

ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ

УДК 548:537.611.46

В.А. ЖУРАВЛЕВ, В.А. МЕЩЕРЯКОВ

ТЕНЗОР МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ НАМАГНИЧЕННЫХ СРЕД¹

Методом, аналогичным методу Смита – Сула, вычислен тензор магнитной восприимчивости ферромагнитных сред с учетом как магнитокристаллической анизотропии, так и анизотропии магнитомеханического отношения. Проведен анализ полученных формул в частных случаях изотропной среды с анизотропным магнитомеханическим отношением, кристаллов с одноосной магнитокристаллической анизотропией и композиционных материалов с хаотически распределенными ферромагнитными включениями эллипсоидальной формы.

Ключевые слова: тензор магнитной восприимчивости, ферромагнитный резонанс, магнитокристаллическая анизотропия, анизотропия g -фактора, композиционные материалы.

Введение

При анализе взаимодействия электромагнитных волн с намагниченной ферромагнитной средой необходимо знание компонент тензора магнитной проницаемости $\vec{\mu} = \vec{I} + 4\pi\vec{\chi}$. Здесь $\vec{\chi}$ – тензор магнитной восприимчивости. Существует два подхода для вычисления этих параметров в магнитно-анизотропных материалах, основанные на решении уравнения движения вектора намагниченности Ландау – Лифшица [1]. Первый – метод эффективных размагничивающих факторов – был предложен Кителем [2] и в дальнейшем развит Макдональдом [3]. Он основан на решении уравнения движения в специально выбранной **декартовой** системе координат (СК), одна из осей которой направлена вдоль равновесного направления вектора намагниченности. Второй, более общий подход – метод Смита – Сула, развит в работах Смита, Бельерса [4] и Сула [5]. В нем решение уравнения движения проводится в произвольной **сферической** системе координат.

Необходимо отметить, что описание ферромагнитного резонанса (ФМР) с помощью уравнения движения Ландау – Лифшица с учетом эффективных полей магнитокристаллической анизотропии (МКА) и изотропным фактором спектроскопического расщепления (g -фактором) справедливо для магнитоупорядоченных материалов с малой величиной энергии анизотропии, таких, как ферриты кубической кристаллической структуры. Известны теоретические и опытные факты [6–10], указывающие на то, что в некоторых материалах с кристаллографической симметрией, отличающейся от кубической, для правильной трактовки динамических свойств необходимо учитывать анизотропию g -фактора или связанного с ним магнитомеханического отношения – $\gamma = ge/2mc$ (e – заряд, m – масса электрона, c – скорость света). В работах [11, 12] показано, что введение немагнитных ионов в ферриты с гексагональной структурой (гексаферриты) приводит к появлению благоприятных условий для возникновения анизотропного и антисимметричного обменных взаимодействий. Наличие таких конкурирующих обменных взаимодействий может сопровождаться анизотропией g -фактора. Благоприятные условия для появления анизотропии g -фактора имеются также у магнетиков, в кристаллографической структуре которых отсутствует центр симметрии.

В [6–10] теоретически и экспериментально исследовался лишь спектр собственных частот магнитного резонанса. В данной работе методом, аналогичным методу Смита – Сула, проведен расчет компонент тензора магнитной восприимчивости материалов с анизотропным магнитомеханическим отношением. Проанализированы частные случаи полученных соотношений.

Тензор магнитной восприимчивости среды с анизотропным g -фактором

Согласно [6, 8], в средах с анизотропным магнитомеханическим отношением ($\vec{\gamma}$) уравнение Ландау – Лифшица не может быть использовано в качестве уравнения движения, поскольку оно не

¹Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № 13-02-12240 офи_м.

обеспечивает сохранения длины вектора намагниченности $|\mathbf{M}| = M_0 = \text{const}$ и выполнения закона сохранения энергии $dU/dt = 0$ при отсутствии внешнего переменного магнитного поля ($\mathbf{h}_0 = 0$).

Уравнение движения для таких сред было предложено в работе К.Б. Власова и Б.Х. Ишмухаметова [8]. Оно записано для вектора механического момента $\mathbf{J}$, связанного с вектором магнитного момента соотношением $\mathbf{M} = -\tilde{\gamma}\mathbf{J}$:

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = \mathbf{J} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}^* + \mathbf{R}, \quad \text{где} \quad \mathbf{H}_{\text{eff}}^* = -\frac{\partial U_1^*}{\partial \mathbf{J}}, \quad \mathbf{R} = -\frac{\alpha}{J_0} \mathbf{J} \times \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{H}_{\text{eff}}^*$ – некоторое эффективное поле; U_1^* – плотность свободной энергии, выраженная через компоненты механического момента. В уравнение (1) из работы [8] нами добавлен член затухания $\mathbf{R}$ в форме, аналогичной предложенной Гильбертом для уравнения Ландау – Лифшица. Отметим, что затухание колебаний вектора механического момента обеспечивается знаком минус перед релаксационным членом. При такой записи уравнения движения компоненты тензора $\tilde{\gamma}$ войдут, как минимум, в зеемановскую и размагничивающие энергии. Вид тензора $\tilde{\gamma}$ определяется симметрией кристаллографической решетки. Согласно [9], для кристаллов с гексагональной симметрией он имеет только диагональные компоненты:

$$\tilde{\gamma} = \begin{vmatrix} \gamma_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{\parallel} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Уравнение движения в виде (1) обеспечивает и сохранение длины вектора механического момента $|\mathbf{J}| = J_0 = \text{const}$, и сохранение энергии $dU_1^*/dt = 0$ при $\mathbf{h}_0 = 0$. Решение уравнения движения проведем в сферической системе координат. Примем, что гексагональная ось c кристаллической решетки направлена вдоль оси z декартовой СК. Переходя в (1) к сферической системе координат ($J_x, J_y, J_z \rightarrow J_0, \vartheta, \varphi$), получим систему нелинейных уравнений относительно углов ϑ, φ :

$$\begin{cases} a \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial U_1^*}{\partial \varphi} - \alpha \frac{\partial U_1^*}{\partial \vartheta}, \\ a \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin \vartheta = -\frac{\partial U_1^*}{\partial \vartheta} - \frac{\alpha}{\sin \vartheta} \frac{\partial U_1^*}{\partial \varphi}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $a = J_0(1 + \alpha^2)$; $U_1^* = U^* + U_h^*$. Выражение для плотности свободной энергии образца U^* включает в себя зеемановскую энергию ($U_{\text{зе}}^*$) и анизотропную часть, состоящую из вкладов от энергии размагничивающих полей ($U_{\text{м}}^*$), энергии МКА ($U_{\text{а}}^*$); $U_h^* = J_0 h_0 (\gamma_{\perp} \sin \vartheta \sin \vartheta_h \cos(\varphi_h - \varphi) + \gamma_{\parallel} \cos \vartheta \cos \vartheta_h)$ – плотность энергии образца во внешнем переменном поле амплитуды h_0 . Выражение для U^* запишем позднее.

В соответствии с методом [4, 5] рассмотрим малые отклонения углов $\Delta \vartheta = \vartheta - \vartheta_0$, $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$ вектора $\mathbf{J}(\vartheta, \varphi)$ от равновесного направления $\mathbf{J}_0(\vartheta_0, \varphi_0)$. Равновесные углы ϑ_0, φ_0 могут быть определены из решения системы уравнений для минимума плотности полной энергии:

$$\left. \frac{\partial U^*}{\partial \vartheta} \right|_{\vartheta=\vartheta_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial U^*}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_0} = 0. \quad (4)$$

Предполагая гармоническую зависимость от времени переменных $\Delta \vartheta = \Delta \Theta \exp(i\omega t)$, $\Delta \varphi = \Delta \Phi \exp(i\omega t)$ и разлагая в ряд Тейлора входящие в (3) производные от полной энергии вблизи положения равновесия, для комплексных амплитуд $\Delta \Theta, \Delta \Phi$ в линейном приближении получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \Delta \Theta (i\omega a - \sin^{-1} \vartheta_0 U_{\vartheta\varphi} + \alpha U_{\vartheta\vartheta}) + \Delta \Phi (-\sin^{-1} \vartheta_0 U_{\varphi\varphi} + \alpha U_{\vartheta\varphi}) = \sin^{-1} \vartheta_0 U_{h\varphi} - \alpha U_{h\vartheta}, \\ \Delta \Theta (U_{\vartheta\vartheta} + \alpha \sin^{-1} \vartheta_0 U_{\vartheta\varphi}) + \Delta \Phi (i\omega a \sin \vartheta_0 + U_{\vartheta\varphi} + \alpha \sin^{-1} \vartheta_0 U_{\varphi\varphi}) = -U_{h\vartheta} - \alpha \sin^{-1} \vartheta_0 U_{h\varphi}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь введены следующие обозначения: $U_{\vartheta\vartheta}$, $U_{\varphi\varphi}$, $U_{\vartheta\varphi}$ – производные второго, а $U_{h\vartheta}$, $U_{h\varphi}$ – производные первого порядков по соответствующим переменным, вычисленные в положении равновесия (4).

Решение системы уравнений (5) может быть записано таким образом:

$$\begin{aligned}\Delta\Theta &= [J_0^2(1+\alpha^2)D]^{-1} [-(\sin^{-2}\vartheta_0 U_{\varphi\varphi} + i\omega\alpha J_0)U_{h\vartheta} + (\sin^{-2}\vartheta_0 U_{\vartheta\varphi} + i\omega J_0 \sin^{-1}\vartheta_0)U_{h\varphi}], \\ \Delta\Phi &= [J_0^2(1+\alpha^2)D]^{-1} [(\sin^{-2}\vartheta_0 U_{\vartheta\varphi} - i\omega J_0 \sin^{-1}\vartheta_0)U_{h\vartheta} - (\sin^{-2}\vartheta_0 U_{\vartheta\vartheta} + i\omega\alpha J_0 \sin^{-2}\vartheta_0)U_{h\varphi}], \\ D &= \omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_r, \quad \omega_0^2 = [J_0^2(1+\alpha^2)\sin^2\vartheta_0]^{-1} (U_{\vartheta\vartheta}U_{\varphi\varphi} - U_{\vartheta\varphi}^2), \\ \omega_r &= \alpha [2J_0(1+\alpha^2)]^{-1} (U_{\vartheta\vartheta} + \sin^{-2}\vartheta_0 U_{\varphi\varphi}).\end{aligned}\tag{6}$$

Отметим, что решение (6) для комплексных амплитуд $\Delta\Theta$, $\Delta\Phi$ отличается от подобных формул, полученных из уравнения Ландау – Лифшица [1], **противоположными знаками** гиротропных слагаемых $i\omega J_0$. Это обусловлено противоположной ориентацией векторов $\mathbf{M}$ и $\mathbf{J}$.

Для расчета компонент тензора восприимчивости $\tilde{\chi}^J$ в декартовой системе координат (x, y, z) необходимо найти виртуальные отклонения компонент вектора $\mathbf{J}$:

$$\begin{aligned}j_x &= \delta(J_x) = J_0(\cos\vartheta_0 \cos\varphi_0 \Delta\Theta - \sin\vartheta_0 \sin\varphi_0 \Delta\Phi), \\ j_y &= \delta(J_y) = J_0(\cos\vartheta_0 \sin\varphi_0 \Delta\Theta + \sin\vartheta_0 \cos\varphi_0 \Delta\Phi), \\ j_z &= \delta(J_z) = -J_0 \sin\vartheta_0 \Delta\Theta.\end{aligned}\tag{7}$$

Подставляя в (7) выражения для $\Delta\Theta$, $\Delta\Phi$ из (6) и переходя в производных $U_{h\vartheta}$, $U_{h\varphi}$ к декартовым составляющим переменного поля h_{0x} , h_{0y} , h_{0z} , можно получить искомые компоненты тензора восприимчивости $\tilde{\chi}^J$. Однако переменное магнитное поле возбуждает колебания вектора **переменной намагниченности** $\mathbf{m} = -\tilde{\mathbf{j}} = -\tilde{\gamma}\tilde{\chi}^J \mathbf{h}_0 = \tilde{\chi}^M \mathbf{h}_0$, поэтому нас интересуют именно компоненты тензора $\tilde{\chi}^M = -\tilde{\gamma}\tilde{\chi}^J$, которые могут быть получены в виде

$$\begin{aligned}\chi_{xx}^M &= (\gamma_{\perp}^2/Zn) \{ \sin^2\varphi_0 U_{\vartheta\vartheta} + \text{ctg}^2\vartheta_0 \cos^2\varphi_0 U_{\varphi\varphi} + \text{ctg}\vartheta_0 \sin 2\varphi_0 U_{\vartheta\varphi} + i\omega\alpha J_0(1 - \sin^2\vartheta_0 \cos^2\varphi_0) \}, \\ \chi_{yy}^M &= (\gamma_{\perp}^2/Zn) \{ \cos^2\varphi_0 U_{\vartheta\vartheta} + \text{ctg}^2\vartheta_0 \sin^2\varphi_0 U_{\varphi\varphi} - \text{ctg}\vartheta_0 \sin 2\varphi_0 U_{\vartheta\varphi} + i\omega\alpha J_0(1 - \sin^2\vartheta_0 \sin^2\varphi_0) \}, \\ \chi_{zz}^M &= (\gamma_{\parallel}^2/Zn) \{ U_{\varphi\varphi} + i\omega\alpha J_0 \sin^2\vartheta_0 \}, \quad \chi_{xy}^M = (\gamma_{\perp}^2/Zn) \{ S_{xy}^M \mp i\omega J_0 \cos\vartheta_0 \}, \\ \chi_{xz}^M &= (\gamma_{\perp}\gamma_{\parallel}/Zn) \{ -S_{xz}^M \pm i\omega J_0 \sin\vartheta_0 \sin\varphi_0 \}, \quad \chi_{yz}^M = (\gamma_{\perp}\gamma_{\parallel}/Zn) \{ -S_{yz}^M \mp i\omega J_0 \sin\vartheta_0 \cos\varphi_0 \}.\end{aligned}\tag{8}$$

В формулах (8) нижний знак (+ или -) соответствует индексам компонент тензора в скобках и использованы обозначения:

$$\begin{aligned}Zn &= (1+\alpha^2)(\omega_0^2 - \omega^2 + i2\omega\omega_r), \\ S_{xy}^M &= (1/2)\sin 2\varphi_0 (\text{ctg}^2\vartheta_0 U_{\varphi\varphi} - U_{\vartheta\vartheta} - i\omega\alpha J_0 \sin^2\vartheta_0) - \text{ctg}\vartheta_0 \cos 2\varphi_0 U_{\vartheta\varphi}, \\ S_{xz}^M &= \text{ctg}\vartheta_0 \cos\varphi_0 U_{\varphi\varphi} + \sin\varphi_0 U_{\vartheta\varphi} + i\omega\alpha J_0 (1/2)\sin 2\vartheta_0 \cos\varphi_0, \\ S_{yz}^M &= \text{ctg}\vartheta_0 \sin\varphi_0 U_{\varphi\varphi} - \cos\varphi_0 U_{\vartheta\varphi} + i\omega\alpha J_0 (1/2)\sin 2\vartheta_0 \sin\varphi_0.\end{aligned}\tag{9}$$

Таким образом, формулы (8) определяют в общем виде, без детализации выражения для U^* , компоненты тензора магнитной восприимчивости монокристаллического образца с анизотропным магнитомеханическим отношением. Компоненты получены в декартовой СК, ось z которой направлена вдоль гексагональной оси c кристаллической решетки. Недиagonальные элементы тензора содержат как антисимметричные гиротропные, пропорциональные $i\omega J_0$, так и симметричные ($S_{xy}^M, S_{xz}^M, S_{yz}^M$) компоненты.

Для практических применений полученный тензор восприимчивости удобно представить в лабораторной системе координат (1, 2, 3), ось 3 которой совпадает, например, с направлением приложенного статического намагничивающего поля $\mathbf{H}_0$. Геометрия задачи приведена на рис. 1. Для упрощения расчетов на одну из осей системы координат (1, 2, 3) можно наложить ограниче-

ние. Будем считать, что орт $\mathbf{1} = \mathbf{3} \times \mathbf{z}$, т.е. ось 1 расположена в плоскости (x, y) . Элементы матрицы перехода $|\gamma_{pi}|$ ($p = x, y, z; i = 1, 2, 3$) между этими системами координат представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1
Матрица перехода

γ_{pi}	1	2	3
x	$\sin\Phi$	$\cos\Theta \cos\Phi$	$\sin\Theta \cos\Phi$
y	$-\cos\Phi$	$\cos\Theta \sin\Phi$	$\sin\Theta \sin\Phi$
z	0	$-\sin\Theta$	$\cos\Theta$

Компоненты тензора восприимчивости $\tilde{\chi}^{MH}$ в лабораторной системе координат могут быть вычислены по формулам преобразования тензоров (см., например, [13]):

$$\chi_{ij}^{MH} = \sum_{p,k} \chi_{pk}^M \gamma_{pi} \gamma_{kj}, \quad p, k = x, y, z; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Подстановка в (10) компонент тензора $\tilde{\chi}^M$ после довольно громоздких алгебраических преобразований дает

$$\begin{aligned} \chi_{11}^{MH} &= \left(\gamma_{\perp}^2 / Zn\right) \{ \cos^2(\Phi - \varphi_0) U_{\vartheta\vartheta} + \text{ctg}^2 \vartheta_0 \sin^2(\Phi - \varphi_0) U_{\varphi\varphi} + \text{ctg} \vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) U_{\vartheta\varphi} + \\ &\quad + i\omega\alpha J_0 (1 - \sin^2 \vartheta_0 \sin^2(\Phi - \varphi_0)) \}, \\ \chi_{22}^{MH} &= \left(\gamma_{\perp}^2 / Zn\right) \{ \cos^2 \Theta \sin^2(\Phi - \varphi_0) U_{\vartheta\vartheta} + [\cos^2 \Theta \text{ctg}^2 \vartheta_0 \cos^2(\Phi - \varphi_0) + \\ &\quad + \delta\gamma \sin 2\Theta \text{ctg} \vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma^2 \sin^2 \Theta] U_{\varphi\varphi} - [\cos^2 \Theta \text{ctg} \vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) + \\ &\quad + \delta\gamma \sin 2\Theta \sin(\Phi - \varphi_0)] U_{\vartheta\varphi} + i\omega\alpha J_0 [\cos^2 \Theta (1 - \sin^2 \vartheta_0 \cos^2(\Phi - \varphi_0)) + \\ &\quad + (1/2) \delta\gamma \sin 2\Theta \sin 2\vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma^2 \sin^2 \Theta \sin^2 \vartheta_0] \}, \\ \chi_{33}^{MH} &= \left(\gamma_{\perp}^2 / Zn\right) \{ \sin^2 \Theta \sin^2(\Phi - \varphi_0) U_{\vartheta\vartheta} + [\sin^2 \Theta \text{ctg}^2 \vartheta_0 \cos^2(\Phi - \varphi_0) - \\ &\quad - \delta\gamma \sin 2\Theta \text{ctg} \vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma^2 \cos^2 \Theta] U_{\varphi\varphi} - [\sin^2 \Theta \text{ctg} \vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) - \\ &\quad - \delta\gamma \sin 2\Theta \sin(\Phi - \varphi_0)] U_{\vartheta\varphi} + i\omega\alpha J_0 [\sin^2 \Theta (1 - \sin^2 \vartheta_0 \cos^2(\Phi - \varphi_0)) - \\ &\quad - (1/2) \delta\gamma \sin 2\Theta \sin 2\vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma^2 \cos^2 \Theta \sin^2 \vartheta_0] \}, \\ \chi_{12(21)}^{MH} &= \left(\gamma_{\perp}^2 / Zn\right) \{ S_{12} \mp i\omega J_0 [\cos \Theta \cos \vartheta_0 + \delta\gamma \sin \Theta \sin \vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0)] \}, \\ \chi_{13(31)}^{MH} &= \left(\gamma_{\perp}^2 / Zn\right) \{ S_{13} \mp i\omega J_0 [\sin \Theta \cos \vartheta_0 - \delta\gamma \cos \Theta \sin \vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0)] \}, \\ \chi_{23(32)}^{MH} &= \left(\gamma_{\perp}^2 / Zn\right) \{ S_{23} \mp i\omega J_0 \delta\gamma \sin \vartheta_0 \sin(\Phi - \varphi_0) \}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\delta\gamma = \gamma_{\parallel} / \gamma_{\perp}$. Выражения для симметричных слагаемых S_{ij} имеют вид

$$\begin{aligned} S_{12} &= -(1/2) \cos \Theta \sin 2(\Phi - \varphi_0) U_{\vartheta\vartheta} + [(1/2) \cos \Theta \text{ctg}^2 \vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) + \\ &\quad + \delta\gamma \sin \Theta \text{ctg} \vartheta_0 \sin(\Phi - \varphi_0)] U_{\varphi\varphi} + \\ &\quad + [\cos \Theta \text{ctg} \vartheta_0 \cos 2(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma \sin \Theta \cos(\Phi - \varphi_0)] U_{\vartheta\varphi} + \\ &\quad + i\omega\alpha J_0 (1/2) [-\cos \Theta \sin^2 \vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma \sin \Theta \sin 2\vartheta_0 \sin(\Phi - \varphi_0)], \\ S_{13} &= -(1/2) \sin \Theta \sin 2(\Phi - \varphi_0) U_{\vartheta\vartheta} + [(1/2) \sin \Theta \text{ctg}^2 \vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) - \\ &\quad - \delta\gamma \cos \Theta \text{ctg} \vartheta_0 \sin(\Phi - \varphi_0)] U_{\varphi\varphi} + \\ &\quad + [\sin \Theta \text{ctg} \vartheta_0 \cos 2(\Phi - \varphi_0) - \delta\gamma \cos \Theta \cos(\Phi - \varphi_0)] U_{\vartheta\varphi} - \end{aligned}$$

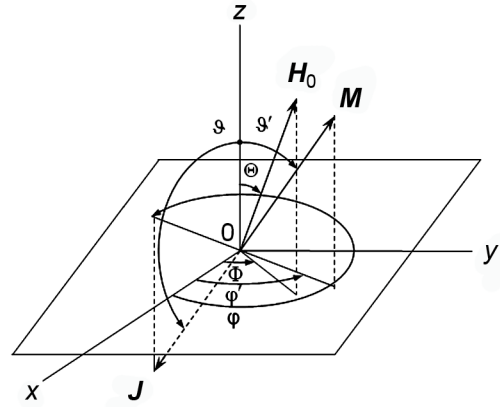


Рис. 1. Ориентация векторов H_0 , J и M

$$\begin{aligned}
& -i\omega\alpha J_0 (1/2)[\sin\Theta \sin^2\vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma \cos\Theta \sin 2\vartheta_0 \sin(\Phi - \varphi_0)], \\
S_{23} = & (1/2)\sin 2\Theta \sin^2(\Phi - \varphi_0)U_{\vartheta\vartheta} + [(1/2)\sin 2\Theta(\operatorname{ctg}^2\vartheta_0 \cos^2(\Phi - \varphi_0) - \delta\gamma^2) - \\
& -\delta\gamma \cos 2\Theta \operatorname{ctg}\vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0)]U_{\varphi\varphi} + \\
& + [-(1/2)\sin 2\Theta \operatorname{ctg}\vartheta_0 \sin 2(\Phi - \varphi_0) + \delta\gamma \cos 2\Theta \sin(\Phi - \varphi_0)]U_{\vartheta\varphi} + \\
& + i\omega\alpha J_0 (1/2)[\sin 2\Theta(1 - \sin^2\vartheta_0 \cos^2(\Phi - \varphi_0) - \delta\gamma^2 \sin^2\vartheta_0) - \\
& -\delta\gamma \cos 2\Theta \sin 2\vartheta_0 \cos(\Phi - \varphi_0)].
\end{aligned} \tag{12}$$

Рассмотрим некоторые частные случаи формул, полученных для тензора магнитной восприимчивости анизотропной среды $\tilde{\chi}^{MH}$.

Безграничная изотропная среда с анизотропным магнитомеханическим отношением

Будем считать, что вектор статического поля $\mathbf{H}_0(\Theta, \Phi)$ и соответственно вектор намагниченности $\mathbf{M}(\vartheta, \varphi)$ находятся в первом октанте декартовой системы координат x, y, z (см. рис. 1). Вектор механического момента $\mathbf{J}(\vartheta, \varphi)$ в этом случае будет расположен в седьмом октанте. Энергия U^* содержит только зеемановскую энергию:

$$U^* = U_{z\text{ee}}^* = J_0 H_0 (\gamma_{\perp} \sin\Theta \sin\vartheta \cos(\Phi - \varphi) + \gamma_{\parallel} \cos\Theta \cos\vartheta).$$

Углы ϑ_0, φ_0 , определяющие равновесную ориентацию механического момента $\mathbf{J}_0(\vartheta_0, \varphi_0)$, находятся из решения системы уравнений (4):

$$\left. \partial U^* / \partial \varphi \right|_{\vartheta=\vartheta_0, \varphi=\varphi_0} = 0 \Rightarrow \sin(\Phi - \varphi_0) = 0, \quad \left. \partial U^* / \partial \vartheta \right|_{\vartheta=\vartheta_0, \varphi=\varphi_0} = 0 \Rightarrow \gamma_{\perp} \sin\Theta \cos\vartheta_0 - \gamma_{\parallel} \cos\Theta \sin\vartheta_0 = 0. \tag{13}$$

Из первого уравнения и геометрии задачи следует, что азимутальный равновесный угол механического момента $\varphi_0 = \Phi + \pi$, а азимутальный равновесный угол вектора магнитного момента $\varphi'_0 = \Phi$. Из второго уравнения системы (13) можно получить уравнения второго порядка для $\cos\vartheta_0$ и $\sin\vartheta_0$. Решения их, обеспечивающие минимум энергии, запишутся в следующем виде:

$$\sin\vartheta_0 = [\gamma_{\perp} / \gamma_{\text{eff}}(\Theta)] \sin\Theta, \quad \cos\vartheta_0 = -[\gamma_{\parallel} / \gamma_{\text{eff}}(\Theta)] \cos\Theta. \tag{14}$$

Здесь эффективное магнитомеханическое отношение, впервые введенное в работе [8], $\gamma_{\text{eff}}(\Theta) = \sqrt{\gamma_{\parallel}^2 \cos^2\Theta + \gamma_{\perp}^2 \sin^2\Theta}$. Подставляя решение статической задачи (14) в формулы (11), (12) с учетом того, что $U_{\vartheta\varphi} = 0$, для компонент тензора магнитной восприимчивости безграничной среды получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\chi_{11}^{MH} &= \frac{\gamma_{\perp} M_S [\omega_H(\Theta) + i\alpha\omega]}{\omega_H^2(\Theta) - (1 + \alpha^2)\omega^2 + 2i\alpha\omega\omega_H(\Theta)}, \quad \chi_{22}^{MH} = \frac{\gamma_{\perp} M_S [\gamma_{\parallel} / \gamma_{\text{eff}}(\Theta)]^2 [\omega_H(\Theta) + i\alpha\omega]}{\omega_H^2(\Theta) - (1 + \alpha^2)\omega^2 + 2i\alpha\omega\omega_H(\Theta)}, \\
\chi_{12(21)}^{MH} &= \pm i\omega \frac{\gamma_{\perp} M_S [\gamma_{\parallel} / \gamma_{\text{eff}}(\Theta)]}{\omega_H^2(\Theta) - (1 + \alpha^2)\omega^2 + 2i\alpha\omega\omega_H(\Theta)}, \quad \chi_{33}^{MH} = \chi_{13(31)}^{MH} = \chi_{23(32)}^{MH} = 0.
\end{aligned} \tag{15}$$

Здесь использованы обозначения: $M_S = \gamma_{\perp} J_0$ – величина намагниченности насыщения в базисной плоскости; $\omega_H(\Theta) = \gamma_{\text{eff}}(\Theta) H_0$ – резонансная частота. Для материалов с изотропным магнитомеханическим отношением $\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel} = \gamma$ компоненты тензора (15) совпадают с компонентами тензора Полдера [1].

Тензор восприимчивости кристалла с одноосной магнитокристаллической анизотропией

Рассмотрим образец в форме эллипсоида вращения. Считаем, что ось вращения эллипсоида совпадает с гексагональной осью c кристалла. Как правило, в ферримagnetиках с гексагональной кристаллической структурой величина кристаллографической анизотропии в базисной плоскости мала [14] и в большинстве практических случаев ею можно пренебречь. Выражение для полной энергии таких кристаллов запишется как

$$U^* = U_{zee}^* + U_M^* + U_A^* = U_{zee}^* + 2\pi J_0^2 (N_\perp \gamma_\perp^2 \sin^2 \vartheta + N_\parallel \gamma_\parallel^2 \cos^2 \vartheta) + k_1 \sin^2 \vartheta + k_2 \sin^4 \vartheta + k_3 \sin^6 \vartheta. \quad (16)$$

Здесь k_i – константы кристаллографической анизотропии механического момента; $N_\perp, N_\parallel$ – намагничивающие факторы образца, причем $2N_\perp + N_\parallel = 1$.

Статическая задача (4), как и в рассмотренном выше случае, имеет цилиндрическую симметрию и азимутальный равновесный угол механического момента $\varphi_0 = \Phi + \pi$. Смешанная производная $U_{\varphi\varphi} = 0$. Для проведения численных расчетов удобно осуществить замену равновесного полярного угла $\vartheta_0 = \pi - \vartheta'_0$, поскольку ϑ'_0 , как и полярный угол намагничивающего поля Θ , будет меняться в пределах от 0 до $\pi/2$. Трансцендентное уравнение для ϑ'_0 запишется в виде

$$H_0(\delta\gamma \cos \Theta \sin \vartheta'_0 - \sin \Theta \cos \vartheta'_0) + (1/2)\sin 2\vartheta'_0(H'_{a1} + H_{a2} \sin^2 \vartheta'_0 + H_{a3} \sin^4 \vartheta'_0) = 0. \quad (17)$$

Здесь $H_{ai} = 2ik_i / M_S$ ($i=1, 2, 3$); $H'_{a1} = H_{a1} - 4\pi M_S(\delta\gamma^2 N_\parallel - N_\perp)$.

Введем следующие обозначения:

$$\Omega_1 = \gamma_\perp U_{\vartheta\vartheta} / M_S = \gamma_\perp [H_0(\sin \Theta \sin \vartheta'_0 + \delta\gamma \cos \Theta \cos \vartheta'_0) + H'_{a1} \cos(2\vartheta'_0) + H_{a2} \sin^2 \vartheta'_0(4\cos^2 \vartheta'_0 - 1) + H_{a3} \sin^4 \vartheta'_0(6\cos^2 \vartheta'_0 - 1)], \quad (18)$$

$$\Omega_2 = \gamma_\perp \sin^{-2} \vartheta'_0 U_{\varphi\varphi} / M_S = \gamma_\perp H_0 \sin \Theta / \sin \vartheta'_0,$$

$$Zn = \omega_0^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2 + i2\omega\omega_r, \quad \omega_0^2 = \Omega_1\Omega_2, \quad \omega_r = (1/2)\alpha(\Omega_1 + \Omega_2).$$

Выражения для компонент тензора $\tilde{\chi}^{MH}$ в этих обозначениях запишутся таким образом:

$$\begin{aligned} \chi_{11}^{MH} &= (\gamma_\perp M_S / Zn) [\Omega_1 + i\omega\alpha], \\ \chi_{22}^{MH} &= (\gamma_\perp M_S / Zn) (\cos \Theta \cos \vartheta'_0 + \delta\gamma \sin \Theta \sin \vartheta'_0)^2 [\Omega_2 + i\omega\alpha], \\ \chi_{33}^{MH} &= (\gamma_\perp M_S / Zn) (\sin \Theta \cos \vartheta'_0 - \delta\gamma \cos \Theta \sin \vartheta'_0)^2 [\Omega_2 + i\omega\alpha], \\ \chi_{12(21)}^{MH} &= \pm i\omega (\gamma_\perp M_S / Zn) (\cos \Theta \cos \vartheta'_0 + \delta\gamma \sin \Theta \sin \vartheta'_0), \\ \chi_{13(31)}^{MH} &= \pm i\omega (\gamma_\perp M_S / Zn) (\sin \Theta \cos \vartheta'_0 - \delta\gamma \cos \Theta \sin \vartheta'_0), \\ \chi_{23(32)}^{MH} &= (\gamma_\perp M_S / Zn) (1/2) [\sin 2\Theta (\cos^2 \vartheta'_0 - \delta\gamma^2 \sin^2 \vartheta'_0) - \delta\gamma \cos 2\Theta \sin 2\vartheta'_0] \{\Omega_2 + i\omega\alpha\}. \end{aligned} \quad (19)$$

При произвольной ориентации намагничивающего поля относительно гексагональной оси c вычислению резонансной частоты ФМР ω_{res} должно предшествовать решение трансцендентного уравнения (17). Однако если намагничивающее поле направлено вдоль осей симметрии кристалла и образец намагничен до насыщения, то существуют аналитические формулы. Такими направлениями в кристаллах гексагональной симметрии с превалированием первой константы магнитокристаллической анизотропии являются:

а) гексагональная ось $c \rightarrow \theta_0 = \Theta = 0$. Выражение для резонансной частоты имеет вид

$$\omega_{01} = \omega_\parallel = \gamma_\parallel [H_0 + \delta\gamma^{-1} H'_{a1}]; \quad (20)$$

б) базисная плоскость $\rightarrow \theta_0 = \Theta = \pi/2$. Резонансная частота в этом случае запишется как

$$\omega_{02} = \omega_\perp = \gamma_\perp [H_0 (H_0 - H_\theta)]^{1/2}. \quad (21)$$

Здесь $H_\theta = H'_{a1} + H_{a2} + H_{a3}$ – поле анизотропии относительно базисной плоскости.

Тензор восприимчивости композиционной среды из произвольно ориентированных анизотропных ферритовых частиц

Для анализа ФМР в таких материалах применимо приближение невзаимодействующих зерен, разработанное Э. Шлеманном [15]. Оно хорошо выполняется для материалов с большой величиной поля МКА, когда магнитное взаимодействие между кристаллитами можно считать малым [1, 10]. Компоненты тензора магнитной восприимчивости могут быть получены путем усреднения соответствующих компонент для тензора монокристаллического зерна (19) по всевозможным ориентациям намагничивающего поля $H_0(\Theta, \Phi)$. Данные расчеты могут быть проведены только чис-

ленно, поскольку требуют предварительного решения трансцендентного уравнения (17) при заданных величинах и ориентациях H_0 .

Усреднение компонент тензора $\tilde{\chi}^{MH}$ по азимутальному углу Φ может быть проведено аналитически, поскольку задача имеет цилиндрическую симметрию и векторы H_0 , J_0 , а также орты 3 , z принадлежат одной плоскости. Для этого определим еще одну СК ($1'$, $2'$, $3'$), ось $3'$ которой совпадает с осью 3 . Считаем, что орт $1'$ расположен в плоскости, содержащей векторы H_0 , J_0 , т.е. повернут относительно орта 1 на угол Φ . Орт $2'$ перпендикулярен данной плоскости. Элементы матрицы перехода между этими СК приведены в табл. 2. Осуществляя такой переход по формулам, подобным (10), и проводя интегрирование по углу Φ , для компонент

Таблица 2
Элементы матрицы перехода

γ_{pi}	1	2	3
1'	$\cos\Phi$	$\sin\Phi$	0
2'	$-\sin\Phi$	$\cos\Phi$	0
3'	0	0	1

усредненного тензора $\langle \tilde{\chi}^{MH} \rangle_\Phi$ получим

$$\chi_{1'1'} = \chi_{2'2'} = 0,5(\chi_{11}^{MH} + \chi_{22}^{MH}), \quad \chi_{3'3'} = \chi_{33}^{MH}, \quad \chi_{1'2'} = \chi_{2'1'} = \chi_{12(21)}^{MH}, \quad \chi_{1'3'} = \chi_{3'1'} = \chi_{2'3'} = \chi_{3'2'} = 0. \quad (22)$$

Таким образом, компоненты $\chi_{1'3'}(3'1')$, $\chi_{2'3'}(3'2')$ в композиционных материалах из частиц с одноосной анизотропией отсутствуют, поскольку МКА не зависит от азимутального угла.

Усреднение выражений (22) по полярному углу Θ проводилось численно для фиксированного значения частоты переменного поля ω и заданного набора величин намагничивающих полей $H_{\min} \leq H_{0i} \leq H_{\max}$. Сетка равновесных углов $\Theta'_0(H_{0i}, \Theta_j)$ строилась путем изменения угла Θ в пределах от 90 до $0,01^\circ$ с шагом $0,01^\circ$ и решением уравнения (17). Затем проводился расчет компонент тензора (22) и их численное интегрирование по Θ . В результате получали полевые зависимости компонент тензора композиционного материала $\chi_\perp = 0,5c_M \langle (\chi_{11}^{MH} + \chi_{22}^{MH}) \rangle_\Theta$, $\chi_\parallel = c_M \langle \chi_{33}^{MH} \rangle_\Theta$, $\pm i\chi_a = c_M \langle \chi_{12(21)}^{MH} \rangle_\Theta$ для заданной частоты, c_M – концентрация частиц в композите. Результаты расчетов на частоте 40 ГГц представлены на рис. 2 и 3 для следующих параметров: $\gamma_\perp = \gamma_\parallel = \gamma = 2,8$ ГГц/кЭ; $M_S = 300$ Гс; $c_M = 1$; поля анизотропии $H'_{a1} = 10$ кЭ (рис. 2, ОЛН – ось легкого намагничивания) и $H'_{a1} = -10$ кЭ (рис. 3, ПЛН – плоскость легкого намагничивания).

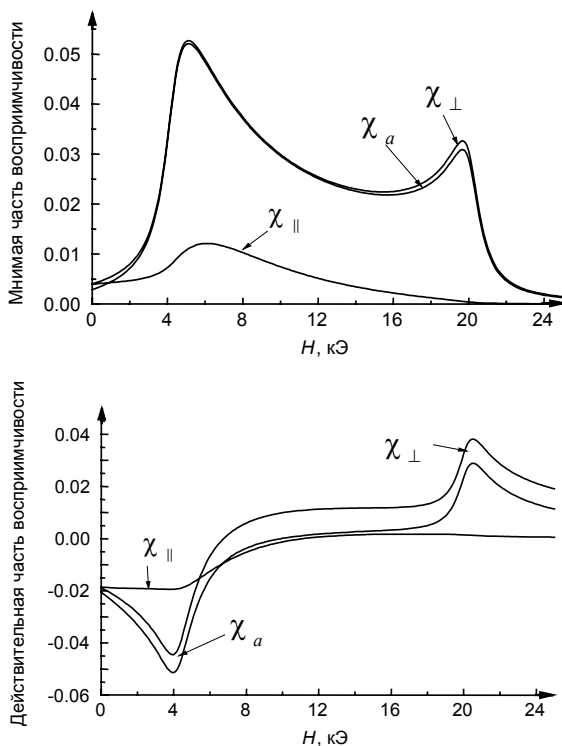


Рис. 2. Компоненты тензора материала с ОЛН

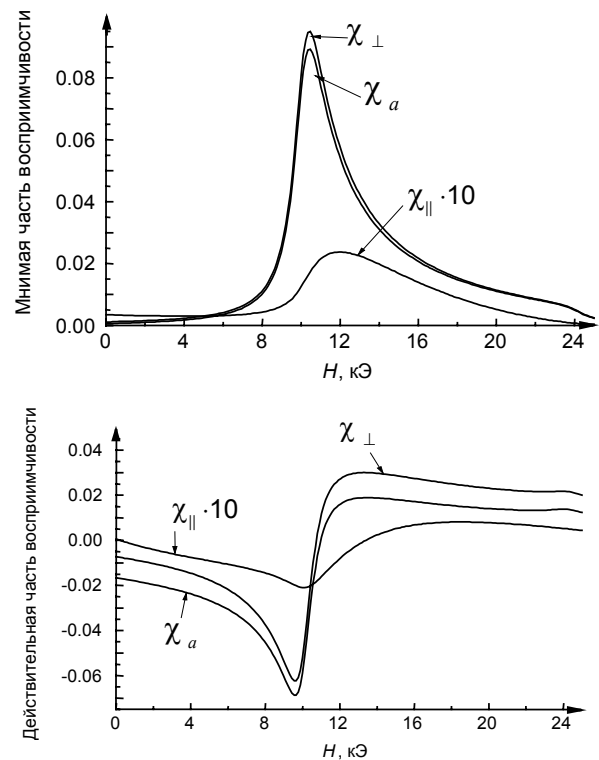


Рис. 3. Компоненты тензора материала с ПЛН

Согласно рис. 2 и 3, вблизи величин резонансных полей, определяемых формулами (20) и (21), на полевых зависимостях компонент наблюдаются особенности: максимумы и ступеньки. Величина продольной компоненты восприимчивости материалов с ПЛН существенно ниже, чем у материалов с ОЛН.

Выводы

Таким образом, в работе в общем виде (произвольный тип энергии магнитной анизотропии) получены выражения для тензора магнитной восприимчивости материала с анизотропным магнитомеханическим отношением $\tilde{\chi}^M$ в декартовой СК, одна из осей которой совпадает с гексагональной осью c . В случае $\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel} = \gamma$ никаких ограничений на оси СК и не накладывается. Для практических применений получен тензор $\tilde{\chi}^{MH}$ в лабораторной системе координат и проанализированы частные случаи.

Показано, что анизотропия резонансной частоты ФМР, обусловленная анизотропией g -фактора, существенно отличается от анизотропии ω_{res} , обусловленной МКА. При больших величинах намагничивающих полей, существенно превышающих поля анизотропии H_0 и H'_{a1} , влиянием МКА, согласно (20), (21), можно пренебречь, тогда как влияние тензорного характера $\tilde{\gamma}$ на ω_{res} остается, как и в парамагнитных кристаллах.

Из эксперимента по ФМР в материалах с анизотропным g -фактором могут быть определены константы анизотропии механического, а не магнитного моментов.

Рассчитанный тензор восприимчивости макроскопически изотропной композиционной среды, содержащей ферритовые частицы с одноосной МКА, содержит только диагональные $\chi_{\perp}$, $\chi_{\parallel}$ и антисимметричные $\pm i\chi_a$ компоненты, что соответствует общепринятым представлениям об изотропной намагниченной среде [1]. Отличный от нашего результат для таких материалов (9-компонентный тензор) был получен в работе [16], где не проводилось аналитического усреднения по азимутальному углу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. – М.: Физматлит, 1994. – 464 с.
2. Kittel C. // Phys. Rev. – 1948. – V. 73. – No. 2. – P. 155.
3. Macdonald J.R. // Proc. Phys. Soc. – 1951. – V. 64. – Pt. 11. – No. 383A. – P. 968.
4. Smit J. and Beljers H.J. // Philips Res. Rep. – 1955. – V. 10. – No. 2. – P. 113.
5. Suhl H. // Phys. Rev. – 1955. – V. 97. – No. 2. – P. 555.
6. Gurevich A.G., Sanina V.A., Golovenchic E.E., and Starobinets S.S. // J. Appl. Phys. – 1969. – V. 40. – No. 3. – P. 1512.
7. Silber L.M. // IEEE Trans. Magn. – 1971. – V. 7. – No. 3. – P. 605.
8. Власов К.Б., Ишмухаметов Б.Х. // ФММ. – 1961. – Т. 11. – № 1. – С. 3.
9. Туров Е.А. Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 224 с.
10. Журавлев В.А. // ФТТ. – 1999. – Т. 41. – № 6. – С. 1050.
11. Acquarone M. // J. Phys. C: Solid State Phys. – 1979. – V. 12. – No. 1. – P. 1373.
12. Acquarone M. // Phys. Rev. – 1981. – V. 24. – No. 7. – P. 3847.
13. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. III. Ч. I. – М.: Наука, 1974. – 324 с.
14. Смит Дж., Вейн Х. Ферриты. – М.: ИЛ, 1958. – 504 с.
15. Shloman E. // J. Phys. Chem. Solids. – 1958. – V. 6. – P. 257.
16. Зубков В.И., Щеглов В.И. // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 55. – № 4. – С. 488.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
г. Томск, Россия
E-mail: ptica@mail.tsu.ru

Поступила в редакцию 18.06.13.