

УДК 539.4

Ю.В. Советова, Ю.Н. Сидоренко, В.А. Скрипняк**МНОГОУРОВНЕВЫЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ
ВЛИЯНИЯ ОБЪЕМНОГО СООТНОШЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ
ВОЛОКНИСТОГО ОДНОНАПРАВЛЕННОГО УГЛЕПЛАСТИКА
НА ЕГО МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Рассматривается проблема прогнозирования эффективных механических свойств композиционных материалов. Задача решается с использованием многоуровневого подхода к описанию структуры материала. На каждом структурном уровне композита рассматривается влияние процесса накопления повреждений на формирование его механических свойств. На примере модельных углепластиков с объемным содержанием углеродных волокон от 7 до 50 % показана возможность исследования в рамках предложенной вычислительной методики влияния эффектов микро- и мезомасштабного уровня на формирование эффективных механических свойств композитов.

Ключевые слова: *композиционные материалы, механическое поведение, эффективные механические свойства, накопление повреждений, прочность, разрушение, численное моделирование, метод конечных элементов, многоуровневый подход.*

В настоящее время одним из наиболее распространенных типов конструкционных материалов являются композиты. Широкое применение этих материалов связано с возможностью комбинирования при их создании свойств, присущих составляющим их компонентам, что, в частности, позволяет создавать материалы с заданными, зачастую уникальными, свойствами. Одним из типичных примеров материалов такого рода, нашедших широкое применение в машиностроении, являются углепластики, в которых сочетаются высокие жесткость и прочность армирующих углеродных волокон и малый удельный вес полимерных матричных материалов. Как и в случае любых других композиционных материалов, одной из наиболее актуальных задач при проектировании изделий из углепластиков является решение проблемы надежного прогнозирования эффективных физико-механических характеристик такого материала на основе информации о свойствах его компонент и параметров структуры армирования. Одним из перспективных направлений для решения этой задачи является развитие методов численного моделирования в материаловедении.

Повышение надежности прогнозирования механических свойств композитов может быть достигнуто, в частности, за счет учета при моделировании возможно большего количества значимых факторов, влияющих на формирование механических свойств этих материалов. Как показывают современные исследования, такие факторы по сути своей характеризуют результаты протекания различных процессов, сопровождающих деформирование материала. Примерами таких процессов могут служить накопление микроповреждений, твердофазные превращения, образование пор и трещин, разрушение межфазных границ и т. п. Важно, что такие процессы развиваются и проявляют себя, как правило, на разных масштабных уровнях материала: от уровня кристаллической решетки до макроскопического

(уровня эффективных свойств). Наличие разноуровневых процессов и явлений, имеющих место в процессе деформирования композитов, обуславливает необходимость развития многоуровневых подходов к моделированию поведения таких материалов. Использование многоуровневых представлений при моделировании, в частности, позволяет естественным образом учесть различие масштабов проявления всех тех процессов, совокупная реализация которых проявляется как отклик материала на внешнее воздействие, т. е., в конечном счете, формирует механические свойства этого материала. Примеры построения многоуровневых моделей структурно-неоднородных сред различного типа приведены, в частности, в работах [1–4]. В случае композитов на развитие таких процессов значительное влияние оказывает структура армирования материала [5–8].

Применительно к композитам представляется естественным выделить три уровня моделирования материала: микромасштабный – для объемов, полностью принадлежащих той или иной компоненте материала; мезомасштабный – для локально-представительных объемов материала, выбор размеров которых осуществляется с учетом локальных особенностей структуры армирования; макромасштабный – для представительных (эффективно-гомогенных) объемов композита [9].

Введенная таким образом иерархия масштабных уровней композита используется в данной работе для исследования влияния объемного содержания армирующих элементов волокнистого однонаправленного углепластика на его физико-механические свойства с учетом накопления повреждений в процессе деформирования. Полагается, что, с точки зрения влияния на механические свойства композита, повреждения на каждом масштабном уровне проявляют себя по-разному. Например, повреждение (включая полное разрушение) единичного объема микромасштабного уровня может проявиться в некотором снижении локальных механических свойств материала в непосредственной окрестности этого объема, но практически не скажется на эффективных механических свойствах композита. Фактически, учитывая неидеальный характер реальных технологий получения композитов, подобные единичные повреждения могут появляться уже на стадии производства материалов [10]. При этом условия нагружения такого объема и параметры его напряженно-деформированного состояния, а следовательно, и характер разрушения в значительной степени определяются конфигураций элементов структуры армирования в пределах конкретного объема мезомасштабного уровня, содержащего данный микрообъем.

В свою очередь, накопление микромасштабных повреждений в пределах единичного объема мезомасштабного уровня способно привести к его фактическому разрушению, что может проявиться как разрушение отдельного включения либо фрагмента матрицы между соседними включениями в композите. Такое повреждение уже можно рассматривать как признак начала макроскопического разрушения материала, однако наличие отдельных разрушенных фрагментов еще не означает разрушения всего композита. Лишь в том случае, когда количество таких фрагментов достигнет некоторой критической величины либо в своем взаимном расположении разрушенные фрагменты образуют некоторую специфическую конфигурацию, факт возникновения которой может интерпретироваться, например, как признак образования магистральной трещины, можно говорить о полном (макроскопическом) разрушении материала. При этом каждый объем мезомасштабного уровня вследствие хаотической природы структуры армирования композита должен характеризоваться собственными уникальными значениями

физико-механических характеристик (иными словами, в каждом таком объеме реализуются свои собственные значения локальных свойств композита).

Таким образом, многоуровневая модель композита должна учитывать возможность разрушения объемов материала на каждом масштабном уровне, а также обеспечивать возможность передачи информации об условиях нагружения и состоянии разномасштабных объемов между уровнями модели.

При описании состояния материала компонент композита на микромасштабном уровне полагаются справедливыми обычные соотношения теории малых упругих деформаций с тем исключением, что при определении упругих свойств компонент учитывается информация о локальном состоянии материала на мезомасштабном уровне. Поскольку в данной работе предполагается, что основное влияние на локальное состояние композита оказывает процесс накопления повреждений в сравнительно малой окрестности исследуемого микрообъема, то в качестве характеристик локального состояния используются параметры повреждаемости компонент Π_k :

$$\Pi_k = \frac{V_k^*}{V_k}, \quad k = 1, \dots, K, \quad (1)$$

где V_k^* – поврежденный объем k -й компоненты материала в составе объема мезомасштабного уровня, V_k – полный объем k -й компоненты в том же объеме, K – количество компонент композита. Необходимость «покомпонентного» учета накопления повреждений связана с тем, что для дискретно гетерогенных материалов (какими и являются композиты) при оценке прочности каждого объема мезомасштабного уровня предполагается справедливой модель «слабейшего звена», в соответствии с которой объем сохраняет свою несущую способность до тех пор, пока для каждой из его структурных компонент выполняется условие

$$\Pi_k < \Pi_k^{\max}, \quad (2)$$

где Π_k^{\max} – предельно допустимая величина удельного объема повреждений в k -й компоненте композита, величина которой должна задаваться с учетом как физических соображений, так и требований к устойчивости вычислительного метода. Нарушение условия (2) рассматривается как признак разрушения моделируемого элементарного структурированного объема мезоскопического уровня (мезообъема) и вместе с тем – как признак локального повреждения композита на макроуровне.

Система уравнений, описывающих поведение материала на микромасштабном уровне, включает в себя уравнения равновесия

$$\nabla_j \sigma_{ij} = 0; \quad (3)$$

уравнения Коши

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (U_{i,j} + U_{j,i}); \quad (4)$$

уравнения состояния

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{ij}, \Pi_k), \quad (5)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений и деформаций соответственно, U_i –

компоненты вектора перемещений, индекс после запятой означает операцию дифференцирования по соответствующей координате, Π_k – параметр повреждаемости компоненты композита.

Параметры повреждаемости компонент композита (Π_k) рассчитываются на основе оценки состояния каждого из микромасштабных объемов в составе моделируемого мезообъема. Для определения состояния микрообъемов используется критерий прочности Цая – Ву [11]:

$$F_{ij} \sigma_{ij} + F_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \geq 1, \quad (6)$$

где коэффициенты F_{ij} и F_{ijkl} вычисляются по значениям пределов прочности компонент материала при одноосном растяжении и сжатии, а также их сдвиговой прочности. Выполнение микромасштабного критерия прочности (6) позволяет отнести соответствующий микрообъем к категории «поврежденных» при вычислении величины поврежденного объема k -й компоненты материала V_k^* в соотношении (1). Найденные значения параметров повреждаемости (1) позволяют для каждой компоненты рассчитать локальное значение модуля упругости компоненты E_k с учетом повреждений, накопленных данной компонентой на мезомасштабном уровне:

$$E_k = E_k^0 (1 - \Pi_k), \quad k = 1, \dots, K, \quad (7)$$

где E_k^0 – модуль упругости k -й компоненты в отсутствие повреждений. Такой подход позволяет оценивать усредненное по объему мезомасштабного уровня влияние микроуровневых повреждений на локальные механические свойства материала.

Поскольку система уравнений (1) – (7) физически нелинейна, для расчета параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) мезообъема при заданном уровне внешних воздействий используется метод пошагового нагружения. Поскольку при вычислении полей напряжений и деформаций для текущего уровня нагружения значения параметров повреждаемости компонент композита априори не известны, решение задачи на каждом шаге по нагрузке ищется с использованием вычислительной схемы «предиктор – корректор» (схема Хойна) [12].

Задача расчета параметров НДС мезообъема решается численно методом конечных элементов. Найденные поля параметров НДС на каждом шаге по нагрузке усредняются по мезообъему, что позволяет рассчитывать для данного объема его эффективные свойства. В частности, при граничных условиях, соответствующих случаю одноосного нагружения мезообъема, могут быть найдены значения модуля упругости в направлении нагружения (E_l) и коэффициента Пуассона (ν_l):

$$E_l = \frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\langle \varepsilon_1 \rangle}, \quad \nu_l = - \frac{\langle \varepsilon_2 \rangle}{\langle \varepsilon_1 \rangle}, \quad (8)$$

где угловые скобки ($\langle \dots \rangle$) обозначают операцию усреднения по объему, индекс 1 соответствует направлению нагружения, индекс 2 – направлению, ортогональному к направлению нагружения. Поскольку эти свойства в общем случае зависят от конфигурации элементов структуры армирования в пределах данного конкретного мезообъема, их значения являются характеристикой локальных свойств композита в точке, соответствующей расположению данного мезообъема в пределах представительного объема материала макромасштабного уровня. Нагружение объема продолжается до тех пор, пока выполняется критерий локальной прочности (2). По результатам численного эксперимента может быть построена

локальная диаграмма деформирования материала, а также получена информация о развитии процесса накопления повреждений в локальной области, соответствующей выбранному мезообъему.

Оценка макроскопически эффективных свойств хаотически армированного композита может быть получена на основе анализа результатов совокупности численных экспериментов по нагружению представительной выборки мезообъемов. Такая выборка, в первую очередь, должна достаточно полно характеризовать возможные варианты локальных конфигураций элементов структуры армирования композита.

Для формирования такой выборки формируется геометрическая модель структуры армирования композита, в пределах которой случайным образом выбираются фрагменты, рассматриваемые в качестве объемов мезомасштабного уровня. Принципы выбора размеров таких объемов обсуждаются, в частности, в [13]. При таком подходе к моделированию композита полагается, что его свойства на макроуровне представляют собой случайные функции координат, вид которых обусловлен хаотическим характером структуры армирования. Усреднение параметров поведения мезообъемов, входящих в состав представительной выборки, позволяет получить оценки характеристик механических свойств композита на макроуровне. Таким образом, наряду с определением макроскопически эффективных свойств композита, использованный подход дает возможность детального исследования механического поведения материала в представительной выборке точек в пределах его модельного макрообъема.

Наличие информации о механическом поведении материала в разных точках макрообъема, в частности, позволяет использовать методы кластерного анализа для оценки предельных значений механических характеристик, соответствующих условиям макроскопического разрушения материала. С этой целью вводится представление о возможности существования каждой рассматриваемой точки макрообъема композита в одном из двух возможных состояний: исходном («неповрежденном») и конечном («разрушенном»). Переход точки из одного состояния в другое можно рассматривать как особый вид изменения фазового состояния этой точки. В соответствии с представлениями кластерного анализа, точки, находящиеся в одном и том же состоянии образуют некую совокупность – кластер. В условиях отсутствия внешнего воздействия все точки находятся в исходном состоянии и образуют единый кластер, охватывающий весь макрообъем композита. По мере возрастания внешних воздействий отдельные точки переходят в новое («поврежденное») состояние, что приводит к возникновению новых кластеров – кластеров повреждений. В дальнейшем происходит рост и слияние кластеров повреждений с одновременным сокращением исходного кластера (кластера неповрежденных точек). Полагается, что критерием перехода всей системы в новое состояние (условием макроскопического разрушения композита) является образование соединяющего кластера повреждений. Задачу об определении условий возникновения соединяющего кластера принято называть задачей о перколяции [14].

Для реализации этого подхода к оценке предельных свойств композита исследуется конфигурация поля кластеров повреждений в процессе его эволюции, вызванной ростом внешних нагрузок. Для решения вопроса о принадлежности точек тому или иному кластеру строится триангуляционный граф на всем множестве точек, входящих в представительную выборку. Необходимыми признаками

принадлежности двух точек одному кластеру являются совпадение состояний точек (поврежденное или неповрежденное) и их принадлежность одному и тому же ребру триангуляционного графа. Определение конфигураций кластеров повреждений выполняется для каждого шага по нагрузке, что позволяет отслеживать эволюцию поля кластеров повреждений в течение всего процесса нагружения модельного макрообъема.

Для идентификации соединительного кластера повреждений используется его характеристика («размах»), которая вычисляется как максимальное расстояние между точками, принадлежащими кластеру, по каждому из координатных направлений:

$$l_i = x_i^{\max} - x_i^{\min}, \quad i = 1, \dots, 3, \quad (9)$$

где x_i – координаты точек, принадлежащих кластеру, в i -м координатном направлении. Признаком образования соединительного кластера является выполнение хотя бы для одного из координатных направлений неравенства:

$$l_i > k L_i, \quad i = 1, \dots, 3, \quad (10)$$

где L_i – соответствующий «размах» расчетной области, величина коэффициента k принимается несколько меньшей 1. Значения внешних воздействий и макроскопических параметров напряженно-деформированного состояния композита, при которых происходит образование соединительного кластера повреждений, принимаются в качестве их предельных значений, соответствующих переходу материала в макроскопически разрушенное состояние.

Изложенный подход был использован для исследования влияния объемного соотношения компонентов волокнистого однонаправленного углепластика на его эффективные механические свойства. Задача решалась в двумерной постановке для случая одноосного статического нагружения по нормали к направлению армирования. В качестве значений механических характеристик компонентов были приняты следующие [10]: $E_i = 200$ ГПа, $\nu_i = 0,30$, $E_m = 3,4$ ГПа, $\nu_m = 0,22$, где E_i , E_m – модули упругости волокон и матрицы соответственно, ν_i , ν_m – коэффициенты Пуассона волокон и матрицы. Объемное содержание волокон варьировалось в пределах от 7 до 50 %. Для каждого из рассмотренных значений объемного содержания волокон строилась геометрическая модель структуры армирования (модель макрообъема). Каждая модель представляла собой квадрат с размером стороны L , в котором случайным образом размещались круговые включения диаметром d . Количество включений в каждом случае составляло 200–225, при этом относительные линейные размеры моделей (L/d) варьировались от 100 (при объемном содержании включений 7 %) до 34 (при 50 %). Принятые соотношения размеров L и d позволяют считать построенные модели представительными в геометрическом смысле.

Для каждой из моделей структуры армирования случайным образом выбирались точки, в которых определялись локальные свойства модельных материалов. Количество точек, необходимых для обеспечения статистической представительности результатов, выбиралось таким образом, чтобы обеспечивался приемлемый уровень погрешности при определении среднего значения модуля упругости композита (т. е., значения эффективного модуля упругости) по выборке локальных свойств. Для оценки погрешности использовалось известное соотношение [15]

$$\Delta = \frac{t_\alpha \sigma}{\sqrt{N}}, \quad (11)$$

где N – объем выборки, t_α – коэффициент Стьюдента для заданного уровня значимости α (принят равным 90 %), σ – среднеквадратичное отклонение по выборке, Δ – абсолютная величина погрешности определения среднего значения по выборке. Результаты оценок погрешностей показали, что при выбранном объеме выборок равном 500 точкам погрешности определения среднего значения модуля упругости не превышают 3 %, что можно считать достаточным с точки зрения обеспечения их статистической представительности.

Для оценки влияния хаотичности расположения включений на результаты моделирования расчеты для каждой модельной структуры проводились трижды на вновь формируемых для этого выборках точек. В процессе численного эксперимента для модельных материалов определялись модули упругости в направлении нагружения в отсутствие повреждений, вид диаграмм деформирования с учетом накопления повреждений, предельные значения напряжений и деформаций, а также величина работы разрушения.

На рис. 1 приведена полученная в результате моделирования зависимость модуля упругости композита от объемного содержания армирующих волокон. Для сравнения на графике показаны верхняя (кривая 1) и нижняя (кривая 2) границы вилки Хашина – Штрикмана [11]. Видно, что полученная зависимость практически совпадает с нижней границей вилки, хотя с увеличением содержания армирующих элементов до 30 % и более значения упругих модулей отклоняются в сторону верхней границы вилки. Полученные результаты достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными, приведенными в [16].

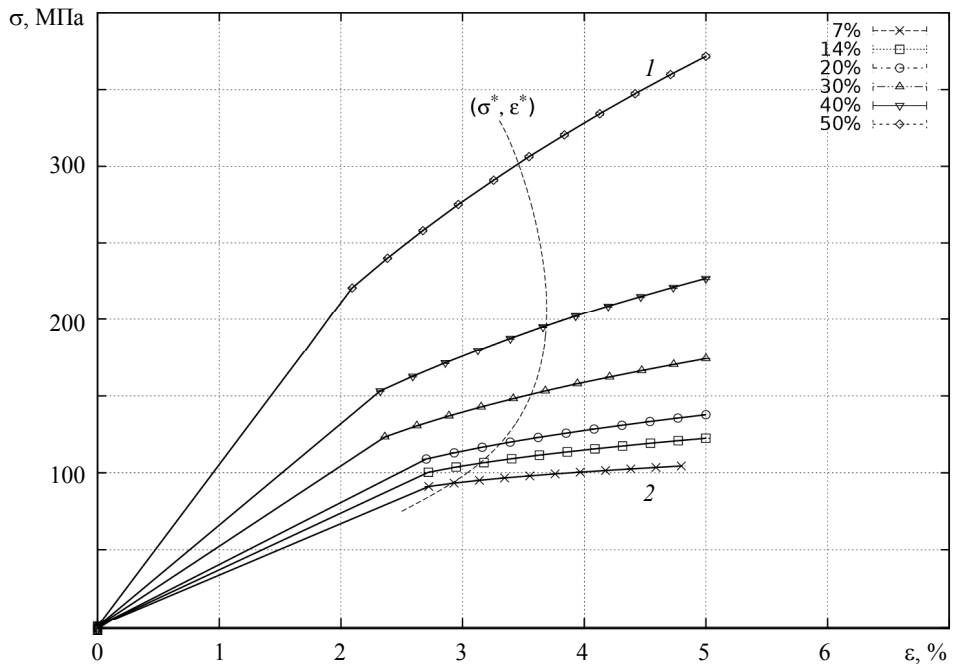


Рис. 1. Зависимость модуля упругости композита от объемного содержания армирующих волокон

На рис. 2 показаны эффективные диаграммы деформирования модельных материалов. При построении диаграмм в каждом из трех проведенных модельных испытаний выполнялось усреднение локальных напряжений для ряда значений макродеформации ϵ_1 , выбранных в области выполнения критерия локальной прочности (2):

$$\sigma_1 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_1^n, \quad (12)$$

где N – объем выборки локальных свойств. На рисунке представлены результаты усреднения найденных диаграмм по трем проведенным испытаниям. Видно, что во всех рассмотренных случаях накопление повреждений с ростом деформации материала приводит к существенному снижению упругих свойств композита. Видно также, что если диаграммы деформирования модельных материалов с содержанием армирующих волокон 7, 14 и 20 % расположены достаточно близко друг от друга, то увеличение доли волокон до 30 % и более приводит к существенному возрастанию упругих свойств материала, которые растут тем более быстро, чем выше содержание волокна в композите. Результаты повторных вычислений эффективных значений модуля упругости характеризуются высокой повторяемостью, вследствие чего величина доверительных интервалов, построенных для уровня значимости 90 %, весьма мала и сравнима с элементами графического представления результатов.

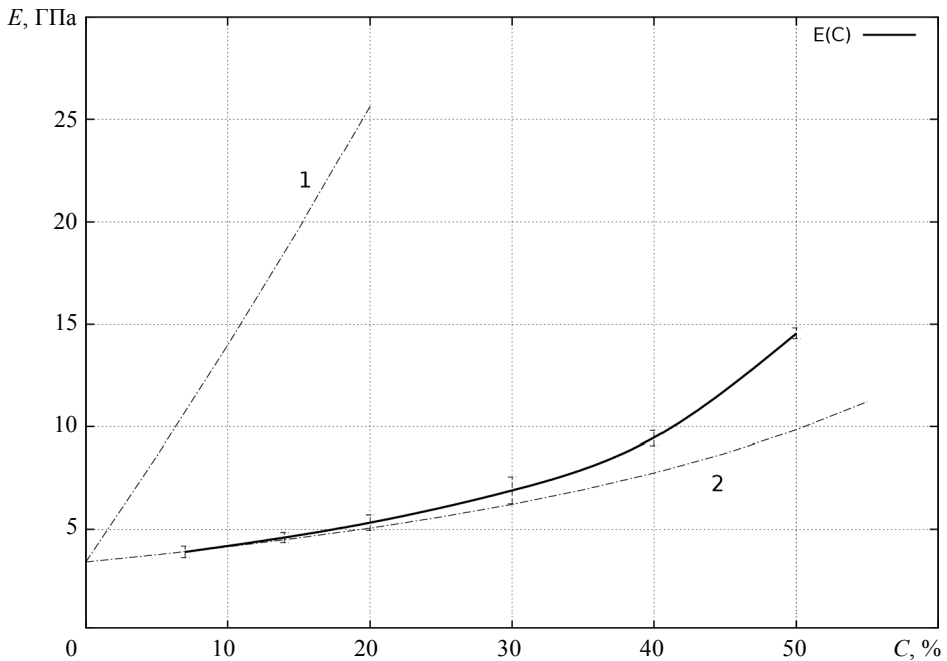


Рис. 2. Диаграммы деформирования модельных материалов

На рис. 3 представлены предельные значения главного напряжения (σ_1) и деформации (ϵ_1), полученные в результате проведенных расчетов. Точки, показанные на рисунке, соответствуют моменту образования соединительного кластера

повреждений в представительном объеме материала. На рисунке показаны также доверительные интервалы (для уровня значимости 90 %), характеризующие разброс величин, полученный при повторных расчетах. Как видно из представленных на рисунке данных, предельные значения главного напряжения возрастают при увеличении объемного содержания армирующих волокон. В отличие от этого, зависимость предельного значения главной деформации от содержания волокон является существенно немонотонной: наблюдается рост предельной деформации при увеличении содержания волокон от 7 до 30 %, увеличение содержания волокон от 30 до 40 % не приводит к существенному изменению величины предельной деформации, дальнейшее увеличение доли армирующих элементов до 50 % сопровождается снижением величины предельной деформации.

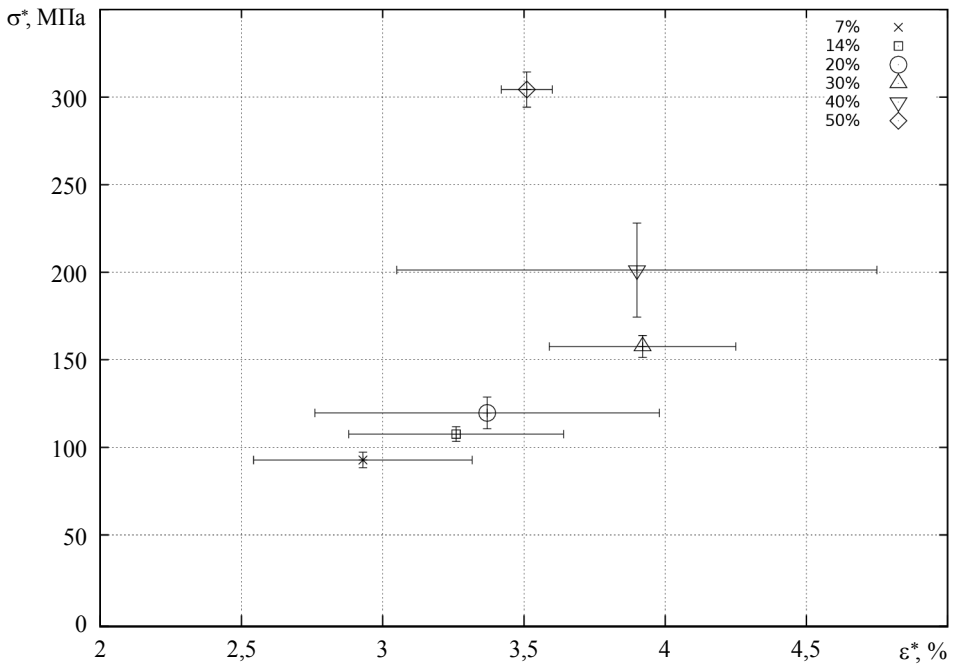


Рис. 3. Предельные значения главного напряжения и деформации

Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, приведенными в [16] для случая сжатия композита поперек волокон, которому наиболее полно соответствует использованный в расчетной методике критерий прочности. Отмеченный факт снижения предельной деформации с одновременным ростом предельного напряжения при увеличении содержания армирующих волокон можно интерпретировать как признак появления у материала характерных особенностей хрупкого разрушения. Данные, приведенные на рис. 3, позволили построить кривую «предельных состояний» (σ^* , ϵ^*), которая показана на рис. 2 пунктиром. Эта кривая разделяет области «допустимых» и «недопустимых» состояний композита. В первом случае в представительном объеме материала повреждения либо отсутствуют, либо сосредоточены в отдельных локализованных фрагментах материала. Во втором случае в представительном объеме имеется со-

единительный кластер повреждений, что в соответствии с принятым критерием макроскопической прочности является признаком разрушения композита.

Представляет интерес также изменение величины доверительных интервалов, характеризующих разброс результатов повторных вычислений, при возрастании содержания армирующих волокон. В тех случаях, когда содержание волокон не превышает 30 %, повторные расчеты характеризуются достаточно малыми разбросами результатов при определении предельных значений напряжений и существенно большими разбросами при определении значений предельных деформаций. Результаты, полученные для модельного материала с содержанием волокон 40 %, характеризуются максимальными разбросами результатов и по деформациям, и по напряжениям. Увеличение доли армирующих волокон до 50 % сопровождается резким уменьшением разброса результатов при определении значений предельных деформаций. Можно полагать, что отмеченные особенности разбросов результатов моделирования являются следствием того, что при разных объемных соотношениях компонентов композита условия развития процессов накопления повреждений в компонентах существенно различаются.

Полученные в результате моделирования данные о виде диаграмм деформирования и предельных значениях главного напряжения и деформации позволили оценить влияние объемного содержания армирующих волокон на удельную работу разрушения композита:

$$W = \int_0^{\varepsilon^*} \sigma_1 d\varepsilon_1 . \quad (13)$$

Характер изменения удельной работы разрушения модельных композитов с увеличением объемного содержания включений показан на рис. 4.

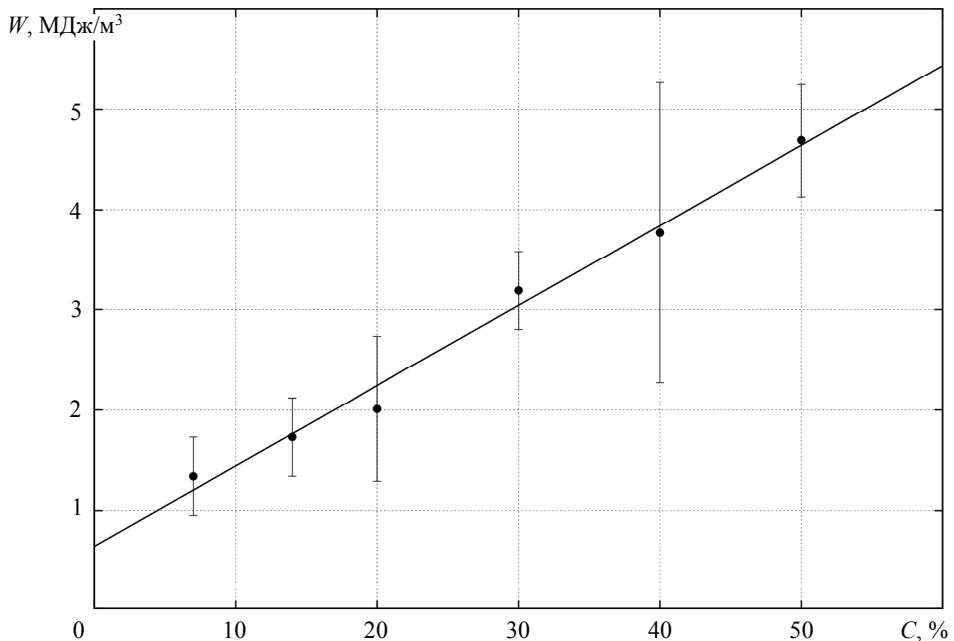


Рис. 4. Изменение работы разрушения с увеличением объемного содержания включений

На рисунке также показаны доверительные интервалы для уровня значимости 90 %. Как видно из представленных результатов, при увеличении содержания волокон в композите от 7 до 50 % величина удельной работы разрушения увеличивается в 3,5 раза. Как видно из представленных данных, связь между удельной работой разрушения и содержанием волокон в композите (C , %) хорошо аппроксимируется линейной зависимостью вида

$$W = a + b C, \quad (14)$$

где C – объемное содержание волокон (в процентах), значения коэффициентов: $a = 0,064$, $b = 0,008$. Поскольку вычисленная величина удельной работы разрушения непосредственно зависит от результатов, представленных на рис. 3, характер изменения разбросов результатов при повторных вычислениях в обоих случаях совпадает.

Таким образом, изложенный подход к моделированию композиционного материала, основанный на представлениях о многоуровневом характере процессов формирования его механических свойств, дает возможность оценки эффективных свойств композита на основе данных о механических характеристиках его компонент и параметров структуры армирования. Достоинством такого подхода является возможность анализа влияния процессов, протекающих на разных структурных уровнях, на формирование эффективных механических свойств материала. Показано, что решение задачи о макроскопической прочности композита может быть получено в результате исследования эволюции поля кластеров повреждений в представительном объеме материала в процессе его нагружения. Полученные данные свидетельствуют, что на свойства композита существенное влияние оказывают как объемное соотношение его компонент, так и условия развития процессов накопления повреждений на микро- и мезоскопическом масштабных уровнях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.Ф. Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука, 1985. 229 с.
2. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. СПб.: Наука, 1993. 471 с.
3. Трусов П.В., Швейкин А.И., Нечаева Е.С., Волегов П.С. Многоуровневые модели неупругого деформирования материалов и их применение для описания эволюции внутренней структуры // Физич. мезомех. 2012. Т. 15. № 1. С. 33–56.
4. Петров Ю.В., Груздков А.А., Братов В.А. Структурно-временная теория разрушения как процесса, протекающего на разных масштабных уровнях // Физич. мезомех. 2012. Т. 15. № 2. С. 15–21.
5. Макаров П.В., Еремин М.О. Моделирование разрушения керамических композиционных материалов при одноосном сжатии // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 1 (21). С. 61–74.
6. Каракулов В.В., Смолин И.Ю., Скрипняк В.А. Численная методика прогнозирования эффективных механических свойств стохастических композитов при ударно-волновом нагружении с учетом эволюции структуры // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 4 (24). С. 70–77.
7. Коноваленко Иг.С., Смолин А.Ю., Коноваленко Ив.С. и др. Компьютерное исследование зависимости механических свойств хрупкого материала от парциальной концентрации пор разного размера в его структуре // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 6 (26). С. 79–87.

8. Смолин И. Ю., Еремин М. О., Макаров П. В., и др. Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 5 (25). С. 78–90.
9. Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н., Скрипняк В.А. Многоуровневый подход к определению эффективных свойств композита с учетом повреждаемости // Физич. мезомех. – 2013. – Т. 16. – № 5. – С. 59–65.
10. Справочник по композиционным материалам: в 2 кн. Кн. 1 / под ред. Дж. Любина: пер. с англ. А.Б. Геллера, М.М. Гельмонта / под ред. Б.Э. Геллера. М.: Машиностроение, 1988. 448 с.
11. Композиционные материалы: в 8 т. / под ред. Дж. Сендецкий; пер. с англ. М.: Мир, 1978. Т. 2. 566 с.
12. Press W.M., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical Recipes. The art of Scientific Computing. 3rd Ed. Cambridge University Press, 2007. 1235 p.
13. Лейцин В.Н., Сидоренко Ю.Н. Оценка механических свойств многокомпонентных материалов стохастической структуры // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 12. С. 89–94.
14. Тарасевич Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. М.: Едиториал УРПС, 2002. 112 с.
15. Экспериментальная механика: в 2 кн. Кн. 2: пер. с англ. / под ред. Кобаяси. М.: Мир, 1990. 552 с.
16. Композиционные материалы: Справочник / В.В. Васильев, В.Д. Протасов, В.В. Болотин и др.; под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Гарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.

Статья поступила 28.02.2014 г.

Sovetova Yu.V., Sidorenko Yu. N., Skripnyak V. A. the Multilevel approach to studying the influence of the volumetric ratio in components of unidirectional carbon fiber composite on its mechanical properties. The problem of predicting effective mechanical properties of composite materials is considered. This problem is solved on the basis of the multilevel approach to the description of the material structure. For every level of the composite structure, the influence of damage accumulation on the formation of mechanical properties of the material is considered. The possibility of a detailed investigation of the influence of micro- and mesoscopic level effects on the formation of effective mechanical properties of the composites is shown. The proposed numerical procedure is used for the estimation of effective properties of model composites with volume ratios of carbon fiber ranging from 7% to 50%. The task of estimating local properties of materials is solved by the finite elements method. The ultimate values of strength and strain of the composite are determined as a result of studying the evolution of clusters of damages in representative volumes of the material. It is shown that these values grow nonmonotonically with an increase in the volume ratio of reinforcements. The results obtained have a good compliance with known experimental data.

Keywords: composite materials, mechanical behavior, effective mechanical properties, damage accumulation, strength, destruction, numerical simulation, finite element method, multilevel approach

Sovetova Yulya Valerievna (M.Sc., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: kasy@sibmail.com

Sidorenko Yury Nikolayevich (Candidate of Physics and Mathematics, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: sid@strelka.ftf2.tsu.ru

Skripnyak Vladimir Albertovich (Doctor of Physics and Mathematics, Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: skrp@ftf.tsu.ru

REFERENCES

1. Panin V.E., Likhachev V.A., Grinyaev Yu.F. *Strukturnye urovni deformatsii tverdykh tel*. Novosibirsk, Nauka Publ., 1985. 229 p. (in Russian)
2. Likhachev V.A., Malinin V.G. *Strukturno-analiticheskaya teoriya prochnosti*. St. Petersburg, Nauka Publ., 1993. 471 p. (in Russian)
3. Trusov P.V., Shveykin A.I., Nechaeva E.S., Volegov P.S. *Mnogourovnevye modeli neuprugogo deformatsionno-vaniya materialov i ikh primeneniye dlya opisaniya evolyutsii vnutrenney struktury* (2012) *Fizich. mezomekh. – Physical Mesomechanics* – V. 15, No 1, pp. 33–56. (in Russian)
4. Petrov Yu.V., Gruzdkov A.A., Bratov V.A. *Strukturno-vremennaya teoriya razrusheniya kak protsess, protekayushchego na raznykh masshtabnykh urovnyakh* (2012) *Fizich. mezomekh. – Physical Mesomechanics* – V. 15. No 2, pp. 15–21. (in Russian)
5. Makarov P.V., Eremin M.O. *Modelirovaniye razrusheniya keramicheskikh kompozitsionnykh materialov pri odnoosnom szhatii* (2013) *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. No. 1 (21), pp. 61–74. (in Russian)
6. Karakulov V.V., Smolin I.Yu., Skripnyak V.A. *Chislennaya metodika prognozirovaniya effektivnykh mekhanicheskikh svoystv stokhasticheskikh kompozitov pri udarno-volnovom nagruzhении s uchetom evolyutsii struktury* (2013) *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. No. 4 (24), pp. 70–77. (in Russian)
7. Konovalenko Ig.S., Smolin A.Yu., Konovalenko Iv.S., Promakhov V.V., Psakh'e S.G. *Kompyuternoe issledovanie zavisimosti mekhanicheskikh svoystv khrupkogo materiala ot partial'noy kontsentratsii por raznogo razmera v ego strukture* (2013) *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. No. 6 (26), pp. 79–87. (in Russian)
8. Smolin I Yu., Eremin M.O., Makarov P.V., Buyakova S.P., Kul'kov S.N., Evtushenko E.P. *Chislennoe modelirovaniye mekhanicheskogo povedeniya model'nykh khrupkikh poristyykh materialov na mezourovne* (2013) *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. No. 5 (25), pp. 78–90. (in Russian)
9. Sovetova Yu.V., Sidorenko Yu.N., Skripnyak V.A. *Mnogourovnevyy podkhod k opredeleniyu effektivnykh svoystv kompozita s uchetom povrezhdaemosti* (2013) *Fizich. mezomekh. – Physical Mesomechanics* – V. 16. No. 5, pp. 59–65. (in Russian)
10. Lubin G., ed. *Handbook of Composites*. New York, Van Nostrand Reinhold, 1982. 786 p.
11. Broutman L.J., Krock R.H., eds. *Composite Materials. V. 2. Mechanics of Composite Materials*. New York, Academic Press, 1974. 503 p.
12. Press W.M., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. *Numerical Recipes. The art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2007. 1235 p. (in Russian)
13. Leytsin V.N., Sidorenko Yu.N. *Otsenka mekhanicheskikh svoystv mnogokomponentnykh materialov stokhasticheskoy struktury* (1999) *Technical Physics Letters*. V. 25. No. 12, pp. 89–94. (in Russian)
14. Tarasevich Yu.Yu. *Perkolyatsiya: teoriya, prilozheniya, algoritmy*. Moscow, Editorial URSS Publ., 2002. 112 p. (in Russian)
15. Kobayashi A.S., ed. *Handbook on experimental mechanics*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1987. 1002 p.
16. Vasil'ev V.V., Protasov V.D., Bolotin V.V. et al. *Kompozitsionnye materialy: spravochnik / pod red. V.V. Vasil'eva, Yu.M. Tarnopol'skogo*. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 1990. 512 p. (in Russian)