

УДК 533.6.011-536.24

А.Н. Голованов, В.Д. Гольдин

**СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА
ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА ГАЗА-ОХЛАДИТЕЛЯ
И ПРОДОЛЬНЫХ ПОТОКУ КОЛЕБАНИЙ СТЕНКИ ¹**

Теоретическими и экспериментальными методами исследуется влияние колебаний и вдува на волновое сопротивление конуса с торцевым затуплением при его сверхзвуковом обтекании. Численным методом С.К.Годунова в двумерной постановке решена задача нестационарного невязкого обтекания. Результаты расчетов и экспериментов показывают снижение волнового сопротивления при увеличении параметра вдува и параметра, характеризующего интенсивность колебаний.

Ключевые слова: *сверхзвуковое обтекание, вдув, колебания, волновое сопротивление.*

Рассматривается задача о сверхзвуковом обтекании затупленного конуса. Схема течения приведена на рис. 1. Конус с торцевым затуплением (1) обтекается сверхзвуковым потоком совершенного газа, имеющим скорость V_∞^* , плотность ρ_∞^* и давление p_∞^* . Из внутренней камеры 2 под действием разности давления в камере (p_0^*) и в ударном слое через пористую вставку 3 может осуществляться вдув газа-охладителя навстречу набегающему потоку. Кроме того, обтекаемое тело может осуществлять периодические колебания вдоль продольной оси. Характерные числа Рейнольдса предполагаются большими, а вдув газа достаточно сильным, поэтому задача рассматривается в невязкой постановке. Рассмотрение ведется в цилиндрической системе координат: x – координата, отсчитываемая вдоль оси симметрии, y – расстояние до оси. При наличии колебаний точка O (рис. 1)

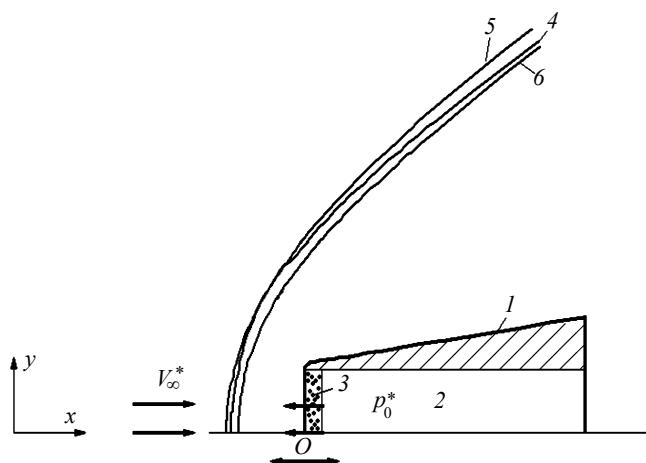


Рис. 1. Схема течения

¹ Работа выполнена при поддержке программы ФАО (проект № 2.1.1/2269).

движется по закону

$$x_O^* = A^* \cos(\omega^* t^*),$$

где A^* – амплитуда колебаний, ω^* – круговая частота, t^* – время. В цилиндрической системе координат, связанной с точкой O , течение описывается системой уравнений Эйлера, которая в безразмерной форме имеет вид [1]

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial y} + \mathbf{G} = 0; \quad (1)$$

$$p = (\gamma - 1)\rho e, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \varepsilon \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ u(\rho \varepsilon + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ v(\rho \varepsilon + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \frac{1}{y} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv + y\rho f \\ \rho v^2 \\ v(\rho \varepsilon + p) + y\rho if \end{pmatrix}.$$

Здесь t – безразмерное время; ρ – плотность газа; u, v – x - и y -компоненты скорости; p – давление; $\varepsilon = e + (u^2 + v^2)/2$ – полная энергия единицы массы газа; e – внутренняя энергия; γ – показатель адиабаты; f – величина, обусловленная колебаниями системы координат $f = -A\omega^2 \cos(\omega t)$; A – безразмерная амплитуда колебаний; ω – частота.

Все геометрические размеры отнесены к радиусу торцевого затупления R_N , компоненты скорости – к максимальной скорости V_m^* , которая вычисляется через скорость набегающего потока V_∞^* и число Маха M_∞ :

$$V_m^* = V_\infty^* \sqrt{1 + \frac{2}{(\gamma - 1)M_\infty^2}},$$

время – к R_N/V_m^* , плотность – к ρ_∞^* , давление – к $\rho_\infty^*(V_m^*)^2$, внутренняя энергия – к $(V_m^*)^2$.

Система уравнений (1), (2) решается в области, ограниченной головной ударной волной и поверхностью тела. В качестве граничных условий на движущейся ударной волне используются обычные условия Ренкина – Гюгонио:

$$\rho_1(v_{n1} - D_n) = v_{n\infty} - D_n,$$

$$p_1 + \rho_1 v_{n1}(v_{n1} - D_n) = p_\infty + v_{n\infty}(v_{n\infty} - D_n),$$

$$2(e_1 - e_\infty) = (p_1 - p_\infty) \left(1 - \frac{1}{\rho_1}\right),$$

$$v_{\tau 1} = v_{\tau\infty},$$

где индекс ∞ относится к параметрам набегающего потока, а 1 – к параметрам за ударной волной; v_n, v_τ – нормальная и касательная составляющие скорости к поверхности ударной волны; D_n – нормальная скорость движения ударной волны. При этом безразмерные параметры набегающего потока вычисляются по формулам

$$v_{n\infty} = v_\infty \sin \beta, \quad v_{\tau\infty} = v_\infty \cos \beta,$$

$$v_\infty = \left[1 + \frac{2}{(\gamma - 1)M_\infty^2}\right]^{-\frac{1}{2}} + A\omega \sin(\omega t), \quad p_\infty = \frac{v_\infty^2}{\gamma M_\infty^2}, \quad e_\infty = \frac{p_\infty}{\gamma - 1},$$

β – угол между касательной к ударной волне и осью симметрии.

На обтекаемой поверхности в случае отсутствия вдува выставляется условие непротекания:

$$v_n = 0.$$

При наличии вдува для определения характеристик вдуваемого газа требуется рассмотреть течение в пористой вставке под действием перепада давления во внутренней камере и ударном слое; очевидно, что вдув реализуется лишь в том случае, когда давление в камере превосходит давление торможения набегающего потока. В предположении, что скорость газа в порах много меньше скорости звука, градиент давления поперек вставки много больше соответствующего градиента вдоль нее, а число Рейнольдса, определенное по характерному диаметру пор, мало, это течение описывается следующей системой уравнений [4]:

$$\rho^* v_g^* \phi = \text{const} = \rho_w^* v_{mw}^*; \quad (3)$$

$$v_g^* = -\frac{k^*}{\mu^*} \frac{\partial p^*}{\partial s^*}. \quad (4)$$

Здесь v_g^* – скорость фильтрации; ϕ – пористость вставки; s^* – геометрическая координата, отсчитываемая от внутренней стенки вставки по нормали к ней; v_{mw}^* – нормальная скорость вдува газа в ударный слой; k^* , μ^* – коэффициенты фильтрации и вязкости; индекс w относится к параметрам на обтекаемой поверхности.

В случае, если температура вставки является постоянной, плотность фильтрующегося газа можно выразить следующим образом:

$$\rho^* = \rho_0^* \frac{p^*}{p_0^*}. \quad (5)$$

Интегрируя уравнение (4) с учетом (3), (5), можно получить выражение для массовой скорости вдуваемого газа, которое в безразмерной форме имеет вид

$$\rho_w v_{mw} = B(p_0^2 - p^2), \quad (6)$$

где

$$B = \frac{1}{2} \frac{k^* \phi \rho_0^*}{\mu^* p_0^*} \frac{\rho_\infty^* (V_m^*)^3}{\Delta},$$

Δ – толщина пористой вставки.

Равенство (6) является граничным условием на поверхности тела при наличии вдува. Другие граничные условия на этой поверхности:

$$v_{\tau w} = 0, \quad \gamma e_w + \frac{1}{2} v_{mw}^2 = H_w, \quad (7)$$

где H_w – полная энтальпия вдуваемого газа. Кроме того, предполагается, что вдуваемый газ имеет тот же показатель адиабаты, что и газ в набегающем потоке.

На оси симметрии в качестве граничного условия используется условие симметрии, на замыкающей поверхности вниз по потоку течение является сверхзвуковым и граничного условия не требуется.

В качестве начальных условий в задаче с учетом колебаний тела задается решение стационарной задачи обтекания тела в отсутствие колебаний.

Система уравнений (1), (2) решается численным методом С.К.Годунова [2,3]. При этом используется подвижная сетка, в которой движущаяся головная ударная волна является граничной поверхностью. Вдув предполагается дозвуковым, по-

верхность контактного разрыва, разделяющая слой вдува и ударный слой, не выделяется. Подробности реализации численного метода описаны в [2,3].

Следует остановиться на реализации граничных условий на теле при наличии вдува. Предполагается, что условия (6), (7) выполнены для «больших» величин нормальной скорости, давления и плотности (V_n, P, R) на границе ячейки, примыкающей к поверхности тела; кроме того, параметры газа на теле и в центре граничной ячейки связаны условием в волне разрежения:

$$G \equiv RV_n = B(P_0^2 - P^2); \quad (8)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{R} + \frac{1}{2} V_n^2 = H_w; \quad (9)$$

$$V_n - v_n = \frac{2}{\gamma-1} c \left[\left(\frac{P}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1 \right]. \quad (10)$$

Здесь малые величины относятся к центру приграничной ячейки, причем v_n – проекция скорости на нормаль к телу, c – скорость звука:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}.$$

После исключения V_n, R из (8), (9):

$$R = \frac{G}{V_n}, \quad V_n = \frac{2GH_w}{\frac{\gamma}{\gamma-1} P + \sqrt{\left(\frac{\gamma}{\gamma-1} P \right)^2 + 2G^2 H_w}},$$

равенство (10) становится уравнением для определения P . В процессе расчета это уравнение решается методом Ньютона.

Поставленная задача решена на сетке, содержащей 128 ячеек поперек ударного слоя и 61 ячейку вдоль поверхности тела. Для удобства вычислений острая кромка на стыке затупления и боковой поверхности заменялась окружностью малого радиуса; при этом в окрестности скругления использовалось сгущение сетки в продольном телу направлении.

Сначала решалась задача стационарного обтекания тела как при наличии, так и при отсутствии вдува. На рис. 2 представлено положение ударной волны при

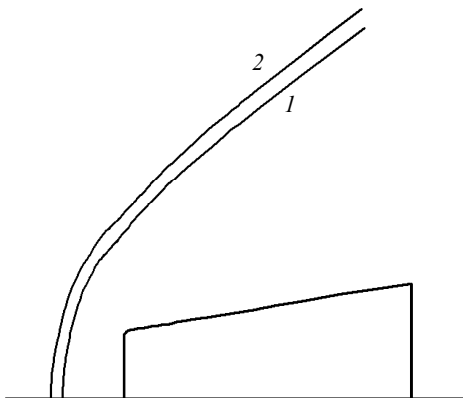


Рис. 2. Положение ударной волны

$M_\infty = 2$ в случае обтекания непроницаемого тела (кривая 1) и при вдуве с параметрами $p_0 = 0,5$, $B = 2,5$, $H_w = 0,5$ (кривая 2). На рис. 3 приведено распределение давления и массовой скорости вдуваемого газа вдоль головной части поверхности тела в рассмотренных случаях; кривые 1, 2 соответствуют давлению (1 – без вдува, 2 – со вдувом), 3 – массовому расходу. Вдув газа приводит к увеличению отхода ударной волны, а также к снижению давления на тело в силу того, что эффективная форма обтекаемой поверхности становится менее затупленной. Возрас-

тание $\rho_w v_{mw}$ при удалении от оси симметрии связано с увеличением перепада давления в камере и в ударном слое.

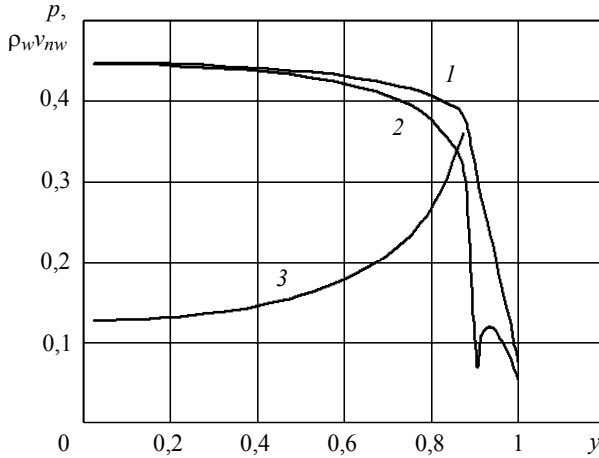


Рис. 3. Распределение давления (кр. 1, 2) и массового расхода вдуваемого газа (кр. 3) вдоль поверхности тела при стационарном обтекании

В рассматриваемой задаче представляют интерес значения коэффициента сопротивления как затупленной носовой части, так и всего тела в целом. В предположении, что донное давление равно давлению в набегающем потоке, эти величины вычисляются по формулам [3]

$$C_{xN} = C_{xNp} + C_{xNr}, \quad C_x = C_{xp} + C_{xr}; \quad (11)$$

$$C_{xNp} = 4 \left[1 + \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \right] \frac{1}{y_N^2} \int_0^{y_N} p y dy - \frac{2}{\gamma M_\infty^2}; \quad (12)$$

$$C_{xNr} = 4 \left[1 + \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \right] \frac{1}{y_m^2} \int_0^{y_m} \rho_w v_{mw}^2 y dy; \quad (13)$$

$$C_{xp} = 4 \left[1 + \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \right] \frac{1}{y_m^2} \int_0^{y_m} p y dy - \frac{2}{\gamma M_\infty^2}; \quad (14)$$

$$C_{xr} = C_{xNr} \frac{y_N^2}{y_m^2}. \quad (15)$$

Здесь y_N, y_m – безразмерный радиус окончания участка вдува и радиус донного сечения, формулы (13), (15) описывают вклад в сопротивление реактивного импульса вдуваемого газа.

В табл. 1 приведены значения этих коэффициентов для тела, имеющего безразмерное удлинение $L = 4$, при $y_N = 0,9$, $y_m = 1,7$. Здесь строка 1 соответствует стационарному обтеканию без вдува, 2 – обтеканию со вдувом при $p_0 = 0,5$, $B = 2,5$, $H_w = 0,5$.

Таблица 1

Аэродинамические коэффициенты в различных режимах обтекания

№ п/п	C_{xNp}	C_{xNr}	C_{xN}	C_{xp}	C_{xr}	C_x
1	1,359	0	1,359	0,486	0	0,486
2	1,198	0,019	1,217	0,417	0,007	0,424
3	1,187	0,021	1,208	0,419	0,007	0,426

Расчет обтекания тела, осуществляющего гармонические колебания вдоль набегающего потока, производился при безразмерной амплитуде $A = 0,2$ и частоте $\omega = 0,1$. При таких значениях параметров колебания являются достаточно медленными, в результате все характеристики течения совершают приблизительно гармонические колебания, повторяя колебания скорости тела. В случае, когда вдув отсутствует, амплитуда колебаний коэффициента сопротивления носовой части тела составляет 0,1, а среднее его значение практически не отличается от стационарного. Таким образом, расчеты показывают, что в отсутствие вдува при указанных параметрах колебания тела не оказывают влияние на среднюю картину вязкого течения.

Несколько иная картина наблюдается в присутствии вдува. Хотя и в этом случае колебания характеристик течения примерно повторяют колебания скорости, однако они несколько отстают по фазе и средние значения аэродинамических характеристик заметно отличаются от стационарных значений. На рис. 4 показаны значения коэффициентов сопротивления C_{xNp} , C_{xN} в зависимости от времени (кривые 1, 2); там же кривой 3 представлены значения скорости в набегающем потоке v_∞ , пунктиром показано стационарное значение C_{xN} . Как видно из графиков, положения экстремумов аэродинамических характеристик не совпадают с соответствующими значениями для скорости; кроме того, их среднее значение несколько ниже стационарного. В табл. 1 в строке 3 приведены средние за период величины коэффициентов сопротивления. В результате суммарный коэффициент сопротивления носка снизился примерно на 1 %, а коэффициент, обусловленный реактивным импульсом, возрос на 15 %. Следует отметить, что суммарный коэффициент сопротивления всего тела практически не изменился.

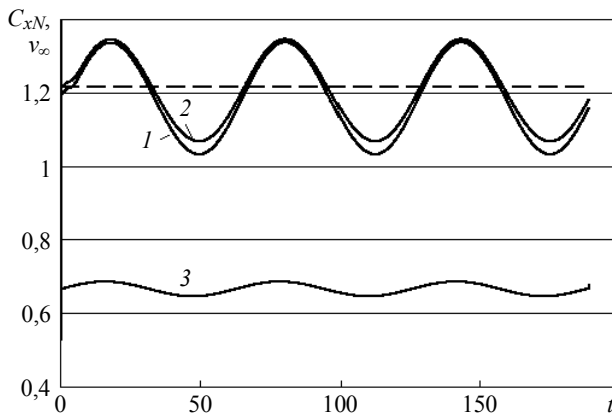


Рис. 4. Коэффициент сопротивления носовой части тела и скорость набегающего потока

На рис. 1 показано положение головной ударной волны в различные моменты времени: кривая 4 соответствует стационарному обтеканию при наличии вдува, кривые 4, 5 – колебательному режиму в моменты времени, соответствующие минимальному и максимальному значениям аэродинамических характеристик.

На рис. 5 приведены распределения давления вдоль тела; здесь кривая 1 относится к стационарному обтеканию, 2, 3 – к течению с колебаниями в моменты времени, соответствующие экстремальным значениям характеристик. На рис. 6 показаны значения массового расхода вдуваемого газа, обозначения здесь те же, что и на рис. 5.

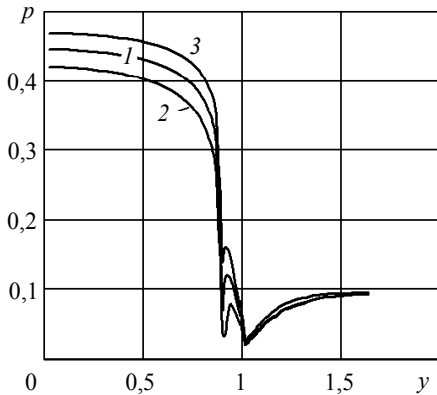


Рис. 5. Распределение давления по поверхности тела в колебательном режиме при наличии вдува

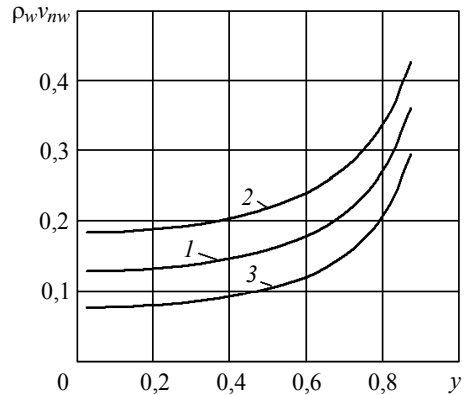


Рис. 6. Массовый расход вдуваемого газа при наличии колебаний тела

В данной работе также экспериментально исследуется сопротивление затупленного тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком, в присутствии вдува газа-охладителя через пронизываемый участок и последовательного воздействия на системы пористого охлаждения продольных потоку гармонических вибраций стенки и пульсаций газа-охладителя. Эксперименты проводились в сверхзвуковой аэродинамической трубе. Число Маха варьировалось в пределах: $M_\infty = 1,9 \div 2,1$. Обтекаемое тело представляло собой конус с торцевым затуплением.

На рис. 7 показана принципиальная схема проведения экспериментов. Пластины 1 из пористых материалов (нержавеющая сталь и нихром) герметично поджигались в малое основание усеченного конуса 2. Стрелками 3, 4 обозначены вдуваемый газ (воздух, азот) и внешний потока воздуха. Пульсации давления газа-охладителя и линейные относительно оси симметрии модели вибрации генерировались с помощью вала электродвигателя 5 и червяка 6. Различие между вибрациями модели и пульсациями газа-охладителя заключалось в способе воздействия червяка на модель: для вибраций – непосредственно на стенку, для пульсаций – на газ-охладитель в магистрали газоснабжения. Частота возмущений f и амплитуда A^* регулировались скоростью вращения вала электродвигателя и геометрическими размерами червяка. Частота и амплитуда колебаний варьировались в пределах $f = (0 \div 20)$ Гц, $A^* = (0 \div 5) \cdot 10^{-3}$ м.

Геометрические характеристики пластин из пористых материалов (способ изготовления – трикотаж [5]): диаметр пор $D = 10^{-3}$ м, толщина пластин $\Delta = (1,0 \div 2,0) \cdot 10^{-3}$ м, диаметр нити $d = (20 \div 50) \cdot 10^{-6}$ м; пористость $\phi = 0,347 - 0,67$.

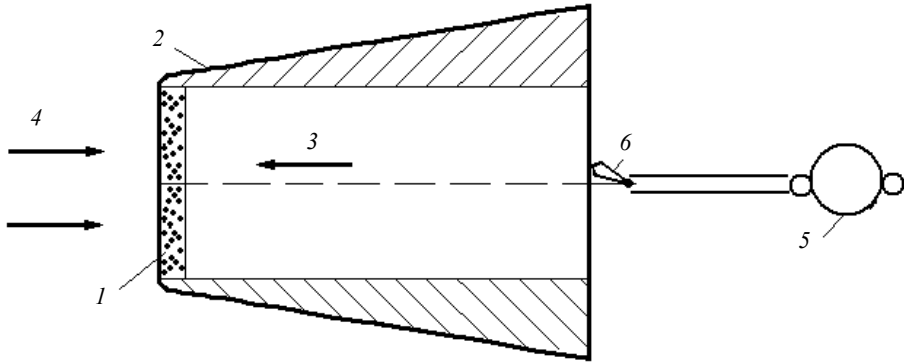


Рис. 7. Схема эксперимента

Коэффициент волнового сопротивления C_x рассчитывался двумя способами: по результатам измерений давлений p^* через 8 дренажных отверстий с помощью датчиков типа ЛХ-415 и по формуле [6]:

$$C_x = \int_S \bar{P} \sin \theta dS / S_m ; \quad (16)$$

$$C_x = \bar{P}_0 \left[\sin^3 \theta_k \frac{x_k}{r_m^2} (2r_m - x_k \sin \theta_k) + 0.915 \frac{R_N^2}{r_m^2} \right]. \quad (17)$$

Здесь θ – угол между касательной к телу и осью симметрии, θ_k – его значение для конической поверхности; r_m , S_m – радиус и площадь миделева сечения; \bar{P} – коэффициент давления:

$$\bar{P} = \frac{2(p^* - p_\infty^*)}{\rho_\infty^* (V_\infty^*)^2},$$

\bar{P}_0 – коэффициент давления в точке торможения. Интегрирование в (16) ведется по поверхности тела. Разница значений C_x , рассчитанных по формулам (16) и (17), не превышала 3,7 %. При тарировке датчиков давления вводился поправочный коэффициент, учитывающий искажения, возникающие при вибрации модели.

В табл. 2 показаны значения C_x для моделей, обтекаемых сверхзвуковым ($M_\infty = 1,9$) подогретым потоком воздуха (температура торможения $T = 382$ К) при наличии вибраций стенок. В таблице вдув характеризуется параметром

$$B = \frac{(\rho^* v_n^*)_w}{(\alpha/c_p)_0},$$

где $(\alpha/c_p)_0$ – коэффициент конвективного теплообмена в отсутствии вдува, а интенсивность колебаний – параметром

$$I = \frac{1}{2} \rho_\infty^* c^2 (\omega^* A^*)^2, \quad \omega^* = 2\pi f,$$

где c – скорость звука в набегающем потоке.

Таблица 2

**Зависимости коэффициента волнового сопротивления
от параметра вдува и интенсивности колебаний**

B	0					1,3					4,1					8,2					
$I, \text{кг/с}^3$	0	0	0,2	0,36	0,6	0	0,2	0,36	0,6	0	0,2	0,36	0,6	0	0,2	0,36	0,6	0	0,2	0,36	0,6
C_x	0,56	0,56	0,55	0,54	0,52	0,55	0,53	0,52	0,51	0,50	0,49	0,47	0,47	0,50	0,49	0,47	0,47	0,50	0,49	0,47	0,47

Таким образом, полученные экспериментальные результаты свидетельствуют о восприимчивости систем пористого охлаждения к малым периодическим возмущениям, пульсациям газа-охладителя и вибрациям стенки; при этом величина коэффициента волнового сопротивления уменьшается с ростом интенсивности вдува и колебаний. Снижение сопротивления показывают и проведенные расчеты невязкого обтекания. Следует, однако, отметить, что в расчетах влияние колебаний оказывается существенно меньшим, чем наблюдается в эксперименте. Такое различие может быть вызвано влиянием вибрации на режим фильтрации газа в порах, что не учитывается в постановке задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
2. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
3. Антонов В.А., Гольдин В.Д., Пахомов Ф.М. Аэродинамика тел со вдувом. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. 133 с.
4. Гришин А.М., Фомин В.М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984. 320 с.
5. Пористые проницаемые материалы: справочник / под ред. С.В.Белова. М., 1987.
6. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. М., 1976.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

ГОЛОВАНОВ Александр Николаевич – профессор, доктор физико-математических наук, профессор механико-математического факультета Томского государственного университета.

ГОЛЬДИН ВИКТОР Данилович – старший научный сотрудник НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета. E-mail: vdg@math.tsu.ru

Статья принята в печать 10.02.2010 г.