

Подход физической мезомеханики к моделированию процессов деформации и разрушения

П.В. Макаров

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, 634021, Россия

Представлен новый единый подход к задачам моделирования процессов деформации и разрушения материалов со сложной внутренней структурой на разных масштабных уровнях. С позиций физической мезомеханики рассмотрены методологические аспекты данной проблемы, особенности построения определяющих соотношений для описания пластических деформаций на микро-, мезо- и макромасштабных уровнях и учета вклада накопленной на нижних уровнях деформации в деформацию верхних уровней. Ключевая роль мезоуровня особенно ярко проявляется при моделировании процессов локализации деформации и σ - ϵ -диаграмм при высоких степенях деформирования, когда вклады в сопротивление течения в результате формирования субструктур мезоскопических масштабов становятся существенными.

Представлены и проанализированы результаты моделирования упругопластического деформирования различных мезообъемов со сложным внутренним строением, в том числе смоделированы процессы развития полос локализованного сдвига. Показано, что формирование иерархии блоков (структурных элементов деформации различных размеров) в зависимости от исходной неоднородности и условий нагружения является характерной чертой развития деформации на мезоуровне. Обсужден вариант построения макроскопического релаксационного определяющего уравнения с дислокационной кинетикой микросдвигов и учетом вкладов в сопротивление течения с мезоуровня в результате формирования субструктур мезоскопических масштабов. Формулировка релаксационного определяющего уравнения в терминах времен релаксации, связанных с различными уровнями усреднения, позволяет использовать его при решении прикладных задач в дву- и трехмерных постановках.

1. Введение

Существует целый ряд задач механики и физики деформируемого твердого тела, а также ряд материаловедческих проблем, которые не могут быть успешно решены в рамках традиционных подходов, развитых в этих областях. Это прежде всего проблема конструирования новых материалов, задачи о деформации и разрушении материалов с различными покрытиями, связанные задачи прочности и эволюции в процессе деформирования служебных характеристик функциональных материалов и материалов для электроники.

Все эти задачи объединяет то, что в процессе их решения, как задач механики, необходимо рассматривать и проблему эволюции их внутренней структуры, в том числе и эволюцию связей между составляющими элементами, и их влияния на служебные и функциональные свойства материала. Принципиальное значение при этом (особенно для решения проблемы сохранения прочности) играют внутренние границы раздела составляющих структурных элементов, а также различные физические процессы, которые развиваются в приграничных областях. Таким образом, деформируемый материал под нагрузкой должен быть рассмотрен как сложная иерархически организованная система элементов разных масштабов. Эта система эволюционирует в ходе нагружения и адаптируется к приложенным воздей-

ствиям, а элементы ее внутреннего строения — микро-структура — способны к самоорганизации.

Действительно, если материал или конструкция способны противостоять приложенным воздействиям, не разрушаясь и не теряя своих функциональных свойств, можно говорить, что материал как система адаптируется к внешним нагрузкам.

Традиционно анализ упругопластического деформирования нагружаемых материалов проводится с позиций континуальной механики. Такой подход позволяет моделировать деформацию и разрушение материалов в рамках макроскопического описания, используя в расчетах усредненные физико-механические параметры (предел текучести, предел прочности и т.д.). Эти параметры имеют сугубо макроскопический смысл. С другой стороны, накоплен очень большой экспериментальный материал по изучению эволюции внутренней микроструктуры нагруженных материалов, особенно металлов. Это позволяет привлечь теорию дислокаций к анализу многих особенностей пластического деформирования и учету в расчетах таких явлений, как деформационное упрочнение, формирование субструктур в процессе деформации, стадийность макроскопических кривых течения в связи с эволюцией внутренней микроструктуры и т.д. Однако привлечение только макроскопического анализа (когда пространственные мас-

штабы неоднородностей внутреннего строения сравнимы с межатомными расстояниями или размерами отдельных дислокаций) оказалось явно недостаточным для построения полноценной теории, позволяющей связать макроскопическую деформацию с внутренним строением материала.

Только континуальное макроскопическое описание, даже с привлечением теории дислокаций, в принципе не способно описать реальные механизмы пластической деформации и разрушения без привлечения дополнительной информации о мезоскопическом уровне поведения нагружаемого материала. Такой необходимой информацией об исходном строении материала и эволюции под нагрузкой его внутренней структуры являются данные о поведении, например, отдельных зерен металлов, их взаимодействиях, данные о поведении внутренних границ между различными структурными элементами и об образовании новых структурных элементов в ходе деформирования (возникновение ячеистой, полосовой, блочной и т.д. субструктур). Эта информация относится к структурным элементам внутреннего строения, характерные масштабы которых существенно больше, чем, например, размер отдельной дислокации, но не являются макроскопическими. Макрочастица должна содержать в себе достаточно много подобных структурных элементов, чтобы было возможно континуальное феноменологическое описание в рамках механики сплошных сред.

Другими словами, в теорию должен быть явно введен промежуточный масштабный уровень рассмотрения, больший, чем микроскопический, но не являющийся макромасштабным, учитывающий реальное строение материала и, прежде всего, наличие внутренних границ и неоднородность физико-механических характеристик. Это — мезоуровень.

2. Понятие масштабных и структурных уровней

Итак, существует большой круг задач, которые не могут быть эффективно исследованы только в рамках какого-то одного традиционного подхода (континуальной механики, физики твердого тела, теоретического материаловедения). Необходимо разработать более общую концепцию, позволяющую исследовать нагружаемый материал как сложно организованную систему, принимая во внимание изменения внутренней микроструктуры и значимые для поставленных задач физико-химические превращения, сопровождающие процессы деформации и разрушения. Такая концепция развивается в рамках нового научного направления — физической мезомеханики, основные идеи которой впервые были изложены в работах В.Е. Панина с сотрудниками [1–3].

Физическая мезомеханика материалов рассматривает деформируемый материал как иерархически

организованную систему структурных уровней различных масштабов [1–3]. Для адекватного описания процессов деформации и разрушения, согласно подходу физической мезомеханики, необходимо одновременное и взаимосогласованное рассмотрение трех масштабных уровней: микро, мезо и макро [1, 3], для которых должны быть развиты принципиально разные методы моделирования.

Это положение может быть обосновано, например, с позиций системологии [4], в которой объекты изучаются как сложные иерархически организованные системы. Важнейшими из иерархий являются пространственно-масштабная, которая отражает организацию и пространственное расположение составляющих элементов изучаемого объекта, и функциональная иерархия, отражающая систему связей между отдельными частями и правила их функционирования. Некий выделенный для изучения объект представляет 0-й (нулевой) ярус, или мезомасштабный уровень в принятой здесь терминологии, –1-й ярус — микромасштабный уровень — это уровень микроскопической организации объекта, +1-й ярус — макроуровень — уровень проявления интегральных характеристик и свойств объекта как целого, которые он проявляет в среде своего функционирования.

Понятие структурных уровней имеет несколько иной смысл. На каждом масштабном уровне может быть введена в рассмотрение своя система структурных уровней — структурных элементов, отражающих реальную внутреннюю организацию конкретного материала на соответствующем масштабном уровне.

Так, на уровне микроскопического рассмотрения это могут быть атомы внедрения, дефекты структуры (вакансии, дислокации, скопления дислокаций и т.д.), на мезоуровне — это дислокационные ячейки, зерна, твердые включения и т.д. Макроуровень — это уровень осредненного описания, интегрально учитывающий вклады в макроскопические процессы деформации и разрушения с микро- и мезоуровней [3]. Макроскопические механические характеристики материалов определены из макроскопических экспериментов, и именно они используются в различных расчетах, проводимых в рамках традиционного описания механики сплошных сред. Понятие мезоскопического уровня при таком подходе приобретает ключевое значение. Особенно важную роль мезоскопический уровень изучения имеет при моделировании механизмов пластического деформирования и разрушения [3, 5, 6], а также при решении проблем, перечисленных выше во введении.

При теоретическом описании и моделировании деформационных процессов на мезоуровне могут быть использованы методы континуальной механики [3, 5–7]. Принципиальное отличие от традиционного рассмотрения заключается прежде всего в том, что объектом изучения на мезоуровне является мезообъем материала,

в котором в явном виде рассматриваются все значимые элементы внутреннего мезостроения. Эти элементы должны иметь явно выраженные внутренние границы и специфические физико-механические характеристики. Вводится также понятие представительного мезообъема. Представительный мезообъем должен содержать достаточное для проведения усреднения количество структурных элементов. Следовательно, представительный мезообъем образует макрочастицу — точку континуума континуальной механики со средними по этому мезообъему параметрами: модулем Юнга, пределом текучести и т.д. Существенно, что суммарный внутренний момент представительного мезообъема равен нулю. Внутри же мезообъема для его подобластей в общем случае существуют нескомпенсированные внутренние моменты, поэтому на мезоуровне следует вводить кроме силовых также и моментные напряжения [1, 3]. В силу большой неопределенности моментных параметров целесообразно рассматривать упрощенные модели, не требующие явного введения моментных напряжений и изгибов кручений [3, 5].

Таким образом, методология физической мезомеханики предполагает одновременное и самосогласованное рассмотрение деформационных процессов на трех масштабных уровнях. Этот подход предполагает явное рассмотрение всех значимых структурных элементов на каждом масштабном уровне и учет процессов самоорганизации внутренней структуры в ходе деформирования, а также адаптацию материала как системы под приложенными нагрузками. В этом смысле разрушение или потеря материалом функциональных свойств означает его дальнейшую неспособность адаптироваться к внешним воздействиям.

Специфика механизмов пластического деформирования на каждом масштабном уровне определяет и специфические методы моделирования деформационных процессов на микро-, мезо- и макроуровнях.

На макроуровне пластически деформируемый материал течет, и возможно любое требуемое формоизменение под действием приложенных сил (до начала разрушения). Это формоизменение — упругопластическая деформация — обеспечивается физическими механизмами на микро- и мезоуровнях. Таким образом, на макроуровне изучается деформируемый континуум, и возможно использование всех существующих средств и методов континуальной механики в рамках феноменологических моделей и усредненных макроскопических физико-механических параметров.

На микроуровне происходят дискретные сдвиги в определенных направлениях (системах скольжения). Величина этих микросдвигов определена модулем вектора Бюргерса. Большие успехи в моделировании деформаций на микроуровне достигнуты при использовании методов молекулярной и элементной динамики [8–13]. В настоящей работе используются методы кон-

тинуальной теории дислокаций для описания средних скоростей деформаций индивидуальных макрочастиц. Это связано с необходимостью дальнейшего рассмотрения деформирования на мезо- и макроуровнях на основе континуальной механики.

Мезоуровень как промежуточное связующее звено имеет свои специфические особенности. С одной стороны, здесь допустимо описание поведения материала как сплошной среды, а с другой — остаются существенными проявления дискретности микросдвигов и ограниченность формоизменения мезоэлементов. Как следствие, существенными могут оказаться нескомпенсированные внутренние моменты, которые необходимо каким-либо образом ввести в рассмотрение. В результате на мезоуровне реализуется специфическая схема деформирования «сдвиг + поворот».

Несомненно, что различные комбинации сдвигов и поворотов на мезоуровне при различных видах сложного нагружения и различных путях деформирования формируют соответствующую специфическую макроскопическую деформацию. Именно это обстоятельство не позволяет описать сложное нагружение, основываясь только на результатах опытов на простое нагружение (сдвиг и растяжение-сжатие).

Если на мезоуровне объектом изучения являются мезообъемы материала, где явно учитываются как значимые элементы мезостроения, так и их взаимодействие и способность к формоизменению, то внутренняя деформация этих мезоэлементов обеспечивается физическими механизмами, развивающимися на микроуровне — потоком деформационных дефектов. В свою очередь, как уже отмечалось, представительный мезообъем является макрочастицей материала и обладает всеми физико-механическими характеристиками, которые присущи материалу как макрообъекту.

3. Цели работы

Основная задача представленной работы состоит в том, чтобы проиллюстрировать на простых примерах, как может быть конкретно реализована задача моделирования процесса деформации макроскопического объекта (образца материала, элемента конструкции и т.д.), в котором процесс деформации развивается на разных масштабных уровнях. В соответствии с этим ставятся следующие конкретные цели:

1. Описать макроскопическую деформацию (на мезо- и макроуровнях) как релаксационный процесс. Записать релаксационное определяющее уравнение с дислокационной кинетикой пластических сдвигов на микроуровне и выполнить моделирование σ – ϵ диаграмм при растяжении стержней и эволюции плоских волновых фронтов при ударноволновом нагружении пластин.

2. Смоделировать неоднородную деформацию на мезоуровне, принимая во внимание дислокационную динамику на микроуровне.

3. Связать деформацию на макроуровне с развитием деформационных процессов на микро- и мезоуровнях и формированием субструктур в ходе нагружения.

Для решения поставленных задач последовательно рассмотрим вопросы моделирования деформации на различных структурных уровнях. Следует, однако, подчеркнуть, что не существует принципиальной возможности построить такие уравнения, которые бы одновременно описывали все три уровня: микро, мезо и макро. Каждый уровень описания предполагает исследование принципиально разных объектов, для теоретического описания которых создаются свои специфические модели. В этом контексте ключевой задачей всегда остается задача осредненного учета вкладов с микроскопического уровня в макроуровень (в этом смысле мезоуровень является микроскопическим по отношению к макро).

4. Микроуровень

На микроскопическом уровне обеспечивается деформация фрагментов мезоструктуры, в том числе и аккомодационная, необходимая для сохранения сплошности материала при смещениях и поворотах этих фрагментов. Элементарными носителями пластической деформации на этом уровне выступают различные дефекты структуры: вакансии, дислокации и дисклинации. Пластическая деформация на микроуровне, в рамках развиваемого подхода, описывается с континуальной точки зрения. Рассматриваются не индивидуальные дефекты структуры, а дислокационно-дисклинационный континуум. Описание поведения индивидуальных дефектов может быть достигнуто другими методами, например, методами молекулярной динамики.

Для изотропной среды без внутренних моментов определяющее уравнение можно записать, следуя [3], в релаксационной форме

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda \theta^e \delta_{ij} + 2\mu (\dot{\epsilon}_{ij}^T - \dot{\epsilon}_{ij}^P). \quad (1)$$

Здесь полные скорости деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}^T$ есть суммы их упругих $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ и пластических $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ составляющих; $\theta^e = \epsilon_{ii}^T$ есть объемная деформация, а $\dot{\epsilon}_{ii}^P = \dot{\epsilon}_{11}^P + \dot{\epsilon}_{22}^P + \dot{\epsilon}_{33}^P = 0$ согласно постулату о пластической несжимаемости деформируемого материала.

Таким образом, пластическая деформация рассматривается как релаксационный процесс: в релаксационных определяющих уравнениях (1) приращения силовых напряжений пропорциональны приращениям полных деформаций, а релаксируют они по мере развития

пластических составляющих деформаций, которые могут быть описаны заданием соответствующих кинетик для скоростей пластических деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}^P$.

Рассмотрим два примера упругопластического деформирования, для решения которых эффективным оказалось привлечение микроскопического подхода — использование кинетических уравнений, описывающих эволюцию дислокационного континуума, при вычислении скоростей пластических сдвигов [14]:

1. Моделирование σ - ϵ -диаграмм при одноосном нагружении стержней.

2. Моделирование процесса распространения плоских упруго-пластических волн при ударноволновом нагружении металлов.

Ранее была предложена микродинамическая модель описания пластического течения материала с дислокационной кинетикой для скорости пластических сдвигов [3, 14, 15], которая применена в настоящей работе для вычисления скорости главного пластического сдвига и вклада в напряжение течения с микроуровня. Релаксационная форма записи определяющих уравнений (1) для случая одноосного нагружения стержней принимает вид

$$\dot{\sigma}_1 = E \left(\dot{\epsilon}_1^T - \frac{4}{3} \dot{\gamma}^P \right), \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0, \quad (2)$$

где $\dot{\sigma}_1$ — скорость изменения напряжения; $\dot{\epsilon}_1^T$ — скорость полной деформации; $\dot{\gamma}^P$ — главный пластический сдвиг ($\dot{\gamma}^P = 1/2 (\dot{\epsilon}_1^P - \dot{\epsilon}_2^P)$), E — модуль Юнга. Такой подход позволяет также учесть скоростную чувствительность материала. Приращение напряжения в (2) $\dot{\sigma}_1 dt$ пропорционально приращению полной деформации $\dot{\epsilon}_1 dt$, а релаксируют напряжения по мере развития пластических сдвигов $\dot{\gamma}^P dt$. Таким образом, в каждом конкретном случае деформирования вырабатывается динамическое равновесие, отражающее условия нагружения, с одной стороны, и реакцию материала, с другой. Этот подход в принципе отличается от традиционного описания, когда строится фактически статическая кривая.

Известно, что во многих случаях на начальных этапах пластического деформирования мезоструктура материала не дает заметного вклада в пластическое течение. В этом случае можно ограничиться чисто микроскопическим описанием, когда изменения претерпевает дислокационный континуум в целом. В расчетах использовалось широко известное в физике пластичности уравнение Орована для скорости пластических сдвигов $\dot{\gamma}^P$:

$$\dot{\gamma}^P = gbN(\gamma^P, \tau) f(\gamma^P) v(\tau, \tau'_0) \cdot \text{sign}(\tau_{\text{эфф}}), \quad (3)$$

$$\tau_{\text{эфф}} = \tau - \tau_{bs}.$$

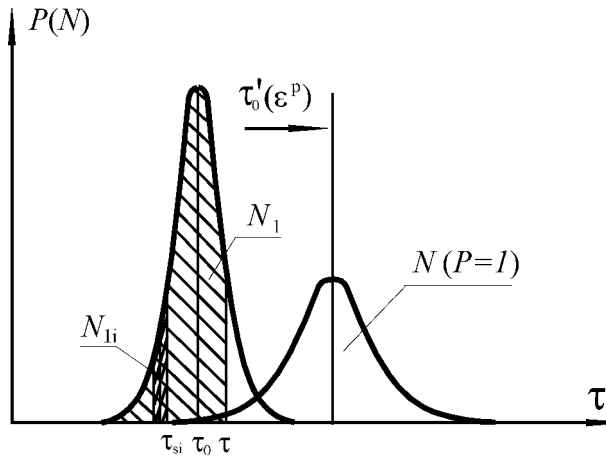


Рис. 1. Распределение подвижных дислокаций по величинам стартовых напряжений. τ'_0 — среднее в распределении, N_1 (одинарная штриховка) — доля подвижных дислокаций при текущем сдвиговом напряжении τ , N_{Li} (двойная штриховка) — i -я фракция подвижных дислокаций с общей величиной напряжения старта τ_{si}

Кинетические уравнения [3, 14, 15], задающие эволюцию дислокационного континуума в формуле Орована, позволяют учесть историю нагружения и описать неидеальный эффект Баушингера при смене знака нагружения. Здесь $\tau_{эф}$ — эффективное напряжение сдвига, учитывающее эволюцию внутренних ориентированных напряжений τ_{bs} . Таким образом, аккомодационная пластическая деформация на микроуровне обеспечивается изменением скалярной плотности дислокаций N , доли подвижных дислокаций f и скорости их коллективного движения v в (3) [14, 15], где g — ориентационный множитель; b — модуль вектора Бюргерса; $\tau = 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) = 1/2 \sigma_1$ — действующее сдвиговое напряжение ($\sigma_2 = 0$ в случае одноосного нагружения); τ'_0 — текущее результирующее сопротивление сдвигу, которое будет задано ниже определенным образом с учетом изменения внутренней структуры материала.

В кинетическом уравнении (3) может быть введено нормальное распределение деформационных дефектов по напряжениям старта τ_{si} , что позволяет описывать в том числе и микроскопические деформации [16, 17]:

$$\dot{\gamma}^p = \sum_i \Delta \dot{\gamma}_i^p, \quad (4)$$

$$\Delta \dot{\gamma}_i^p = gbN(\gamma^p)f(\gamma^p)P_i(\tau)v_i(\tau, \tau_{si}) \cdot \text{sign}(\tau_{эф}),$$

Здесь, как и в (3), g — ориентационный множитель; b — модуль вектора Бюргерса; $N(\gamma^p)$ — плотность дислокаций; $f(\gamma^p)$ — доля подвижных дислокаций; $v_i(\tau, \tau_{si})$ — скорость движения i -й фракции дислокаций; τ_{si} — напряжение старта i -й фракции дислокаций.

Вероятность движения i -й фракции дислокаций при напряжениях τ определяется выражением

$$P_i(\tau) = \int_{\tau_{s(i-1)}}^{\tau_{si}} \phi d\tau, \quad (5)$$

где $\phi = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\tau'_0 - \tau_{si}}{2\delta^2}\right]$, δ — дисперсия в законе распределения дислокационных групп по напряжениям старта.

Схематически функция распределения дислокационных групп по напряжениям старта представлена на рис. 1. Подвижными дислокациями при напряжении τ будут те, для которых $\tau_{si} < \tau$ (заштрихованная одинарным штрихом область на рис. 1), их число равно

$N(\gamma^p) \sum_i P_i(\tau)$. Величина τ'_0 приобретает смысл среднего в законе распределения и фактически является средним напряжением течения. Как будет показано ниже, в процессе нагружения τ'_0 определяется с учетом дальнедействующих внутренних напряжений τ_{bs} , учитывающих вклад в напряжение течения с микроуровня от леса дислокаций, а на развитых стадиях пластической деформации — с учетом эволюции мезоструктур. Для каждого последующего воздействия величина τ'_0 отличается от предыдущего (среднее в распределении τ'_0 на рис. 1 сдвигается по оси τ вправо от начального среднего напряжения течения τ_0), если материал обладает деформационным упрочнением.

В настоящей работе для определения дальнедействующих внутренних напряжений использовалась хорошо известная в физике пластичности зависимость $\tau_{bs} = \alpha\mu b\sqrt{N}$, где μ — модуль сдвига, а значение константы α для большинства материалов находится в пределах 0,2–0,5 [18].

Для определения плотности дефектов $N(\gamma^p)$, доли подвижных дислокаций $f(\gamma^p)$ и их скоростей $v_i(\tau, \tau_{si})$ использовались полуэмпирические зависимости. Причем, в выражении для плотности дислокаций γ^p заменялась на кумулятивную пластическую деформацию $\gamma_k^p = \int_0^t |\dot{\gamma}^p| dt$, что позволило учесть необратимость пластической деформации при обратном нагружении:

$$N = N^* + (N_0 - N^*) \exp\left(-\gamma_k^p \frac{A}{|g|b}\right), \quad (6)$$

где N_0 — начальная плотность дислокаций; N^* — предельно достижимая плотность дефектов при деформировании; константа A пропорциональна величине, обратной свободному пробегу дислокаций между актами размножения.

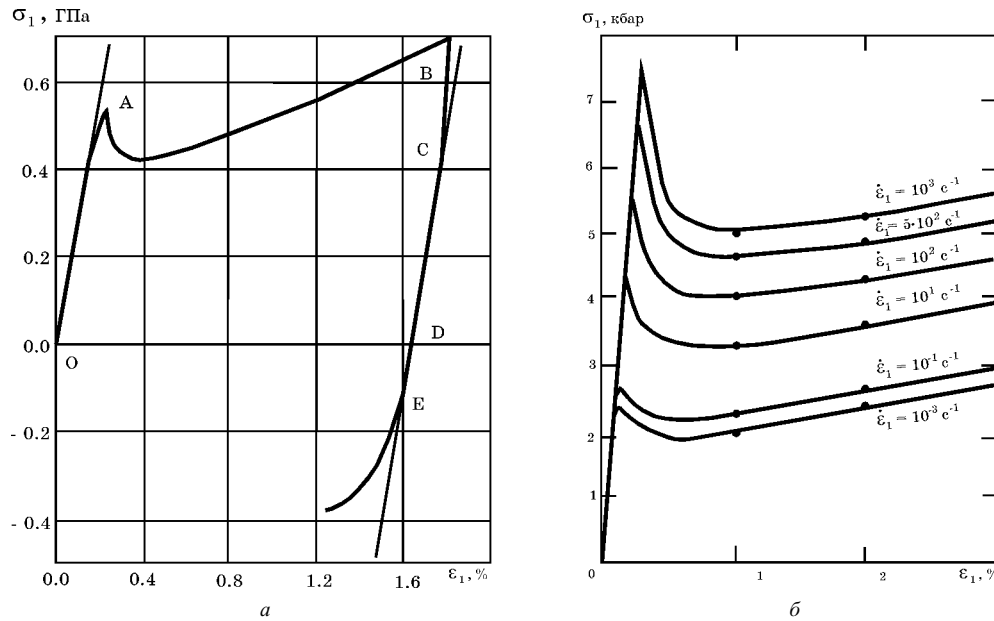


Рис. 2. Расчетная σ – ϵ –диаграмма мягкой стали при скорости деформации $\dot{\epsilon}_1 = 16 \text{ с}^{-1}$ (а); расчетные σ – ϵ –диаграммы мягкой стали для разных скоростей деформации в сравнении с экспериментальными данными [19] (б)

Аналогично, в выражении для доли подвижных дислокаций:

$$f = f^* + (f_0 - f^*) \cdot \exp\left(\gamma_k^p - \gamma_{\text{рев}}^p \frac{A}{|g|b}\right), \quad (7)$$

где f_0 — начальная доля подвижных дефектов; f^* — предельно достижимая доля подвижных дефектов; константа B пропорциональна величине, обратной пробегу дислокаций до закрепления. Для учета различия в сопротивлении движению дислокаций при прямом и обратном нагружении в выражение для доли подвижных дефектов вводится реверсивная пластическая деформация:

$$\gamma_k^p = \gamma_{\text{рев}}^p \left(1 - \frac{N}{N^*}\right) \quad (8)$$

при смене знака ($\tau - \tau_{\text{bs}}$).

Фракции дислокаций, имеющие одинаковые напряжения старта τ_{si} , движутся с одинаковыми скоростями v_i , тем большими, чем больше разница между напряжением старта и действующим сдвиговым напряжением τ .

$$v_i = \begin{cases} v_0 \cdot \frac{(ST_i)^2}{1 + (ST_i)^2} & \text{при } |\tau| \geq \tau_{si}, \\ 0 & \text{при } |\tau| < \tau_{si}. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $ST_i = (|\tau| - \tau_{si})/\beta$, где β — коэффициент торможения; v_0 — скорость распространения сдвиговой волны.

Таким образом, предлагаемая зависимость для скорости пластических сдвигов $\dot{\gamma}^p$ учитывает историю нагружения, связанную с эволюцией дислокационного континуума. Представленные уравнения отражают тот факт, что и при малых возмущениях имеются деформационные дефекты, которые приводят к микропластическим деформациям.

В качестве примера были проведены расчеты σ – ϵ –диаграмм мягкой стали при различных скоростях деформирования. Результаты расчетов в сравнении с экспериментальными данными [19] представлены на рис. 2.

Проанализируем σ – ϵ диаграмму, рассчитанную для мягкой стали в соответствии с экспериментальными данными [19–22]. Разгрузка начинается в точке B (рис. 2, а) при смене знака $\dot{\epsilon}_1^T$, однако знак напряжения еще сохраняется (до точки D). При этом релаксация в точке B не закончилась, так как скорость деформации сравнительно большая. Следовательно, продолжается пластическое течение, а знак $\dot{\gamma}^p$ определяется эффективным напряжением $\tau_{\text{эф}}$. Спад напряжения на участке BCD будет определяться как

$$\Delta\sigma_1 = -E \left(\left| \dot{\epsilon}_1^T \right| + \frac{4}{3} \left| \dot{\gamma}^p \right| \right) \Delta t,$$

причем наклон траектории разгрузки оказывается большим, чем наклон, определяемый модулем Юнга на участке OA . Это обусловлено тем, что по условию эксперимента $\dot{\epsilon}_1^T = \text{const}$ поддерживается принудительно, но релаксация еще не закончилась, и на упругую разгрузку накладывается пластическое течение. Этот эффект неоднократно наблюдался в экспериментах при сравнительно высоких скоростях деформирования, его часто относят к погрешностям методики, что неверно. При низких скоростях деформирования, когда времена нагружения значительно превышают времена релаксации, этот эффект незаметен.

Таким образом, при динамическом нагружении, когда скорости деформирования велики, наклон участка диаграммы BC отличается от наклона аналогичного участка при упругом поведении, определяемом модулем E , а остаточная пластическая деформация в точке D больше, чем в точке B . На рис. 2, б приведены результаты расчетов для разных скоростей нагружения в сравнении с экспериментальными данными.

На рис. 3 представлены расчеты циклического нагружения мягкой стали в малоцикловой области. Закон нагружения задан в виде

$$\dot{\epsilon}_1^T = \dot{\epsilon}_1^0 \cdot \text{sign}(\sin(\omega t)), \quad (10)$$

где ω — частота нагружения. Наибольшее упрочнение достигается на первых циклах.

Другим примером является ударноволновое нагружение металлов. Эффекты пластического течения (релаксация упругих предвестников, эволюция нестационарных волновых фронтов, особенности разгрузки — ее упруговязкопластический характер) особенно ярко проявляются при нагружении металлов ударными волнами сравнительно малых амплитуд $\sigma_1 < 10$ ГПа.

Система уравнений, описывающая распространение в среде материала таких плоских упругопластических волн, включает в себя:

уравнение движения

$$\rho \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial x}; \quad (11)$$

уравнение неразрывности

$$\dot{\epsilon}_1^T = \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial t}, \quad V = \frac{\rho_0}{\rho}. \quad (12)$$

Здесь ρ_0 и ρ — начальная и текущая плотности; $\dot{\epsilon}_1^T$ — скорость полной деформации, $\dot{\epsilon}_2^T = \dot{\epsilon}_3^T = 0$; u_1 — массовая скорость; σ_1 — напряжение ($\sigma_2 = \sigma_3 \neq 0$); x — лагранжева координата; t — текущее время.

Замыкается система релаксационным уравнением состояния, задающим связь между тензорами напряжений и деформаций

$$\sigma_1 = f(\epsilon_1).$$

Компоненты тензора напряжений разбиваются на шаровую P и девиаторную S_1 части:

$$\sigma_1 = -P + S_1.$$

Так как амплитуды действующих напряжений сравнительно малы, для описания шаровой части напряжений корректно воспользоваться баротропным уравнением $P = P(\rho)$. В данной работе использовалась кубическая зависимость:

$$P = a_1 \theta + a_2 \theta^2 + a_3 \theta^3,$$

где θ — объемная деформация. Коэффициенты a_1 , a_2 , a_3 определены экспериментально для многих материалов.

Сдвиговые напряжения могут быть найдены из определяющего уравнения релаксационного типа, которое несколько отличается от (2) в силу одномерности деформации:

$$\dot{S}_1 = 4\mu(\dot{\epsilon}_1 - 2\dot{\gamma}^P)/3, \quad (13)$$

где μ — модуль сдвига.

Скорость накопления деформаций определяется заданием функции для скорости пластических сдвигов $\dot{\gamma}^P$, как и в предыдущем случае. На рис. 4 приведен пример расчета распространения плоской ударной волны в сплаве Al6061-T6.

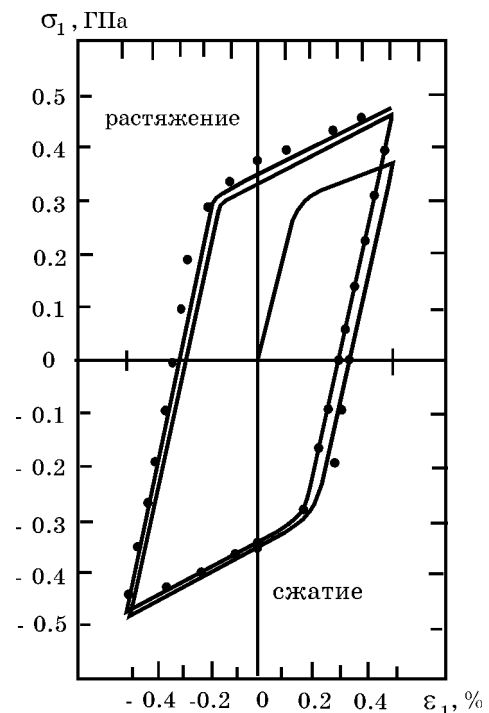


Рис. 3. Циклическое нагружение мягкой стали; • — экспериментальные данные [23]

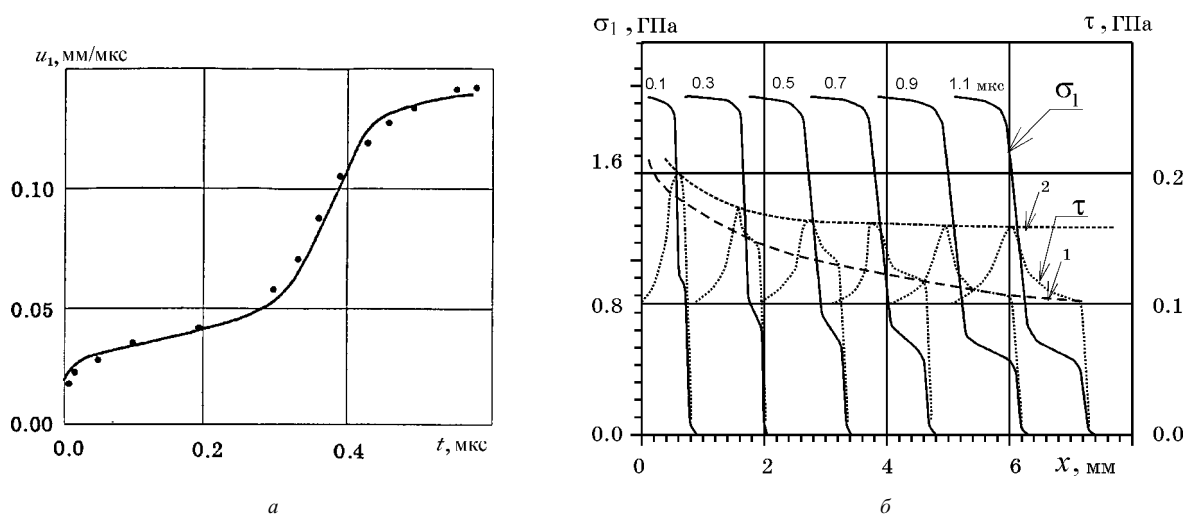


Рис. 4. Экспериментальный (точки) [24] и расчетный (сплошная линия) ударноволновые профили Al 6061-T6 интенсивностью 2,1 ГПа (а); σ_1 -профили волновых фронтов в разные моменты времени (б): 1 – затухание упругого предвестника, 2 – кривая релаксации сдвиговых напряжений τ во фронте ударной волны

Кинетические уравнения (3)–(9) позволяют правильно описать как форму волны нагружения (рис. 4, а), так и эволюцию нестационарных волновых фронтов по мере их распространения в глубь материала, а также правильную релаксацию сдвиговых напряжений τ в упругом предвестнике и во фронте ударной волны (рис. 4, б, кривые 1 и 2 соответственно). Отдельно на рис. 5 приведена кривая затухания упругого предвестника для этого сплава алюминия в сравнении с экспериментальными данными.

Полный волновой профиль с волной разрежения (участок ABC) приведен на рис. 6. Видно отличие от идеальной упругопластической модели как в области ударноволнового фронта, так и в области разгрузки, которая имеет существенно вязкоупругопластический характер. Такой характер разгрузки обусловлен тем, что за ударным фронтом формируется сильно неравновесная дефектная структура с высокой плотностью дислокаций. Наиболее подвижные дислокации начинают двигаться в самом начале упругой разгрузки, что приводит к снижению скорости «упругой» волны разрежения. Скорость плавно меняется от скорости продольной упругой волны c_1 в точке А до скорости объемной волны c_B в точке В.

Таким образом, релаксационная форма определяющих уравнений (1) вместе с предложенной дислокационной кинетикой позволяют моделировать основные эффекты пластического течения при динамическом нагружении материалов: релаксацию сдвиговых напряжений, скоростную чувствительность материалов, неидеальный эффект Баушингера при смене знака нагружения, а также эволюции нестационарных волновых фронтов и пластические эффекты в волнах разрежения.

5. Релаксационные определяющие уравнения с зависимостями для времен релаксации

Для решения дву- и трехмерных задач на мезо- и макроуровнях, а также при решении задач прикладного характера удобно переформулировать полученные определяющие уравнения в терминах времен релаксации, т.е. построить такие феноменологические уравнения, микроскопическое содержание которых может быть интерпретировано на основе теории дислокаций [3]. Для

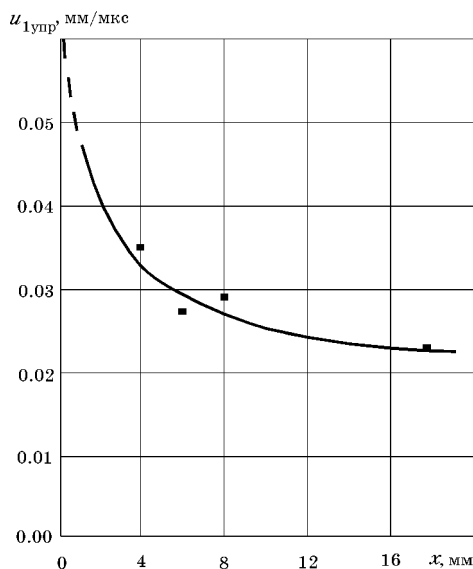


Рис. 5. Кривая затухания упругого предвестника в Al 6061-T6, построенная по расчетам распространения плоских ударных волн.

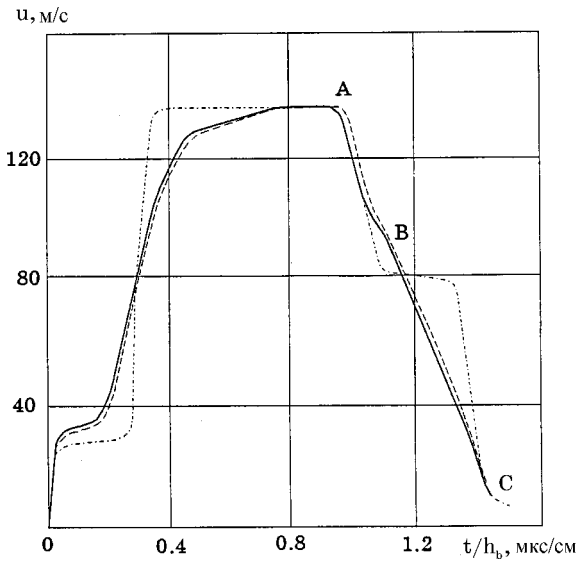


Рис. 6. Расчет волн нагружения и разгрузки в Al 6061-T6. ---- вязкоупругая модель; - · - · - идеальная упругопластическая модель, $\tau_0 = 0,12$ ГПа; сплошная линия – экспериментальные данные [25]

этого в модель можно ввести две функции времен релаксации t_{p1} и t_{p2} (или больше в зависимости от числа уровней), которые связаны с разными физическими механизмами пластической деформации, обусловленных элементарными носителями различных масштабов. Тогда $\dot{\gamma}^p = \dot{\gamma}_{tr}^p + \dot{\gamma}_{rot}^p$, где $\dot{\gamma}_{tr}^p$ — трансляционная составляющая скорости пластических сдвигов, а $\dot{\gamma}_{rot}^p$ связана с перемещениями и поворотами фрагментов структуры. Имеется в виду, что $\dot{\gamma}_{tr}^p$ обусловлена, в основном, базовым и аккомодационным скольжением на ранних стадиях пластического течения, в то время как $\dot{\gamma}_{rot}^p$ обусловлена коллективными эффектами и отражает более поздние стадии пластического течения, для которого характерны повороты фрагментов мезоструктуры. Зададим $\dot{\gamma}_{tr}^p$ как функцию времени релаксации t_{p1} [3, 14]

$$\dot{\gamma}_{tr}^p = \frac{\tau - \tau_0}{2\mu t_{p1}}. \quad (14)$$

По аналогии с (14) свяжем $\dot{\gamma}_{rot}^p$ со скоростью релаксации моментных напряжений, развивающихся на мезоуровне:

$$\dot{\chi}^p = \frac{M - M_0}{2\gamma t_{p2}}. \quad (15)$$

В рассмотрение вводятся главный момент $M = \gamma\chi$, главный вектор поворотов ω и среднее по фрагментам значение изгиба-кручения $\chi = \partial\omega/\partial x$. Аналогично (1)

и (2) и с учетом (15)

$$\dot{M} = \gamma(\dot{\chi}^T - \dot{\chi}^p) = \gamma\left(\dot{\chi}^T - \frac{M - M_0}{2\gamma t_{p2}}\right). \quad (16)$$

Количество сдвига, внесенное всеми фрагментами в макроскопическую деформацию, будет пропорционально их количеству N в единице объема и характерному размеру фрагмента l , поэтому вклад $\dot{\gamma}_{rot}^p$ на макроуровне определится выражением

$$\dot{\gamma}_{rot}^p = \frac{M - M_0}{2\gamma t_{p2}} l N \quad (17)$$

(в данном случае термин «макроскопическая» деформация следует понимать в том смысле, что рассмотрение ведется на уровне, который является макроскопическим по отношению к уровню элементарных носителей — дефектов структуры (дислокаций), которые в этом случае образуют микроуровень).

Полная скорость макроскопической пластической деформации будет равна

$$\dot{\gamma}^p = \frac{\tau - \tau_0}{2\mu t_{p1}} + \frac{M - M_0}{2\gamma t_{p2}} l N, \quad (18)$$

а скорость релаксации сдвиговых напряжений τ в макрочастице определяется двумя механизмами, связанными с развитием пластической деформации на разных структурных уровнях. Соответствующее релаксационное определяющее уравнение для одномерной деформации [14, 26, 27] обобщим в виде

$$\begin{aligned} \dot{\tau} &= \mu(\dot{\epsilon}_1 - 2\dot{\gamma}^p) = \\ &= \mu\left(\dot{\epsilon}_1 - \frac{\tau - \tau_0}{\mu t_{p1}} - \frac{M - M_0}{\gamma t_{p2}} l N\right), \end{aligned} \quad (19)$$

где μt_{pi} — функции вязкости.

Первому слагаемому в (18) можно дать дислокационную трактовку, положив согласно (3)

$$\dot{\gamma}_{tr}^p = \frac{\tau - \tau_0}{2\mu t_{p1}} = gbNfv. \quad (20)$$

Подобная трактовка позволила определить функцию времени релаксации t_{p1} [26–28] для ряда материалов при невысоких степенях деформации, когда можно считать, что вся пластическая деформация обеспечивается дислокационными механизмами.

В $\dot{\gamma}_{rot}^p$ можно вкладывать разный смысл. В расчетах эволюции волновых фронтов в работах [14, 26] этот механизм обеспечивает медленную релаксацию сдвиговых напряжений при достижении ударной волной максимальной амплитуды и связан с эволюцией дефектной структуры в этой области: с коллективными процес-

сами, ансамблями дефектов, возможно, с процессами образования ячеистой структуры, т.е. с элементарными носителями пластической деформации больших размеров, чем дислокации. В этом случае удобно чисто феноменологическое представление модели. Считая, что $M \equiv \tau l$, можно записать

$$\begin{aligned}\dot{\gamma}_{\text{rot}}^p &= \frac{M - M_0}{2\gamma t_{p2}} l N = \\ &= \frac{\tau - \tau'_0}{2\mu} \cdot \frac{l^2 N \mu}{\gamma t_{p2}} = \frac{\tau - \tau'_0}{2\mu t'_{p2}},\end{aligned}\quad (21)$$

где $t'_{p2} = (\gamma/l^2 N \mu) \cdot t_{p2}$, а τ'_0 имеет смысл напряжения, до которого будут релаксировать сдвиговые макронапряжения τ по второму релаксационному механизму. Таким образом, в модель вводятся несколько времен релаксаций t_{pi} , связанных с различными микроскопическими механизмами пластического течения.

Теперь

$$\begin{aligned}\dot{\tau} &= \mu(\dot{\epsilon}_1^T - 2\dot{\gamma}^p) = \\ &= \mu\left(\dot{\epsilon}_1 - \frac{\tau - \tau_0}{\mu t_{p1}} - \frac{\tau - \tau'_0}{\mu t'_{p2}}\right).\end{aligned}\quad (22)$$

Предложенный способ учета вкладов в пластический сдвиг, вносимый элементарными носителями пластической деформации разных масштабов l , позволяет описать пластическую деформацию как релаксационный процесс. Он прост в реализации и легко может быть связан с реальными физическими процессами, развивающимися на разных структурных уровнях, посредством задания функций соответствующих времен релаксации.

Для решения многомерных задач полученное уравнение (22) может быть обобщено в виде

$$\dot{s}_{ij} = 2\mu\left(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{3}\delta_{ij} - s_{ij} \frac{1 - \sigma_n^0 / \sigma_n}{2\mu t_r}\right). \quad (23)$$

При написании уравнений (23) полагалось, что все компоненты тензора напряжений релаксируют сходным образом в соответствии с законом релаксации, записанным для второго инварианта напряжений $\sigma_{\text{инв}}$. Этот закон определен из одномерных расчетов ($\sigma_{\text{инв}} = 2\tau$ для плоской волны), примеры которых приведены выше.

6. Мезоуровень

Для моделирования процессов деформации мезообъемов необходимо учесть вклады, вносимые с микроуровня. При решении задач в динамической постановке использовались определяющие уравнения в релаксационной форме (22), (23) с соответствующими зависимостями

для времен релаксации [14, 26], которые интегрально отражают процессы на микроуровне, приводящие к релаксации макроскопических напряжений.

В качестве иллюстрации рассмотрим только двумерные расчеты в динамической и квазистатической постановках как для плосконапряженного состояния, так и для плоской деформации. В работах [3, 5, 6] приведены основные уравнения и обсуждены способы их решения.

При проведении модельных расчетов деформирования мезообъемов использовались фотографии шлифов структурно-неоднородных материалов, полученные на оптическом или электронном микроскопах для реальных образцов. Эти изображения в компьютере намеренно огрублялись. Учитывались только существенно значимые объекты мезоскопического масштаба, и проводились расчеты по моделированию различных условий нагружения мезообъемов, содержащих различное число элементов внутренней структуры. Это, как правило, зерна, имеющие различную ориентацию, твердые включения, сегрегации фаз и т.д., т.е. любые мезоэлементы, имеющие границы, при переходе через которые изменяются физико-механические параметры.

Система динамических уравнений для двумерных плоских задач имеет следующий вид.

Уравнения для скоростей деформаций и скоростей поворота

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \dot{\epsilon}_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \\ \dot{\epsilon}_{xy} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\right), \\ \dot{\omega}_z &= -\dot{\omega}_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right),\end{aligned}$$

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\dot{h}}{h} \quad \text{— для плоского напряженного состояния,}$$

$$\epsilon_{zz} = 0 \quad \text{— для плоской деформации.}$$

Уравнения движения в плоских координатах x, y

$$\rho \frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y}, \quad \rho \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y},$$

$$\sigma_{xy} - \sigma_{yx} = M, \quad M = j\ddot{\omega}_z - \frac{\partial \mu_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial \mu_{yz}}{\partial y}.$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\dot{V}}{V} = \dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{zz}.$$

Уравнения состояния (определяющие уравнения)

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^S + \sigma_{ij}^A,$$

$$\sigma_{21}^A = -\sigma_{12}^A = \begin{cases} 0 & \text{при } \varepsilon^p = 0, \\ \alpha F(\text{grad}(\varepsilon^p)) & \text{при } \varepsilon^p \neq 0, \end{cases}$$

$$\sigma_{ij}^S = -P\delta_{ij} + s_{ij}, \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}s_{ij},$$

$\dot{P} = -K\dot{V}/V$ — для случая баротропной среды и напряжений, не превышающих нескольких ГПа,

$$\frac{Ds_{xx}}{Dt} = 2\mu\left(\dot{\varepsilon}_{xx} - \frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V}\right) - 2\mu\dot{\lambda}s_{xx},$$

$$\frac{Ds_{yy}}{Dt} = 2\mu\left(\dot{\varepsilon}_{yy} - \frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V}\right) - 2\mu\dot{\lambda}s_{yy},$$

$$\frac{Ds_{xy}}{Dt} = 2\mu\dot{\varepsilon}_{xy} - 2\mu\dot{\lambda}s_{xy},$$

$$\frac{Ds_{zz}}{Dt} = 2\mu\left(\dot{\varepsilon}_{zz} - \frac{1}{3}\frac{\dot{V}}{V}\right) - 2\mu\dot{\lambda}s_{zz},$$

$\sigma_{zz} = -P + s_{zz} = 0$ — для плоского напряженного состояния, $s_{zz} = -(s_{xx} + s_{yy})$ — для плоской деформации,

где $\frac{Ds_{ij}}{Dt} = \dot{s}_{ij} - \dot{\omega}_{ik}s_{kj} + s_{ik}\dot{\omega}_{kj}$ — значение производной Яумана, $\dot{\lambda}$ — скалярный параметр в теории пластического течения. Точка сверху означает производную по времени.

$$s_{xx}^2 + s_{yy}^2 + 2s_{xy}^2 + s_{zz}^2 = \frac{2}{3}Y_0^2.$$

Здесь x, y — пространственные координаты; u_x — скорость в направлении x ; u_y — скорость в направлении y ; $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{zz}$ — компоненты тензора силовых напряжений; μ_{xz}, μ_{yz} — компоненты тензора моментных напряжений; $s_{xx}, s_{yy}, s_{xy}, s_{zz}$ — девиатор напряжений; $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{zz}$ — компоненты тензора де-

формации; P — гидростатическое давление; $V = \rho/\rho_0$ — относительный объем; ρ — плотность; ρ_0 — начальное значение плотности; K — объемный модуль; μ — модуль сдвига; h — толщина пластины; Y_0 — начальное значение предела текучести.

Следует отметить, что учет реальных систем скольжения очень трудоемок и требует решения трехмерной задачи. Поэтому была предложена простая модель, имитирующая поведение отдельных монокристаллов с одной или несколькими базовыми системами скольжения, что приводит к ограничению возможного формоизменения и несимметрии тензора напряжений. В двумерной постановке $\sigma_{12} \neq \sigma_{21}$ в области пластического течения. В соответствии со сказанным, тензор напряжений в системе, рассмотренной выше, разбит на симметричную s_{ij}^S и антисимметричную части s_{ij}^A . На упругой стадии нагружения антисимметричная часть напряжений $s_{ij}^A \equiv 0$. При появлении пластического течения в любой точке мезообъема проявляется несимметрия тензора напряжений, обусловленная наличием преимущественной системы скольжения. Эту антисимметричную часть предлагается описать в первом приближении как линейную функцию от градиента накопленной пластической деформации (второго инварианта деформации).

На рис. 7–9 приведены результаты тестовых расчетов, выполненных по этой модели, для «сэндвича», рис. 7, а, внутренняя прослойка которого имеет «спин» «+» либо «-» («+» дает сдвиг вправо и поворот элемента по часовой стрелке, рис. 7, а «-» дает сдвиг влево и поворот элемента против часовой стрелки, рис. 8). На рис. 10, а показана карта образца с обычной пластичной матрицей, способной к произвольному формоизменению, как того требуют приложенные нагрузки (с обычным критерием пластичности Мизеса), и с вклю-

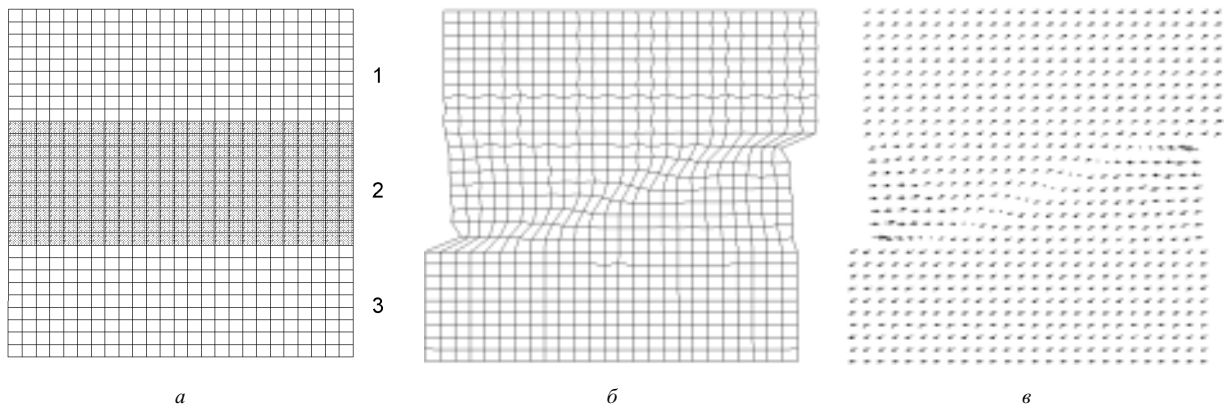


Рис. 7. Тестовые расчеты структуры типа «сэндвич» (а): 1, 3 — обычная среда без внутренних моментов $\sigma_{12} = \sigma_{21}$; 2 — среда с внутренними некомпенсированными моментами ($\sigma_{12} > \sigma_{21}$); деформированная сетка (б); поле скоростей (в)

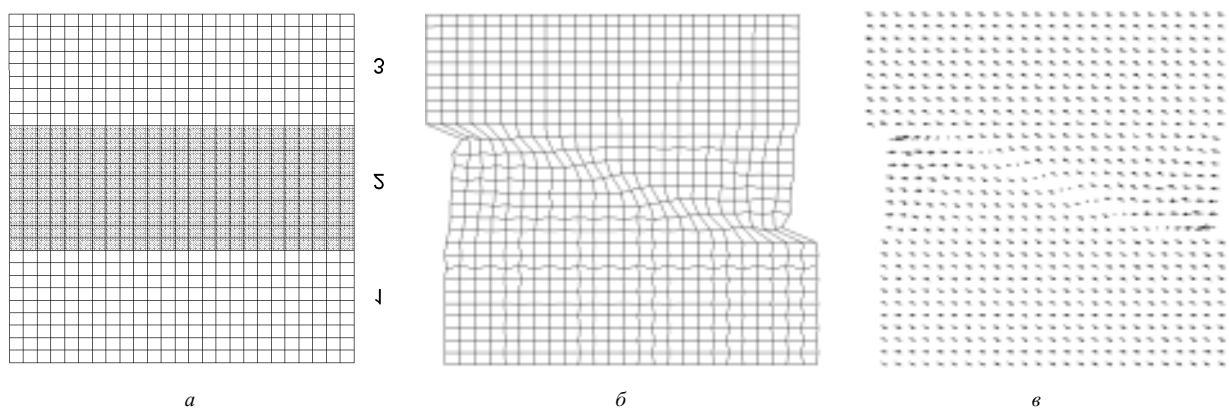


Рис. 8. Тестовые расчеты структуры типа «сэндвич» (а): 1, 3 – обычная среда без внутренних моментов $\sigma_{12} = \sigma_{21}$; 2 – среда с внутренними некомпенсированными моментами ($\sigma_{12} < \sigma_{21}$); деформированная сетка (б); поле скоростей (в)

чением, для которого коэффициент $\sigma_{12} \neq \sigma_{21}$ в области пластического течения. На рис. 10, б видно, что поворот включения при растяжении образца приводит к образованию складок в матрице (показана деформация ϵ). Подобные простые модели могут быть успешно применены при моделировании неупругого поведения поликристаллических материалов. Однако при моделировании механизмов пластической деформации необходимо явное введение в рассмотрение систем скольжения. Для этого достаточно смоделировать поведение под нагрузкой нескольких контактирующих монокристаллов.

Так на рис. 11, а представлен образец, состоящий из трех зерен, заключенных в более жесткую рамку. Жесткая рамка позволяет смоделировать стесненные условия деформации. Представленные на рис. 11 результаты были получены О.И. Черепановым [6] при явном учете систем скольжения. Задача решена в квазистатической постановке. Каждое зерно имеет только одну активную систему скольжения (на рис. 11, а $\mathbf{n}_i$ — нормали к плоскостям скольжения). На рис. 11, б представлены изолинии компоненты деформации ϵ_{22} при растяжении

указанного мезообъема вдоль оси y . Для рассматриваемого момента нагружения в первом и втором зернах активизировались базовые системы скольжения практически для всех расчетных узлов, в третьем зерне — приблизительно для 60%. Однако наиболее сильно деформации развились только в первом зерне, которое оказалось пронизанным полосами локализованного сдвига, ориентированными приблизительно в направлении максимальных касательных напряжений. Замкнутость изолиний между соседними полосами скольжения свидетельствует о наличии поворотов подобластей кристалла, ограниченных изолиниями. Это один из простых примеров, который ярко демонстрирует, как резко возрастает неоднородность деформации (появление полос локализованного сдвига и развитие поворотов) даже при простейшем учете внутренней неоднородности (наличие одной базовой системы скольжения и, как следствие, запрет на однородную деформацию).

Поведение под нагрузкой мезообъема, содержащего много зерен (представительный мезообъем), дает информацию о реакции на нагружение макрообъема, т.к. представительный мезообъем — это макрочастица. Та-

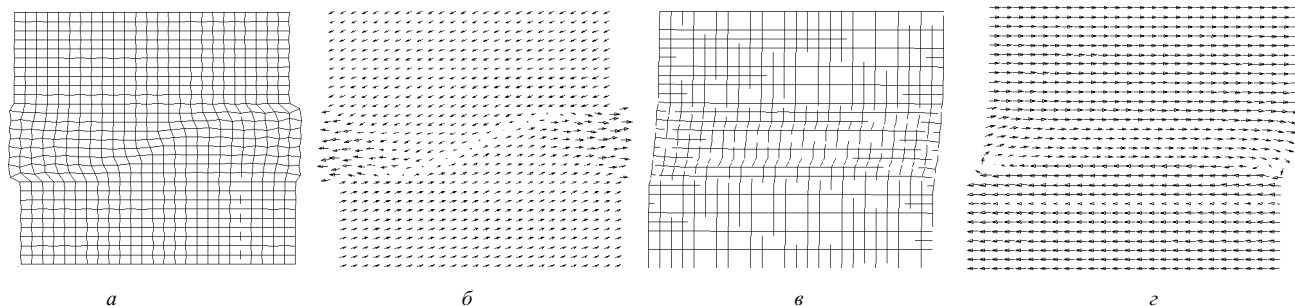
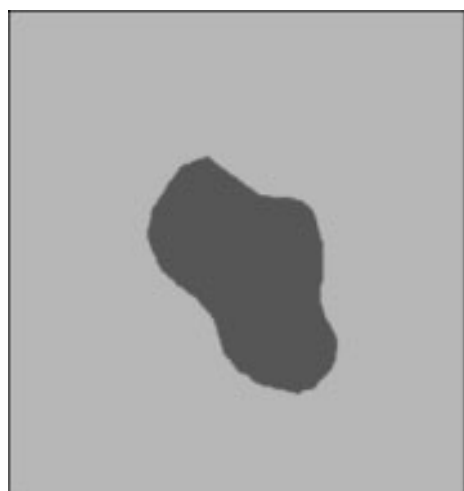
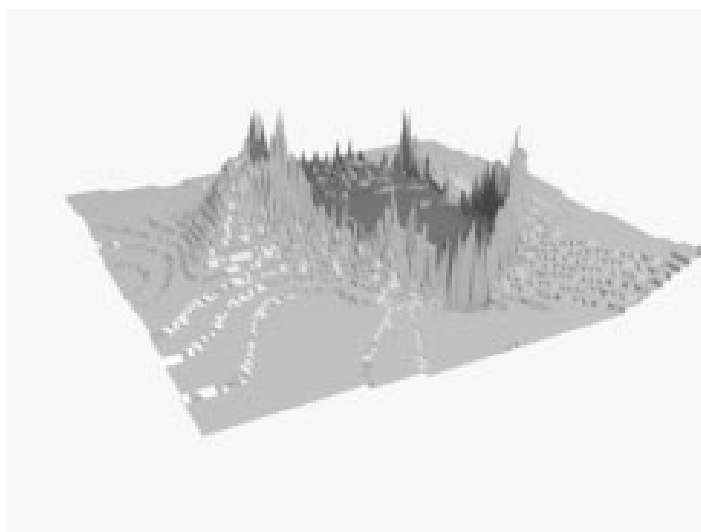


Рис. 9. Расчет сжатия и сдвига образца с прослойкой, имеющей внутренние некомпенсированные моменты. $\sigma_{12} < \sigma_{21}$ (сжатие): а – деформированная сетка; б – поле скоростей. $\sigma_{12} > \sigma_{21}$ (сдвиг): в – деформированная сетка; з – поле скоростей



а



б

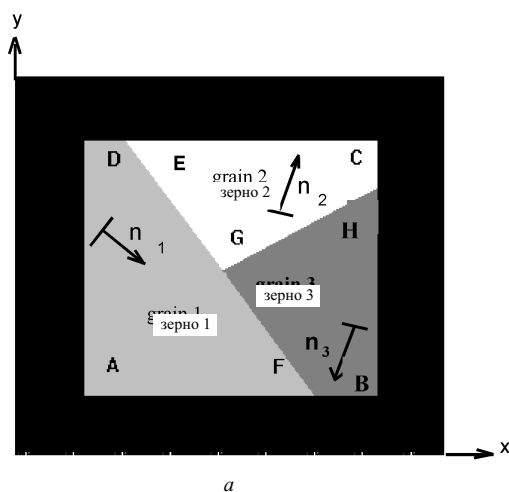
Рис. 10. Уругопластическое течение при растяжении матрицы с включением (во включении имитируется одна активная система скольжения). а – карта образца; б – распределение пластических деформаций

кой мезообъем, рис. 12, а, реагирует на нагружение образованием системы взаимно сопряженных полос локализованного сдвига, рис. 12, б [29]. Причем в этих расчетах каждое зерно имело индивидуальный предел текучести, т.е. разрешена любая необходимая для аккомодации деформация. Сформировались лидирующие полосы сдвига, вдоль которых отдельные блоки смещаются как целые. Эти блоки содержат большое количество зерен. Внутри они деформируются также неоднородно, рис. 12, б, и в дальнейшем возможно формирование более мелких фрагментов, которые назовем структурными элементами деформации (СЭД) из-за их способности смещаться и поворачиваться как целые, качественно изменяя тем самым общую картину деформации. В этом же мезообъеме, под действием ударной волны, рис. 13, реализуется система полос локализо-

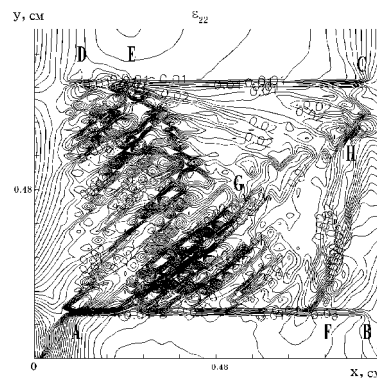
ванного сдвига, порожденная поворотами отдельных зерен (сгущение изолиний визуализирует фронт ударной волны). Эти повороты особенно ярко проявляются в поле скоростей, рис. 13, в. Таким образом, различные условия нагружения (растяжение и всестороннее сжатие в ударной волне) приводят к существенно разным картинам формирования полос локализованного сдвига.

На рис. 14 показан процесс формирования блоков в металлокерамическом композите (металлическая матрица — NiTi и твердые включения — карбид титана TiC). Расчеты выполнены в динамической постановке Ю.П. Стефановым [30, 31].

Мезообъем материала, показанный на рис. 15, также содержит достаточно много зерен, и его поведение близко к поведению представительного мезообъема. На рис. 16 и 17 показаны полосы локализованного сдвига



а



б

Рис. 11. Исходная структура образца из трех зерен в жесткой рамке ($\mathbf{n} \perp$ плоскости скольжения) (а); развитие локализованной деформации и поворотов в отдельных зернах (б)

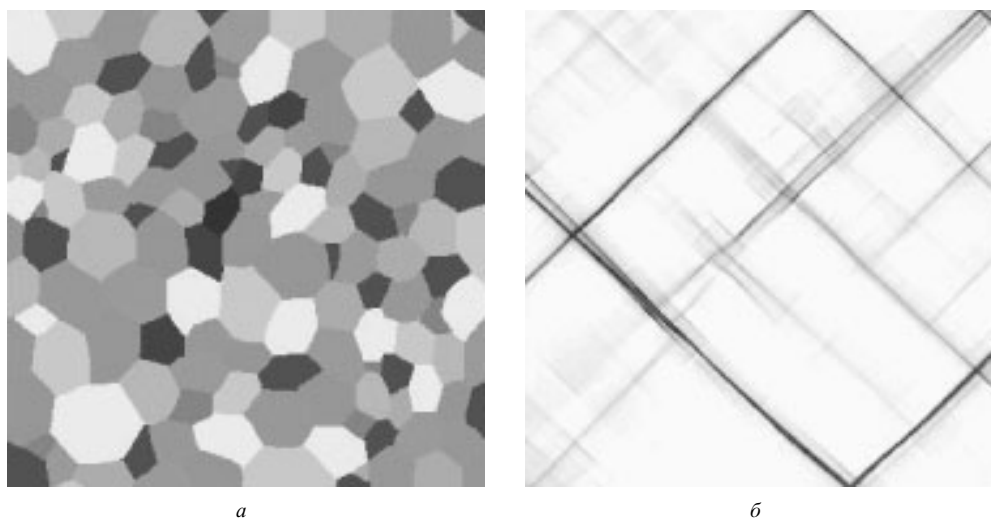


Рис. 12. Поликристаллический образец, деформируемый растяжением (а); формирование полос локализованного сдвига при общей деформации 3% (б) и 3% (б)

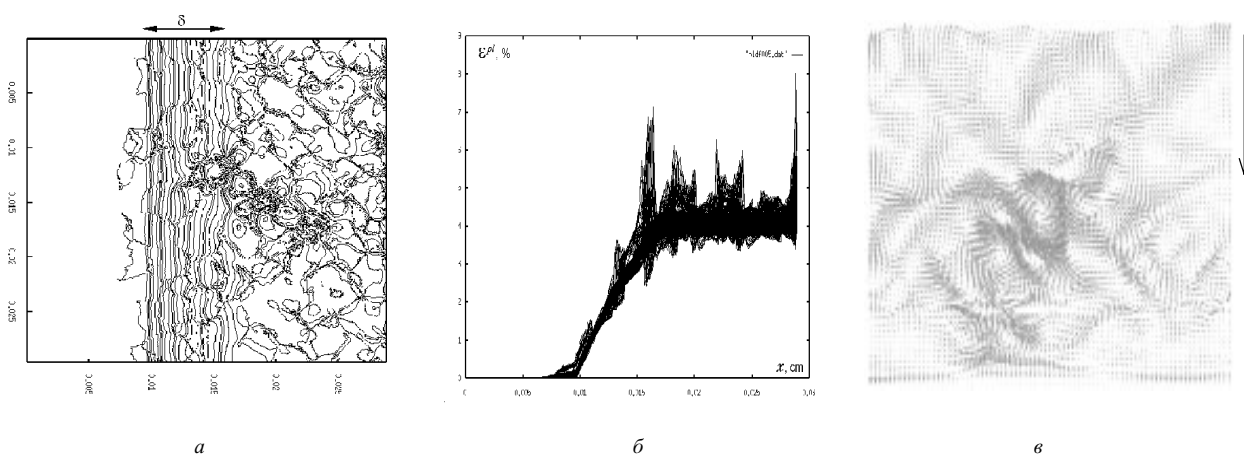


Рис. 13. Изолинии пластической деформации в мезообъеме при его ударно-волновом нагружении, δ – ударно-волновой фронт (а); распределение пластических деформаций в мезообъеме вдоль линий, параллельных волновому фронту (б); поле отклонений скоростей от среднего значения в узлах расчетной сетки вдоль линий, перпендикулярных фронту волны (направление волны указано стрелкой) $\sigma = \rho c \Delta u \approx 0,1 \div 0,3$ ГПа (в)

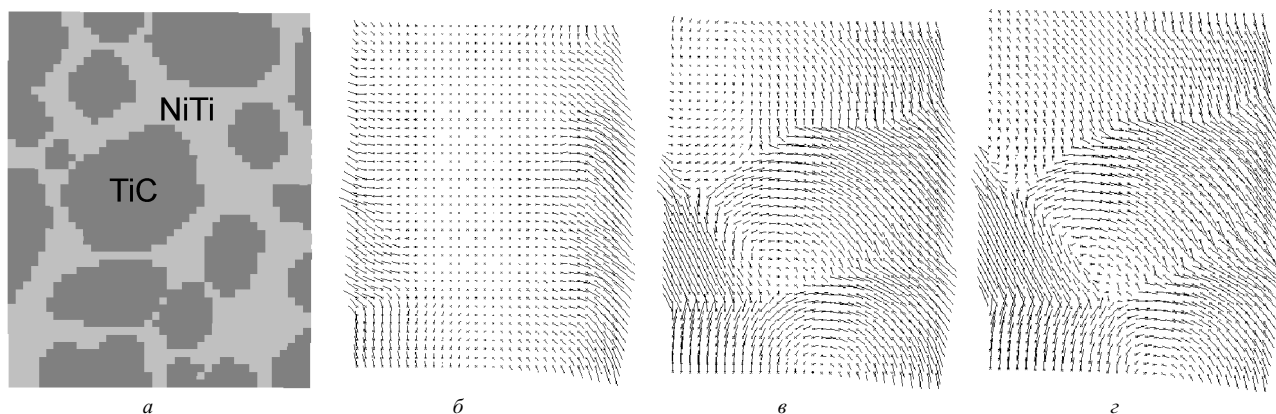
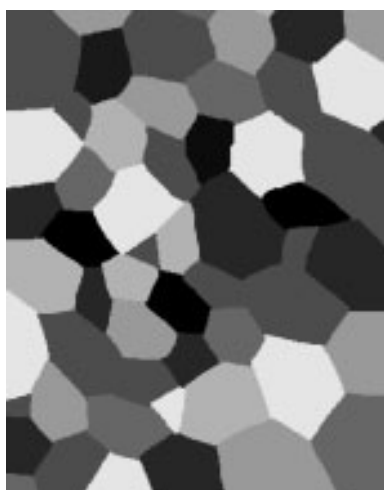
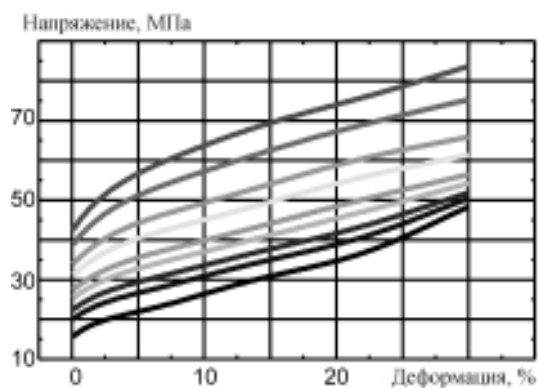


Рис. 14. Формирование блочной структуры в металлокерамическом композите при его сложном нагружении (сдвиг + растяжение): а – исходная структура образца; б, в, г – поля скоростей в различные моменты времени



а



б

Рис. 15. Исходная структура образца (а); кривые течения для различных зерен (б)

для деформаций (лагранжево представление) и поле скоростей на момент образования шейки. Расчеты выполнены в динамической постановке Р.Р. Балохоновым.

Следующий пример иллюстрирует решение прикладной задачи для нагружаемого (растяжение) материала с покрытием. Исследовалось напряженно-деформированное состояние для представительного мезообъема среды в образце из стали 65Х13. Образец был поверхностно упрочнен методом ионного азотирования [32]. Был рассмотрен участок рабочей части поперечного сечения образца в области образования шейки. На рис. 18 представлена карта исследуемого участка образца. Ис-

ходная внутренняя неоднородность среды задавалась явным образом. Различным элементам внутренней структуры на мезоуровне (отдельные зерна, покрытие) приписывались различные механические характеристики. В данной работе рассмотрена реальная структура поверхностно-упрочненного стального образца, а также смоделированы действительные размеры представительного мезообъема. Соответствующее экспериментальное исследование особенностей протекания процессов пластической деформации на мезоуровне проведено В.Е. Паниным с сотрудниками [32].

На рис. 19 представлена лагранжева координатная

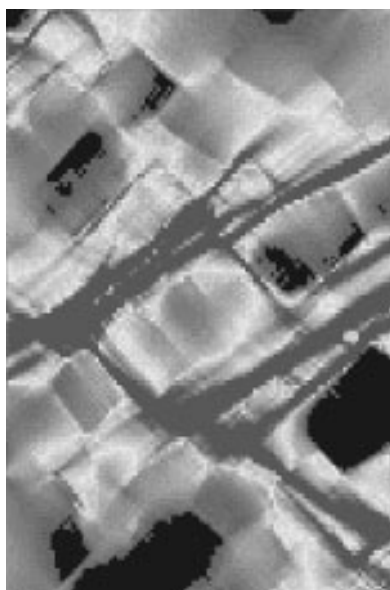


Рис. 16. Распределение интенсивности пластических деформаций в образце поликристаллической стали на стадии предразрушения (лагранжево представление)

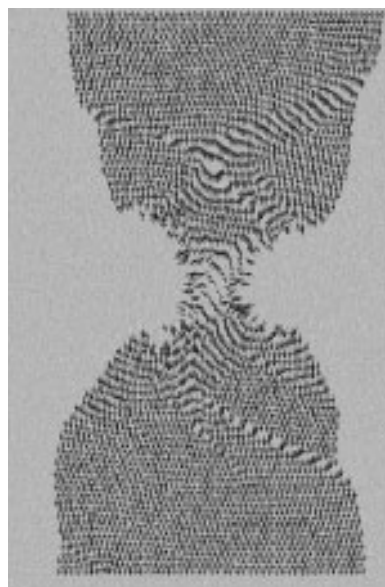


Рис. 17. Расчет формирования шейки: поле скоростей, соответствующее случаю рис. 16

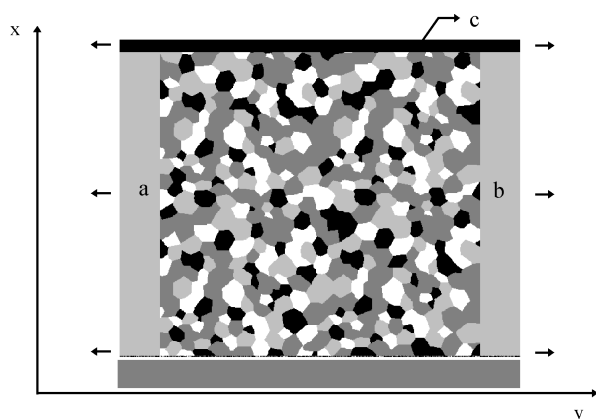


Рис. 18. Исходная структура материала с покрытием (c – покрытие; a, b – материал со средними значениями механических характеристик)

сетка, которая отражает смещения отдельных точек мезообъема при общей деформации, равной 15%. В материале формируются специфическое напряженно-деформируемое состояние и своеобразная «слоистая» структура. Происходит локализация пластической деформации в направлениях, близких к направлению действия максимальных касательных напряжений, и в приповерхностном слое начинает формироваться так называемый «гофр», амплитуда и «длина волны» которого также зависят от толщины покрытия. Качественно расчетная картина достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными. Наконец, деформация локализуется по одному из наиболее выгодных направлений (в области макроконцентраторов вблизи поверхности), что приводит к образованию шейки, и образец теряет устойчивость как целое (рис. 19).

На рис. 20 также представлена расчетная интегральная кривая «напряжение-деформация» образца с покрытием (кривая 2) в сравнении с экспериментом ($\square$ – данные [32]). Значение напряжения рассчитывалось как

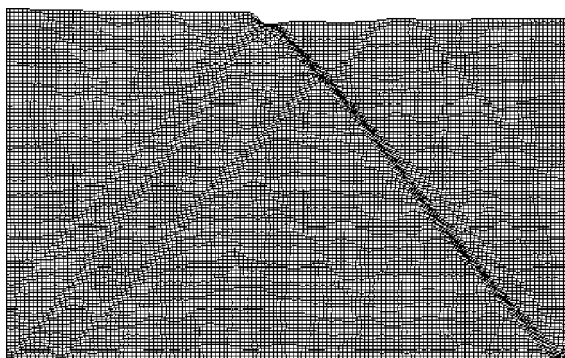


Рис. 19. Образование полосы локализованного сдвига в образце (рис. 18) при растяжении

среднее значение интенсивности напряжений по всем узлам расчетной сетки, а деформации — как относительное удлинение исследуемого представительного мезообъема. Видно хорошее количественное согласие расчета и эксперимента. Расчеты выполнены Р.Р. Баллоновым.

Все приведенные примеры ярко демонстрируют неоднородность развития пластической деформации в мезообъемах структурно-неоднородных сред с образованием блоков различных размеров. Процесс образования СЭД носит универсальный характер. В любой структурно-неоднородной среде деформация на мезоуровне развивается как сугубо локальный процесс и сосредоточена, в основном, в узких зонах, покрывая весь образец системами сопряженных полос. Причиной образования этих полос локализованного сдвига является структурная неоднородность материала, прежде всего, наличие внутренних границ, которые являются мезоконцентраторами напряжений. Наличие определенных систем скольжения и, как результат, ограниченность формоизменения, является другим важнейшим фактором формирования более мелкомасштабных полос локализации уже внутри фрагментов, например внутри зерен поликристаллов. Моделирование процесса образования СЭД показало, что этот процесс проходит несколько стадий:

1. На стадии упругого нагружения в структурно-неоднородном материале за счет концентраторов мезоскопических масштабов различной физической природы формируется неоднородное поле напряжений.

2. Затем на начальной стадии развития пластической деформации в направлениях максимальных касательных напряжений (их ориентация определена структурной неоднородностью материала на мезоуровне и условиями нагружения) формируются полосы локализованного сдвига. В областях, ограниченных полосами локализованной деформации внутри СЭД, материал оказы-

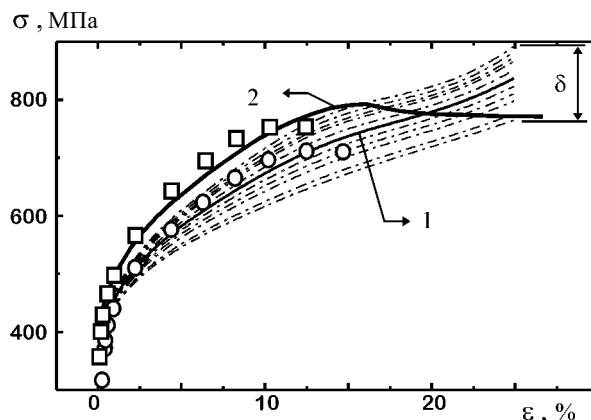


Рис. 20. Кривые течения для стали 65X13 при растяжении: 1 – материал без покрытия, 2 – материал с покрытием (рис. 18); δ – кривые деформации отдельных зерен; $\square$ – экспериментальные данные [32], сплошные линии – результаты расчетов

вается слабо деформированным.

3. Дальнейшее деформирование приводит к нарастанию локализованной пластической деформации и смещениям и поворотам блоков (мезообъемов) материала. Весь материал оказывается разбитым на блоки (СЭД). Особенно ярко этот процесс проявляется в полях скоростей. Именно по изменениям скоростей смещений и поворотов выявляются СЭД.

4. Разрушение материала в дальнейшем происходит по границам сформировавшихся блоков. Главную роль в образовании мезотрещин играют повороты блоков.

Выполненные модельные расчеты качественно хорошо согласуются с экспериментальными данными [33, 34].

7. Макроуровень

На макроскопическом уровне описания, как уже упоминалось выше, используются методы континуальной механики. Вклады с микро- и мезоуровней в деформационный процесс учитываются в соответствующих определяющих уравнениях через задание макроскопических скоростей пластических сдвигов [3, 14] и через вклады в сопротивление материала сдвигу.

Сопротивление сдвигу на микроуровне определяется эволюцией дислокационного континуума, а на мезоуровне — эволюцией мезоструктуры и формированием новых мезосубструктур.

На развитых стадиях пластического деформирования только микроскопического описания оказывается недостаточно. Это связано с тем, что при глубокой деформации существенную роль играют процессы, развивающиеся на мезоуровне, где происходит эволюция мезоструктуры материала, в том числе формирование новых фрагментов структуры с ярко выраженными границами, смещения и повороты этих фрагментов [2, 5–7, 35–37].

При теоретическом моделировании σ - ϵ -диаграмм необходимо учитывать не только эволюцию внутренней микроструктуры материала, но и образование различных субструктур мезомасштабного уровня, а также их вклады в напряжение течения. Эти процессы образования субструктур развиваются и моделируются на уровне мезоскопического масштаба, поэтому используется термин «мезосубструктуры». Вклад неоднородностей внутренней структуры в механические свойства материала был учтен в контексте широко известного соотношения для напряжения течения, описываемого уравнением типа Холла-Петча

$$\sigma = \sigma_0 + KD^{-1/2}, \quad (24)$$

где K — параметр упрочнения; D — средний диаметр зерна.

В более общем случае напряжение течения можно

записать в виде

$$\sigma = \sigma_0 + \sum_i K_i L_i^{-m_i}, \quad (25)$$

где σ_0 — статический предел упругости материала; K_i — коэффициенты, характеризующие степень деформационного упрочнения материала, вызванного влиянием соответствующей мезосубструктуры; L_i — характерные размеры формирующихся неоднородностей, а m_i могут изменяться от 0,25 до значений, превышающих единицу [38].

Использование дополнительных слагаемых в выражении для напряжения течения материала физически отражает тот факт, что эволюция дефектной структуры на микроуровне и образование мезосубструктур приводят к перераспределению полей напряжений, противодействующих приложенной нагрузке. Как следствие, изменяются механические характеристики представительной макрочастицы. Правомочность такого подхода экспериментально подтверждается, например, исследованиями Л.Е. Мурра [38], в которых ударному нагружению подвергались металлы и сплавы и исследовалось образование ячеистых структур. Показано, что для любого фиксированного размера зерна

$$\sigma = \sigma_0 + K_1 N^{1/2} + K_2 d^{-1}, \quad (26)$$

где N — скалярная плотность дислокаций; d — средний размер дислокационной ячейки. Вместе с этим величина упрочнения металлов и сплавов и образующаяся микроструктура соответствуют тем, которые наблюдаются, например, при квазистатическом нагружении, но при значительно более низких значениях истинной деформации [38, 39].

В настоящей работе моделируется процесс нагружения аустенитной стали. Все приведенные ниже результаты получены совместно с Р.Р. Балохоновым.

В экспериментах [40, 41] пластическому деформированию подвергались монокристаллы аустенитной стали. Количественный и качественный анализ показал, что характерные для стадии развитой пластической деформации субструктуры имеют сложный характер и могут быть разделены на три типа в зависимости от степени обжатия кристалла:

- 1) ячеистая субструктура;
- 2) полосовая субструктура;
- 3) фрагментированная субструктура.

В настоящей работе процесс формирования и эволюции мезосубструктур в ходе пластического деформирования описывается с позиций синергетики как вероятностный. Это значит, что в процессе деформации необходимо рассчитывать вероятность существования P_j той или иной мезосубструктуры. При этом вклад в напряжение течения τ'_0 пропорционален этим вероятностям. Эволюция мезосубструктур в

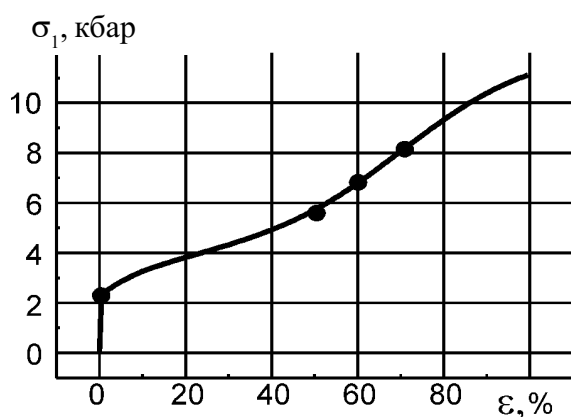


Рис. 21. Зависимость напряжения от величины обжатия в деформированном кристалле стали X17H14M3Б: точки – экспериментальные данные [41]; сплошная линия – результаты расчетов

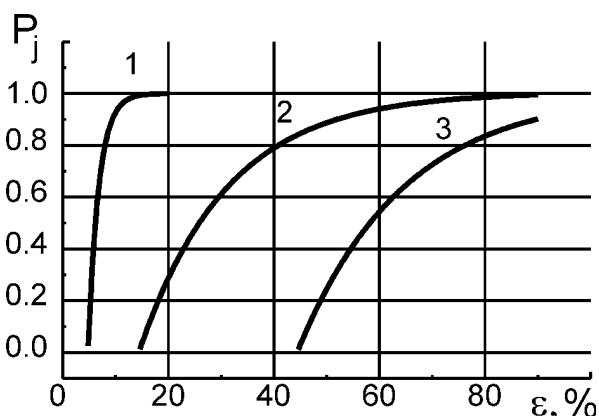


Рис. 22. Расчет вероятности существования мезосубструктур в зависимости от степени деформации: 1 – ячеистая субструктура; 2 – полосовая субструктура; 3 – фрагментированная субструктура

процессе пластической деформации сопровождается изменением (уменьшением) характерных размеров неоднородностей L_j , которые в некоторый момент выходят на насыщение $L_{j\text{кр}}$: d , $d_{\text{кр}}$ — текущий и критический размеры дислокационных ячеек; s , $s_{\text{кр}}$ — текущее и критическое расстояния между субграницами полосовой субструктуры; l , $l_{\text{кр}}$ — текущий и критический размеры блоков фрагментированной субструктуры. Процесс эволюции внутренней структуры связан со стадийностью кривой течения материала [39].

Для представления функций вероятностей существования мезосубструктур был выбран экспоненциальный закон распределения. Это обусловлено тем, что моделирование σ - ϵ -диаграммы, рис. 21, расчеты вероятностей существования соответствующих мезосубструктур, рис. 22, и моделирование процесса эволюции характерных размеров формирующихся неоднородностей мезоскопического масштаба (ячейки, полосовые структуры, блоки фрагментированной структуры на рис. 23) показали, что именно экспоненциальный закон распределения вероятностей

оказался наиболее пригодным для описания эволюционирующей в ходе пластического деформирования внутренней структуры материала. Таким образом, функции вероятностей $P_j(\gamma^p)$ могут быть представлены в виде

$$P_j(\gamma^p) = \int_{\gamma_{j*}^p}^{\gamma^p} \lambda_j \cdot \exp[-\lambda_j \cdot (\gamma^p - \gamma_{j*}^p)] d\gamma^p, \quad (27)$$

где γ_{j*}^p , λ_j — параметры в законе распределения, которые, как будет показано далее, непосредственно связаны с характеристиками мезосубструктур.

Изменение сопротивления сдвигу деформируемого материала, рис. 21, обусловлено на более поздних стадиях деформирования формированием соответствующих мезосубструктур и, как показали расчеты, рис. 21–23, оказалось пропорционально вероятности их существования на соответствующей стадии пластического течения. Таким образом, предлагается описывать вклад субструктур в кривую течения металлов на мезоуровне с помощью соотношения для сдвигового

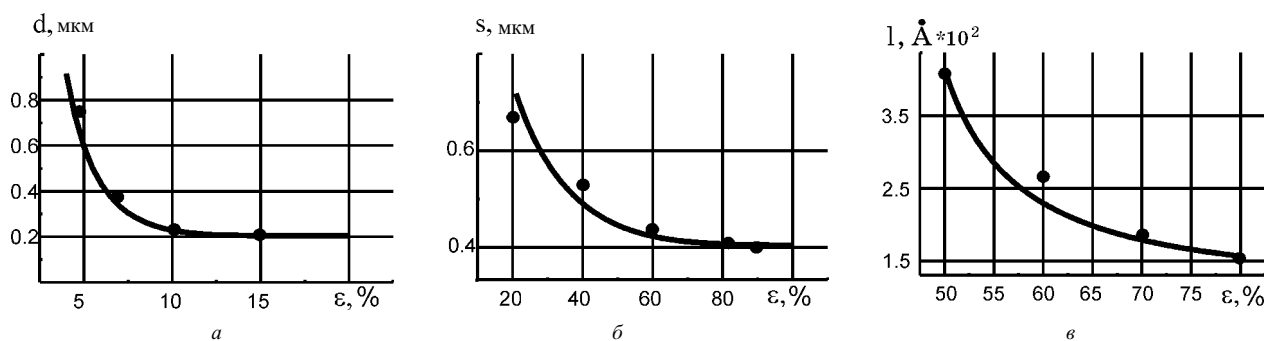


Рис. 23. Эволюция характерных размеров субструктур в зависимости от степени деформации для стали X17H14M3Б: точки – экспериментальные данные [40, 41], сплошные линии – результаты расчетов: а – средний размер ячеек; б – среднее расстояние между субграницами полосовой структуры; в – средний размер блоков фрагментированной субструктуры

напряжения τ , для которого по аналогии с (25) и (26) запишем

$$\tau'_0 = \tau_0 + K\rho^{1/2} + \sum_j K'_j P_j(\gamma^p), \quad (28)$$

здесь τ'_0 — результирующее сдвиговое напряжение течения; τ_0 — критическое сдвиговое напряжение, имеющее смысл предела упругости (при $\tau < \tau_0$ материал проявляет только упругую реакцию); $K = \alpha \mu b$, т.е. второй член в (28) — хорошо известная в физике пластичности зависимость, отражающая вклад дислокаций в упрочнение; K'_j — масштабные коэффициенты, отражающие величину вклада в упрочнение соответствующей мезосубструктуры на различных этапах ее развития; $P_j(\gamma^p)$ — вероятности существования соответствующих мезосубструктур и определяются из (27).

Подынтегральная функция в (27) есть функция, задающая плотность вероятностей, в данном случае в экспоненциальном законе распределения. Соответствующие интегралы не задают долю наблюдаемой j -й мезосубструктуры по отношению к другим мезосубструктурам, а имеют смысл вероятностей существования мезосубструктур на соответствующей стадии пластического деформирования в том контексте, что их появление и эволюция сопровождаются повышением напряжения течения. Понятно, что некоторые мезосубструктуры могут сосуществовать с другими. При этом крайне важно, что вероятность существования при таком описании одновременно определяет и то, что при данной степени деформации «выживают», т.е. оказываются наиболее вероятными, фрагменты субструктур определенного характерного размера, см. рис. 23. Физически этот факт установлен экспериментально, а математически обоснован удовлетворением уравнению (28) типа Холла-Петча. Сказанное, по сути, и составляет феноменологию синергетического подхода, когда происходит формирование субструктур в ходе деформации, и по мере роста степени деформации средний характерный размер соответствующих субструктур становится меньше и меньше, приближаясь к критическому значению.

По предложенной выше схеме были рассчитаны зависимости напряжений от деформаций в условиях квазистатического нагружения при некоторой постоянной скорости полной деформации $\dot{\epsilon}^T = \text{const}$. На расчетной σ - ϵ -диаграмме монокристаллов аустенитной стали X17H14M3Б, см. рис. 21, четко прослеживается стадийность кривой течения [39], которая количественно согласуется с экспериментальной зависимостью предела текучести от величины предварительной деформации [41].

Параметры физической модели в уравнении (28) определяются прежде всего параметрами в законе рас-

пределения (27) для соответствующих мезосубструктур и отражают стадийность кривой течения, рис. 21, и смену мезосубструктур, рис. 22. Рассчитанные вероятности существования соответствующих мезосубструктур, рис. 22, находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными по интервалам их существования на оси деформации и позволяют, с одной стороны, согласовать расчетную кривую течения с экспериментальной, рис. 21, а с другой стороны, они связаны с эволюцией среднего характерного размера соответствующей мезосубструктуры. В областях с хорошо развитой ячеистой структурой начинает формироваться полосовая структура, а на фоне полосовой структуры образуется фрагментированная субструктура. Так, ячеистая структура начинает формироваться, когда полная деформация достигает приблизительно 5%, для полосовой и фрагментированной мезосубструктур эти значения равны соответственно 15 и 45% (величины γ_{j*}^p в законе распределения имеют смысл степеней пластической деформации, при которой начинается формирование той или иной мезосубструктуры). Значение λ (среднее $Mx = 1/\lambda$ и дисперсия $Dx = 1/\lambda^2$), с одной стороны, характеризует интервал существования соответствующей мезосубструктуры, а с другой — является параметром в зависимости для характерного размера неоднородностей. Аналогичная картина зарождения и смены субструктур в материалах различного класса приведена в [39] по экспериментальным данным.

На рис. 23 представлена эволюция средних характерных размеров образующихся в ходе пластического деформирования мезосубструктур в сравнении с экспериментами [35, 40]. Рассчитаны средний размер ячеек d (рис. 23, а), расстояние между субграницами полосовой структуры s (рис. 23, б) и средний размер блоков фрагментированной структуры l (рис. 23, в) в зависимости от величины истинной деформации. Для ячеистой структуры существуют экспериментальные оценки критических размеров ячеек. Минимальный диаметр в данном случае оказывался равным приблизительно 0,2 мкм при начально наблюдаемом значении $d = 0,7-0,8$ мкм. Вместе с этим экспериментальные результаты [38, 41] дают кривую, хорошо аппроксимируемую экспоненциальной зависимостью диаметра ячеек от степени истинной деформации.

$$L_j = K_j \lambda_j \exp \left[-\lambda_j \cdot (\gamma^p - \gamma_{j*}^p) \right] + L_{jкр} \quad (29)$$

Поэтому скорость измельчения мезосубструктур в зависимости от пластической деформации (29) фактически определяет в уравнении (28) вид функции распределения (27).

Таким образом, текущий размер соответствующей мезосубструктуры L_j ($L_1 = d$, $L_2 = s$, $L_3 = l$) хорошо аппроксимируется той же самой экспоненциальной

зависимостью, которой задаются функции плотностей вероятностей в (27). K_j в (29) — масштабные коэффициенты, переводящие к принятой системе измерения соответствующей неоднородности (d и s в мкм, l в Å); $L_{j\text{кр}}$ — критический размер соответствующей неоднородности.

Итак, построено релаксационное определяющее уравнение, которое в рамках феноменологического подхода позволяет рассчитать сопротивление макро-частицы пластическому течению в зависимости от степени пластической деформации. В уравнении учтены вклады, вносимые в кривую течения с микро- и мезо-уровней в соответствии с формированием и эволюцией микро- и мезосубструктур. Эти вклады пропорциональны вероятностям существования соответствующих мезосубструктур.

Зависимость для плотности вероятностей существования соответствующей мезосубструктуры задает также и характерный текущий размер соответствующих формирующихся неоднородностей мезоскопического масштаба.

Синергетическая точка зрения на процесс деформирования и образования в ходе деформационного процесса субструктур позволяет дать следующую интерпретацию уравнениям (28) и (29): на каждом этапе «выживают» или наиболее вероятны мезофрагменты определенного размера. Скорость изменения (измельчения) этого характерного размера по мере нарастания степени деформации (29) определяет такую же скорость накопления внутренних границ в единице объема, а следовательно, и соответствующее увеличение сопротивления сдвигу. Вот почему в (27) и в (29) появились одни и те же функции и одни и те же параметры λ_j и γ_{j*}^p . Необходимо оказалось только подобрать масштабные коэффициенты K'_j в (28) и K_j в (29), чтобы согласовать соответствующие размерности — напряжения в (28) и длины в (29).

Модель является предсказательной. Если известна кривая течения с четко выраженной стадийностью, то ее представление с использованием (28) позволяет получить зависимости для размеров фрагментов мезосубструктур (29). И наоборот, по известным зависимостям характерных размеров сформированных мезосубструктур от степени пластической деформации может быть восстановлен вид кривой течения.

8. Заключительные замечания

Развит подход, который позволяет моделировать упругопластическую деформацию нагружаемых материалов, принимая во внимание существенные особенности их внутреннего строения на разных структурных уровнях. Показана ключевая роль мезоуровня в развитии неоднородной пластической деформации и последующего разрушения материалов.

Обсужден один из возможных вариантов построения определяющего уравнения, учитывающего изменения внутренней микро- и мезоструктур и их вкладов в макроскопический деформационный процесс. Подобные определяющие уравнения могут быть эффективно использованы при решении различных задач прикладного характера.

В заключение хочу поблагодарить сотрудников и аспирантов, выполнивших огромный объем вычислительных работ: О.И. Черепанова, И.Ю. Смолина, Ю.П. Стефанова, Р.Р. Балоханова, В.А. Романову, Д.В. Шмика.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 96-01-00902.

Литература

1. Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.В. Структурные уровни деформации твердых тел. — Новосибирск: Наука, 1985. — 229 с.
2. Панин В.Е. Физические основы мезомеханики пластической деформации и разрушения твердых тел//Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов. — Новосибирск: Наука, 1995. — Т. 1. — С. 7–49.
3. Макаров П.В. Микродинамическая теория пластичности и разрушения структурно-неоднородных материалов//Изв. вузов. Физика. — 1992. — № 4. — С. 42–58.
4. Мельников Г. Системология и языковые аспекты кибернетики. — М.: Сов. радио, 1978.
5. Панин В.Е., Макаров П.В., Немирович-Данченко М.М., Демидов В.Н., Смолин И.Ю., Черепанов О.И. Методология компьютерного конструирования материалов с заданными характеристиками прочности//Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов. — Новосибирск: Наука, 1995. — Т. 2. — С. 5–76.
6. Макаров П.В., Черепанов О.И., Демидов В.Н. Математическая модель упругопластического деформирования мезообъема материала с ограниченным числом систем скольжения//Изв. вузов. Физика. — 1995. — № 11 — С. 26–57.
7. Макаров П.В., Бекетов К.А., Атаманов О.А., Кульков С.Н. Вязкая конструкционная керамика: моделирование эволюции структуры мезообъема под нагрузкой//Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов. — Новосибирск: Наука, 1995. — Т. 2. — С. 153–171.
8. Zhou S.J., Lomdahl P.S., Thomson R., Holian B.L. Dynamic crack processes via molecular dynamics//Phys. Rev. Lett. — 1996. — V. 76. — No. 13. — P. 2318–2321.
9. Zhou S.J., Beazley D.M., Lomdahl P.S., Holian B.L. Large-scale molecular dynamics simulations of three-dimensional ductile failure//Phys. Rev. Lett. — 1997. — V. 78. — No. 3. — P. 479–482.
10. Holian B.L. Modeling shock-wave deformation via molecular dynamics//Phys. Rev. A. — 1988. — V. 37. — No. 7. — P. 2562–2568.
11. Holian B.L. Character of the Nonequilibrium Steady State: Beautiful Formalism Meets Ugly Reality//Proc. of Conf. "Monte Carlo and Molecular Dynamics of Condensed Matter Systems", ed. by K. Binder and G. Ciccotti. — Bologna: SIF, 1996.
12. Psakhie S.G., Korostelev S.Yu., Negreskul S.I., Zolnikov K.P., Wang Z., Li S. Vortex mechanism of plastic deformation of grain boundaries. Computer simulation//Phys. Stat. Sol. (B). — 1993. — 176. — P. K41–K44.
13. Psakhie S.G. New Mechanism of High Velocity Mass Transfer at Microlevel//Metallurgical and Materials Application of Shock-Wave and High-Strain-Rate Phenomena. — Elsevier, 1995. — P. 567–574.
14. Макаров П.В. Упругопластическое деформирование металлов волнами напряжений и эволюция дефектной структуры//ФГВ. —

1987. – № 1. – С. 22–28.
15. Kelly J.M., Gillis P.P. Continuum descriptions of dislocations under stress reversals//J. Appl. Phys. – 1974. – V. 45. – No. 3. – P. 1091–1096.
16. Balokhonov R.R., Makarov P.V., Romanova V.A. Numerical simulation of ultrasonic surface treatment//J. de Physique IV. – 1997. – 7. – P. C3.55–C3.60.
17. Makarov P.V., Romanova V.A., Balokhonov R.R. Plastic deformation behavior of mild steel subjected to ultrasonic treatment//Theor. and Appl. Fract. Mech. – 1997. – No. 28. – P. 141–146.
18. Конева Н.А., Теплякова Л.А., Козлов Э.В.//Структура и пластическое поведение сплавов. – Томск: Изд-во ТГУ, 1983. – С. 74–99.
19. Пресняков А.А., Аубакирова Р.К. К вопросу о скоростной чувствительности напряжений течения при растяжении//ФММ. – 1985. – Т. 60, Вып. 1. – С. 205–206.
20. Pedersen O.B., Brown L.M., Stobbs W.M. The Bauschinger effect in copper//Acta Met. – 1981. – V. 29. – No. 11. – P. 1834–1850.
21. Wang Z., Margolin H. The Bauschinger effect, surface and interior stresses in cyclically strained 70-30 alpha brass single crystals//Acta Met. – 1986. – V. 34. – No. 4. – P. 721–733.
22. Asaro R.J., Needleman A. Texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals//Acta Met. – 1985. – V. 33. – No. 6. – P. 923–955.
23. Shorpa O.K., Gowda C.V. Substructural development during strain cycling of alpha-iron//Phil. Mag. – 1974. – V. 30. – No. 3. – P. 583–593.
24. Jonson J.N., Barker L.M. Dislocation dynamics and steady plastic wave profiles in 6061-T6 aluminum//J. Appl. Phys. – 1969. – V. 40. – № 11. – P. 4321–4334.
25. Lipkin J., Asay J.R. Reshock and release of shock-compressed 6061-T6 aluminum//J. Appl. Phys. – 1977. – V. 48. – No. 1. – P. 182–189.
26. Жукова Т.В., Макаров П.В., Скрипняк В.А. и др. Особенности численного решения задачи о распространении волн нагружения в металлах с учетом релаксации//Инженерно-физический сборник: Сб. статей. – Томск: Изд-во ТГУ, 1987. – С. 110–116.
27. Глазырин В.П., Макаров П.В., Платова Т.М. Расчет ударных волн в релаксирующей среде//Прикладные вопросы деформируемых тел: Сб. статей. – Томск: Изд-во ТГУ, 1980. – С. 14–18.
28. Makarov P.V., Platova T.M., Skripnyak V.A. Investigation of the Shock Wave Propagation in the Media with Relaxation//Proceedings IUTAM Symposium «Nonlinear Deformation Waves». – Tallin, 1983. – P. 183–188.
29. Makarov P.V., Smolin I.Y., Prokopinsky I.P. Localized plastic strain in polycrystalline materials with hole and notches//Theor. Appl. Fract. Mech., to be published.
30. Makarov P.V., Smolin I.Y., Prokopinsky I.P., Stefanov Yu.P. Modeling of development of localized plastic deformation and prefracture stage in mesovolumes of heterogeneous media//Int. J. of Fract., to be published.
31. Cherepanov O.I., Stefanov Yu.P., Romanova V.A. Calculation method and model of deformation of ceramic composite with allowance for relaxation, accumulation of microdamages and fracture//Proceedings of Int. Workshop «New models and numerical codes for shock wave processes in condensed media», Oxford, 15–19 September, 1997, to be published.
32. Панин В.Е., Слосман А.И., Колесова Н.А. Закономерности пластической деформации и разрушения на мезоуровне поверхностно-упрочненных образцов при статическом растяжении//ФММ, 1996. – Т. 82. – Вып. 2. – С. 129–136.
33. Панин В.Е., Плешанов В.С. Полосовые структуры на мезо- и макромасштабном уровне при растяжении поликристаллов//Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов. – Новосибирск: Наука, 1995. – Т. 1. – С. 241–248.
34. Panin V.E. Physical mesomechanics of plastic deformation and experimental results obtained by optical methods//Jpn. J. Appl. Phys. – 1995. – V. 64. – No. 9. – P. 888–894.
35. Рыбин В.В., Золотаревский И.М., Жуковский И.М. Эволюция структуры и внутренних напряжений на стадии развитой пластической деформации кристаллических твердых тел//ФММ–1990. – Т. 68. – № 1. – С. 5–27.
36. Макаров П.В. Микродинамическая теория пластичности среды с внутренней структурой//Труды межд. конф. «Новые методы в физике и механике деформируемого твердого тела». – Томск: Изд-во ТГУ, 1990. – С. 56–67.
37. Panin V.E., Makarov P.V.//Proc. Int. Conf., EMRS. – Strasbourg, 1992. – P. 8.
38. Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов/Под ред. М.А.Мейерса, Л.Е.Мурра. – М.: Металлургия, 1984. – 512 с.
39. Конева Н.А., Козлов Э.В.//Изв. вузов. Физика. – 1990. – № 2. – С. 89–106.
40. Корниенко Л.А., Чубенко Т.Ю., Савицкая Л.К. и др.//Изв. вузов. Физика. – 1990. – № 6. – С. 94–101.
41. Корниенко Л.А., Чубенко Т.Ю., Савицкая Л.К. и др.//Изв. вузов. Физика. – 1991. – № 3. – С. 104–111.