МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов
X Международной конференция студентов и молодых ученых

РОССИЯ, ТОМСК, 23–26 апреля 2013 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

X INTERNATIONAL CONFERENCE OF STUDENTS AND YOUNG SCIENTISTS

RUSSIA, TOMSK, April 23–26, 2013

Томск 2013

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ТОНКОМ ИДЕАЛЬНОМ ПРОВОДНИКЕ

А.А. Алексеенко

Научный руководитель: профессор, д.ф.м.н. А.Г. Дмитренко

Томский государственный университет, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: aleksanka@gmail.com

SOLUTION OF ELECTROMAGNETIC SCATTERING ON THE THIN IDEAL CONDUCTOR

A.A. Alekseenko

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.G. Dmitrenko

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: aleksanka@gmail.com

Algorithm for the numerical solution of the scattering on the thin ideal conductor was obtained by method of auxiliary sources.

В таких областях как радиопеленгация, радиолокация, антенная техника и др. задача рассеяния электромагнитных волн на телах различной формы встречается достаточно часто.

В данной работе построен алгоритм численного решения задачи рассеяния электромагнитной волны на тонком идеально проводящем проводнике. В основе этого алгоритма лежит вариант метода вспомогательных источников, предложенных ранее в [1].

Геометрия задачи показана на рисунке 1. В безграничной однородной среде D_e расположен тонкий идеальный проводник с радиусом поперечного сечения r_0. Под тонким проводником будем понимать проводник, диаметр которого мал по сравнению с длиной волны и длиной проводника. Рассматриваемый проводник возбуждается стационарным электромагнитным полем $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, где $\vec{E}_0$ - вектор напряженности электрического поля, $\vec{H}_0$ - вектор напряженности магнитного поля. Зависимость от времени выбрана в виде $\exp\{-i\omega t\}$. Необходимо найти рассеянное поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в области D_e.

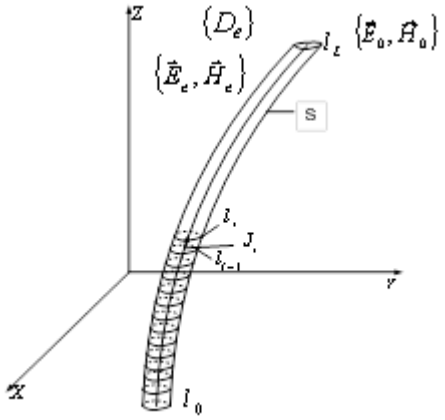


Рис.1. Геометрия задачи

С математической точки зрения рассматриваемая задача представляет собой внешнюю краевую задачу для системы уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{E}_e = i\omega\mu_e\vec{H}_e,\ \operatorname{rot}\vec{H}_e = -i\omega\varepsilon_e\vec{E}_e \qquad (1)$$

с граничными условиями

$$\vec{n}\times\vec{E}_e = -\vec{n}\times\vec{E}_0 \qquad (2)$$

на поверхности S проводника и условиями излучения на

бесконечности

$$\left\{\sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e;\sqrt{\mu_e}\vec{H}_e\right\}\times\frac{\vec{R}}{R}+\left\{\sqrt{\mu_e}\vec{H}_e;-\sqrt{\varepsilon_e}\vec{E}_e\right\}=O\left(R^{-1}\right), \quad (3)$$

где $\vec{n}$ - вектор нормали к S, направленный в D_e, R – расстояние от проводника до точки наблюдения $M(x,y,z)$, $a\times b$ - векторное произведение, ε_e и μ_e – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды D_e, ω – частота.

Решение поставленной задачи строится следующим образом. Разместим на оси проводника непрерывно распределённый вспомогательный ток $\vec{J}$ и представим неизвестное рассеянное поле $\left\{\vec{E}_e,\vec{H}_e\right\}$ в D_e в виде поля, создаваемого этим током. Тогда компоненты рассеянного поля запишутся в виде

$$\vec{E}_e(M)=\frac{i}{\omega\varepsilon_0}\operatorname{rot}\left\{\operatorname{rot}\vec{A}\right\},\ \vec{H}_e(M)=\operatorname{rot}\vec{A}, \quad (4)$$

где $\vec{A}=\int_l\frac{\vec{J}e^{ik_eR}}{R}dl$, $M\in D_e$, (5)

В формулах (4) и (5) $k_e=\omega\sqrt{\varepsilon_e\mu_e}$ - волновое число в среде D_e, интегрирование проводится вдоль осевой линии тока l.

Поле (4) удовлетворяет уравнениям Максвелла (1) и условиям излучения на бесконечности (3). Остаётся удовлетворить граничным условиям (2) путём соответствующего выбора распределения тока $\vec{J}$. Для этого разобьём линию тока на N_L участков. В пределах каждого участка величину тока можно считать постоянной. Тогда выражения для компонент рассеянного поля запишутся следующим образом:

$$\vec{E}_e(M)=\frac{i}{\omega\varepsilon_e}\sum_{i=1}^{N_L}J_i\left\{\cos\alpha_i\operatorname{rot}\operatorname{rot}\left(I_i\vec{e}_x\right)+\cos\beta_i\operatorname{rot}\operatorname{rot}\left(I_i\vec{e}_y\right)+\cos\gamma_i\operatorname{rot}\operatorname{rot}\left(I_i\vec{e}_z\right)\right\}, \quad (6)$$

$$\vec{H}_e(M)=\sum_{i=1}^{N_L}J_i\left\{\cos\alpha_i\operatorname{rot}\left(I_i\vec{e}_x\right)+\cos\beta_i\operatorname{rot}\left(I_i\vec{e}_y\right)+\cos\gamma_i\operatorname{rot}\left(I_i\vec{e}_z\right)\right\}, \quad (7)$$

Где $\cos\alpha_i$, $\cos\beta_i$, $\cos\gamma_i$ – направляющие косинусы единичного вектора, направленного по касательной к срединной точке i-го участка разбиения, $I_i=\int_{l_{i-1}}^{l_i}\frac{e^{ik_eR}}{R}dl$; l_{i-1} и l_i – начальная и конечная точки i-го участка разбиения, $R=\sqrt{(x-x_l)^2+(y-y_l)^2+(z-z_l)^2}$ – расстояние от текущей точки интегрирования до точки наблюдения; x_l, y_l, z_l – координаты точки интегрирования; x, y, z – координаты точки M; J_i – значение тока в пределах i-го участка.

Для определения неизвестных токовых компонент J_i будем использовать граничные условия (2), удовлетворяя им методом коллокаций. Пусть M_j – точки коллокаций на поверхности витка S $(j=1,2,...,L)$. Тогда для определения J_i получим следующую систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{i=1}^{N_L}J_i'\int_{k_el_{i-1}}^{k_el_i}\frac{e^{ik_eR_{jl}}}{\left(k_eR_{jl}\right)^3}\left[\cos\alpha_l^j\left\{\cos\alpha^i\left[a_{jl}\frac{(k_ex_j-k_ex_l)^2}{\left(k_eR_{jl}\right)^2}+\left(ik_eR_{jl}-1\right)+\left(k_eR_{jl}\right)^2\right]+\cos\beta^ia_{jl}\frac{(k_ex_j-k_ex_l)(k_ey_j-k_ey_l)}{\left(k_eR_{jl}\right)^2}+\right.\right.$$

$$+\cos\gamma^i a_{jl}\frac{(k_e x_j-k_e x_l)(k_e z_j-k_e z_l)}{(k_e R_{jl})^2}\Bigg\}+\cos\beta_l^j\Bigg\{\cos\alpha^i a_{jl}\frac{(k_e x_j-k_e x_l)(k_e y_j-k_e y_l)}{(k_e R_{jl})^2}+\cos\beta^i\Bigg[a_{jl}\frac{(k_e x_j-k_e x_l)^2}{(k_e R_{jl})^2}+$$

$$+(ik_e R_{jl}-1)+(k_e R_{jl})^2\Bigg]+\cos\gamma^i a_{jl}\frac{(k_e y_j-k_e y_l)(k_e z_j-k_e z_l)}{(k_e R_{jl})^2}\Bigg\}+\cos\beta_l^j\Bigg\{\cos\alpha^i a_{jl}\frac{(k_e x_j-k_e x_l)(k_e z_j-k_e z_l)}{(k_e R_{jl})^2}+$$

$$+\cos\beta^i a_{jl}\frac{(k_e y_j-k_e y_l)(k_e z_j-k_e z_l)}{(k_e R_{jl})^2}+\cos\gamma^i\Bigg[a_{jl}\frac{(k_e z_j-k_e z_l)^2}{(k_e R_{jl})^2}+(ik_e R_{jl}-1)+(k_e R_{jl})^2\Bigg]\Bigg\}\Bigg]d(k_e l)=-E_{0l}^j,$$

$$j=1,2,...,L. \qquad (8)$$

Здесь $R_{jl}=\sqrt{(x_j-x_l)^2+(y_j-y_l)^2+(z_j-z_l)^2}$, $a_{jl}=3-3ik_e R_{jl}-(k_e R_{jl})^2$, $J_i^{'}=i\omega\mu_e J_i$, x_j, y_j, z_j - координаты j-ой точки коллокации, интегрирование проводится по x_l, y_l, z_l.

После решения системы (8), т.е. определения неизвестных $J_i^{'}$ $(i=\overline{1,N_L})$ необходимые характеристики рассеянного поля определяются из (6)-(7). В частности для компонент рассеянного поля в дальней зоне имеем

$$E_{e,\theta}(M)=\left(\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}\right)^{1/2}H_{e,\varphi}(M)=\frac{e^{ik_e R}}{k_e R}D_\theta(\theta,\varphi)+O(R^{-2}),$$

$$E_{e,\varphi}(M)=-\left(\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}\right)^{1/2}H_{e,\theta}(M)=\frac{e^{ik_e R}}{k_e R}D_\varphi(\theta,\varphi)+O(R^{-2})$$

где компоненты диаграммы рассеяния $D_\theta(\theta,\varphi)$ и $D_\varphi(\theta,\varphi)$ определяются выражениями

$$D_\theta(\theta,\varphi)=\sum_{i=1}^{N_L}J_i^{'}\left(\cos\theta\cos\varphi\cos\alpha^i+\cos\theta\sin\varphi\cos\beta^i-\sin\theta\cos\gamma^i\right)$$

$$\int_{k_e l_{i-1}}^{k_e l_i}\exp\left\{-i\left(\sin\theta\cos\varphi k_e x_l+\sin\theta\sin\varphi k_e y_l+\cos\theta k_e z_l\right)\right\}d(k_e l),$$

$$D_\varphi(\theta,\varphi)=\sum_{i=1}^{N_L}J_i^{'}\left(-\sin\varphi\cos\alpha^i+\cos\varphi\cos\beta^i\right)\int_{k_e l_{i-1}}^{k_e l_i}\exp\left\{-i\left(\sin\theta\cos\varphi k_e x_l+\sin\theta\sin\varphi k_e y_l+\cos\theta k_e z_l\right)\right\}d(k_e l).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численный метод исследования электромагнитного рассеяния структурами, содержащими тонкие проводники// Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48. – № 5. – С. 545–551.