* *
*

УДК 621.317.332, 335

И.О. ДОРОФЕЕВ, Г.Е. ДУНАЕВСКИЙ

ДВУХСЛОЙНЫЙ ТОНКИЙ ЦИЛИНДР В ОТКРЫТОМ СВЧ-РЕЗОНАТОРЕ

Рассмотрено включение в открытый квазиоптический СВЧ-резонатор тонкого протяженного двухслойного цилиндра. Найдены изменения резонансной частоты и полосы пропускания основных нечетных мод резонатора. Приведены результаты расчетов характеристик открытого резонатора сантиметрового диапазона длин волн с радиально неоднородными сверхтонкими проводниками (микропроводом).

Ключевые слова: *открытый СВЧ-резонатор, рассеяние на сверхтонком цилиндре, измерение параметров на СВЧ.*

В коротковолновой части СВЧ-диапазона для исследования объектов малых электрических размеров применяются открытые резонаторы. Одной из конфигураций таких объектов может быть конфигурация в виде тонкого протяженного цилиндра. В [1, 2] был рассмотрен случай, когда цилиндр однороден, однако диапазон применения данной модели ограничен. На практике часто встречаются случаи радиальной неоднородности цилиндра. В частности, это могут быть тонкие и сверхтонкие проводники в изоляции, проводники, покрытые слоем окислов либо имеющие радиальную неоднородность вследствие протяжки через фильеру, тонкие капилляры с жидкостью, двухслойные волокна и некоторые другие объекты. Для всех них моделью может являться тонкий бесконечный двухслойный цилиндр. Поэтому целесообразно рассмотреть включение такого объекта в открытый СВЧ-резонатор.

Двухслойный круговой цилиндр показан на рис. 1. Обозначим значения проницаемостей внешней среды ε_1, μ_1, внешнего слоя цилиндра ε_3, μ_3, внутреннего слоя цилиндра ε_2, μ_2. В общем случае рассматриваемый цилиндр изотропный, металлодиэлектрический, ε_3, μ_3, ε_2, μ_2 – комплексные. Для внешней среды положим $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, $\mu_1 = \mu_0$. Радиус внутреннего слоя r_2, внешнего r_3.

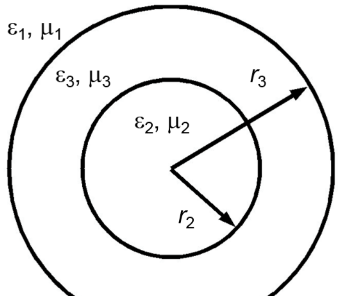

Рис. 1. Двухслойный цилиндр

Рассмотрим открытый резонатор, образованный двумя сферическими зеркалами радиусом вогнутости R_m, расположенными на расстоянии L друг от друга. Исследуемый цилиндр разместим в центре резонатора (рис. 2). Длину цилиндра будем считать много большей диаметра «пятна» поля в резонаторе.

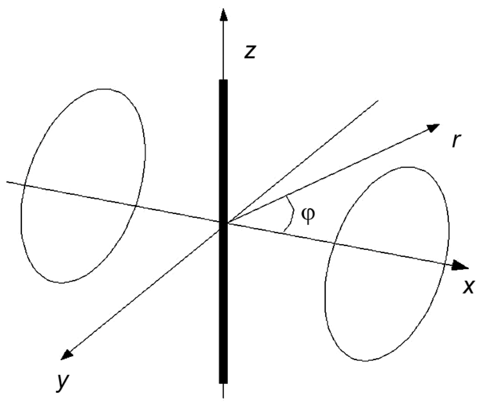

Рис. 2. Открытый резонатор с двухслойным цилиндром

Положим геометрические размеры резонатора R_m, L много большими длины волны. Будем исследовать взаимодействие цилиндра с основным типом колебаний TEM_{00q}, где q – нечетное, для обеспечения включения цилиндра в электрическое поле. Поляризационное вырождение снято, и вектор электрического поля параллелен оси цилиндра.

Для нахождения характеристик открытого резонатора с электрически малыми объектами обычно применяют одну из разновидностей метода малых возмущений, основанную на методе возбуждения открытого резонатора заданным током [3]. Влияние вносимого объекта на частоту заданного типа колебаний можно определить по формуле

$$\Delta f = \frac{i\int\limits_v \boldsymbol{jE}dv}{4\pi N}, \tag{1}$$

где Δf – изменение частоты резонатора, в общем случае величина комплексная, действительная часть которой $\Delta f'$ описывает смещение резонансной частоты, а мнимая $2\Delta f''$ – уширение резонансной кривой, обусловленное потерями, вносимыми объектом в открытый резонатор. Интеграл в числителе берется по объему вносимого объекта v, подынтегральное выражение представляет собой произведение тока $\boldsymbol{j}$ на поле пустого резонатора $\boldsymbol{E}$; $N = \frac{\pi}{4} w_0^2 \varepsilon_0 L E_0^2$ – норма данного типа колебаний; E_0 – амплитуда электрического поля в центре резонатора; $w_0 = \sqrt{\frac{cL}{\omega}} \sqrt[4]{\frac{2R_m}{L} - 1}$ – радиус пучка в центре резонатора; c – скорость света; ω – круговая частота. Как показано в [1, 2], ток в образце, наведенный полем резонансного колебания, целесообразно искать из решения соответствующей граничной задачи, особенно в случае хорошо проводящего цилиндра.

Поле открытого резонатора обычно представляют как суперпозицию двух волновых пучков гауссовского типа, распространяющихся навстречу друг другу. В этом случае вблизи центра резонатора бегущий вдоль оси x пучок можно записать в виде

$$\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{z}_0 E_0 \exp(-(y^2 + z^2)/w_0^2 + i(\omega t - k_1 x)), \tag{2}$$

где $\boldsymbol{z}_0$ – единичный вектор; $k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c}$ – волновое число свободного пространства.

Далее будем считать, что влияние цилиндра на поле резонансного колебания мало, т.е. не приводит к изменению распределения тока на зеркалах и соответственно к деформации падающего на цилиндр пучка. Таким образом, в рамках указанных допущений мы можем рассматривать рассеяние пучка (2) на тонком двухслойном цилиндре.

Так как цилиндр тонкий, располагается в центре резонатора, где фазовый фронт пучка плоский, то электрическая компонента падающего на цилиндр поля будет иметь единственную составляющую по оси z и запишется следующим образом (далее временной множитель опустим):

$$E^{\text{пад}} = E_0^z \exp(-ik_1 x), \tag{3}$$

где $E_0^z = E_0 \exp(-z^2 / w_0^2)$. В сопряженной цилиндрической системе координат фазовый множитель падающего пучка разложим в ряд по цилиндрическим гармоникам. Рассеянное поле также целесообразно искать в виде ряда по цилиндрическим волнам. Обозначим через j номер области, в которой мы будем искать поля, где $j = 1$ соответствует внешней среде, $j = 2$ – внутренней области цилиндра (жиле), $j = 3$ – внешней оболочке цилиндра (неоднородности). Тогда для электрического поля будем иметь сумму падающего и рассеянного полей в каждой области:

$$E^{(j)} = E_0^z \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n^{(j)} J_n(k_{(j)} r) + B_n^{(j)} H_n^{(2)}(k_{(j)} r)) e^{in\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)}, \tag{4}$$

где J_n – функции Бесселя; $H_n^{(2)}$ – функции Ханкеля; $k_{(j)} = \omega\sqrt{\varepsilon_{(j)} \mu_{(j)}}$ – волновое число в соответствующей области; $A_n^{(j)}$, $B_n^{(j)}$ – коэффициенты, определяемые из граничных условий. Исходя из условий задачи, $A_n^{(1)} = 1$, так как амплитуда падающего на цилиндр поля известна, $B_n^{(2)} = 0$, так как во внутренней области отраженное поле отсутствует.

Магнитное поле, которое будет иметь две компоненты – по φ и по r, можно найти, используя уравнение Максвелла:

$$H_r^{(j)} = -\frac{E_0^z}{\omega\mu_{(j)} r} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n(A_n^{(j)} J_n(k_{(j)} r) + B_n^{(j)} H_n^{(2)}(k_{(j)} r)) e^{in\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)}; \quad (5)$$

$$H_\varphi^{(j)} = -\frac{ik_{(j)}}{\omega\mu_{(j)}} E_0^z \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n^{(j)} J_n'(k_{(j)} r) + B_n^{(j)} H_n^{(2)'}(k_{(j)} r)) e^{in\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)}. \quad (6)$$

Здесь и далее штрих у цилиндрических функций означает дифференцирование по всему аргументу kr.

На границах поверхностей цилиндра должны выполняться следующие соотношения: $E^{(1)} = E^{(3)}$, $H_\varphi^{(1)} = H_\varphi^{(3)}$ при $r = r_3$, $E^{(2)} = E^{(3)}$, $H_\varphi^{(2)} = H_\varphi^{(3)}$ при $r = r_2$.

Требуя выполнения граничных условий для полей (4), (6), получим систему уравнений для коэффициентов:

$$B_n^{(1)} H_n^{(2)}(k_1 r_3) - A_n^{(3)} J_n(k_3 r_3) - B_n^{(3)} H_n^{(2)}(k_3 r_3) = -J_n(k_1 r_3); \quad (7)$$

$$B_n^{(1)} \frac{k_1}{\mu_1} H_n^{(2)'} k_1 r_3) - A_n^{(3)} \frac{k_3}{\mu_3} J_n'(k_3 r_3) - B_n^{(3)} \frac{k_3}{\mu_3} H_n^{(2)'}(k_3 r_3) = -\frac{k_1}{\mu_1} J_n'(k_1 r_3); \quad (8)$$

$$A_n^{(2)} J_n(k_2 r_2) - A_n^{(3)} J_n(k_3 r_2) - B_n^{(3)} H_n^{(2)}(k_3 r_2) = 0; \quad (9)$$

$$A_n^{(2)} \frac{k_2}{\mu_2} J_n'(k_2 r_2) - A_n^{(3)} \frac{k_3}{\mu_3} J_n'(k_3 r_2) - \frac{k_3}{\mu_3} B_n^{(3)} H_n^{(2)'}(k_3 r_2) = 0. \quad (10)$$

Решение данной системы позволяет нам определить неизвестные коэффициенты и, следовательно, поля во всех областях. Сами коэффициенты из-за их громоздкости здесь выписывать не будем.

Запишем тангенциальную компоненту магнитного поля на внешней поверхности проводника:

$$H_{\varphi|r=r_3} = -\frac{iE_0^z}{w_1} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(J_n'(k_1 r_3) + B_n^{(1)} H_n^{(2)'}(k_1 r_3) \right) e^{in\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)} \right). \quad (11)$$

Отсюда ток определится следующим образом:

$$I(z) = -\frac{2\pi i r_3 E_0^z}{w_1} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(J_n'(k_1 r_3) + B_n^{(1)} H_n^{(2)'}(k_1 r_3) \right) \right). \quad (12)$$

Тогда из (1) получим для смещения резонансной частоты

$$\Delta f' = \frac{2r_3}{\sqrt{2\pi w_1 w_0 \varepsilon_0 L}} \mathrm{Re}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(J_n'(k_1 r_3) + B_n^{(1)} H_n^{(2)'}(k_1 r_3) \right) \right] \quad (13)$$

и для уширения резонансной кривой

$$2\Delta f'' = \frac{4r_3}{\sqrt{2\pi w_1 w_0 \varepsilon_0 L}} \mathrm{Im}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(J_n'(k_1 r_3) + B_n^{(1)} H_n^{(2)'}(k_1 r_3) \right) \right]. \quad (14)$$

Одним из применений данных расчетов может быть оценка влияния стеклянной изоляции на результаты измерений остеклованного литого микропровода в открытом резонаторе. В [4] были рассчитаны действительная и мнимая части погонного комплексного сопротивления проводника в стеклянной изоляции. Однако рассмотренный там, по сути, квазистационарный случай имеет более узкую область применения по сравнению с выражениями, проведенными выше.

При исследовании микропровода в открытом резонаторе представляет интерес коротковолновая часть сантиметрового диапазона длин волн, так как проникновение поля внутрь проводника при данных условиях существенно. Расчеты, проведенные по формулам (13), (14), показали, что влияние стеклянной изоляции может быть заметно только для самых тонких проводников в коротковолновой части миллиметрового диапазона и выше. Для сантиметрового же диапазона и длинноволновой части миллиметрового диапазона для всех возможных характеристик проводников влиянием стеклянной изоляции можно пренебречь.

Это дает возможность применить данную модель также и для описания тонких проводников с радиально неоднородной жилой в открытом резонаторе сантиметрового диапазона длин волн, не прибегая к модели трехслойного проводника. В процессе литья микропровода между жилой и стеклянной изоляцией возникает переходной слой, обусловленный процессами окисления, а также диффузией стекла в жилу. Толщина этого слоя может достигать 20 % радиуса жилы, а удельная проводимость – быть меньше удельной проводимости материала жилы в сотни раз [5]. Для микропроволоки неоднородность внешнего слоя (уплотнение) возникает при протяжке через фильеру.

Исходя из этого, проведем расчеты сдвига резонансной частоты и уширения полосы пропускания открытого резонатора трехсантиметрового диапазона длин волн (частота 10 ГГц) при внесении в него проводников диаметром 1–25 мкм, удельной проводимостью жилы 10^6 См/м (средние характеристики выпускаемых наборов). Толщину неоднородности для определенности положим равной 0,2 радиуса жилы. Введем нормированные на геометрические параметры резонатора величины сдвигов резонансной частоты $DFf = w_0 L \Delta f'$ и уширения резонансной кривой $2DFq = w_0 L 2\Delta f''$.

На рис. 3 показана зависимость сдвига резонансной частоты открытого резонатора, рассчитанная по формуле (13) при помещении в него проводников с различной удельной проводимостью внешнего слоя.

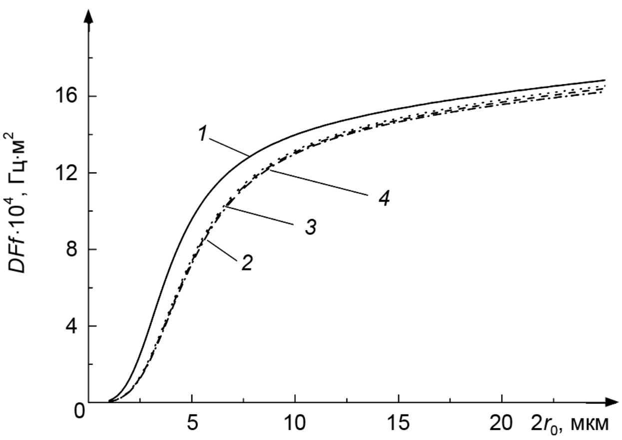

Рис. 3. Зависимость сдвига резонансной частоты открытого резонатора от диаметра микропровода при различных значениях проводимости внешнего слоя: кр. *1* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^6$ См/м (однородный проводник); кр. *2* – $\sigma_3 = 0{,}5 \cdot 10^6$ См/м; кр. *3* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^5$ См/м; кр. *4* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^3$ См/м

Как видно из рис. 3, сдвиг частоты при уменьшении проводимости внешнего слоя уменьшается, причем уменьшение это резко снижается с увеличением различия между проводимостями жилы и неоднородности, так что кривые *2*, *3* и *4* на графике отличаются незначительно.

Из рис. 4, где показаны зависимости уширения резонансной кривой открытого резонатора, рассчитанные по формуле (14), при размещении в нем проводников с различной удельной проводимостью внешнего слоя, следует, что влияние неоднородности на потери, вносимые проводом в открытый резонатор, различно на разных участках графика зависимости уширений резонансной кривой от диаметра проводника. Анализ такого поведения потерь удобно провести, воспользовавшись зависимостями поведения полей на границе проводника и тока в нем от его диаметра, показанных на рис. 5 и 6 соответственно.

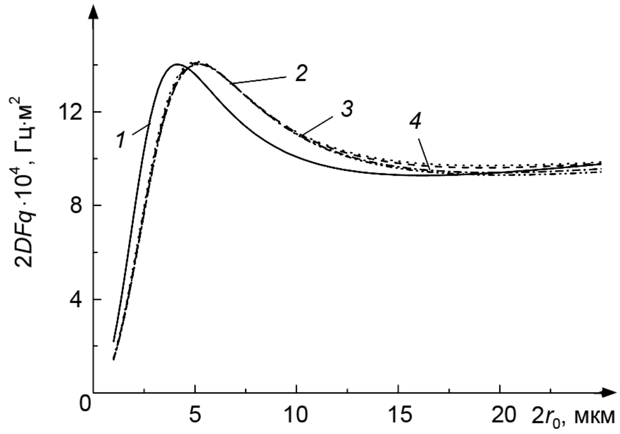

Рис. 4. Зависимость уширения резонансной кривой открытого резонатора от диаметра микропровода при различных значениях проводимости внешнего слоя: кр. *1* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^6$ См/м (однородный проводник); кр. *2* – $\sigma_3 = 0{,}5 \cdot 10^6$ См/м; кр. *3* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^5$ См/м; кр. *4* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^3$ См/м

Можно выделить три характерных поддиапазона диаметров проводника. На первом, в области малых $2r_0$ (примерно до 5 мкм), где потери, механизм которых носит в основном объемный характер, возрастают с ростом диаметра, наличие внешнего слоя с удельной проводимостью меньше проводимости жилы приводит к уменьшению потерь. На этом участке поле на поверхности проводника еще достаточно велико и увеличение потерь с ростом диаметра происходит из-за увеличения объема взаимодействия поля с проводником. Поэтому уменьшение проводимости части объема проводника приводит к уменьшению потерь. Это видно и по спаду тока в проводнике с уменьшением проводимости внешнего слоя.

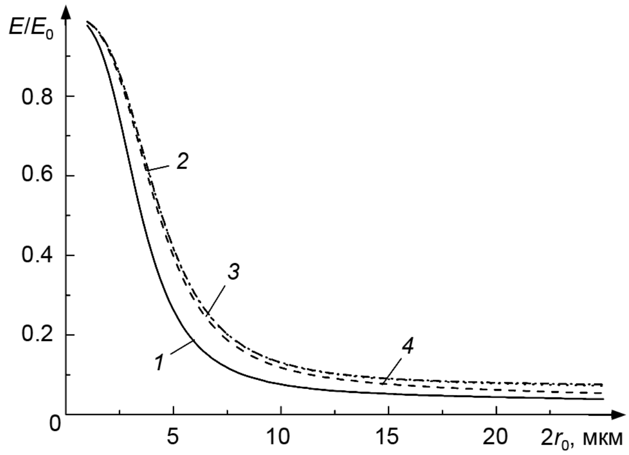

Рис. 5. Зависимость электрического поля на границе проводника от его диаметра, нормированного на поле пустого резонатора, при различных значениях удельной проводимости внешнего слоя: кр. *1* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^6$ См/м (однородный проводник); кр. *2* – $\sigma_3 = 0{,}5 \cdot 10^6$ См/м; кр. *3* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^5$ См/м; кр. *4* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^3$ См/м

В следующем поддиапазоне (2–15 мкм) потери с ростом диаметра проводника спадают, что связано с уменьшением тангенциальной компоненты поля. Здесь наличие неоднородности приводит к относительному увеличению потерь, так как наличие оболочки с меньшей проводимостью обуславливает большее значение поля на внешней границе проводника и соответственно увеличение его в объеме микропровода, что приводит к возрастанию тока в проводнике с неоднородностью относительно однородного проводника, что также видно из рис. 6.

Наконец, в последнем поддиапазоне (15–25 мкм) потери определяются в основном рассеянием поля резонатора на проводнике. Здесь наличие внешнего слоя с меньшей удельной проводимостью приводит к уменьшению потерь, так как поле на поверхности проводника уменьшается, соответственно уменьшается и рассеянная проводником мощность.

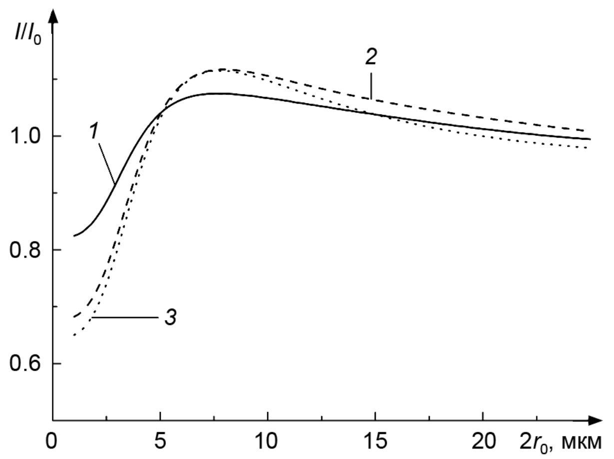

Рис. 6. Зависимость тока в неоднородном проводнике, нормированного на ток в однородном проводнике от его диаметра при различных значениях удельной проводимости внешнего слоя: кр. *1* – $\sigma_3 = 0{,}5 \cdot 10^6$ См/м; кр. *2* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^5$ См/м; кр. *3* – $\sigma_3 = 1{,}0 \cdot 10^3$ См/м

В случае потерь, как и в случае сдвига частоты, степень влияния оболочки с уменьшением ее удельной проводимости значительно ослабевает. Как видно из графиков на рис. 3 и 4, при отличии удельной проводимости оболочки и жилы на порядок и более дальнейшее уменьшение проводимости оболочки практически не влияет на изменение характеристик открытого резонатора. Это говорит о том, что определяющее значение в этом случае приобретает значение поля на границе жилы, а влияние внешнего слоя ослабевает. Поэтому для проводников, покрытых слоем диэлектрика даже с очень большими потерями, можно пользоваться моделью открытого резонатора с однородным проводником, приняв за его диаметр диаметр жилы.

Таким образом, радиальная неоднородность микропровода или микропроволоки может оказывать заметное влияние на характеристики открытого резонатора с тонким проводником. Причем для различных проводников это влияние может существенно отличаться и приводить либо к увеличению, либо к уменьшению вносимых потерь относительно однородного проводника. Это обстоятельство необходимо учитывать при исследовании тонких проводников в открытых резонаторах.

Отметим еще одно применение полученных выражений. Это может быть оценка возможности использования открытого резонатора для исследований жидкостей в тонких цилиндрических трубках. В этом случае, как правило, параметры внешней оболочки известны, что дает возможность из измерений в открытом резонаторе определять характеристики жидкости, например ее комплексную диэлектрическую проницаемость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дорофеев И.О., Дунаевский Г.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. – 1988. – Т. 31. – № 1. – С. 117–119.
2. Дорофеев И.О., Дунаевский Г.Е. // Изв. вузов. Физика. – 2011. – Т. 54. – № 10. – С. 53–59.
3. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. – М.: Сов. радио, 1966. – 474 с.
4. Дорофеев И.О., Дунаевский Г.Е. / Ред. журн. «Изв. вузов. Физика». – Томск, 1985. – Деп. в ВИНИТИ. № 6216-85.
5. Бадинтер Е.Я., Берман Н.Р., Драбенко И.Ф. и др. Литой микропровод и его свойства. – Кишинев: Штиинца, 1973. – 318 с.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
г. Томск, Россия
E-mail: idorofeev@mail.tsu.ru

Поступила в редакцию 24.08.12.

Дорофеев Игорь Олегович, к.ф.-м.н., ст. науч. сотр.;
Дунаевский Григорий Ефимович, д.т.н., профессор, проректор по НР.