидетельствует о большей целесообразности второго варианта, для которого при одинаковой эффективности требуется длина ротора почти в два раза меньше, чем для первого варианта.

Кроме того, необходимо отметить, что при требовании удаления частиц меньше 1 мкм размеры ротора оказываются для обоих вариантов нереально большими. На основании этого можно сделать заключение, что при сухой центробежной очистке газа фракционная эффективность ограничена отделением частиц не менее 1÷2 мкм. При эффективности, соответствующей отделению частиц выше этого предела, размеры ротора становятся, в частности для схемы второго варианта, вполне приемлемыми. Несмотря на то, что при расчетах, приведенных в табл. 4, не принят во внимание ряд факторов, снижающих эффектив-

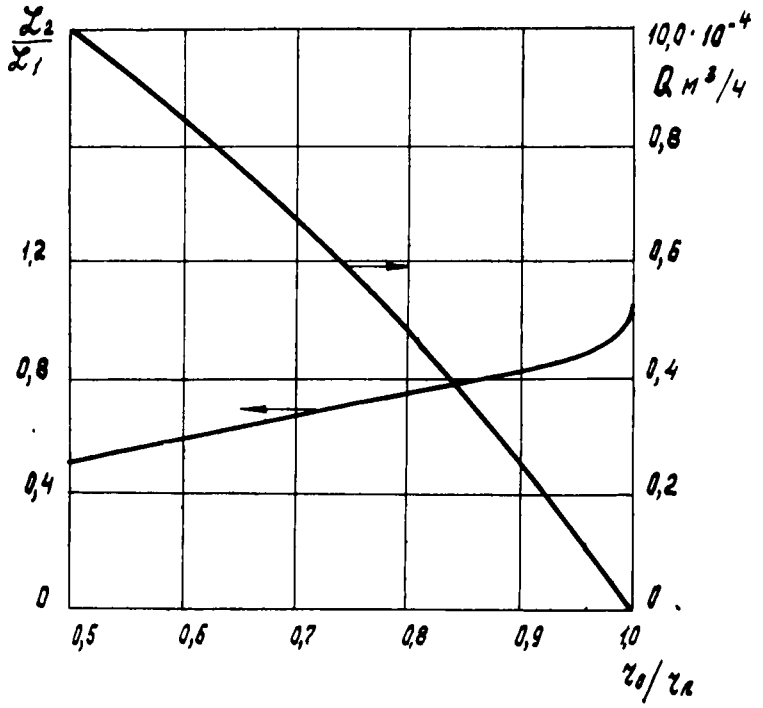

Рис. 5 Зависимость отношения длины ротора в схеме пылеотделителя второго варианта к длине ротора первого варианта L_2/L. в зависимости от отношения внутреннего радиуса к внешнему r_0/r_n

ность, в том числе коэффициент, учитывающий загромождение сечения массой лопаток ротора, наличие возможных утечек через уплотнения, влияние вихреобразования на периферии ротора и др., становится очевидным, что при ориентации, например, на удаление всех частиц с $\delta > 2$ мкм, когда коэффициент эффективности в соответствии с табл. 3 оказывается достаточно высоким, осуществление аппаратов центробежной очистки по методу второго варианта становится возможным при производительности $Q = 10^4$ м³/ч и также при более значительном расходе.

Более детальное исследование зависимости для отношения L_2/L_1 по (15) показывает, что при увеличении отношения r_n/r_0 значение L_2/L_1 увеличивается и в пределе при $r_n \to r_0$ будет $L_2/L_1 = 1$. Однако при этом уменьшается проходное сечение между лопастями ротора и в

пределе при $r_n \to r_0$ имеем расход газа $Q=0$. На рис. 5 приводится зависимость $L_2/L_1=f(r_n/r_0)$ и $Q=Q(r_n/r_0)$ при постоянном значении скорости u_z.

Значение множителя $A/m\omega_0$, входящего в зависимость (15), не зависит от отношения r_n/r_0 при всех возможных соотношениях параметров ω_0, δ, ν и ρ/ρ_m и поэтому отношение L_2/L_1 при $r_n/r_0=\text{const}$ сохраняет значение, близкое к постоянной величине, как это и следует, например, из табл. 4.

Из приведенного качественного анализа процессов газоочистки в аппаратах с организацией центробежного поля за счет принудительно вращающегося ротора могут быть сделаны следующие выводы.

1. Аппараты рассматриваемого типа обеспечивают создание поля центробежных сил за счет принудительно вращающегося ротора существенно большей интенсивности по сравнению с аппаратами, в которых центробежное поле создается другими средствами.

2. При центробежной газоочистке реальная возможность отделения всех частиц, размер которых выше 1—2 мкм, обеспечивает высокое значение коэффициента эффективности пылеотделения.

3. Существенное преимущество по эффективности имеет организация процесса пылеотделения с внешним подводом несущей среды к вращающемуся ротору. Кроме того, в этом случае полностью исключается возможность абразивного износа лопаток ротора.

4. Качественные оценки показывают, что возможно создание аппаратов центробежной газоочистки (по схеме второго варианта) с производительностью 10^4 м³/ч и более.

5. В соответствии с моделью аппарата НИИ ПММ, использующего восстановительную секцию ротора, полностью может быть устранен перепад давления на аппарате. В этом случае включение аппарата не изменяет гидравлического режима сети, в которой он работает.

6. Решение проблемы высокоэффективной центробежной газоочистки связано, однако, со значительными конструктивными затруднениями при выполнении высокоскоростного ротора аппарата, обеспечивающего получение центробежного поля большой интенсивности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русанов А. А., Урбах И. И., Анастасиади А. П. Очистка дымовых газов. М., Энергия, 1969.
2. Кучерук В. В. Очистка от пыли вентиляционных и промышленных выбросов. М., Госиздат по строительству и архитектуре, 1955.
3. Бажанова В. В. Исследование кориолисовых вентиляторов-пылеотделителей. — В сб.: Очистка воздуха от пыли. М., Стройиздат, 1966, № 19.
4. Карпухович Д. Т., Кирпичев Е. Ф., Денисенко А. И. Комбинированные вентиляторы-пылеотделители. — В сб.: Доклады конференции по промышленной очистке газов. Ярославль, 1969.
5. Шваб В. А., Шиляев М. И. Центробежный безнапорный пылеотделитель и метод его расчета. — В сб.: Вопросы импульсного пневмотранспорта, газоочистки и пневматического перемешивания дисперсных материалов. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1972.
6. Демиденко А. А., Шваб В. А., Шиляев М. И. Экспериментальное исследование центробежного пылеотделителя. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1972.
7. Тененев В. А., Шваб В. А., Шиляев М. И. Исследование полей скоростей в центробежном пылеотделителе. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1972.
8. Шваб В. А., Дудин И. В., Шиляев М. И., Смоловик В. А., Егоров В. М. Центробежный пылеотделитель. А. с. № 373017.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ В ВОЗДУШНО-ЦЕНТРОБЕЖНОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

М. И. ШИЛЯЕВ, А. Т. РОСЛЯК, Н. Д. СОСНОВСКИЙ, П. Н. ЗЯТИКОВ

1. Теоретический анализ процесса разделения частиц в профилированной зоне сепарации воздушно-центробежного классификатора (ВЦК)

Повышение эффективности работы воздушно-центробежных классификаторов как наиболее перспективных аппаратов для разделения тонкодисперсных материалов на отдельные по крупности частиц фракции тесным образом связано с оптимизацией их движения в зоне сепарации. В свою очередь, движение частиц определяется гидродинамикой течения несущего потока в этой зоне, организация которого может быть осуществлена специальным профилированием ограничивающих течение вращающихся поверхностей [1].

В настоящей работе проведен численный анализ процесса разделения твердых частиц в профилированной сепарационной зоне классификатора на основе следующих представлений. Предполагается, что движение частиц реализуется при относительно малых концентрациях, соответствующих условиям качественного разделения частиц по размерам (см. п. 2). В этом случае допустимо пренебречь взаимодействием частиц между собой и со стенкой. Кроме того, в первом приближении для качественного рассмотрения процесса разделения в рабочем элементе классификатора будем пренебрегать и обратным силовым влиянием частиц на поток. С физической точки зрения движение такой гетерогенной среды сводится к движению отдельных частиц в несущем потоке, поле скоростей которого может быть рассчитано обычными средствами гидродинамики гомогенных течений.

Систему уравнений, описывающих движение одиночной частицы в цилиндрических координатах, запишем в безразмерной форме в виде [2]

$$\frac{\partial w_r}{\partial \varphi} - w_\varphi = \bar{\xi}\,\frac{v_r - w_r}{\tau\omega}\,\frac{r}{w_\varphi}; \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} - w_r = \bar{\xi}\,\frac{v_\varphi - w_\varphi}{\tau\omega}\,\frac{r}{w_\varphi},$$

где $\tau = \rho_m \delta^2 / 18\rho_f \nu$ — время релаксации; $w_r = W_r/V_0$; $w_\varphi = W_\varphi/V_0$; $v_r = V_r/V_0$; $v_\varphi = V_\varphi/V_0$ — компоненты безразмерных скоростей частиц и несущей среды; ρ_m, ρ_f — плотности частицы и несущей среды; δ — диаметр частицы; ν — кинематическая вязкость среды; R_0, ω — характерный радиус и угловая скорость вращения зоны сепарации; $W_{r,\varphi}, V_{r,\varphi}$ — размерные радиальная и окружная компоненты скорости частицы и несущей среды соответственно; $V_0 = \omega R_0$ — масштаб скорости.

Проекцию векторного уравнения движения частиц на поперечную координату рассматривать не будем, поскольку, как следует из предлагаемого ниже метода анализа, правомерно допустить $w_z = v_z$.

Коэффициент $\bar{\xi}$ в системе уравнений (1.1) является поправкой на нестоксовский режим обтекания частицы и может быть рассчитан по полуэмпирической зависимости Л. С. Клячко

$$\bar{\xi} = 1 + 0{,}167\,\mathrm{Re}_0^{2/3}|\vec{w} - \vec{v}|^{2/3}, \text{ где } \mathrm{Re}_0 = \frac{\omega R_0 \delta}{\nu}. \qquad (1.2)$$

Физическую картину движения частиц в зоне сепарации при условии ламинарного течения среды-носителя представим следующим образом. Частицы, если их движение подчиняется уравнениям (1.1), движутся со скоростями, обусловленными действием центробежных сил, возникающих вследствие вращения частиц с потоком несущей среды вокруг оси ВЦК, и сил аэродинамического сопротивления. При определенном соотношении окружной и радиальной компонент скорости несущего потока в любой точке аксиального сечения зоны сепарации, кроме тех участков зоны, где направления действия центробежных сил и сил сопротивления совпадают, для частиц соответствующих размеров устанавливается равенство действующих на них основных сил. В этом случае под влиянием аэродинамических сил, обусловленных поперечным течением среды, частицы могут смещаться в области потока, где условия равновесия для данного размера уже не выполняются. Попадая в условия превалирующего воздействия центробежных сил для этого размера, а также в зону однонаправленного действия основных сил, частицы выносятся на периферию сепарационного элемента. Таким образом, пройти через зону сепарации к оси вращения могут только те частицы, для которых на линии тока, соответствующей максимальной радиальной скорости несущего потока, силы сопротивления превышают центробежные силы. Из равенства этих сил может быть определен граничный размер разделения. Крупные частицы, для которых при данном режиме течения среды в любой точке зоны сепарации центробежные силы превышают сопротивление несущего потока, выделяются в крупный продукт разделения. Частицы с размерами, лежащими в диапазоне между граничными и крупными, будут циркулировать в зоне сепарации до тех пор, пока в силу случайных воздействий (коагуляция, соударение, повышение концентрации в локальных точках потока) не попадут в тот или иной продукт разделения. Следует ожидать, что количество этих частиц и их диапазон по размерам определит, в конечном итоге, качество процесса разделения. Таким образом, чем меньше разница в размерах крупных частиц, выносимых беспрепятственно из зоны сепарации, и частиц граничного размера разделения, тем выше качество классификации.

При равенстве центробежных сил и сил сопротивления частицы движутся по равновесным траекториям и для них $w_r = 0$; $w_\varphi = v_\varphi$[2]. Тогда из первого уравнения системы (1.1) получим

$$-\frac{v_\varphi^2}{r} = \bar{\xi}\frac{v_r}{\omega\tau}.$$

Так как при течении к оси вращения $v_r < 0$, то

$$\frac{v_\varphi^2}{r} = \bar{\xi}\,\frac{|v_r|}{\omega\tau}. \qquad (1.3)$$

Из соотношения (1.3), учитывая, что $\tau = \rho_m \delta^2 / 18\rho_f \nu$, для закона сопротивления по Стоксу $\bar{\xi} = 1$ будем иметь

$$\delta^2 = \frac{18\rho_f \nu}{\omega\rho_m} \frac{r|v_r|}{v_\varphi^2}. \qquad (1.4)$$

Формула (1.4) выражает размер частиц, вращающихся на равновесных траекториях в различных точках зоны сепарации. Размерный комплекс $A = 18\rho_f\nu/\omega\rho_m$, включающий физические свойства газа и частицы и угловую скорость вращения границ зоны сепарации, для конкретных условий имеет вполне определенное значение. Таким образом, условный равновесный размер δ определяется безразмерным комплексом $M = \frac{r|v_r|}{v_\varphi^2}$. Зависимость (1.4) можно переписать в виде

$$\delta^2 = AM(r, z). \qquad (1.5)$$

Распределение M по радиусу и высоте зоны сепарации, как и компонент скорости потока, в конечном итоге определяется режимными параметрами ВЦК (расходом воздуха, скоростью вращения ротора), величиной начальной закрутки среды на входе во вращающийся канал, геометрией зоны сепарации (относительной шириной канала и его профилем).

Из равенства (1.5) следует, что размер разделения меняется как по радиусу, так и по высоте зоны сепарации. Но для некоторого фиксированного радиуса из всего множества размеров разделения, реализуемых по высоте зоны, можно выбрать максимальный δ^*. Тогда с определенной уверенностью можно считать, что через этот радиус зоны сепарации проходят частицы с размерами, не большими δ^*. С учетом такой процедуры уравнение (1.5) можно представить как

$$\delta^{*2} = AM^*(r), \qquad (1.6)$$

где $M^*(r)$ соответствует максимальному значению $M(r, z)$ для каждого радиуса зоны сепарации.

Расчет комплекса $M(r, z)$ проведен с использованием компонент скорости несущего потока при ламинарном режиме течения в профилированной сепарационной зоне ВЦК, полученных в работе [1]. Однако вследствие сложности их выражений, аналитического представления граничного размера разделения $\delta^*(r)$ получить не удается. Поэтому уравнение (1.5) рассчитано численно по z от 0 до $f(r)$ с шагом $f/10$, исключая зону обратного течения газа в радиальном направлении, и с шагом 0,05 по радиусу зоны сепарации ($0{,}75 \leqslant r \leqslant 1{,}0$) для профилей границы зоны сепарации $f = 1/r$, $f = 1$, $f = r^2$ при различных значениях параметров λ, L и с различными начальными закрутками несущей среды на входе v_0. Так как граничный размер δ^* для данного радиуса выражается через комплекс $M^*(r)$, по результатам расчетов на каждом радиусе выбиралось максимальное значение M и строилась зависимость $M^*(r)$.

Кривые зависимости $M^*(r)$ для различных параметров λ, L, v_0 могут существенно отличаться, но для зависимости любого вида чем меньше разница между максимальным и минимальным значением M^* по радиусу зоны сепарации, тем, очевидно, выше качество разделения. Граница разделения характеризуется минимальным значением функции $M^*(r)$.

На рис. 1—3 приведены результаты расчета параметра сепарации M^* по радиусу зоны при различных λ и L, начальной закрутке среды на входе в зону сепарации $v_0 = 0{,}75$; 1,0; 1,2 и для трех профилей канала. Поскольку зависимость $\delta^*(r)$ несколько слабее, чем $M^*(r)$ ($\delta^* \sim \sqrt{M^*}$), при небольших перепадах $M^*(r)$ режим разделения можно считать удовлетворительным.

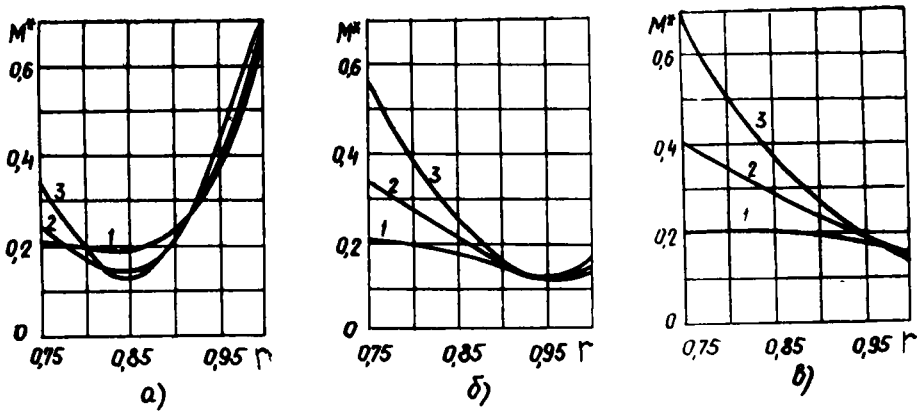

Рис. 1. Зависимость параметра M^* от радиуса ($\lambda=50$; $L=-0{,}1$):
1—$f=r^2$; *2*—$f=1$; *3*—$f=1/r$. *а*—$v_0=0{,}75$; *б*—$v_0=1{,}0$; *в*—$v_0=1{,}2$

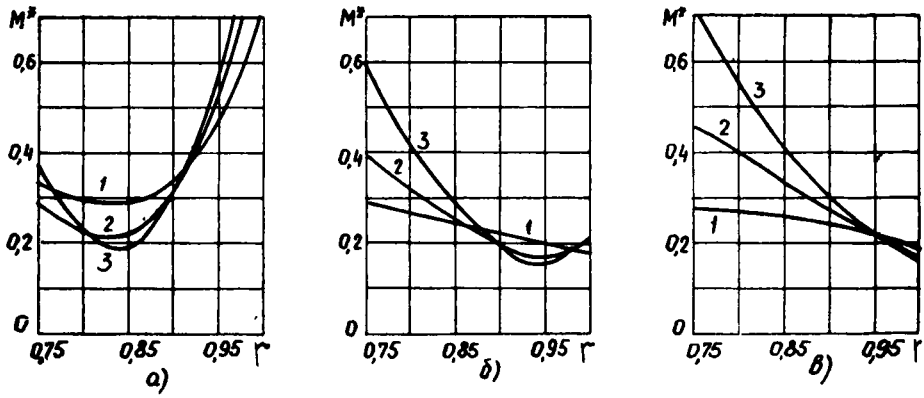

Рис. 2. Зависимость параметра M^* от радиуса ($\lambda=50$; $L=-0{,}15$):
1—$f=r^2$; *2*—$f=1$; *3*—$f=1/r$. *а*—$v_0=0{,}75$; *б*—$v_0=1{,}0$; *в*—$v_0=1{,}2$

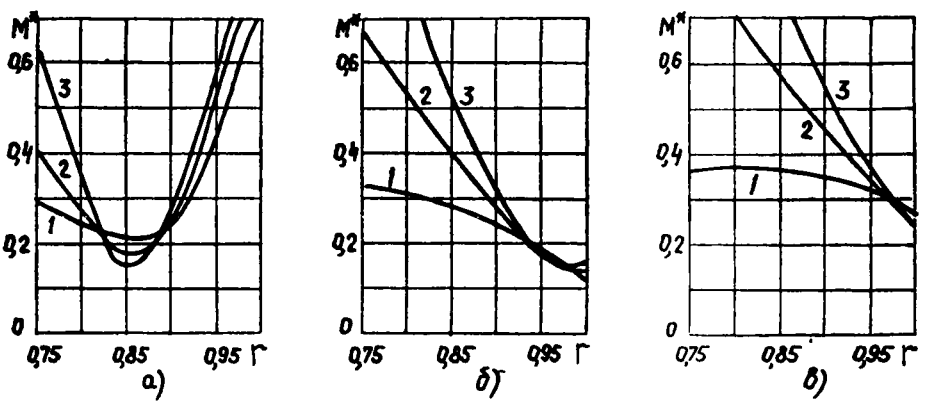

Рис. 3. Зависимость параметра M^* от радиуса ($\lambda=100$; $L=-0{,}1$):
1—$f=r^2$; *2*—$f=1$; *3*—$f=1/r$. *а*—$v_0=0{,}75$; *б*—$v_0=1{,}0$; *в*—$v_0=1{,}2$

Как видно из рис. 1—3 режимные параметры λ и L оказывают наибольшее влияние на величину границы разделения. Таким образом, теоретический расчет подтверждает, что рабочими параметрами ВЦК,

определяющими режим разделения, являются прежде всего скорость вращения ротора и расход несущей среды через ВЦК. Параметры λ и L оказывают также некоторое влияние на качество разделения, которое теоретически несколько возрастает при увеличении $|L|$ и уменьшении λ, что на практике соответствует классификации более крупных частиц.

Принципиальное значение при организации качественного процесса разделения имеет начальная закрутка несущей среды на входе в зону сепарации. Из рис. 1—3 следует, что наиболее качественному разделению соответствует $v_0=1$. Кроме того, значение v_0 определяет вид зависимости $M^*(r)$ и смещает координату, соответствующую минимальному значению $M^*(r)$, по радиусу зоны сепарации. При $v_0=1$ минимум $M^*(r)$ близок к входному радиусу, что позволяет при расчете ВЦК использовать непосредственно скорость вращения ротора, расход газа и радиус, соответствующий входу несущей среды и классифицируемых частиц в зону сепарации. Из рис. 1—3 видно, что при $v_0 \geqslant 1$ существенное влияние на качество классификации оказывает профиль канала зоны сепарации. Как следует из приведенных результатов теоретического расчета, в условиях ламинарного течения среды-носителя наиболее оптимальным является профиль $f=r^2$, при котором зависимость $M^*(r)$ близка к константе. Однако на практике при таком профиле зоны сепарации трудно обеспечить начальную закрутку, равную единице и соответствующую наиболее качественному разделению.

Здесь целесообразно установить условия, при которых частица граничного размера, соответствующего постоянству параметра M^*, не смогла бы пройти за счет своей инерционности зону сепарации, на всей протяженности которой должно выполняться для несущего потока соотношение

$$-\frac{v_\varphi^2}{r}=\frac{v_r}{\omega\tau}. \tag{1.7}$$

Тогда из уравнения движения в радиальном направлении для частицы граничного размера

$$w_r\frac{\partial w_r}{\partial r}-\frac{v_\varphi^2}{r}=\frac{v_r-w_r}{\omega\tau}$$

при условии (1.7) будем иметь

$$\frac{\partial w_r}{\partial r}=-\frac{1}{\omega\tau}. \tag{1.8}$$

Интегрируя (1.8) по r и определяя константу интегрирования как скорость частицы на радиусе входа в зону сепарации ($r_{вх}=1$, $\mathrm{const}=w_{r0}$), получим

$$w_r=\frac{1-r}{\omega\tau}+w_{r0}.$$

Релаксация частиц в зоне сепарации соответствует $w_r=0$. Следовательно, получим условие

$$\frac{1-r}{\omega\tau}=-w_{r0}.$$

Можно показать, что для частиц граничного размера $\tau=\frac{|L|}{\omega}$, в соответствии с чем условие релаксации частиц в зоне сепарации ВЦК запишется в виде

$$\frac{1-r_{\text{вых}}}{|L|} \geqslant |w_{r0}|, \tag{1.9}$$

где $r_{\text{вых}}$ — радиус выхода из зоны сепарации.

Так как согласно [3] релаксация частиц при нестоксовском режиме обтекания проявляется сильнее, условие (1.9) можно считать достаточно жестким. Для реальной модели ВЦК-3 ($r_{\text{вых}}=0{,}87$) при $|L|=0{,}2$, $\omega=100$ с$^{-1}$, $R_0=7\cdot10^{-2}$ м в соответствии с неравенством (1.9) получим ограничение на радиальную входную скорость частиц $W_{r0}\leqslant 4{,}55$ м/с, что при предварительной закрутке пылегазового потока на входе в сепарационную зону практически выполняется всегда.

В случае движения относительно крупных частиц в несущей среде стоксовский закон сопротивления уже не применим и в формулу (1.4) необходимо вводить поправку на закон сопротивления, учитывающую инерционность обтекания частиц при числах $\mathrm{Re}_\delta>0{,}1$. Эта поправка может быть учтена за счет использования подходящих полуэмпирических зависимостей для коэффициента сопротивления частиц в соответствующем интервале чисел Re_δ. В качестве такой зависимости может быть использована формула Л. С. Клячко (1.2), удовлетворительно согласующаяся со стандартной кривой в диапазоне чисел $\mathrm{Re}_\delta\leqslant 400$ (отклонение не более 2%). Однако использование этой зависимости в системе (1.1) приводит к трансцендентности выражения для граничного размера частиц, что весьма неудобно при инженерных расчетах. Поэтому разработка методики перерасчета стоксовского граничного размера разделения на нестоксовский представляет определенный интерес. В работе [2] установлена связь между граничными размерами частиц, определяемыми в соответствии с законом сопротивления по Стоксу (δ_c), и размерами, определяемыми в соответствии с формулой Л. С. Клячко ($\delta_к$):

$$\delta_к^2=(1+\Lambda_0\delta_к^{2/3})\,\delta_c^2,\quad \Lambda_0=0{,}167\left(\frac{V_0|v_r|}{\nu}\right)^{2/3}.$$

Обозначая $\bar\delta=\delta_к/\delta_c$ и $\sigma=\Lambda_0\delta_c^{2/3}$, получим выражение для относительного размера частиц в виде

$$\bar\delta^2=1+\sigma\bar\delta^{2/3}. \tag{1.10}$$

В этом выражении желательно избавиться от трансцендентности, для чего представим его правую часть как $F(\bar\delta)=1+\sigma\bar\delta^{2/3}$ и разложим в ряд Тейлора вблизи $\bar\delta=1$. Ограничиваясь в разложении тремя первыми членами, получим квадратное относительно $\bar\delta$ уравнение

$$\bar\delta^2=1+\frac{2}{9}\sigma+\frac{8}{9}\sigma\bar\delta-\frac{1}{9}\sigma\bar\delta^2,$$

имеющее следующие корни:

$$\bar\delta_{1,2}=\frac{4\sigma}{9+\sigma}\pm\sqrt{\frac{16\sigma^2}{(9+\sigma)^2}+\frac{9+2\sigma}{9+\sigma}}.$$

Поскольку $\bar\delta$ — величина сугубо положительная, физический смысл имеет только первый корень. Далее, обозначая правую часть как

$$\theta(\sigma)=\frac{4\sigma}{9+\sigma}+\sqrt{\frac{16\sigma^2}{(9+\sigma)^2}+\frac{9+2\sigma}{9+\sigma}}, \tag{1.11}$$

разложим ее в ряд Тейлора вблизи $\sigma=0$. Рассматривая наклон кривой $\theta(\sigma)$ в точках $\sigma=0$; 1; 2; 3, будем иметь слабые изменения наклона за-

висимости $\theta(\sigma)$: $\theta'(0)=0{,}5$, $\theta'(1)=0{,}536$, $\theta'(2)=0{,}49$, $\theta'(3)=0{,}44$, что дает нам право в разложении ограничиться двумя первыми членами, и для перерасчета размеров частиц получим формулу

$$\bar{\delta}=1+\frac{1}{2}\sigma. \tag{1.12}$$

На рис. 4 приведены зависимости $\bar{\delta}(\sigma)$ по уравнению (1.10), а на рис. 5 процент отклонения $\Delta\bar{\delta}^{(1)}$ и $\Delta\bar{\delta}^{(2)}$ значений $\bar{\delta}$, вычисленных по

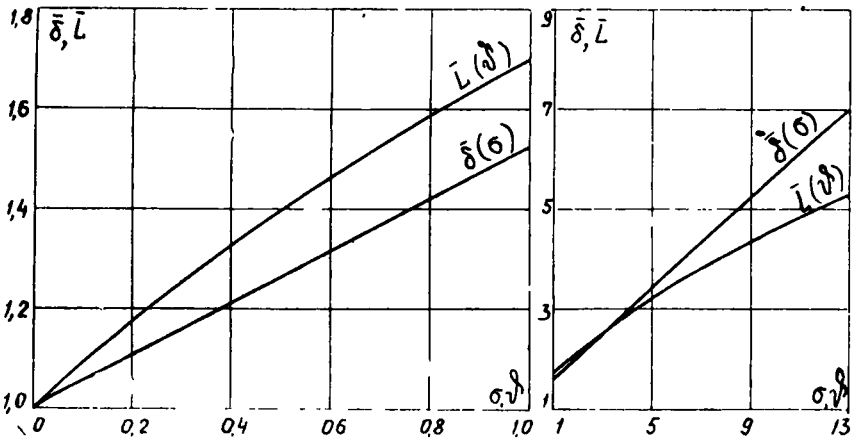

Рис. 4. Зависимость относительного размера частиц $\bar{\delta}$ и относительного расхода $\bar{L}$ от безразмерных комплексов σ и ϑ

(1.11) и (1.12) соответственно, от значений, полученных из (1.10). Так как в пределах изменения σ от 0 до 9 погрешность вычислений δ по (1.12), как видно из рис. 5, не превосходит $\pm 3\%$, а в реальных случаях значения σ не превышают $2\div 3$, точность формулы (1.12) можно считать удовлетворительной.

Если по заданному граничному размеру δ необходимо на входе в зону сепарации ($r=r=1$) установить соответствующую радиальную скорость газа, то из условия вращения частицы на равновесной траектории получим соотношение для относительного расхода

$$\bar{L}^{5/3}=\bar{L}^{2/3}+\vartheta, \tag{1.13}$$

где $\bar{L}=L_c/L_к$; L_c и $L_к$ — расходы в условиях сопротивления частиц по Стоксу и по Клячко соответственно:

$$L_{c,к}=q_{c,к}/2\pi R_0^2\omega h,\quad \vartheta=0{,}167\left(\frac{V_0|L_c|\delta}{\nu}\right)^{2/3}.$$

Таким образом, перерасчет расхода на условия сопротивления по зависимости Клячко сводится к вычислению относительного расхода по формуле (1.13), в которой целесообразно избавиться от трансцендентности. Для этого разложим функцию $\Psi(\bar{L})=\bar{L}^{5/3}-\bar{L}^{2/3}$ в ряд Тейлора в окрестности $\bar{L}=1$ и ограничимся тремя первыми членами разложения

$$\vartheta=\Psi(\bar{L})=(\bar{L}-1)+\frac{2}{3}(\bar{L}-1)^2,$$

откуда получим

$$\bar{L}=\frac{1}{4}\left(1+\sqrt{9+24\vartheta}\right). \qquad (1.14)$$

Зависимость $\bar{L}(\vartheta)$, вычисленная из уравнения (1.13), приведена на рис. 4. Погрешность вычислений расхода по формуле (1.14) показана на рис. 5.

Если при ламинарном течении среды в зоне сепарации расчет условий разделения проводился по формуле (1.5) с использованием распределения радиальных и окружных составляющих скорости из аналитического решения задачи [1], то для турбулентного течения имеем выражение только для среднеинтегральной окружной скорости u_φ [1], однако хорошо согласующееся с осредненными по сечению экспериментальными результатами. Учитывая, что турбулентные течения характеризуются выравниванием поля скорости по высоте канала, локальные значения составляющих скорости несущей среды в (1.4) для оценочных расчетов можно заменить на их среднеинтегральные значения по высоте зоны сепарации. Среднеинтегральная радиальная скорость выразится через расход как $u_r = L/rf$, где $f(r)$ — высота зоны сепарации на соответствующем радиусе. Подставляя u_r и u_φ в (1.4), получим

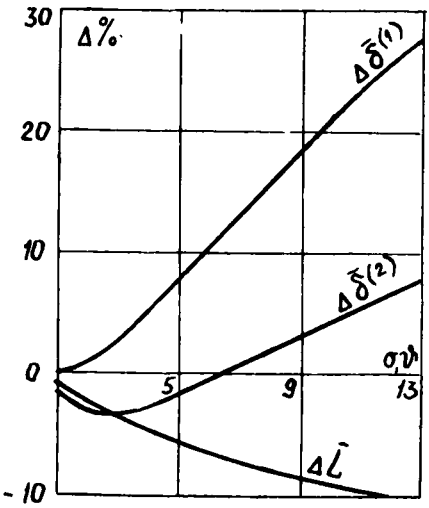

Рис 5. Процент отклонения относительных размера $\bar{\delta}$ и расхода $\bar{L}$, вычисленных по приближенным формулам (1.11), (1.12), (1.14), от их точных значений по соотношениям (1.10), (1.13)

$$\delta^2=A\frac{|L|}{fu_\varphi^2}.$$

Перейдем к граничным размерам частиц, вычисляемым в соответствии с формулой Л. С. Клячко, используя (1.12),

$$\delta_к=\sqrt{\frac{A|L|}{fu_\varphi^2}}\left[1+0{,}0835A^{1/3}V_0^{2/3}\frac{|L|}{f}\left(\frac{1}{r^2u_\varphi^2\nu^2}\right)^{1/3}\right]. \qquad (1.15)$$

Если через зону сепарации осуществляется потенциальный сток несущей среды $u_\varphi=v_0/r$, где $v_0=1$, получим из (1.15)

$$\delta_к=\sqrt{\frac{A|L|}{f}}\,r\left(1+0{,}0835\,A^{1/3}V_0^{2/3}\nu^{-2/3}\frac{|L|}{f}\right).$$

При параллельных вращающихся границах зоны сепарации ($f=1$)

$$\delta_к=r\sqrt{A|L|}\,(1+0{,}0835A^{1/3}V_0^{2/3}\nu^{-2/3}|L|),$$

откуда видно, что внутрь зоны сепарации граничный размер уменьшается. При $f=r^2$

$$\delta_к=\sqrt{A|L|}\left(1+0{,}0835\,A^{1/3}V_0^{2/3}\nu^{-2/3}\frac{|L|}{r^2}\right),$$

и в этом случае следует ожидать некоторого увеличения границы разделения внутрь зоны сепарации. При стоксовском сопротивлении частиц получим строгое постоянство граничного размера разделения по всей

зоне сепарации $\delta^2 = A|L| = \text{const}$ и полное соответствие с расчетом процесса разделения для этого профиля при ламинарном режиме течения.

Таким образом, теоретическое исследование процесса разделения частиц при различных профилях канала зоны сепарации в условиях ламинарного течения среды-носителя позволяет сделать следующие основные выводы.

1. Необходимыми условиями обеспечения высококачественной классификации являются выбор соответствующего профиля канала и равенство на радиусе входа в зону сепарации окружной скорости несущей среды и местной скорости границ зоны.

2. При выполнении вышеуказанных условий расчет процесса разделения может быть проведен по рабочим параметрам (скорость вращения ротора, расход газа через ВЦК) и характерному радиусу, соответствующим входу несущей среды в зону сепарации.

2. Влияние физико-механических свойств материала и рабочих параметров воздушно-центробежного классификатора на эффективность классификации

Качественное разделение тонкодисперсных материалов в подситовой области размеров частиц ($\delta \leqslant 40$ мкм) на ряд узких по крупности фракций является весьма актуальной задачей современных технологических процессов и научных исследований, направленных на развитие соответствующих отраслей промышленности.

В процессе опытной эксплуатации воздушно-центробежного классификатора (ВЦК) с профилированной вращающейся зоной сепарации [4] установлено, что данный аппарат позволяет разделять порошкообразные материалы на достаточно узкие фракции в широком диапазоне размеров частиц (от 5 до 200 мкм). Сравнение результатов разделения с известными, приводимыми для классификаторов центробежного типа [5], показывает определенное преимущество этой модели ВЦК. Так, на классификаторе «Микроплекс» [5] при границе разделения 8 мкм острота сепарации ($\varkappa_{65} = \delta_{65}/\delta_{35}$) получена равной 0,7, на ВЦК — $\varkappa_{65} = 0{,}85$.

Однако эффективность разделения в ряде случаев недостаточно высокая. Можно предположить, что снижение эффективности обусловлено или режимом работы аппарата, или физико-механическими характеристиками порошкообразных материалов. В этой связи экспериментальное исследование влияния физико-механических свойств материала и рабочих параметров ВЦК на эффективность классификации представляет большой практический интерес.

Режим работы воздушно-центробежного классификатора характеризуется, прежде всего, расходом воздуха, скоростью вращения ротора, границей разделения и расходной концентрацией разделяемого материала в несущей среде.

Тесная связь между границей разделения, расходом воздуха через сепарационный элемент и скоростью вращения ротора заложена в самом принципе воздушно-центробежной классификации. Соотношение между скоростью вращения сепарационного элемента и расходом воздуха определяет, в конечном итоге, граничный размер разделения. Но необходимое соотношение может быть достигнуто при самых различных абсолютных значениях скорости вращения и расхода в реальном диапазоне их изменения. В этой связи возникает необходимость изучения влияния уровня выбранных режимов работы аппарата на эффективность классификации. Для этого введем параметр, характери-

зующий уровень сил, действующих на частицы в зоне сепарации, — фактор разделения.

На частицы граничного размера разделения в условиях противоточной сепарации будут действовать силы, равные по величине и противоположные по направлению независимо от их уровня. Запишем разность сил, действующих на частицу, несколько отличающуюся своими размерами от граничной, например, для $\delta = 1{,}1\delta_{гр}$. При условии, что частицы шарообразны, эта разность запишется в виде

$$\Delta F = \frac{1}{6}\pi\delta^3\rho_m\frac{W_\varphi^2}{R} - \xi\frac{\pi\delta^2}{4}\rho_f\frac{(W_r - V_r)^2}{2}. \qquad (2.1)$$

Так как окружная скорость частицы зависит от скорости вращения сепарационного элемента, а относительная скорость обтекания частицы газом — от расхода воздуха, ΔF будет изменяться в соответствии с изменением режима работы ВЦК. Отнесем эту разность к весу частицы граничного размера. Тогда в предположении, что частица вращается со скоростью границ зоны сепарации, а скорость ее обтекания определяется через расход и кольцевое сечение зоны сепарации, получим в условиях стоксовского режима обтекания фактор разделения в виде

$$\frac{\Delta F}{mg} = 1{,}149\cdot 10^{-3} n^2 R - 4{,}82\cdot 10^{-6}\frac{\rho_f}{\rho_m}\frac{q}{RH\delta_{гр}^2}, \qquad (2.2)$$

где R и H — условно выбираемые и остающиеся неизменными во всех расчетах характерные радиус и высота сечения зоны сепарации конкретной модели ВЦК; n — скорость вращения ротора, об/мин; g — расход воздуха через зону сепарации, м³/с.

Таким образом, фактор разделения $\frac{\Delta F}{mg}$ выражает разность сил, действующих на частицу, превышающую на 10% граничный размер разделения, отнесенную к весу частицы граничного размера. Очевидно, что запись фактора разделения в форме (2.2) носит несколько формализованный характер, так как согласно (2.1) действительное значение разности сил будет иметь локальное значение в каждой точке зоны сепарации, определяемое через окружную и относительную радиальную составляющие скорости частиц в этой точке. Однако в данном случае, с целью обобщения экспериментальных данных, расчет фактора разделения по (2.2) можно считать целесообразным, так как зависимость (2.2) соответствует физическим представлениям о влиянии режимных параметров, основных размеров зоны сепарации, а также плотности материала на интенсивность процесса классификации.

Экспериментальное исследование влияния фактора разделения на эффективность классификации проводилось на ВЦК с $R = 7\times 10^{-2}$м и $H = 10^{-2}$м на кварцевом песке ($\rho_m = 2600$ кг/м³) с постоянной дисперсностью ($\delta_{ср^3} = \sqrt[3]{\frac{1}{n}\Sigma\delta_i^3} = 65$ мкм). Все опыты проведены при минимальной расходной концентрации ($\mu = 0{,}1$ кг/кг).

Методика проведения экспериментов заключалась в следующем. Расход воздуха варьировался от минимального для данного материала до максимально возможного при имеющемся техническом обеспечении. Для каждого фиксированного расхода выбиралась такая скорость вращения ротора, чтобы выполнялось разделение исходного материала по границе 50 мкм. Граница разделения, таким образом, во всех опытах оставалась неизменной. Эффективность разделения определялась по методике, описанной в [6].

Результаты экспериментального исследования влияния фактора разделения на эффективность классификации приведены на рис. 6. Как видно из графика, в пределах изменения фактора разделения от 6 до 50 с вероятностью 95% эффективность классификации для данного аппарата можно считать постоянной.

Постоянство эффективности классификации в рассмотренном диапазоне изменения фактора разделения можно объяснить пропорциональным ростом факторов, положительно и отрицательно влияющих на качество разделения. Так, с увеличением фактора разделения растет абсолютное значение силы, воздействующей на частицы, отличающиеся на 10% от $\delta_{гр}$, что должно обеспечивать повышение остроты класси-

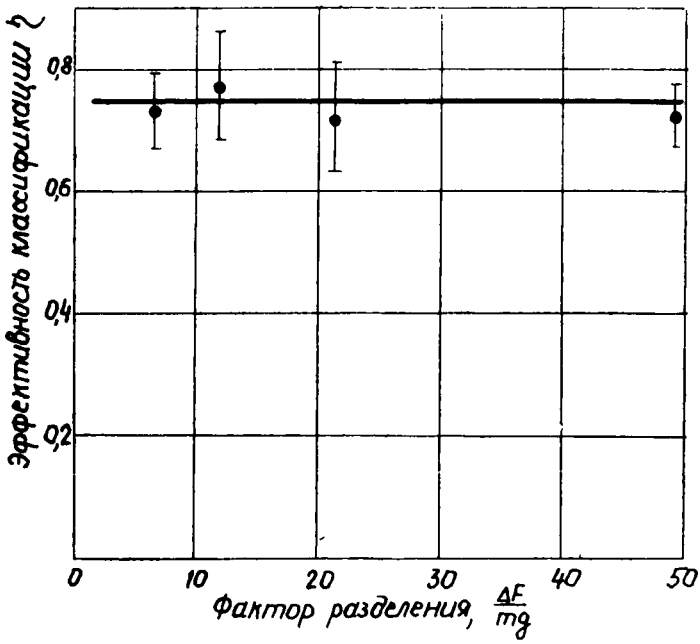

Рис. 6. Влияние фактора разделения на эффективность классификации

фикации. С другой стороны, с ростом расхода воздуха увеличивается радиальная скорость частиц, что приводит к уменьшению времени их пребывания в зоне сепарации, а это может привести к увеличению числа частиц, способных к проскоку зоны сепарации.

Таким образом, можно сделать вывод, что интенсификация процесса разделения в определенном диапазоне не сказывается отрицательным образом на качестве классификации, а это, в конечном итоге, дает возможность повысить производительность конкретного аппарата за счет увеличения скорости вращения ротора и расхода воздуха через ВЦК.

Падение качества разделения при повышении концентрации материала в несущей среде отмечено рядом авторов для всех классификаторов гидродинамического типа [5, 6] Во многих случаях вводится понятие критической концентрации, превышение которой делает процесс классификации практически невозможным. Изучение влияния концентрации на эффективность разделения для конкретного классификатора имеет большое практическое значение, так как позволяет наиболее рационально выбрать мощность средств обеспечения расхо-

да несущей среды и габаритные размеры установки при заданной производительности по исходному продукту.

При исследовании влияния концентрации для ВЦК с профилированной зоной сепарации использовался кварцевый песок. Зависимость приведена на рис. 7. Из графика видно, что для данного классификатора наиболее интенсивное падение эффективности с ростом концентрации получено для $\delta_{гр} = 100$ мкм. С уменьшением граничного размера разделения зависимость эффективности классификации от расходной концентрации уменьшается. Характерным также для полученных результатов является отсутствие в данном диапазоне варьирования критической концентрации, превышение которой приводило бы к резкому падению эффективности.

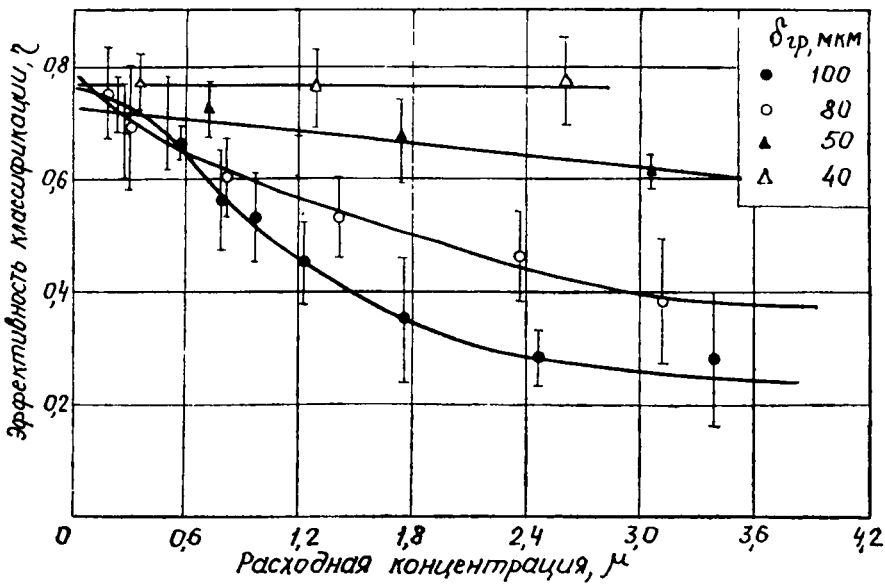

Рис. 7. Зависимость качества разделения ВЦК от расходной концентрации исходного материала

Резкое падение эффективности классификации при достижении критической расходной концентрации объясняется преобладающим влиянием эффекта взаимодействия частиц полидисперсного материала между собой. Такое явление характерно для аппаратов, у которых один из продуктов разделения (например, крупная фракция) выводится навстречу поступающему в зону сепарации исходному материалу [5]. Очевидно, что в таких случаях истинная концентрация частиц в некоторых участках зоны сепарации может на несколько порядков превышать критическое значение расходной концентрации.

На данном аппарате [4] ввод исходного материала в зону сепарации осуществляется отдельно от выходов продуктов разделения, так что эффект взаимодействия частиц со стенками сепарационного элемента повышается постепенно с ростом концентрации. Так как материал вводится в зону сепарации снизу, то следует ожидать повышенного взаимодействия частиц с верхним профилированным диском ротора. Действительно, для частиц с $\delta_{гр} = 100$ мкм наблюдается наиболее сильное падение эффективности, которое постепенно уменьшается с уменьшением граничного размера разделения.

Результаты исследования влияния концентрации на эффективность

разделения для конкретного аппарата показывают, что данный классификатор в подситовой области размеров частиц позволяет достичь высоких производительностей при относительно небольших размерах установки и малых расходах несущей среды.

Проведенные исследования позволяют дать определенные рекомендации для конструирования высокоэффективных ВЦК.

1. Ввод исходного материала в зону сепарации должен осуществляться отдельно от вывода продуктов разделения.

2. Скорость ввода частиц граничного размера должна быть подобрана таким образом, чтобы их кинетическая энергия была недостаточной для достижения стенок зоны сепарации.

Экспериментальные исследования показали, что для классификаторов с профилированной вращающейся зоной сепарации влияние плотности материала частиц на эффективность классификации незначительно (диапазон варьирования плотности материала 1000—6000 кг/м^3). При заданном режиме работы аппарата увеличение плотности ведет к соответствующему уменьшению граничного размера разделения. Если же для различных материалов поддерживать одну и ту же границу разделения, эффективность классификации изменяется в пределах погрешности эксперимента.

Основной характеристикой порошкообразного материала, оказывающей существенное влияние на эффективность классификации, является его дисперсный состав. Так как процесс классификации носит некоторый стохастический характер, вероятность попадания частиц определенного размера не в свой продукт разделения будет зависеть от их количества в исходном материале. Следовательно, дисперсный состав исходного материала прямым образом связан с эффективностью классификации. Для экспериментального исследования использовался кварцевый песок с различной степенью дисперсности. Принцип подготовки фракций заключается в следующем. Исходный материал классифицировали на ВЦК по определенному граничному размеру, мелкий и крупный продукты разделения смешивались в пропорциях 0/100; 25/75; 50/50; 100/0, определялся средневесовой размер каждой полученной фракции согласно

$$\delta_{ср}=\sum_{i=1}^{n}\Delta R_i\,\delta_{ср^3 i}, \qquad (2.3)$$

где $\Delta R_i=\dfrac{p_i}{\sum\limits_{i=1}^{n}p_i}\cdot 100\%$ — весовое процентное содержание частиц;

$p_i=\dfrac{1}{6}\pi\delta_{ср^3 i}\,\rho_m\,N_i$ — весовое количество частиц в каждой фракции;

$\delta_{ср^3 i}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}(\delta_i^3+\delta_{i+1}^3)}$ — среднекубический размер частицы в интервале $(\delta_i,\ \delta_{i+1})$; N_i — число частиц, находящихся в каждой фракции.

С целью обобщения экспериментальных данных введем безразмерный параметр, выражающий соотношение между средневесовым размером исходного материала и границей разделения. Результаты исследований в виде зависимости эффективности классификации от параметра $\delta_{ср}/\delta_{гр}$ представлены на рис. 8. Как видно из рисунка, зависимость $\eta(\delta_{ср}/\delta_{гр})$ имеет ярко выраженный максимум, несколько смещенный вправо от соотношения средневесового размера и границы разделения, равного единице. При увеличении крупности исходного материала относительно границы разделения падение эффективности более плавное, чем для материалов со средним размером, меньшим $\delta_{гр}$.

Полученная зависимость отражает стохастический характер влияния дисперсности материала на эффективность классификации. Действительно, при уменьшении среднего размера количество частиц в единице насыпного веса исходного материала резко возрастает, а следовательно, возрастает и вероятность их попадания не в свой продукт разделения.

Результаты исследования влияния дисперсности материала на эффективность воздушно-центробежной классификации имеют большое практическое значение. На основании опытных данных можно сделать вывод, что высокоэффективная классификация может быть проведена по границе, равной или меньшей в 1,5 раза средневесового размера исходного материала. Для достижения более низкой границы разделе-

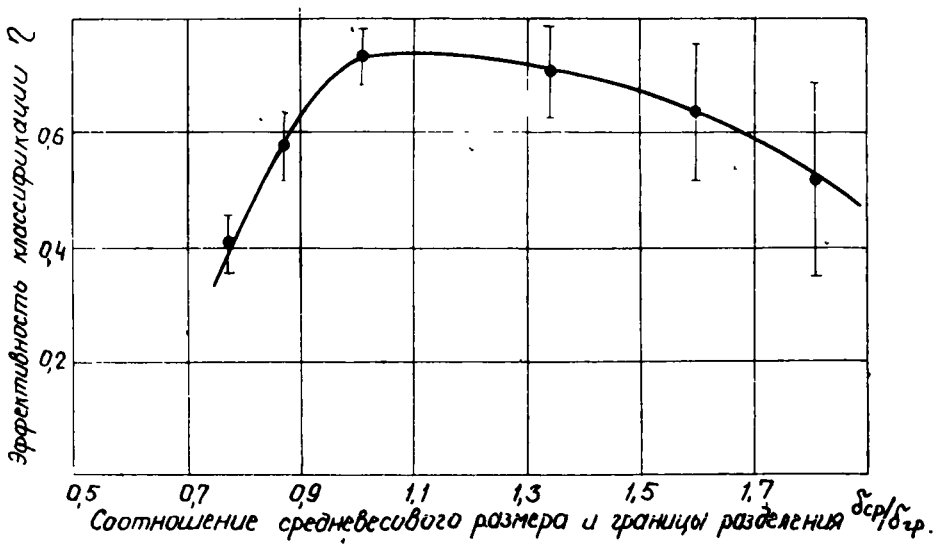

Рис. 8. Зависимость эффективности классификации от соотношения крупности исходного продукта и границы разделения

ния целесообразно последовательное разделение материала. Причем при последовательном разделении исходного материала с уменьшением границы разделения может обеспечиваться одинаково высокая эффективность.

В некоторых отраслях промышленности, а также во многих исследовательских работах существует реальная необходимость в получении наборов фракций порошкообразного материала различной крупности. В связи с этим большой интерес представляет многосекционный ВЦК [7]. Дисперсный состав реальных порошкообразных материалов обычно имеет максимум, смещенный в сторону крупных частиц. Поэтому последовательная классификация таких материалов, начиная с границы разделения, соответствующей среднему размеру исходного продукта, и по уменьшающимся граничным размерам в следующих секциях аппарата в принципе позволяет получать более чистые мелкие фракции, чем при одноактном разделении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шиляев М И, Росляк А. Т., Арбузов В. Н, Зятиков П. Н. Исследование гидродинамики течения несжимаемого потока несущей среды в сепарационном элементе воздушно-центробежного классификатора — В сб: Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск ун-та, 1979.

2. Шваб В. А., Шиляев М. И. Расчет траектории движения твердых частиц в центробежном пылеотделителе. — В сб.: Вопросы импульсного пневмотранспорта, газоочистки и пневматического перемешивания дисперсных материалов. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1972

3 Палатник И. Б, Крикунов М. В К определению времени релаксации аэрозольных частиц при нелинейном законе сопротивления — В сб: Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики. Алма-Ата, Наука, 1977, вып. 12, с. 124.

4. Зятиков П. Н., Росляк А. Т. Исследование воздушно-центробежного классификатора дисперсных материалов.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск ун-та, 1977, с. 134.

5. Ушаков С. Г., Зверев Н. И. Инерционная сепарация пыли. М, Энергия, 1970.

6 Барский М. Д, Ревнивцев В. И, Соколкин Ю В Гравитационная классификация зернистых материалов. М., Недра, 1974

7. Шваб В. А., Росляк А. Т., Бирюков Ю. А., Зятиков П. Н Воздушно-центробежный классификатор порошкообразных материалов. А. с. № 614830.

СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ДИСПЕРСНОСТИ МИКРОПОРОШКОВ

Н. Г. КВЕСКО, В. К. НИКУЛЬЧИКОВ

В настоящее время для различных отраслей народного хозяйства характерно резкое увеличение объема производства и расширение областей применения тонкодисперсных материалов с размерами частиц менее 100 мкм. Основной характеристикой порошкообразных материалов является их дисперсный или гранулометрический состав, от которого зависит и качество изделий и эффективность многих технологических процессов. Поэтому задача получения объективной информации о гранулометрическом составе тонкодисперсных материалов приобретает весьма актуальное значение.

Зависимость ряда физико-механических свойств порошкообразных материалов от размеров частиц вызвала многообразие разработанных на настоящее время методов дисперсного анализа. Однако каждый метод имеет свою систематическую погрешность, обусловленную физическим принципом, заложенным в его основу. В настоящей работе приведены результаты дисперсных анализов узких фракций тонкодисперсного алюминия, проведенных наиболее распространенными методами анализа в подситовой области размеров частиц, с целью сопоставления и дальнейшей корректировки результатов на основе общего для всех методов параметра, в частности среднего диаметра частиц $D_{ср}$.

Порошкообразный алюминий был выбран в качестве эталонного материала в связи с шарообразной формой частиц, полученных способом распыления расплава, и их механической прочностью. Для уменьшения ошибки при определении среднего диаметра частиц на воздушно-центробежном классификаторе [1] были выделены сравнительно узкие фракции материала: 40/20 мкм (79% по весу частиц); 28/14 мкм (81% по весу); 28/10 (70% по весу); 20/7 мкм (90% по весу).

Остановимся на методах определения удельной поверхности. В данном случае их можно использовать как источники быстрой предварительной информации для определения среднего размера частиц исследуемого материала.

Определение удельной поверхности проводилось на приборе Дерягина [2], ПСХ-4 [3] и усовершенствованной его модификации АДП-1 (разработка ВНИИСМ).

При определении удельной поверхности путем замера фильтрации воздуха через слой при давлении близком к атмосферному (ПСХ-4,

АДП-1) используется метод Козени—Кармана [4]. Определение удельной поверхности в этом случае производится по формуле

$$S_{уд}' = \frac{CM\sqrt{\tau}}{Q},$$

где C — постоянная прибора для двух выбранных рисок, которая легко определяется при наличии порошка с известной плотностью и величиной удельной поверхности; M — величина, зависящая от температуры опыта и высоты слоя порошка; τ — время падения столба жидкости между выбранными рисками; Q — величина навески порошка.

По мнению авторов прибора, с его помощью можно успешно замерять удельную поверхность порошков в диапазоне (1500—12000) см²/г. Однако по другим источникам [4] в тонких порошках ($S_{уд} > 4000$) при проходе воздуха через слой начинает сказываться эффект газокинетического скольжения, в результате чего наблюдается снижение аэродинамического сопротивления. Тем не менее неоспоримыми преимуществами данного метода являются быстрота, простота и хорошая воспроизводимость результатов.

Метод определения удельной поверхности, основанный на измерении воздухопроницаемости слоя при сильном разрежении (так называемый метод Дерягина) [5], предполагает кнудсеновский режим течения. В этом случае длина свободного пробега молекул газа больше размеров пор, то есть соударения между молекулами крайне редки по сравнению с ударами о стенки пор, и средняя длина пробега молекул воздуха между двумя соударениями должна быть значительно больше максимального поперечника пор слоя.

Величина удельной поверхности в этом случае определяется формулой

$$S_{уд} = K\frac{\delta^2 h_p}{Q h_q} \ (м^2/г),$$

где K — постоянная прибора, в нашем случае равная 9,8; δ — пористость; h_p — измеренный перепад давления на манометре; h_q — показания шкалы реометра.

При сравнении величин удельной поверхности, полученных этим методом и методом Козени—Кармана, существенных различий обнаружить не удалось. Результаты сравнения представлены в табл. 1.

Таблица 1

Фракция, мкм	ПСХ-4		АДП-1		Прибор Дерягина	
	см²/г	мкм	см²/г	мкм	см²/г	мкм
40/20	1100	20,3	1173	19,2	1170	19,1
28/14	1218	18,4	1305	17,2	1309	17,16
20/10	1352	16,6	1375	16,3	1394	16,12
20/7	1770	12,6	1871	12,0	1856	12,1

Для определения величин $S_{уд}$ на всех приведенных приборах проводились серии опытов, в результате которых снимались четырехкратные замеры показаний. Величина $S_{уд.ср}$, помещенная в табл. 1, определялась как среднее арифметическое полученных значений $S_{удi}$. При этом относительная ошибка

$$\frac{\Delta S_{\text{уд. ср}} - \Delta S_{\text{уд}i}}{\Delta S_{\text{уд. ср}}} \cdot 100\%$$

не превышала 1,2%.

Как видно из табл. 1, величина удельной поверхности, определенная с помощью прибора Дерягина и на АДП-1, несколько выше, чем у ПСХ-4. Разницу в показаниях ПСХ-4 и АДП-2 можно, вероятно, объяснить большей технической совершенностью последнего. Что же касается прибора Дерягина, то результаты замеров на нем практически совпадают с показаниями АДП-1, откуда следует, что несмотря на разницу в режимах работы (в одном случае имеет место фильтрация газа через слой при сильном разрежении, в другом — при давлении, близком к атмосферному) мы получаем идентичные результаты, что, по-видимому, свидетельствует о достоверности полученных значений $S_{\text{уд}}$.

Однако нельзя не отметить, что в методе Дерягина встречаются некоторые трудности, ощутимо уменьшающие такие его достоинства, как простота и быстрота получения информации. Прежде всего это вопрос запрессовки образца. Согласно методике [6] и описанию метода [4, 5] запрессовку следует производить при значительных давлениях (удельное давление прессования равно 400—700 кг/см^2), прессуя образцы послойно (толщина слоя 2 мм). Как показывает опыт, в данном случае возникает опасность разрушения структуры материала (особенно это касается материалов, имеющих кристаллическую структуру). Кроме того, рекомендуется производить замеры $S_{\text{уд}}$ при величине пористости $\delta = 0{,}5$. Мы же в результате такой запрессовки получаем значения δ в диапазоне $0{,}3 \div 0{,}4$, что, безусловно, сказывается на величине $S_{\text{уд}}$. И, наконец, чисто технические трудности связаны с выбором и заменой капилляра реометра для реализации кнудсеновского режима течения.

Таким образом, поскольку существенной разницы в определении удельной поверхности перечисленными приборами нет, предпочтение следует отдать методу замера фильтрации газа через слой при давлении, близком к атмосферному, как наиболее простому, быстрому и надежному (обладающему лучшей воспроизводимостью).

В качестве сравниваемых дифференциальных способов определения гранулометрического состава были выбраны метод счетной оптической микроскопии и счетчик Коултера [4].

Анализ частиц методом оптической счетной микроскопии проводился на микроскопе МВ=30S (производство ПНР) со стереоскопическим фазовым контрастом. Максимально возможное увеличение микроскопа — 1875×, использованные для исследований рабочие увеличения — 225×; 500×; 900×.

Для определения размеров частиц в окуляр микроскопа вмонтирована масштабная сетка Глаголева, цена деления которой для каждого увеличения определялась по объект-микрометру. Измерение и подсчет числа частиц, а также расчет фракционного состава изучаемой пробы проводился согласно ГОСТу 3647-71 [7]. Необходимо отметить, что микроскопический анализ дает численное распределение частиц по выбранным (достаточно узким) диапазонам фракций ($\delta_i \div \delta_{i+1}$). В [7] предлагается для перерасчета в весовое распределение пользоваться среднеарифметическим размером $\delta_{\text{ср}} = \frac{\delta_i + \delta_{i+1}}{2}$, однако из физических соображений [8] более корректно пользоваться среднекубическим размером

$$\delta_{ср3} = \sqrt[3]{\frac{\delta_i^3 + \delta_{i+1}^3}{2}}.$$

Весь диапазон частиц в изучаемой пробе разбивался на ряд узких фракций согласно ГОСТу 9206-70 [9] по закону

$$\delta_i \approx \frac{\delta_{i+2}}{2} \ (мкм).$$

При анализе пробы подсчитывалось число частиц, находящихся в каждой узкой фракции изучаемых размеров N_i. Затем по формуле

$$P_i = N_i \frac{\pi \delta_{ср\,3i}}{6} \rho$$

определялось весовое количество частиц в каждой фракции $(\delta_i \div \delta_{i+1})$ и весовое процентное содержание

$$\Delta R_i = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i} \cdot 100\%.$$

Существенным недостатком микроскопического анализа является малая представительность отбираемой пробы. По ГОСТу 3647-71 число изучаемых частиц должно быть не менее 500. Специальные исследования показали, что при соблюдении этого условия ошибки в определении δ составляют 10%.

Дифференциальные способы объемной гранулометрии исследовались на примере метода, базирующегося на законах электропроводности суспензии и представленного счетчиком Коултера, который в настоящее время считается одним из самых точных и надежных приборов современного дисперсного анализа. Замеры проводились на аппарате «Coulter-Counter» модели «TA» производства Coultronics France S. A.

Согласно методике проведения анализа на счетчике Коултера предварительно диспергированная суспензия помещается в стакан с электролитом, где поддерживается во взвешенном состоянии с помощью мешалки. Однако большая часть крупных частиц очень быстро успевает осесть на дно и в дальнейшем ходе анализа участия не принимает, через капилляр проходят более мелкие частицы, которые в действительности находятся во взвешенном состоянии. При повторном промешивании суспензии слишком большое количество крупных частиц проскакивает через капилляр, опять-таки не отражая при этом истинной картины. Таким образом, не зная предварительно хотя бы приблизительного распределения частиц по размерам, очень трудно из всего потока получаемой информации выделить истинную, зная же такое распределение, оператор, несомненно, будет субъективен в своих оценках. На рис. 1 изображена гистограмма одного и того же порошка, снятая со счетчика Коултера двумя разными операторами.

На рис. 2 и 3 представлены дифференциальные кривые анализа гранулометрического состава узких фракций алюминия, полученных методом оптической счетной микроскопии (сплошные кривые) и на счетчике Коултера (пунктирные кривые).

На рис. 2 изображены счетные дифференциальные кривые распределения. Как видно из рис. 2, а, б, для крупных фракций 40—20 мкм и 28—14 мкм характер кривых, полученных с помощью счетчика Коултера и оптическим микроскопированием, практически повторяется,

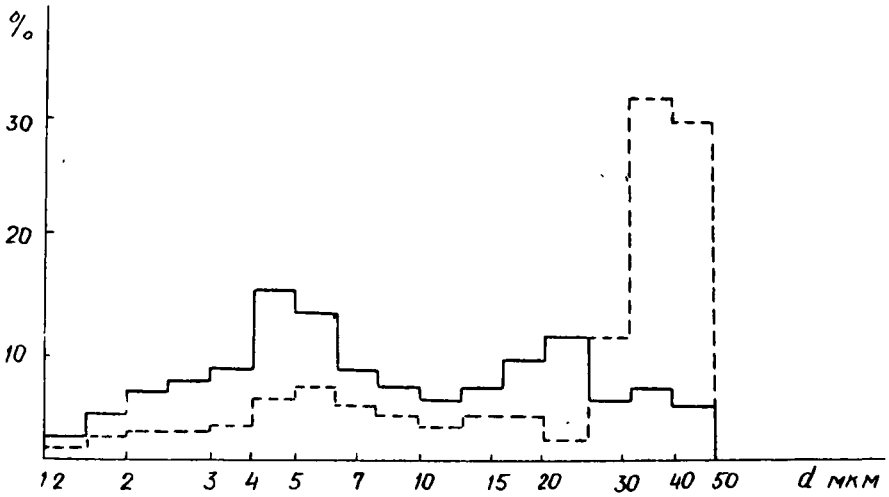

Рис. 1. Гистограммы одного и того же порошка, снятые со счетчика Коултера разными операторами

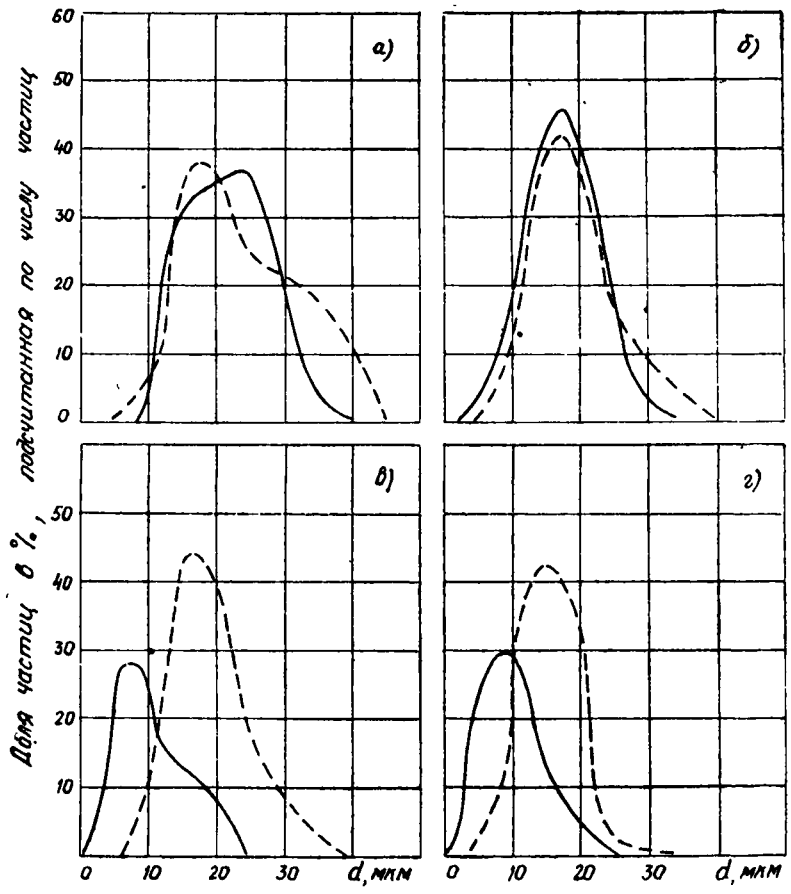

Рис. 2 Дифференциальные кривые распределения по числу частиц узких фракций алюминия: *а* — фракция 40/20 мкм (79% по весу); *б* — фракция 28/14 мкм (81% по весу); *в* — фракция 20/10 мкм (82% по весу); *г* — фракция 20/7 мкм (90% по весу)

максимумы кривых либо находятся на одной линии (рис. 2, б), либо несколько смещены в сторону крупных частиц для микроскопического анализа. Средние диаметры $D_{ср}$ в том и другом случае отличаются не более чем на 8%, что считается вполне приемлемым в практике микроскопии.

Анализ мелких порошков представлен на рис. 2, в, г. Как видно из рисунков, кривые микроскопического анализа значительно смещены в сторону мелких частиц. Объясняется это тем, что в счетчике Коултера при диаметре капиллярного отверстия ~100 мкм, выбор которого

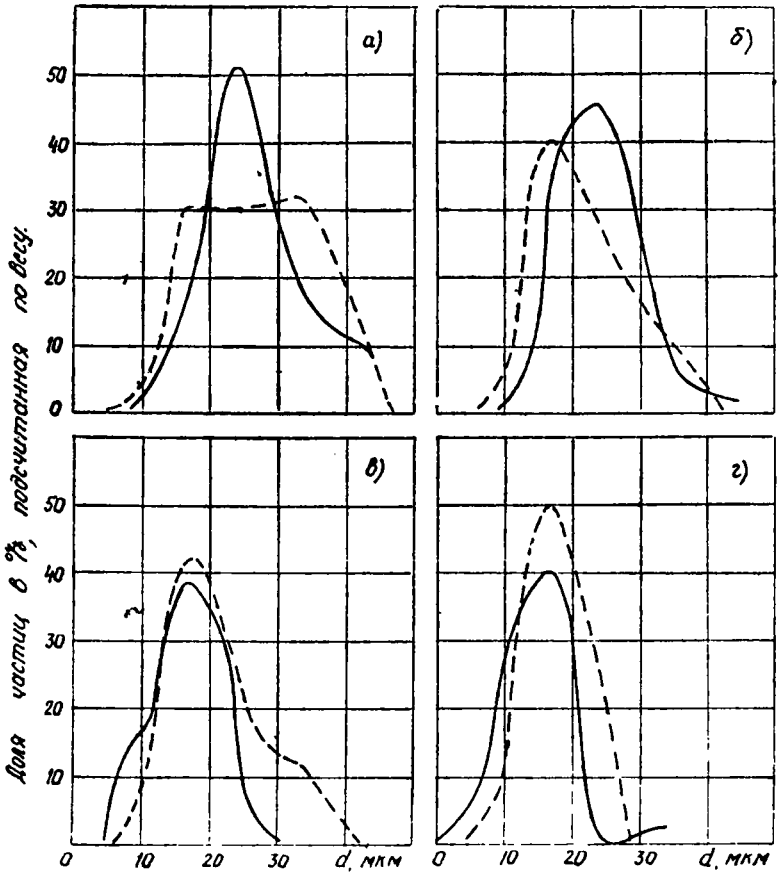

Рис. 3. Дифференциальные кривые распределения по весу частиц узких фракций алюминия: *а* — фракция 40/20 мкм; *б* — фракция 28/14 мкм; *в* — фракция 20/10 мкм; *г* — фракция 20/7 мкм

именно в таких пределах обусловлен наличием в порошке частиц порядка 40 мкм, не обеспечивается чувствительность схемы для регистрации частиц с размерами, меньшими 8 мкм. Это подтверждается и идентичным ходом записи гистограмм в диапазоне 1,2÷8 мкм при анализе порошков различной дисперсности.

На рис. 3 представлены дифференциальные кривые тех же фракций, но построенные по приведенной выше методике, т. е. по весовой доле частиц определенного интервала размеров в совокупном продукте, взятой в %. В этом случае наблюдается обратная картина: кривые, характеризующие гранулометрический состав мелких фракций 20—10 мкм и 20—7 мкм (рис. 3 в, г) совпадают по характеру и по распределению максимумов, что вполне объяснимо, так как при пересчете ве-

совая доля малых по размерам частиц, несмотря на большое их количество, будет невелика, в то время как доля крупных частиц значительно возрастет.

Таким образом, относительно дифференциальных методов анализа гранулометрического состава, представленных методом оптической счетной микроскопии и счетчиком Коултера, можно сказать следующее. Эти методы обладают неоспоримым преимуществом по сравнению с остальными: они основаны на индивидуальном изучении отдельных частиц. Однако каждый из них не лишен специфических, присущих именно этому методу, недостатков. В методе счетной микроскопии таким недостатком является малая представительность пробы. Даже просчитав требуемые по ГОСТу 500 частиц, нельзя быть уверенным, что полученный результат отражает истинную картину. Многое зависит в данном случае от тщательности подготовки проб. Немаловажен фактор субъективности: один наблюдатель заносит частицы с каким-то граничным размером фракции в один класс, где этот граничный размер будет минимальным, а другой — в следующий, где частицы этого размера выступают уже в качестве максимальных. Кроме того, хотя метод микроскопии и считается одим из самых всеобъемлющих (имеется в виду диапазон его работы), тем не менее очень трудно соблюсти истину, если размеры частиц материала представлены в широких пределах. В этом случае ошибки в подсчете крупных частиц существенно влияют на результат анализа.

При работе счетчика Коултера нами отмечены следующие недостатки. Прежде всего это выбор электролита, который должен удовлетворять всем требованиям, предъявляемым к жидкостной седиментации, и необходимость обеспечения равномерного распределения частиц всех размеров по всему объему электролита.

Для обеспечения нормальной работы счетчика необходимо подбирать отверстие капилляра, в 2,5 раза превышающее максимальный размер исследуемых частиц. Поскольку регистрация частиц малых размеров в этом случае затруднена, то диапазон дисперсности анализируемого материала сильно сужается.

И, наконец, вид кривой распределения, выбираемый оператором либо на основе априорных данных о дисперсном составе, либо руководствуясь соображениями интуиции, ставит результат анализа в существенную зависимость от фактора субъективности.

Таблица 2

Фракции, мкм	Сч. Коулт. по ч. ч.	Микрос. по ч. ч.	Сч. Коул. по весу	Микрос. по весу	ПСХ-4	АДП-1	Пр. Дер.
	$Д_{ср}$ мкм						
40/20	24,5	22,0	27,0	26,0	20,3	19,2	19,1
28/14	17,5	18,0	20,3	23,0	18,4	17,2	17,2
20/10	17.8	9,2	20,5	16,5	15,7	13,5	16,12
20/7	14,4	8,8	15,4	14,5	12,6	12,0	12,1

В табл. 2. представлены значения средних диаметров частиц $D_{ср}$ для каждой фракции, определенных всеми перечисленными в работе методами. Как видно из табл. 2, использование этих значений $D_{ср}$ даже для предварительных оценок весьма затруднено, так как диапазон изменения их достаточно широк.

Подводя итоги, следует отметить, что ни один из исследованных методов анализа не позволяет получить истинную информацию о распределении частиц по размерам. Для того чтобы получить интересующие сведения с определенной достоверностью и точностью, приходится прибегать к многочисленным исследованиям, привлекая при этом все новые и новые приборы. Тем не менее получаемые даже таким образом результаты нуждаются в определенных коррективах.

Разрешение многих трудностей, связанных с получением кривых распределения частиц по размерам, может быть достигнуто с разработкой сканирующих устройств, основанных на обработке микрофотографий порошков. Основным достоинством подобных систем является быстрая машинная обработка большого числа статистических данных, связанных с размерами частиц. Подобная система разработана в НИИ ПММ [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Зятиков П. Н., Росляк А. Т. Исследование воздушно-центробежного классификатора дисперсных материалов — В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1977.
2. Дерягин Б. В, Захаваева Н. Н., Талаев М. В. Прибор для определения удельной поверхности порошковых и дисперсных тел по сопротивлению течению разреженного воздуха, М, Изд-во АН СССР, 1953.
3. Соминский Д. С, Ходаков Г. С. Прибор ПСХ-2 для определения удельной поверхности измельченных материалов. — Информационное сообщение ВНИТИСМ. 1956, № 21
4. Коузов П. А. Основы анализа дисперсного состава промышленных пылей и измельченных материалов. М, Химия, 1974.
5. Дерягин Б. В., Захаваева Н. Н., Талаев М. В., Филипповский В. В. Определение удельной поверхности порошкообразных тел по сопротивлению фильтрации разреженного воздуха. М., Изд-во АН СССР, 1957.
6. Прибор Д-III для определения удельной поверхности порошков по сопротивлению течению разреженного воздуха. Руководство. М, 1970.
7. ГОСТ 3647—71. Материалы абразивные в зерне Классификация по крупности, нормы зернового состава и методы испытаний. М., 1973.
8. Фукс Н. А. Успехи механики аэрозолей. М., Изд-во АН СССР, 1961
9. ГОСТ 9206—70. Порошки алмазные М., 1973.
10. Еньшин А. В., Зайцев В. Г., Козлов А. А., Надоховский Г. В, Постников В. Г. Автоматизация обработки интерферограмм сверхзвукового потока.— Материалы пятой научной конференции по математике и механике. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1975.

7 заказ 1223

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗНОСА РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИМПУЛЬСНОГО ПНЕВМОИЗМЕЛЬЧИТЕЛЯ

В. Н. ПАЧИН, Н. К. ТАНКОВ

В процессе помола в результате ударного и истирающего воздействий со стороны частиц измельчаемого материала отдельные поверхности измельчителя подвергаются износу. Это приводит к сокращению долговечности аппарата, засорению измельченного материала продуктами износа, а также отклонению режима помола от оптимального значения. В ряде случаев указанные недостатки являются определяющими при выборе метода измельчения и конструкции аппарата.

В этой связи исследование закономерностей износа рабочих поверхностей вновь созданных импульсных пневмоизмельчителей представляет интерес как с точки зрения оценки чистоты продукта помола, так и разработки мероприятий по повышению их долговечности и надежности.

Исследования проводились на однотрубном лабораторном аппарате, описание конструкции и принцип действия которого приведены в работе [2]. Все элементы аппарата изготовлены из материала Ст. 3. В качестве измельчаемых материалов использовались высокоабразивные материалы: кварцевый песок с начальным размером частиц $\delta_n = 0{,}2—1{,}5$ мм, феррованадий $\delta_n = 0{,}5—4{,}5$ мм, хромистый электрокорунд $\delta_n = 1{,}6—4{,}5$ мм, кристаллический бор $\delta_n = 0{,}2—4{,}5$ мм. Представительность по массе продуктов помола составляла не менее 100 кг каждого из указанных материалов.

Величина износа оценивалась отношением потери веса материала рабочих элементов аппарата к вновь образованной поверхности измельченного материала

$$k = \frac{q}{Q\Delta S} = \frac{\nu}{\Delta S},$$

где k — коэффициент износа, кг/м^2; q — потеря веса материала, рабочего элемента, кг; Q — вес измельченного материала, кг; ΔS — прирост удельной поверхности, м^2/кг.

Величина $\nu = \frac{q}{Q}$ характеризует удельный намол металла в продукте измельчения.

Данные по удельному намолу получены в результате химического анализа на содержание железа в исходном и измельченном материалах.

Измерения удельной поверхности выполнены по методу Козени—Кармана на приборе ПСХ-4.

Для кварцевого песка одной партии дополнительно проведены исследования по определению удельного намола железа в планетарной мельнице, вибромельнице, аппарате вихревого слоя и дезинтеграторе. Результаты полученных опытных данных, а также известные значения коэффициентов износа для шаровых мельниц Ш-3810, Ш-100 и вибромельницы М-200 [1] сведены в табл. 1.

Таблица 1

Показатели удельного намола и коэффициентов износа измельчителей

Тип аппарата	Измельчаемый материал	Начальный размер частиц, мм	Прирост уд пов., м²/кг	Удельный намол, %	Коэффициент износа, мккг/м²
1	2	3	4	5	6
Импульсный пневмоизмельчитель	Кварцевый песок	0,2—1,5	520	0,23	4,42
	Электрокорунд	1,6—4,5	570	0,51	8,9
	Хромистый ферроваиадий	0,5—4,5	587	0,24	4,09
	Бор кристаллический	0,2—4,5	620	0,81	13,06
Планетарная мельница	Кварцевый песок	0,2—1,5	—	23,55	—
Вибромельница	Кварцевый песок	0,2—1,5	—	1,53	—
Аппарат вихревого слоя	Кварцевый песок	0,2—1,5	—	4,99	—
Дезинтегратор	Кварцевый песок	0,2—1,5	—	0,54	—
Шаровая мельница Ш-3810	Кварцевый песок	средний 0,5	502	—	8,5
Шаровая мельница Ш-100	Кварцевый песок	средний 0,5	500	—	11,3
Вибромельница М-200	Кварцевый песок	Средний 0,5	480	—	8,4

Сравнение опытных данных показывает, что коэффициент износа и удельный намол железа при измельчении однотипного материала (кварцевого песка) в импульсном пневматическом измельчителе значительно ниже по сравнению с соответствующими значениями для других аппаратов. При этом необходимо учесть также тот факт, что мелющие тела в вибромельнице, шаровых мельницах и дезинтеграторе изготовлены из материалов с повышенной износоустойчивостью.

Распределение содержания примеси железа в различных фракциях продукта измельчения кристаллического бора в импульсном пневмоизмельчителе приведено в табл. 2. Наибольший процент железа содержится в тонкой (0—40 мкм) фракции и остатке на фильтре. Характерно, что для промежуточных фракций 70—135 и 135—200 мкм содержание примеси более чем в два раза ниже, чем в исходном материале. Это можно объяснить тем, что разрушение кристаллических материалов осуществляется в основном по плоскостям, содержащим микро- и

Таблица 2

Показатели содержания железа при измельчении кристаллического бора

Характеристика материала	Размер частиц, мкм	Весовое содержание фракции, %	Содержание железа, %
Исходный материал	200—4500	100	0,35
Измельченный материал	0—40	72,35	1,45
	40—70	17,85	0,35
	70—135	4,32	следы
	135—200	3,06	0,14
Остаток на фильтре	0—20	2,47	1,91

макродефекты структуры кристаллической решетки в виде инородных включений, в частности железа. При интенсивном силовом взаимодействии между частицами, имеющем место в импульсном пневмоизмельчителе, поверхности этих частиц очищаются от примесей.

С учетом того, что выход заданных фракций в импульсном пневмоизмельчителе может регулироваться в широких пределах, описанный механизм извлечения примесей с успехом может быть использован в ряде промышленных производств, где известные методы оказываются неприемлемыми, например, для удаления вредных примесей фосфора при получении чистого хрома.

Таблица 3

Показатели износа рабочих элементов импульсного пневмоизмельчителя

Характеристика поверхности	Износ, кг	Намол железа, %	Коэффициент износа, мккг/м²
Отбойная плита	0,0065	0,003	0,051
Разгонная труба	0,4781	0,239	4,071

В импульсном пневмоизмельчителе ударному и истирающему воздействию со стороны измельчаемого материала подвержены отбойная плита и разгонная труба. Профиль и коэффициент износа рабочих поверхностей этих элементов определялся посредством измерения их геометрических размеров и массы. До и после измельчения контрольной партии феррованадия массой 200 кг при начальном размере частиц 0,5—4,5 мм до продукта с удельной поверхностью $S=587$ м²/кг отбойная плита и разгонная труба в нескольких ее сечениях были тщательно промерены и взвешены. Значения коэффициентов износа приведены в табл. 3. Незначительный износ отбойной плиты $k=0{,}051$ мккг/м² подтверждает вывод, сделанный в работе [2], об образовании на отбойной плите защитного слоя дисперсного материала, препятствующего интенсивному ее износу при ударе поршневой массы (эффект самофутеровки). Основная часть намола железа в измельченном материале образуется за счет изнашивания разгонной трубы $k=4{,}071$ мккг/м².

Геометрия износа разгонной трубы приведена на рис. 1. Как видно, наиболее интенсивно изнашивается конечный участок трубы длиной 20 см. С целью уменьшения износа целесообразно использовать на этом участке наконечник, выполненный из износоустойчивых материалов типа микролит ЦМ-332, твердого сплава ВК-6 и др.

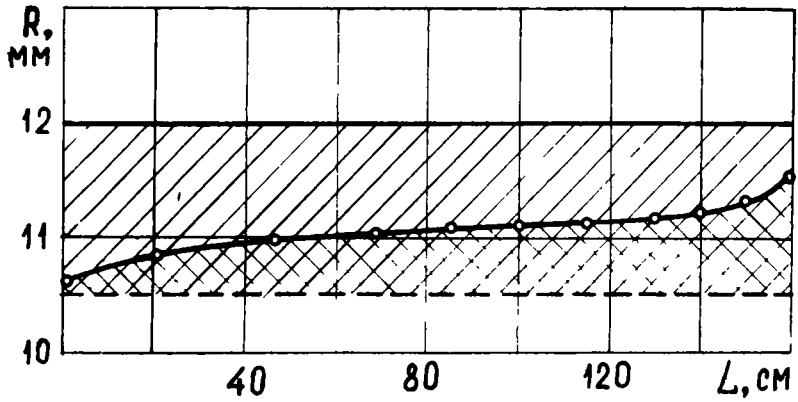

Рис. 1 Геометрия износа разгонной трубы (пунктирная линия— начальное состояние поверхности)

Результаты химического анализа содержания железа в продукте измельчения кварцевого песка показывают, что в процессе износа разгонной трубы степень ее износа уменьшается. В начальный период, когда профиль разгонной трубы был близок к цилиндрическому, удельный намол железа составил $\nu = 0{,}24$. При достижении износа до профиля, приведенного на рис. 1, удельный намол уменьшился до $\nu = 0{,}18$. Последнее можно объяснить тем, что при поршневой структуре прямолинейно направленного движения дисперсного материала в канале диффузорного профиля интенсивность взаимодействия частиц со стенкой уменьшается.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Среди исследованных типов мельниц (шаровых, вибрационных, планетарных, вихревых и дезинтегратора) импульсный измельчитель обеспечивает минимальные коэффициент износа и намол примесей в целевом продукте.

2. Наибольший намол железа содержат тонкодисперсные фракции продуктов измельчения.

3. Основная часть загрязнения измельченного материала определяется износом разгонной трубы импульсного измельчителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ходаков Г. С. Тонкое измельчение строительных материалов М, Стройиздат, 1972.

2. Шваб В. А., Пачин В. Н., Курочкин В. Н, Губин Е. И Исследования процессов движения и удара поршневой массы дисперсного материала применительно к условиям работы импульсного пневматического измельчителя.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1977.

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ПЫЛЕГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

В. Ю. ВИКЛОВ, А. И. ЧЕРНИКОВ

Пожаро-взрывоопасность пылегазовых смесей (ПГС), возникающих во многих технологических процессах современных производств, требует надежных методов определения условий их воспламенения. Критические характеристики воспламеняемости ПГС зависят от большого числа факторов, и теоретические разработки данного вопроса имеют пока очень приближенный характер, поэтому на первый план выдвигаются экспериментальные методы исследования. Однако, несмотря на многообразие предложенных методик и конструкций экспериментальных установок [1—7], вопрос о надежности получаемых результатов остается открытым [8]. Основной причиной расхождения значений критических характеристик воспламеняемости ПГС, получаемых разными исследователями, является неоднородность и невоспроизводимость концентрации твердой фазы в рабочих объемах взрывных камер [8, 9], но тем не менее в известных работах отсутствует анализ и последовательный учет временных и пространственных флуктуаций концентрации твердой фазы. В работе [10], например, предложено использовать статистические закономерности распределения концентрации в опытах в окрестности инициатора воспламенения при определении концентрационных пределов воспламенения ПГС. Однако набор статистических данных производился ловушкой постоянного объема без учета характерных линейных масштабов тепловых процессов, происходящих в ПГС, в то время как здесь определяющими являются размер инициатора и глубина прогрева ПГС энергетическим импульсом. Следует отметить, что флуктуации концентрации твердой фазы однозначно определяются размерами области пространства, в которой производится регистрация концентрации для статистической обработки. Поэтому ПГС, создаваемые для исследования протекающих в них физических процессов, необходимо характеризовать параметрами, определяющими величину возможных флуктуаций концентрации твердой фазы, в зависимости от размеров элементарных объемов выборки и при планировании экспериментов и оценке погрешности получаемых результатов учитывать флуктуацию, соответствующую характерным размерам изучаемого физического процесса. Особую важность, на наш взгляд, приобретает такой учет при определении критических характеристик воспламеняемости ПГС, поскольку их значения являются критериями для оценки пожаро-взрывоопасности дисперсных материалов.

Представляется естественным в качестве параметра, характеризующего флуктуацию концентрации твердой фазы в ПГС, принять коэффициент неоднородности, то есть относительное среднеквадратическое отклонение концентрации от среднего арифметического значения, определенного для заданного элементарного объема выборки

$$D=\frac{1}{\bar{m}}\left[\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(m_i-\bar{m})^2\right]^{1/2},\quad \bar{m}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}m_i, \qquad (1)$$

где m_i — масса твердой фазы в элементарном объеме выборки; N — число элементарных объёмов выборки в случае определения пространственной неоднородности концентрации или число замеров концентрации в выделенном пространственном объеме в случае оценки воспроизводимости концентрации в последовательных опытах. Очевидно, что значение D при прочих равных условиях зависит от величины элементарного объёма выборки и должно уменьшаться с увеличением последнего.

Теоретическое предсказание значения коэффициента неоднородности невозможно и должно определяться экспериментально.

В качестве примера можно привести методику экспериментального определения D для узких фракций частиц с учетом пропорциональности массовой и счетной концентраций и основанную на фотосъёмке объёма, занятого ПГС, с использованием боковой импульсной подсветки световым «ножом» заданной толщины. Причем с целью определения распределения частиц твердой фазы по объёму, фотосъёмка производится с последовательным перемещением светового «ножа» перпендикулярно его плоскости по всему объёму с шагом, равным толщине светового «ножа», как показано на рис. 1. Использование быстродействующей фотокамеры позволяет просканировать объём за время, меньшее времени жизни ПГС.

Подсчет числа частиц на фотонегативах производится по элементарным квадратам со стороной l, равной толщине светового ножа, то есть по наименьшим элементарным объемам выборки, имеющим форму куба. Коэффициент неоднородности $D(l)$ вычисляется по формулам (1) с учетом пропорциональности массовой и счетной концентраций. Объединяя наименьшие элементарные объёмы в кубы со стороной $2l$, $3l$,... и т. д. (рис. 1), получаем последовательно значения $D(2l)$, $D(3l)$,... и т. д. Таким образом, получаем набор значений D в зависимости от характерного линейного размера элементарного объема выборки.

Данная методика была использована для оценки пространственной однородности ПГС в устройстве с проточной камерой. Типичный вид зависимости коэффициента неоднородности от линейного размера элементарного объема выборки представлен на рис. 2. Здесь показана зависимость D от l для твердой фазы с плотностью частиц $\sim 3{,}2\cdot 10^3$ кг·м$^{-3}$, средним размером частиц $\sim 1{,}6\cdot 10^{-4}$ м и относительной концентрации ~ 5 кг/кг.

Видно, что D с уменьшением l быстро возрастает и становится очевидной необходимость учета этой зависимости при обработке и интерпретации получаемых результатов исследований физических процессов в ПГС. Следует отметить, что в случае, когда для создания ПГС используется устройство, позволяющее варьировать параметры, влияющие на однородность концентрации твердой фазы, возможно отыскание такого их набора, при котором реализуется мини-

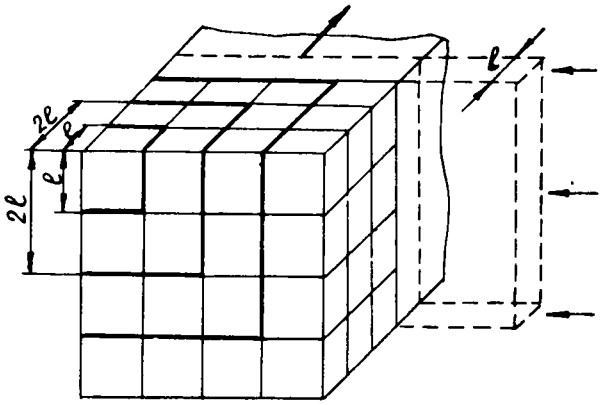

Рис. 1

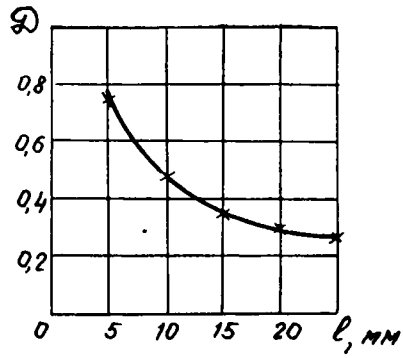

Рис. 2

мальное значение D. Это, в свою очередь, дает возможность сократить число опытов, необходимых для определения предельных значений параметров, характеризующих изучаемые процессы в ПГС с заданной погрешностью и принятой доверительной вероятностью.

Можно надеяться, что использование коэффициента неоднородности, зависящего от линейного масштаба изучаемого физического процесса при проведении исследований, позволит упорядочить статистическую обработку экспериментов по определению критических условий воспламенения ПГС и проводить сравнение результатов, полученных различными методами, с учетом их достоверности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Таубкин С. И, Таубкин И С. Пожаро- и взрывоопасность пылевидных материалов и технологических процессов их переработки. М., Химия, 1976.
2. Злобинский Б. М, Иоффе В Г, Злобинский В. Б. Воспламеняемость и токсичность металлов и сплавов М, Металлургия, 1972.
3. Померанцев В. В., Шагалова С Л, Резник В. А., Кушнаренко В. В. Самовозгорание и взрывы пыли натуральных топлив Л, Энергия, 1978
4. Предупреждение внезапных взрывов газодисперсных систем Киев, Наукова думка, 1971.
5. Всесоюзный научно-исследовательский институт противопожарной обороны. Временная инструкция по определению нижнего концентрационного предела воспламенения, максимального давления взрыва, скорости нарастания давления и минимального взрывоопасного содержания кислорода газовзвесей твердых веществ (№ 20—76). М, 1976
6. Всесоюзный научно-исследовательский институт противопожарной обороны. Временная инструкция по определению нижнего концентрационного предела воспламенения металлических порошков (№20М—72). М., 1972
7. Тодес О М, Гольцикер А Д, Ионушас К. К. Исследование процесса формирования и развития фронта пламени в аэродисперсных системах. — ФГВ, 1974, т. 10, № 1, с. 98—106.
8. Ловачев Л. А О пределах воспламенения пылевоздушных смесей. — ФГВ, 1976, т. 12, № 2, с. 307—309.
9. Ловачев Л. А. О характеристиках взрываемости пылевых облаков — ФГВ, 1978, т. 14, № 2, с. 153—155
10. Васильева Г. И., Нейков О. Д. Статистические закономерности при определении нижнего концентрационного предела взрываемости аэродисперсных систем.— В кн.: Предупреждение внезапных воспламенений порошков и взрывов газодисперсных систем. Киев, Наукова думка, 1975, с. 45—51.

ЗАВИСИМОСТЬ КРИТЕРИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ ВЕЩЕСТВА ОТ ПАРАМЕТРОВ ЕГО РЕОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ*

И. В. ДУДИН

Поверхностное разрушение вещества происходит вследствие наличия подходящих внешних факторов самой разнообразной природы. Одной из разновидностей разрушения является тот случай, когда оно наступает во время технологического процесса в результате несоответствия параметров процесса прочностным характеристикам изделия или каким-нибудь свойствам перерабатываемого вещества.

Например, при больших интенсивностях заполнения высоковязким материалом прессформы снизу может наблюдаться явление растрескивания поднимающейся свободной поверхности материала. При малых интенсивностях это явление отсутствует. Таким образом, можно сделать вывод, что поверхностное разрушение взаимосвязано с параметрами формования, которые, в свою очередь, определяют диапазон изменения реологических переменных вещества.

Если в конкретных условиях удастся выявить предельные, отвечающие требованиям целостности изделия, значения реологических переменных, то при переходе к изготовлению других изделий или при перемене перерабатываемого сырья эта информация определенным образом может быть использована для отладки технологического графика в новых условиях. Важно поэтому сформулировать те правила, следуя которым можно произвести коррекцию ранее отработанного режима на новые варианты.

Эта проблема перекликается с задачей о нахождении и исследовании критериев подобия гидродинамических явлений, имеющих место при заполнении прессформ композитными высоковязкими веществами, проявляющими свойства неньютоновских жидкостей.

Следует подчеркнуть две стороны названной задачи, а именно: надо выбрать один или несколько критериев, характеризующих разрушение свободной поверхности, а затем установить их связь с легко контролируемыми параметрами технологического процесса, какими, например, могут быть интенсивность заполнения (производительность установки, массовый расход формующей жидкости), значение давления во входовом узле (перепад давления между входовым узлом и свободной поверхностью), температура массы, ее текучесть (вязкость) и т. п.

Критерии разрушения вообще и свободной поверхности в частности устанавливаются путем детального анализа внутренней структуры формующей массы, ее физико-химических свойств, изучения взаимосвязей между реологическими переменными. Другими словами, эти критерии

можно выявить, не решая задачу гидродинамики о течении вещества в прессформе. В некоторых случаях эти критерии можно постулировать или назначить, сообразуясь с опытными сведениями.

Вторая сторона вопроса, то есть взаимосвязь критериев разрушения с параметрами формования, предполагает обязательное решение механической задачи о течении. Полученное решение должно пролить свет на зависимость выбранных критериев от контролируемых параметров процесса. Управляя последними, можно способствовать развитию эффектов разрушения или предотвращать их появление.

В соответствии со сказанным допускается, что отношение s/σ площади свободной поверхности формующей массы к площади поперечного сечения прессформы может служить одним из критериев целостности свободной поверхности. При наступлении разрушения это отношение должно заметно возрастать за счет роста площади трещин. До появления последних оно остается практически неизменным в широком диапазоне изменения массовых расходов при условии, что под σ понимается площадь именно того сечения, на которое опирается свободная поверхность.

Если определить отвечающее появлению трещин значение отношения s/σ в лабораторных условиях, то в последующем этим значением можно воспользоваться как критерием подобия для отладки натурного процесса заполнения. Сложность будет заключаться в том, что непосредственно измерить площадь свободной поверхности часто представляется невозможным. С тем чтобы обойти эту сложность, надо теоретически установить, как зависит площадь свободной поверхности формующей массы от контролируемых параметров режима формования, то есть попытаться решить задачу гидродинамики заполнения прессформы неньютоновской средой.

Решить эту задачу в полной постановке можно только на ЭВМ. Но при этом нужные связи едва ли можно вскрыть в том виде, в каком это нужно для целей практики. Поэтому можно попытаться обнаружить требуемую зависимость площади разрушения от параметров процесса на примере какой-нибудь простейшей задачи, имея дело на первых порах с достаточно простой моделью неньютоновской жидкости.

Примером такой задачи может служить задача о выдавливании вязкопластической жидкости из сосуда через вертикальный цилиндрический насадок.

Длина l насадка выбирается из тех соображений, чтобы внутри него обеспечивалось стационарное течение. В таком случае секундный объемный расход Q жидкости, постоянный перепад давления Δp, предельное напряжение сдвига τ, вязкость среды μ и радиус насадка R, как известно из [1], будут связаны между собой соотношением

$$Q=\frac{\pi R^4}{8\mu}\frac{\Delta p}{l}\left(1-\frac{4}{3}\frac{2\tau}{\frac{\Delta p}{l}R}+\frac{1}{3}\left(\frac{2\tau}{\frac{\Delta p}{l}R}\right)^4\right).$$

Поскольку всегда имеет место неравенство $2\tau<\frac{\Delta p}{l}R$, то вместо точной формулы можно брать приближенную

$$Q=\frac{\pi R^4}{8\mu}\frac{\Delta p}{l}\left(1-\frac{4}{3}\frac{2\tau}{\frac{\Delta p}{l}R}\right),$$

которую для дальнейшего целесообразно переписать в виде

$$\frac{\partial p}{\partial z}=-\left(\frac{8\pi\mu Q}{s^2}+\frac{8\sqrt{\pi}\tau}{3\sqrt{s}}\right), \tag{1}$$

где через s обозначена площадь поперечного сечения насадка и учтено, что $\frac{\partial p}{\partial z}=-\frac{\Delta p}{l}$. Очевидно, что при отсутствии предельного напряжения сдвига последняя формула переходит в классическую для ньютоновской жидкости.

Что касается течения вне насадка, то оно характерно тем, что при выдавливании образуются капли, которые по мере увеличения своего веса отрываются от маточной части жидкости. Течение носит явно выраженные признаки нестационарности; его параметры представляют собой функции, в осесимметричном варианте зависящие помимо времени еще от поперечной и продольной координаты. Его анализ надо проводить на основе системы из трех уравнений: двух уравнений движения и уравнения неразрывности (несжимаемости).

Не имея возможности получить подробное и полное решение такой системы, примем, что для течения вне насадка справедливо ранее приведенное соотношение (1), в котором под Q и s надо понимать переменный вдоль капли секундный расход жидкости и переменную площадь поперечного сечения капли.

Уравнение несжимаемости

$$\frac{\partial}{\partial r}rv_r+\frac{\partial}{\partial z}rv_z=0$$

применительно к нашему случаю перепишем в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial r}2\pi\gamma r\dot{r}+\frac{\partial}{\partial z}2\pi\gamma r\dot{z}=0,$$

где γ — удельный вес жидкости, а точкой обозначено дифференцирование по времени.

Теперь видно, что величины, стоящие под знаками производных, можно представить через площадь сечения s и весовой расход жидкости $\dot{G}=\gamma Q$ в следующем виде:

$$2\pi\gamma r\dot{r}=\gamma\dot{s},\quad 2\pi\gamma r\dot{z}=\frac{\partial\dot{G}}{\partial r}.$$

Вследствие этого уравнение несжимаемости допускает такое представление

$$\frac{\partial^2}{\partial r\,\partial t}\left(\gamma s+\frac{\partial G}{\partial z}\right)=0,$$

где под G понимается вес формирующейся капли.

Двойное интегрирование полученного уравнения приводит к хорошо известному из анализа соотношению

$$\frac{\partial G}{\partial z}=-\gamma s, \tag{2}$$

связывающему между собой вес тела вращения с площадью его поперечного сечения.

В соответствии с определением напряжения, возникающего в произвольном сечении под действием собственного веса свешивающейся части вещества, должно быть $p=G/s$. Следовательно, для свешивающейся части справедливо будет

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{1}{s}\left(\frac{\partial G}{\partial z}-\frac{G}{s}\frac{\partial s}{\partial z}\right).$$

Путем сопоставления полученного равенства с выражением (1) при наличии замечания (2) легко устанавливается, что форма массы вещества, находящейся вне насадка, удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$G\frac{ds}{dz}=8\pi\mu Q+\frac{8\sqrt{\pi}}{3}\tau s^{3/2}-\gamma s^2. \tag{3}$$

Казалось бы, что при переменных G и Q оно представляет собой неполную систему. Однако если его перевести в уравнение в частных производных для основной функции $G=G(t, z, s)$, то в новом виде оно станет достаточным для корректной формулировки задачи о нахождении веса, а значит и формы свешивающейся части. В приведенной же записи оно показывает, что поперечное сечение свешивающейся части стремится сверху или снизу в зависимости от интенсивности выдавливания к своему экстремальному значению, которое находится из соотношения

$$8\pi\mu Q+\frac{8\sqrt{\pi}}{3}\tau s^{3/2}-\gamma s^2=0, \tag{4}$$

формально не зависящего от веса свешивающейся части, но содержащего переменный расход.

Переменность расхода обусловлена действием сил тяжести: как только жидкость покидает насадок, каждая частица начинает двигаться ускоренно, чем и создается дополнительный расход, приводящий к появлению наплывов, каплеобразованию и, в конечном счете, к разрыву свешивающейся части.

Некоторые сведения об объемном расходе жидкости для течения вне насадка можно получить из того же уравнения (1). После дифференцирования его левой и правой части частным образом по s с учетом того, что

$$\frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial s}=-\frac{\partial}{\partial z}\frac{G}{s^2}=\frac{1}{s^2}\left(\gamma s+\frac{2G}{s}\frac{\partial s}{\partial z}\right),$$

можно установить наличие соотношения

$$2G\frac{ds}{dz}=16\pi\mu Q-8\pi\mu s\frac{\partial Q}{\partial s}+\frac{4}{3}\sqrt{\pi}\tau s^{3/}-\gamma s^2,$$

которое, конечно, должно являться другой формой ранее полученного дифференциального уравнения (3). На основании этих соображений заключаем, что расход вещества для течения вне насадка удовлетворяет дифференциальному равенству

$$\frac{\partial Q}{\partial s}=\frac{\gamma}{8\pi\mu}s-\frac{\tau}{2\sqrt{\pi}\mu}s^{1/2}.$$

Выполняя его интегрирование, при условии совпадения искомого расхода на срезе насадка с заданным внутри него расходом Q_0 получим выражение

$$Q=Q_0+\frac{\gamma\sigma^2}{16\pi\mu}\left(\left(\frac{s}{\sigma}\right)^2-1\right)-\frac{\tau\sigma^{3/2}}{3\sqrt{\pi}\mu}\left(\left(\frac{s}{\sigma}\right)^{3/2}-1\right), \tag{5}$$

которое сохраняет свою силу вдоль свешивающейся части вещества и, следовательно, остается справедливым при достижении экстремального сечения.

Допуская, что разрыв вещества происходит как раз в экстремальном сечении, пользуясь равенствами (4) и (5), можно найти площадь сечения разрыва и скорость движения частиц в момент разрыва. В частности, безразмерная площадь s/σ указанного сечения найдется в виде

$$\left(\frac{s}{\sigma}\right)^2=\frac{16\pi\mu Q_0}{\gamma\sigma^2}+\frac{16\sqrt{\pi}}{3}\frac{\tau}{\gamma\sqrt{\sigma}}-1, \tag{6}$$

и, следовательно, в соответствии с (4) средняя скорость выдавленной массы вещества в момент его разрыва вычислится по правилу

$$\frac{Q}{s}=\frac{\gamma\sigma}{8\pi\mu}\left(\frac{s}{\sigma}-\frac{8\sqrt{\pi}\tau}{3\gamma\sqrt{\sigma}}\left(\frac{s}{\sigma}\right)^{1/2}\right).$$

При выдавливании через насадок сильновязких жидкостей площадь сечения разрыва мало отличается от площади сечения самого насадка, то есть отношение $s/\sigma\approx 1$. В таком случае формула (6) позволяет расчетным способом установить значение предельного напряжения сдвига по известной интенсивности выдавливания, удельному весу жидкости и ее вязкости. Соответствующая формула имеет вид

$$\tau=\frac{3}{16\sqrt{\pi}}\gamma\sqrt{\sigma}\left(2-\frac{\gamma\sigma^2}{16\pi\mu Q_0}\right).$$

Изложенная методика получения площади сечения разрыва, то есть методика вывода формулы (6), легко обобщается на случай жидкости любых реологических свойств.

Покажем, как это делается. С этой целью заметим, что задача о продавливании вещества по цилиндрическому капилляру решается теоретически, если реологический закон поведения жидкости известен, и может быть решена экспериментально с целью построения кривой течения

$$\frac{\sqrt{\sigma}}{2\sqrt{\pi}}\frac{\Delta p}{l}=f\left(\frac{4\sqrt{\pi}Q}{\sigma^{3/2}}\right),$$

или в других обозначениях

$$\tau=f(\dot{\gamma}).$$

Следовательно, зависимость

$$\frac{\Delta p}{l}=-\frac{\partial p}{\partial z}=F_0(Q_0,\sigma,\mu,\gamma,\ldots)$$

перепада давления от объемного расхода, площади сечения капилляра и реологических постоянных вещества можно считать известной.

Для течения вне капилляра по аналогии с предыдущим принимается, что давление подчиняется закону

$$-\frac{\partial p}{\partial z}=F(Q,s,\mu,\gamma,\ldots), \tag{7}$$

кроме того, оно удовлетворяет равенствам

$$\frac{\partial p}{\partial s}=-\frac{G}{s^2},\quad \frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial s}=\frac{\gamma}{s}+\frac{2G}{s^3}\frac{\partial s}{\partial z},$$

сопоставляя которые с формулой (7), находим уравнение

$$\frac{\partial F}{\partial s}=-\frac{\gamma}{s}-\frac{2G}{s^3}\frac{\partial s}{\partial z}.$$

В свою очередь, формула (7) при замене левой части по правилу

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial p}{\partial G}\frac{\partial G}{\partial z}+\frac{\partial p}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial z}=-\gamma-\frac{G}{s^2}\frac{\partial s}{\partial z}$$

может быть представлена в виде

$$F=\gamma+\frac{G}{s^2}\frac{\partial s}{\partial z}.$$

Сравнение двух последних формул для функции F позволяет заключить, что она удовлетворяет уравнению

$$s\frac{\partial F}{\partial s}+2F=\gamma.$$

Решением этого уравнения является

$$F=F_0\left(\frac{s}{\sigma}\right)^2-\frac{1}{2}\gamma\left(\left(\frac{s}{\sigma}\right)^2-1\right).$$

Оно подчинено условию совпадения функции F с функцией F_0 на выходе из капилляра.

По допущению разрыв вещества наступает там, где функция F становится равной удельному весу вещества γ. В таком случае площадь поверхности разрушения найдется из соотношения

$$\left(\frac{s}{\sigma}\right)^2=\frac{2}{\gamma}F_0-1, \tag{8}$$

которое является обобщением ранее полученной формулы (6).

Возвращаясь к задаче моделирования, покажем на примерах последовательность определения предельного с точки зрения сохранения целостности свободной поверхности объемного расхода жидкости. Рекомендации делаются в предположении, что отношение s/σ является одним из критериев разрушения и, следовательно, для явлений разрушения текучей среды, как это следует из (8), должно быть

$$\frac{F}{\gamma}=\text{idem}.$$

Пример 1. При формовании изделия из вещества с реологической кривой течения $\tau=f(\dot{\gamma})$ при значении объемного расхода Q_0 наблюдалось нарушение целостности свободной поверхности в сечении с площадью σ_0. Какой надо выбрать расход Q, чтобы в сечении с площадью σ разрушений не было?

Последовательность отыскания ответа должна быть такова. По зафиксированным значениям σ_0 и Q_0 вычисляется отвечающая скорость деформации

$$\dot{\gamma}_0=\frac{4\sqrt{\pi}Q_0}{\sigma_0^{3/2}}$$

и по кривой течения находится соответствующее напряжение τ_0. Далее по формуле

$$\tau=\tau_0\sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_0}}$$

вычисляется предельное на разрушение напряжение, которое может возникнуть в новом сечении. Затем по той же кривой течения находится скорость деформации $\dot{\gamma}$, отвечающая напряжению τ. Предельный расход жидкости найдется по формуле

$$Q=\frac{1}{4\sqrt{\pi}}\gamma\sigma^{3/2}$$

Пример 2. Для вещества с удельным весом γ_0 и кривой течения $\tau=f_0(\dot{\gamma})$ при значении объемного расхода Q_0 в сечении с площадью σ_0 замечалось растрескивание свободной поверхности. Каков должен быть объемный расход другого вещества с удельным весом γ и кривой течения $\tau=f(\dot{\gamma})$, чтобы в сечении с площадью σ целостность свободной поверхности сохранялась?

Для нахождения ответа по указаниям предыдущего примера определяются скорость деформации $\dot{\gamma}_0$ и ей отвечающее напряжение τ_0 для первого материала. Далее по формуле

$$\tau=\frac{\gamma}{\gamma_0}\sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_0}}\tau_0$$

вычисляется опасное напряжение для нового материала в новом сечении. По кривой течения этого вещества $\tau=f(\dot{\gamma})$ находится соответствующая скорость деформации $\dot{\gamma}$, и по ее значению по приведенной в примере 1 формуле вычисляется предельный объемный расход нового вещества.

Замечание. Кривая течения для одного и того же вещества меняет свой вид с изменением температуры. Поэтому при разных температурах один и тот же материал разрушается при различных интенсивностях заполнения.

В заключение отметим, что разработанная методика получения безопасных параметров формования на основе использования кривой течения позволяет прогнозировать режим заполнения на случай, когда формующая жидкость меняет свои реологические свойства с течением времени. Однако то обстоятельство, что методика ориентирована на один критерий разрушения, а их может быть несколько, делает относительными все рекомендации, выполненные на ее основе. Ошибки могут быть наиболее вероятными при перенесении сведений по одним композитным материалам на другие, как это делается во втором примере. Именно здесь существенным образом сказывается предположение о том, что при разрушении сила тяжести наряду с давлением играет превалирующую роль. В некоторых технологических процессах это утверждение может не отвечать действительному механизму разрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уилкинсон У Л. Неньютоновские жидкости М., Мир, 1964.

ПОРШНЕВОЙ ПНЕВМОТРАНСПОРТ С МАЛОЙ СКОРОСТЬЮ

В. Н. ВОРОНИН, В. М. ЕГОРОВ

Ряд технологических производств требует неизменности гранулометрического состава перемещаемых сыпучих материалов. При движении сыпучего материала по трубопроводу в виде поршней отдельные частицы ограничены в своем радиальном перемещении, поэтому основная доля разрушения частиц происходит в пристеночном слое, и это разрушение носит характер истирания. При этом распорные силы прижимают движущийся материал к стенкам трубы и в периферийных частицах возникают напряжения, превышающие их механическую прочность.

Из общих положений теории трения [1] известно, что процесс трения в значительной мере зависит от скорости относительного перемещения трущейся пары, что, в свою очередь, определяет интенсивность генерирования критических напряжений в точках контакта. При пневматическом перемещении скорость движения материала может изменяться в широких пределах и, в зависимости от способа транспортирования, составляет от нескольких сантиметров в секунду до 30—40 м/с.

Очевидно, методы борьбы с измельчением материала сводятся к снижению скорости движения поршней и к уменьшению нормального давления сыпучего материала на стенки трубопровода.

Разработанный в НИИ ПММ (г. Томск) способ импульсного пневматического транспортирования сыпучих материалов с поршневой структурой движения потока [2] позволяет снизить скорость движения материала в 2—3 раза по сравнению с пневмотранспортом взвешенного типа, а его дальнейшее усовершенствование дает возможность реализовать такие скорости движения, которые сводят к минимуму истирание и дробление исходного продукта.

§ 1. Особенности поршневого движения

Основное силовое воздействие на материал осуществляется благодаря перепаду давления, возникающему на переднем и заднем фронтах поршня. При этом в теле поршня устанавливается некоторое распределение давления газа $P=P(x,t)$. Силы внутреннего трения и аутогезии (включающие молекулярные, электрические, капиллярные силы) имеют тенденцию сохранить структуру поршня при его движении. С другой стороны, адгезионные силы, то есть взаимодействие частиц со

стенками технологических аппаратов, наряду с силами внешнего трения определяют деформацию и разрушение поршня. Очевидно, силовое воздействие сжатого газа на материал в процессе транспортирования должно быть таковым, чтобы, будучи достаточным для преодоления сопротивления трения материала о стенки трубопровода, оно не вызывало недопустимых деформаций сыпучей среды, приводящих к дестабилизации потока в целом.

Как было показано ранее [3, 4], наиболее существенными параметрами, влияющими на процесс транспортирования, являются распределение статического давления газа-носителя как вдоль транспортной линии, так и вдоль поршня, а также объемная концентрация материала внутри поршня.

Если поршень непроницаем для газа, его движение описывается уравнением

$$m_i U_i \frac{dU_i}{dx} = (P_i - P_{i-1}) \cdot S - F_{тр}. \qquad (1)$$

Здесь m_i; U_i; $F_{тр}$ — масса, скорость и сила трения i-го поршня; P_i — давление в запоршневом промежутке; S — площадь поперечного сечения поршня.

Условие движения поршня с постоянной скоростью требует равенства нулю левой части уравнения (1), что выполняется при вполне определенном перепаде давления на поршне.

$$\Delta P = F_{тр}/S. \qquad (2)$$

Рассмотрим процесс заполнения трубопровода движущимися поршнями. Материал вводится из питателя в пустую трубу на расстояние $l_п$, отсекается механическим делителем и в запоршневую область начинает поступать газ под давлением P_0. При достижении газовым промежутком величины $l_в$ снабжение его газом прекращается, начинается формирование следующего поршня, и процесс повторяется.

Для первого поршня перепад давления $\Delta P_1 = P_0 - P_а$, где $P_а$ — давление на выходе. В процессе движения по трубопроводу в силу неизбежных потерь давления перепад уменьшается, то есть $\Delta P = f(x)$. Для того чтобы условие (2) выполнялось на выходе из трубопровода, мы вынуждены задавать на входе завышенный перепад. Как следует из уравнения (1), это вызывает значительные ускорения поршневой массы. Следовательно, необходимо поддерживать перепад давления близким к постоянному путем подвода дополнительного количества сжатого газа в процессе движения по трассе. Периодически подавая на входе постоянное давление P_0 без учета степени заполненности трубопровода, мы вызываем тем самым ряд нежелательных явлений. Так, под воздействием большого перепада давления начинается интенсивная фильтрация, характерная турбулентным режимом течения газа в межзерновых каналах, что ведет к высокой степени аэрации и вырождению поршневого движения, которое сменяется движением частиц материала во взвешенном состоянии или расстиланием поршня по дну трубопровода. Если же поршень сохраняет свою структуру, он приобретает большую скорость и при введении в магистраль последующих поршней давления газа в межпоршневых промежутках подвергается значительным колебаниям.

Задача о движении в трубопроводе совокупности нескольких поршневых масс очень сложна и, с учетом всех коррелирующих между собой возмущающих факторов, не поддается аналитическому решению. Си-

стема нестационарных уравнений в дифференциально-разностной форме при ряде допущений решалась численными методами на ЭВМ [5, 8]. Анализ результатов показывает, что движение характеризуется пульсирующим изменением перепада давления на каждом поршне. Учет фильтрации газа несколько сглаживает картину течения, однако колебательный характер изменения скорости, определяемый соотношением действующих на поршень сил, остается как в математической модели, так и на практике.

Поставленная задача снижения скорости транспортирования налагает дополнительные трудности в стабилизации поршневого движения. Материал в этом случае перемещается при объемных концентрациях, близких к плотной упаковке. Часть движущего усилия передается на стенку трубопровода (эффект расклинивания), вызывая на ней рост нормальных напряжений, а следовательно, и сил трения, что подтверждается экспериментальными данными [7].

Если перепад давления, под действием которого движется поршень, зависит от времени, градиент давления вдоль поршня нелинеен и также является функцией времени. Частные случаи такого процесса при монотонной зависимости $\Delta P(t)$ рассмотрены в работах [3, 6]. Задача нестационарной фильтрации при условии $\Delta P=\varphi(t)$, где $\varphi(t)$ — немонотонная функция, требует своего решения, однако уже сейчас ясно, что при этом порция сыпучего материала имеет неоднородную пористость. В условиях переменного градиента давления на соседние слои материала внутри поршня действуют различные движущие усилия. Взаимодействие соседних слоев вызывает локальные переуплотнения, что однозначно связано с нормальными давлениями на стенку и сопротивлением трения.

Таким образом, в зависимости от характера $\frac{\partial P}{\partial x}$ может произойти деление поршня, расслоение материала, соединение нескольких поршней воедино, а также расклинивание материала в трубопроводе с его последующей остановкой.

Среди факторов, дестабилизирующих поршневое движение, необходимо выделить следующие:

1. Периодичность ввода в трубопровод порций материала и воздуха.
2. Нестационарный характер движения во время запуска установки.
3. Несовершенство принципа формирования длины поршня заданием времени впуска материала.
4. Местные сопротивления транспортной магистрали.

Первый из этих факторов положен в основу поршневого способа транспортирования, им определяется квазистационарность процесса в целом. Остальные факторы требуют либо устранения, либо учета при расчете установок.

§ 2. Описание экспериментальной установки

2.1. Транспортная магистраль

Схема экспериментальной установки для пневмотранспорта с малыми скоростями изображена на рис. 1. Основными ее элементами являются камерный питатель *1* с устройством для стабилизации истечения сыпучего материала, транспортная магистраль *2* и система дополнительного подвода сжатого воздуха *3*. Трубопровод *2* смонтирован

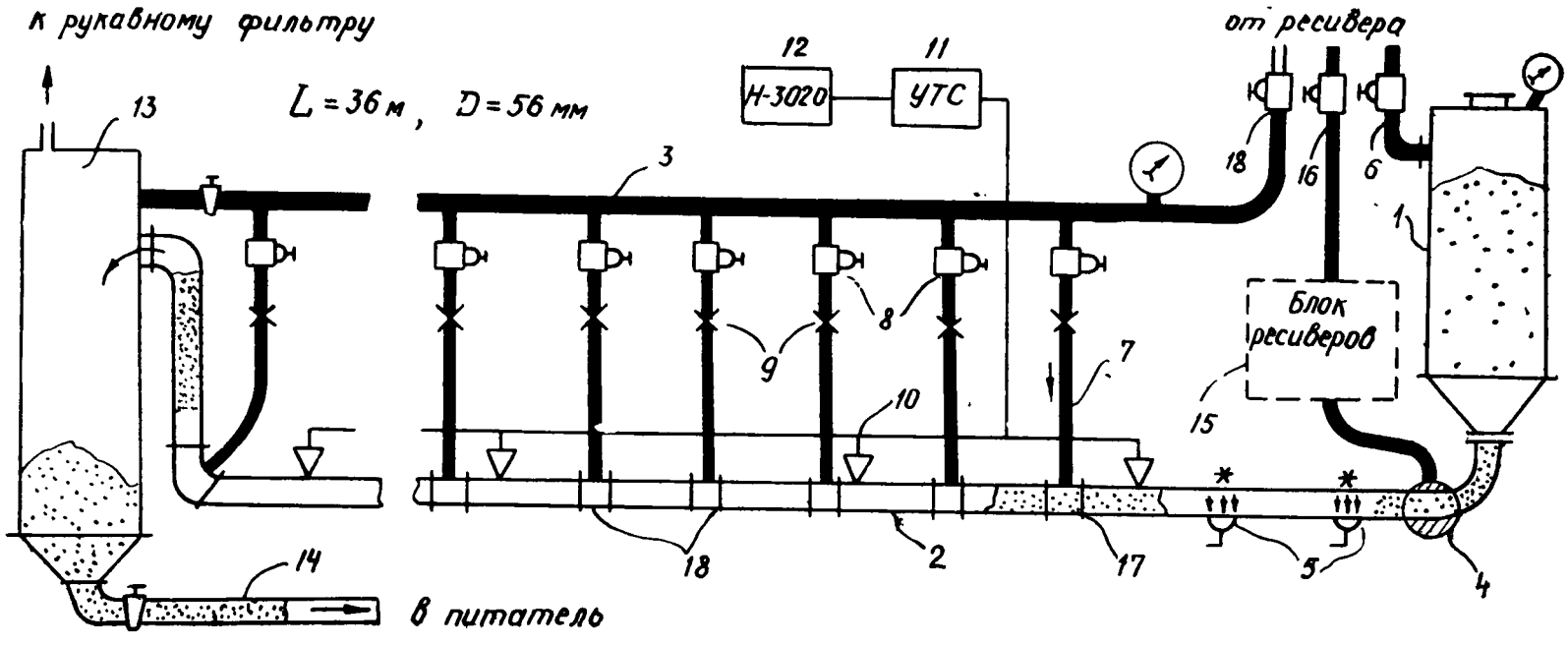

Рис. 1 Схема установки

из стеклянных труб диаметром $D=56$ мм, соединенных между собой дюралевыми муфтами 18. Общая длина транспортирования $L=36$ м. Система дополнительного подвода представляет собой стальную трубу, соединенную с транспортной магистралью десятью шлангами-отводами *7*. Отводы оборудованы регуляторами давления *8* и электромагнитными клапанами *9*. При работе установки в камере *1* создается избыточное давление, сыпучий материал через пневмомеханический делитель *4* поступает в трубопровод. Длина формируемых поршней и воздушных промежутков регулируется двумя фотоэлектрическими датчиками *5*. Сжатый воздух поступает из ресивера через редуктор давления *16* и блок дополнительных ресиверов *15* на делитель и поршень *17* перемещается по трубопроводу в приемный бункер *13*. Приемный бункер одновременно служит камерным питателем для возврата сыпучего материала в исходную камеру *1* по трубопроводу *14*. Транспортная магистраль *2* по всей длине оснащена тензометрическими датчиками *10*, сигнал от которых поступает на регистрирующую аппаратуру *11* и *12*.

Работа фотоэлектрических датчиков *5* и блока ресиверов *15* будет рассмотрена ниже.

Конструктивные параметры системы дополнительного подвода выбраны на основе анализа механизма движения поршней. В литературе имеются ссылки на существование установок с дополнительным подводом воздуха из отдельного трубопровода, проложенного параллельно транспортному. Конструкции таких устройств различны, от обычных перепускных трубок, когда трубопровод через равные либо переменные промежутки соединяется обводными патрубками, до специальных форсажных камер, через которые импульсами подается сжатый воздух (СССР, авт. свидетельство № 255111). Импульсы воздуха обеспечивают аэрированное состояние материала и разгон смеси в трубопроводе. Близкий к этому способ разработан в ФРГ [11]. А. Липперт [12] описывает принципиальную схему байпассирования, в которой распределение давления газа в дополнительной магистрали создается за счет выбора диаметра и изменения расхода воздуха.

Все упомянутые системы применительно к стоящей задаче обладают недостатками. К ним относятся забивка обводных каналов, сложность регулировки давления и др. Описанная выше экспериментальная установка оборудована дополнительной воздушной магистралью следующей конструкции (рис. 1). Стальная труба *3* снабжается воздухом через редуктор *18*, при этом в ней устанавливается практически постоянное по длине статическое давление. Поддув в каждой точке осуществляется через регулятор давления *8*. Экспериментально установлено, что оптимальные давления в поддувах определяются исходя из длины поршней и воздушных промежутков, а также физических свойств транспортируемого материала

$$P_j=P_N+(N-j)\,\Delta P^*-P_a,$$

где j — порядковый номер подвода; $j=1, \ldots, N$; N — общее количество подводов; P_N — расчетное давление на последнем подводе; ΔP^* — экспериментальный перепад; P_a — давление на выходе из трубопровода.

Например, для транспортирования хлористого калия с влажностью 1,5—2,0% поршнями длиной $l_п=4$ м при $N=10$ $P_N=0{,}3$ кг/см², $\Delta P^*=0{,}1$ кг/см². Давление P_N рассчитывается с учетом расстояния, которое поршень преодолел от последнего подвода до приемного бункера. В процессе транспортирования выбранные давления P_j обеспечивают некоторый подпор, что исключает забивку подводных шлангов и клапанов материалом. Управление клапанами осуществляется с выносного пульта, что дает возможность включать поддувы в различных

сочетаниях или вообще исключать их воздействие на процесс транспортирования.

Кроме регулирования статического давления, дополнительные подводы предотвращают переуплотнение материала путем его аэрации. Исходя из существующих рекомендаций [12] и их экспериментальных проверок, выбраны диаметры подводов $d=0{,}1\,D$, то есть $d=5{,}6$ мм. Расстояние между подводами $l_d=3$ м позволяет реализовать довольно широкий спектр рабочих режимов установки, причем на каждый воздушный промежуток в процессе его перемещения приходится не менее одного дополнительного подвода воздуха.

2.2. Вывод установки на рабочий режим

Запуск установки характеризуется крайне нестабильным движением. Происходит это в силу высоких значений перепада давления на первых поршнях вплоть до заполнения поршнями всей магистрали. Для того чтобы формирование поршней происходило в аналогичных условиях, ряд авторов [13] предлагает для первых поршней создавать противодавление в приемном бункере. При этом устройство подачи материала из питателя предлагается включать специальными датчиками перепада давления.

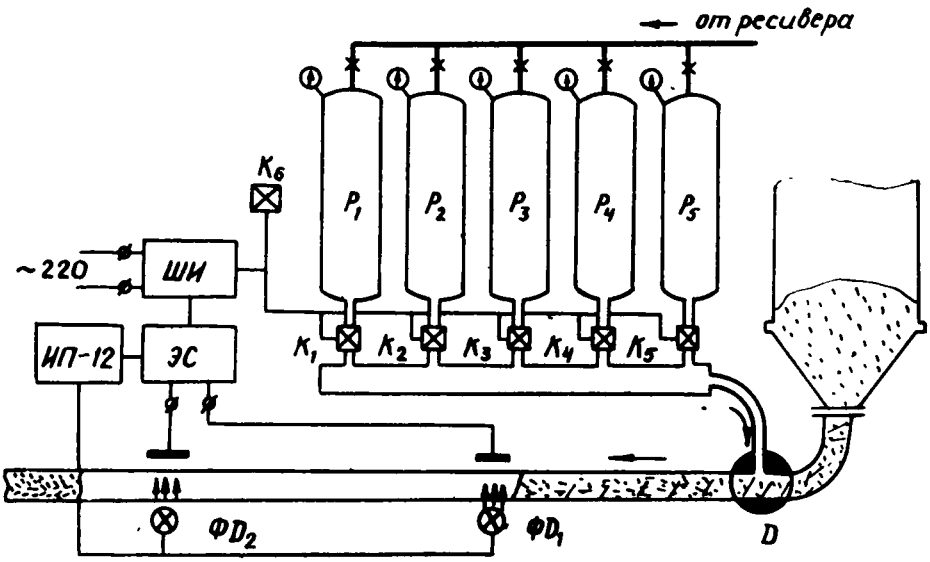

Рис. 2. Устройство для вывода установки на рабочий режим

На наш взгляд, проще в изготовлении и эксплуатации система, изображенная на рис. 2. Ее основной особенностью является наличие нескольких автономных ресиверов, снабженных электромагнитными клапанами K_1—K_5. Перепад давления на каждом последующем поршне возрастает ступенчато. Дополнительные ресиверы (в данном случае ими служили пять кислородных баллонов) перед запуском установки заряжаются сжатым воздухом до давления $P_1 \div P_5$. Давление P_5 — рабочее, то есть считается, что ко времени открытия клапана K_5 установка вышла на рабочий режим. Расчет требуемых давлений аналогичен расчету давлений на байпассирование. Шаговый искатель ШИ запрограммирован так, что клапана K_i включаются в следующей последовательности: K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_5, K_5...

Количество дополнительных ресиверов выбирается в зависимости от длины транспортной магистрали и от желаемой степени загрузки трубопровода

$$n = \mathrm{entr}\,(L/l_п + l_в) + 1.$$

Например, для $L = 100$ м при $l_п = 5$ м, $l_в = 15$ м количество ресиверов $n = 6$.

Естественно, процесс будет носить регулярный характер, если созданные таким образом равные движущие усилия будут воздействовать на идентичные поршни. Поэтому особое внимание обращалось на постоянство длины формируемых поршней. Задание длины поршня путем подачи материала в течение заданного промежутка времени не может обеспечить такого постоянства, данная задача выполнялась устройством на базе фотодатчиков $ФД_1$ и $ФД_2$ (рис. 2), которое подобно известному из литературы (пат. ФРГ, № 1900355).

2.3. Регистрирующая аппаратура

При проведении экспериментов, кроме визуального наблюдения за процессом движения поршней в стеклянном трубопроводе, проводилась регистрация основных параметров транспортирования: средней скорости движения поршня по всей длине трубопровода, распределение статистического давления по трассе, измерение перепада давления на каждом поршне и расход энергоносителя (сжатого воздуха) в процессе транспортирования.

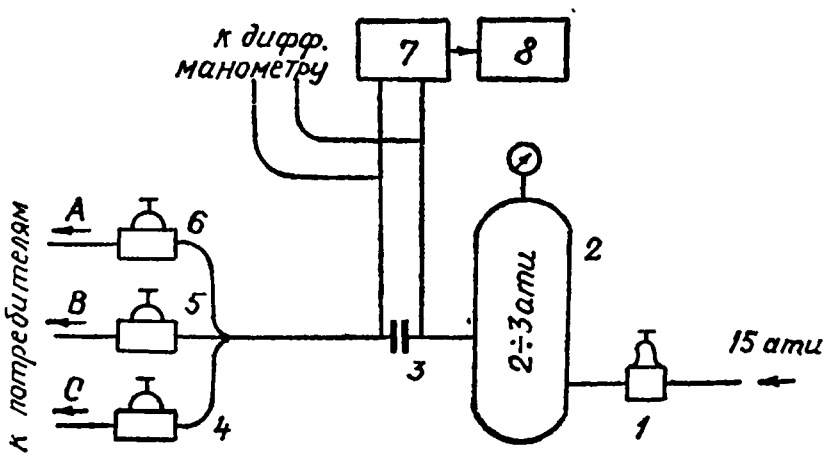

Рис 3

Проводилось также сравнение работы установки при дополнительном подводе воздуха и без такового при идентичных условиях формирования поршней и одинаковых начальных давлениях.

В качестве измерительных элементов использовались тензометрические датчики давления *10* (рис. 1) типа ТДДМ-5, установленные на трубопроводе с шагом $h = 5{,}8$ м. Сигналы датчиков, усиленные тензометрической станцией *11*, регистрировались на диаграммной ленте быстродействующего шестиканального самописца типа Н-3020. Перед опытом датчики тарировались. Погрешность измерения скорости составляла 1÷5% в зависимости от скорости протяжки ленты; давления— около 5%.

Расход воздуха измерялся согласно схеме (рис. 3). При этом учитывался суммарный расход всех потребителей, исключая пневмомеханический делитель, механизм которого потребляет очень мало воздуха. Этот расход включался в утечки из-за неплотности отдельных соединений.

Сжатый воздух подавался в ресивер *2* через редуктор *1*, откуда поступал на потребители *A*, *B*, *C*. При этом газ проходил через расходомерную шайбу *3*, перепад давления на шайбе преобразовывался в электрический сигнал магнитно-индукционным преобразователем ДМИ (*7*). Этот сигнал фиксировался самописцем ВФС-20 (*8*). Преобразователь *7* тарировался по показаниям дифференциального манометра.

Потребителями сжатого воздуха являлись: *A* — клапаны K_1—K_6, подающие давление в запоршневое пространство при формировании поршней; *B* — дополнительные подводы байпасной линии; *C* — камера питателя. Давление воздуха, подаваемого на потребители, варьировалось в процессе экспериментов регуляторами давления *4*, *5*, *6*.

§ 3. Экспериментальные исследования

На описанной выше установке экспериментально доказана возможность пневматического транспортирования сыпучих материалов с малой скоростью в поршневом режиме. В качестве экспериментального материала использовался хлористый калий ($\gamma_м = 2040$ кг/м^3; $\gamma_н = 1200$ кг/м^3) полидисперсного состава, отличающийся плохой транспортабельностью. При давлении $P_0 = 1{,}4$ ати и $P_{доп} = 2{,}0$ ати материал устойчиво транспортировался со скоростью около 4 м/с.

Для сравнения была проведена серия опытов без использования устройства вывода на режим и при перекрытых дополнительных подводах. Попытки транспортировать материал в этих условиях при указанном давлении P_0 приводили к систематической забивке трубопровода. При повышении начального давления до 2,0 ати и одновременном уменьшении степени загрузки трубопровода область устойчивого движения существует, однако средняя скорость материала в этом случае превышает 10—12 м/с, причем на выходе из трубопровода материал перемещается при низкой объемной концентрации, что следует из заметного увеличения длины поршней.

Диаграмма установившегося процесса приведена на рис. 4. На рис. 5 показана диаграмма давления при транспортировании без байпассирования. Видно, что, несмотря на рост давления в начале трубопровода (верхняя диаграмма), скорость поршней падает (диагр. *2*, *3*, рис. 5). Отсутствие аэрирования со стороны подводов приводит к росту касательных напряжений трения, что вызывает забивку пневмотрассы (диагр. *4*, *5*). Это говорит о том, что дополнительные подводы, снабжая запоршневой промежуток некоторым количеством газа, компенсируют потери давления на трение. Кроме того, осуществляется сглаживание пульсаций давления, поскольку интенсивность подвода воздуха прямо пропорциональна перепаду давления на редукторе.

Вывод установки на рабочий режим сопровождается колебательным характером изменения скорости. На рис. 6 приведены кривые поведения скорости первых шести поршней. Ввиду того, что повышение давления на входе проводится ступенчато, поршни не могут набрать высокую скорость. Процесс носит регулярный характер с постепенным стремлением скорости к постоянной величине (в данном случае $\bar{V}_п = 4{,}18$ м/с).

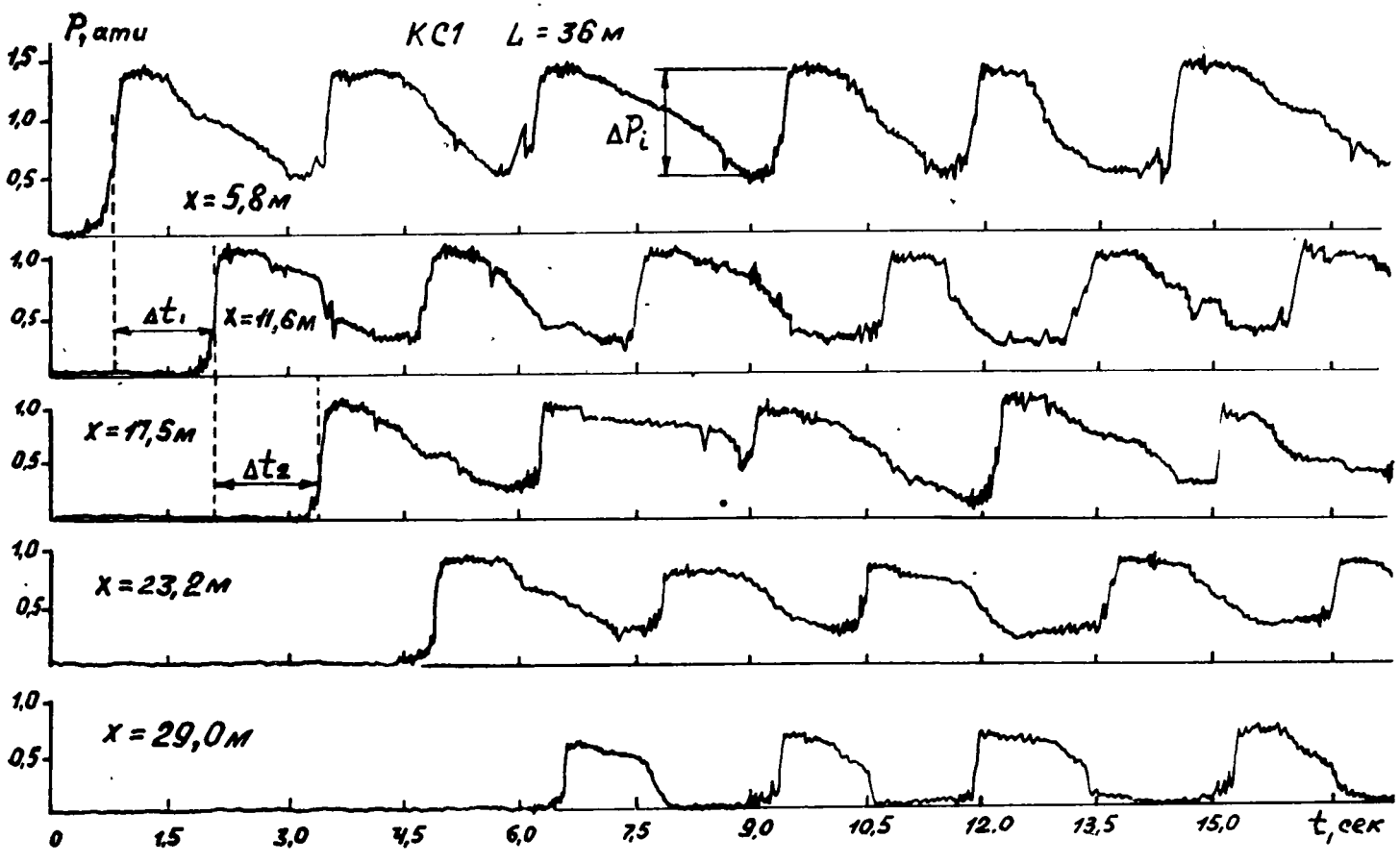

Рис. 4. Диаграмма давления при транспортировании хлористого калия

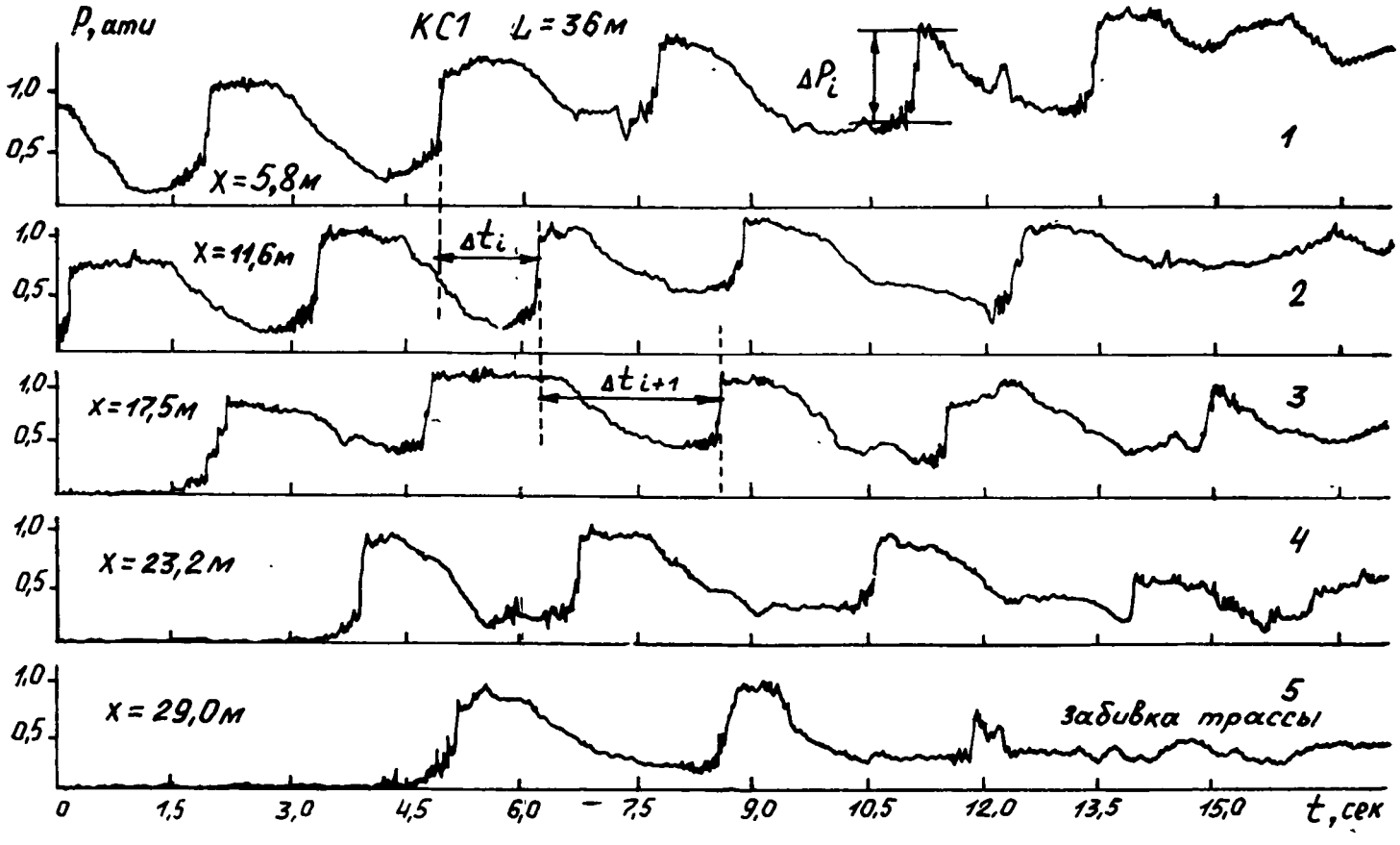

Рис. 5. Диаграмма давления. Движение без дополнительного подвода сжатого газа

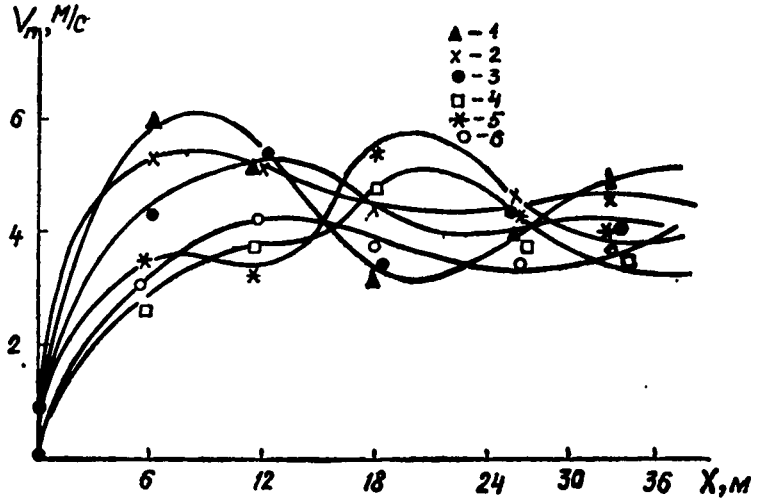

Рис 6. Выход установки на рабочий режим

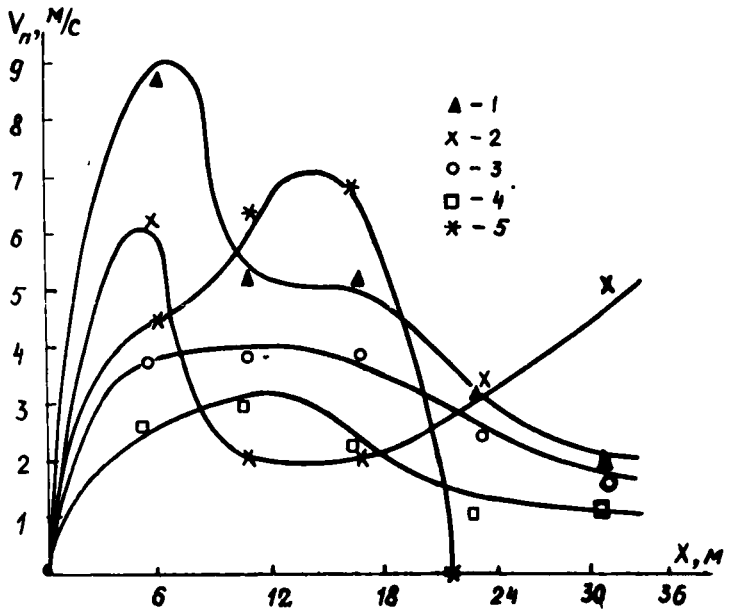

Рис 7

На рис. 7 показан процесс вывода установки на рабочий режим при отсутствии дополнительного подвода воздуха. Давление в камере питателя поддерживалось постоянным $P_0=1{,}6$ ати. Изменение скорости носит хаотичный характер, что приводит к дестабилизации потока. В частности, для пятого поршня $V_п=0$ при $x=22$ м.

Как указывалось в § 1, колебания скорости поршней относительно средней величины неизбежны даже в установившемся процессе. Сравнительно высокие значения таких отклонений объясняются малой длиной трубопровода, при которой существенны концевые эффекты.

Постоянство параметров поршневого движения в данном сечении трубопровода является важным условием устойчивости транспортирования. Экспериментально подобранное распределение давления на редукторах позволяет создать на данном участке трассы такие условия

движения для каждого поршня, которые близки к оптимальным. После вывода процесса на устойчивый режим была проведена серия измерений перепада давления на некотором поршне в пяти произвольных сечениях трассы. Результаты приводятся на рис. 8. Заметна тенденция к квазистационарности данного параметра в каждом из выбранных сечений, что согласуется с теоретическими предпосылками.

В приведенном на рис. 4 примере расход сжатого воздуха составлял 83 кг/ч. В других опытах суммарный расход лежал в пределах 60—90 кг/ч. Максимальный расход воздуха через обводную линию (при отсутствии поршневого потока в магистрали) составлял около 25 кг/ч. При проведении эксперимента эта часть полного расхода не

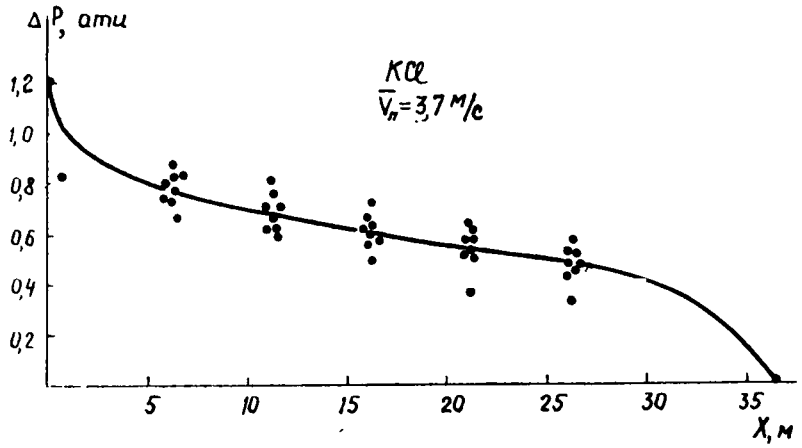

Рис. 8

измерялась, но косвенные данные указывают, что она составляет не более 12—15% от суммарного.

Производительность установки при регулярном поршневом режиме поддается простому определению

$$G_м = \frac{Q_1}{t}; \quad Q_1 = \frac{\pi D^2}{4} l_п \rho_н g; \quad t = \frac{l_п + l_в}{V_п}.$$

Здесь $G_м$ — производительность; Q_1 — вес одного поршня; t — время, за которое поршень проходит расстояние $a = l_п + l_в$; $l_п$, $l_в$ — длина поршня и воздушного промежутка соответственно; $V_п$ — средняя скорость поршня; $\rho_н$ — насыпная плотность.

Будем считать поршни малорасширяющимися и имеющими кажущуюся плотность, близкую к естественной насыпи. Тогда

$$G_м = k\alpha V_п, т/ч; \quad k = 10{,}65.$$

Здесь $\alpha = l_п / l_п + l_в$ — коэффициент загрузки трубопровода. $\alpha = 1$ при $l_в = 0$; $\alpha = 0$ при $l_п = 0$. Производительность установки при некоторых расчетных режимах приведена в таблице. Средняя расходная концентрация при таких производительностях составляет $\mu = 100—150$ кг/кг. В экспериментах с хлористым калием были достигнуты производительности $G_м = 7{,}1—12{,}8$ т/ч при средней расходной концентрации $\mu = 120—142$ кг/кг.

Производительность установки можно увеличить, заменив пневмомеханический делитель, обладающий большой инерцией, на делитель другого типа, например, соленоидного.

Анализ результатов экспериментов позволяет сделать следующие рекомендации для осуществления пневмотранспорта с малой скоростью движения:

Таблица

$V_п$, м/с	3,0			4,0			5,0		
α	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,5
$G_м$, т/ч	9,6	12,7	15,9	12,7	17,0	21,3	15,9	21,3	26,6

1. Во время движения поршня необходимо искусственно поддерживать на нем перепад давления, близкий к постоянному, при помощи дополнительного подвода энергоносителя по трассе.

2. Для предупреждения остановки поршня необходимо устранять локальные уплотнения материала путем аэрации, что осуществляется в процессе прохождения поршня мимо точки подвода.

3. При формировании поршней следует добиваться постоянства их длины, а также длины межпоршневых промежутков в целях уменьшения числа возмущающих факторов.

4. При запуске установки наблюдается нестационарный процесс движения. Нежелательные явления, возникающие при этом, заставляют снабдить пневмотранспортную установку специальным приспособлением для вывода процесса на рабочий режим.

Влияние местных сопротивлений, особенно поворотов с малым радиусом и вертикальных подъемов трассы, требует дополнительных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крагельский И В. Трение и износ М, 1968.
2. Шваб В. А., Трушников А. В, Смоловик В. А., Розанов О. Ю., Егоров В М. Установка для пневматического транспортирования сыпучих материалов. А с. № 512141, СССР.
3. Воронин В. Н, Егоров В. М. Сопротивление трения сыпучих материалов при пневмотранспорте в поршневом режиме — В сб: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, 1977.
4 Воронин В Н, Егоров В М О характере движения сыпучего материала в поршневом режиме — В сб. Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, Изд-во Томск ун-та, 1977
5. Квеско Б Б Схема численного расчета течения газа применительно к поршневому пневмотранспорту — В сб Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам Томск Изд-во Томск ун-та, 1977.
6. Воронин В. Н, Егоров В. М., Квеско Б Б Особенности процесса фильтрации при поршневом пневмотранспорте Томск, Изд-во Томск. ун-та. В печати.
7. Егоров В. М и др Экспериментальное исследование сопротивления трения при поршневом пневмотранспорте. — В сб.: Вопросы импульсного пневмотранспорта. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1972.
8. Квеско Б. Б., Егоров В. М Метод численного исследования течения дисперсных сред с поршневой структурой при наличии внешних источников несущей среды. — Данный сборник.
9. Ergun S., Orning A. Ind. Eng. Chem. 41, №6, p. 1179, 1949.
10. Зенков Р. Л. Механика насыпных грузов М, Машиностроение, 1964.
11. Пневмотранспортная система Патент ФРГ № 2412142. В 65g, 53/58, 1974.
12 Липперт А. Пневмотранспорт при высоких концентрациях транспортируемого материала Пер с нем. ВИНИТИ, № 63697, 1967
13. Вельшоф Г. Пневматический транспорт при высокой концентрации перемещаемого материала. М., Колос, 1964.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ БЕЗРАЗМЕРНОГО ПАРАМЕТРА, ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО УСЛОВИЯ ФОРМУЕМОСТИ ПРИ ЖИДКОСТНОМ ФОРМОВАНИИ

Г. Г. КРИНИЦЫН, В. М. МИРОНОВ, З. В. АНТРОПОВА, О. Ю. БОРОВИКОВА

Основу процесса жидкостного формования составляет взаимодействие двух взаимно нерастворимых текучих сред, результатом которого является достижение формуемым телом сферической формы. При определенном обобщении силы, оказывающие влияние на процесс формования, можно свести в две основные группы:

1. Поверхностные силы, являющиеся движущими силами процесса жидкостного формования.

2. Силы внутреннего взаимодействия в формуемом теле, являющиеся фактором, препятствующим процессу жидкостного формования.

Условие формуемости системы в общем случае может быть записано

$$F_s > F_v,$$

где F_s — поверхностные силы на границе раздела фаз;

F_v — силы внутреннего взаимодействия в формуемом теле.

Минимальная поверхностная энергия на границе раздела фаз будет достигаться при сферической форме поверхности раздела фаз. Если при равной массе формуемой системы площадь поверхности раздела не одинакова $A > A_0$, то различается и полная энергия системы [1]

$$\Delta H = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d\sigma}{dA_0} \right) (A - A_0)^2,$$

где ΔH — энергетический потенциал поверхности раздела фаз;

A_0 — поверхность раздела фаз при сферической форме;

σ — поверхностное натяжение.

Если $A_1 > A > A_0$, то $\Delta H_1 > \Delta H$.

Таким образом, чем более поверхность раздела фаз отличается от сферической формы, тем большим запасом свободной энергии она обладает. Эта энергия стремится к минимальному значению, следовательно, она расходуется на приведение поверхности раздела фаз к сферической форме. Суммарная энергия, затраченная на этот процесс, равна сумме деформаций, происходящих в формуемом теле. В соответствии с уравнением Максвелла — Шведова — Кельвина

$$\Sigma\varepsilon = \varepsilon_у + \varepsilon_{пл} + \varepsilon_{ву},$$

где $\varepsilon_у$ — упругие деформации; $\varepsilon_{пл}$ — пластические деформации; $\varepsilon_{ву}$ — вязкоупругие деформации.

Решающее значение в процессе сферообразования будут иметь пластические деформации

$$\varepsilon_{пл} = \frac{\tau(\rho - \rho_к)}{\eta},$$

то есть течение формуемой массы. Они возможны, если натяжение слоя на границе раздела фаз превысит предел текучести $p_к$. Течение будет продолжаться до тех пор, пока формуемая частица не приблизится к сфере.

Приведенные рассуждения показывают, что процесс формообразования при жидкостной формовке зависит от большего числа разнообразных факторов, что существенно затрудняет вывод аналитических зависимостей, позволяющих вести технологические расчеты. Нами использован метод Букингема — Релея для получения критериальных уравнений процесса жидкостного формования.

В качестве независимых переменных использованы следующие параметры: σ — межфазные натяжения; c — концентрация формуемой массы; η — вязкость формуемой массы; t — время формования; $p_к$ — предел текучести; V — объем формуемой частицы.

Таблица размерностей величин, определяющих процесс, выглядит следующим образом:

	$[\sigma]$	$[c]$	$[\eta]$	$[t]$	$[p_k]$	$[V_k]$	
$[M]$	1	1	1	0	1	0	размерность массы
$[L]$	0	−3	−1	0	−1	3	размерность длины
$[T]$	−2	0	−1	1	−2	0	размерность времени

После преобразования получаем матрицу решений:

	$[\sigma]$	$[c]$	$[\eta]$	$[t]$	$[p_k]$	$[V_k]$
π_1	1	0	0	0	−1	$-\frac{1}{3}$
π_2	0	1	0	−2	−1	$\frac{2}{3}$
π_3	0	0	1	−1	−1	0

На основании этой матрицы получаем безразмерные комплексы π_1, π_2, π_3

$$\pi_1 = \frac{\sigma}{p_k \sqrt[3]{V_k}}; \quad \pi_2 = \frac{c\sqrt[3]{V_k^2}}{t^2 p_k}; \quad \pi_3 = \frac{\eta}{t p_k}.$$

Согласно теории анализа размерностей [2] формируем комбинацию критериев, в которой наиболее полно представлены параметры системы

$$\pi_4 = \frac{\pi_1 \cdot \pi_2}{\pi_3} = \frac{\sigma c \sqrt[3]{V_k}}{\eta \tau p_k}.$$

Этот комплекс характеризует поверхностную энергию, приходящуюся на единицу объема формуемой системы, обладающей определенной внутренней связанностью.

По определенным экспериментально значениям величин, входящих в безразмерный комплекс, были рассчитаны его значения в интервале концентраций от 200 до 350 г/л. При расчете размер формуе-

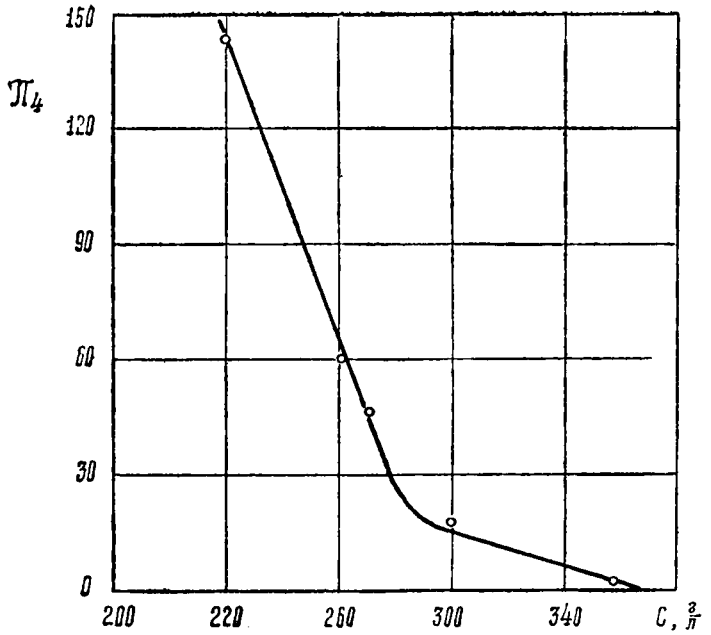

Рис. 1. Изменение безразмерного параметра π_4 при различных концентрациях Al_2O_3 в формуемой массе

мой капли оставался постоянным $d=5$ мм. По расчетным данным построена графическая зависимость π_4 от концентраций (рис. 1).

Эта зависимость содержит два прямолинейных участка с областью перехода в интервале концентраций от 280 до 300 г/л. Значение π_4, соответствующее точке перегиба прямых ($\pi_4=17$), может определять границу формуемости материала при данных условиях.

Для пластифицированной гидроокиси алюминия методом воздействия на формуемость может быть применение формующих жидкостей, имеющих большое значение коэффициента поверхностного натяжения на границе раздела, например, гексан, циклогексан. Формуемость может быть повышена путем понижения вязкости системы за счет ее диспергирования или повышения температуры формуемой массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русанов А. И. Фазовые равновесия и поверхностные явления. Л, Химия, 1967.
2. Гухман А. А. Введение в теорию подобия. М., Наука, 1973.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ УСЛОВНОГО ВРЕМЕНИ ЖИДКОСТНОГО ФОРМОВАНИЯ

Г. Г. КРИНИЦЫН, Т. Н. СОМОВА, З. В. АНТРОПОВА, О. Ю. БОРОВИКОВА

Для определения величины критерия формуемости вязкопластичных жидкостей необходимо экспериментальными методами установить величину всех параметров, входящих в выражение

$$\pi = \frac{\sigma c \sqrt{v}}{\eta t p_k}.$$

Такие величины, как c, v, задаются или замеряются простейшими методами. Значение σ определяется по известным методикам [1]. Величины η и p_k устанавливаются при испытании жидкости в ротационном вискозиметре [2]. Для определения величины t методики в настоящее время не существует.

Смысл, заключенный в термине «время формования», обозначенный t, состоит в следующем: некоторое количество полярной формуемой жидкости, имеющее произвольную форму, вводится в аполярную среду. Коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела формуемой и формующей жидкостей равен σ. Отклонение формы частицы от сферической является движущей силой процесса течения формуемого тела, продолжающегося до тех пор, пока поверхностная энергия системы не станет минимальной. Если жидкость ньютоновская, такой процесс протекает очень быстро. Если же жидкость неньютоновская, то время деформации частицы произвольной формы до сферического состояния зависит от соотношения величин σ и p_k. Чем большая доля поверхностной энергии приходится на единицу объема формуемой жидкости, тем время формования меньше. При равенстве этих величин время формования стремится к бесконечности. В приближенном виде величина времени может быть определена из уравнения неустановившегося баланса механической энергии.

$$\frac{d(K+\Phi)}{dt} = -\Delta\left[\left(\frac{v^2}{2} + \Phi + \frac{p}{\rho}\right)\omega\right] - W - E,$$

где K — полная кинетическая энергия системы; Φ — полная потенциальная энергия системы; Δ — дифференциальный оператор; v — средняя скорость течения; p — давление в системе; ρ — плотность жидкости; ω — массовый расход; W — скорость, с которой совершается работа над окружающей средой; E — полная скорость вязкой диссипации механической энергии.

Выразив отсюда скорость диссипации механической энергии, можно определить время, необходимое для проведения системы к сфере. Однако решение с учетом неньютоновского характера течения приобретает очень сложный вид.

В связи с этим была предпринята попытка приближенного определения величины времени формования методом непосредственного измерения времени диссипации механической энергии.

В качестве модельной системы было взято течение формуемой жидкости в кольцевом объеме, заключенном между внешним неподвижным и внутренним подвижным цилиндрами. Движущей силой процесса течения являлась энергия пружины, вращающей подвижный цилиндр. Сначала в кольцевом зазоре за счет вращения внутреннего цилиндра устанавливается процесс равномерного течения. Натяжение пружины, через которую производится вращение, при этом остается постоянным. После прекращения вращения внутреннего цилиндра пружина начинает раскручиваться и вращает внутрь цилиндр в обратном направлении, пока сила натяжения пружины не уравновесится силами внутреннего сцепления. Время, за которое осуществляется этот процесс, было принято за время формования. При измерении времени формования в системах с различными концентрациями получены следующие данные:

c г/л	200	230	250	300	330	350
t с.	1,8	2,3	3	3,5	3,41	4,5

Исходя из независимости времени диссипации энергии при течении неньютоновских систем от формы [3] и допустив, что процессы течения таких систем подчиняются теории подобия, можно рассчитать время формования каплеобразной частицы.

Условием гидродинамического подобия для неньютоновских жидкостей является равенство модифицированных критериев Рейнольдса [4], полученных с учетом уравнения Букингема $\mathrm{Re}'_1=\mathrm{Re}'_2$

$$\mathrm{Re}'=\frac{vl\rho}{\eta\left(1+\frac{p_k l}{8\eta v}\right)};$$

$$\frac{v_1 l_1 \rho_1}{\eta_1\left(1+\frac{p_{k1} l_1}{\eta_1 v_1}\right)}=\frac{v_2 l_2 \rho_2}{\eta_2\left(1+\frac{p_{k2} l_2}{8\eta_2 v_2}\right)},$$

где v — скорость течения; l — линейный параметр (радиус, ширина кольцевого зазора); ρ — плотность; η — вязкость системы

В соответствии с условиями:

$$\rho_1=\rho_2;\quad p_{k1}=p_{k2};\quad \eta_1=\eta_2;\quad v_1\neq v_2;\quad l_1\neq l_2.$$

Преобразовав это выражение, получим

$$\frac{v_1 l_1}{v_2 l_2}=\left(1+\frac{p_k l_1}{8\eta\cdot v_1}\right)\left(1+\frac{p_k l_2}{8\eta\cdot v_2}\right).$$

По известным из эксперимента значениям ρ, p_k, η, v_1, l_1, l_2 найдем, решив уравнение, величину v_2. Коэффициент масштабного перехода можно рассчитать как отношение

$$\frac{v_1 l_1}{v_2 l_2}=n.$$

При рассмотрении времени формования пластифицированной гидроокиси алюминия с концентрациями от 200 до 350 г/л Al_2O_3 с учетом масштабного перехода были получены следующие значения для времени формования сферы диаметром 5 мм (при $n=7{,}9$):

c г/л	200	230	250	300	330	350
t с.	0,23	0,29	0,38	0,44	0,47	0,57

Величина времени формования зависит как от структуры материала, так и от размера формуемой частицы. Чем мельче формуемая частица, тем меньшее значение будет иметь время формования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазов Б. В. Практикум по химии поверхностных явлений и адсорбции. М., Высшая школа, 1973.
2. Малкин А. Я., Чалых А. Е. Диффузия и вязкость полимеров, методы измерений. М., Химия, 1979.
3. Берд Р., Стьюард В., Лейтфут Е. Явления переноса. М., Химия, 1974.
4. Виноградов Г. В., Малкин А. Я. Реология полимеров. М., Химия, 1977.

ПРОХОЖДЕНИЕ КАПЕЛЬ ПЛАСТИФИЦИРОВАННОЙ ГИДРООКИСИ АЛЮМИНИЯ ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ФАЗ КЕРОСИН — АММИАЧНАЯ ВОДА

С. А. БАБЕНКО, Л. К. МАЙКОВА

Мелкосферический носитель катализатора из пластифицированной гидроокиси алюминия (ПГА) получают методом углеводородно-аммиачной формовки, включающей диспергирование жидкотекучей массы на капли в керосине с последующей фиксацией их формы в аммиачной воде.

Свободное падение капель ПГА в керосине и амводе в некоторых случаях приводит к их задержке на границе раздела фаз и слипанию, что ведет к потере ценного сырья.

В этой связи необходимо было выяснить причины задержки капель ПГА на границе раздела фаз и наметить пути, устраняющие это явление.

На каплю АОА, находящуюся на границе раздела фаз, действует сила тяжести, архимедова и флотационная силы [1].

Из условия равенства удерживающих и отрывающих сил можно рассчитывать граничный диаметр капель ПГА, больше которого капли проходят через границу раздела фаз, а меньше — задерживаются на ней

$$d=\sqrt{\frac{6\cdot\sigma_{1,2}\sin^2\frac{\theta}{2}}{(\rho_1-\rho_2')\cdot g}}, \qquad (1)$$

где $\sigma_{1,2}$ — поверхностное натяжение на границе раздела керосин — амвода; θ — краевой угол смачивания, отсчитываемый в полярную (аммиачную) фазу; ρ_2' — плотность амводы; ρ_1 — плотность алюмогеля.

Как видно из уравнения (1), уменьшение краевого угла смачивания θ приводит к снижению граничного диаметра капель, проходящих через границу раздела фаз. Краевой угол смачивания является мерой фильности капель ПГА. Обычно ПГА гидрофильна и угол θ мал, но так как образование капель происходит в керосине, то адсорбция последнего приводит к гидрофобизации поверхности капли, что увеличивает краевой угол смачивания. Методом фотографирования капель ПГА, находящихся на границе раздела фаз керосин — амвода, установлено, что угол θ может изменяться от 35 до 115°.

В процессе жидкостной формовки плотность веществ и поверхностное натяжение остаются постоянными. Принимая их равными: $\rho_1=1{,}17$ г/см^3, $\rho_2'=0{,}91$ г/см^3, $\sigma_{1,2}=21$ дин/см, $g=980$ см/с^2 и $\theta_1=35°$,

$\theta_2 = 115°$, было найдено, что капли ПГА диаметром 0,58 см беспрепятственно проходят через границу раздела фаз, а диаметром 0,21 см сколь угодно долго задерживаются на ней. Капли ПГА размером меньше 0,58 см и больше 0,21 см будут какое-то время задерживаться на границе раздела, а затем отрываться. Происходящие при этом процессы можно представить следующим образом.

Капля ПГА, сформированная в керосине, задерживается на границе раздела фаз, так как покрыта пленкой керосина и краевой угол смачивания у нее максимален. Поскольку зависающая на границе раздела фаз капля ПГА погружается в аммиачную воду, то сразу же начинается процесс вытеснения керосина с поверхности капли амводой и капля из гидрофобной становится гидрофильной. Если бы периметр смачивания капли не был фиксирован, то это сказалось бы на изменении краевого угла смачивания. Однако поскольку капля превратилась в мелкую сферу, то изменение краевого угла смачивания не происходит, хотя физико-химические свойства ПГА изменились.

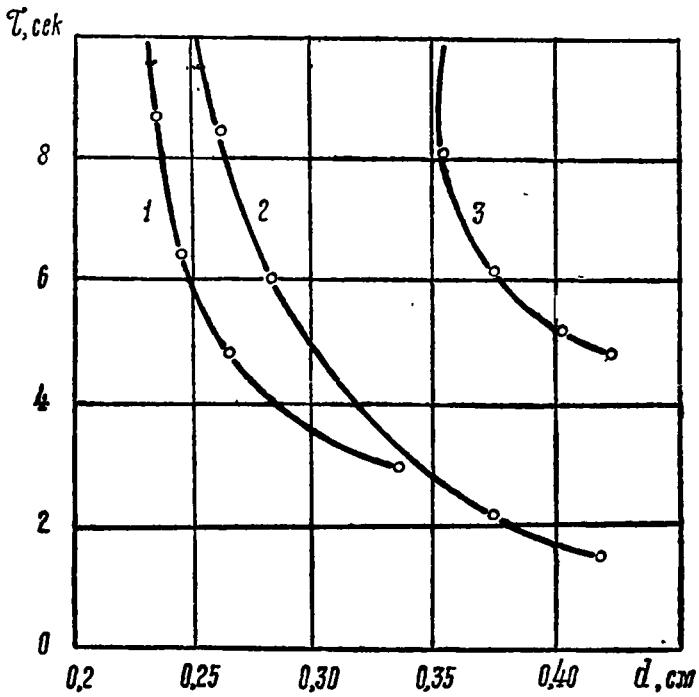

Рис. 1. Зависимость времени задержки капель ПГА различной крупности на границе раздела керосин — амвода от концентрации аммиачной воды:
1—25% NH_4OH; *2*—12% NH_4OH; *3*—6% NH_4OH

Процесс вытеснения керосина амводой с поверхности капли, соприкасающейся с границей раздела, в результате которого капля из гидрофильной превращается в гидрофобную, изучен на каплях ПГА с добавлением фенолфталеина. Хорошо наблюдалось изменение окраски из бесцветной в малиново-красную по мере десорбции керосина с поверхности капель ПГА и ее нейтрализации. Когда процесс десорбции керосина заканчивался, капли отрывались от границы раздела фаз. На скорость процесса десорбции керосина и нейтрализации ПГА существенную роль оказывает концентрация аммиачной воды (рис. 1).

Таким образом, предложен и опытно проверен механизм задержки капель ПГА на границе раздела фаз и выяснено влияние на этот процесс размера капель и физико-химических свойств жидких фаз.

ЛИТЕРАТУРА

1. Классен В. И., Мокроусов В. А. Введение в теорию флотации М., Металлургиздат, 1953.

К ВОПРОСУ О ТЕХНОЛОГИИ ЖЕЛЕЗОРУДНЫХ МИКРООКАТЫШЕЙ ДЛЯ АГЛОМЕРАЦИОННЫХ ШИХТ

А. В. ВИТЮГИН, В. П. ГУСЕВ, О. А. КАЙГОРОДОВА, Л. Г. ТЮРЮХАНОВ

В настоящее время ведется поиск рациональной технологии спекания агломерационных шихт, содержащих значительное количество тонких железорудных концентратов. При этом наблюдается повышенный интерес к различным вариантам так называемой раздельной шихтоподготовки, одним из которых является предварительное селективное окомкование концентратов с последующим смешением с остальными сравнительно крупнозернистыми компонентами шихты. Размер гранул (микроокатышей) должен быть в пределах от 2—3 до 5—7 мм.

В настоящей работе в качестве объектов исследования были использованы производственные пробы коршуновского железорудного концентрата различной степени измельчения. Химический состав исследуемого материала представлен в табл. 1.

Таблица 1

Химический состав коршуновского железорудного концентрата, %

$Fe_{общ}$	$Fe_{мет}$	FeO	SiO_2	CaO	MgO	Al_2O_3	Fe_2O_3	P	S	Прочие	п. п. п.
62,84	0,169	23,19	3,94	1,85	3,35	2,40	63,75	0,109	0,0107	0,365	1,02

На первом этапе исследования была проведена оценка влияния крупности концентрата на его водно-физические характеристики и показатель комкуемости [1]. Эти показатели, а также коэффициент чувствительности материалов к сушке определяли по методикам, описанным ранее в работах [1—3]. Определение показателя наименьшей капиллярной влагоемкости (НКВ) для каждого материала проводили путем обработки экспериментальных данных капиллярной пропитки методом наименьших квадратов (МНК) с получением регрессионных уравнений следующего вида:

$$Y=A+C(K_{скп}-B), \qquad (1)$$

где Y — значение текущего водопоглощения, %; A, B, C — постоянные коэффициенты; $K_{скп}$ — коэффициент скорости капиллярной пропитки, $м^2/с$.

Согласно теории окомкования дисперсных материалов для успеш-

ного осуществления процесса необходимо строгое соответствие между влажностью комкуемого материала и его капиллярной влагоемкостью, определяющее структурно-механические характеристики материала. На основании многочисленных экспериментов на кафедре общей химической технологии Томского политехнического института получено и апробировано применительно к производственным условиям следующее выражение для количественного расчета рабочей влажности шихты (W) в процессе окомкования:

$$W = \text{НКВ} - (\text{МКВ} - 2\text{НКВ})(1 - \text{К}), \qquad (2)$$

где МКВ — показатель максимальной капиллярной влагоемкости, %; К — показатель комкуемости.

Коэффициент чувствительности материалов к сушке ($K_т$), который определяет потенциальную стойкость гранулированных материалов к разрушению структуры в процессе сушки, рассчитывали по следующему выражению:

$$K_т = \frac{W - \text{НКВ}}{W}(1 - \text{К}). \qquad (3)$$

В табл. 2 приведены экспериментальные данные по оценке влияния крупности измельчения концентрата на его водно-физические свойства. Как и следовало ожидать, с увеличением дисперсности концентрата возрастают количественные характеристики его водно-физических свойств. При этом необходимо отметить, что наиболее существенное повышение комкуемости концентрата наблюдается только в интервале изменения крупности от 65,0 до 73,6% содержания класса минус 44 мкм, в то время как при изменении содержания этого же класса от 55 до 65% увеличение комкуемости практически незаметно.

Таблица 2

Влияние крупности измельчения коршуновского железорудного концентрата на его водно-физические характеристики

№№ п/п	Крупность измельчения (сод кл. минус 44 мкм, %)	Плотность ρ 10^{-3}, кг/м³	Удельная поверхность, м²/кг	Влагоемкость			Показатель комкуемости К	Рабочая влажность W, %	Коэффициент чувствительности к сушке $K_ч$
				МГ, %	НКВ, %	МКВ, %			
1	73,6	4,84	1769	0,23	10,2	22,5	0,8	10,6	0,010
2	70,0	4,74	1579	0,21	8,4	20,3	0,69	9,84	0,035
3	65,0	4,6	849	0,2	8,0	19,4	0,68	9,1	0,045
4	60,0	4,4	н/опр.	0,18	7,8	19,0	0,67	8,9	0,051
5	55,0	4,3	822	0.17	7,7	18,7	0,66	8,8	0,063

Исследование чувствительности гранул к сушке показывает, что с повышением показателя комкуемости и увеличением рабочей влажности шихты для окомкования термическая стойкость гранул снижается. Наиболее резкое снижение наблюдается в тех же интервалах изменения крупности концентрата, что и для показателя комкуемости (65,0—73,6% содержания класса минус 44 мкм).

Указанные закономерности объясняются тем, что в указанных пределах резко увеличивается доля наиболее тонкодисперсных фракций. Свидетельством этого служит изменение величины удельной поверхности концентрата, значение которой увеличивается почти в два раза при изменении крупности помола от 65 до 70% содержания класса минус 44 мкм.

Таким образом, можно сделать вывод, что для коршуновского же-

лезорудного концентрата как с точки зрения эффективности процесса окомкования, так и с точки зрения эффективности процесса сушки получаемых микроокатышей оптимальной степенью предварительного измельчения следует считать содержание класса минус 44 мкм не менее 65%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Витюгин В. М. Вопросы теории и практики гранулирования дисперсных материалов методом окатывания. Дис на соиск. учен. степени докт. техн наук. Томск, 1975.

2. Гусев В. П Исследование термомеханической стойкости формованных дисперсных материалов в процессе сушки Дис на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Томск, 1978

3 Витюгин В М. и др — Тезисы докладов научно-технического совещания «Окомкование железорудных материалов». Липецк, 1972.

РЕФЕРАТЫ НА ОПУБЛИКОВАННЫЕ СТАТЬИ

УДК 532.517+536.24

К проблеме неизотропной свободной турбулентности. Шваб В А, Беспрозванных В. А. Вопросы аэрогидродинамики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

В работе показано применение нового метода определения турбулентных напряжений, вихревой вязкости и интенсивности переноса скалярной субстанции в автомодельных задачах неизотропной свободной турбулентности в приложении к расчету осесимметричной слабо нагретой струи, вытекающей в затопленное пространство, а также следа за круглым цилиндром. Используемый метод исключает необходимость опытной коррекции результатов расчета при помощи эмпирических констант.

В результате исследования получено существенное улучшение соответствия теоретических результатов опытным данным при определении полей скорости, установлен характер распределения турбулентной вязкости и напряжений, а также ряда других характеристик течения. Получены, кроме того, согласующиеся с экспериментом новые теоретические результаты, касающиеся турбулентного переноса тепла при различных числах Прандтля.

Библ. 21, ил. 10.

УДК 532 517.2+532.529

Гидродинамика, устойчивость ламинарного потока и процессы разделения твердых частиц в рабочих элементах тарельчатых центробежных сепараторов. Шиляев М. И. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981

В работе проведено теоретическое исследование гидродинамики ламинарного движения жидкости и его устойчивости между коническими и плоскими тарелками центробежных сепараторов, установлены критериальные условия перехода ламинарного течения в турбулентное. С помощью полученного распределения скоростей в конических элементах проведен анализ процесса сепарации частиц на внешнюю, ограничивающую поток, поверхность, на основании которого предложен приближенный способ расчета эффективности разделения смеси в конических центрифугах и различных сепараторах специального назначения.

Библ. 17, ил. 15.

УДК 532.517.4

Установившееся турбулентное течение в коаксиальном цилиндрическом канале. Шваб А. В. Вопросы аэрогидродинамики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

Выполнено исследование поля осредненной скорости при установившемся турбулентном течении в коаксиальном цилиндрическом канале на основе ранее разработанного метода расчета пристенных турбулентных течений. Показано влияние отношения радиусов цилиндров коаксиального канала на коэффициент сопротивления трения. Установлена степень отклонения полученных значений коэффициентов сопротивления трения от их значений, определяемых методом эквивалентного гидравлического диаметра. Полученные результаты вполне удовлетворительно согласуются с опытными данными.

Библ. 3, ил. 2.

УДК 621.928.

Некоторые специфические особенности центробежной газоочистки. Шваб В А. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

В статье рассматриваются принципиальные возможности метода центробежной газоочистки с принудительной организацией поля центробежных сил при использовании механического привода Проведено сопоставление двух вариантов схемы организации процесса газоочистки. Дана качественная оценка возможной эффективности центробежных пылеотделителей с принудительным приводом.

Библ 8, ил. 5, табл. 4.

УДК 532.529+621 928

Исследование процесса разделения частиц в воздушно-центробежном классификаторе. Шиляев М И., Росляк А. Т., Сосновский Н. Д., Зятиков П Н. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, Изд-во Томск ун-та, 1981.

В работе представлены результаты численного анализа процесса разделения твердых частиц в воздушно-центробежном классификаторе при различных режимных параметрах и профилях границ зоны сепарации. Установлены оптимальный профиль зоны сепарации, отвечающий наилучшему качеству разделения, и условия ввода частиц в нее. Получены простые аналитические зависимости для перерасчета граничного размера разделения частиц и соответствующего расхода на условия нестоксовского режима их аэродинамического сопротивления.

Кроме того, в работе экспериментально исследовано влияние рабочих параметров классификаторов, концентрации и дисперсности исходного материала на эффективность разделения частиц, что позволяет дать определенные рекомендации для конструирования и эксплуатации этих аппаратов

Библ. 7, ил. 8

УДК 541.182 3 : 543

Сравнительные испытания некоторых методов анализа дисперсности микропорошков. Квеско Н Г, Никульчиков В. К Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск ун-та, 1981.

Зависимость ряда физико-механических свойств порошкообразных материалов от размеров частиц вызывала многообразие разработанных в настоящее время методов дисперсного анализа Однако каждый метод имеет свою систематическую погрешность, обусловленную физическим принципом, заложенным в его основу В настоящей работе приведены результаты дисперсных анализов узких фракций тонкодисперсного алюминия, проведенных наиболее распространенными методами анализа в подситовой области размеров частиц, с целью сопоставления и дальнейшей корректировки результатов на основе общего для всех методов параметра, в частности, среднего диаметра частиц.

Библ. 10, ил. 3, табл. 2.

УДК 621 926 8

Исследование износа рабочих поверхностей импульсного пневмоизмельчителя. Пачин В Н, Танков Н К. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

В работе приведены результаты экспериментальных исследований износа поверхностей и соответствующего намола примесей при измельчении партии кварцевого песка в различных типах измельчителей Установлено, что процесс помола в импульсном пневмоизмельчителе характеризуется минимальным загрязнением продукта. Определена также геометрия износа рабочих поверхностей аппарата и подтверждено ранее сделанное предположение о самоизмельчении материала в импульсном пневмоизмельчителе.

Библ. 2, ил. 1, табл. 3.

УДК 614.833

К вопросу определения критических условий воспламенения пылегазовых смесей. Виклов В. Ю., Черников А. И. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

С целью упорядочения статистической обработки экспериментов по определению критических условий воспламенения пылегазовых смесей (ПГС) и проведения сравнения результатов, полученных различными методами с учетом их достоверности, предлагается характеризовать ПГС, создаваемые в рабочих объемах взрывных камер, пространственной и временной относительной среднеквадратической флуктуацией концентрации твердой фазы. Отмечается необходимость учета зависимости величины относительной флуктуации от масштаба изучаемого физического процесса Приводится пример методики определения пространственной относительной флуктуации концентрации твердой фазы.

Библ. 10, ил 2.

УДК 517.946.9 941 9

Зависимость критерия поверхностного разрушения вещества от параметров его реологического состояния. Дудин И. В. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск ун-та, 1981

Устанавливается функциональная зависимость между безразмерной площадью разрушающейся свободной поверхностью вещества и параметрами его реологического состояния с целью получения сведений по коррекции отработанного технологического режима на новые варианты заполнения сосуда высоковязкой жидкостью.

Библ 1.

УДК 621 867 8

Поршневой пневмотранспорт с малой скоростью. Воронин В Н., Егоров В М. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

В статье рассматривается возможность пневматического транспортирования сыпучих материалов со скоростями, исключающими изменение гранулометрического состава исходного продукта. Проведен качественный анализ особенностей механизма движения поршней Поскольку малые перепады давления в совокупности с высокой концентрацией материала характеризуют неустойчивый режим течения, рекомендуется оснастить пневмотранспортную установку рядом дополнительных устройств: системой вывода установки на рабочий режим, системой дополнительного подвода сжатого газа и устройством формирования поршней на базе фотоэлектрических датчиков. Проводится описание опытной установки длиной 36 м. Результаты экспериментов с хлористым калием, приведенные в статье, показывают, что упомянутые устройства повышают устойчивость поршневого движения, что позволяет существенно снизить скорость движения перемещаемого материала.

Библ. 13, ил. 8, табл. 1.

УДК 66 01/09

Определение безразмерного параметра, определяющего условия формуемости при жидкостном формовании. Криницын Г. Г, Миронов В. М, Антропова З. В., Боровикова О. Ю Вопросы аэрогидродинамики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам Томск. Изд-во Томск. ун-та, 1981

Рассмотрены основные факторы, определяющие развитие процесса жидкостного формования и на основании метода анализа размерностей выведен безразмерный параметр, по величине которого можно судить о формуемости исследуемой системы Определены условия управления процессом.

Библ. 2, ил. 1.

УДК 66.01/09

Определение величины условного времени жидкостного формования. Кринициын Г Г., Сомова Т. Н, Антропова З. В., Боровикова О Ю. Вопросы аэрогидродинамики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

Вводится понятие времени формования и оценивается возможность определения этой величины. В связи со сложностью аналитического расчета предлагается приближенная методика экспериментального определения.

Библ. 4.

УДК 66.01/09 : 532.5

Прохождение капель пластифицированной гидроокиси алюминия через границу раздела фаз керосин — аммиачная вода. Бабенко С. А, Майкова Л. К. Вопросы аэрогидродинамики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

В работе выяснена причина задержки капель пластифицированной гидроокиси алюминия на границе раздела керосин — аммиачная вода и установлено влияние на процесс прохождения капель их размера и концентрации аммиачной воды.

Библ. 1, ил. 1.

УДК 669.162.12·622 785

К вопросу о технологии железорудных микроокатышей для агломерационных шихт. Витюгин А. В., Гусев В. П, Кайгородова О. А., Тюрюханов Л. Г. Вопросы аэрогидродинамики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1981.

Изложены результаты исследования влияния крупности измельчения коршуновского железорудного концентрата на его водно-физические характеристики, показатель комкуемости и термическую стойкость микроокатышей в процессе сушки. Показано, что оптимальной степенью измельчения концентрата следует считать содержание класса минус 44 мкм не менее 65%.

Библ. 3, табл 2.

СОДЕРЖАНИЕ

В. А. Шваб, В. А. Безпрозванных. К проблеме неизотропной свободной турбулентности 3

М И. Шиляев. Гидродинамика, устойчивость ламинарного потока и процессы разделения твердых частиц в рабочих элементах тарельчатых центробежных сепараторов 21

А. В. Шваб. Установившееся турбулентное течение в коаксиальном цилиндрическом канале 57

В. А. Шваб. Некоторые специфические особенности центробежной газоочистки 64

М. И. Шиляев, А. Т. Росляк, Н. Д. Сосновский, П. Н. Зятиков. Исследование процесса разделения частиц в воздушно-центробежном классификаторе 75

Н. Г. Квеско, В. К. Никульчиков. Сравнительные испытания некоторых методов анализа дисперсности микропорошков 90

В. Н. Пачин, Н. К. Танков. Исследование износа рабочих поверхностей импульсного пневмоизмельчителя 98

В. Ю. Виклов, А. И. Черников. К вопросу определения критических условий воспламенения пылегазовых смесей 102

И. В. Дудин. Зависимость критерия поверхностного разрушения вещества от параметров его реологического состояния 105

В. Н. Воронин, В. М Егоров. Поршневой пневмотранспорт с малой скоростью 112

Г. Г. Криницын, В. М. Миронов, З. В. Антропова, О. Ю. Боровикова. Определение безразмерного параметра, определяющего условия формуемости при жидкостном формовании 125

Г. Г. Криницын, Т. Н. Сомова, З. В Антропова, О. Ю. Боровикова. Определение величины условного времени жидкостного формования 128

С. А. Бабенко, Л. К Майкова. Прохождение капель пластифицированной гидроокиси алюминия через границу раздела фаз керосин — аммиачная вода 131

А. В. Витюгин, В. П. Гусев, О А. Кайгородова, Л. Г. Тюрюханов. К вопросу о технологии железорудных микроокатышей для агломерационных шихт 134

Рефераты на опубликованные статьи 137

ВОПРОСЫ АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ И ТЕПЛОМАССООБМЕНА
В ПРИЛОЖЕНИИ К НЕКОТОРЫМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

Редактор **Л. И. Дюканова**
Технический редактор **Г. Н. Гридина**
Корректор **Т. В. Худякова**

Сдано в набор 30.01.81 г Подписано к печати 20 08 81 г. КЗ 03136. Формат 70×108 1/16. Бумага типографская № 2. Литературная гарнитура. Высокая печать П л 9; уч.-изд. л. 10; усл п. л 12,6. Тираж 500 экз. Заказ 1223 Цена 1 р 50 к

Издательство ТГУ. 634010, Томск, ул. Ленина, 36.
Типография издательства «Омская правда». 644056, Омск-56, пр. Маркса, 39.

1 р. 50 к.