

УДК 539.3

В.Н. БАРАШКОВ\*, А.В. ГЕРАСИМОВ\*\*

**ОПТИМИЗАЦИЯ МАССЫ ПОДДОНА ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ МЕТАНИИ<sup>1</sup>**

С помощью численной методики рационального прочностного проектирования, разработанной для тел вращения при осесимметричном нагружении, проводится оптимизация массы поддона сложной формы при его движении в канале ствола высокоскоростной баллистической установки.

Уменьшение массы конструкции без потери её прочностных качеств является своего рода «сверхзадачей» для любого проектировщика. Решение задач оптимального проектирования в механике деформируемого твердого тела приводит к сложным математическим задачам и наталкивается на серьезные математические трудности. Смысл построения и использования упрощенных методик сводится к тому, что они значительно сужают исследуемую область изменения управляющих параметров, в которой находится оптимальный проект. Эти методики также позволяют получать начальное приближение для дальнейшего использования методов математического программирования или экспериментальной отработки проектов конструкций.

В литературе [1] термины «оптимальное» и «рациональное» проектирование принято различать следующим образом: если задача решается в строгой математической постановке, то говорят об оптимальном проектировании, если же речь идет о некоторой приближенной процедуре, это принято называть рациональным проектированием. Под второе определение подходит описанная ниже, а также в [2] процедура отыскания лучшего в смысле прочности проекта тела вращения.

В качестве параметра, характеризующего напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкции и эффективность работы материала в отдельных точках, принимается интенсивность деформаций  $e_i$ . Задача формулируется следующим образом: найти такое распределение материала по конструкции, при котором конструкция имеет минимальную массу, а величина  $e_i$  во всех точках не превосходит заданное значение  $e_{\max}$ . Для осесимметричных конструкций, которые можно рассматривать как толстостенные оболочки вращения, за управляющий параметр принимается толщина  $h$

$$h(z) = R_1(z) - R_2(z),$$

которая при фиксированной отсчетной – внешней, внутренней или срединной – поверхности задает распределение материала по конструкции. Параметры  $R_1(z)$  и  $R_2(z)$  представляют собой радиальные координаты наружной и внутренней поверхности соответственно. В дальнейшем будем называть функцию  $h(z)$  толщиной. При осесимметричном нагружении тела вращения внешними нагрузками задача сводится к определению функции  $h(z)$ , дающей минимум функционалу

$$V = \pi \int_0^L [R_1^2(z) - R_2^2(z)] dz \quad (1)$$

при ограничениях прочностного и геометрического характера:

$$e_i \leq e_{\max}; \quad (2)$$

$$h(z) \geq h_0. \quad (3)$$

Здесь  $V$  – объём тела вращения;  $L$  – размер в осевом направлении;  $e_{\max}$  – максимальное допустимое значение интенсивности  $e_i$ ;  $h_0$  – минимальное допустимое значение толщины, назначаемое проектировщиком.

Соотношения (1) – (3) вместе с уравнениями равновесия, условиями на поверхности, геометрическими и физическими соотношениями механики деформируемого твёрдого тела представляют собой формулировку задачи нелинейного математического программирования.

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичном финансировании по программе Минобразования РФ «Развитие научного потенциала высшей школы (2006–2008 годы)» (проект РНП 2.1.2. 2398) и гранту РФФИ (№ 06-08-00903а).

В сформулированной задаче проектирования нет явно выраженной связи между значениями управляющей функции и ограничениями прочностного характера (2). В связи с этим задача переформулируется следующим образом. При численном решении задачи определения НДС на осевое сечение конструкции наносится двумерная конечно-разностная сетка, разбивающая тело по длине на  $n$  подконструкций. Тем самым управляющая функция  $h(z)$ , которую можно трактовать как вектор бесконечной размерности, заменяется набором величин  $h_i = h(z_i)$ , каждая из которых постоянна в пределах  $i$ -й подконструкции ( $i = 1, 2, \dots, I$ ;  $I$  – число разбиений тела по длине) и имеет смысл толщины. Этой заменой задача приводится к управлению вектором конечной размерности  $I$ . Распределение толщин  $h_i$  находится методом последовательных приближений по формуле

$$h_i^{(k+1)} = \max [h_0, h_i^{(k)}(1 - b + b e_{i \max}^{(k)} / e_{\max})], \quad i = 1, 2, \dots, I; \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где  $k$  – номер итерации;  $e_{i \max}$  – максимальная интенсивность деформаций в  $i$ -й подконструкции, разбиваемой, в свою очередь, на  $K$  частей по толщине;  $b$  – коэффициент релаксации, введение которого позволяет ускорить сходимость итерационного процесса.

За нулевое приближение  $h^{(0)}$  берется некоторая постоянная толщина  $H$ . Если вновь найденная толщина  $h_i^{(k+1)}$  не удовлетворяет условию (3), то она приравняется  $h_0$ . Формула (4) имеет следующий смысл: на каждом шаге расчета толщина  $h_i$   $i$ -й подконструкции увеличивается, если интенсивность деформаций больше заданной  $e_{\max}$ , в противном случае уменьшается, если не нарушается условие (3).

Таким образом, алгоритм прочностного проектирования представляет собой многошаговый итерационный процесс. На каждом шаге определяются параметры НДС, в том числе интенсивность деформаций  $e_i$ , и затем проводится перераспределение материала по конструкции по формуле (4) с учетом ограничений (2), (3). Процесс вычислений заканчивается, если одновременно выполняются соотношения

$$\left| (V^{(k+1)} - V^{(k)}) / V^{(k+1)} \right| < \varepsilon_V \quad \text{и} \quad \left| (eM_i - e_{\max}) / e_{\max} \right| < \varepsilon_e$$

или условие

$$\left| (H_{\text{ср}} - h_0) / h_0 \right| < \varepsilon_h,$$

где  $V^{(k)}$ ,  $V^{(k+1)}$  – объемы тела вращения, соответствующие распределениям толщин  $h^{(k)}$ ,  $h^{(k+1)}$ ;  $\varepsilon_V$ ,  $\varepsilon_e$ ,  $\varepsilon_h$  – погрешности определения объема и выполнения ограничений (2) и (3) соответственно;  $eM_i$  – максимальная величина из  $I$  величин  $e_{i \max}$ ;  $H_{\text{ср}}$  – средняя толщина тела вращения, определяемая как среднее арифметическое толщин  $I$  подконструкций. Последнее условие необходимо для окончания итерационного процесса при выходе значений толщин  $h_i$  на ограничение  $h_0$ , что говорит об излишнем запасе по толщине, задаваемом условием (3).

Результатом такого проектирования являются конструкции, которые в литературе принято называть дискретно равнопрочными. Целевая функция как таковая при этом не минимизируется, её значения лишь иллюстрируют ход итерационного процесса, т.е. оптимизационная задача заменяется параметрическими исследованиями.

Определение осесимметричного упругопластического НДС проводится вариационно-разностным методом (ВРМ) с использованием быстродействующего метода Гаусса [3, 4] для реализации системы линейных алгебраических уравнений большого порядка относительно искомым перемещений. Физически нелинейная задача решается с помощью соотношений деформационной теории пластичности и метода переменных параметров упругости.

Для исследования степени эрозии новых материалов при движении в атмосфере с высокой скоростью используются высокоскоростные метательные установки (МУ), позволяющие с помощью специальных поддонов метать образцы материалов со скоростью до 6 км/с. На рис. 1 представлена расчетная схема выполненного из дюралюминия такого поддона.

Образец исследуемого материала помещается на поверхности  $OA$  дна поддона. Масса поддона равна 120 г, масса образца – 50 г. Вычисления проводились для следующей геометрии поддона:  $R_1 = 1,75$  см;  $R_2 = 2,25$  см;  $R_3 = 2,5$  см;  $L = 5,0$  см;  $OM = 0,7$  см. Поддон разгоняется в стволе МУ газом с давлением  $P$ . За счёт не показанных на рисунке отверстий малого диаметра в цилиндриче-

ской части  $CD$  поддона осуществляется выравнивание давления газа на внутреннем  $MHGF$  и внешнем  $BCDE$  контурах.

Расчёт НДС поддона при его движении в МУ проводится в осесимметричной квазистатической постановке. Появляющиеся массовые силы интенсивностью  $N$  (перегрузка) действуют на поддон в направлении оси  $Oz$ , противоположном направлению его движения. На поверхность  $OA$  также действует равномерно распределенное давление  $P_n$  от присоединенной массы образца исследуемого материала. Для давления  $P = 100$  МПа  $P_n = 39$  МПа,  $N = -116000$ .

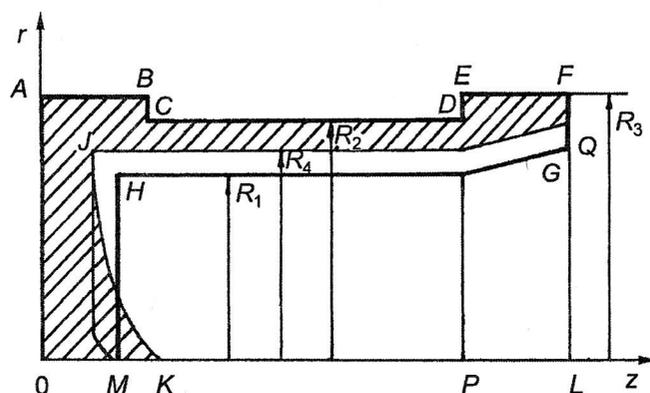


Рис. 1. Конфигурация внутреннего контура поддона:  $MHGF$  – исходная,  $MJQF$  – итоговая,  $KJQF$  – итоговая при отсутствии исследуемого образца материала

На контактных поверхностях  $AB$  и  $EF$  поддона и ствола МУ ставится условие отсутствия трения и накладываются ограничения на радиальные перемещения  $u$ :

$$\tau_{rz} = 0, u = 0.$$

На осевые перемещения  $w$  не накладывается никаких ограничений.

Проведённый расчёт НДС исходного проекта выявил упругий характер работы материала метаемого поддона, особенно в его цилиндрической части, что объясняется способом приложения давления  $P$ , которое действует на внутреннем и внешнем контурах. Часть дна у оси вращения  $Oz$  близка к выходу в пластическую область деформирования.

Для уменьшения массы поддона, а значит, повышения скорости метания использовалась изложенная выше методика рационального прочностного проектирования. Геометрические ограничения принимались следующими: для дна – 0,5 см; для цилиндрической части корпуса –  $R_4 = 2,0$  см. Величина интенсивности деформаций  $e_i$  ограничивалась значением  $e_{max} = 0,02$ .

В итоге была получена новая конфигурация  $MJQF$  внутреннего контура поддона. Размеры контура вышли на заданные геометрические ограничения по всей его поверхности, кроме небольшого участка дна на оси вращения. Цилиндрическая часть корпуса находится в области упругих деформаций. Почти весь материал дна поддона деформируется пластически, но наибольшая величина интенсивности деформаций не превосходит заданное ограничение  $e_{max}$ . Таким образом, можно сделать вывод о том, что в исходном проекте цилиндрическая часть поддона излишне массивна. Алгоритм поиска рационального проекта «срезал» также лишний материал и в донной части поддона.

Анализ результатов позволяет сделать вывод о наиболее напряжённой работе материала дна поддона. Большая его часть прогибается наружу. Осевые перемещения внешней поверхности дна почти по линейному закону уменьшаются от значения  $w = -0,05$  см на оси вращения  $Oz$  до значения  $w = 0,012$  см в точке  $A$ . Радиальные перемещения цилиндрической части поддона на внутренней поверхности незначительны. На поверхности  $CD$  они отрицательны и также малы.

В донной части поддона интенсивности напряжений  $\sigma_i$  примерно равномерно распределяются по толщине. На внутренней поверхности дна их средняя величина равна 240 МПа. Из компонент тензора напряжений наибольших значений достигают окружные напряжения  $\sigma_\varphi$ . На рис. 2 представлено распределение этих напряжений у внутренней поверхности дна.

Судя по эпюрам напряжений  $\sigma_i$  и  $\sigma_\phi$  у внутренней поверхности цилиндрической части поддона (рис. 3), можно также сделать вывод о том, что эта часть конструкции является менее нагруженной.

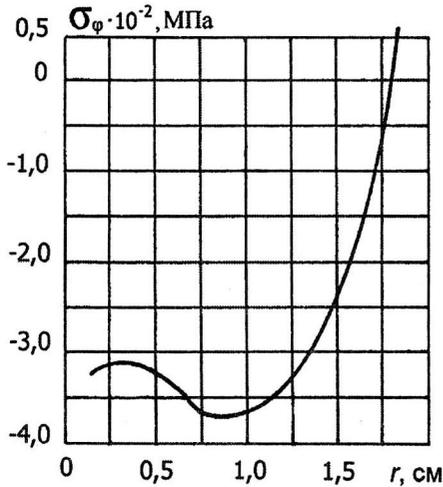


Рис. 2. Распределение окружных напряжений  $\sigma_\phi$

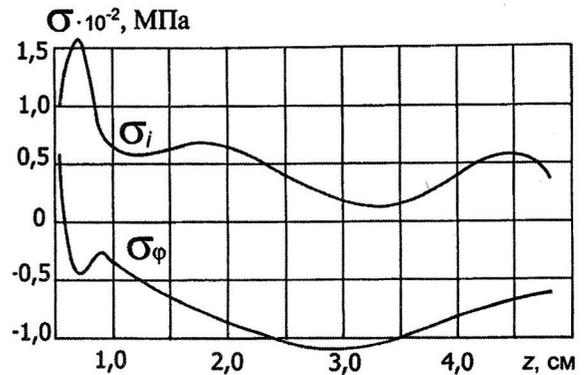


Рис. 3. Распределение интенсивности напряжений  $\sigma_i$  и окружных напряжений  $\sigma_\phi$

Итогом применения алгоритма рационального прочностного проектирования явилось уменьшение массы материала метаемой сборки на 24 %, а массы поддона – на 34 % (таблица).

#### Результаты оптимизации массы поддона

Проекты	N	Масса, кг	
		Поддон	Сборка
Исходный	-116000	0,120	0,170
Итоговый	-152000	0,079	0,129

Для оценки влияния статических граничных условий на деформирование поддона были проведены расчёты по определению касательных напряжений  $\tau_{rz}$  на поверхностях  $AB$  и  $EF$ . Искомые величины напряжений находились из решения задачи определения НДС поддона при действии давления газа  $P$ . Для недеформируемого ствола МУ на этих поверхностях вычислялись радиальные напряжения  $\sigma_r$ , по значениям которых для коэффициента трения сухого скольжения  $k = 0,1$  определялись искомые касательные напряжения. Затем уже вычислялись остальные внешние нагрузки – перегрузка  $N$  и давление  $P_n$ . Таким образом, получается некоторый итерационный процесс, связанный с определением сил трения на контактных поверхностях  $AB$  и  $EF$ . Так, искомые значения касательных напряжений  $\tau_{rz}$  для давления газа  $P = 200$  МПа находятся в пределах 10–25 МПа. Их величины имеют наибольшие значения у торцов  $z = 0, L$  и уменьшаются при приближении к внутренним краям контактных поверхностей (точки  $B$  и  $E$ ). Следует отметить, что для давления  $P = 100$  МПа значения сдвиговых напряжений на контактных поверхностях примерно в два раза меньше. Полученные касательные напряжения  $\tau_{rz}$  на порядок меньше остальных компонент тензора напряжений, и поэтому использование нулевого или ненулевого варианта задания статических граничных условий на контактных поверхностях  $AB$  и  $EF$  не вносит существенных изменений в картину распределения параметров НДС в поддоне. Использование в качестве смазки полимерных материалов может привести к значительному уменьшению сил трения, приближаясь к условию задания на контактных поверхностях нулевых касательных напряжений.

На рис. 1 линией  $KJQF$  представлен внутренний контур рационального проекта поддона, полученного для случая метания его без образца исследуемого материала. Такое изменение конфигурации внутренней поверхности дна объясняется отсутствием приложенного на поверхности  $OA$  давления  $P_n$  и, как следствие этого, увеличением в материале дна значений интенсивности деформаций  $e_i$ , что, согласно алгоритму рационального прочностного проектирования, автоматически

приводит к увеличению толщин конструкции. Величина перегрузки для этого варианта увеличивается с  $-163500$  до  $-202000$ , а масса материала поддона уменьшается до 84 г.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малков В.П., Угодчиков А.Г. Оптимизация упругих систем. – М.: Наука, 1981. – 288 с.
2. Барашков В.Н., Люкшин Б.А. // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация деформируемых систем: Всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1988. – С. 91–97.
3. Барашков В.Н. // Изв. Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 3. – С. 23–28.
4. Барашков В.Н. // Изв. Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 4. – С. 23–27.

\*Томский государственный архитектурно-строительный университет, г. Томск, Россия

\*\*НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета, г. Томск, Россия

E-mail: ger@mail.tomsknet.ru