

*Физико-математические науки***NON-PARAMETRIC  
STATE SPACE MODELS  
(монография)**

Добровидов А.В., Кошкин Г.М., Васильев В.А.

*Национальный исследовательский Томский  
государственный университет, Томск,  
e-mail: kgt@mail.tsu.ru*

В настоящее время при решении задач, связанных с повышением эффективности производства, разработкой новых методов поиска полезных ископаемых, установлением космической радиосвязи, обнаружением радио- и гидролокационных сигналов на фоне помех, совершенствованием диагностики заболеваний, все чаще приходится иметь дело с объектами, структура и характеристики возмущений которых практически не известны. Опыт работы с математическими моделями таких объектов показывает, что для большинства из них наиболее адекватным является описание в виде динамических стохастических моделей, в которых возмущения или помехи, действующие на объекты, представляют собой случайные процессы. При этом доступная априорная информация о распределениях помех носит настолько неопределенный характер (например, класс «всех непрерывных функций распределения»), что для построения математических моделей изучаемых явлений нет оснований воспользоваться тем или иным параметрическим семейством распределений.

Важным этапом построения стохастических моделей является восстановление неизвестных числовых или функциональных характеристик исследуемых объектов. В стохастических моделях такие характеристики в подавляющем большинстве представляют собой функции и функционалы от распределений вероятностей случайных величин, описывающих поведение рассматриваемых систем. В случае, когда такие распределения неизвестны, указанные выше характеристики вычислить нельзя и приходится строить их оценки как оценки функционалов от неизвестных распределений наблюдаемых случайных процессов. При этом в наблюдениях допускаются различные типы стохастической зависимости.

Таким образом одна из основных тенденций развития современной статистической науки заключается в создании математических методов обработки наблюдений при более реалистических, чем классические, предположениях и выражается в стремлении отойти как от параметрических предположений, так и от предположений о независимости наблюдений, которые являются неестественными для многих

реальных ситуаций. В этом случае говорят о *непараметрической априорной неопределенности*.

В отличие от других книг на эту тему, в настоящей монографии делается упор на построение непараметрических процедур идентификации по стохастически зависимым наблюдениям, изучение их асимптотических и неасимптотических свойств и применение этих оценок в задачах статистической обработки сигналов в условиях непараметрической неопределенности. Многие результаты, касающиеся асимптотических свойств адаптивных непараметрических оценок, публикуются впервые.

Материал книги можно условно разбить на две части. Первая часть (гл. 1-4) в основном содержит теоретический материал, связанный со статистическим исследованием определенных классов функционалов от распределений, а во второй (гл. 5-8) представлены результаты применения разработанных непараметрических процедур к задачам идентификации и обработки сигналов, в том числе динамических систем.

В первой части предлагается общий функциональный подход к построению непараметрических оценок. Этот подход состоит в выделении класса статистик, представляющих собой функционалы от оценок распределений. Он имеет определенные преимущества по сравнению с традиционным рассмотрением, поскольку, с одной стороны, позволяет стандартизировать задачу конструирования статистик, а с другой – упрощает исследование сложных статистик, так как задача естественным образом распадается на две части: анализ функциональной зависимости от распределений и анализ сходимости эмпирических распределений.

Введение класса функционалов с особенностями позволяет с единых позиций исследовать вероятностные характеристики, задаваемые в виде кривых, различные расстояния между плотностями распределений, многие классические статистические характеристики. Рассмотренный в книге класс кусочно-гладких аппроксимаций функций от статистик (регуляризованных оценок), позволяет успешно обойти трудности, возникающие при доказательстве среднеквадратической сходимости оценок подстановки функционалов с особенностями. В книге приводятся условия, при которых среднеквадратическая ошибка (СКО) кусочно-гладкой аппроксимации становится меньше СКО классических оценок подстановки.

Рассматривается также задача оптимизации ядерной оценки плотности распределения и ее производных по параметру размытости  $h$ . Поскольку оптимальное значение  $h$  зависит от неизвестных функций и непосредственно вос-

пользоваться этим значением нельзя, в книге строятся оценки со случайным  $h$  (адаптивные оценки), минимизирующие СКО в асимптотически минимаксном смысле на некотором классе неизвестных плотностей распределения. Устанавливаются свойства равномерной асимптотической нормальности и почти на верное сходимости предложенных оценок.

В книге изучается вопрос о влиянии слабой зависимости наблюдений (перемешивания) на свойства непараметрических оценок. Исследуется также нетрадиционный тип зависимости, ослабевающей с ростом числа наблюдений в некотором статистическом смысле, что дает возможность построения вероятностных моделей динамических систем (данный подход представлен во второй части книги).

Во второй части рассматриваются вопросы применения построенных устойчивых непараметрических процедур оценивания к задачам, имеющим практический выход. В задачах идентификации и моделирования найдены оценки функционалов от распределений помех динамических систем с неизвестными параметрами, обладающие заданным статистическим качеством. При этом задачи оценивания параметров и функционалов от распределений помех динамических систем решаются с позиций как классического асимптотического подхода, так и последовательного анализа, подразумевающего специальный выбор момента прекращения наблюдений для достижения заранее заданной точности оценивания.

Далее рассматриваются задачи обработки случайных сигналов с неизвестным распределением. Необходимость решения таких задач диктуется практикой, когда полезные сигналы, моделью которых служат случайные процессы, никогда не наблюдаются в чистом виде, и, следовательно, найти статистику для качественного оценивания характеристик таких сигналов не всегда возможно. Подобная ситуация возникает, например, в задачах гидролокации, где полезный сигнал, содержащий информацию об объекте и реверберации, без помех никогда не наблюдается, и, следовательно, чистые данные для построения оценочной модели объектов и реверберации отсутствуют.

Все аналитические результаты о свойствах изучаемых непараметрических оценок строго доказаны и формулируются в виде лемм, теорем и утверждений, причем для их понимания достаточно, как правило, знания классического анализа, теории вероятностей и математической статистики в объеме обычных вузовских курсов.

Отметим, что все алгоритмы параметрической и непараметрической идентификации, представленные в книге, в известной степени однотипны и обладают следующими достоинствами.

Во-первых, они работоспособны при малом объеме априорной информации об исследуемом объекте.

Во-вторых, простота и универсальность алгоритмов позволяет создавать простые и удобные в реализации комплексы для решения разнотипных задач статистической обработки информации, идентификации, прогноза и оперативного управления.

В-третьих, преимущества непараметрических алгоритмов особенно проявляются в многомерных задачах, при решении которых достаточно успешно преодолевается так называемое «проклятие размерности».

Книга будет полезна специалистам, занимающимся вопросами обработки информации, управлением, прогнозом, фильтрацией и использующим методы идентификации в условиях существенной априорной неопределенности, а также бакалаврам, магистрам и аспирантам, специализирующимся по математической статистике.

### **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ (учебное пособие)**

Золотаревская Д.И.

*Российский государственный аграрный университет – МСХА им. К.А. Тимирязева, Москва,  
e-mail: zolot@gagarinclub.ru*

Теория вероятностей представляет собой весьма значительный раздел программ курсов высшей математики экономических, технических, биологических, сельскохозяйственных и ряда других специальностей вузов.

Как показывает опыт работы, при решении задач по теории вероятностей у студентов возникают большие трудности. Настоящее учебное пособие поможет студентам овладеть навыками самостоятельного решения задач по теории вероятностей.

Пособие охватывает все основные темы теории вероятностей, входящие в программы курсов высшей математики для студентов экономических, сельскохозяйственных, ряда технических и других специальностей вузов. Книга содержит 4 главы, приложение, список литературы.

В каждой главе приведены краткие сведения из теоретической части курса теории вероятностей и типовые задачи с подробно разобранными решениями. Всего в книге приведено 135 задач и решений к ним. К ряду задач даны иллюстрации, помогающие понять ход решения.

Первая глава «Определение вероятности события» содержит задачи, позволяющие освоить понятия относительной частоты и статистической вероятности события, классическое определение вероятности события, геометрические вероятности.