

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

---

**ВЕСТНИК  
ТОМСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

**МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА**

TOMSK STATE UNIVERSITY  
JOURNAL OF MATHEMATICS AND MECHANICS

---

---

*Научный журнал*

---

---

**2013**

**№ 1(21)**

Свидетельство о регистрации: ПИ № ФС77-30658  
от 20 декабря 2007 г.



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА  
«ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА.  
МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»**

Глазунов А.А., д-р физ.-мат. наук, проф. (председатель); Гулько С.П., д-р физ.-мат. наук, проф. (зам. председателя); Лазарева Е.Г., канд. физ.-мат. наук, доц. (отв. секретарь по разделу математики); Александров И.А., д-р физ.-мат. наук, проф.; Берцун В.Н., канд. физ.-мат. наук, доц.; Биматов В.И., д-р физ.-мат. наук, проф.; Бубенчиков А.М., д-р физ.-мат. наук, проф.; Васенин И.М., д-р физ.-мат. наук, проф.; Гришин А.М., д-р физ.-мат. наук, проф.; Ищенко А.Н., д-р физ.-мат. наук, проф.; Конев В.В., д-р физ.-мат. наук, проф.; Крайнов А.Ю., д-р физ.-мат. наук; Крылов П.А., д-р физ.-мат. наук, проф.; Панько С.В., д-р физ.-мат. наук, проф.; Пергаменщиков С.М., д-р физ.-мат. наук, проф.; Сипачёва О.В., д-р физ.-мат. наук, проф.; Скрипняк В.А., д-р физ.-мат. наук, проф.; Старченко А.В., д-р физ.-мат. наук, проф.; Шрагер Г.Р., д-р физ.-мат. наук, проф.; Шрагер Э.Р., д-р физ.-мат. наук, проф.; Щербаков Н.Р., д-р физ.-мат. наук, проф.; Хайруллина В.Ю. (отв. секретарь по разделу механики); Cauty R., prof.

Научный журнал «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика» был выделен в самостоятельное периодическое издание из общенаучного журнала «Вестник Томского государственного университета» в 2007 г. Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере массовых коммуникаций, связи и охраны культурного наследия (свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-30658 от 20 декабря 2007 г.), ему присвоен международный стандартный номер сериального издания (ISSN 1998-8621). Журнал выходит 6 раз в год и распространяется по подписке, его подписной индекс 44064 в объединённом каталоге «Пресса России».

«Вестник ТГУ. Математика и механика» входит в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ) на платформе <http://elibrary.ru>, а также в Перечень ВАК изданий для публикации основных результатов кандидатских и докторских диссертаций. Кроме того, все номера журнала присутствуют и обрабатываются на общероссийском математическом портале <http://Math-Net.ru>.

**Адрес редакции:**

634050, г. Томск, пр. Ленина, д.36, корп. 2, к. 417

**Электронный адрес:** <http://vestnik.tsu.ru/mathematics>

**Контактный тел./факс:** (3822) 529-740

**E-mail:** [vestnik\\_tgu\\_mm@math.tsu.ru](mailto:vestnik_tgu_mm@math.tsu.ru)

**ООО «Издательство научно-технической литературы»**

634050, Томск, пл. Новособорная, 1, тел. (3822) 533-335

Редактор *Т.С. Портнова*

Верстка *Д.В. Фортеса*

---

Изд. лиц. ИД № 04000 от 12.02.2001. Подписано к печати 11.03.2013.  
Формат 70 × 100<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Усл. п. л. 10,0. Уч.-изд. л. 11,20. Тираж 300 экз. Заказ № 12.

---

## МЕХАНИКА

УДК 539.3

**Н.Н. Белов, Н.Т. Югов, С.А. Афанасьева, О.Ю. Федосов,  
А.А. Югов, Р.С. Мамцев**

### **АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАЗНЕСЁННЫХ СТАЛЕБЕТОННЫХ ПЛИТ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ УДАРЕ СОСТАВНЫМ МЕТАЛЛИЧЕСКИМ УДАРНИКОМ<sup>1</sup>**

Представлена математическая модель поведения бетона в условиях ударно-волнового нагружения. В рамках данной модели методом конечных элементов, модифицированным на решение динамических задач, в полной трёхмерной постановке проведено решение задачи о высокоскоростном ударе стального стержня в дюралюминиевой оболочке по конструкции, представляющей набор пространственно-разнесённых сталебетонных плит при различных скоростях и углах встречи.

**Ключевые слова:** *математическое моделирование, высокоскоростное соударение, бетон, сталебетонные плиты, составной ударник, разрушение, динамическая прочность.*

При проектировании железобетонных конструкций многих промышленных объектов возникает необходимость оценки их способности противостоять динамическим нагрузкам [1, 2]. Исследование их прочности экспериментальными методами без глубокого теоретического анализа не даёт необходимого результата, несмотря на огромные материальные затраты.

В [2, 3–11] предложена математическая модель, описывающая поведение конструкционных материалов, в том числе бетона, в условиях ударно-волнового нагружения. Разрушение материалов в рамках данной модели описывается как процесс роста и слияния микродефектов под действием образующихся в процессе нагружения напряжений. Модель реализована в программном комплексе «РАНЕТ-3» [12], предназначенном для решения задач удара и взрыва в полной трёхмерной постановке модифицированным на решение динамических задач методом конечных элементов [1, 2]. В программном комплексе имеется специальный блок подпрограмм для расчёта элементов железобетонного каркаса на взрывные и ударные нагрузки. В частности, данный комплекс использовался для исследований прочности бетонных, железобетонных и стальных трубобетонных моделей колонн на неоднократные торцевые и поперечные удары падающего груза на копровой установке [2, 13], а также бетонных и железобетонных плит на высокоскоростной удар стальными цилиндрическими ударниками [2, 14]. В [1, 15] представлены результаты математического моделирования динамики соударения модельного сна-

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 10-01-00573а.

ряда с конструкциями из прямоугольных бетонных плит и песчаного грунта и результаты математического моделирования процессов ударного взаимодействия стального цилиндрического ударника с железобетонной стеной обстройки реакторного отделения АЭС.

В данной работе комплекс программ «РАНЕТ-3» используется для анализа прочности конструкций, представляющих собой набор пространственно-разнесённых сталебетонных плит, на высокоскоростной удар стального стержня в дюралюминиевой оболочке.

### 1. Математическая модель поведения бетона при ударно-волновом нагружении

Бетон содержит большое число концентраторов напряжений-пор, границ зерен, трещин, зарождение разрушения на которых происходит в области упругого деформирования. Микроразрушения в бетоне могут появиться при сжатии под действием девиаторных напряжений, что приводит к падению сопротивления разрушению.

Удельный объем пористой среды  $\nu$  представляется в виде суммы удельного объема материала матрицы  $\nu_m$ , удельного объема пор  $\nu_p$  и удельного объема  $\nu_t$ , образующегося при раскрытии трещин:  $\nu = \nu_m + \nu_p + \nu_t$ . Пористость материала характеризуется относительным объемом пустот  $\xi = \xi_p + \xi_t$ , либо параметром  $\alpha = \nu / \nu_m$ , которые связаны зависимостью  $\alpha = 1 / (1 - \xi)$ . Здесь  $\xi_p = \nu_p / \nu$ ,  $\xi_t = \nu_t / \nu$  – относительные объемы пор и трещин соответственно [2, 7–8].

Система уравнений, описывающих движение пористой упругопластической среды, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho dV &= 0, \\ \frac{d}{dt} \int_V \rho u dV &= \int_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS, \\ \frac{d}{dt} \int_V \rho E dV &= \int_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u} dS, \\ \mathbf{e} &= \frac{\mathbf{s}^{CR}}{2\mu} + \lambda \mathbf{s}, \\ \mathbf{s} : \mathbf{s} &= \frac{2}{3} \sigma_T^2, \\ p &= \frac{\rho_0}{\alpha} \left[ \gamma_0 \varepsilon + \frac{c_0^2 (1 - \gamma_0 \eta / 2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $V$  – объем интегрирования;  $S$  – поверхность объема интегрирования;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор внешней нормали;  $\rho$  – плотность;  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{g} + \mathbf{s}$  – тензор напряжений;  $\mathbf{s}$  – девиатор тензора напряжений;  $p$  – давление;  $\mathbf{g}$  – метрический тензор;  $\mathbf{u}$  – вектор скорости;  $E = \varepsilon + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} / 2$  – удельная полная энергия;  $\varepsilon$  – удельная внутренняя энергия;  $\mathbf{e} = \mathbf{d} - (\mathbf{d} : \mathbf{g})\mathbf{g} / 3$  – девиатор тензора скоростей деформаций;

$\mathbf{d} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/2$  – тензор скоростей деформаций;  $\mathbf{s}^{CR} = \dot{\mathbf{s}} + \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{s} \cdot \nabla \mathbf{u}^T$  – корротационная производная Коттер и Равлина;  $\mu = \mu_0(1 - \xi) \left[ \frac{1 - (6\rho_0 c_0^2 + 12\mu_0)\xi}{(9\rho_0 c_0^2 + 8\mu_0)} \right]$  – модуль сдвига;  $\sigma_T = \left[ \sigma_{\min} + \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})kp}{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) + kp} \right] / \alpha$  – предел текучести;  $\rho_0, c_0, \mu_0, \sigma_{\min}, \sigma_{\max}, k, S_0, \gamma_0$  – константы материала матрицы;  $\eta = 1 - \rho_0 \nu / \alpha$ . Параметр  $\lambda$  исключается с помощью условия текучести.

Для замыкания системы (1) необходимы уравнения, описывающие изменение параметра  $\alpha$  при растяжении и сжатии.

Разрушение хрупких материалов происходит главным образом в связи с возникновением и ростом микротрещин. Максимальное упругое полуоткрытие монетообразной трещины под действием растягивающего напряжения, перпендикулярного плоскости трещины, определяется из соотношения [16, 17]

$$\delta = -\frac{2(1-\nu)}{\pi\mu_0} R p_m,$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $R$  – радиус трещины;  $p_m = \alpha p$  – давление в материале матрицы.

Предполагая, что при раскрытии трещины ее берега образуют эллипсоид вращения с полуосями  $\delta, R, R$ , найдем объем трещины:

$$V_T = -\frac{8(1-\nu)}{3\mu_0} R^3 \alpha p. \tag{2}$$

Пусть в процессе нагружения не происходит образования новых трещин, а деформирование материала сопровождается ростом изначально существующих с характерным размером  $R$ . Тогда из (2) следует

$$\xi_t = -\frac{8(1-\nu)}{3\mu_0} N_0 R^3 \alpha p, \tag{3}$$

где  $N_0$  – число трещин в единице объема.

Считая, что до начала фрагментирования поврежденного трещинами материала объем пор остается неизменным и равен  $\xi_0$ , получим

$$\xi_t = \xi - \xi_0 = \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_0 \alpha}. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), окончательно имеем

$$p = -\frac{3\mu_0(\alpha - \alpha_0)}{8(1-\nu)N_0\alpha_0 R^3 \alpha^2}. \tag{5}$$

Рост трещин определяется уравнением

$$\dot{R} / R = F_1 + F_2,$$

где  $F_1 = (\alpha s_i - s_*) / \eta_1$  при  $\alpha s_i > s_*$ ;  $F_1 = 0$  при  $\alpha s_i \leq s_*$ ;  $F_2 = (|\alpha p| - p_*) / \eta_2$  при  $p < 0 \wedge |\alpha p| > p_*$ ;  $F_2 = 0$  при  $p \geq 0 \vee |\alpha p| \leq p_*$ ;  $s_i = \sqrt{\frac{3}{2} s : s}$ ;  $s_* = s_{01}(1 - R/R_*)$ ;  $p_* = (1 - R/R_*)$ ;  $R_* = \beta / \sqrt[3]{N_0}$ ;  $s_{01}, p_0, \eta_1, \eta_2, \beta$  – константы материала.

Из последнего уравнения системы (1) и (5) получаем уравнение для определения параметра  $\alpha$  при упругом деформировании бетона

$$\gamma_0 \varepsilon \rho_0 + \frac{\rho_0 c_0^2 (1 - \gamma_0 \eta / 2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2} + \frac{3 \mu_0 (\alpha - \alpha_0)}{8(1 - \nu) N_0 \alpha_0 R^3 \alpha} = 0. \quad (6)$$

Предполагается, что слияние микротрещин начинается, когда их характерный размер  $R$  при постоянном числе трещин в единице объема  $N_0$  достигает критической величины  $R_* = \beta / \sqrt[3]{N_0}$ . Процесс фрагментирования поврежденного трещинами материала и поведение разрушенного материала описывается в рамках модели пористой упругопластической среды. Система (1) замыкается уравнениями, связывающими давление  $p$  и пористость  $\alpha$  при сжатии:

$$\gamma_0 \varepsilon \rho_0 + \frac{\rho_0 c_0^2 (1 - \gamma_0 \eta / 2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2} - \frac{2}{3} \alpha \sigma_T \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right) = 0 \quad \text{при } p \geq \frac{2}{3} \sigma_T \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right), \quad (7)$$

и при разгрузке:

$$\gamma_0 \varepsilon \rho_0 + \frac{\rho_0 c_0^2 (1 - \gamma_0 \eta / 2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2} + a_s \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right) = 0 \quad \text{при } p \leq -\frac{a_s}{\alpha} \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right). \quad (8)$$

Фрагментация поврежденного трещинами материала, подвергнутого воздействию растягивающих напряжений, происходит, когда относительный объем пустот достигает критической величины

$$\xi_* = \frac{\alpha_* - 1}{\alpha_*}.$$

Если поврежденный трещинами материал подвергнут воздействию сжимающих напряжений, то критерием фрагментирования является предельная величина интенсивности пластических деформаций

$$e_u = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2 - T_1^2},$$

где  $T_1, T_2$  – первый и второй инварианты тензора деформаций соответственно.

При растяжении фрагментированный материал описывается как порошок, движение которого происходит в соответствии с уравнениями среды, лишенной напряжений.

## 2. Результаты математического моделирования

Методом компьютерного моделирования в диапазоне скоростей 700–1500 м/с исследованы процессы ударного взаимодействия составных металлических ударников массой 125 г с двумя типами защитных конструкций, представляющих собой наборы из пространственно-разнесенных сталебетонных плит. Сталебетонная плита состоит из двух слоев бетона толщиной  $h_6$ , разделенных стальным листом толщиной  $h_{ст}$ . Расстояние между плитами 200 мм. Ударник представляет собой стальной стержень диаметром 14 мм и длиной 52 мм, помещенный в оболочку из дюралюминиевого сплава. Длина составного ударника  $L_0 = 81$  мм, его диаметр  $d_0 = 23$  мм ( $L_0/d_0 = 3,52$ ). В первом варианте защитных конструкций толщина бетонных слоев  $h_6 = 15$  мм, стального листа –  $h_{ст} = 1$  мм, общая толщина сталебетонной плиты  $h = 31$  мм. Во втором варианте –  $h_6 = 30$  мм,  $h_{ст} = 2,5$  мм, общая

толщина сталебетонной плиты  $h = 62,5$  мм. Считалось, что стальной лист выполнен из стали марки ЭИ 712, имеющей высокие прочностные характеристики.

В расчете на границе раздела материалов в ударнике ставилось условие жесткого сцепления, т.е. отсутствия проскальзывания материалов друг относительно друга и отделения дюралюминиевой оболочки от стального стержня в процессе внедрения в мишень.

В табл. 1 приведены результаты расчета ударного взаимодействия ударника с пространственно-разнесёнными мишенями, состоящими из сталебетонных преград первого типа ( $h_6 = 15$  мм,  $h_{ст} = 1$  мм,  $h = 31$  мм), при взаимодействии по нормали ( $\beta_0 = 0^\circ$ ,  $\beta_0$  – угол, образованный осью симметрии ударника с нормалью к лицевой поверхности мишени) со скоростями  $u_0 = 700$  м/с и  $u_0 = 1500$  м/с, где обозначено:  $d_{л}$  – диаметр лицевого откола,  $d_{т}$  – диаметр тыльного откола в сталебетонных плитах,  $d_c$  – диаметр отверстия в стальном листе,  $L$  – длина и  $m$  – масса остатка ударника после пробития преграды,  $h_{\Sigma}$  – суммарная глубина проникания в мишень без учёта прогиба стального листа последней мишени. После пробития преграды остаток ударника обладает скоростью центра масс  $u$ .

Таблица 1

**Результаты соударения ударника  
с набором пространственно-разнесенных преград первого типа**

$u_0$ , м/с	$\beta_0$ , град.	№ прег.	$d_{л}/d_0$	$d_c/d_0$	$d_{т}/d_0$	$L/d_0$	$m$ , г	$u$ , м/с
700	0	1	2,56	1,60	4,48	2,72	113,0	444
		2	3,52	1,60	5,20	2,64	109,3	297
		3	5,60	1,44	5,92	2,64	109,2	181
		4	-	-	-	2,45	109,1	
1500	0	1	2,56	1,92	3,52	2,24	101,6	1160
		2	2,72	1,92	3,60	2,0	84,4	816
		3	3,6	1,6	3,20	1,84	75,6	572
		4	3,52	1,28	3,36	1,68	72,7	383
		5	4,24	1,28	4,08	1,65	69,8	258
		6	-	-	-	-	55,3	

На рис. 1 приведена картина последовательного взаимодействия ударника со сталебетонными плитами ( $a$  – начальная конфигурация,  $b$  – побитие первой,  $в$  – второй,  $г$  – третьей преград,  $д$  – взаимодействие с четвертой преградой) при скорости  $u_0 = 700$  м/с и  $\beta_0 = 0$ .

При взаимодействии с первой преградой дюралюминиевая оболочка ударника в области головной части полностью срабатывается, в то же время стальной стержень остаётся практически недеформированным. С тыльной стороны в слое бетона образуется откол диаметром  $d_{т} = 4,48 d_0$ . После пробития первой преграды деформированный остаток ударника массой  $m = 113$  г и удлинением  $L/d_0 = 2,78$  имеет скорость  $u = 444$  м/с. Этой скорости достаточно для пробития ещё двух сталебетонных плит. За третьей преградой остаток ударника ( $L/d_0 = 2,64$ ,  $m = 109,2$  г) имеет скорость  $u = 181$  м/с, которой недостаточно для пробития последующей преграды. Он останавливается в четвертой преграде при взаимодействии со стальным листом. Суммарная глубина проникания ударника в мишень  $h_{\Sigma}$  составила 108 мм.

На рис. 2 приведена картина последовательного взаимодействия ударника со сталебетонными плитами (*a* – начальная конфигурация, *б* – побитие первой, *в* – второй, *г* – третьей, *д* – четвертой, *е* – пятой преград) при скорости  $u_0 = 1500$  м/с и  $\beta_0 = 0^\circ$ .

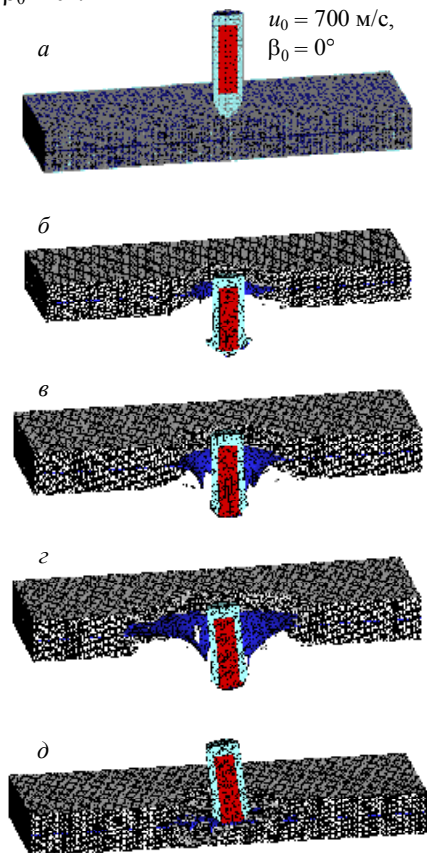


Рис. 1. Конфигурации ударника и сталебетонных плит первого типа при ударном взаимодействии с четырьмя преградами

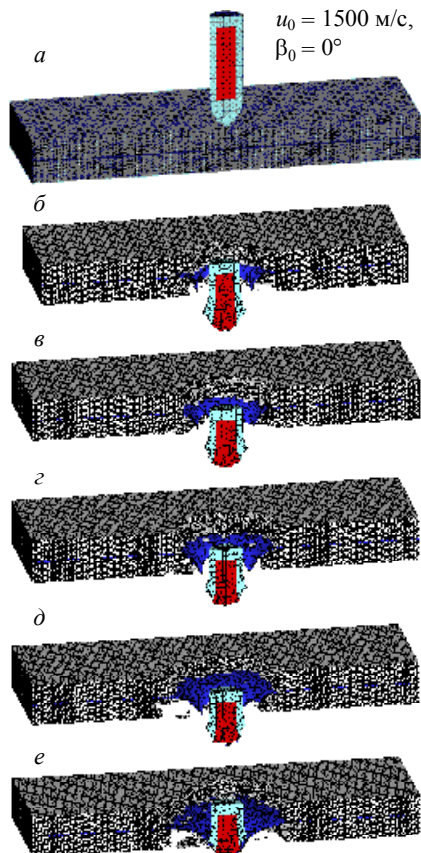


Рис. 2. Конфигурации ударника и сталебетонных плит первого типа при ударном взаимодействии с пятью преградами

В данном случае ударник пробивает пять преград и застревает в шестой. За пятой преградой остаток ударника массой  $m = 69,8$  г и удлинением  $L/d_0 = 1,65$  имеет скорость  $u = 258$  м/с. В момент остановки его в шестой преграде  $m = 55,3$  г. Суммарная глубина проникания ударника в мишень  $h_\Sigma$  составляет 170 мм.

В табл. 2 приведены результаты расчёта ударного взаимодействия ударника с пространственно-разнесёнными мишенями, состоящими из сталебетонных преград второго типа ( $h_6 = 30$  мм,  $h_{ст} = 2,5$  мм,  $h = 62,5$  мм), при  $u_0 = 700$  м/с и  $u_0 = 1500$  м/с и  $\beta_0: 0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ .

При  $u_0 = 700$  м/с и  $\beta_0 = 0^\circ$  ударник пробивает первую преграду и застревает во второй. На момент остановки деформированного остатка ударника ( $L/d_0 = 2,38$ ,  $m = 106,7$  г) в преграде образовались отколы с лицевой стороны диаметром  $d_{л} = 3,08d_0$  и тыльной стороны диаметром  $d_{т} = 2,5d_0$ . Пробитие второй преграды



определяется прочностными характеристиками стального листа, так как под ним бетонный слой в области действия остатка ударника разрушен. Таким образом, вторая преграда находится на пределе пробития. Суммарная глубина проникания  $h_{\Sigma}$  составила 92,5 мм, что на 15,5 мм меньше, чем при взаимодействии с защитной конструкцией первого типа. Суммарная глубина проникания в разнесённые мишени с учётом изгиба стального листа в непробитой мишени  $h_{\Sigma}^1 = 112,2$  мм. Увеличение скорости удара до 1500 м/с при  $\beta_0 = 0^\circ$  приводит к тому, что снаряд пробивает две преграды. Как и в предыдущем случае, третья преграда находится на пределе пробития. С тыльной стороны третьей преграды произошёл откол во втором бетонном слое диаметром  $d_t = 2,69 d_0$ . Суммарная глубина проникания  $h_{\Sigma}$  составила 155 мм, что на 15 мм меньше, чем при взаимодействии с защитной конструкцией первого типа. Суммарная глубина проникания в мишени с учётом прогиба стального листа третьей мишени  $h_{\Sigma}^1 = 173,6$  мм.

Таблица 2

**Результаты расчетов соударения ударника  
с набором пространственно-разнесенных преград второго типа**

$u_0$ , м/с	$\beta_0$ , град.	№ прег.	$d_n/d_0$	$d_c/d_0$	$d_t/d_0$	$L/d_0$	$m$ , г	$u$ , м/с
700	0	1	2,31	2,54	3,08	2,54	109,2	215
		2	3,08	-	2,5	2,38	106,7	-
1500	0	1	3,08	1,92	4,46	1,77	70,6	780
		2	3,53	1,69	3,08	1,46	58,0	338
		3	3,69	-	2,69	1,33	54,5	-
700	45	1	3,86	-	3,86	2,46	107,1	-
1500	45	1	4,42	2,57	4,86	1,57	65,6	530
		2	6,42	-	3,57	1,47	61,1	-
1500	60	1	8,57	3,42	7,14	2,0	69,6	231
		2	7,14	-	-	1,5	65,7	-

В табл. 3 представлены результаты расчёта ударного взаимодействия ударника с пространственно-разнесёнными мишенями, состоящими из сталебетонных преград первого типа, при  $u_0 = 700$  м/с и  $u_0 = 1500$  м/с и  $\beta_0 = 45^\circ$  и  $\beta_0 = 60^\circ$ .

Таблица 3

**Результаты соударения ударника  
с набором пространственно-разнесенных преград первого типа**

$u_0$ , м/с	$\beta_0$ , град.	№ прег.	$d_n/d_0$	$d_c/d_0$	$d_t/d_0$	$L/d_0$	$m$ , г	$u$ , м/с
700	45	1	3,57	2,86	4,28	2,57	111,4	375
		2	4,57	2,86	4,00	2,50	110,6	146
		3	-	-	-	-	-	-
700	60	1	6,42	5,00	8,00	2,64	114,1	211
		2	-	-	-	-	-	-
1500	45	1	3,57	2,86	4,57	2,14	94,3	976
		2	3,71	2,57	3,71	1,86	78,8	576
		3	4,71	2,28	5,28	1,78	73,4	260
		4	-	-	-	1,74	72,5	-
1500	60	1	5,56	4,44	6,67	1,89	85	741
		2	4,21	1,20	3,01	1,81	76,1	277

На рис. 3 приведена картина последовательного взаимодействия ударника со сталебетонными плитами (*а* – начальная конфигурация, *б* – побитие первой, *в* – второй преграды) при скорости  $u_0 = 700$  м/с и  $\beta_0 = 45^\circ$ . В данном случае ударник пробивает две преграды и застревает в третьей. За второй преградой деформированный остаток ударника ( $L/d_0 = 2,62$ ,  $m = 110,6$  г) имеет вертикальную составляющую составляющую скорости  $u = 146$  м/с. Удар по следующей преграде наносится боковой поверхностью остатка ударника, поэтому данной скорости недостаточно для пробития третьей преграды. Суммарная глубина проникания в мишени  $h_\Sigma$  не превышает 77 мм.

На рис. 4 приведена картина последовательного взаимодействия ударника со сталебетонными плитами (*а* – начальная конфигурация, *б* – побитие первой, *в* – второй, *г* – третьей преграды и *д* – взаимодействие с четвертой преградой) при скорости  $u_0 = 1500$  м/с и  $\beta_0 = 45^\circ$ . В данном случае происходит пробитие трёх преград. За третьей преградой деформированный ударник ( $L/d_0 = 1,78$ ,  $m = 73,4$  г) имеет вертикальную составляющую скорости  $u = 260$  м/с. На момент прекращения расчёта деформированный ударник имел вертикальную составляющую скорости  $u = 184$  м/с. Этой скорости недостаточно для пробития стального листа четвертой преграды при ударе боковой поверхностью. Таким образом, суммарная глубина проникания  $h_\Sigma$  не превышает 108 мм.

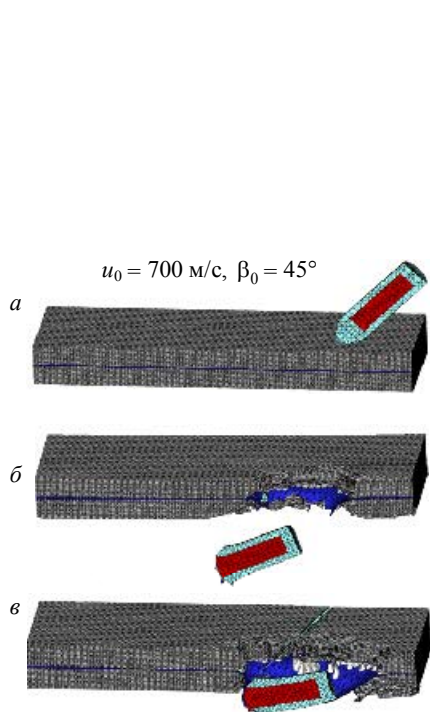


Рис. 3. Конфигурации ударника и сталебетонных плит первого типа при ударном взаимодействии с двумя преградами

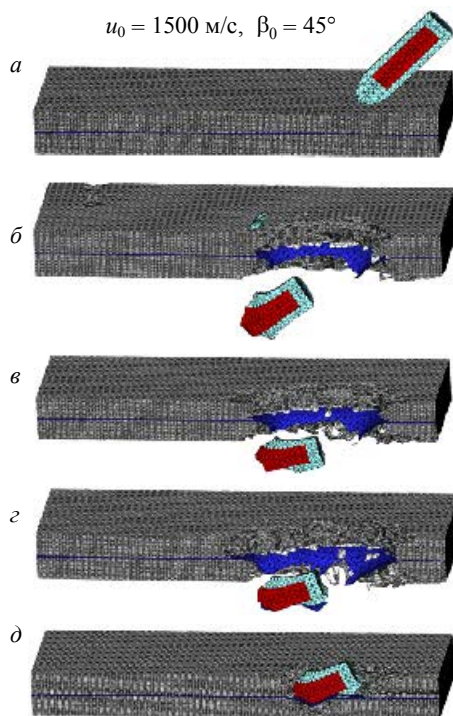


Рис. 4. Конфигурации ударника и сталебетонных плит первого типа при ударном взаимодействии с четырьмя преградами

На рис. 5 и рис. 6 приведена картина последовательного взаимодействия ударника со сталебетонными плитами со скоростями  $u_0$  : 700 м/с и 1500 м/с при  $\beta_0 = 60^\circ$ . Увеличение угла встречи приводит к снижению суммарной глубины проникания ударника. Так при скорости удара 700 м/с и угле подхода  $60^\circ$  ударник пробивает лишь первую преграду и застревает во второй (на рис. 5 представлено: *a* – начальная конфигурация, *б* – пробитие первой преграды). Суммарная глубина проникания  $h_\Sigma \leq 46$  мм. Следует отметить, что при данной скорости удара и угле подхода к мишеням второго типа глубина проникания в мишень  $h_\Sigma = 30$  мм. Ударник пробил первый слой бетона и остановился при взаимодействии со стальным листом.

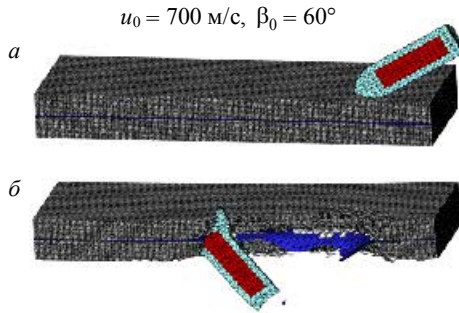


Рис. 5. Конфигурации ударника и сталебетонной плиты первого типа при ударном взаимодействии

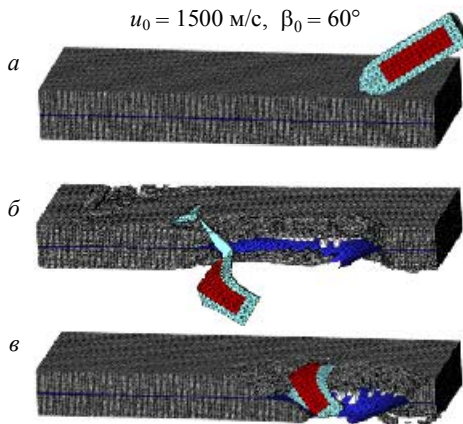


Рис. 6. Конфигурации ударника и сталебетонных плит первого типа при ударном взаимодействии с двумя преградами

Увеличение скорости до 1500 м/с приводит к тому, что ударник пробивает обе преграды. После пробития второй преграды (рис. 6, *б*) он имеет вертикальную составляющую скорости  $u = 277$  м/с. С этой скоростью он взаимодействует боковой поверхностью со второй преградой (рис. 6, *в*), двигаясь вдоль неё до полной остановки, не выходя за тыльную поверхность. При этом  $h_\Sigma = 62$  мм. При таких же параметрах ударного взаимодействия ударника с системой пространственно-разнесённых мишеней второго типа  $h_\Sigma = 92,5$  мм.

Представленные результаты математического моделирования демонстрируют возможность использования вычислительного комплекса «РАНЕТ-3» при исследовании прочности конструкций, в том числе представляющих набор пространственно-разнесённых сталебетонных плит, на высокоскоростной удар тел произвольной формы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Н.Н., Копаница Д.Г., Кумяк О.Г., Югов Н.Т. Расчёт железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки. Northampton: STT; Томск: STT, 2004. 466 с.
2. Белов Н.Н., Кабанцев О.В., Копаница Д.Г., Югов Н.Т. Расчётно-экспериментальный метод анализа динамической прочности элементов железобетонных конструкций. Томск: STT, 2008. 292 с.
3. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Копаница Д.Г., Югов А.А. Динамика высокоскоростного удара и сопутствующие физические явления. Northampton: STT; Томск: STT, 2005. 360 с.
4. Белов Н.Н., Корнеев А.И., Николаев А.П. Численный анализ разрушения в плитах при действии импульсных нагрузок // ПМТФ. 1985. № 3. С. 132–136.
5. Белов Н.Н., Демидов В.Н., Ефремова Л.В. и др. Компьютерное моделирование динамики высокоскоростного удара и сопутствующих физических явлений // Изв. вузов. Физика. 1982. № 8. С. 5–48.
6. Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Толкачев В.Ф. и др. Особенности ударно-волнового деформирования пористой керамики  $Al_2O_3$  // Докл. РАН. 1999. Т. 368. № 4. С. 477–479.
7. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Афанасьева С.А. и др. Исследование процессов деформирования и разрушения хрупких материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. 2001. Т. 7. № 2. С. 131–142.
8. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Копаница Д.Г., Югов А.А. Модель динамического разрушения мелкозернистого бетона // Вестник ТГАСУ. 2005. № 1. С. 14–22.
9. Белов Н.Н., Дзюба П.В., Кабанцев О.В., и др. Математическое моделирование процессов динамического разрушения бетона // Механика твердого тела. 2008. № 2. С. 124–133.
10. Белов Н.Н., Кабанцев О.В., Коняев А.А. и др. Расчёт прочности железобетона на ударные нагрузки // ПМТФ. 2006. Т. 47. № 6. С. 165–173.
11. Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Югов Н.Т. Проникание цилиндрических ударников в преграды из бетона и песчаного грунта // ДАН. 2002. Т. 387. № 5. С. 1–4.
12. Югов Н.Т., Белов Н.Н., Югов А.А. Расчёт адиабатических нестационарных течений в трёхмерной постановке (РАНЕТ-3) // Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 201 061 104 2. Москва, 2010.
13. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Копаница Д.Г. и др. Исследование прочности моделей стальных трубобетонных и железобетонных колонн на неоднократный торцевой удар падающего груза расчётно-экспериментальным методом // Механика композиционных материалов и конструкций. 2010. Т. 16. № 2. С. 181–190.
14. Белов Н.Н., Югов Н.Т., Копаница Д.Г., Югов А.А. Расчет прочности конструкций из бетонных и железобетонных плит при высокоскоростном ударе // ПМТФ. 2005. Т. 46. № 3. С. 165–173.
15. Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Копаница Д.Г. и др. Разрушение бетонных и железобетонных плит при высокоскоростном ударе и взрыве // ДАН. 2005. Т. 401. № 2. С. 185–188.
16. Seaman L., Gurran D., Shockley D.A. Computational models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys. 1976. V. 47. No. 11. P. 4814–4826.
17. Хелан К. Введение в механику разрушения. М.: Мир, 1988. 364 с.

*Belov N.N., Yugov N.T., Afanas'eva S.A., Fedosov O.Yu., Yugov A.A., Mamtsev R.S.* DURABILITY ANALYSIS FOR DESIGNS OF SPATIALLY-CARRIED STEEL-CONCRETE PLATES AT HIGH-SPEED BLOW BY THE COMPOUND METAL DRUMMER. The mathematical model of the behavior of concrete in the conditions of great dispatch-wave loading is presented. In the context of this model, using the finite elements method modified to solving dynamic problems, in the full three-dimensional statement, the problem about high-speed blow of a steel core in a dural cover on the design in the form of a set of spatially-carried steel-concrete plates is solved for different speeds and striking angles.

Keywords: mathematical modeling, high-speed impact, concrete, steel-concrete plates, compound striker, destruction, dynamic durability.

*BELOV Nikolay Nikolaevich* (Tomsk State University)

E-mail: [n.n.belov@mail.ru](mailto:n.n.belov@mail.ru)

*YUGOV Nikolay Tikhonovich* (Tomsk State University)

E-mail: [n.t.yugov@mail.ru](mailto:n.t.yugov@mail.ru)

*AFANASYEVA Svetlana Ahmed-Ryzovna* (Tomsk State University)

E-mail: [s.a.afanasyeva@mail.ru](mailto:s.a.afanasyeva@mail.ru)

*FEDOSOV Oleg Yurievich* (MP 21055)

E-mail: [olefed78@mail.ru](mailto:olefed78@mail.ru)

*YUGOV Aleksey Aleksandrovich* (Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering)

E-mail: [yugalex@sibmail.com](mailto:yugalex@sibmail.com)

*MAMTSEV Roman Sergeyeovich* (Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering)

E-mail: [rmamcev@mail.ru](mailto:rmamcev@mail.ru)