

УДК 519

И.В. РОМАНОВ, И.В. ИЗМАЙЛОВ, А.П. КОХАНЕНКО, Б.Н. ПОЙЗНЕР

### СТАТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ И ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В СИСТЕМЕ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ В ВИДЕ КОМПОЗИЦИИ ПАРАБОЛ

Проведено аналитическое изучение нелинейной автоколебательной системы кольцевого типа с запаздыванием. Выполненные компьютерные и лабораторные эксперименты позволяют судить об условиях устойчивости состояний равновесия и возможных сценариях перехода к хаосу в системе.

**Ключевые слова:** детерминированный хаос, нелинейность, сценарии перехода к хаосу.

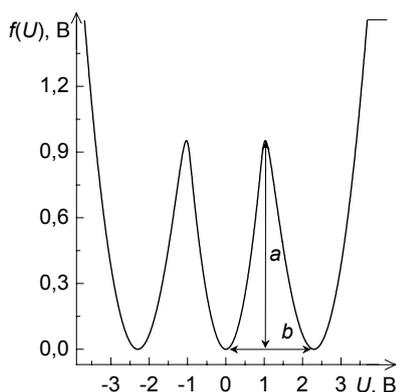


Рис. 1. Передаточная характеристика  $f(U)$  нелинейного элемента:  $a = 0,95$  В,  $b = 2,3$  В

Рассматривается генератор детерминированного хаоса (ГДХ) с запаздыванием. Он состоит из замкнутых в общий контур фильтров верхних (ФВЧ) и нижних (ФНЧ) частот первого порядка, линии задержки (ЛЗ), регулируемого усилителя (РУ), схемы смещения постоянной составляющей сигнала (СМ) и нелинейного элемента (НЭ) с передаточной характеристикой вида композиции парабол (рис. 1). Поведение генератора описывается системой двух дифференциальных уравнений первого порядка с запаздывающими аргументами

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{f(D + K(x(t - \tau) - y(t - \tau))) - x(t)}{T_1}, \quad \frac{dy(t)}{dt} = \frac{x(t) - y(t)}{T_2}, \quad (1)$$

где  $x(t)$  – напряжение на выходе ФНЧ;  $y(t)$  – напряжение на конденсаторе в ФВЧ;  $z(t) = x(t) - y(t)$  – напряжение на выходе ФВЧ;  $T_1$  – постоянная времени ФНЧ;  $T_2$  – ФВЧ;  $D$  – напряжение постоянного смещения;  $K$  – коэффициент усиления РУ;  $\tau$  –

время запаздывания сигнала в ЛЗ;  $U(t) = D + K(z(t))$  – напряжение на входе НЭ. Из (1) следует, что в состоянии равновесия величина  $U$  строго равна значению  $D$ , которое задаёт рабочую точку на передаточной характеристике  $f(U)$  нелинейного элемента (рис. 1).

Условия потери устойчивости статических состояний (или состояний равновесия) определяют возможность возникновения колебаний в ГДХ. Эти условия для модели (1) найдены из характеристического уравнения относительно показателей Ляпунова  $\lambda$ :

$$\lambda^2 + S\lambda + J = 0, \quad S = 2 - K \frac{\partial f(D)}{\partial D} \exp\left(-\lambda \frac{\tau}{T_1}\right), \quad J = 1 - K \frac{\partial f(D)}{\partial D} \left[ \exp\left(-\lambda \frac{\tau}{T_1}\right) + \exp\left(-\lambda \frac{\tau}{T_2}\right) \right]. \quad (2)$$

Карты устойчивости статических состояний (рис. 2), рассчитанные по уравнению (2), указывают зоны и условия возникновения колебаний в ГДХ на плоскости параметров  $D-K$ . Белым цветом обозначены устойчивые состояния ( $\text{Re } \lambda < 0$ ). Оттенкам серого цвета соответствуют положительные значения  $\text{Re } \lambda$ , т.е. при данных параметрах в ГДХ возможно возникновение колебаний.

Разница в выполнении условий устойчивости состояний равновесия для восходящего и нисходящего участка передаточной характеристики (при  $K = \text{const}$ ) объясняется различием условий баланса амплитуд и фаз. Последние для восходящего и нисходящего участка имеют вид  $\arctg(1/(T_2\omega_n)) - \arctg(T_1\omega_n) - \tau\omega_n = 2\pi n$ ,  $\arctg(1/(T_2\omega_n)) - \arctg(T_1\omega_n) - \tau\omega_n = 2\pi n + \pi$ ,  $n = 0, 1 \dots N$ .

Результаты численного расчёта модели (1) и данные радиофизического эксперимента подтверждают наличие разнообразных режимов и сценариев перехода к хаосу. На рис. 3 (верхний ряд – расчёт, нижний ряд – эксперимент) показаны серии фазовых портретов для случая автопараметрического сценария (разрушение полутора) [1, 2] перехода к хаосу. Здесь по оси абсцисс отложе-

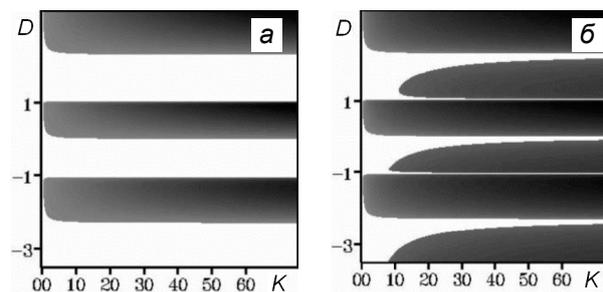


Рис. 2. Карты распределения  $\text{Re } \lambda$  для статических состояний в модели ГДХ на плоскости  $D-K$  при  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 7$ :  $\tau = 0,05$  (а);  $\tau = 0,5$  (б)

ны значения напряжения  $x(t)$  на выходе ФНЧ, по оси ординат  $z(t)$  – на выходе ФВЧ. Особенностью данного сценария является формирование в фазовом пространстве аттрактора типа полутора. Он состоит из предельного цикла (низкочастотные колебания) с внедрёнными в его структуру элементами тора (высокочастотными колебаниями). С увеличением управляющего параметра (коэффициента усиления  $K$  на рис. 2) растёт амплитуда высокочастотных колебаний. Это сопровождается ростом вклада нелинейности в формирование динамики, с последующим перемешиванием фазовых траекторий (происходит разрушение полутора).

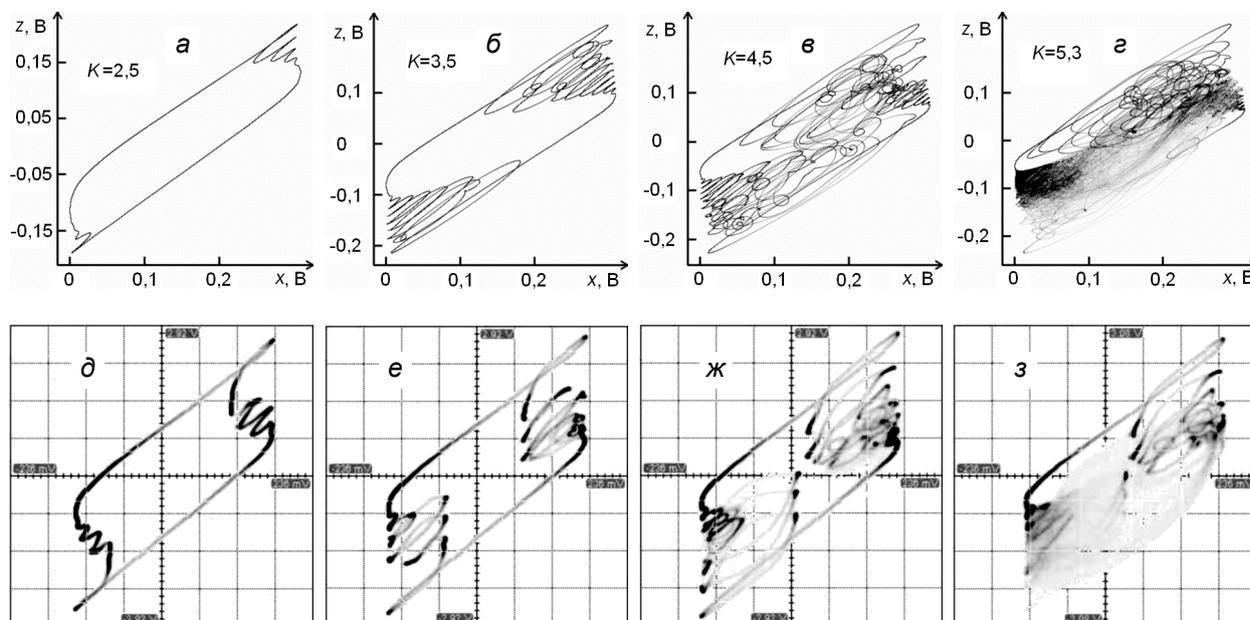


Рис. 3. Фазовые портреты: переход к хаосу через разрушение полутора при увеличении коэффициента усиления  $K$  в генераторе детерминированного хаоса (верхний ряд – расчёт, нижний ряд – эксперимент)

Кроме автопараметрического сценария, в ГДХ реализуются сценарии перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода, разрушение двумерного тора и перемежаемость.

Таким образом, в автоколебательной системе указанной структуры с нелинейностью вида композиции парабол выбор рабочей точки (величины смещения  $D$ ) оказывается эффективным способом управления сценарием перехода к хаотическому типу колебаний, а также условиями потери устойчивости состояний равновесия. Предложенный ГДХ возможно применять в системах конфиденциальной связи, а также с образовательными целями в качестве ядра лабораторной работы по нелинейной динамике радиофизических устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Владимиров С.Н., Негруль В.В. // Вестник Томского государственного университета. – 2000. – Сентябрь. № 272. – С. 22–27.
2. Романов И.В. // Доклады ТУСУРа. – 2011. – № 2 (24). – Ч. 1. – С. 64–68.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
г. Томск, Россия  
E-mail: pznr@elefot.tsu.ru

Поступила в редакцию 15.06.12.

Романов Илья Владимирович, аспирант;  
Измайлов Игорь Валерьевич, к.ф.-м.н., ст. преподаватель;  
Коханенко Андрей Павлович, д.ф.-м.н., профессор;  
Пойзнер Борис Николаевич, к.ф.-м.н., профессор.