

Томский государственный педагогический университет

*На правах рукописи*

Крыхтин Владимир Александрович

**Развитие универсального  
калибровочно-инвариантного подхода к построению  
лагранжевой формулировки теории полей высших  
спинов**

01.04.02 - теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

ТОМСК – 2013

Работа выполнена в федеральном государственном образовательном учреждении  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный педагогический университет»  
на кафедре теоретической физики

Научный консультант: Бухбиндер Иосиф Львович,  
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: Зиновьев Юрий Михайлович,  
доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник отдела теоретической физики, Институт физики высоких энергий (Протвино)

Катанаев Михаил Орионович,  
доктор физ.-матем. наук,  
ведущий научный сотрудник, отдела математической физики Математического института им. В.А. Стеклова, РАН (Москва)

Мецаев Руслан Романович,  
доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник отделения теоретической физики Физического института им. П.Н. Лебедева РАН (Москва)

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (г. Новосибирск).

Защита состоится 28 ноября 2013 г. в 14<sup>30</sup> на заседании диссертационного совета Д.212.267.07 при ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по адресу: 634050, Томск, пр. Ленина, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по адресу: г. Томск, проспект Ленина, 34а.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник

И.В. Ивонин

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Построение объединенной теории фундаментальных взаимодействий является одним из наиболее привлекательных направлений исследований в теоретической физике высоких энергий последнего времени. Представляется, что такая теория призвана свести все многообразие свойств элементарных частиц и их взаимодействий к небольшому числу универсальных принципов. Современный прогресс, связанный с проблемой объединения фундаментальных взаимодействий, в значительной степени обусловлен принципом локальной калибровочной инвариантности, согласно которому глобальная симметрия теории может быть расширена до локальной с помощью введения векторных калибровочных полей. На основе этого принципа Глэшоу, Вайнбергом и Саламом была построена объединенная теория электромагнитного и слабого взаимодействия, важнейшее предсказание которой — наличие трех тяжелых векторных частиц, играющих роль переносчиков слабого взаимодействия — было подтверждено экспериментально в 1983 г.

Позднее теория электрослабого взаимодействия была объединена с квантовой хромодинамикой — теорией описывающей сильное взаимодействие — в единую теорию этих взаимодействий, получившую название теории Великого объединения. Это объединение проведено на основе идеи о том, что сильное, слабое и электромагнитное взаимодействия являются низкоэнергетическим остатком единого калибровочного взаимодействия с более широкой группой локальной симметрии.

Попытки объединения на квантовом уровне гравитации с другими фундаментальными взаимодействиями наталкиваются на принципиальные трудности.

В настоящее время одним из основных претендентов на роль теории объединенной теории, описывающей все взаимодействия, включая гравитационное, является теория суперструн. На этом пути действительно можно получить теорию в принципе, содержащую все фундаментальные взаимодействия, однако непротиворечивые описания суперструн су-

существуют только в 10-мерном пространстве-времени и пока не ясно какой именно механизм компактификации единым универсальным образом приводит к наблюдаемому четырёхмерному пространству-времени.

Представляется, что другим возможным претендентом на роль теории, объединяющей все взаимодействия может служить теория полей высших спинов. Проблема построения теории полей высших спинов является одной из наиболее фундаментальных проблем теоретической физики. Актуальность проблем теории полей с высшими спинами обусловлена как чисто теоретическим интересом к нахождению новых возможностей и развитию новых методов теории поля, так и надеждами открытия новых подходов к объединению всех фундаментальных взаимодействий. Несмотря на значительные усилия, общая лагранжева теория взаимодействующих произвольных полей высших спинов до сих пор не сформулирована. В наиболее простой форме проблема формулируется следующим образом: построить лагранжиан, описывающий взаимодействующие поля высших спинов, так чтобы при «выключении» взаимодействия из этого лагранжиана следовали уравнения движения, определяющие неприводимые представления группы Пуанкаре или анти де Ситтера (AdS) для частиц произвольных спинов. Можно ожидать, что если такая формулировка все же будет найдена, то это откроет новые возможности в теории фундаментальных взаимодействий.

Поля высших спинов естественным образом возникают в моделях теории суперструн, при этом взаимодействие суперструн означает по существу взаимодействие полей высших спинов. Кроме того, экспериментально установлено существование так называемых резонансных состояний, которые в определенном диапазоне энергий ведут себя как короткоживущие элементарные частицы с высшими спинами. Поэтому построение теории полей высших спинов может предоставить новые возможности для описания резонансных состояний в физике элементарных частиц.

Ещё одна мотивация для изучения полей высших спинов обусловлена новыми задачами AdS/CFT соответствия (описанием низкоэнергетиче-

ских эффектов в теории суперструн в терминах суперконформной теории поля). Известно, что четырехмерная  $N=4$  суперсимметричная теория поля Янга-Миллса позволяет построить сохраняющиеся токи с высшими спинами, что ведет к проблеме нахождения лагранжианов взаимодействующих полей высших спинов в пространстве анти де Ситтера высших размерностей. Таким образом, проблемы теории полей высших спинов непосредственно связаны с тенденциями развития современной теоретической физики высоких энергий.

В диссертационной работе развивается универсальный подход к построению лагранжианов для различных моделей полей высших спинов. В основе этого подхода лежит БРСТ (Бекки, Руэ, Стора, Тютин)-БФВ (Баталин, Фрадкин, Вилковский) конструкция. Применение данной конструкции в теории полей высших спинов было инициировано работами Оуври, Штерна и Бенгтссона, где рассматривались безмассовые бозонные поля высших спинов в плоском пространстве и использовалась некоторая аналогия с ковариантной полевой теорией открытых струн.

Следует специально отметить, что первоначально БРСТ-БФВ конструкция формулировалась не для вывода лагранжианов в классической теории, а качестве метода квантования калибровочных систем. БРСТ метод применяется для ковариантного квантования калибровочных теорий, тогда как БФВ метод применяется для канонического квантования. Общим свойством БРСТ и БФВ методов является введение в рассмотрение гостовских полей, статистика которых противоположна статистике исходных калибровочных полей. В литературе для обоих методов квантования укоренился термин БРСТ метод и далее мы в основном будем использовать этот термин, хотя в теории полей высших спинов применяется именно БФВ конструкция.

Применение БФВ конструкции в теории полей высших спинов является в определенном смысле обратным к ее применению к проблеме квантования. Если в проблеме квантования в качестве исходных объектов являются лагранжиан, то в теории полей высших спинов именно построение

лагранжиана есть основная проблема. Поэтому в буквальном виде БФВ конструкция здесь не может быть использована. В теории полей высших спинов исходными являются соотношения, описывающие неприводимые представления групп Пуанкаре или АдС в пространстве полей. Применение БФВ конструкции основывается на интерпретации этих соотношений как связей первого рода некоторой заранее неизвестной лагранжевой калибровочной теории. Эти связи реализуются как операторы, действующие в некотором пространстве Фока с векторами  $|\Psi\rangle$ , используя эти операторы строится соответствующий БФВ оператор  $Q$  и постулируется уравнение движения полей высших спинов  $Q|\Psi\rangle = 0$ . Ключевым элементом рассматриваемой процедуры является доказательство, что введенное уравнение движения воспроизводит первоначальные связи. Следует однако отметить, что описанная процедура в буквальном виде может быть применима только к безмассовым теориям (без условия бесследовости), ее применение к теориям массивных полей высших спинов требует дополнительного развития, кроме того, применение к фермионным полям высших спинов также требует дополнительного развития.

В данной диссертационной работе БРСТ подход к построению лагранжианов полей высших спинов развивается и применяется для вывода лагранжевых формулировок для массивных бозонных полей высших спинов и для фермионных (массивных и безмассовых) полей высших спинов с произвольной симметрией индексов как в плоском пространстве так и в пространствах постоянной кривизны. Помимо этого, используя специфические особенности БРСТ метода для построения лагранжианов, дается вывод лагранжианов для полей спина  $3/2$  и  $2$  в пространствах Эйнштейна. Кроме того, БРСТ подход применяется для вывода лагранжианов бозонных и фермионных массивных и безмассовых полностью антисимметричных тензорных полей.

### **Цели диссертационной работы.**

Диссертация ставит своей целью:

- Развитие БРСТ подхода к построению лагранжианов для массив-

ных полностью симметричных бозонных полей в плоском пространстве и в пространстве анти де Ситтера произвольной размерности

- Развитие БРСТ подхода к построению лагранжианов для массивных бозонных полей со смешанной симметрией индексов в плоском пространстве произвольной размерности.

- Развитие БРСТ подхода к построению лагранжианов для безмассовых и массивных полностью симметричных фермионных полей в плоском пространстве и пространстве анти де Ситтера произвольной размерности.

- Развитие БРСТ подхода к построению лагранжианов для полностью антисимметричных массивных и безмассовых бозонных полей в произвольно искривленном  $d$ -мерном пространстве.

- Развитие БРСТ подхода к построению лагранжианов для массивных полностью антисимметричных фермионных полей в пространстве анти де Ситтера произвольной размерности.

- Развитие БРСТ подхода к построению лагранжианов для полей распространяющихся в пространствах отличных от пространств Минковского и АдС.

### **Научная новизна диссертации**

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми и опубликованы в ведущих международных журналах. Следует считать новыми следующие результаты:

- Впервые развит БРСТ подход к построению лагранжианов для массивных полностью симметричных бозонных полей в плоском пространстве и в пространстве анти де Ситтера произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Полученная теория для полей спинов  $s > 2$  является приводимой калибровочной теорией первого порядка приводимости.

- Впервые развит БРСТ подход к построению лагранжианов для массивных бозонных полей со смешанной симметрией индексов в плоском пространстве произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Явно найден БРСТ оператор для случая двухрядной таблицы Юнга. Полученная теория является приводимой калибровочной теорией и порядок приводимости растёт с увеличением количества строк в таблице Юнга.
- Впервые развит БРСТ подход к построению лагранжианов для безмассовых и массивных полностью симметричных фермионных полей в плоском пространстве и пространстве анти де Ситтера произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Полученные теории являются калибровочными моделями с приводимыми симметриями и значение порядка приводимости растёт со значением спина поля.
- Впервые показано, что как в плоском пространстве, так и в пространстве (анти) де Ситтера, можно упростить лагранжианы и в случае безмассовых бозонных полей высших спинов записать их с помощью четырёх полей и двух лагранжевых множителей, а в случае безмассовых фермионных полей записать лагранжианы с помощью четырёх полей и трёх лагранжевых множителей на которые также не наложены никакие ограничения.
- Впервые БРСТ подход к построению лагранжианов развит для построения лагранжианов антисимметричных массивных и безмассовых бозонных полей в произвольно искривленном  $d$ -мерном пространстве. Полученные теории обладают приводимыми калибровочными симметриями и значение порядка приводимости растёт со значением ранга антисимметричного поля.
- Впервые БРСТ подход к построению лагранжианов развит для массивных антисимметричных фермионных полей в пространстве анти



де Ситтера. Полученная теория обладает приводимой калибровочной симметрией и значение приводимости растет со значением спина поля. Показано, что можно избавиться от всех вспомогательных полей и записать лагранжиан в терминах одного физического поля. Для безмассового случая также найден лагранжиан в терминах одного физического поля и калибровочная симметрия.

- Впервые БРСТ подход развит для построения лагранжиана массивных полей спина  $3/2$  и  $2$  в пространстве Эйнштейна. Показано, что эти поля распространяются причинно в рассматриваемом пространстве. Понятие частичной безмассовости для массивного поля спина  $2$  обобщено на случай его распространения в пространстве Эйнштейна.

**Научная и практическая ценность.** Практическая значимость работы определяется возможным дальнейшим применением для исследований вопросов построения лагранжевой формулировки взаимодействующих полей высших спинов и вопросов квантования этих теорий.

Полученные результаты и разработанные методы могут найти применение в исследованиях по теоретической физике высоких энергий, квантовой теории поля, суперсимметрии и теории струн, проводимых в Физическом институте РАН (Москва), Объединенном Институте Ядерных Исследований (Дубна), Математическом институте РАН (Москва), Институте физики высоких энергий (Протвино), Институте теоретической и экспериментальной физики (Москва), Институте ядерных исследований РАН (Москва), Институте математики СО РАН (Новосибирск), Томском государственном педагогическом университете, Томском государственном университете, Московском государственном университете, а также в других ВУЗах и научных институтах, где ведутся работы по теоретической физике высоких энергий.

## Основные результаты диссертации, выносимые на защиту:

- Развита БРСТ подход к построению лагранжианов для массивных полностью симметричных бозонных полей в плоском пространстве произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Полученная теория для полей спинов  $s \geq 3$  является приводимой калибровочной теорией первого порядка приводимости.
- Развита БРСТ подход к построению лагранжианов для массивных бозонных полей со смешанной симметрией индексов в плоском пространстве произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Явно найден БРСТ оператор для случая двухрядной таблицы Юнга. Полученная теория является приводимой калибровочной теорией и порядок приводимости растёт с увеличением количества строк в таблице Юнга.
- Развита БРСТ подход к построению лагранжианов для безмассовых полностью симметричных фермионных полей в плоском пространстве произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Полученные теории являются калибровочными моделями с приводимыми симметриями и значение порядка приводимости растёт со значением спина поля.
- Развита БРСТ подход к построению лагранжианов для массивных полностью симметричных фермионных полей в плоском пространстве произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Полученные теории являются калибровочными моделями с приводимыми симметриями и значение порядка приводимости растёт со значением спина поля.

- Развита БРСТ подход к построению лагранжианов для массивных полностью симметричных бозонных полей в пространстве (анти) де Ситтера произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Полученная теория для полей спинов  $s \geq 3$  является приводимой калибровочной теорией первого порядка приводимости.
- Показано, что в случае безмассовых бозонных полей высших спинов как в плоском пространстве, так и в пространстве (анти) де Ситтера, можно упростить лагранжианы и записать их с помощью четырёх полей и двух лагранжевых множителей, на которые также не наложены никакие ограничения.
- Развита БРСТ подход к построению лагранжианов для массивных и безмассовых полностью симметричных фермионных полей в пространстве анти де Ситтера произвольной размерности, при этом на поля и калибровочные параметры не накладываются никакие ограничения. Полученные теории являются калибровочными моделями с приводимыми симметриями как в безмассовом, так и массивном случаях и значение порядка приводимости растёт со значением спина поля.
- Показано, что в случае безмассовых фермионных полей высших спинов как в плоском пространстве, так и в пространстве (анти) де Ситтера, можно упростить лагранжианы и записать их с помощью четырёх полей и трёх лагранжевых множителей, на которые также не наложены никакие ограничения.
- БРСТ подход к построению лагранжианов развит для построения лагранжианов антисимметричных безмассовых бозонных полей в произвольно искривленном  $d$ -мерном пространстве. Полученные теории обладают приводимыми калибровочными симметриями и значение порядка приводимости растёт со значением ранга антисимметричного поля. Показано, что после удаления всех вспомогательных

полей найденные в БРСТ подходе лагранжианы переходят в стандартные.

- БРСТ подход к построению лагранжианов развит для построения лагранжианов антисимметричных массивных бозонных полей в произвольно искривленном  $d$ -мерном пространстве. Полученные теории обладают приводимыми калибровочными симметриями и значение порядка приводимости растет со значением ранга антисимметричного поля. Показано, что после удаления всех вспомогательных полей найденные в БРСТ подходе лагранжианы переходят в стандартные.
- БРСТ подход к построению лагранжианов развит для массивных антисимметричных фермионных полей в пространстве анти де Ситтера. Полученная теория обладает приводимой калибровочной симметрией и значение приводимости растет со значением спина поля. Показано, что можно избавиться от всех вспомогательных полей и записать лагранжиан в терминах одного физического поля. Для безмассового случая также найден лагранжиан в терминах одного физического поля и калибровочная симметрия.
- БРСТ подход развит для построения лагранжиана массивного поля спина 2 в пространстве Эйнштейна. Понятие частичной безмассовости для массивного поля спина 2 обобщено на случай его распространения в рассматриваемом пространстве.
- Показано, что массивное поле спина 2 распространяются причинно в пространстве Эйнштейна.
- БРСТ подход развит для построения лагранжиана массивного поля спина  $3/2$  в пространстве Эйнштейна.
- Показано, что массивное поле спина  $3/2$  распространяются причинно в пространстве Эйнштейна.

**Апробация работы.** Все основные результаты докладывались и обсуждались на международных конференциях: “Supersymmetries and quan-

tum symmetries” – SQS’07, Дубна, Россия, 27 – 31 июля, 2005; 30 июля – 4 августа, 2007; XIII International Conference “Selected Problems of Modern Theoretical Physics”, Дубна, Россия, 23–27 июля, 2008; 15th International Seminar on High Energy Physics “Quarks-2008”, 23 – 29 мая, 2008, Сергиев Посад, Россия; 14th International Seminar on High Energy Physics “Quarks-2006”, 19 – 25 мая, 2006, Санкт-Петербург, Россия; Международной конференции, посвященной 70-летию Отделения теоретической физики ФИАН, Москва, 2005; 4th international Sakharov conference on physics, Москва, 18 – 23 мая 2009; 11th International Conference “Theoretical and Experimental Problems of General Relativity and Gravitation” и International Workshop “Gravity, Strings and Quantum Field Theory”, Томск, 1–7 июля, 2002; International School/Seminar “Quantum Field Theory, Supersymmetry, Higher Spin Fields and Gravity”, Томск, 20–26 марта, 2005; International Conference “Quantum Field Theory and Gravity”, Томск, 2–7 июля, 2007; 5–9 июля, 2010; 31 июля–4 августа, 2012;

Результаты докладывались на научных семинарах в следующих научных центрах: отделение теоретической физики им. И.Е. Тамма, ФИАН; институт теоретической физики, университет г. Ганновер, Германия; центр теоретической физики им. А. Зоммерфельда, университет, г. Мюнхен, Германия; научно-образовательный центр теоретической физики в Томском государственном педагогическом университете.

Исследования по теме диссертационной работы поддерживались грантами РФФИ (проекты № 99-02-16617, № 02-02-04002, № 03-02-16193, № 06-02-16346, № 09-02-00078, № 11-02-90445, № 12-02-00121), грантами INTAS-00-00254, INTAS-03-51-6346, INTAS-05-7928, грантами президента РФ для ведущих научных школ (проекты НШ-1252.2003.2; НШ-4489.2006.2; НШ-2553.2008.2; НШ-3558.2010.2.), грантом Российского министерства образования и науки PD02-1.2-94, аналитической ведомственной целевой программа «Поддержка научного потенциала высшей школы», МОН РФ, проекты №1003 и №1141, федеральной целевой программой «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», проекты 14.В37.21.0774

и 14.В37.21.1301, совместной программой DAAD-Михаил Ломоносов (Referat 325, Kennziffer A/06/16774).

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1–20].

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, 9 глав, заключения и списка литературы из 232 наименований. Объем работы составляет 203 страницы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во Введении** приводится краткий исторический обзор и описывается современное состояние различных направлений исследований теории полей высших спинов. Приводится мотивировка данной работы, обсуждаются постановки задач и их актуальность. Формулируются цели работы, и дается краткая характеристика ее содержания.

**В первой главе,** используя простую модель, показывается как построить калибровочно-инвариантный лагранжиан, который воспроизводит заданные уравнения, в рамках БРСТ подхода. Показано, что для построения лагранжиана необходимо:

1. Реализовать уравнения, которые должны воспроизводиться из лагранжиана, в виде операторных связей в фоковском пространстве;
2. Для получения набора операторов инвариантного относительно эрмитового сопряжения добавить операторы эрмитово сопряжённые связям, которые являются связями в пространстве бра-векторов;
3. Если необходимо, то добавить ещё операторы (которые не являются связями ни в пространстве бра-векторов, ни в пространстве кет-векторов) необходимые для того, чтобы набор операторов образовывал замкнутую алгебру;
4. Расширить пространство Фока дополнительными операторами рождения и уничтожения и построить новые выражения для операторов, которые должны удовлетворять двум условиям:

- (a) новые выражения для операторов должны образовывать алгебру  $[O_i, O_j] \sim O_k$ ;
  - (b) новые выражения для эрмитовых операторов должны содержать линейно произвольный параметр (значение которого позже определяется из условия воспроизведения уравнений движения).
5. Если необходимо, изменить скалярное произведение, так чтобы набор новых выражений для операторов был инвариантным относительно эрмитового сопряжения в расширенном фокковском пространстве;
  6. Построить на основе алгебры новых операторов БРСТ оператор;
  7. Построить с помощью БРСТ оператора лагранжиан.

Дальнейшее изложение диссертации посвящено применению вышеописанного метода построения лагранжианов к различным теориям полей высших спинов.

**Во второй главе**, на основе разработанного метода, строятся лагранжианы для массивных полностью симметричных бозонных полей произвольного спина в пространстве Минковского. В безмассовом пределе получается лагранжиан для безмассового бозонного поля, который можно упростить и записать с помощью четырёх полей и двух лагранжевых множителей на которые не наложены никакие ограничения.

В **разделе 2.1** для реализации уравнений, определяющих неприводимое представление группы Пуанкаре с данными массой и спином

$$(\partial^2 + m^2)\Phi_{\mu_1 \dots \mu_s} = 0, \quad \partial^{\mu_1}\Phi_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s} = 0, \quad \eta^{\mu_1 \mu_2}\Phi_{\mu_1 \dots \mu_s} = 0 \quad (1)$$

в операторном виде вводится вспомогательное пространство Фока, генерируемое операторами рождения и уничтожения  $a_\mu^+$ ,  $a_\mu$  ( $\mu = 0, 1 \dots d-1$ ), которые удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[a_\mu, a_\nu^+] = -\eta_{\mu\nu}. \quad (2)$$

Для этого определяются операторы

$$l_0 = -p^2 + m^2, \quad l_1 = a^\mu p_\mu, \quad l_2 = \frac{1}{2} a^\mu a_\mu, \quad (3)$$

где  $p_\mu = -i \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ . Эти операторы действуют на состояния в фоковском пространстве

$$|\Phi\rangle = \sum_{s=0}^{\infty} \Phi_{\mu_1 \dots \mu_s}(x) a^{\mu_1+} \dots a^{\mu_s+} |0\rangle, \quad (4)$$

которые будут описывать поля всех целых спинов, если выполняются следующие связи

$$l_0 |\Phi\rangle = 0, \quad l_1 |\Phi\rangle = 0, \quad l_2 |\Phi\rangle = 0. \quad (5)$$

Если связи (5) выполняются для состояния (4), то уравнения (1) выполняются для каждой компоненты  $\Phi_{\mu_1 \dots \mu_s}(x)$  в (4) и, следовательно, соотношения (5) описывают одновременно свободные массивные бозонные поля всех спинов.

Далее для получения набора операторов инвариантного относительно эрмитового сопряжения добавляются операторы  $l_1^+$ ,  $l_2^+$  эрмитово сопряжённые связям (5), которые являются связями в пространстве бра-векторов и для того, чтобы набор операторов образовывал замкнутую алгебру добавляются ещё два оператора  $g_m$ ,  $g_0$ , которые не являются связями ни в пространстве бра-векторов, ни в пространстве кет-векторов. Вычислена алгебра этих операторов.

Так как в наборе операторов, на основе которых предполагается построение БРСТ оператора, присутствуют операторы  $g_m$ ,  $g_0$ , которые не являются связями ни в пространстве бра-векторов, ни в пространстве кет-векторов, то в **разделе 2.2** строятся удлиненные выражения для операторов, обладающих свойствами, приведёнными в главе 1. С этой целью пространство Фока расширяется новыми (дополнительными) операторами рождения и уничтожения и с помощью этих операторов в явном виде найдены новые (удлиненные) выражения для операторов. Набор удлиненных выражений для операторов перестает быть инвариант-



ным относительно эрмитового сопряжения, если использовать стандартные свойства эрмитового сопряжения для новых операторов рождения и уничтожения. Для того, чтобы восстановить свойство инвариантности набора операторов при эрмитовом сопряжении вводится новое скалярное произведение в секторе дополнительных операторов рождения пространства Фока. В заключении раздела на основе удлиненных выражений для операторов построен БРСТ оператор.

В разделе 2.3 с помощью найденного БРСТ оператора произведено построение калибровочно-инвариантного лагранжиана для массивного бозонного поля произвольного спина в терминах векторов и операторов расширенного фоковского пространства, включающего операторы гостов.

В разделе 2.4 в качестве примера строится в явном виде лагранжиан для массивного бозонного поля спина 3 в пространстве Минковского произвольной размерности.

В третьей главе показывается, что метод построения лагранжианов, изложенный в главе 1, также применим и к полям со смешанной симметрией индексов. Процедура построения лагранжиана проводится для массивного бозонного поля, чья симметрия индексов описывается двухрядной таблицей Юнга. Далее делаются пояснения, касающиеся обобщения на случай когда симметрия индексов описывается произвольной таблицей Юнга.

Так, в разделе 3.1 вводится вспомогательное пространство Фока, генерируемое двумя наборами (2) операторов рождения и уничтожения  $a_{i\mu}^+$ ,  $a_{j\mu}$ , которые удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям и реализуются уравнения, определяющие неприводимое представление группы Пуанкаре, в операторном виде. Далее находится набор операторов, образующий алгебру и инвариантный относительно эрмитового сопряжения.

В разделе 3.2 находятся новые (удлиненные) выражения для операторов и определяется новое скалярное произведение в расширенном

пространстве Фока.

В **разделе 3.3** строится БРСТ оператор и на его основе — лагранжиан и в **разделе 3.4** показывается, что из полученного лагранжиана действительно воспроизводятся уравнения, определяющие неприводимое представление.

В **разделе 3.5** приведены два примера построения лагранжианов. В первом примере показывается, что как частный случай, из полученного общего лагранжиана можно получить лагранжиан для полностью симметричного массивного бозонного поля, который был рассмотрен в предыдущей главе. Во втором примере построен в явном виде лагранжиан для простейшего случая поля с симметрией индексов, соответствующей двухрядной таблице Юнга — полностью антисимметричного поля второго ранга.

В **разделе 3.6** делаются замечания, касающиеся обобщения на случай когда симметрия индексов описывается произвольной таблицей Юнга.

В **четвертой главе** БРСТ метод построения лагранжианов развивается для случая массивных и безмассовых полностью симметричных фермионных полей произвольного спина в пространстве Минковского. Лагранжиан для безмассового фермионного поля можно упростить и записать с помощью четырёх полей и трёх лагранжевых множителей на которые не наложены никакие ограничения.

В **разделе 4.1** для реализации уравнений, определяющих неприводимое представление группы Пуанкаре с данными массой и полуцелым спином (дираковский индекс опущен)

$$(i\gamma^\nu \partial_\nu - m)\Phi_{\mu_1 \dots \mu_n} = 0, \quad \gamma^\mu \Phi_{\mu \mu_2 \dots \mu_n} = 0, \quad (6)$$

где  $\gamma^\mu$  — матрицы Дирака, в операторном виде вводится вспомогательное пространство Фока. В отличие от бозонного случая, в котором все операторы были бозонные, операторы  $t_0$  и  $t_1$ , отвечающие за выполнение

условий (6) в операторном виде,

$$t_0|\Phi\rangle = 0, \quad t_1|\Phi\rangle = 0. \quad (7)$$

рассматриваются как фермионные. Далее, по описаной в главе 1 схеме находится весь набор операторов, который инвариантен относительно эрмитового сопряжения и образует алгебру. Вычислена супералгебра этих операторов.

**В разделе 4.2** для построения новых (удлинённых) выражений для операторов алгебры, удовлетворяющих двум условиям, приведённым в главе 1, пространство Фока расширяется одной парой фермионных и двумя парами бозонных операторов рождения и уничтожения. В терминах этих операторов строятся в явном виде дополнительные части операторов алгебры. Для того, чтобы набор новых (удлинённых) выражений операторов был инвариантен относительно эрмитового сопряжения модифицируется скалярное произведение в секторе новых операторов рождения пространства Фока.

**В разделе 4.3** строится БРСТ оператор и лагранжиан для фермионных полей в пространстве Минковского. В отличие от бозонного случая, где все операторы алгебры были бозонами и соответствующие им поля духов фермионами, в рассматриваемом случае операторы духов соответствующие фермионным операторам  $t_0, t_1, t_1^+$  (7) являются бозонами. Это обстоятельство приводит к отличию процедуры построения лагранжиана в случае фермионных полей. Для построения лагранжиана в рассматриваемом случае сначала частично фиксируется калибровка и решается часть уравнений движения (некоторые поля зануляются, некоторые выражаются через другие поля). После этого оставшиеся уравнения движения являются лагранжевыми и строится лагранжиан.

**В разделе 4.4** в качестве примера строится в компонентном виде лагранжиан для массивного фермионного поля спина  $3/2$  в пространстве Минковского произвольной размерности. Показано, что после удаления вспомогательных полей получается лагранжиан Рариты-Швингера.

**В пятой главе** БРСТ подход к построению лагранжианов развивается для случая массивных бозонных полностью симметричных полей высших спинов в пространстве анти де Ситтера. В безмассовом пределе получается лагранжиан для безмассового бозонного поля, который можно упростить и записать с помощью четырёх полей и двух лагранжевых множителей на которые не наложены никакие ограничения.

**В разделе 5.1** уравнения определяющие неприводимое представление группы анти де Ситтера с данным целым спином  $s$  и квадратом массы  $m^2$  записываются в операторном виде. Как и в плоском случае, рассмотренном в разделе 2.1, с этой целью вводится пространство Фока и уравнения движения записываются в терминах операторов и векторов состояния этого пространства.

**В разделе 5.2** находится набор операторов, генерируемый операторами найденными в предыдущем разделе, который является инвариантным относительно эрмитового сопряжения и образует алгебру. В явном виде вычислена алгебра этих операторов. Найденная алгебра имеет следующую структуру

$$[o_i, o_j] = f_{ij}^k o_k + f_{ij}^{km} o_k o_m, \quad (8)$$

где  $f_{ij}^k, f_{ij}^{km}$  — константы. Константы  $f_{ij}^{km}$  пропорциональны скалярной кривизне и исчезают в плоском пределе.

**В разделе 5.3** излагается метод нахождения алгебры дополнительных частей и алгебры новых (удлинённых) выражений для операторов.

Показано, что в случае полей высших спинов в пространстве АдС, когда алгебра исходных операторов имеет структуру (8) и предполагая, что дополнительные части операторов строятся из новых (дополнительных) операторов рождения и уничтожения и констант теории и в результате этого первоначальные операторы и дополнительные части коммутируют друг с другом  $[o_i, o'_j] = 0$  алгебра дополнительных частей имеет вид

$$[o'_i, o'_j] = f_{ij}^k o'_k - f_{ij}^{km} o'_m o'_k. \quad (9)$$

и, как следствие, алгебра новых операторов также изменяется по срав-

нению с алгеброй (8) исходных операторов

$$[O_i, O_j] = f_{ij}^k O_k - (f_{ij}^{km} + f_{ij}^{mk}) o'_m O_k + f_{ij}^{km} O_k O_m. \quad (10)$$

В случае плоском случае, когда  $f_{ij}^{km} = 0$ , алгебра (8) начальных операторов  $o_i$ , алгебра (9) дополнительных частей  $o'_i$  и алгебра (10) новых (удлинённых) операторов  $O_i$  совпадают.

**В разделе 5.4** в явном виде находится алгебра дополнительных частей операторов, расширяется пространство Фока с помощью двух пар бозонных операторов рождения и уничтожения со стандартными коммутационными соотношениями и в терминах этих (новых) операторов рождения и уничтожения вычисляются дополнительные части операторов. Для того, чтобы полученный набор дополнительных частей был инвариантен относительно эрмитового сопряжения модифицируется скалярное произведение в секторе пространства Фока, связанным с новыми операторами рождения.

**В разделе 5.5** в явном виде находится алгебра удлинённых операторов и строится БРСТ оператор. Так как алгебра удлинённых операторов (10) является нелинейной обсуждаются вопросы, связанные с различными способами упорядочивания операторов в правых частях коммутаторов.

**В разделе 5.6** с помощью найденного БРСТ оператора строится калибровочно-инвариантный лагранжиан для массивного бозонного поля произвольного спина в пространстве анти де Ситтера в терминах векторов и операторов расширенного фоковского пространства, включающего операторы гостов. Полученный компактный вид лагранжиана по форме совпадает с лагранжианом для бозонного поля в пространстве Минковского, отличаясь яным выражением для БРСТ оператора и модификацией скалярного произведения.

**В разделе 5.7** показано, что после фиксации калибровки все вспомогательные поля зануляются вследствие уравнений движения следующих из полученного лагранжиана, а уравнения на физическое поле имеют вид, соответствующий уравнениям определяющим неприводимое пред-

ставление группы анти де Ситтера с данным целым спином  $s$  и массой из раздела 5.1.

**В разделе 5.8** в качестве примера строится в компонентном виде лагранжиан для массивного бозонного поля спина 2 в пространстве анти де Ситтера произвольной размерности.

**В шестой главе** БРСТ подход к построению лагранжианов развивается для случая массивных фермионных полностью симметричных полей высших спинов в пространстве анти де Ситтера. В безмассовом пределе получается лагранжиан для безмассового фермионного поля, который можно упростить и записать с помощью четырёх полей и трёх лагранжевых множителей на которые не наложены никакие ограничения.

**В разделе 6.1** вводится вспомогательное пространство Фока и уравнения определяющие неприводимое представление группы анти де Ситтера с данным полуцелым спином  $s$  и массой записываются в операторном виде. Далее находится весь набор операторов, генерируемый первоначальными связями, который инвариантен относительно эрмитового сопряжения и образует супералгебру. Вычислена супералгебра этих операторов.

**В разделе 6.2** с помощью обобщения метода, изложенного в разделе 5.3, на случай супералгебры, в явном виде находится супералгебра дополнительных частей операторов и явный вид самих дополнительных частей операторов. Для их построения расширяется пространство Фока с помощью одной пары фермионных и двух пар бозонных операторов рождения и уничтожения со стандартными (анти)коммутационными соотношениями и в терминах этих (новых) операторов рождения и уничтожения вычисляются дополнительные части операторов. Для того, чтобы полученный набор дополнительных частей был инвариантен относительно эрмитового сопряжения модифицируется скалярное произведение в секторе пространства Фока, связанным с новыми операторами рождения.

**В разделе 6.3** в явном виде находится супералгебра удлинённых операторов и строится БРСТ оператор и **в разделе 6.4** с помощью найденного БРСТ оператора строится калибровочно-инвариантный лагранжиан для массивного фермионного поля произвольного спина в пространстве анти де Ситтера в терминах векторов и операторов расширенного фоковского пространства, включающего операторы гостов.

**В разделе 6.5** показывается, что уравнения, определяющие неприводимое представление группы анти де Ситтера с данным полуцелым спином  $s$  и массой, могут быть получены из полученного в разделе 6.4 лагранжиана после фиксации калибровки и удаления вспомогательных полей с помощью уравнений движения.

**В разделе 6.6** в качестве примера строится в явном виде лагранжиан для массивного фермионного поля спина  $3/2$  в пространстве анти де Ситтера произвольной размерности.

**В седьмой главе** БРСТ подход применяется для построения калибровочно-инвариантных лагранжианов для антисимметричных массивных и безмассовых бозонных полей в произвольном  $d$ -мерном искривленном пространстве. Полученная в результате теория является калибровочной моделью с приводимой симметрией как в безмассовом, так и массивном случае и значение приводимости растет со значением ранга антисимметричного поля. В обоих случаях лагранжианы содержат большие наборы вспомогательных полей и обладают большей калибровочной симметрией по сравнению со стандартной лагранжевой формулировкой для антисимметричных полей. Показано, что после удаления всех вспомогательных полей найденные в БРСТ подходе лагранжианы переходят в стандартные.

В частности, **в разделе 7.1** БРСТ подход к построению лагранжианов развивается для безмассовых полностью антисимметричных бозонных полей  $\varphi_{\mu_1 \dots \mu_p}$  в произвольно искривлённом пространстве. В начале исследуется вопрос об обобщении уравнений

$$(\partial^2 - m^2)\varphi_{\mu_1 \dots \mu_p} = 0, \quad \partial^{\mu_1} \varphi_{\mu_1 \dots \mu_p} = 0 \quad (11)$$

определяющих неприводимое представление группы Пуанкаре (в пространстве-времени Минковского) на случай искривлённого пространства. Показано, что в случае отсутствия слагаемых с отрицательными степенями массы, эти уравнения могут быть обобщены на случай искривлённого пространства без каких-либо ограничений на кривизну. Далее вводится вспомогательное пространство Фока с фермионными операторами рождения и уничтожения и найденные обобщения уравнений (11) записываются в операторном виде, после чего находится набор операторов, генерируемый этими связями, инвариантный относительно эрмитового сопряжения и образующий алгебру. Так как в полученном наборе операторов отсутствуют операторы, не являющиеся связями, то для построения лагранжиана нет необходимости строить удлинённые выражения для операторов и модифицировать скалярное произведение. Дальнейшие вычисления проводятся по разработанной в диссертации схеме — строится БРСТ оператор и на его основе лагранжиан. В конце раздела показано, что после удаления всех вспомогательных полей найденный в БРСТ подходе лагранжиан переходит в стандартный.

Аналогично в разделе 7.2 БРСТ подход к построению лагранжианов развивается для массивных полностью антисимметричных бозонных полей в произвольно искривлённом пространстве. Отличие состоит лишь в том, что в этом случае необходимо построение удлинённых выражений для операторов, но как и в случае безмассовых полей, без модификации скалярного произведения.

В восьмой главе БРСТ подход применяется для построения лагранжевого формализма массивных полностью антисимметричных фермионных полей в  $d$ -мерном пространстве анти де Ситтера. Полученная лагранжевая теория является приводимой калибровочной моделью, содержащей, помимо основного поля, некоторое множество вспомогательных полей (Штюкельберга) и ранг приводимости растет со значением ранга антисимметричного поля. Показано, что в рассматриваемом случае можно избавиться от всех вспомогательных полей и записать лагран-



жиан для фермионных антисимметричных полей только в терминах основного поля. Показано, что в безмассовом пределе пределе получается лагранжиан для безмассового фермионного поля.

В частности, в **разделе 8.1** исследуется вопрос о согласованности динамики массивных полностью антисимметричных фермионных полей в искривлённом пространстве. Показано, что в если не включать в рассмотрение слагаемые с отрицательными степенями массы, то уравнения движения будут совместны только в пространствах постоянной кривизны (с нулевым тензором Вейля).

Дальнейшая процедура построения лагранжиана идёт по разработанной схеме. В **разделе 8.2** уравнения, определяющие неприводимое массивное представление группы анти де Ситтера, записываются в операторном виде, для чего вводится вспомогательное пространство Фока, и после этого находится набор операторов инвариантный относительно эрмитового сопряжения и образующий алгебру. В явном виде вычислена супералгебра найденного набора операторов.

В **разделе 8.3** находится супералгебра дополнительных частей операторов и их явный вид. Для того, чтобы полученный набор дополнительных частей операторов был инвариантен относительно эрмитового сопряжения модифицируется скалярное произведение.

В **разделе 8.4** находится супералгебра удлинённых операторов и строится БРСТ оператор, после чего в **разделе 8.5** с помощью найденного БРСТ оператора строится калибровочно-инвариантный лагранжиан для массивного полностью антисимметричного фермионного поля в пространстве анти де Ситтера в терминах векторов и операторов расширенного фоковского пространства, включающего операторы гостов.

В **разделе 8.6** показано, что после фиксации калибровки все вспомогательные поля зануляются вследствие уравнений движения следующих из полученного лагранжиана, а уравнения на физическое поле имеют вид, соответствующий уравнениям определяющим неприводимое представление группы анти де Ситтера из раздела 8.2.

В разделе 8.7 производится процедура упрощения лагранжиана. Показано, что можно избавиться от всех вспомогательных полей и записать лагранжиан для фермионного полностью антисимметричного поля только в терминах основного поля. Также показано, что в безмассовом пределе пределе получается лагранжиан для безмассового фермионного поля и найдены калибровочные преобразования для безмассового поля.

В девятой главе БРСТ подход развивается для построения лагранжианов массивных полей спина 2 и спина 3/2 в пространстве Эйнштейна. Данный подход приводит к калибровочно-инвариантным лагранжианам, содержащим вспомогательные поля и поля Штюкельберга. Показано, что рассматриваемые поля распространяются причинно. Понятие частичной безмассовости для массивного поля спина 2 обобщено на случай его распространения в пространстве Эйнштейна.

В частности, в разделе 9.1 описывается не использованная ещё возможность в БРСТ подходе к полям высших спинов, которая позволяет получить известные лагранжианы как для массивного поля спина 1 в произвольном кривом пространстве так и для массивного поля спина 2 в пространстве Эйнштейна, а также открывает возможность рассмотреть аналогичным образом поля других спинов. Эта возможность свойственна именно БРСТ подходу к построению лагранжианов и не имеет аналога в квантовании полей.

Суть обобщения метода состоит в следующем. Построение лагранжианов в БРСТ подходе, которые рассматривались ранее, проводились для полей всех спинов одновременно. Основными объектами в этом подходе являются фоковский вектор состояния  $|\Psi_s\rangle$ , соответствующий спину  $s$  и нильпотентный БРСТ заряд  $Q$ . Уравнения движения и калибровочные преобразования записываются, соответственно, в форме  $Q|\Psi_s\rangle = 0$  и  $\delta|\Psi_s\rangle = Q|\Lambda_s\rangle$ , причем БРСТ оператор  $Q$  одинаков для полей всех спинов. Нильпотентность БРСТ оператора обеспечивает калибровочные преобразования и два поля  $|\Psi_s\rangle$  и  $|\Psi_s\rangle + Q|\Lambda_s\rangle$  являются физическими. Так как мы рассматриваем поля всех спинов одновременно, то из

$Q^2|\Lambda_s\rangle = 0$  следует  $Q^2 = 0$ . Но если мы хотим построить лагранжиан для поля с данным спином  $s$ , то достаточно потребовать более слабое условие, чтобы БРСТ оператор для данного спина  $Q_s$  не был нильпотентным в операторном смысле, а был нильпотентным только на подпространстве фоковских векторов состояния  $|\Lambda_s\rangle$ , которые соответствуют калибровочным параметрам и полям данного спина  $s$ ,  $Q_s^2|\Lambda_s\rangle = 0$  и  $Q_s^2 \neq 0$  на состояниях общего вида. Эта возможность еще не была исследована в предыдущих применениях БРСТ конструкции к построению лагранжианов для полей высших спинов. Именно эта возможность позволяет нам построить лагранжианы для полей спина 1, 2 и 3/2 в пространствах отличных от пространств Минковского и АдС. Во всех дальнейших рассуждениях предполагается, что в операторах отсутствуют члены с обратными степенями массы.

Далее в **разделе 9.2** вышеописанная возможность обобщения БРСТ подхода применяется для построения лагранжиана массивного поля спина 1 в произвольном искривлённом пространстве.

В **разделе 9.3** рассматривается аналогичная проблема для массивного поля спина 2. В этом разделе показано, что согласованные уравнения движения для поля спина 2 существуют только в пространстве с тензором Риччи и скалярной кривизной удовлетворяющими условиям

$$R_{\alpha\beta;\mu} = 2R_{\mu(\alpha;\beta)} \quad R = const \quad (12)$$

и с произвольным тензором Вейля, а для возможности построения лагранжиана БРСТ методом необходимо ещё потребовать зануления бесследовой части тензора Риччи. Далее в разделе, по описанной ранее процедуре, находятся явные выражения для удлинённых операторов и их алгебра, строится БРСТ оператор, модифицируется скалярное произведение и строится лагранжиан. Показано, что если в построенном лагранжиане  $m^2 = \frac{d-2}{d(d-1)}R$ , то такой лагранжиан в  $d = 4$  описывает распространение спиральностей  $\pm 2$ ,  $\pm 1$ , так что поле  $H_{\mu\nu}$  спина 2 становится частично безмассовым.

В **разделе 9.4** рассматривается вопрос о причинном распростра-

нении поля спина 2 в пространстве Эйнштейна с найденным в разделе 9.3 лагранжианом. Показано, что как и в случае плоского пространства, уравнения для поля спина 2, следующие из лагранжиана с ненулевым тензором Вейля, являются гиперболическими и описывают причинное распространение на рассматриваемом фоне.

В разделе 9.5 исследуется вопрос о согласованном описании поля спина  $3/2$  в искривлённом пространстве. Показано, что если не рассматривать члены с обратными степенями массы, то непротиворечивое обобщение уравнений, определяющих неприводимое представление группы Пуанкаре для массивного поля спина  $3/2$ , на не плоский фон возможно только в случае  $R = const$ , бесследовая часть тензора Риччи равна нулю, в то время как тензор Вейля остается произвольным.

В разделе 9.6 по изложенной в главе 1 и разделах 9.2 и 9.3 схеме строится лагранжиан для массивного поля спина  $3/2$  в пространстве Эйнштейна.

В разделе 9.7 изучается проблема причинного распространения поля спина  $3/2$  в пространстве Эйнштейна. Показано, что уравнения для поля спина  $3/2$ , следующие из лагранжиана найденного в разделе 9.6, являются гиперболическими и описывают причинное распространение на рассматриваемом фоне.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

### **Основные результаты диссертации опубликованы в работах**

1. I. L. Buchbinder, V. A. Krykhtin, V. D. Pershin On consistent equations for massive spin two field coupled to gravity in string theory // Physics Letters B.- 1999.- v.466.- p.216–226.

2. I. L. Buchbinder, D. M. Gitman, V. A. Krykhtin, V. D. Pershin Equations of motion for massive spin-2 field coupled to gravity // Nuclear Physics B.- 2000.- v.584.- p.615–640.

3. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, A. Pashnev BRST approach to Lagrangian

construction for fermionic massless higher spin fields // Nuclear Physics B.- 2005.- v.711.- p.367–391.

4. I. L. Buchbinder, V. A. Krykhtin Gauge invariant Lagrangian construction for massive bosonic higher spin fields in D dimensions // Nuclear Physics B.- 2005.- v.727.- p.537–563.

5. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, L.L. Ryskina, H. Takata Gauge invariant Lagrangian construction for massive higher spin fermionic fields // Physics Letters B.- 2006.- v.641.- p.386–392.

6. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, P.M. Lavrov Gauge invariant Lagrangian formulation of higher massive bosonic field theory in AdS space // Nuclear Physics B.- 2007.- v.762.- p.344–376.

7. I. L. Buchbinder, A. V. Galajinsky, V. A. Krykhtin Quartet unconstrained formulation for massless higher spin fields // Nuclear Physics B.- 2007.- v.779.- p.155–177.

8. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, A.A. Reshetnyak BRST approach to Lagrangian construction for fermionic higher spin fields in AdS space // Nuclear Physics B.- 2007.- v.787.- p.211–240.

9. I. L. Buchbinder, V. A. Krykhtin, H. Takata Gauge invariant Lagrangian construction for massive bosonic mixed symmetry higher spin fields // Physics Letters B.- 2007.- v.656.- p.253–264.

10. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, L.L. Ryskina BRST approach to Lagrangian formulation of bosonic totally antisymmetric tensor fields in curved space // Modern Physics Letters A.- 2009.- v.24.- p.401–414.

11. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin, L.L. Ryskina Lagrangian formulation of massive fermionic totally antisymmetric tensor field theory in  $AdS_d$  space // Nuclear Physics B.- 2009.- v.819.- p.453–477.

12. I. L. Buchbinder, V. A. Krykhtin, P. M. Lavrov BRST Lagrangian construction for spin-2 field in Einstein space // Physics Letters B.- 2010.- v.685.- p.208–214.

13. I. L. Buchbinder and V. A. Krykhtin BRST Lagrangian construction for spin-3/2 field in Einstein space // Modern Physics Letters A.- 2010.-

v.25.- p.1667–1677.

14. I. L. Buchbinder, V. A. Krykhtin and P. M. Lavrov On manifolds admitting the consistent Lagrangian formulation for higher spin fields // Modern Physics Letters A.- 2011.- v.26.- p.1183–1196.

15. V.A. Krykhtin BRST approach to Lagrangian Construction for Massive Higher Spin Fields // Проблемы Современной Теоретической Физики.- 2008. - Томск.- Изд. ТГПУ. - с.239-247.

16. V.A. Krykhtin BRST approach to Lagrangian construction for higher spin fields in AdS space // Supersymmetries and quantum symmetries (SQS'07) Proceedings of International Workshop (Dubna, Russia, July 30 – August 4, 2007) Dubna, JINR- 2008.- p.82–89.

17. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin BRST approach to higher spin field theories // QUARKS-2006: Proceedings of 14th International seminar (St. Petersburg, Russia, 19-25 May, 2006) Institute for Nuclear Research, RAS.- 2006.- V.2 p.166–175.

18. I.L. Buchbinder, V.A. Krykhtin BRST Approach to Higher Spin Field Theories // Supersymmetries and quantum symmetries (SQS'05) Proceedings of International Workshop (Dubna, Russia, July 27-31, 2005) Dubna, JINR.- 2006.- p.47–57.

19. V.A. Krykhtin, BRST approach to Lagrangian Construction for Massive Higher Spin Fields // QUARKS-2008: Proceedings of 15th International seminar (Sergiev Posad, Russia, May 23–29, 2008) Institut for Nuclear Research, RAS- 2009.- V.2 p.206–213.

20. V.A. Krykhtin Review of BRST approach to higher spin field theory // Proceedings of International Conference “Quantum Field Theory and Gravity” (QFTG'12, Tomsk, July 31- August 4, 2012) TSPU Bulletin- 2012.- v.13(128).- p.93–97.