

## ЭВОЛЮЦИОННАЯ ПРИРОДА БЛОЧНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ГЕОМАТЕРИАЛОВ И ГЕОСРЕД. УНИВЕРСАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ФРАКТАЛЬНОЙ ДЕЛИМОСТИ

**П.В. Макаров**

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН 634021, Томск, просп. Академический, 2/1, Россия*

Деструкция геоматериалов и геосред, а также деформация и разрушение как пластичных, так и хрупких материалов и сред экспериментально и теоретически изучены на основе общей методологии нелинейных динамических систем. Представление процесса деструкции (неупругая деформация, накопление повреждений, разрушение) нагружаемых твердых тел и сред как пространственно-временной эволюции нелинейной динамической системы позволяет анализировать их деформацию и разрушение в рамках единой концепции. Характерной особенностью таких пространственно-временных иерархий являются коллективные явления и процессы самоорганизации. Представлены экспериментальные и теоретические результаты по изучению особенностей эволюции нагружаемых твердых тел и сред. Показано самоподобие процесса разрушения хрупких и пластичных материалов на разных масштабах. Найдены скейлинговые показатели. Установлен универсальный критерий фрактальной делимости нагруженных материалов и сред. Представлены результаты численного моделирования развития неупругой деформации и разрушения твердых тел и сред как иерархически организованных систем.

*Геосреда, эволюция, нелинейная система, критерий фрактальной делимости, иерархическое моделирование*

### EVOLUTIONARY NATURE OF STRUCTURE FORMATION IN LITHOSPHERIC MATERIAL: UNIVERSAL PRINCIPLE FOR FRACTALITY OF SOLIDS

**P.V. Makarov**

Destruction of lithospheric material, as well as general brittle and plastic deformation of solids, have been treated theoretically and experimentally with methods used for nonlinear dynamic systems. The process of destruction in loaded solids (inelastic strain, damage accumulation, failure) is presented as a space-time evolution of a nonlinear dynamic system, which allows interpreting all deformation within the limits of a single theory. The space-time hierarchies of nonlinear systems were found out to undergo cooperative effects and self-organization. The experimental and theoretical studies of the evolution of loaded solids revealed their universal fractality and showed brittle failure and plastic deformation to be self-similar processes at different scales, for which scaling parameters have been estimated. The evolution of inelastic strain and destruction of solids is modeled numerically in terms of hierarchic systems.

*Rocks, solids, evolution, nonlinear system, fractality principle, hierarchic modeling*

### ВВЕДЕНИЕ

Традиционный подход к изучению нагружаемых материалов, включая геоматериалы и геосреды, долгое время основывался на макроскопическом феноменологическом описании неупругой деформации и последующего разрушения твердых тел и сред. Понимание того факта, что и деформационные процессы, и собственно разрушение развиваются одновременно на нескольких масштабах, привело к идее иерархичности. Введение в рассмотрение трех масштабных микро-, мезо- и макроуровней [Хакен, 1991; Panin et al., 1998; Макаров, 1999; Гольдин, 2002; Панин, Гриняев, 2003], когда ключевое место стал занимать мезоскопический уровень описания, на котором в рассмотрение явно вводились значимые для исследования элементы внутренней структуры, позволило не только сблизить подходы механики сплошных сред и физики твердого тела к изучению деформации и разрушения, но и более строго обосновать феноменологию, соотнося каждую конкретную модель с реальными физическими механизмами на конкретном исследуемом масштабе. Это дало возможность механике более строго подойти к описанию деформационных процессов в земной коре [Гольдин, 2002].

Однако этот подход себя во многом уже исчерпал. Оказалось, что многие принципиальные проблемы, связанные с иерархичностью развития неупругой деформации и разрушения, не имеют своего решения. Особо острой оказалась проблема взаимосвязи на разных масштабах неупругой, в частности пластической, деформации и последующего разрушения. До настоящего времени в физике твердого тела и особенно в механике существуют две теории: физики (механики) пластичности и физики (механики) разрушения, хотя ясно, что это единый общий процесс. Традиционным является своеобразное противопоставление хрупких материалов и сред пластичным, а также продолжают сосуществовать две слабо связанные теории пластичности и хрупкого разрушения. Если микроскопический уровень обычно свя-

зывается с дискретными подходами и моделями молекулярной динамики, то понятия мезо- и макроуровней остаются размытыми. Неясно, какие конкретно масштабы и структуры следует отнести к мезоописанию, по каким признакам следует выделять мезоскопический масштаб изучения, а главное, как при моделировании переходить с одного масштаба на другой. Успехи нанотехнологий и специфика физических механизмов на наноразмерных масштабах заставили ряд исследователей вводить в модели наноразмерный уровень. Многие авторы стали рассматривать уровни мезо-I и мезо-II, связывая их с различными физическими механизмами. Приведенные факты свидетельствуют, что с методологией такого иерархического подхода не все в порядке.

На наш взгляд, общая методология не должна быть привязана к каким-либо конкретным механизмам или масштабам, а, основываясь на идее иерархичности разрушения и неупругой деформации, должна давать возможность эффективно изучать эти эволюционные процессы вне зависимости от конкретных физических механизмов, их контролирующих, и от соответствующих масштабов.

То, что построение подобной методологии реально, нас убеждают успехи синергетики или нелинейной динамики, подходы которой оказались одинаково эффективными как в физике, химии, экономике, биологии, так и в социальных и исторических науках [Курдюмов, Князева, 1994; Малинецкий, Потапов, 2002; Капица и др., 2002; Гленсдорф, Пригожин, 2003; Пригожин, Николис, 2003].

Такая общность методологии нелинейной динамики объясняется тем, что в ее основе лежат понятия систем и универсальных законов ее эволюции. Оказалось, что любые иерархические динамические системы (имеются в виду пространственно-временные иерархии) эволюционируют сходным образом, независимо от того, что это за системы [Курдюмов, Князева, 1994; Малинецкий, Потапов, 2002; Капица и др., 2002; Гленсдорф, Пригожин, 2003; Пригожин, Николис, 2003; Макаров, 2005]. Такой системный подход одинаково применим как к дискретным методам описания (например, основанным на методологии молекулярной динамики — микроуровень), так и к усредненным феноменологическим методам механики сплошных сред (мезо- и макроуровни) [Макаров, 2005], что, конечно, не исключает принципиального различия конкретных физических механизмов, „защитых“ в соответствующие феноменологические уравнения состояния.

Подобных же взглядов придерживается и В.Н. Родионов [2006], утверждая, что геомеханика рассматривает механическое движение в недрах планеты как результат самоорганизации сплошной среды в собственном гравитационном поле.

Абстрагирование от конкретных физических механизмов деформации и разрушения и перенос центра внимания на сценарий эволюции нагружаемых материалов и сред позволяет объединить эти сложные многомасштабные явления и изучать их как единый процесс деструкции материалов и сред под внешними воздействиями. Термин „деструкция“ был впервые введен в геомеханике, где фактически не делается различия между явлениями так называемой неупругой деформации и разрушением. Такой взгляд имеет физическое обоснование. Даже при ярко выраженном пластическом течении металлов (макроскопическая точка зрения) на микро- и мезоуровнях идет интенсивное накопление различного рода дефектов (вакансий, дислокаций и т. д. — микроуровень; пор, различных повреждений, полос сдвига и т. д. — мезоуровень), т. е. идет разрыхление материала. Это не что иное как разрушение, которое пока не проявилось макроскопически. Конечно, при дислокационной пластичности межатомные связи еще полностью не разорваны, тем не менее, как будет видно из дальнейшего, общий сценарий развития событий окажется поразительно схожим как для хрупкого разрушения, так и для явлений пластичности. По этой причине мы в дальнейшем будем использовать более общий термин — „деструкция“, имея в виду единый процесс эволюции нагружаемых материалов. Огромное многообразие различных физических механизмов на разных масштабах обеспечивает развитие этого процесса, при котором материал (пластичный постепенно, хрупкий очень быстро) накапливает несплошности разных масштабов, пока этот процесс не проявит себя на макроуровне в виде магистральных трещин, что собственно и есть разрушение, т. е. разделение материала на части.

### **НАГРУЖАЕМЫЕ МАТЕРИАЛЫ И СРЕДЫ КАК ИЕРАРХИЧЕСКИ ОРГАНИЗОВАННЫЕ БЛОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

В работе, посвященной фундаментальным проблемам сейсмологии и геодинамики, в связи с методологией и достижениями физической мезомеханики академик С.В. Гольдин [2002] сформулировал три вопроса.

1. Обладает ли процесс деструкции литосферы свойством подобия на различных масштабах?
2. Связаны ли с блочной структурой специфические движения (имеются в виду так называемые медленные движения), обладающие специфическими временами и скоростями?
3. Каким образом происходит активация (накопление энергии) в блочных средах?

Он же [Гольдин, 2002] суммирует эти вопросы как следующую фундаментальную проблему: является ли блочная структура геологической среды существенной ее характеристикой?

Мы покажем далее, что блочное строение присуще всем нагружаемым твердым телам, а также, что блоки в твердых телах и средах есть результат самоорганизации.

Именно блочное иерархическое строение деформируемых твердых тел и сред (которое уже фактически обосновано накопленными к настоящему времени экспериментальными данными, что и будет продемонстрировано в ходе изложения) является также свидетельством того, что нет принципиальной разницы между хрупкими и пластичными материалами и средами или между пластичностью, проявляемой нагружаемыми металлами, и разрушением геоматериалов и геосред, если анализировать эти процессы деструкции с точки зрения эволюции иерархических систем и синергетики (что не исключает специфики конкретных физических механизмов).

Итак, нагружаемые материалы и среды рассматриваются как нелинейные динамические иерархически организованные системы, эволюция которых под внешними воздействиями происходит по законам синергетики. Причем эволюция нагружаемых твердых тел и сред рассматривается как частный случай общей теории эволюции.

Такая общая эволюционная теория открытых самоорганизующихся систем складывается к настоящему времени как нелинейная динамика различных систем [Курдюмов, Князева, 1994; Малинецкий, Потапов, 2002; Капица и др., 2002; Гленсдорф, Пригожин, 2003; Пригожин, Николис, 2003; Макаров, 2005]. Ее становление связано с известными работами И. Пригожина [2003], С.П. Курдюмова [Курдюмов, Князев, 1994], Г. Хакена [1985], А.А. Самарского [Ахромеева и др., 1992], Г.Г. Малинецкого [Малинецкий, Потапов, 2002], Б. Мандельброта [Mandelbrot, 1982]. Идеи, методы и подходы нелинейной динамики, примененные к деформируемым твердым телам, однозначно свидетельствуют, что прочные среды являются одними из ярких представителей самоорганизующихся под внешними воздействиями систем [Макаров, 2005].

Термин **самоорганизация**, по Г. Хакену [1985], — самопроизвольное обретение системой различных неоднородностей под приложенными воздействиями. Самопроизвольное обретение неоднородностей — это возникновение неоднородностей в системе под внешними воздействиями в силу внутренних свойств самой системы, но не в результате применения особых приемов и воздействий.

По-видимому, впервые идея об иерархичном блочном строении твердых тел и сред, в частности геоматериалов и геосред, возникла в геофизических исследованиях и восходит к работам академиков М.А. Садовского [1979] и В.В. Пиотровского [1964]. Факт того, что блочное строение геоматериалов и геосред и твердой оболочки Земли в целом является их фундаментальным свойством, можно считать общепризнанным [Пиотровский, 1964; Садовский, 1979; Садовский и др., 1987, 1988; Уламов, 1993; Гольдин, 2002; Кочарян, Спивак, 2003, Родионов, 2006].

Многие авторы [Пиотровский, 1964; Садовский и др., 1987, 1988; Уламов, 1993; Гольдин, 2002; Кочарян, Спивак, 2003] считают установленным, что размеры блоков геоматериалов и элементов земной коры не произвольны, а дают некоторый дискретный ряд, в котором отношение размеров компактных ( $a = b = c$ ) блоков  $n$ -го порядка к размеру соседних блоков порядка  $(n + 1)$  и  $(n - 1)$  удовлетворяет некоторому фундаментальному соотношению — **универсальному принципу делимости геоматериалов и геосред при деструкции**

$$(L_{(n+1)}/L_n) = A \approx 3. \quad (1)$$

Так, Г.Г. Кочарян и А.А. Спивак [2003] со ссылкой на результаты исследований М.А. Садовского [1979] и В.В. Пиотровского [1964] приводят соотношение, определяющее соответствующий размер блока  $L_n$  в иерархии масштабов:

$$L_n = \begin{cases} (3 - 6)10^{\left(\frac{n-11}{2}\right)}, & \text{для } n = (2k - 1), \\ (1 - 2)10^{\left(\frac{n-10}{2}\right)}, & \text{для } n = 2k. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $k$  — целое число, изменяющееся от 1 до 9,  $L_n$  — характерный размер блока порядка  $n$ , измеряемый в километрах. В этой формуле наивысший порядок иерархии равен 18 при  $k = 9$  и приводит к размерам блоков  $L_{18} \approx 10 - 20 \cdot 10^3$  км, характерным для литосферных плит. Минимальный масштаб блока при  $n = 1$  и  $k = 1$  приводит к  $L_1 = 3 - 6$  см (следующий в иерархии блок  $L_2 = 10 - 20$  см получается при  $k = 1$  и  $n = 2k = 2$ ) и т. д.

Формул, подобных (2), предложено достаточно много. Для нас сейчас важен сам принцип иерархического, упорядоченного строения нагружаемых твердых тел.

Поразительно, но соотношения (1) и (2) удивительно точно выполняются для всех материалов, устанавливая, например, для пластичных материалов отношение размеров дефектов структуры (в их обобщенном понимании) [Килиан и др., 2000, 2001; Башкаров и др., 2002; Илькаев и др., 2002] и отношения расстояний между полосами локализованных сдвигов на разных масштабах (т. е. тех же блоков). Обычно  $A$  меньше 3, но об этом коэффициенте речь пойдет далее.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ И САМОПОДОБИЯ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Анализ многочисленных наблюдений, выполненных различными авторами, а также эксперименты, проведенные в рамках настоящей работы, показали, что блочная структура присуща всем без исключения твердым деформируемым телам и средам, но не как изначально заданная, а как проявляемая (формируемая) в процессах их деструкции.

Это означает, что деформация и разрушение различных материалов и сред развиваются по общему сценарию, а формирующиеся в результате такой эволюции структурные элементы — блоки есть результат процессов самоорганизации, происходящих в нагружаемых материалах и средах.

Деструкция материалов изучена (в основном это уголь, который оказался уникальным модельным материалом) четырьмя независимыми методами [Макаров, 2004, 2005; Макаров и др., 2006]: 1) анализом оптических изображений поверхностей изломов материалов; 2) седиментационным методом; 3) методом ситового анализа фракционного состава разрушенных материалов; 4) непосредственным измерением формы и масштабов фрагментов разрушения.

Для определения масштабов разрушения материалов методом анализа оптических изображений поверхностей изломов была разработана программа, которая анализирует разности яркости близких точек и рассчитывает корреляции яркостей, что и позволяет установить характерные масштабы разрушения [Макаров, 2004, 2005; Макаров и др., 2005].

Методом анализа оптических изображений поверхностей изломов было изучено более 10 различных типов углей и несколько минералов [Макаров, 2004; Макаров и др., 2006]. На рис. 1 показана типичная фотография излома (см. рис. 1, а), а также характерные масштабы разрушения угля, полученные методом фрактального анализа [Федер, 1991] этого оптического изображения (см. рис. 1, б). Разрушение образцов угля было выполнено на различных устройствах с разными скоростями нагружения  $v$ : дробилка ( $v \approx 3$  м/с) и ПОК ( $v \approx 5$  м/с).

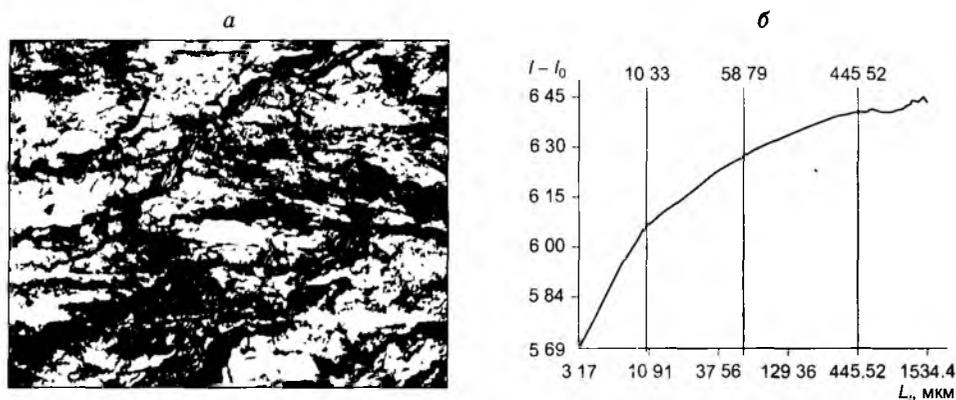


Рис. 1. Оптическое изображение излома угля (а) и характерные масштабы разрушения  $L_i \approx 10; 58; 445$  мкм (б).

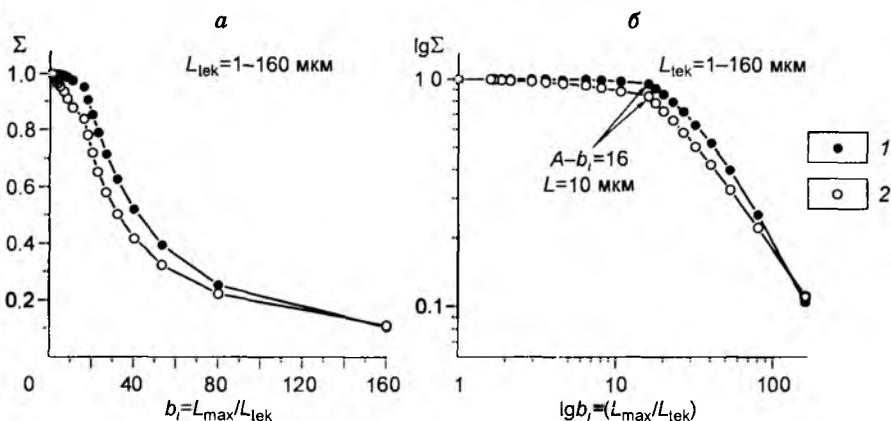
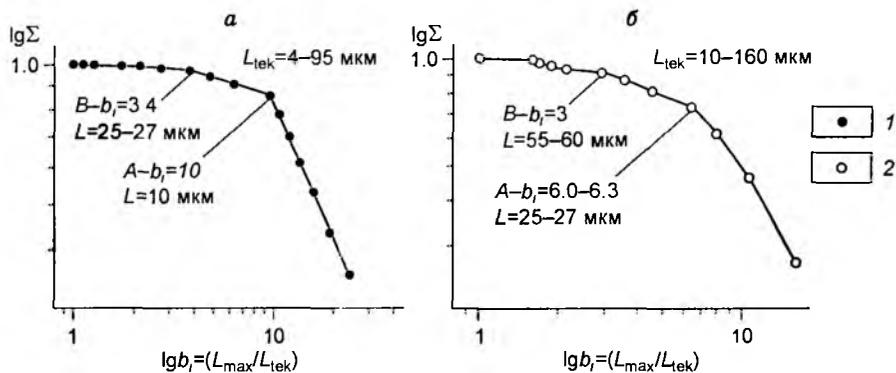


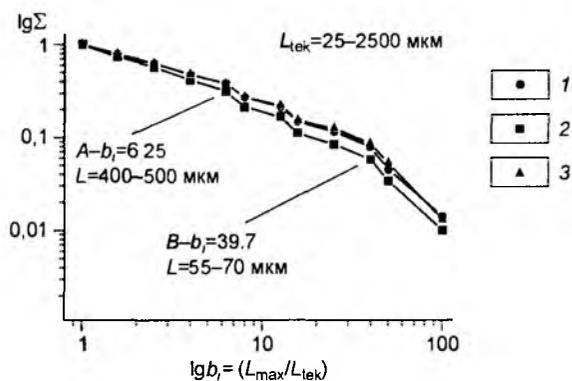
Рис. 2. Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 1—160 мкм.

а — кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения; б — весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах. Выявлен масштаб разрушения, равный 10 мкм (излом кривой, точка А на графике б). Шахта им. Кирова: 1 — пласт Болдыревский/дробилка; 2 — пласт Болдыревский/ПОК.  $L_{itek}$  — текущее значение координаты (масштаба).



**Рис. 3. Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне:**

*a* — 4—95 мкм (выявлен масштаб  $L = 25$ —27 мкм, точка *B* на графике *a*), *б* — в диапазоне 10—160 мкм (выявлен масштаб  $L = 55$ —60 мкм). Шахта: 1 — Конохтинская, пласт Верхний ХП/дробилка, 2 — им. Кирова, пласт Снятковский/дробилка.



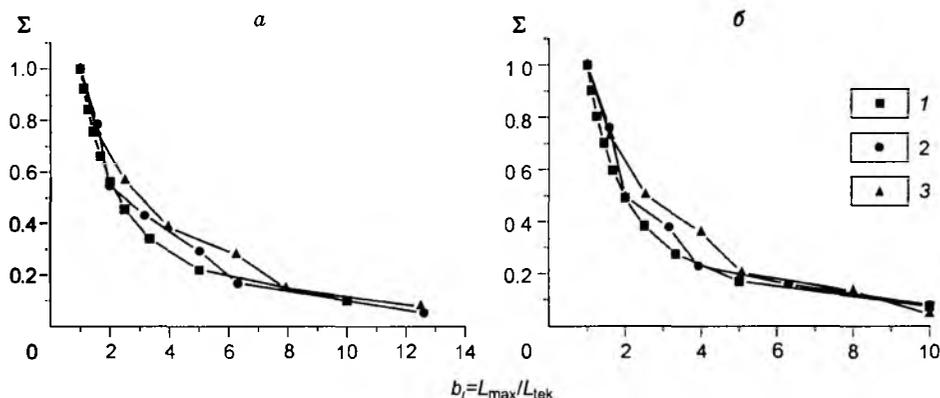
**Рис. 4. Исследование масштабов разрушения угля ситовым методом в диапазоне 25—2500 мкм.**

Выявлены масштабы  $L = 55$ —70 и 400—500 мкм. Пласт (1-е испытание): 1 — Байкаимский, 2 — Полысаевский, 3 — 26а.

Характерные масштабы разрушения, определенные разными методами, полностью совпадают для сходных диапазонов масштабов, поэтому использование разных методов позволило существенно расширить диапазон масштабов.

На рис. 2, 3 приведены данные по изучению масштабов разрушения на основе седиментационного метода. В двойных логарифмических координатах показана кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения в зависимости от их относительного масштаба  $b_i = L_{max}/L_{tek}$ . Так как наиболее мелкие фракции имеют наибольший статистический вес, то для выявления следующих масштабов в ряду иерархии диапазон исследований сужался (от диапазона 1—160 мкм перешли к диапазонам 4—25 мкм и 10—160 мкм), производилась перенормировка вкладов [Макаров, 2005; Макаров и др., 2006] (см. рис. 3), что позволило выявлять следующие в ряду иерархии масштабы. Типичное распределение вкладов фрагментов разных масштабов в кумулятивную сумму ( $\Sigma$ ) в диапазоне 25—2500 мкм, полученное на основе ситового анализа, приведено на рис. 4. Все масштабы разрушения, полученные разными методами, перекрываются.

Эксперименты убедительно показали, что для всех изученных материалов имеет место масштабная инвариантность разрушения (рис. 5).



**Рис. 5. Масштабная инвариантность разрушения угля.**

Для трех разных масштабов кривые распределений фрагментов по весовым долям практически совпадают. 1 — шахта Котинская, пл. 52,  $L_{tek} = 1$ —10 мкм; 2, 3 — пласт Байкаимский:  $L_{tek} = 25$ —315 и 200—2500 мкм для (*a*),  $L_{tek} = 63$ —630 и 160—1600 мкм для (*б*) соответственно.

## УНИВЕРСАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ФРАКТАЛЬНОЙ ДЕЛИМОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Как оптические изображения изломов, так и данные по седиментационному и ситовому анализам, а также данные атомно-силовой микроскопии в субмикронном диапазоне [Макаров, 2004, 2005; Макаров и др., 2005, 2006] выявляют два разных ряда последовательностей масштабов, в которых масштабы относятся как 1:(2.4—2.9). Близкие масштабы двух последовательных рядов относятся между собой как 1:(1.4—1.7). Непосредственные измерения более крупных фракций дробления показали, что размеры фрагментов в трех направлениях  $a:b:c$  дают  $a/b$  и  $b/c$  тем ближе к значению  $\approx 1.6$ , чем больше выборка, а  $a/c \approx 2.6$ . Вырисовывается следующая картина, полученная по нескольким разным методам фрактального анализа.

Ярко выражены масштабы (мкм):  $L_{-2} = 3 - 4$ ;  $L_0 = 10$ ;  $L_2 = 25 - 30$ ;  $L_4 = 55 - 70$ ;  $L_6 = 160 - 180$ ;  $L_8 = 400 - 500$  (в данном диапазоне скоростей нагружения 1—5 м/с). Выявлены также масштабы нечетного ряда (мкм):  $L_{-1} = 6 - 7$ ;  $L_1 = 15 - 17$ ;  $L_3 = 35 - 45$ ;  $L_5 = 100 - 120$ ;  $L_7 = 280 - 300$ . Эти масштабы отражают отношения размеров последовательных блоков в ряду иерархии.

Как для четного ряда масштабов, так и для нечетного среднее отношение близких масштабов равно 2.6—2.7. Отношение масштабов четного ряда к нечетному в среднем равно 1.6—1.7 и определяет соотношение смежных сторон блоков в ряду иерархии (понятно, что подобное разделение условно, масштаб  $L_0 = 10$  мкм взят за базовый, так как для него была наибольшая статистика, и он уверенно выявлялся для всех изученных углей [Макаров, 2005]). В Макеевском НИИ по безопасности работ в горной промышленности (г. Донецк, Украина) изучалась форма частиц угля [Петрухин и др., 1981]. Как показали электронно-микроскопические исследования, она сохраняется до самых мельчайших размеров. Установлено, что отношение размеров  $a/b$  для частиц антрацита колеблется в пределах 1.613—1.690 и в среднем равно 1.65;  $a/c = 2.65$ . Эти же параметры в широком диапазоне масштабов были получены и в настоящем исследовании.

Таким образом, меньший масштаб  $c$  блока порядка  $n$  есть наибольший масштаб предыдущего блока  $(n - 1)$  в ряду иерархии, а наибольший масштаб  $a$  является наименьшим масштабом следующего  $(n + 1)$  блока.

Итак, отношение масштабов блоков в ряду иерархии неплохо коррелирует с универсальным принципом делимости геоматериалов и геосред М.А. Садовского [1979], но оказалось несколько меньше 3.0 и близко к 2.6.

Фактически эти же результаты устанавливает и концентрационный критерий разрушения материалов С.Н. Журкова [Журков, 1968; Журков и др., 1977, 1983], согласно которому укрупнение трещин происходит, когда концентрация трещин достигает такого значения, при котором среднее расстояние между трещинами ( $L$ ) становится равным их утроенной длине ( $l$ ). Другими словами, в среде формируется иерархия блоков [Завьялов, 2005].

Работоспособность концентрационного критерия разрушения изучена не только для широкого круга материалов (хрупких, пластичных, композитов, полимеров и т. д.), но и проверена в чрезвычайно широком диапазоне линейных размеров трещин (от  $100 \text{ \AA}$  до десятков километров, т. е. в диапазоне  $\approx 12$  порядков) при вариации концентрации трещин приблизительно на 30 порядков [Журков, 1968; Журков и др.; 1977, 1983; Завьялов, 2005]. Во всех случаях относительное среднее расстояние между трещинами на момент разрушения (или укрупнения трещин) всегда близко к трем. Это число  $a = L/l \approx e$  ( $e = 2.7$ ) по С.Н. Журкову. Таким образом, на основе совершенно иных физических соображений и другими средствами получен результат, полностью совпадающий с принципом универсальной делимости геоматериалов и геосред (1), (2), т. е.  $A = a \approx 3$ . Такое совпадение не может быть случайным.

Подобные отношения масштабов оказались характерными и для пластичных материалов. Так, в работе [Килиан и др., 2000] анализируются распределения дефектов и изучается структура ансамблей нанодфектов на поверхности нагружаемых металлов (меди, золота и молибдена). Показано, что установленное распределение дефектов по размерам имеет универсальный характер, который отражает оптимальность свойств ансамблей дефектов (принцип максимума энтропии). Оказалось, что для точного описания распределения необходимо использовать не одно, а два распределения (в выбранном диапазоне масштабов), что свидетельствует о наличии двух масштабов. Отношение средних размеров дефектов в распределениях, а главное, и стандартных энергий их образования оказалось близким к трем. Авторы [Килиан и др., 2000] пишут, что этот результат трудно интерпретировать в рамках классической кинетики, а в следующей работе они намерены представить модель, которая объясняет „магическое“ число 3.

Более того, найденное значение  $L/d$ , где  $L$  — среднее расстояние между дефектами сходных размеров, а  $d$  — их средний размер, оказалось  $\approx e$  ( $L/d = 2.6 - 2.8$ ). Авторы отмечают, что такое же отношение

$L/d \approx e$  было установлено и для трещин перед их разрушением, и что, по-видимому, в этих условиях структура ансамблей трещин также близка к термодинамически оптимизированной.

В последующих работах эти авторы [Килиан и др., 2001; Башкаров и др., 2002] подробно изучали ансамбли дефектов и энергии их образования на поверхности нагруженных меди и молибдена. Во всех случаях отношения последовательных энергий их образования  $u_i$  оказывались точно такими же, как отношения масштабов, т. е. близкими к трем:  $a = u_{i+1}/u_i = d_{i+1}/d_i \approx 2.7 - 3$ .

Самый важный, на наш взгляд, результат этих работ заключается в том, что энергии иерархий дефектов оказались квантованными по тому же закону, что и масштабы дефектов.

Расчеты значения концентрационного критерия по Л.П. Ботвиной [Ботвина и др., 1997], записанного в форме

$$K = N^{-1/3}l \quad (3)$$

(здесь  $l$  — длина трещины,  $N$  — концентрация трещин) для малоуглеродистой стали, показали, что в точке перегиба зависимости для концентрации трещин от их размера (что равносильно достижению концентрации трещин критической величины) приводят к снижению  $K$  в формуле (3) приблизительно в 3 раза. Это означает, как легко видеть из (3), увеличение в 3 раза средней характерной длины трещин.

Таким образом, все экспериментальные данные однозначно свидетельствуют об универсальности сценариев развития как неупругой деформации в пластичных материалах, так и накопления повреждений и разрушения как хрупких материалов, так и пластичных. Более того, энергии образования дефектов также оказались квантованными, и они образуют точно такую же иерархическую последовательность с отношением  $a = 2.7 - 3$ .

Обратимся к полученным нами данным. Отношения размеров последовательных блоков в каждом ряду оказались близки к 2.6, а сопряженных близких масштабов в двух рядах (т. е. если масштабы одного ряда разделить на соответствующие масштабы другого) — к 1.6. Эти результаты заставили нас вспомнить, что число золотого сечения  $\Phi = 1.6180339\dots$ , а  $\Phi^2 = 2.6180339\dots$ . Следовательно, можно предположить, что идеальное число универсального принципа делимости не три и не  $e = 2.7$ , а число золотого сечения. Именно  $\Phi^2 = 2.618$  определит отношение двух последовательных масштабов блоков в ряду иерархии. Другой важный вывод из экспериментальных данных следующий: блоки не являются компактными, отношения их сторон в среднем равны числу золотого сечения, т. е.  $\Phi = 1.618$ . Следовательно, размеры сторон блоков при разрушении углей, а также любых материалов при их деструктуризации, т. е. при их пластической (в общем случае любой неупругой) деформации либо в процессе накопления повреждений, относятся как  $a:b:c = 2.618:1.618:1$  и  $a:b = 1.618$  и  $b:c = 1.618$ , если  $a$  — максимальный размер блока, а  $c$  — минимальный. Можно написать и другой ряд  $0.6180339:1:1.618 = c:b:a$ . Мы пока не будем говорить о физических или геометрических соображениях и причинах такого соответствия, просто пока мы констатируем эмпирический факт.

В полученных иерархических рядах максимальный размер блока  $n$ -го порядка есть минимальный размер блока следующего ранга  $n + 1$ . Понятно, что любой размер  $a$  или  $b$ , или  $c$  может быть выбран за исходный, так как такой выбор носит условный характер.

Заметим также, что корректнее говорить не о блоках, а о масштабах деструкции, которая развивается в пространстве в трех направлениях. В этом случае в каждом из направлений каждый последующий масштаб в  $\Phi$  раз больше предыдущего. В геофизике и в геомеханике принято говорить о системах (иерархиях) взаимосопреженных линейментов разных масштабов, представляющих собой иерархии локализованных повреждений — своеобразных линейных структур Земли, включая и системы мощных разломов. Все экспериментальные данные однозначно свидетельствуют, что подобный процесс деструкции является универсальным и характерен для всей иерархии масштабов, начиная с характерных размеров кристаллической решетки. Действительно, взяв за основу (в случае деструкции углей) реперную точку  $L = 10 \text{ мкм} = 10^5 \text{ \AA}$ , а в качестве параметра трансляции размеров блоков — число  $\Phi^2 = 2.618$ , а само число  $\Phi$  — как идеальное отношение размеров сторон блока, получим следующие минимальные числа  $x$ , в ряду иерархии, т. е. минимальный размер кластера, положенный в основу закона трансляции. Понятно, что такой минимальный размер не может быть меньше межатомного расстояния. Получили следующие числа:

$$x_1 = \frac{10 \cdot 10^4 \text{ \AA}}{(\Phi^2)^{10}} = 6.6115 \text{ \AA}, \quad x_2 = \frac{x_1}{\Phi^2} = \frac{6.6115}{2.618} = 2.525 \text{ \AA}. \quad (4)$$

Графит со слоистой гексагональной кристаллической решеткой и периодами решетки  $a = 2.641$  и  $c = 6.708 \text{ \AA}$  имеет очень близкие к полученным величинам значения параметров решетки.

Эти данные позволяют утверждать, что трансляция масштабов разрушения начинается с масштаба кристаллической решетки.

В качестве идеального числа трансляции следует брать значение  $\Phi$ , которое определяет с высокой точностью отношение сторон формирующихся блоков.

Теперь уместно сделать несколько замечаний о золотом сечении и свойствах числа  $\Phi$ .

Отрезок  $a$  (например  $a = 1$ ) делится на две неравные части  $b$  и  $c$  так, что  $a = b + c$ ,  $b > c$ , причем меньшая часть так относится к большей, как большая к целому  $c/b = b/a$ . Таким образом, золотая пропорция объединяет свойства аддитивности ( $a = b + c$ ) и мультипликативности ( $c/b = b/a$ ), являясь уникальным и универсальным геометрическим кодом.

Это очень глубокие принципы. Принцип аддитивности отражает наличие структуры в целом (отрезок  $a$  состоит из двух неравных частей  $b$  и  $c$ ). Принцип мультипликативности приводит к идее роста или повторяемости, или самоподобия, показывая, что структурные единицы целого подчиняются одному и тому же закону роста. Объединение же этих двух принципов и приводит к самоподобию. Таким образом, получается нисходящий ряд чисел: 1, 0.618; 0.382 и т. д. или равноценный ему восходящий ряд: 1; 1.618; 2.618 и т. д. Эти принципы аддитивности и мультипликативности, объединенные в законе золотого сечения, дают код, позволяющий построить сколько угодно сложные самоподобные фрактальные объекты, стартуя от заданного единичного элемента.

Напомним теперь, что последовательность чисел Фибоначчи 1, 1, 2, 3, 5, 8 и т. д., в которой каждое число  $R_{n+1}$  есть сумма двух предыдущих:  $R_{n+1} = R_{n-1} + R_n$ , причем, чем больше  $n$ , тем ближе отношение последовательных чисел Фибоначчи к числу золотой пропорции  $R_{n+1}/R_n \rightarrow \Phi = 1.618$ , является самым простым и естественным алгоритмом роста или убыли в природе, реализуя идею самоподобия. Напомним, что отношение энергий образования дефектов следуют тому же закону, что и масштабы деструкции [Килиан и др., 2000, 2001; Башкаров и др., 2002].

Современные идеи самоподобия и фрактальной геометрии фактически предвосхищены законом золотого сечения (а точнее, содержатся в законе золотой пропорции). Если закон золотого сечения — идеальный закон в том смысле, что самоподобие может быть продолжено вниз до сколько угодно малых величин, то ряд чисел Фибоначчи стартует от единичного элемента (например, характерного масштаба кристаллической решетки) и дает самый простой алгоритм восхождения, сохраняя принцип золотого сечения (отношение двух последовательных чисел в ряду дает число  $\Phi$ ), и может быть положен в основу алгоритма многих природных и физических процессов и явлений. Именно по этой причине в ряд чисел Фибоначчи укладываются многие наблюдаемые в природе и физике пространственно-временные иерархии.

Таким образом, процесс формирования иерархии блоков по закону золотого сечения при нагружении твердых тел и масштабная инвариантность процесса деструкции позволяют сформулировать эти результаты как принцип универсальной фрактальной делимости твердых тел. Этот принцип выполняется, начиная с микроскопических размеров, соизмеримых с размерами кристаллической решетки, и прослеживается для геосред вплоть до размеров тектонических блоков

Составим табл. 1, в которой две колонки: первая — степени числа  $\Phi$ , умноженные на 10 мкм, вторая — найденные нами масштабы (т. е. отсчет также будем вести от реперной точки  $L = 10$  мкм)

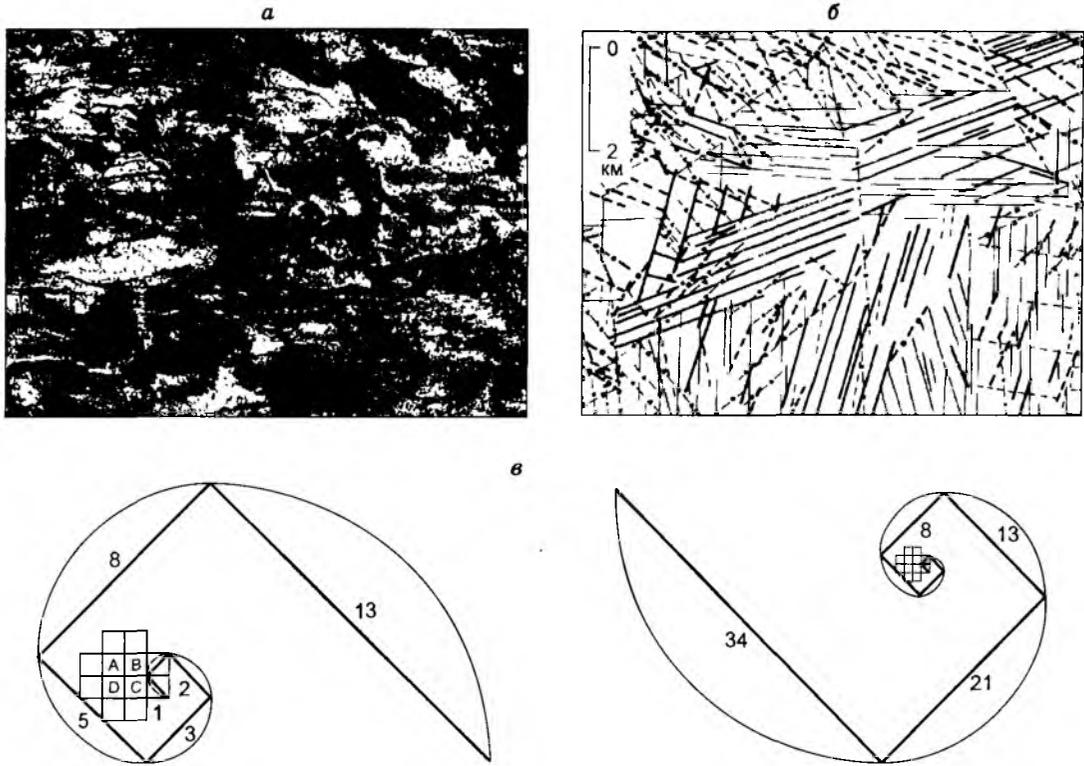
Экспериментально найденные масштабы разрушения очень хорошо совпадают с идеальным принципом фрактальной делимости твердых тел, что позволило установить генетический код организации твердых тел, который понимается как простое идеальное правило, позволяющее определять последовательные масштабы в ряду иерархии (рис. 6). Это идеальное правило тем лучше выполняется, чем больше статистика выборки.

Итак, рис. 6 иллюстрирует алгоритм восхождения к большим масштабам от эле-

Таблица 1 Найденные масштабы деструкции углей

Степени числа $\Phi$ 10 мкм	Масштабы, мкм
	<i>Данные атомно-силовой микроскопии</i>
$\Phi^{-8} 10 = 0.213$	150—250 нм (+)
$\Phi^{-6} 10 = 0.557$	300—600 нм (+)
$\Phi^{-4} 10 = 1.459$	1.2—2 (+)
$\Phi^{-2} 10 = 3.8197$	3—4 (+)
	<i>Данные оптического, ситового и седиментационного анализов</i>
$\Phi^{-1} 10 = 6.18$	6—7(—)
$\Phi^0 10 = 10.00$	10 (+)
$\Phi^1 10 = 16.18$	15—17(—)
$\Phi^2 10 = 26.18$	25—27 (+)
$\Phi^3 10 = 42.359$	35—45(—)
$\Phi^4 10 = 68.539$	55—70 (+)
$\Phi^5 10 = 110.896$	100—120(—)
$\Phi^6 10 = 179.435$	160—180 (+)
$\Phi^7 10 = 290.320$	280—300(—)
$\Phi^8 10 = 469.76$	400—500 (+)

Примечание Масштабы (+) — четного, (—) — нечетного рядов



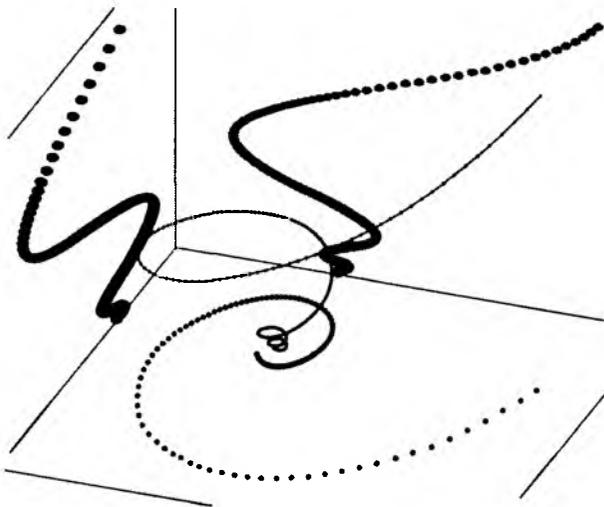
**Рис. 6.** „Генетический код“ организации блочных структур твердых тел.

*a* — оптическое изображение излома угля; *б* — схема линейментов участка западного разрыва, связанного с землетрясением 28 октября 1983 г. в Центральном Айдахо (США); разные линии — линейменты различных систем, по [Кочарян, Спивак, 2003]; *в* — спираль Фибоначчи и спираль золотого сечения, определяющие закон пространственной организации блочных структур в твердых телах.

ментарной ячейки по закону золотого сечения (показана спираль золотого сечения и последовательность ряда чисел Фибоначчи, которые дают дискретный ряд, а отношения чисел в последовательности Фибоначчи равно числу  $\Phi$ ).

Противоположные стороны в спирали Фибоначчи дают отношения размеров сторон последовательных блоков в ряду иерархии, которые соотносятся как  $\Phi^2 = 2.618$ , а отношения размеров прилегающих сторон каждого из блоков равны  $\Phi = 1.618$ .

Эти логарифмические спирали определяют генетический код организации блочных структур изученных углей, а также любых твердых тел.



В трехмерном случае необходимо спираль растянуть по третьей координате (рис. 7), т. е. рассмотреть пространственную спираль, в которой каждый поворот на  $90^\circ$  увеличивает шаг спирали на  $L \times \Phi$ , а при повороте на  $180^\circ$  — на  $L \times \Phi^2$  так, чтобы отношения сторон блоков  $a:b:c = 2.618034:1.618034:1$ .

Особенно ярко эти выводы подтверждают эксперименты по ударно-волновому нагружению металлов [Добромыслов и др., 2006а, б]. В этих экспериментах изучалась смена структуры ударно-нагруженных шарообразных образцов,

**Рис. 7.** Спираль золотого сечения, определяющая пространственную организацию блочных структур деформируемых твердых тел.

Показаны также проекции спирали на координатные плоскости.

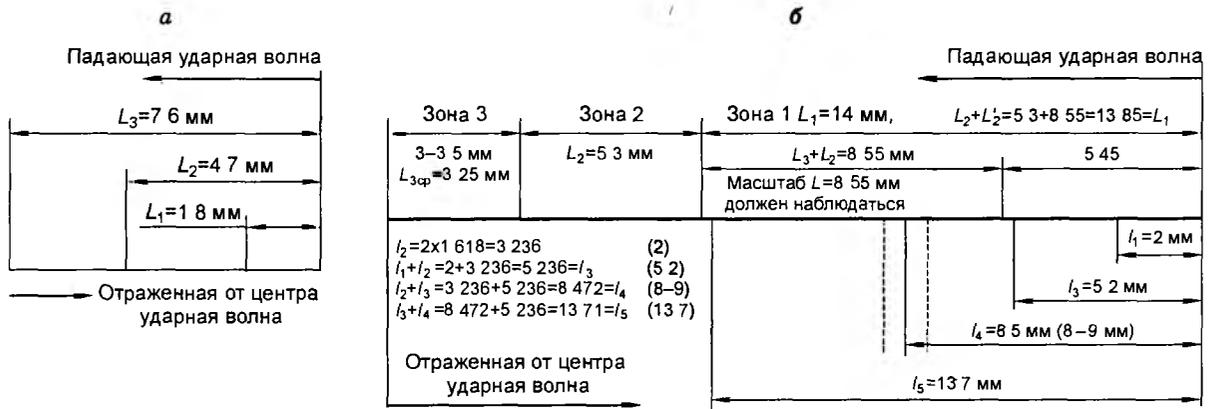


Рис. 8. Схема смены структур:

*a* — в меди [Добромыслов и др., 2006а], *б* — в сплаве алюминия [Добромыслов и др., 2006б].

приготовленных из монокристаллов меди и сплава алюминия (Al—2.4 %Mg—5.5 %Zn). Эти образцы обжимались сходящимися к центру ударными волнами. При схождении к центру амплитуда ударной волны росла и вследствие этого наблюдалась смена структур.

**Медь.** Экспериментально установлено [Добромыслов и др., 2006а], что на расстояниях 1.8, 4.7, 7.6 мм от поверхности нагружения происходит смена структур, т. е. происходит изменение пространственной симметрии при эволюции нагружаемого материала (рис. 8, а). Идеальный ряд, следующий из критерия универсальной фрактальной делимости, дает следующие масштабы:  $1.8 \cdot 1.618 = 2.91$  мм,  $2.91 \cdot 1.618 = 4.71$  мм,  $4.71 \cdot 1.618 = 7.62$  мм (за исходный масштаб взят первый экспериментально найденный масштаб изменения структуры 1.8 мм), что идеально согласуется с экспериментальным рядом. Причем найденные масштабы идеально соответствуют ряду Фибоначчи:  $1.8 + 2.91 = 4.71$ ;  $2.91 + 4.71 = 7.62$ . Таким образом, на расстоянии 2.9 мм от поверхности нагружения также должна наблюдаться смена структуры, что осталось незамеченным в эксперименте либо просто не отмечено в публикации. Возможны также вариации структуры и на более близком к поверхности нагружения расстоянии, равно  $\approx 1.1$  мм, что следует из  $1.8 : 1.618 \approx 1.11$  или  $2.91 - 1.80 = 1.11$ .

**Сплав алюминия.** В работе [Добромыслов и др., 2006б] определены следующие масштабы смены структур (мм):  $L_1 = 14$ ,  $L_2 = 5.3$ ,  $L_3 = 3-3.5$  ( $L_{3cp} = 3.25$ ) (см. рис. 8, б). Причем зона 1 ( $L_1 = 14$  мм, см. рис. 8, б) также разделена на подобласти, в которых наблюдаются разные структуры [Добромыслов и др., 2006б] (мм):  $l_1 = 2$ ,  $l_3 = 5.2$ ,  $l_4 = 8.5$  (8—9) и  $l_5 = 13.7 \approx 14$ . Идеальный ряд для  $L$ , приводит к масштабам:  $3.25 \cdot 1.618 = 5.2585$ ;  $5.2585 \cdot 1.618 = 8.508$ ;  $8.508 \cdot 1.618 = 13.77$  и для  $l$ , к ряду:  $2 \rightarrow 3.25 \rightarrow 5.2585 \rightarrow 8.508 \rightarrow 13.77$ . В экспериментах масштаб  $l_2 \approx 3.25$  мм не был замечен, как и масштаб  $L = 2$  мм в зоне плавления 3 (см. рис. 8, б). Если рассматривать смены структур, двигаясь от правой или левой границ, то обнаруживаются одни и те же масштабы как для экспериментальных рядов, так и для идеальных.

Если идти по нисходящим масштабам, стартуя от экспериментально определенных (от  $L = 1.8$  мм для меди и от  $L = 13.7$  мм для сплава алюминия) и следуя принципу универсальной фрактальной делимости, то получим минимальный масштаб (который не может быть меньше межатомного расстояния). Для меди это  $1.8 \text{ мм} = (1.8 \cdot 10^7 \text{ \AA})$ :  $\Phi^{32} \approx 3.6925 \text{ \AA}$ , что очень близко (ошибка менее 2 %) к параметру решетки меди (ГЦК),  $a = 3.6147 \text{ \AA}$ . Для сплава алюминия получаем  $13.7 \text{ мм} = (13.7 \cdot 10^7 \text{ \AA})$ :  $\Phi^{36} = 4.103 \text{ \AA}$ , что также очень близко (ошибка менее 1.5 %) к параметру решетки алюминия (ГЦК),  $a = 4.0414 \text{ \AA}$ .

Итак, процесс деструкции начинается с размеров кристаллической решетки и восходит к масштабам структурных элементов Земли.

Очень интересные данные приводит К.Ж. Семинский [2006]. Цель его исследований — установить соотношения между размерами подвижных зон и блоков, а затем выделить объективно существующие уровни иерархии в зонно-блоковой структуре литосферы в Азии. Он выделяет блоки и зоны разных рангов (табл. 2).

Для обоих элементов структуры величина  $\mu$  ( $\mu_{\text{зон}} = l_{i+1}/l_i$  и  $\mu_{\text{блок}} = L_{i+1}/L_i$ ) дает средние значения  $\mu = 2.1 - 2.2$  (см. табл. 2). Автор рассматривает  $S$ -блоки и  $S$ -зоны, приводя их площади  $S$  и считая блоки компактными (их линейные размеры в разных направлениях равны). Кроме того, отношение среднегеометрических размеров  $L$ -блоков и  $l$ -зон ( $L/l$ ) (см. табл. 2, последняя строка) дает в среднем по

Таблица 2

Масштабы делимости геосред, по К.Ж. Семинскому [2006]

Уровень	XI	X	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$l = S$ -зоны	0 7	1 4	2 7	6 6	14 0	33 0	86 0	200 0	410 0	818 0	2000 0
$\mu_{\text{зон}} = l_{i+1}/l_i$	2 0	1 9	2 4	2 1	2 4	2 6	2 3	2 1	2 0	2 4	
$L = S$ -блоки	1 4	2 8	4 6	10 4	24 0	55 0	128 0	272 0	542 0	1113 0	2746 0
$\mu_{\text{блок}} = L_{i+1}/L_i$	2 0	1 6	2 3	2 3	2 3	2 3	2 1	2 0	2 0	2 5	
$L/l$	2 0	2 0	1 7	1 6	1 7	1 7	1 5	1 4	1 3	1 4	1 4

Примечание  $L, l$  — среднегеометрические размеры блока и зоны (км),  $S$  — площади блока и зоны (км<sup>2</sup>),  $\mu$  — отношение размеров объектов, относящихся к смежным уровням

11 масштабам  $L/l_{\text{ср}} = 1 61$ . По К.Ж. Семинскому [2006], подвижные зоны занимают краевые части блоков, обеспечивая податливую реакцию континентальной литосферы.

Эти результаты не только полностью вписываются в представленную в настоящей работе картину фрактальной делимости геоматериалов и геосред, но существенно ее дополняют, однозначно доказывая, что установленный принцип фрактальной делимости геосред распространяется на масштабы крупных тектонических плит. Действительно, отношение средних размеров блоков и зон  $L/l_{\text{ср}} \approx 1 61$ , т. е. зона — это следующий масштаб в ряду иерархии (если от термина блок перейти к термину масштаб). Если следовать принципу универсальной фрактальной делимости, то отношения сторон блоков и зон (тех же блоков, но только предыдущей иерархии) равно  $\Phi$ , тогда среднее отношение размеров блоков (зон) в ряду иерархии 2.1—2.2 следует из усреднения:  $1/2(1.618 + 2.618) \approx 2.1$ , что и было получено К.Ж. Семинским.

Согласно нашей концепции, зоны — те же блоки, только предыдущей иерархии. Они действительно оконтуривают больший блок, являясь более мелкими структурными элементами соседних более крупных блоков, и они действительно должны быть более подвижными, обеспечивая движение более крупных блоков, о чем и говорится в работе К.Ж. Семинского [2006].

Все приведенные экспериментальные данные однозначно свидетельствуют, что все геоматериалы и геосреды, а также все твердые тела как хрупкие, так и пластичные эволюционируют по общему сценарию как самоорганизующиеся синергетические системы. Рассеянное накопление повреждений в твердых телах очень быстро сменяется их локализацией на разных масштабах, формируя в нагружаемой среде системы сопряженных локализованных полос повреждений (неупругой деформации) — линейментов разных масштабов. Причем квазистационарная фаза сменяется развитием событий в режимах с обострением, т. е. развивается, как катастрофа. Об этом свидетельствуют все известные эксперименты, начиная от макро-

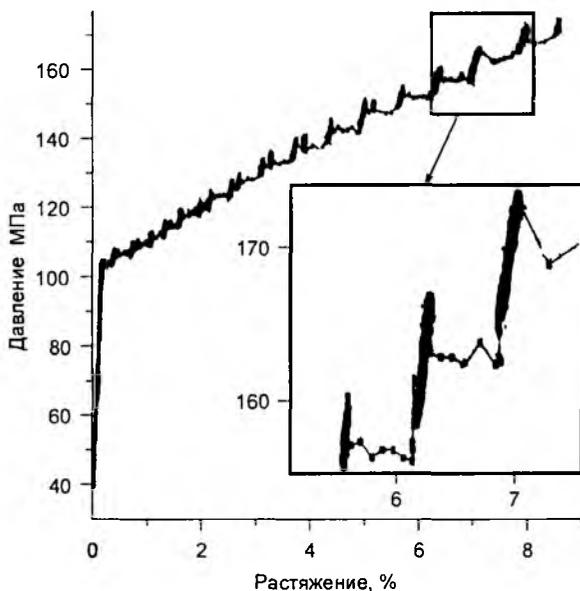


Рис. 9. Нестабильность развития деформации на мезоуровне [Klose et al., 2003].

скопических  $\sigma$ — $\epsilon$  диаграмм, на которых нестабильность деформации на различных масштабах мезоуровня проявляется в виде пиков разной величины [Klose et al., 2003] (эффект Портевена—Ле Шателье — мезокатастрофы разных масштабов, рис. 9), и кончая различными зависимостями, например, для повреждаемости от времени при изучении долговечности и усталостной прочности, когда на последних стадиях процессы развиваются катастрофически, как режимы с обострением.

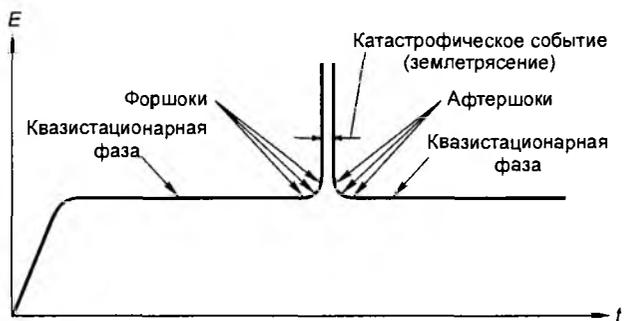


Рис. 10. При развитии катастрофического события — землетрясения осуществляется переход от квазистационарной стадии к режиму с обострением.

Области переходного режима соответствуют форшоки. Обратный переход к квазистационарному режиму сопровождается афтершоками

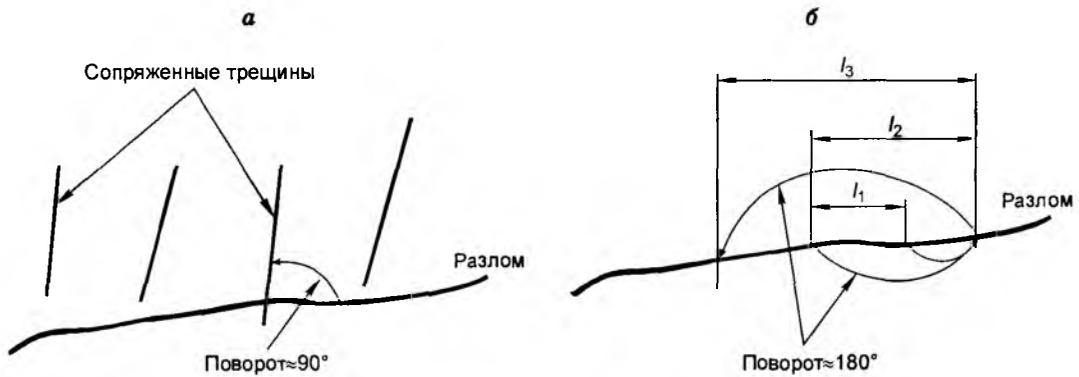


Рис. 11. Схема роста масштабов при развитии землетрясений.

*a* — переход на сопряженную систему трещин (линементов); *б* — рост масштабов на магистральном разломе (сопряженные трещины близкого ранга по отношению к разлому выражены слабо),  $l_2 = 1.618l_1$ ;  $l_3 = 1.618l_2$ .

По такому же сценарию развиваются и землетрясения (рис. 10, 11). Переход от квазистатического развития событий к катастрофическому режиму может осуществляться либо через переходы к сопряженным системам трещин, когда при каждом повороте на  $90^\circ$  масштаб увеличивается в 1.618 раза, либо масштаб разрыва растет на магистральном разломе, увеличиваясь в 2.618 раза при каждом повороте на  $180^\circ$  (см. схемы на рис. 6, 11). На рис. 10 показано развитие событий во времени. При переходе к режиму с обострением на более медленной стадии могут наблюдаться форшоки (на этом же разломе либо на сопряженных трещинах). Их энергия значительно выше фонового стационарного режима, но существенно ниже катастрофы, когда рост масштабов разворачивается в режиме с обострением. Точно так же процесс по спирали сворачивается. При переходе к квазистационарному режиму могут наблюдаться более слабые афтершоки. Наличие или отсутствие форшоков и афтершоков, по-видимому, зависит от свойств среды. Так, в хрупких скальных средах катастрофический режим может разворачиваться так быстро, что форшоки сливаются с основными событиями. Еще раз отметим, что речь здесь идет только о возможном сценарии. Физические причины и конкретные механизмы могут быть самыми разными, и они широко обсуждаются специалистами [Адамович и др., 2003; Гольдин, 2004, 2005; Артюшков, 2005; Суворов, Мишенькина, 2005]. Эпизод сжатия и последующего растяжения в районе Байкальского рифта в 1992 г. [Дядьков и др., 2000] также хорошо укладывается в развиваемые представления. Изменение скорости движения плит обязательно должно привести и к изменению активированных масштабов. Если при этом активизируются сопряженные системы трещин, то это будет выглядеть как поворот осей тензора напряжений приблизительно на  $90^\circ$ . В этом случае сжатия сменяются растяжениями и наоборот.

Как показано в работах [Килиан и др., 2000, 2001; Башкаров и др., 2002], масштабы деструкции должны быть термодинамически оптимальны, т. е. соответствовать принципу максимума энтропии смещения. По нашим данным [Макаров, 2004, 2005], наблюдаемая иерархия масштабов, статистический вес которой максимален, регулируется скоростью подвода к системе энергии, которая является глобальным параметром порядка [Илькаев и др., 2002; Макаров, 2004, 2005; Макаров и др., 2006]. Если задаться вопросом, чем объясняется такая универсальность установленного принципа фрактальной делимости твердых тел и сред, то ответ на этот вопрос оказывается на удивление простым. Природа во всех своих проявлениях следует простейшему алгоритму роста (или убыли) масштабов, энергии и т. д., формируя все известные пространственно-временные иерархии по принципу, если есть два масштаба, то следующий масштаб уже определен и равен их сумме. Если говорить о деструкции (материалов), то на уровне кристаллической решетки уже определены исходные масштабы как характерные межатомные расстояния (параметры решетки), которые и формируют иерархию масштабов, разрастаясь в трех пространственных

Таблица 3.

Ряд	Номер ряда ( <i>n</i> )												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$A_n (A_{n+1} = A_{n-1} + A_n)$	4	5	9	14	23	37	60	97	157	254	411	665	—
$A_{n+1}/A_n$	1.25		1.55		1.608		1.617		1.6178		1.6180		—
$B_n (B_{n+1} = B_{n-1} + N_n)$	-1	6	5	11	16	27	43	70	113	183	296	479	775
$B_{n+1}/B_n$	-6		2.2		1.687		1.628		1.619		1.618		—

направлениях. Независимо от типа симметрии решетки, мы, стартуя от ее базового параметра, обязательно придем к ряду Фибоначчи, выживаемость которого просто фантастична. Зададим два любых числа, например 4 и 5 (или  $-1$  и  $6$ ). Для них можно построить табл. 3, следуя закону Фибоначчи, легко видеть, что уже на 5-, 6-м шагах отношения последовательных чисел близки к числу  $\Phi$ .

Результаты, подобные приведенным в табл. 3, хорошо известны математикам. Возьмем, например,  $A_{12} = 665$  и разделим его на  $\Phi^8$ :  $665/\Phi^8 = 13.3$  ( $A_4 = 14$ );  $665/\Phi^9 = 8.2$  ( $A_3 = 9$ );  $665/\Phi^{10} = 5,08$  ( $A_2 = 5$ ). Для ряда  $B_n$  можно получить аналогичные результаты. Так, для  $B_{13} = 775$  получим  $775/\Phi^{10} = 6.3$  ( $B_2 = 6$ ).

Таким образом, деструкция всех нарушаемых сред и материалов следует универсальному закону роста (убыли) масштабов.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ НАГРУЖАЕМЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Из вышеизложенного ясно, что моделирование процесса деструкции твердых тел и сред означает моделирование процессов самоорганизации и образования иерархии блоков в выбранном диапазоне масштабов. Самоорганизация может развиваться только в открытых системах.

Если система открыта, то существуют потоки энергии и вещества через границы (традиционное понятие открытой системы). Эти условия являются необходимыми, но не достаточными, чтобы в открытой системе могла идти самоорганизация. Следует дополнить понятие открытой системы, чтобы в ней были возможны процессы образования новых структур, т. е. самоорганизация.

В системе должны существовать объемные источники и стоки, распределенные по пространству, т. е. система должна быть способна под приложенными воздействиями (подводе энергии и вещества извне к системе) перераспределять энергию и генерировать: температуру, деформационные дефекты, повреждения и т. д. Другими словами, система должна быть потенциально способной воспроизводить новые структуры или быть способной к самоорганизации. Впервые это стало понятно при изучении решений нелинейных уравнений теплопроводности [Ахромеева и др., 1992; Курдюмов, Князева, 1994]. В такой нелинейной среде с объемными нелинейными источниками развиваются неоднородности распределений тепла или деформации, или повреждений, т. е. происходит локализация этих параметров.

С этой точки зрения деформируемое твердое тело — идеальная нелинейная среда, способная к самоорганизации, так как в твердом теле под приложенными нагрузками генерируются деформационные дефекты и повреждения, т. е. имеются нелинейные объемные источники.

Для решения соответствующих систем уравнений понятия необратимость, неравновесность и неустойчивость имеют принципиальное значение. Так неравновесность является необходимым условием эволюции не только для реальных физических систем, но и для эволюции решений соответствующих уравнений и возможности коррелированного поведения многих точек нагружаемой среды.

Заметим, что физическая неустойчивость течения (необходимое условие самоорганизации при решении систем нелинейных уравнений) приводит к разрастанию флуктуаций параметров в некоторых областях и коррелированному поведению лагранжевых частиц изучаемой среды, т. е. к самоорганизации.

Основные особенности поведения нелинейных систем подробно были изучены в коллективах С.П. Курдюмова и А.А. Самарского при изучении поведения решения нелинейного уравнения теплопроводности [Ахромеева и др., 1992; Курдюмов, Князева, 1994]. Эти особенности имеют место и при решении нелинейных уравнений в частных производных механики деформируемых сплошных сред.

— Разрастание малого, т. е. усиление флуктуаций за счет нелинейных положительных обратных связей.

— Наличие порогов. Ниже порога система развивается в квазистационарном режиме. Более того, идет забывание деталей начальных условий.

— Наличие бифуркаций — множественность путей развития. Своеобразная дискретность возможных сценариев эволюции.

— Смена сценария развития на другой (поскольку сама среда стала другой вследствие структурных изменений), что резко снижает горизонт прогноза.

— Возможность сверхбыстрых (катастрофических) сценариев развития в режимах с обострением за счет положительных обратных связей. Примером таких режимов являются автокаталитические процессы, хорошо изученные в Брюссельской школе И. Пригожина.

Таким образом, изучение механического поведения нагружаемого материала как системы в рамках иерархического моделирования должно быть неразрывно связано с новой междисциплинарной парадигмой — теорией динамических систем (или нелинейной динамикой), анализирующей общую стратегию эволюции динамических систем вне зависимости от их физического содержания. Как уже отмечалось, отличительные черты поведения таких систем — это свойства универсальности и самоподобия, а также наличие параметров порядка и их смена при самоорганизации системы, т. е. при образовании новых структур (неоднородностей), возникающих вследствие потери системой устойчивости в некоторых локальных областях [Макаров, 2005]. Дальнейшая эволюция системы в этих локальных областях потери устойчивости развивается по бифуркационному сценарию, обеспечивая переход системы через динамиче-

ский хаос и изменение пространственно-временной симметрии [Курдюмов, Князева, 1994; Малинецкий, Потапов, 2002; Капица и др., 2002; Гленсдорф, Пригожин, 2003; Пригожин, Николис, 2003] к возникновению неоднородностей и самоорганизации ее частей, выражающейся в появлении крупномасштабных корреляций.

Принципиальным для эволюции подобных синергетических систем оказалось наличие диссипативных процессов: вязкости, диффузии, теплопроводности. Добавим пластичности, или более общо — неупругой деформации, а также накопления повреждений и разрушения, т. е. деструкции. Эти процессы позволяют системам забыть начальные данные и независимо от их деталей формировать с течением времени одни и те же или похожие стационарные распределения изучаемых переменных. Наличие нелинейных диссипативных процессов обеспечивает, с одной стороны, нелинейные связи в системе, а с другой — регулирует либо развитие в среде неустойчивостей, либо переход к устойчивому равновесному состоянию. Все зависит от конкурирующих факторов стабилизации за счет диссипации и воздействий извне (скорость нагружения, скорость подвода энергии), а также нелинейных свойств самой среды.

Так, переход материала от упругого обратимого поведения к необратимому пластическому течению связан с резким возрастанием диссипации, но возникает такой переход вследствие локальной потери устойчивости под действием приложенных напряжений.

Следовательно, определяющие уравнения для упругопластической среды должны быть записаны как эволюционные уравнения в релаксационной форме, явно вводя в рассмотрение конкурирующие факторы.

Из вышеизложенного также ясно, что иерархическое моделирование, воспроизводящее эволюцию нагружаемой среды по законам синергетики, должно опираться на систему нелинейных уравнений механики сплошных сред, учитывающих диссипацию (и, как будет ясно из дальнейшего, в общем случае это уравнения смешанного типа).

Таким образом, мы рассматриваем определяющие уравнения как эволюционные уравнения по Г. Хакену или И. Пригожину. И это принципиально, поскольку система нелинейных уравнений, описывающая эволюцию нагружаемого тела, должна проявлять способность к самоорганизации и в ней должны возникать дальнедействующие корреляции.

Итак, мы вводим в рассмотрение две группы эволюционных определяющих уравнений.

1. Макроскопические определяющие уравнения, записанные в релаксационной форме. Эти уравнения являются эволюционными уравнениями первой группы и обеспечивают прямые и обратные связи (как положительные, так и отрицательные) в системе между параметрами [Макаров, 2005].

2. Кинетические уравнения, связывающие макроскопические скорости накопления неупругих деформаций  $\dot{\epsilon}_{ij}^p$  и повреждений в объеме  $\dot{\theta}^p$  с микроскопическим уровнем (т. е. с событиями, разворачивающимися на более мелких масштабах), являются эволюционными уравнениями второй группы (выражение для  $\dot{\theta}^p$  может быть записано в тензорном виде, учитывая анизотропию накопления повреждений). Смысл этих уравнений заключается в том, чтобы усредненно отразить события микроуровня, с одной стороны, а с другой — они есть результат работы объемных нелинейных источников, генерирующих деформационные дефекты и повреждения. Эти эволюционные уравнения являются эволюционными уравнениями второй группы. Именно эволюционные уравнения первой и второй групп обеспечивают возможность системы к самоорганизации.

Эволюция системы во времени обеспечивается также взаимодействиями (положительными и отрицательными обратными связями) между макроскопическими переменными  $X_i$  и так называемыми управляющими параметрами  $\lambda$ , которые входят в эволюционные уравнения вида [Пригожин, Николис, 2003]

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F_i(\{X\}, \lambda). \quad (5)$$

Управляющие параметры  $\lambda$  связаны с внешним миром. Другими словами, они существенно связаны с внешними воздействиями и ограничениями, т. е. обусловлены взаимодействиями системы с окружающей средой. Определяются они, например, условиями нагружения, т. е. скоростью подвода энергии к системе.

Для качественного анализа рассмотрим частный вид такого эволюционного уравнения (5):

$$\frac{dX}{dt} = \lambda - KX. \quad (6)$$

Представим тензор напряжений в виде суммы упругой равновесной части и неравновесной или диссипативной, связанной с неупругими деформациями,

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}^e + S_{ij}^v. \quad (7)$$

Здесь  $P = -\frac{1}{3} \sigma_{ii}$  — среднее давление,  $S_{ij}^e$  — равновесная часть сдвигового напряжения,  $S_{ij}^v$  — неравновесная, релаксирующая составляющая; в равновесном (упругом) состоянии  $S_{ij}^v = 0$ .

Определяющие уравнения в релаксационной форме следуют из закона Гука, записанного в дифференциальном виде, и имеют вид [Макаров, 1999, 2005]

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\dot{\theta}^T - \dot{\theta}^P)\delta_{ij} + 2\mu(\dot{\epsilon}_{ij}^T - \dot{\epsilon}_{ij}^P). \quad (8)$$

Здесь полная скорость деформации  $\dot{\epsilon}_{ij}^T$  есть сумма упругой  $\dot{\epsilon}_{ij}^e$  и пластической (неупругой)  $\dot{\epsilon}_{ij}^P$  составляющих:  $\dot{\epsilon}_{ij}^T = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^P$ ,  $\dot{\theta}^T = \dot{\epsilon}_{ii}^T$  — полная скорость объемной деформации,  $\dot{\theta}^P = \dot{\epsilon}_{ii}^P$  — скорость объемной неупругой деформации, т. е. скорость дилатансии нагружаемой среды, определяющая ее разрыхление вследствие накопления повреждений.

Релаксационные определяющие уравнения (8) выполняют роль эволюционных уравнений (эволюционные уравнения первой группы) для прочной деформируемой среды, и по сути и форме совпадают с эволюционными уравнениями (5), (6).

Здесь важно понимать независимость полных скоростей  $\dot{\epsilon}_{ij}^T$  и  $\dot{\theta}^T$  и их неупругих составляющих  $\dot{\epsilon}_{ij}^P$  и  $\dot{\theta}^P$ . Значения величин  $\dot{\epsilon}_{ij}^T$  и  $\dot{\theta}^T$  определяются как внешними условиями воздействия на систему, так и особенностями течения среды, т. е. зависят также от нелинейных уравнений механики сплошных сред, выражающих законы сохранения. Неупругие составляющие  $\dot{\epsilon}_{ij}^P$  и  $\dot{\theta}^P$  есть результат работы внутренних объемных источников и полностью диктуются откликом среды, ее способностью эффективно перераспределять и диссипировать подводимую энергию, т. е. определяются микроструктурой среды. Если существующая структура становится неспособной диссипировать подводимую энергию, то возникают дальнедействующие корреляции, в среде образуются новые диссипативные деформационные субструктуры, т. е. открываются новые более эффективные каналы диссипации энергии (например, образуются ячеистые структуры в пластичных металлах или блочные структуры в квазиупругой геосреде) либо накапливаются несплошности (повреждения).

Таким образом, в эволюционных уравнениях первой группы (8) приращения напряжений пропорциональны приращениям полной скорости деформаций, а релаксируют напряжения по мере развития неупругих составляющих скорости деформации [Макаров, 1999, 2005].

Полная скорость деформации  $\dot{\epsilon}_{ij}^T$  задается как условиями нагружения, так и особенностями течения, т. е. является управляющим параметром. Скорость пластических сдвигов  $\dot{\epsilon}_{ij}^P$  полностью определяется внутренними свойствами среды — ее способностью диссипировать подводимую энергию.

Более того, как показали расчеты [Стефанов, 2002; Макаров, 2005], один только учет нелинейного накопления повреждений в объеме среды и внутреннего трения даже при мгновенной релаксации (выполняется процедура приведения напряжений на поверхность текучести на каждом временном слое) заставляет эволюционировать нагружаемую среду как типичную нелинейную синергетическую систему.

Рассеянное накопление повреждений очень быстро сменяется его локализацией (это же относится и к неупругой пластической деформации) и развитием локализованного повреждения либо деформации в режимах с обострением, формируя в расчетных областях нагружаемого материала сопряженные системы полос локализованного повреждения, в том числе неупругой деформации.

Не отягощая общую систему уравнений деталями, связанными с конкретным видом кинетических уравнений, представим ее как

– уравнения, выражающие законы сохранения

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = 0, \quad \rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j} + \rho F_i, \quad \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} - q_{i,i}; \quad (9)$$

– эволюционные уравнения первой группы

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\dot{\theta}^T - \dot{\theta}^P)\delta_{ij} + 2\mu(\dot{\epsilon}_{ij}^T - \dot{\epsilon}_{ij}^P), \quad (10)$$

где  $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}^e + S_{ij}^v$ ,  $-P = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$ ,  $P = f(\rho, E)$ ;

– эволюционные уравнения второй группы

$$\dot{\theta}^P = A \frac{\partial}{\partial x^i} B \frac{\partial}{\partial x^i} \theta^P + C(\theta), \quad \dot{\epsilon}_{ij}^P = F(\epsilon_{ef}, \sigma_{ef}, s_{ij}, \dots). \quad (11)$$

Например,

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = \frac{3}{2} \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{\sigma_{ef}} S_{ij},$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^T &= \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad \dot{\theta}^T = \dot{\epsilon}_{ii}^T, \quad \dot{\theta}^p = \dot{\epsilon}_{ii}^p, \quad \dot{\epsilon}_{ij}^T = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \\ \dot{\epsilon}_{ef}^p &= \frac{\sqrt{2}}{3} \{ (\dot{\epsilon}_{11}^p - \dot{\epsilon}_{22}^p)^2 + (\dot{\epsilon}_{22}^p - \dot{\epsilon}_{33}^p)^2 + (\dot{\epsilon}_{33}^p - \dot{\epsilon}_{11}^p)^2 + 6 [(\dot{\epsilon}_{12}^p)^2 + (\dot{\epsilon}_{23}^p)^2 + (\dot{\epsilon}_{31}^p)^2] \}^{1/2}, \\ \sigma_{ef} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (S_{11} - S_{22})^2 + (S_{22} - S_{33})^2 + (S_{33} - S_{11})^2 + 6(S_{12}^2 + S_{23}^2 + S_{31}^2) \}^{1/2}. \end{aligned}$$

Здесь  $\dot{\epsilon}_{ef}^p$  и  $\sigma_{ef}$  — вторые инварианты скоростей пластических деформаций и напряжений соответственно;  $A, B, C$  — некоторые функции, определяемые при выборе конкретной кинетики,  $B$  — нелинейный коэффициент переноса,  $C$  — объемный источник.

Задание скорости пластических сдвигов в виде

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{ef}^p}{\sigma_{ef}} S_{ij} \quad (12)$$

фактически означает выполнение уравнений пластического течения Прандтля—Рейса и используется при приведении напряжений к мгновенному кругу текучести, определенному законом их релаксации, если задан закон ограничения для напряжений

$$\sigma_{ef} \leq \sigma_{ef}^0(\epsilon^p) + \sigma_{ef}^V. \quad (13)$$

Здесь  $\sigma_{ef}^0(\epsilon^p)$  имеет смысл стационарного равновесного предела текучести при стремлении скорости нагружения к нулю, но с учетом деформационного упрочнения,  $\sigma_{ef}^V$  — неравновесная составляющая инварианта напряжений.

Осталось определить закон релаксации напряжений. Это можно сделать многими способами, например, заданием дислокационной кинетики в случае дислокационной пластичности [Макаров, 1999] или функции релаксации (в каждом случае своей для выбранного пространственного мезоскопического масштаба) [Макаров, 1999, 2005].

Так как для пластичных материалов  $\dot{\theta}^p = 0$ , то определяющие релаксационные уравнения (8) примут с учетом (12) следующий вид (в случае ассоциированного закона пластического течения) [Макаров, 1999, 2005]

$$\dot{S}_{ij} = 2\mu \left( \dot{\epsilon}_{ij}^T - \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{ef}^p}{\sigma_{ef}} S_{ij} \right). \quad (14)$$

Таким образом, релаксационные уравнения (14) означают, что все компоненты девиатора напряжений  $S_{ij}$  релаксируют сходным образом в соответствии с заданным законом релаксации для второго инварианта напряжений  $\sigma_{ef}$ , который полностью определится заданием скорости второго инварианта деформации  $\dot{\epsilon}_{ef}^p$ . Этот закон представим в виде

$$\sigma_{ef} = \sigma_{ef}^0 + \eta \dot{\epsilon}_{ef}^p. \quad (15)$$

Здесь  $\eta$  — функция релаксации (вязкости), а часть напряжения  $\sigma_{ef}^V = \eta \dot{\epsilon}_{ef}^p$  имеет смысл неравновесной составляющей

$$\eta = \eta(\sigma_{ef}, \epsilon_{ef}^p, L_n) = G t_r (\sigma_{ef}, \epsilon_{ef}^p, L_n), \quad (16)$$

где  $t_r$  — характерное время релаксации, свое для каждого мезоскопического масштаба  $L_n$ ,  $G$  — модуль сдвига. Эти характерные времена релаксации  $t_r$  усредненно описывают скорость диссипации подводимой к телу энергии, которая обеспечивается элементарными актами неупругой деформации, развивающимися на предыдущем микроскопическом уровне.

Этот простой и сравнительно легко реализуемый численно путь замыкается заданием нелинейной функции вязкости  $\eta$  или времени релаксации  $t_r$ .

Эффективная функция вязкости  $\eta$  варьируется в широких пределах от единиц Па·с в ударно-волновых фронтах в металлах до значений  $\approx 10^{22}$ — $10^{24}$  Па·с для геологических времен и масштабов, соизмеримых с размерами тектонических плит.

Соответственно характерные времена релаксации изменяются от значений  $t_r \approx 10^{-9}$  с во фронтах ударных волн до геологических времен, измеряемых многими миллионами лет, в зависимости от исследуемого масштаба.

Теперь релаксационное уравнение (14) примет вид

$$\dot{S}_y = 2\mu \left( \dot{\varepsilon}_{ij}^T - \frac{1}{3} \frac{V}{V} - \frac{3}{2\eta} \left( 1 - \frac{\sigma_{ef}^0}{\sigma_{ef}} \right) S_y \right) \quad (17)$$

В более общем случае учета внутреннего трения и дилатансии выражения (12) и (17) будут выглядеть иначе (все зависит от выбранной модели, например, закон течения может быть неассоциированным). Их вид будет зависеть от конкретного способа учета внутреннего трения и дилатансии [Стефанов, 2002].

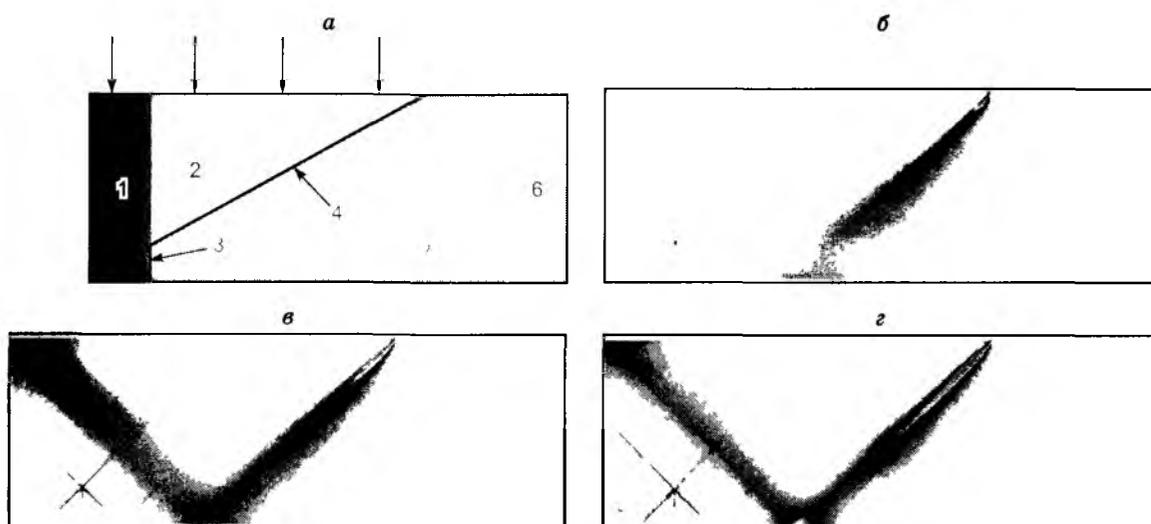
Таким образом, полная система нелинейных уравнений (9)—(11) вместе с определяющими релаксационными уравнениями и с нелинейными дифференциальными уравнениями, например параболического типа для определения скоростей зарождения повреждений и скоростей неупругих деформаций [Наймарк, 2003], образует полную систему уравнений смешанного типа, которая и определяет эволюцию нагружаемой среды как нелинейной динамической системы. Решения такой системы уравнений должны обладать как гиперболическими, так и параболическими свойствами и приводить как к гиперболическим (дисперсионным, в более общем случае) волнам напряжений, так и к медленным движениям, обусловленным параболическими свойствами системы.

Подобные медленные деформационные фронты и фронты повреждений были получены при использовании дискретного метода клеточных автоматов для описания зарождения и развития неупругих деформаций в нагружаемой среде (рис. 12, 13) [Макаров и др., 2005]. В модельных расчетах (см. рис. 12) скорость фронта повреждений, движущегося вдоль вновь сформировавшегося разлома, приблизительно на три порядка меньше скорости звука в геосреде.

В развиваемом подходе мы объединили численные методы континуальной механики и дискретный метод клеточных автоматов [Макаров, Романова, 2000; Makarov, Romanova, 2000; Макаров и др., 2001a]. Суть такого описания неупругого поведения нагружаемой среды заключается в том, что каждая расчетная ячейка (частица среды) рассматривается как клеточный автомат, жизнь которого зависит, в том числе, от состояния ближайших соседей. Такой подход позволил сформулировать физический критерий пластичности на мезоуровне, когда пластические сдвиги зарождаются либо на свободных границах, либо на различных интерфейсах, что соответствует физическим механизмам [Макаров, Романова, 2000].

Зарождение сдвигов в объеме материала на различных интерфейсах и означает наличие в системе объемных источников, что расширяет, как уже упоминалось, понятие открытая система.

Развитая методика позволила воспроизвести эволюцию нагружаемой системы, численно смоделировать процессы формирования фронтов Людерса, блоков разных масштабов, систем полос локализованной деформации при ударно-волновом нагружении [Макаров и др., 2001б]. На рис. 13 приведены расчеты возникновения и распространения от свободных поверхностей деформационных фронтов при растяжении образца, образования сопряженных систем полос локализованной деформации и формирования блоков нескольких масштабов (до четырех). Эти расчеты убедительно иллюстрируют возможности иерархического моделирования при учете нелинейных свойств нагружаемой среды.



**Рис. 12.** Жесткие блоки 1 и 6 позволяют реализовать стесненную деформацию блоков 2 и 5 (блок 2 надвигается на блок 5, 4 — первичный разлом, схема а).

Формируется новый разлом, вдоль которого движется фронт повреждений (б—г)

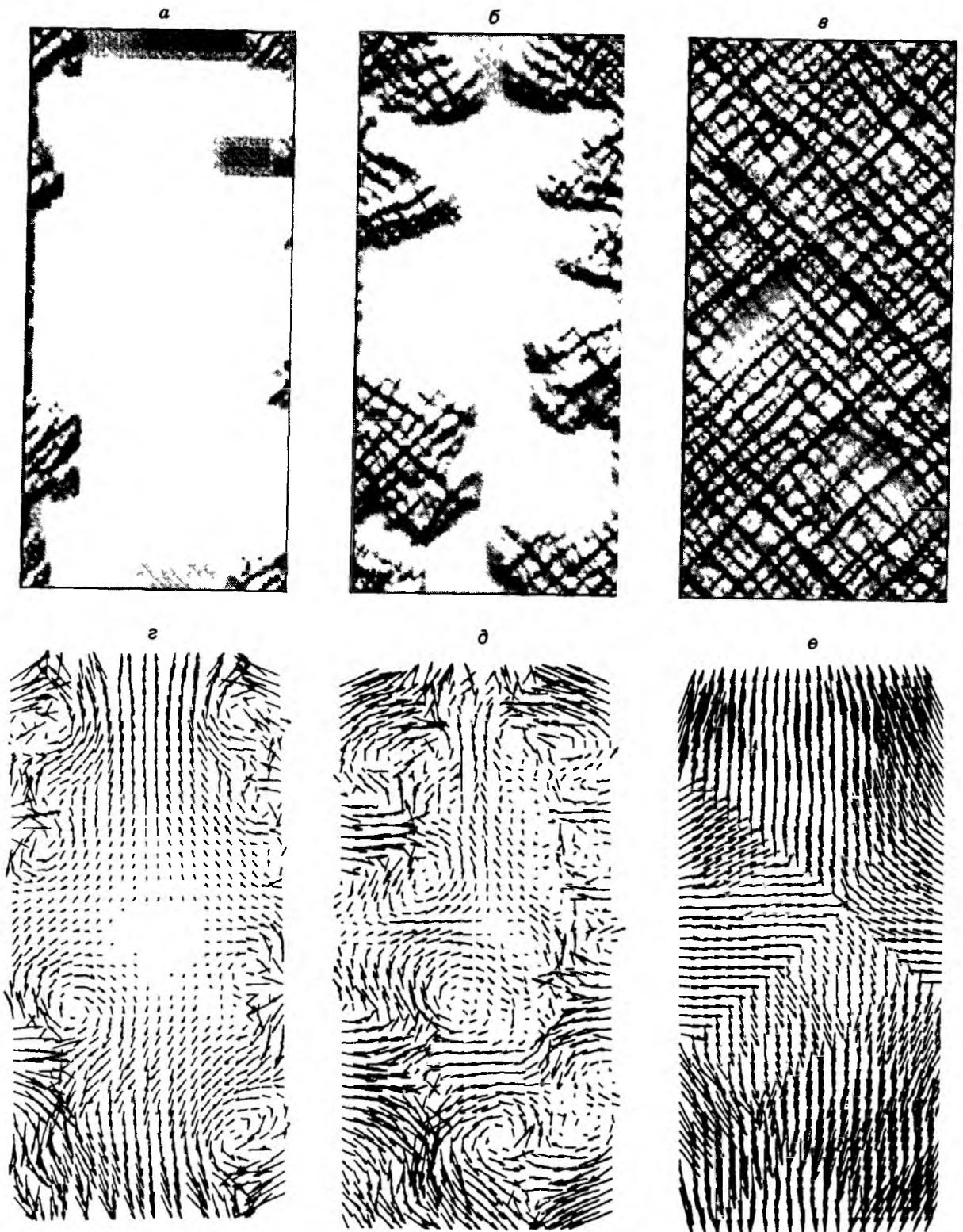
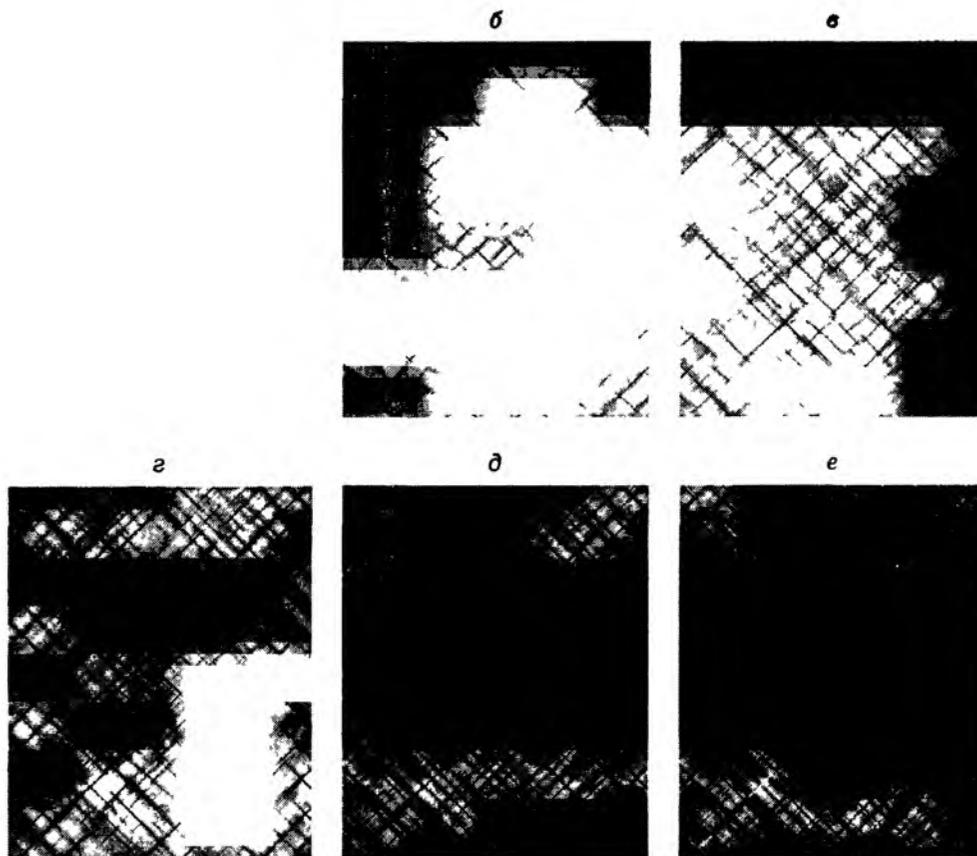


Рис. 13. Расчет распространения фронтов и полос локализованной деформации и формирование иерархии блоков при описании эволюции нагружаемой среды на основе комбинации численных методов механики сплошных сред и дискретного метода клеточных автоматов:

*a—в* — деформационный рельеф, *г—е* — поле скоростей



**Рис. 14. Развитие деформации в поликристаллическом образце.**

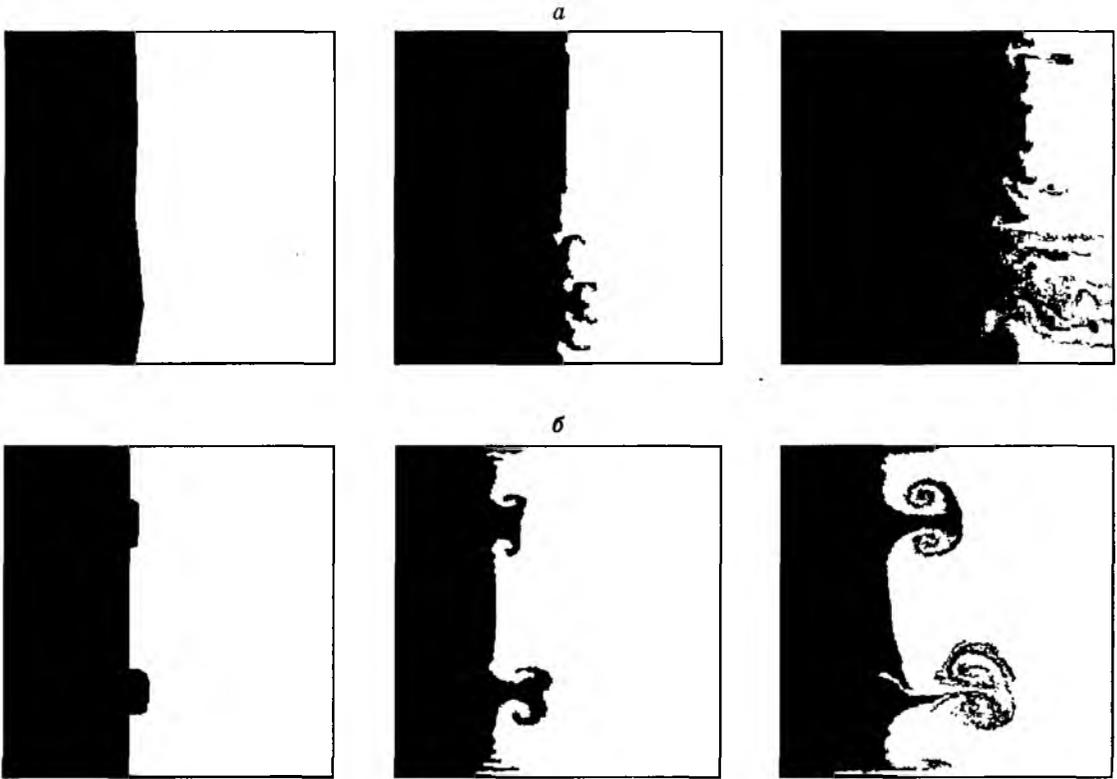
*a—e* — пояснения в тексте

Процесс формирования иерархии блоков в поликристаллическом образце показан на рис. 14. В этой системе неупругие деформации могут зарождаться как на свободных (боковых) поверхностях образца, так и на границах зерен, что полностью согласуется с физическими механизмами зарождения пластических сдвигов. Первоначально зародившись на интерфейсах (границах зерен, см. рис. 14, *a—e*), неупругие деформации распространяются внутрь зерен. Затем деформация локализуется, образуя систему блоков (границы зерен на рис. 14, *z—e* не видны, так как пластическая деформация в полосах локализованной деформации существенно выше, чем на границах зерен). Эти расчеты выполнены Н.И. Карпенко, и убедительно свидетельствуют о ведущей роли фронтов локализованной деформации и разрушения в процессе деструкции.

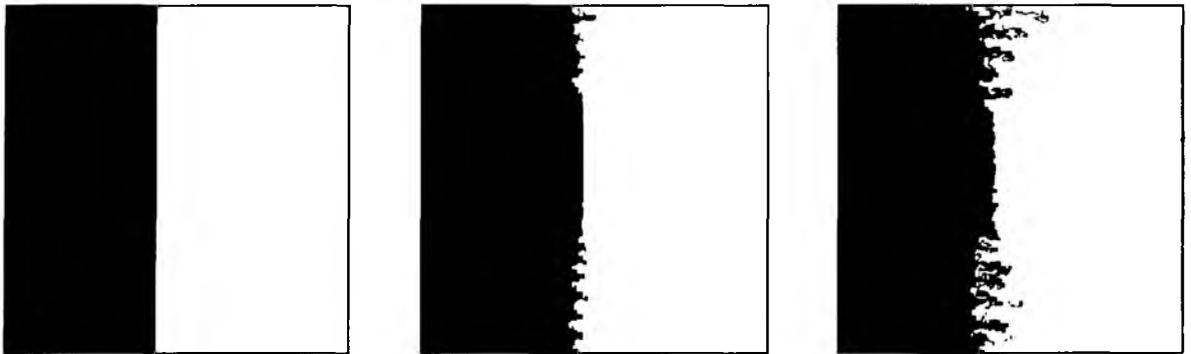
Развитие взглядов на процессы неустойчивого поведения различных поверхностей раздела и свободных поверхностей нагружаемых материалов (различные виды гравитационной неустойчивости, гидродинамические неустойчивости Тейлора—Рэля, Рихтмайера—Мешкова, Кельвина—Гельмгольца, в том числе неустойчивости, развивающиеся на интерфейсах прочных сред) привели к пониманию, что неустойчивости различной физической природы играют одну из основных ролей и при развитии неупругого течения прочных сред [Макаров, 2005]. Эти неустойчивости зарождаются и развиваются на различных интерфейсах. Ниже приведены примеры расчетов развития гидродинамической неустойчивости границы раздела двух сред с нулевой прочностью при возмущении границы раздела, в том числе при набегании на эту границу раздела ударной волны (рис. 15, 16). Задача решена в гидродинамическом приближении в эйлеровых координатах. На этих рисунках видно, как вследствие потери устойчивости границей раздела черная жидкость проникает в белую.

Демонстрируется: как искривленная поверхность раздела стимулирует развитие неустойчивостей и образования струй черной жидкости (см. рис. 15, *a*), а также развитие вихревых структур при наличии на границе раздела каверн (см. рис. 15, *b*).

Очень показателен рис. 16, где граница раздела плоская. Она достаточно долго остается устойчивой, совершая колебательные движения, и только после многократного прохождения через границу возмущения развивается неустойчивость и формируются периодические структуры (струи). Эти примеры наглядно иллюстрируют необходимость учета неустойчивостей на различных интерфейсах при упруго-



**Рис. 15.** Развитие неустойчивостей на границе двух сред:  
*a* — при слабом, *b* — при значительном возмущении профиля границы раздела.

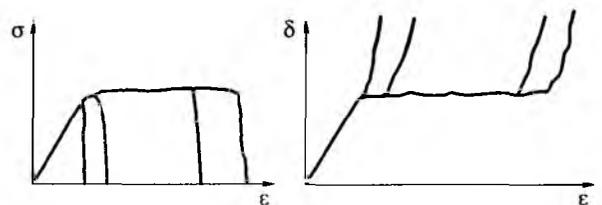


**Рис. 16.** Развитие квазипериодических неустойчивостей на плоской границе двух сред при прохождении ударной волны из черной жидкости в белую.

пластическом деформировании неоднородных сред, особенно в случаях превышения подводимой энергией пороговых значений и образования неоднородностей, т.е. при самоорганизации.

Все примеры возникновения неоднородностей в нагружаемой нелинейной среде (деформируемом твердом теле) есть примеры самоорганизации, развивающиеся по законам синергетики (или нелинейной динамики).

Исследования, в том числе численные эксперименты, показали, что нелинейные уравнения механики сплошных сред с релаксационными



**Рис. 17.** Схема деструкции твердых тел.

$\delta$  — поврежденность.

определяющими уравнениями (т. е. эволюционными уравнениями) для описания скоростей неупругой деформации, накопления повреждений и разрушения, с положительными и отрицательными обратными связями между параметрами являются самодостаточными для выполнения иерархического моделирования, позволяют моделировать процессы самоорганизации в твердых телах в процессе их нагружения. В общем случае это нелинейные уравнения смешанного типа, которые содержат как гиперболические, так и параболические решения. Их потенциальные возможности описывать эволюцию нагружаемых прочных сред по сценарию синергетики колоссальны и практически не изучены. Схема (рис. 17) иллюстрирует схожесть сценариев деструкции пластичных и хрупких сред. Вся разница заключена только в продолжительности квазистационарной стадии, предвещающей катастрофу — макроразрушение.

## ВЫВОДЫ

Экспериментальное и теоретическое изучение деструкции твердых тел, выполненное с позиций нелинейной динамики систем, позволяет сделать следующие выводы.

— Твердые тела и среды эволюционируют под приложенными нагрузками (любыми внешними воздействиями) как нелинейные динамические системы.

— Глобальным параметром порядка эволюции нагружаемых твердых тел является скорость подводимой к ним энергии. Причем твердые деформируемые тела проявляют свойство инвариантности к способу и виду подводимой энергии (тепло, механическое воздействие, радиация и т. д.). Важна общая сумма подводимой энергии [Илькаев и др., 2002; Макаров, 2005]. Энергия оказывается квантованной по величине, подобно масштабам в ряду иерархии.

— Если суммарная подведенная энергия превысит некоторое пороговое значение, в твердом теле происходит самоорганизация, которая проявляется в смене структур, в изменении пространственно-временной симметрии и вовлечении в процесс деструкции среды новых масштабов, что выражается, в частности, в формировании в среде иерархии блоков.

— Установлен критерий универсальной фрактальной делимости твердых тел и сред. Найдена инвариантная мера отношения последовательных масштабов, формирующихся в ходе эволюции структур, которая оказалась равной (или кратной) числу  $\Phi$  (числу золотого сечения).

— Можно утверждать, что существует единый процесс деструкции (или разрушения) материалов и сред. Для некоторых материалов и сред, которые мы называем пластичными, наблюдается длительная квазистационарная стадия — неупругая или пластическая деформация. Когда эта квазистационарная стадия короткая, то материал называют хрупким. За этой стадией процесс деструкции развивается катастрофически в режиме с обострением на соответствующем масштабе. Таков общий сценарий эволюции твердых кристаллических тел и сред под внешними воздействиями (см. рис. 17).

— Процесс деструкции твердых тел и сред строго упорядочен (статистически). Наблюдаемая иерархия масштабов деструкции начинается с размеров кристаллической решетки и продолжается вплоть до размеров тектонических плит в геосредах.

— Предложенная концепция системного подхода является альтернативой по отношению к вероятностно-статистической механике разрушения твердых тел (имеется в виду концептуальный аспект).

— Фронты Людерса, различные виды волн разрушения, медленные деформационные фронты в геосредах составляют особый класс движений, так называемых медленных движений в нелинейных средах и материалах. Традиционный усредненный макроскопический подход в принципе неспособен описать медленные движения, так как соответствующие системы гиперболических уравнений приводят к возмущениям, распространяющимся со скоростью звука. Рассмотрение деструкции прочных сред и материалов с позиций теории систем и выполненное иерархическое моделирование заставляет думать, что наблюдаемые макроскопические деформационные процессы, включая и процессы накопленных повреждений, есть результат многомасштабного согласованного развития процессов деструкции как совокупности таких „медленных движений“ — фронтов локализованной деформации и повреждений, развивающихся на всей иерархии масштабов и движущихся со своими специфическими скоростями. Эти медленные процессы контролируются быстрыми переменными — напряженным состоянием нагружаемого материала, так как напряжения передаются в среде со звуковыми скоростями.

— Этот класс движений отражает коллективные процессы в нагружаемой нелинейной среде и является результатом самоорганизации в этой среде.

Автор выражает благодарность С.В. Гольдину за ценные дискуссии и замечания и Н.И. Карпенко, выполнившему ряд расчетов, представленных в работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 05-05-64659).

## ЛИТЕРАТУРА

Адамович А.Н., Шерман С.И., Иванова С.В. Математическое моделирование напряженного состояния разогревающей литосферы Байкальской рифтовой зоны на начальной стадии ее развития // Геология и геофизика, 2003, т. 44 (4), с. 286—296.

- Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А.** Нестационарные структуры и диффузионный хаос. М., Наука, 1992, 544 с.
- Артюшков Е.В.** Механизмы образования Баренцевского прогиба // Геология и геофизика, 2005, т. 46 (7), с. 700—713.
- Башкаров А.Я., Веттегрень В.И., Светлов В.Н.** Иерархия статистических ансамблей нанодфектов на поверхности напряженного молибдена // Физика твердого тела, 2002, т. 44, вып. 7, с. 1260—1265.
- Ботвина Л.П., Опарина И.Б., Новикова О.В.** Анализ процесса накопления повреждений на различных масштабных уровнях // Металловедение и термическая обработка металлов, 1997, № 4, с. 17—22.
- Гленсдорф П., Пригожин И.** Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М., УРСС, 2003, 280 с.
- Гольдин С.В.** Деструкция литосферы и физическая мезомеханика // Физическая мезомеханика, 2002, т. 5, № 5, с. 5—22.
- Гольдин С.В.** Дилатансия, переупаковка и землетрясения // Физика Земли, 2004, № 10, с. 37—54.
- Гольдин С.В.** Макро- и мезоструктуры очаговой области землетрясения // Физическая мезомеханика, 2005, т. 8, № 1, с. 5—14.
- Добромыслов А.В., Козлов Е.А., Талуц Н.И.** Влияние сферически сходящихся ударных волн на высокоскоростную пластическую деформацию монокристалла меди // Proc. Int. Conf. „Sock waves in condensed matter“, St. Petersburg, 2006a, p. 21—28.
- Добромыслов А.В., Козлов Е.А., Талуц Н.И., Уксусников А.Н.** Влияние сферически сходящихся ударных волн на структуру сплава Al — 2,4%Mg—5,5%Zn // Proc. Int. Conf. „Sock waves in condensed matter“, St. Petersburg, 2006b, p. 163—172.
- Дядьков П.Г., Мельникова В.И., Саньков В.А., Назаров Л.А., Назарова Л.А., Тимофеев В.Ю.** Современная динамика Байкальского рифта: эпизод сжатия и последующее растяжение в 1992—1996 гг. // Докл. РАН, 2000, т. 372, № 1, с. 99—102.
- Журков С.Н.** Кинетическая концепция разрушения твердых тел // Вестн. АН СССР, 1968, № 3, с. 46—52.
- Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А., Савельев В.Н., Султанов У.С.** К вопросу о прогнозировании разрушения горных пород // Изв. АН СССР, Физика Земли, 1977, № 6, с. 11—18.
- Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А.** Можно ли прогнозировать разрушение? // Будущее науки. М., Знание, 1983, с. 99—107.
- Завьялов А.Д.** От кинетической теории прочности и концентрационного критерия разрушения к плотности сейсмогенных разрывов и прогнозу землетрясений // ФТТ, 2005, т. 47, вып. 6, с. 1000—1008.
- Илькаев Р.И., Учаев А.Я., Новиков С.А., Завада Н.И., Платонова Л.А., Сельченкова Н.И.** Универсальные свойства металлов в явлении динамического разрушения // Докл. РАН, 2002, т. 383, № 3, с. 328—333.
- Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.** Синергетика и прогнозы будущего. М., УРСС, 2002, 342 с.
- Кириан Х.Г., Веттегрень В.И., Светлов В.Н.** Ансамбли дефектов на поверхности нагруженных металлов как результат их обратимой агрегации // ФТТ, 2000, т. 42, вып. 11, с. 2024—2028.
- Кириан Х.Г., Веттегрень В.И., Светлов В.Н.** Иерархия ансамблей дефектов на поверхности нагруженной меди // ФТТ, 2001, т. 43, вып. 11, с. 2107—2111.
- Кочарян Г.Г., Спивак А.А.** Динамика деформирования блочных массивов горных пород. М., ИКЦ „Академкнига“, 2003, 423 с.
- Курдюмов С.П., Князева Е.Н.** У истоков синергетического видения мира: режимы с обострением // Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления. М., Аргс, 1994, с. 162—186.
- Макаров П.В.** Моделирование процессов деформации и разрушения на мезоуровне // Изв. РАН. Механика твердого тела, 1999, № 5, с. 109—131.
- Макаров П.В.** Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел // Физическая мезомеханика, 2004, т. 7, № 4, с. 25—34.
- Макаров П.В.** Нагружаемый материал как нелинейная динамическая система. Проблемы моделирования // Физическая мезомеханика, 2005, т. 8, № 6, с. 39—56.
- Макаров П.В., Романова В.А.** О новом критерии пластического течения при моделировании деформационных процессов на мезоуровне // Математическое моделирование, 2000, т. 12, № 11, с. 91—101.
- Макаров П.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р.** Моделирование неоднородной пластической деформации с учетом зарождения локализованных пластических сдвигов на границе раздела // Физическая мезомеханика, 2001a, т. 4, № 5, с. 29—39.

- Макаров П.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р.** Динамика потери сдвиговой устойчивости материалов в условиях ударно-волнового нагружения // *Хим. физика*, 2001б, т. 20, № 8, с. 94—99.
- Макаров П.В., Карпенко Н.И., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П., Тунда В.А., Хомяков А.Н.** Изучение деформации и разрушения геоматериалов и геосред как иерархически организованных систем // *Физическая мезомеханика*, 2005, т. 8, Спец. выпуск, с. 17—20.
- Макаров П.В., Трубицин А.А., Ворошилов С.П.** Самоподобие разрушения углей и эволюция нагружаемых твердых тел // *Уголь*, 2006, № 10, с. 55—58.
- Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.** Современные проблемы нелинейной динамики. М., УРСС, 2002, 356 с.
- Наймарк О.Б.** Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения // *Физическая мезомеханика*, 2003, т. 6, № 4, с. 45—72.
- Панин В.Е., Гриняев Ю.В.** Физическая мезомеханика — новая парадигма на стыке физики и механики // *Физическая мезомеханика*, 2003, т. 6, № 4, с. 9—36.
- Петрухин П.М., Гродель Г.С., Жиляев Н.И., Корнев А.П., Кривохижа Б.М., Кульбачный А.М., Любимова А.И., Медведев Э.Н., Гродель Г.С., Яремаченко П.П.** Борьба с угольной и породной пылью в шахтах. М., Недра, 1981, 271 с.
- Пиотровский В.В.** Использование морфометрии для изучения рельефа и строения Земли // *Земля во Вселенной*. М., Мысль, 1964, с. 278—297.
- Пригожин И., Николис Г.** Познание сложного. Введение. М., УРСС, 2003, 342 с.
- Родионов В.Н.** Учение о геомеханике // *Геофизика*, 2006, № 5, с. 61—64.
- Садовский М.А.** Естественная кусковатость горной породы // *Докл. АН СССР*, 1979, т. 247, № 4, с. 829—831.
- Садовский М.А., Балховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф.** Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М., Наука, 1987, 100 с.
- Садовский М.А., Кочарян Г.Г., Родионов В.Н.** О механике блочного горного массива // *Докл. АН СССР*, 1988, т. 302, № 2, с. 306—307.
- Семинский К.Ж.** Соотношения между размерами блоков и подвижных зон, образующих структуру литосферы Азии на разных иерархических уровнях // *Тезисы докладов междунар. конф. по физической мезомеханике, компьютерному конструированию и разработке новых материалов*. Томск, 2006, с. 150—151.
- Стефанов Ю.П.** Локализация деформации и разрушение в геоматериалах. Численное моделирование // *Физическая мезомеханика*, 2002, т. 5, № 5, с. 107—118.
- Суворов В.Д., Мишенькина З.Р.** Структура осадочных отложений и фундамента под Южной котловиной озера Байкал по данным КМПВ // *Геология и геофизика*, 2005, т. 46 (11), с. 1159—1167.
- Уламов В.И.** Глобальная упорядоченность сейсмических структур и некоторые аспекты сейсмического районирования и долгосрочного прогноза землетрясений // *Сейсмичность и сейсмическое районирование Северной Евразии*, Вып. 1. М., ИФЗ РАН, 1993, с. 24—44.
- Федер Е.** Фракталы. М., Мир, 1991, 254 с.
- Хакен Г.** Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М., Мир, 1985, 411 с.
- Хакен Г.** Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М., Мир, 1991, 240 с.
- Klose F.B., Ziegenbein A., Weidenmüller J., Neuhäuser H., Hähner P.** Portevin-Le Chatelier effect in strain- and stress-controlled tensile tests // *Comput. Mater. Sci.*, 2003, v. 26, p. 80—86.
- Makarov P.V., Romanova V.A.** Mesoscale plastic flow generation and development for polycrystals // *Theor. Appl. Frac. Mech.*, 2000, v. 33, p. 1—7.
- Mandelbrot B.B.** The fractal geometry of nature. San Francisco, W.H. Freeman, 1982, 460 p.
- Panin V.E., Makarov P.V., Psakhie S.G.** Physical mesomechanics of heterogeneous media and computer-aided design of materials. Cambridge, Cambridge International Science Publishing, 1998, 339 p.

*Поступила в редакцию  
13 декабря 2006 г.*