

УДК 681.324

В.В. Кокшенев, П.А. Михеев, С.П. Сущенко**АНАЛИЗ СЕЛЕКТИВНОГО РЕЖИМА ОТКАЗА ТРАНСПОРТНОГО ПРОТОКОЛА В НАГРУЖЕННОМ ТРАКТЕ ПЕРЕДАЧЕ ДАННЫХ**

Предложена модель асинхронной процедуры управления виртуальным соединением транспортного протокола в режиме селективного отказа в виде двумерной марковской цепи с дискретным временем, учитывающая влияние протокольных параметров размера окна и длительности тайм-аута ожидания сквозных квитанций, вероятности искажения пакетов в отдельных звеньях тракта передачи данных и длин очередей в транзитных узлах от «внешних» потоков на пропускную способность виртуального соединения. Проведен анализ зависимости пропускной способности управляющей процедуры от протокольных параметров, уровня ошибок в каналах связи, длины тракта передачи данных, распределения размеров очередей в транзитных узлах.

Ключевые слова: *транспортный протокол, нагруженный тракт передачи данных, математическая модель, цепь Маркова, быстрдействие виртуального соединения, размер окна, длительность сквозного тайм-аута.*

В современных сетях, осуществляющих передачу компьютерных данных и мультимедийного абонентского трафика через единую сетевую инфраструктуру, существенно повышаются требования к наличию доступной полосы пропускания и, как следствие, к повышению эффективности ее использования. Важнейшей операционной характеристикой виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом компьютерной сети, является его пропускная способность. Данный показатель определяется не только скоростью и достоверностью передачи данных в информационных каналах транспортного соединения, но и интенсивностью внешних по отношению к данному соединению потоков, имеющих с ним часть общего маршрута. Основным индикатором «внешней» нагрузки на тракт, в котором проложено исследуемое виртуальное соединение, являются размеры очередей перед единицами потока (сегментами, инкапсулируемыми на сетевом уровне в пакеты, которые на канальном уровне инкапсулируются в кадры) рассматриваемого соединения в транзитных узлах. Очевидно, что мониторинг такого индикатора позволяет оценить распределение длин очередей в транзитных узлах от внешних по отношению к анализируемому соединению сетевых потоков и использовать при расчете операционных характеристик соединения и выборе протокольных параметров на время сеанса связи между заданной парой абонентов. Известные модели асинхронных управляющих процедур отдельного звена передачи данных и транспортного протокола [1–7] не позволяют учитывать нагрузку на разделяемые сетевые ресурсы (пропускная способность отдельных межузловых каналов), обеспечиваемую соседством с другими виртуальными соединениями, агрегируемыми на различных участках пути в отдельных звеньях маршрута данного межабонентского соединения, и проявляющуюся в виде «внешних» очередей в транзитных узлах. В данной работе предложена математическая модель виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом в режиме селективного отказа, учитывающая кроме фактора искажений в прямом и обратном

трактах передачи данных и механизмов повторных передач, обусловленных искажениями и истечением тайм-аута неприема ответа от получателя потока информации, еще и очереди от «внешних» межабонентских соединений.

1. Математическая модель транспортного протокола

Рассмотрим обмен данных между абонентами, соединенными многозвенным трактом передачи данных. Предположим, что выполняются следующие допущения. Узлы тракта соединены дуплексными каналами связи, имеющими одинаковые пропускные способности в обоих направлениях. Длина тракта передачи данных, выраженная в количестве участков переприема, равна D . Обратный канал, по которому доставляются подтверждения отправителю о корректности приема последовательности сегментов данных, также имеет длину D . Заданы вероятности искажения сегмента в канале связи для прямого $R_n(d)$, $d = \overline{1, D}$, и обратного – $R_0(d)$, $d = \overline{1, D}$, направлений передачи каждого участка переприема. Тогда достоверности передачи сегментов данных вдоль тракта от источника до адресата и обратно составят $F_n = \prod_{d=1}^D (1 - R_n(d))$; $F_0 = \prod_{d=1}^D (1 - R_0(d))$. Время обработки сегментов

в узлах тракта одинаково. Взаимодействующие абоненты имеют неограниченный поток сегментов для передачи, а обмен выполняется сегментами одинаковой длины. Подтверждения получателя о корректности приема принимаемых данных переносятся в сегментах встречного потока. Полагаем, что повторная передача сегментов организована в соответствии с селективной процедурой отказа [1]. Считаем, кроме того, что потеря сегментов из-за отсутствия буферной памяти в узлах тракта не происходит. Задана функция вероятностей b_n , $n = \overline{0, N}$, того, что каждый сегмент из потока анализируемого соединения в транзитном узле встретит очередь размером $n \leq N$, где N – максимальный размер очереди, определяемый емкостью буферных пулов транзитных узлов.

Тайм-аут длительности S запускается перед началом передачи первого сегмента последовательности и фиксируется для всех сегментов в пределах ширины окна. Будем считать, что размер окна управляющего протокола определяется величиной W , а $S > W$ – задает длительность тайм-аута ожидания подтверждения корректности доставки данных. После передачи очередного сегмента, протокол копирует его в очередь переданных, но не подтвержденных данных и запускает тайм-аут. Как только размер очереди становится равным ширине окна W , управляющий протокол приостанавливает передачу в ожидании получения квитанции или истечения тайм-аута S ожидания подтверждения. При получении подтверждения из очереди удаляются сегменты, дошедшие до адресата без искажений. При истечении тайм-аута S соответствующий сегмент передается повторно, и тайм-аут запускается вновь. Будем называть тактом время t , необходимое для вывода сегмента в линию. Такт определяется суммой времени вывода сегмента в линию, времени распространения сигнала в канале связи и времени обработки сегмента принимающим узлом. Тогда время получения отправителем сквозной квитанции распределено по геометрическому закону с параметром F_0 и длительностью такта дискретизации t .

Динамика очереди переданных, но не подтвержденных сегментов на узле-отправителе для различных режимов функционирования управляющего протоко-

ла в силу марковости дискретного процесса получения квитанций может быть описана двумерной цепью Маркова с дискретным временем и числом состояний по одному измерению равным длительности сквозного тайм-аута S , а по другому – увеличенной на единицу максимальной длине очереди: $N+1$. Очевидно, что длительность тайм-аута должна быть достаточной для того, чтобы пакет с сегментом данных по прямому каналу достиг адресата и подтверждение получателя по обратному каналу было принято отправителем потока. Отсюда следует, что размер тайм-аута, выраженный в длительностях тактов t , должен быть не меньше суммы двойной длины пути и размера встреченной очереди в транзитном узле $S \geq 2D+n$. С учетом возможных повторных передач сегментов основного (прямого) потока и сегментов с подтверждениями во встречном потоке из-за искажений в отдельных звеньях тракта размер тайм-аута S целесообразно выбирать с «запасом» на повторные передачи.

Квитанция на первый сегмент последовательности может поступить отправителю спустя время $s \geq 2D$ интервалов длительности t , необходимых для достижения первым сегментом адресата и возвращения отправителю подтверждения о корректности его приема. Если при передаче последовательности сегментов отправителем или переносе подтверждения пакет с сегментом в прямом тракте (или подтверждением в обратном) встретил очередь размера n , то время для получения квитанции (подтверждения) возрастает на размер встреченной очереди n и составит $s \geq 2D+n$.

Процесс переноса информационного потока транспортным протоколом в одностороннем виртуальном канале моделируется марковской цепью [4]. Обобщение данной модели для пустого многозвенного тракта передачи данных выполнено в [5]. Функционирование виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом, в нагруженном многозвенном тракте передачи данных с очередями сегментов перед отправляемыми данными или подтверждениями может быть описано марковизированным процессом, в котором размер очереди перед прямым или обратным потоком данных исследуемого соединения является дополнительной переменной марковского процесса. В состоянии цепи Маркова (i, n) источник отправил последовательность размера i - n сегментов, которая в процессе переноса в одном из звеньев встретила очередь длиной n сегментов. Значениям координаты $i = \overline{0, W+n}$, $n = \overline{0, N}$, состояний цепи Маркова соответствует количество переданных, но не подтвержденных получателем сегментов и время от начала передачи последовательности, а значениям $i = \overline{W+n+1, S-1}$, $n = \overline{0, N}$, – время, в течение которого отправитель не активен и ожидает получение квитанции о корректности приема переданной последовательности из W сегментов. Обозначим через $P(i, n)$, $i = \overline{0, S-1}$, $n = \overline{0, N}$, – вероятности состояний цепи Маркова. Тогда последовательность переданных, но не подтвержденных сегментов данных рассматриваемого виртуального соединения при очереди нулевой длины растет до состояния цепи Маркова с координатами $(2D-1, 0)$ с вероятностью b_0 . Дальнейший рост размера этой последовательности происходит с вероятностью $b_0(1-F_0)$. В состояниях (i, n) , $i = \overline{2D-1+n, S-1}$, $n = \overline{0, N}$, возможно получение отправителем квитанции, и в зависимости от результатов доставки отправитель передает новые сегменты (при положительной квитанции) либо повторно – искаженные. Поскольку отправленная последовательность сегментов исследуемого виртуального

соединения может встретить очередь ненулевой длины в любой момент процесса передачи (на пути последовательности до адресата или при переносе подтверждения отправителю информационного потока), то переход из состояния $(i, 0)$, $i = \overline{0, S-2}$, в состояние (i, n) , $i = \overline{0, S-2}$, $n = \overline{1, N}$, происходит с вероятностью b_n .

Обозначим через π_{in}^{jm} переходные вероятности цепи Маркова, где (i, n) – координаты исходного, а (j, m) – измененного состояний цепи. Тогда динамику процесса передачи информационного потока в режиме селективного отказа можно задать следующими значениями переходных вероятностей:

$$\pi_{in}^{jm} = \begin{cases} b_0, i = \overline{0, 2D-2}, n = 0; j = i+1, m = 0; \\ b_0(1 - F_0), i = \overline{2D-1, S-2}, n = 0; j = i+1, m = 0; \\ b_m, i = \overline{0, S-2}, n = 0; j = i, m = \overline{1, N}; \\ b_0 F_0, i = \overline{2D-1, W-1}, n = 0; j = 2D-1, m = 0; \\ b_0 F_0, i = \overline{W, W+2D-2}, n = 0; j = W+2D-2-i, m = 0; \\ b_0 F_0, i = \overline{W+2D-1, S-2}, n = 0; j = 0, m = 0; \\ 1, i = \overline{S-1, n=0, N}; j = 0, m = 0; \\ 1, i = \overline{0, 2D-2+n}, n = \overline{1, N}; j = i+1, m = n; \\ 1 - F_0, i = \overline{2D-1+n, S-2}, n = \overline{1, N}; j = i+1, m = n. \\ F_0, i = \overline{2D-1+n, W-1+n}, n = \overline{1, N}; j = 2D-1, m = 0; \\ F_0, i = \overline{W+n, W+n+2D-2}, n = \overline{1, N}; j = W+n+2D-2-i, m = 0; \\ F_0, i = \overline{W+n+2D-1, S-2}, n = \overline{1, N}; j = 0, m = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Пропускная способность виртуального соединения, управляемого транспортным протоколом, определяется как отношение среднего объема данных, передаваемых между двумя последовательными получениями квитанций, к среднему времени получения квитанции [4, 5]. Вклад в быстродействие виртуального соединения дают те состояния цепи Маркова, для которых возможно получение квитанции. Нормированная на единицу пропускная способность виртуального соединения в нагруженном тракте определяется отношением среднего количества сегментов данных, передаваемых отправителем между поступлениями двух последовательных квитанций, к среднему времени между поступлениями квитанций, выраженному в количестве интервалов длительности t : $Z(W, S) = \overline{V}/\overline{T}$. Поскольку квитанции переносятся в каждом сегменте независимо и поступают к отправителю каждый такт t при условии, что они не искажены на пути длины D от получателя до отправителя информационного потока, то среднее время между приходами квитанций распределено по геометрическому закону с параметром F_0 и составит $\overline{T} = 1/F_0$. Средний объем передаваемых между поступлениями квитанций данных с учетом того, что каждый сегмент исследуемого соединения с вероятностью b_n , $n = \overline{0, N}$, встречает очередь размера n и дает вклад в объем переданной информации обратно пропорциональный величине $n+1$, задается обобщением соотношения, приведенного в работе [4]:

$$\overline{V} = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n+1} \left[\sum_{l=2D-1+n}^{W+2D-2+n} l P(l, n) + \sum_{l=W+2D-1+n}^{S-1} \overline{W} P(l, n) \right].$$

Величины \bar{l} и \bar{W} определяются средним количеством сегментов, достигших адресата при селективной процедуре организации повторных передач искаженных сегментов: $\bar{l} = (l - 2D - n + 2)F_n$, $\bar{W} = WF_n$. Окончательно зависимость пропускной способности виртуального соединения от протокольных параметров ширины окна W и длительности сквозного тайм-аута S примет вид

$$Z(W, S) = F_n F_0 \sum_{n=0}^N \frac{1}{n+1} \left[\sum_{l=2D-1+n}^{W+2D-2+n} (l-2D+2-n)P(l, n) + W \sum_{l=W+2D-1+n}^{S-1} P(l, n) \right]. \quad (2)$$

2. Анализ процесса передачи в однозвенном тракте

В стационарных условиях система уравнений равновесия, описывающая процесс переноса данных в виртуальном канале для тракта длины $D = 1$, ширины окна $W \geq 1$ и длительности тайм-аута $S > W, S \geq N + 2$, согласно переходным вероятностям (1) имеет следующий вид:

$$P(0, 0) = F_0 \left[b_0 \sum_{i=W}^{S-2} P(i, 0) + \sum_{n=1}^N \sum_{i=W+n}^{S-2} P(i, n) \right] + \sum_{n=0}^N P(S-1, n);$$

$$P(1, 0) = b_0 P(0, 0) + F_0 \left[b_0 \sum_{i=1}^{W-1} P(i, 0) + \sum_{n=1}^N \sum_{i=n+1}^{W-1+n} P(i, n) \right]; \quad (3)$$

$$P(i, 0) = b_0 (1 - F_0) P(i-1, 0), i = \overline{2, S-1}; \quad (4)$$

$$P(0, n) = b_n P(0, 0), n = \overline{1, N}; \quad (5)$$

$$P(i, n) = b_n P(i, 0) + P(i-1, n), i = \overline{1, n+1}, n = \overline{1, N}; \quad (6)$$

$$P(i, n) = b_n P(i, 0) + (1 - F_0) P(i-1, n), i = n+2, S-2, n = \overline{1, N}; \quad (7)$$

$$P(S-1, n) = (1 - F_0) P(S-2, n), n = \overline{1, N}. \quad (8)$$

Найдем решение данной системы уравнений. Из уравнения (4) получаем $P(i, 0) = P(1, 0) [b_0 (1 - F_0)]^{i-1}, i = \overline{1, S-1}$. Согласно (5), (6) и полученному выражению

для $P(i, 0)$, имеем $P(i, n) = b_n \left[P(0, 0) + P(1, 0) \frac{1 - [b_0 (1 - F_0)]^i}{1 - b_0 (1 - F_0)} \right], i = \overline{0, n+1}, n = \overline{1, N}$.

С учетом данного соотношения из (7) и (8) для произвольного $n \geq 1$ находим

$$P(i, n) = b_n (1 - F_0)^{i-1} \times \left\{ \frac{P(0, 0)}{(1 - F_0)^n} + P(1, 0) \left[\frac{1}{[1 - b_0 (1 - F_0)] (1 - F_0)^n} - \frac{b_0^i}{1 - b_0} + \frac{F_0 b_0^{n+1}}{(1 - b_0) [1 - b_0 (1 - F_0)]} \right] \right\},$$

$$i = \overline{n+1, S-2};$$

$$P(S-1, n) = b_n (1 - F_0)^{S-2} \times \left\{ \frac{P(0, 0)}{(1 - F_0)^n} + P(1, 0) \left[\frac{1}{[1 - b_0 (1 - F_0)] (1 - F_0)^n} - \frac{b_0^{S-2}}{1 - b_0} + \frac{F_0 b_0^{n+1}}{(1 - b_0) [1 - b_0 (1 - F_0)]} \right] \right\}.$$

Подставляя найденные соотношения в (3), получаем выражение для $P(1,0)$:

$$P(1,0) = \frac{P(0,0)E}{(1-F_0)^{W-1}},$$

$$\text{где } E = \frac{(1-b_0)(1-b_0(1-F_0))[1-(1-b_0)(1-F_0)^{W-1}]}{(1-b_0)[1-b_0+F_0b_0^W] + b_0F_0(1-b_0^{W-1})\sum_{n=1}^N b_n(b_0(1-F_0))^n}.$$

Из условия нормировки находим вероятность начального состояния $(0,0)$:

$$P(0,0) = (1-F_0)^{W-1} \left\{ (1-F_0)^{W-1} \left[\frac{3-2(1+b_0-F_0)+b_0(1-F_0)}{F_0} + \sum_{n=1}^N b_n \left(n - \frac{(1-F_0)^{S-n-1}}{F_0} \right) \right] + E \left[\frac{2-(1+b_0-F_0)[1-2b_0(1-F_0)]-b_0(1-F_0)[3+b_0(1-F_0)]}{F_0(1-b_0(1-F_0))^2} - \frac{(b_0(1-F_0))^{S-2}(1-b_0)}{1-b_0(1-F_0)} + \sum_{n=1}^N b_n \left[\frac{n}{1-b_0(1-F_0)} - \frac{(1-F_0)^{S-n-1}}{F_0(1-b_0(1-F_0))} + \frac{(b_0(1-F_0))^{n+1}}{(1-b_0(1-F_0))^2} - \frac{b_0^{n+1}(1-F_0)^{S-1}}{(1-b_0)(1-b_0(1-F_0))} \right] \right] \right\}^{-1}.$$

Проанализируем полученное решение в ряде частных случаев. Пусть внешняя очередь в узлах отсутствует ($b_0 = 1$). Тогда получаем известный результат [5]:

$$P(0,0) = \frac{F_0(1-F_0)^{W-1}}{1+(1-F_0)^{W-1}[F_0-(1-F_0)^{S-W}]},$$

$$P(i,0) = \frac{F_0(1-F_0)^{i-1}}{1+(1-F_0)^{W-1}[F_0-(1-F_0)^{S-W}]}, i = \overline{1, S-1},$$

$$P(i,n) = 0, i = \overline{0, S-1}, n = \overline{1, N}.$$

Предположим, что поток исследуемого виртуального соединения всегда встречает очередь ненулевой длины ($b_0 = 0$). При этом вероятность начального состояния и состояния $(1,0)$ цепи Маркова принимает вид

$$P(0,0) = \frac{F_0(1-F_0)^{W-1}}{1+F_0[1+\bar{N}] + (1-F_0)^{W-1} \left[F_0 - \sum_{n=1}^N b_n(1-F_0)^{S-W-n} \right]},$$

$$P(1,0) = \frac{P(0,0)[1-(1-F_0)^{W-1}]}{(1-F_0)^{W-1}}, \quad (9)$$

где $\bar{N} = \sum_{n=1}^N nb_n$. В случае очереди детерминированной длины ($b_n = 1, n \geq 1$) для начального состояния получаем

$$P(0,0) = \frac{F_0(1-F_0)^{W-1}}{1+(n+1)F_0 + (1-F_0)^{W-1} [F_0 - (1-F_0)^{S-W-n}]}.$$

При неограниченной ширине окна ($W = \infty$), а следовательно, и длительности тайм-аута S начальное состояние является невозвратным ($P(0,0) = 0$), а вероятность состояния $(1,0)$ принимает вид

$$P(1,0) = F_0 [1 - b_0(1 - F_0)]^2 / \left[2 - (1 + b_0 - F_0)[1 - 2b_0(1 - F_0)] - b_0(1 - F_0)[3 + b_0(1 - F_0)] + \bar{N}F_0[1 - b_0(1 - F_0)] + F_0 \sum_{n=1}^N b_n [b_0(1 - F_0)]^{n+1} \right]. \quad (10)$$

Если при этом соединение всегда соперничает за полосу пропускания с конкурентами ($b_0 = 0$), то вероятность данного состояния преобразуется к

$$P(1,0) = \frac{F_0}{1 + F_0(1 + \bar{N})}. \quad (11)$$

Для абсолютно надежного обратного канала связи ($F_0 = 1$), длительности тайм-аута, превышающей максимальный размер очереди на удвоенную длину пути ($S \geq N + 2$), и старт-стопной управляющей процедуры ($W = 1$) множество вероятных состояний (i, n) определяется значениями индексов $i = \overline{0, n+1}$, $n = \overline{0, \bar{N}}$ и имеет вид

$$P(0,0) = \frac{1}{3 - b_0^2 + (1 + b_0)\bar{N}}, \quad P(i, n) = b_n P(0,0). \quad (12)$$

В тех же условиях при $W \geq 2$ значимыми будут только состояния (i, n) , $i = \overline{1, n+1}$, $n = \overline{0, \bar{N}}$:

$$P(0,0) = 0, \quad P(1,0) = \frac{1}{2 - b_0 + \bar{N}}, \quad P(i, n) = b_n P(1,0), \quad i = \overline{1, n+1}, \quad n = \overline{1, \bar{N}}. \quad (13)$$

3. Анализ процесса передачи в многозвенном тракте

В случае тракта произвольной длины аналитические зависимости для вероятностей состояний цепи Маркова при произвольной длительности тайм-аута $S > W$ получить не удастся. Аналитическое решение удастся найти в двух случаях: во-первых, при выполнении условия $S = W + 1, W \geq 2D + N$ и, во-вторых, если $b_0 = 0$. Система уравнений равновесия, описывающая процесс переноса данных в виртуальном канале для тракта произвольной длины D для указанных в первом случае соотношений между протокольными параметрами S и W , длиной тракта D и максимальным размером очереди N , в соответствии с переходными вероятностями (1) принимает вид

$$P(0,0) = \sum_{n=0}^N P(W, n);$$

$$P(i,0) = b_0 P(i-1,0), \quad i = \overline{1, 2D-2};$$

$$P(2D-1,0) = b_0 P(2D-2,0) + \sum_{i=2D-1}^{W-1} b_0 F_0 P(i,0) + \sum_{n=1}^N \sum_{i=2D-1+n}^{W-1} F_0 P(i,n);$$

$$P(i, 0) = b_0(1 - F_0)P(i - 1, 0), i = \overline{2D, W};$$

$$P(0, n) = b_n P(0, 0), n = \overline{1, N};$$

$$P(i, n) = P(i - 1, n) + b_n P(i, 0), i = \overline{1, 2D - 1 + n}, n = \overline{1, N};$$

$$P(i, n) = (1 - F_0)P(i - 1, n) + b_n P(i, 0), i = \overline{2D + n, W - 1}, n = \overline{1, N};$$

$$P(W, n) = (1 - F_0)P(W - 1, n), n = \overline{1, N}.$$

Аналитическое решение данной системы уравнений равновесия определяется соотношениями

$$P(i, 0) = P(0, 0)b_0^i, i = \overline{1, 2D - 2};$$

$$P(i, 0) = P(2D - 1, 0)[b_0(1 - F_0)]^{i - 2D + 1}, i = \overline{2D - 1, W};$$

$$P(i, n) = P(0, 0)b_n \frac{1 - b_0^{i+1}}{1 - b_0}, i = \overline{0, 2D - 2}, n = \overline{1, N};$$

$$P(i, n) = P(0, 0)b_n \frac{1 - b_0^{2D-1}}{1 - b_0} + P(2D - 1, 0)b_n \frac{1 - [b_0(1 - F_0)]^{i - 2D + 2}}{1 - b_0(1 - F_0)},$$

$$i = \overline{2D - 1, 2D - 1 + n}, n = \overline{1, N};$$

$$P(i, n) = P(0, 0)b_n \frac{1 - b_0^{2D-1}}{1 - b_0} (1 - F_0)^{i - 2D - n + 1} + P(2D - 1, 0)b_n (1 - F_0)^{i - 2D + 1} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{(1 - F_0)^n [1 - b_0(1 - F_0)]} - \frac{b_0^{i - 2D + 2}}{1 - b_0} + \frac{b_0^{n+1} F_0}{(1 - b_0)[1 - b_0(1 - F_0)]} \right], i = \overline{2D + n, W - 1}, n = \overline{1, N};$$

$$P(W, n) = P(0, 0)b_n \frac{1 - b_0^{2D-1}}{1 - b_0} (1 - F_0)^{W - 2D - n + 1} + P(2D - 1, 0)b_n (1 - F_0)^{W - 2D + 1} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{(1 - F_0)^n [1 - b_0(1 - F_0)]} - \frac{b_0^{W - 2D + 1}}{1 - b_0} + \frac{b_0^{n+1} F_0}{(1 - b_0)[1 - b_0(1 - F_0)]} \right], n = \overline{1, N};$$

$$P(2D - 1, 0) = \frac{P(0, 0)K}{(1 - F_0)^{W - 2D + 1}},$$

где $K = \frac{[1 - b_0(1 - F_0)] \left\{ 1 - b_0 - (1 - b_0^{2D-1})(1 - F_0)^{W - 2D + 1} \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{(1 - F_0)^n} \right\}}{\sum_{n=1}^N b_n \left[\frac{1 - b_0}{(1 - F_0)^n} + F_0 b_0^{n+1} \right]}$,

$$P(0, 0) = (1 - F_0)^{W - 2D + 1} \times$$

$$\times \left\{ (1 - F_0)^{W - 2D + 1} \left[2D + \frac{1 - (1 + F_0)b_0^{2D-1}}{F_0} + \frac{1 - b_0^{2D-1}}{1 - b_0} \sum_{n=1}^N b_n \left(n - \frac{(1 - F_0)^{W - 2D + 2 - n}}{F_0} \right) \right] \right\} +$$

$$+K \left[\frac{2-(1+b_0-F_0)[1-2b_0(1-F_0)]-b_0(1-F_0)[3+b_0(1-F_0)]}{F_0(1-b_0(1-F_0))^2} - \frac{(b_0(1-F_0))^{W-2D+1}(1-b_0)}{1-b_0(1-F_0)} + \sum_{n=1}^N b_n \left[\frac{n}{1-b_0(1-F_0)} - \frac{(1-F_0)^{W-2D-n+2}}{F_0(1-b_0(1-F_0))} + \frac{(b_0(1-F_0))^{n+1}}{(1-b_0(1-F_0))^2} - \frac{b_0^{n+1}(1-F_0)^{W-2D+2}}{(1-b_0)(1-b_0(1-F_0))} \right] \right]^{-1}.$$

Рассмотрим найденное решение в ряде частных случаев. Нетрудно видеть, что данное решение при $D=1$ совпадает с решением, полученным при рассмотрении однозвенного тракта для протокольных параметров, связанных соотношением $W=S-1$. При отсутствии внешней очереди в узлах ($b_0=1$) получаем (известный результат [4]):

$$P(0,0) = \frac{F_0(1-F_0)^{W-1}}{1+(1-F_0)^{W-2D+1}[2DF_0-1]}, \quad P(2D-1,0) = \frac{P(0,0)}{(1-F_0)^{W-2D+1}}.$$

Если поток анализируемого виртуального соединения всегда встречает очередь ненулевой длины ($b_0=0$), то вероятности состояний цепи Маркова определяются зависимостями

$$P(0,0) = \frac{\sum_{n=1}^N b_n(1-F_0)^{W-2D-n+1}}{1+\bar{N} + \frac{1}{F_0} + \left(2D - \frac{1}{F_0}\right) \sum_{n=1}^N b_n(1-F_0)^{W-2D-n+1}};$$

$$P(2D-1,0) = \frac{P(0,0) \left[1 - \sum_{n=1}^N b_n(1-F_0)^{W-2D-n+1}\right]}{\sum_{n=1}^N b_n(1-F_0)^{W-2D-n+1}};$$

$$P(i,0) = 0, i = \overline{1, 2D-2, 2D, W}; \quad P(i,n) = b_n P(0,0), i = \overline{0, 2D-2}, n = \overline{1, N};$$

$$P(i,n) = b_n [P(0,0) + P(2D-1,0)], \quad i = \overline{2D-1, 2D-1+n}, n = \overline{1, N};$$

$$P(i,n) = b_n [P(0,0) + P(2D-1,0)](1-F_0)^{i-2D-n+1}, i = \overline{2D+n, W}, n = \overline{1, N}. \quad (14)$$

При неограниченной ширине окна ($W=\infty$) состояния (i,n) , $i = \overline{0, 2D-2}$, $n = \overline{0, N}$, являются невозвратными ($P(i,n)=0$) и вероятность состояния $(2D-1,0)$ цепи Маркова принимает вид (10), что свидетельствует об инвариантности вероятности данного состояния к длине тракта передачи данных в указанных условиях. При этом для очереди детерминированной длины ($b_n=1, n>0$) вероятности значимых состояний цепи Маркова, определяющих доступную межбонентскому соединению полосу пропускания тракта передачи данных, задаются зависимостями $P(2D-1,0) = \frac{F_0}{1+F_0(n+1)}$ и $P(i,n) = \frac{F_0(1-F_0)^{i-2D-n+1}}{1+F_0(n+1)}$, $i \geq 2D-1+n$.

Для детерминированного обратного тракта ($F_0=1$) и ширины окна, превышающей максимальный размер очереди на удвоенную длину пути ($W \geq N+2D$), про-

странство значимых состояний (i, n) образует плоскость равнобедренного по координатам i и n треугольника $i = \overline{2D-1, 2D-1+n}, n = \overline{0, N}$:

$$P(2D-1, 0) = \frac{1}{2-b_0 + \bar{N}}, \quad P(i, n) = b_n P(2D-1, 0), i = \overline{2D-1, 2D-1+n}, n = \overline{1, \bar{N}}. \quad (15)$$

Найдем решение для случая, когда поток анализируемого соединения всегда встречает очередь ($b_0 = 0$), протокольные параметры связаны между собой, а также с максимальным размером очереди и длиной тракта передачи данных неравенствами $S > W + N$ и $W \geq 2D$. Система уравнений равновесия при этом в соответствии с (1) имеет вид

$$P(0, 0) = \sum_{n=1}^N \left[P(S-1, n) + \sum_{i=W+2D+n-2}^{S-2} F_0 P(i, n) \right];$$

$$P(i, 0) = \sum_{n=1}^N F_0 P(W+2D+n-2-i, n), \quad i = \overline{1, 2D-2}, \quad n = \overline{1, \bar{N}};$$

$$P(2D-1, 0) = \sum_{n=1}^N \sum_{i=2D-1+n}^{W-1} F_0 P(i, n);$$

$$P(0, n) = b_n P(0, 0), n = \overline{1, \bar{N}};$$

$$P(i, n) = P(i-1, n) + b_n P(i, 0), i = \overline{1, 2D-1}, n = \overline{1, \bar{N}};$$

$$P(i, n) = P(i-1, n), i = \overline{2D, 2D-1+n}, n = \overline{1, \bar{N}};$$

$$P(i, n) = (1-F_0)P(i-1, n), i = \overline{2D+n, S-1}, n = \overline{1, \bar{N}}.$$

Для вероятностей состояний отсюда находим аналитическое решение:

$$P(i, 0) = \frac{P(0, 0)F_0}{(1-F_0)^i}, i = \overline{1, 2D-2};$$

$$P(2D-1, 0) = P(0, 0) \frac{1-(1-F_0)^{W-2D+1}}{(1-F_0)^{W-1}};$$

$$P(i, n) = \frac{P(0, 0)b_n}{(1-F_0)^i}, i = \overline{0, 2D-2}, n = \overline{1, \bar{N}};$$

$$P(i, n) = \frac{P(0, 0)b_n}{(1-F_0)^{W-1}}, i = \overline{2D-1, 2D+n-1}, n = \overline{1, \bar{N}};$$

$$P(i, n) = P(0, 0) \frac{b_n (1-F_0)^{i-2D-n+1}}{(1-F_0)^{W-1}}, i = \overline{2D+n, S-1}, n = \overline{1, \bar{N}};$$

$$P(0, 0) = \frac{F_0 (1-F_0)^{W-1}}{1 + F_0 (\bar{N} + 1) + (1-F_0)^{W-2D+1} [1 - (1-F_0)^{2D-1}] - \sum_{n=1}^N b_n (1-F_0)^{S-2D-n+1}}.$$

При $D=1$ отсюда получаем (9), для детерминированного обратного тракта с учетом $b_0 = 0$ – (15), а при $W = \infty$ – приходим к

$$P(i, n) = 0, i = \overline{0, 2D-2}, n = \overline{0, N},$$

$$P(2D-1, 0) = \frac{F_0}{1 + F_0(1 + \overline{N})},$$

$$P(i, n) = \frac{b_n F_0}{1 + F_0(1 + \overline{N})}, i = \overline{2D-1, 2D+n-1}, n = \overline{1, N},$$

$$P(i, n) = \frac{b_n F_0 (1 - F_0)^{i-2D-n+1}}{1 + F_0(1 + \overline{N})}, i \geq 2D+n, n = \overline{1, N}.$$

4. Анализ процесса передачи в многозвенном тракте с детерминированным обратным каналом связи

В предыдущих разделах найдены вероятностно-временные характеристики для виртуального соединения при $W \geq 2D$. Остается открытым вопрос анализа быстрогодействия виртуального канала в случае $W < 2D$, соответствующем «недогруженному» соединению. Уравнения равновесия, описывающие динамику очереди переданных, но не подтвержденных пакетов данных, при этом принимают вид

$$P(0, 0) = \sum_{i=2D-2+W}^{S-2} b_0 F_0 P(i, 0) + \sum_{n=1}^N \sum_{i=2D-2+n+W}^{S-2} F_0 P(i, n) + \sum_{n=0}^N P(S-1, n), W = \overline{1, 2D-1};$$

$$P(i, 0) = b_0 P(i-1, 0) + b_0 F_0 P(2D-2+W-i, 0) + \sum_{n=1}^N F_0 P(2D-2+n+W-i, n),$$

$$i = \overline{1, W-1}, W = \overline{2, 2D-1};$$

$$P(i, 0) = b_0 P(i-1, 0), i = \overline{W, 2D-1}, W = \overline{1, 2D-1};$$

$$P(i, 0) = b_0 (1 - F_0) P(i-1, 0), i = \overline{2D, S-1};$$

$$P(0, n) = b_n P(0, 0), n = \overline{1, N};$$

$$P(i, n) = P(i-1, n) + b_n P(i, 0), i = \overline{1, 2D-1+n}, n = \overline{1, N};$$

$$P(i, n) = (1 - F_0) P(i-1, n) + b_n P(i, 0), i = \overline{2D+n, S-2}, n = \overline{1, N};$$

$$P(S-1, n) = (1 - F_0) P(S-2, n), n = \overline{1, N}.$$

Найдем решение данной системы уравнений для абсолютно надежного обратного тракта ($F_0 = 1$), определяющего потенциально достижимый виртуальным каналом уровень быстрогодействия при недогрузке виртуального соединения, обусловленной малым размером окна ($W < 2D$). Из приведенных уравнений в данных условиях нетрудно видеть, что состояния $(i, n), i = \overline{0, W-2}, n = \overline{0, N}$ являются невозвратными ($P(i, n) = 0$). Для значимых состояний из системы уравнений равновесия получаем

$$\begin{aligned}
 P(i, 0) &= P(W-1, 0)b_0^{i-W+1}, i = \overline{W-1, 2D-1}, W = \overline{1, 2D-1}; \\
 P(i, n) &= P(W-1, 0)b_n \sum_{j=0}^{i-W+1} b_0^j = P(W-1, 0)b_n \frac{1-b_0^{i-W+2}}{1-b_0}, \\
 i &= \overline{W-1, 2D-1}, n = \overline{1, N}, W = \overline{1, 2D-1}; \\
 P(i, n) &= P(W-1, 0)b_n \frac{1-b_0^{2D-W+1}}{1-b_0}, \\
 i &= \overline{2D-1, 2D-1+n}, n = \overline{1, N}, W = \overline{1, 2D-1}.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Из условия нормировки находим

$$P(W-1, 0) = \frac{1}{2D-W+2-b_0^{2D-W+1} + \frac{1-b_0^{2D-W+1}}{1-b_0} \bar{N}}. \tag{17}$$

Нетрудно убедиться, что при $W = 1, D = 1$ отсюда получаем найденное ранее решение (12).

5. Исследование доступной полосы пропускания

Анализ процесса передачи информационного потока в виртуальном канале, управляемого транспортным протоколом, показывает, что индекс быстродействия виртуального соединения при абсолютно надежных каналах связи в отдельных звеньях обратного тракта ($F_0 = 1$) и достаточной длительности тайм-аута согласно (2) и найденных вероятностей состояний цепи Маркова (12) для однозвенного тракта ($D = 1$) при $W = 1$ определится соотношением

$$Z(1, S) = \frac{F_n \left[b_0 + (1+b_0) \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{n+1} \right]}{3-b_0^2 + (1+b_0)\bar{N}},$$

а при $W \geq 2$ в соответствии с (13) составит

$$Z(W, S) = \frac{F_n}{2-b_0 + \bar{N}} \left[1 + \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{n+1} \right]. \tag{18}$$

Для случая, когда поток исследуемого однозвенного виртуального соединения всегда встречает очередь ненулевой длины ($b_0 = 0$), его быстродействие согласно (2) и (9) определится выражением

$$Z(W, S) = F_n \frac{F_0^2 \left[1 - (1-F_0)^{W-1} \right] + \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{n+1} \left[1 - (1-F_0)^W - WF_0(1-F_0)^{S-n-1} \right]}{1 + F_0(1 + \bar{N}) + (1-F_0)^{W-1} - (1-F_0)^W - \sum_{n=1}^N b_n(1-F_0)^{S-n-1}}.$$

В случае многозвенного тракта передачи данных ($D \geq 1$) при $b_0 = 0, S = W + 1$ и $W \geq 2D + N$ в соответствии с найденными вероятностями состояний цепи Маркова (14) из (2) получаем

$$Z(W, W+1) = \frac{F_0^2 \left[1 - \sum_{n=1}^N b_n (1-F_0)^{W-2D-n+1} \right] + \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{n+1} \left\{ 1 - (1-F_0)^{W-2D-n+2} [1 - F_0(W-2D-n+2)] \right\}}{1 + F_0(1 + \bar{N}) + (2DF_0 - 1) \sum_{n=1}^N b_n (1-F_0)^{W-2D-n+1}}.$$

Если протокольные параметры удовлетворяют неравенствам $S > W + N$, $W \geq 2D$, то доступная полоса пропускания составит

$$Z(W, S) = F_n \frac{F_0^2 \left[1 - (1-F_0)^{W-2D+1} \right] + \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{n+1} \left[1 - (1-F_0)^W - WF_0(1-F_0)^{S-2D-n+1} \right]}{1 + F_0(1 + \bar{N}) + (1-F_0)^{W-2D+1} - (1-F_0)^W - \sum_{n=1}^N b_n (1-F_0)^{S-2D-n+1}}.$$

Если $W \geq 2D$ и $F_0 = 1$, то вероятности состояний марковской цепи задаются выражением (15) и доступная виртуальному соединению доля полосы пропускания оказывается инвариантной к длине тракта и совпадает с зависимостью (18). Если же при этом еще и очередь имеет детерминированную длину ($b_n = 1, n > 0$), то доля пропускной способности многозвенного тракта (2), доступная виртуальному соединению составит $Z(W, S) = \frac{F_n}{n+1}$. Согласно найденному решению (16), (17) при $F_0 = 1$ и $W < 2D$ быстродействие виртуального канала (2) определяется соотношением

$$Z(W, S) = F_n \frac{b_0^{2D-W} + \frac{1-b_0^{2D-W+1}}{1-b_0} \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{n+1}}{2D-W+2 - b_0^{2D-W+1} + \frac{1-b_0^{2D-W+1}}{1-b_0} \bar{N}}. \quad (19)$$

Для постоянной очереди ненулевой длины ($b_n = 1, n > 0$) получаем $Z(W, S) = \frac{F_n}{(n+1)[2D-W+2+n]}$, а при $W = 1, D = 1, b_0 = 1$ приходим к известному результату [3]: $Z(1, S) = \frac{F_n}{2}$. Таким образом, потенциально достижимая скорость

передачи в виртуальном канале, проложенном в тракте передачи данных, за ресурсы которого соперничают множество сетевых абонентов, определяется соотношениями (18) и (19) при $W \geq 2D$ и $W < 2D$ соответственно. Численные исследования показывают, что доступная виртуальному соединению полоса пропускания для $W \geq 2D$ и прочих равных условиях практически инвариантна к длине тракта передачи данных (см. рис 1), ощутимо снижаясь от области насыщения лишь при $W = 2D$ и $F_0 < 1$. В случае же $W < 2D$ доступная полоса пропускания недогружена, и эффективная скорость передачи данных значительно снижается (см. рис. 2 и 3). С ростом конкуренции между абонентами за полосу пропускания тракта передачи данных размер очереди увеличивается и скорость информационного переноса быстро падает (см. рис. 4). Зависимость быстродействия от достоверности передачи подтверждений в обратном канале связи приведена на рис. 5.

От достоверности доставки данных в прямом канале связи индекс быстродействия имеет линейную зависимость.

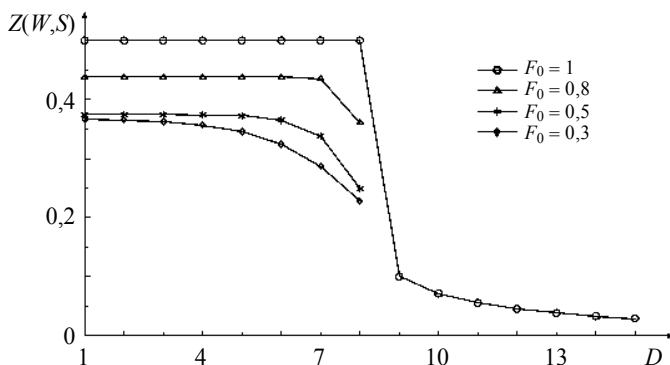


Рис. 1. Зависимость доступной полосы пропускания от длины тракта передачи данных при $S=35$, $W=16$, $b_1=1$, $F_n=1$

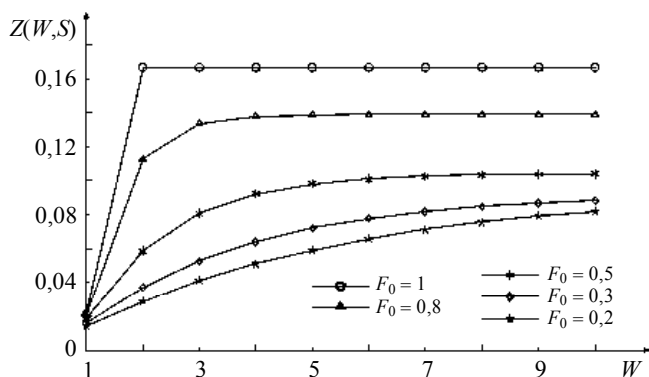


Рис. 2. Зависимость быстродействия виртуального соединения от ширины окна при $S=30$, $D=1$, $b_5=1$, $F_n=1$

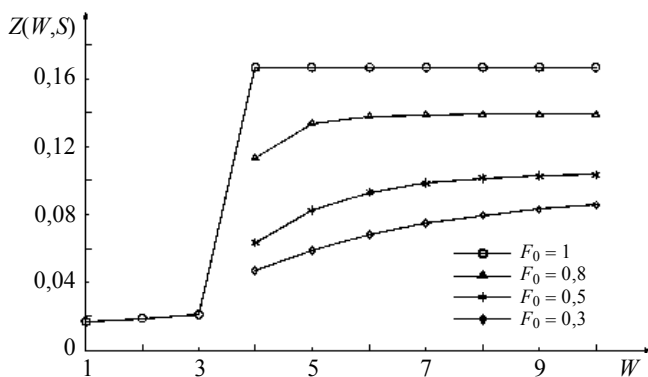


Рис. 3. Зависимость быстродействия виртуального соединения от ширины окна при $S=30$, $D=2$, $b_5=1$, $F_n=1$

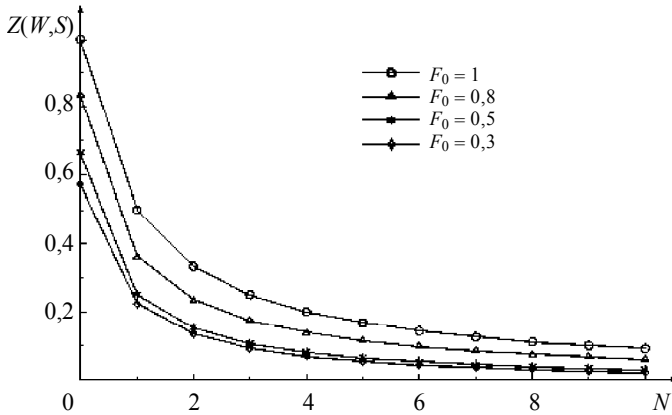


Рис. 4. Зависимость быстродействия виртуального соединения от длины очереди при $S=30$, $W=1$, $D=4$, $b_N = 1$, $F_n = 1$

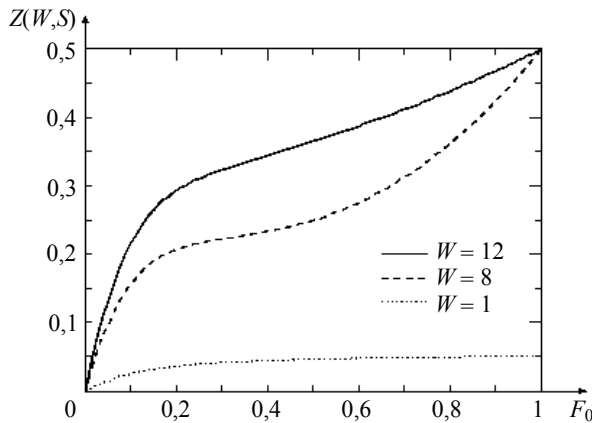


Рис. 5. Зависимость доступной полосы пропускания от достоверности передачи данных в обратном канале при $S=30$, $D=4$, $b_1 = 1$, $F_n = 1$

При неограниченном росте размера окна, а следовательно, и тайм-аута доступная абонентскому соединению доля пропускной способности тракта (2) имеет вид

$$Z(\infty, \infty) = \frac{F_n [1 + (n+1)F_0^2]}{(n+1)[1 + (n+1)F_0]}.$$

Отсюда для $F_0 = 0$ и $F_0 = 1$ получаем одинаковые значения доступной полосы

$$Z(\infty, \infty) = \frac{F_n}{n+1},$$

а в точке $F_0 = \frac{\sqrt{n+2}-1}{n+1}$ показатель доступной полосы пропускания достигает минимума:

$$Z(\infty, \infty) = F_n \frac{2\sqrt{n+2} - 2}{(n+1)^2}.$$

Заключение

Проведенный анализ направлен на исследование доступной полосы пропускания виртуального соединения в тракте передачи данных, разделяемом конкурирующими абонентами. Предложена математическая модель нагруженного тракта при заданном распределении длин очередей протокольных блоков данных абонентов-соперников в виде цепи Маркова, описывающей динамику объема переданных, но не подтвержденных данных исследуемого виртуального соединения. Найдены распределения состояний марковской цепи при различных соотношениях между протокольными параметрами и характеристиками тракта. Получены аналитические зависимости быстродействия виртуального соединения для различных условий его функционирования. Численные исследования быстродействия виртуального канала в селективном режиме повторной передачи показали, что скорость передачи в виртуальном соединении в значительной мере определяется интенсивностью потерь данных, распределением размера очередей в транзитных узлах, а также соотношением между длиной тракта и размером окна. Очевидно при этом, что длительность сквозного тайм-аута должна превосходить сумму удвоенной длины тракта и совокупной длины очередей перед информационным потоком взаимодействующих абонентов виртуального соединения. Полученные результаты позволяют утверждать, что при заданном размере окна показатель пропускной способности виртуального соединения возрастает с увеличением длительности тайм-аута ожидания сквозного подтверждения и практически достигает теоретического предела при насыщении по протокольному параметру W для значений S , превосходящих ширину окна на 3–5 тактов длительности t .

ЛИТЕРАТУРА

1. *Богуславский Л.Б.* Управление потоками данных в сетях ЭВМ. М.: Энергоатомиздат, 1984. 168 с.
2. *Gelenbe E., Labetoulle J., Pugolle G.* Performance evaluation of the HDLC protocol // *Comput. Networks*. 1978. V. 2. P. 409–415.
3. *Боровихин Е.А., Коротаев И.А.* Анализ функционирования и оптимизация протокола HDLC // *Автоматика и вычисл. техника*. 1993. № 2. С. 47–51.
4. *Сущенко С.П.* Аналитические модели асинхронных процедур управления звеном передачи данных // *Автоматика и вычисл. техника*. 1988. № 2. С. 32–40.
5. *Кокшениев В.В., Сущенко С.П.* Анализ быстродействия асинхронной процедуры управления звеном передачи данных // *Вычислительные технологии*. 2008. Т. 13. № 5. С. 61–65.
6. *Nimbe L., Ewald, Andrew H. Kemp.* Analytical model of TCP new reno through CTMC // *Computer Performance Engineering, Proc. 6th European Performance Engineering Workshop, EPEW 2009*; London, UK, July 9–10, 2009. P. 183–196.
7. *Padhye J., Firoiu V., Towsley D.F., et al.* Modeling TCP Reno Performance: A Simple Model and Its Empirical Validation // *IEEE/ACM Transactions on Networking*, April 2000. V. 8. No. 2. P. 133–145.

Михеев Павел Андреевич
Кокшениев Владимир Владимирович
Сущенко Сергей Петрович
Томский государственный университет
E-mail: dok-a-patrick@mail.ru;
vladimir_finf@mail.ru; ssp@inf.tsu.ru

Поступила в редакцию 12 февраля 2013 г.

Mikheev Pavel A., Kokshenev Vladimir V., Sushchenko Sergey P. (Tomsk State University).
Transport protocol selective acknowledgements analysis in loaded transmission data path.

Keywords: transport protocol, transmission data path with queues, mathematical model, Markov chain, transport connection throughput, window size, through time out, packet loss.

A mathematical model of the transport protocol with selective acknowledgements for multi-hop transmission data path with queues is proposed. The protocol behavior is modeled through the two-dimensional Discrete-Time Markov chain which is used for estimation of transport connection throughput. The model takes into account the influence of window size, retransmission time out, probability of packet loss and queue size on transport connection throughput. Probabilities of Markov chain states are found. Analytical expressions of bandwidth available for transport connection in different load conditions were obtained. Analysis of transport protocol throughput for different protocol parameters and transmission data path conditions has been conducted.