



© П.В. Макаров, И.Ю. Смолин,  
А.А. Трубицын, 2008

*П.В. Макаров, И.Ю. Смолин, А.А. Трубицын*  
**НАГРУЖАЕМЫЙ МАТЕРИАЛ КАК НЕЛИНЕЙНАЯ  
ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА. ПРОБЛЕМЫ  
И ВОЗМОЖНОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**О**бщая теория эволюции геоматериалов и геосред складывается к настоящему времени как **нелинейная динамика систем** (имеются ввиду самоорганизующиеся открытые системы). Эта теория базируется на работах следующих 4-х основных научных школ: **И. Пригожин, Г.Хакен, Российская (Советская) школа: Курдюмов С.П., Самарский А.А., Малинецкий Г.Г. и др., Б. Мандельброт.**

В решениях соответствующих уравнений (как и в природе) возникают дальнедействующие корреляции. Они описывают коллективное поведение элементов структуры. При этом термин **самоорганизация** мы понимаем по Г.Хакену: «Самоорганизация есть самопроизвольное обретение системой различных неоднородностей под приложенными воздействиями».

Самопроизвольное обретение неоднородностей - это возникновение неоднородностей в системе под внешними воздействиями в силу внутренних свойств самой системы (например, размер ячеек Бенара не зависит от размера сковородки). Если система открыта, то существуют потоки энергии и вещества через границы (традиционное понятие открытой системы).

Эти условия являются необходимыми, но не достаточными, чтобы в открытой системе могла идти самоорганизация. Необходимо дополнить понятие открытой системы, чтобы в ней были возможны процессы образования новых структур, т.е. самоорганизация. Понимание этого было достигнуто при изучении нелинейного уравнения теплопроводности.

В системе должны быть **объемные источники**, распределенные по пространству, т.е. система должна быть способна под при-

ложенными воздействиями (подводе энергии и вещества извне к системе) генерировать: температуру, деформационные дефекты, повреждения и т.д. Другими словами система должна быть потенциально способной воспроизводить новые структуры или быть способной к **самоорганизации**. В такой нелинейной среде с объемными нелинейными источниками развиваются неоднородности распределений тепла, или деформации, или повреждений. т.е. происходит **локализация** этих параметров.

С этой точки зрения деформируемое твердое тело – идеальная нелинейная среда, способная к самоорганизации, т.к. в твердом теле под приложенными нагрузками генерируются деформационные дефекты и повреждения.

При этом необратимость является основным принципом эволюционирующих систем:

во-первых, необратимые процессы также реальны, как и обратимые. Они не являются лишь следствием приближённого описания реальных обратимых процессов и не соответствуют дополнительным ограничениям, которые приходится нам налагать на обратимые во времени законы;

во-вторых, необратимые процессы определяют возможность возникновения когерентных процессов т.е. возникновение коррелированного поведения и самоорганизации в различных открытых системах, что особенно ярко проявляется на биологическом уровне;

**Неравновесность** системы является необходимым условием эволюции. «Устойчивость и равновесность – тупики эволюции» (И. Пригожин). **Неустойчивость** – путь к самоорганизации. Обретение структур происходит через флуктуации.

**Нелинейность** представляет **математический фундамент эволюционной теории**:

– Разрастание малого, т.е. усиление флуктуаций за счёт нелинейных положительных обратных связей.

– Наличие порогов. Ниже порога система развивается в квазистационарном режиме. Более того, идёт забывание деталей, начальных условий.

– Наличие бифуркаций – множественность путей развития. Согласно идеям работы [Курдюмов С.П., Князева Е.Н.] – своеобразная дискретность возможных сценариев эволюции.

– Смена сценария развития на противоположный (на другой, так как среда стала другой вследствие структурных изменений), что резко снижает горизонт прогноза.

– Возможность сверхбыстрых (катастрофических) сценариев развития в режимах с обострением за счёт положительных обратных связей. Примером таких режимов являются автокаталитические процессы, хорошо изученные в Брюссельской школе И. Пригожина.

В геодинамике идея блочного строения геосред является общепризнанной. Считается, что отношение соседних масштабов близко к 3.

Блочная структура присуща всем без исключения твердым деформируемым телам и средам, но не как изначально заданная, а как проявляемая (формируемая) в процессах их деформирования и разрушения.

Работоспособность концентрационного критерия разрушения изучена не только для широкого круга материалов, но и проверена в чрезвычайно широком диапазоне линейных размеров трещин (от 100 Е до десятков км., т.е. в диапазоне  $\approx 12$  порядков) при вариации концентрации трещин приблизительно на 30 порядков, причем, во всех случаях относительное среднее расстояние между трещинами на момент разрушения (или укрупнения трещин) всегда близко к трем.

Таким образом, на основе совершенно иных физических соображений и другими средствами получен результат, полностью совпадающий с принципом универсальной делимости геоматериалов и геосред.

Как оптические изображения изломов, так и данные по седиментационному и ситовому анализу, а также данные атомно-силовой микроскопии в субмикронном диапазоне выявляют два разных ряда последовательностей масштабов, в которых масштабы относятся как  $1:(2,4 \div 2,9)$ . Близкие масштабы двух последовательных рядов относятся между собой как  $1:(1,4 \div 1,7)$ .

Непосредственные измерения более крупных фракций дробления показали, что размеры фрагментов в трех направлениях а:в:с дают отношения а/в и в/с тем ближе к значению  $\approx 1,6$ , чем больше выборка, а а/с  $\approx 2,6$ .

Возникает вопрос, что за параметр лежит в законе трансляции масштабов в ряду иерархии? И может ли в основе соотношений обнаруженных кластеров лежать некий закон трансляции параметров «*кристаллической решетки*»?

В МакНИИ изучалась форма частиц угля. Как показали электронно-микроскопические исследования, она сохраняется до самых мельчайших размеров.

Установлено, что отношение размеров  $a/v$  для частиц антрацита колеблется в пределах  $1,613 \div 1,690$  и в среднем равно  $1,65$ ;  $a/c = 2,65$ . Эти же параметры в широком диапазоне масштабов были получены и в наших исследованиях.

Таким образом, меньший масштаб  $s$  блока порядка  $n$  есть наибольший масштаб предыдущего блока  $(n-1)$  в ряду иерархии, а наибольший масштаб  $a$  является наименьшим масштабом следующего  $(n+1)$  блока.

Взяв за основу реперную точку  $L = 10$  мкм,  $a$  в качестве параметра трансляции размеров блоков — число  $\Phi^2 = 2,618\dots$ , являющееся квадратом золотого числа ( $\Phi = 1,618\dots$  - число золотой пропорции), а само число  $\Phi$  — примем за «идеальное» отношение размеров сторон блока, получим следующие минимальные числа  $x_i$  в ряду иерархии:  $x_1 = (10 \cdot 10^4) / \Phi^2 = 6,6115 \cdot 10^4$ ;  $x_2 = (x_1) / \Phi^2 = 2,525 \cdot 10^4$ . Графит со слоистой гексагональной кристаллической решеткой и периодами решетки  $c = 6,708$  и  $a = 2,461$  имеет очень близкие к полученным величинам значения параметров решетки. Таким образом, можно говорить, что в основу трансляции положены характерные размеры кристаллической решетки. Концентрационный критерий укрупнения трещин С.Н. Журкова также дает близкие цифры 2,7-3 для последовательных масштабов трещин.

Таким образом, в нагружаемых твердых телах деформация и повреждение локализуются в узких областях, приводя к формированию фрагментов-блоков. Размеры этих блоков в разных направлениях неодинаковы. Отношение сторон блоков тем ближе к значению  $\Phi = 1,618\dots$  чем больше статистика измерений.

Этот принцип **фрактальной делимости твердых тел** выполняется, начиная с микроскопических размеров, соизмеримых с размерами кристаллической решетки и прослеживается для геосред вплоть до размеров тектонических блоков.

Разрушение всех твердых тел является фрактальным процессом. Т.е. для процесса разрушения выполняется принцип масштаб-

ной инвариантности. Анализ литературных геофизических данных с позиций принципа универсальной фрактальной делимости твердых тел приводят к тем же значениям отношения последовательных масштабов блоков равным  $\Phi^2=2,618\dots$  и к отношениям сторон блоков, равным  $\Phi=1,618\dots$ . Следовательно, число  $\Phi^2$  является фундаментальным параметром в законе трансляции масштабов блоков в ряду иерархии при неупругой деформации и разрушении твердых тел, а само число  $\Phi$  определяет отношение сторон некомпактного блока.

**Алгоритм восхождения к большим масштабам от элементарной ячейки по закону золотого сечения** представляется нам спиралью золотого сечения и последовательностью ряда чисел Фибоначчи, которые дают дискретный ряд, а отношения чисел в последовательности Фибоначчи равно числу  $\Phi$ . Противоположные стороны в спирали Фибоначчи дают соотношения размеров сторон последовательных блоков в ряду иерархии, которые соотносятся как  $\Phi^2=2,618\dots$ , а отношения размеров прилегающих сторон каждого из блоков равны  $\Phi=1,618\dots$ . **Эти логарифмические спирали определяют «генетический код» организации блочных структур изученных углей.**

В трёхмерном случае необходимо спираль растянуть по третьей координате, т.е. рассмотреть пространственную спираль, в которой каждый поворот на  $90^\circ$  увеличивает шаг спирали на  $L*\Phi$ , а при повороте на  $180^\circ$  – на  $L*\Phi^2$ , так чтобы отношения сторон блоков  $a:b:c = 1:1.618034\dots:2.618034\dots$

Принцип универсальной делимости есть **принцип универсальной фрактальной делимости**, при которой понятие «блок» - это условное понятие, означающее, что, говоря о блоке, мы подразумеваем характерные масштабы разрушения.

В наших исследованиях установлено, что с увеличением скорости нагружения происходит смещение максимумов вкладов в сторону больших масштабов. Например, с масштабов  $6\div 7$  мкм при скоростях разрушения 3 и 5 м/сек на масштаб 10 мкм при скорости 10 м/сек, который в 1,618... раз больше предыдущего. Увеличение или уменьшение скорости нагружения означает соответственно увеличение или уменьшение мощности подводимой к системе энергии. Таким образом, при увеличении подводимой к системе энергии начинают работать более крупные «разломы», т.е. активируются более крупные блоки и наоборот.

**Такой переход на новый масштаб осуществляется дискретными шагами. Если подводимая к системе энергия не превысила некоторого порогового значения, то переход на новый масштаб не происходит.**

Переход на следующий масштаб, т.е. на сопряженную систему трещин, приведет к изменению напряженного состояния: оси тензора напряжений как бы повернутся на  $90^0$ , там где было растяжение будет сжатие и наоборот. По-видимому, изменение напряженного состояния в Байкальской рифтовой зоне в 1998г. связано с переходом на сопряженную систему разломов, обусловленным изменением скоростей движения плит.

В 1998 г. в Байкальской рифтовой зоне наблюдалось явление, которое не нашло объяснения. Произошло изменение напряженного состояния в земной коре в этом регионе. Там, где были сжатия, образовались зоны растяжения и наоборот – растяжения сменились сжатиями. При этом наблюдалось общее изменение скорости движения блоков земной коры в этом регионе.

С точки зрения изложенного сценария эволюции геосред и геоматериалов это явление объясняется просто. Любое изменение скорости движения блоков означает изменение скорости подводимой энергии. При достижении пороговых значений энергией осуществляется переход на новый масштаб -сопряженную систему трещин. Такой переход должен привести к изменению напряженного состояния (тензор напряжений как бы поворачивается на  $90^0$ ). При развитии катастрофического события – землетрясения осуществляется *переход от квазистационарной стадии к режиму с обострением*. Области переходного режима и соответствуют *форшоки*. Обратный переход к квазистационарному режиму сопровождается *форшоками*. При затухании землетрясения скорости подвижек блоков уменьшается. Следовательно, скорость подводимой энергии проходит через последовательный убывающий ряд пороговых значений энергии, последовательно активизируя все меньшие масштабы. Процесс по спирали сворачивается. Точно также он разворачивается по спирали при развитии землетрясения восходя к все большим масштабам. В этом случае наблюдаются серии *форшоков*. Подобное поведение очень ярко подчеркивает фрактальную природу разрушения.

Блоки – это не застывшие статические образования, а диссипативные структуры, формирующиеся в ходе нагружения, и, как уже

отмечалось ранее, правильнее говорить о *масштабах разрушения*, а не о блоках.

Смена характера воздействия приводит к изменению масштаба активизированных структур. Это явление носит фундаментальный характер и обусловлено скоростью подводимой к системе энергии. Нагружаемым твердым телам, в том числе, нелинейной геосреде, как любым нелинейным системам присуща *пороговость* всех явлений. При достижении контролирующим параметром (подводимой энергией) порогового значения наблюдается самоорганизация (в приведенных примерах образование деформационных субструктур следующего масштаба).

Глобальным *параметром порядка* для нагружаемых твердых тел является скорость подводимой энергии.

Таким образом:

– Твердые тела и среды эволюционируют под приложенными нагрузками (любыми внешними воздействиями) как *нелинейные динамические системы*.

– Глобальным параметром порядка эволюции нагружаемых твердых тел является *скорость подводимой к ним энергии*. Причем, твердые деформируемые тела проявляют свойство *инвариантности* к способу и виду подводимой энергии (тепло, механическое воздействие, радиация и т.д.). Важна общая сумма подводимой энергии.

– Если суммарная подведенная энергия превысит некоторое *пороговое значение*, в твердом теле происходит *самоорганизация*, которая проявляется в смене структур, в изменении пространственно-временной симметрии и вовлечении в процесс деструкции среды новых масштабов.

– Установлен *принцип универсальной фрактальной делимости* твердых тел и сред. Найдена инвариантная мера отношения последовательных масштабов формирующихся в ходе эволюции структур, которая оказалась равной (или кратной) числу  $\Phi$  (числу «золотого сечения»).

– Можно утверждать, что существует *единый процесс деструкции* (или разрушения) материалов и сред. Для некоторых материалов и сред, которые мы называем пластичными, наблюдается длительная квазистационарная стадия – неупругая или пластическая деформация. Когда эта квазистационарная стадия короткая, то материал называют хрупким. За этой стадией процесс деструкции развивается

катастрофически *в режиме с обострением*. Таков общий сценарий эволюции твердых кристаллических тел и сред под внешними воздействиями.

– Процесс деструкции твердых тел и сред строго *упорядочен* (статистически). Наблюдаемая иерархия масштабов деструкции начинается с размеров кристаллической решетки и продолжается вплоть до размеров тектонических плит в геосредах.

– Предложенная концепция *системного подхода* является альтернативой по отношению к вероятностно-статистической механике разрушения твердых тел (имеется в виду концептуальный аспект).

– Записана полная нелинейная система уравнений, описывающая эволюцию нагружаемых твердых тел и сред. Нелинейные определяющие уравнения, записанные в релаксационной форме, являются *эволюционными уравнениями первой группы*. Кинетические уравнения, задающие скорости накопления повреждений и деформаций, составляют *вторую группу эволюционных уравнений*.

– Полная система полученных уравнений является системой уравнений смешанного типа. Эта система описывает как *«быстрые»* изменения параметров, когда все возмущения распространяются со скоростями звука (гиперболические решения), так и *«медленные движения»*, скорости которых на многие порядки ниже скоростей звука (параболические решения).

– Фронты Людерса, различные виды волн разрушения, медленные деформационные фронты в геосредах составляют особый класс движений т.н. *«медленных движений»* в нелинейных средах и материалах.

– Этот класс движений отражает коллективные процессы в нагружаемой нелинейной среде и является результатом *самоорганизации* в этой среде. ■■

### **Коротко об авторах**

Макаров П.В. – доктор физ.-мат. наук, профессор,

Смолин И.Ю. – кандидат физ.-мат. наук,

ИФПМ СО РАН, г. Томск,

Трубицын А.А. – доктор физ.-мат. наук, профессор, НЦ ВостНИИ, г. Кемерово.

© О.Н. Малиникова, В.Н. Захаров,