

## МЕХАНИКА

УДК 539.3

А.Е. Баганина

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН ВЗРЫВА МЕТАНА В ПОРИСТЫХ И СПЛОШНЫХ ЗАЩИТНЫХ ПРЕГРАДАХ<sup>1</sup>

Представлены результаты численного исследования затухания ударных волн взрыва метана в пористых и сплошных защитных преградах, возводимых в угольных шахтах. В качестве материала преграды рассматривался по отдельности пористый и сплошной бетон.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, механика деформируемых тел, ударные волны, защитные преграды, сплошной и пористый бетон, угольные шахты.

В угледобывающей промышленности при взрывах в шахтах возникают ударные волны (УВ), во многих случаях опасные для человека. Для защиты от УВ создаются специальные преграды, для проектирования которых нужны предварительные исследования, предсказывающие поведение преград при воздействии на них ударных волн взрыва. Такие исследования представлены в данной работе.

Область решения задачи показана на рис. 1 и представляет собой двумерный канал выработанного пространства угольной шахты. На участке  $L1 < y < L2$ ,  $0 < x < R$  задавались параметры взрыва, на участке  $L3 < y < L4$ ,  $0 < x < R$  задавались параметры бетонной перемычки, на остальных участках области решения были заданы параметры воздуха при нормальных атмосферных условиях. Бетонная перемычка рассматривалась в рамках модели сжимаемой идеальной упругопластической среды. По проведенным автором ранее исследованиям было выяснено, что наиболее взрывоустойчивой является перемычка с креплением в виде опоры [1]. Поэтому все исследования в данной работе проводились для бетонной перемычки с креплением в виде опоры.

Во всей области решения динамически сопряженной задачи газ – твердое тело решались двумерные уравнения, выражающие законы сохранения, кинематические и физические

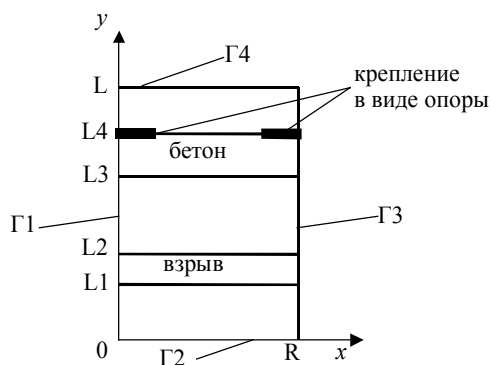


Рис. 1. Область решения задачи

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 11-01-90708-моб\_ст.

соотношения для сжимаемой идеальной упругопластической среды в лагранжевой форме для плоской декартовой прямоугольной системы координат  $(x, y)$ :

Проекции уравнения движения:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{V}{\rho_0} \left[ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \right]; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{V}{\rho_0} \left[ \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} \right],$$

где  $\sigma_{xx} = D_{\sigma_{xx}}(p+q)$ ,  $\sigma_{yy} = D_{\sigma_{yy}}(p+q)$ ,  $\sigma_{xy} = D_{\sigma_{xy}}$ ;  $a_x$ ,  $a_y$  – компоненты ускорения в направлениях  $x$ ,  $y$  соответственно;  $V = \rho_0/\rho$  – безразмерный удельный объем;  $\rho_0$ ,  $\rho$  – начальное и текущее значения плотности среды;  $q$  – псевдовязкость, вводимая для «размазывания» фронта ударной волны.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{dV}{dt} = V \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right).$$

Уравнение энергии:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= -(p+q) \frac{\partial V}{\partial t} + V (D_{\sigma_{xx}} \dot{\varepsilon}_{xx} + D_{\sigma_{yy}} \dot{\varepsilon}_{yy} + D_{\sigma_{xy}} \dot{\varepsilon}_{xy}) = \\ &= -(p+q) \frac{\partial V}{\partial t} + V \left[ D_{\sigma_{xx}} \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + D_{\sigma_{yy}} \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + D_{\sigma_{xy}} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\text{где } \dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial v_x}{\partial x}; \quad \dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial v_y}{\partial y}; \quad \dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}.$$

Компоненты дивергента напряжений:

$$\frac{dD_{\sigma_{xx}}}{dt} = 2G \left( \dot{\varepsilon}_{xx} - \frac{\dot{V}}{3V} \right) + \delta_{xx}; \quad \frac{dD_{\sigma_{yy}}}{dt} = 2G \left( \dot{\varepsilon}_{yy} - \frac{\dot{V}}{3V} \right) + \delta_{yy}; \quad \frac{dD_{\sigma_{xy}}}{dt} = G \left( \dot{\varepsilon}_{xy} \right) + \delta_{xy},$$

где

$$\delta_{xx} = D_{\sigma_{xy}} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right); \quad \delta_{yy} = D_{\sigma_{xy}} \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right); \quad \delta_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) (D_{\sigma_{yy}} - D_{\sigma_{xx}}).$$

Здесь  $\delta_{xx}$ ,  $\delta_{yy}$ ,  $\delta_{xy}$  – поправки компонент дивергента напряжений.

На участке области решения  $L3 < y < L4$ ,  $0 < x < R$  в качестве уравнения состояния принималось уравнение:

$$p = -K \ln V,$$

где  $K$  – модуль объемного сжатия вещества;  $V = \rho_0/\rho$  – безразмерный удельный объем;  $\rho_0$ ,  $\rho$  – начальное и текущее значения плотности среды.

В областях, занятых газом,  $0 < y < L3$ ,  $0 < x < R$  и  $L4 < y < L$ ,  $0 < x < R$ , использовалось уравнение состояния идеального газа (2), а модуль сдвига  $G$  полагался равным нулю

$$p = (k-1)\rho E,$$

где  $k$  – показатель адиабаты.

Начальные условия прочной среды задавались исходя из ее напряженного состояния в покоящейся атмосфере и вычислялись согласно модели односторонней деформации [2]. Поэтому при  $t = 0$  производился пересчет плотности, координат лагранжевой сетки и удельного объема. Плотность сжатой под атмосферным дав-

лением перемычки определялась из уравнения:

$$\rho_{сж} = \rho_{обетон} \exp\left(-\frac{\sigma_{yy}}{(K + 4G/3)}\right),$$

где  $\rho_{обетон}$  – начальная плотность бетона;  $G$  – модуль сдвига бетона.

В начальный момент времени на участках области решения занятых газом задавались следующие условия:  $t = 0$ ;  $v_x = 0$ ;  $v_y = 0$ ;  $p_0 = 0,1$  МПа;  $\rho = \rho_{0газа}$ ;  $E = p_0/(k - 1)\rho_{0газа}$ , где  $v_x, v_y$  – компоненты скорости в направлениях  $x, y$  соответственно.

На участке  $L1 < y < L2, 0 < x < R$  области решения согласно гипотезе мгновенной детонации задавались следующие условия:  $t = 0$ ;  $v_x = 0$ ;  $v_y = 0$ ;  $p_0 = P_{взрыв}$ ;  $\rho = \rho_{0газа}$ ;  $E = p_0/(k - 1)\rho_{0газа}$ .

На участке области решения  $L3 < y < L4, 0 < x < R$  принимались условия:  $t = 0$ ;  $v_x = 0$ ;  $v_y = 0$ ;  $\rho = \rho_{сж}$ ;  $\sigma_{xy} = 0$ ;

$$\sigma_{yy} = -0,1 \text{ МПа}; \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} \frac{v}{1-v}; \quad p = K \ln \frac{\rho_{сж}}{\rho_{обетон}};$$

$$D_{\sigma_{xx}} = \frac{2}{3} G \ln \frac{\rho_{сж}}{\rho_{обетон}}; \quad D_{\sigma_{yy}} = -\frac{4}{3} G \ln \frac{\rho_{сж}}{\rho_{обетон}}; \quad D_{\sigma_{yz}} = 0,$$

где  $v$  – коэффициент Пуассона;  $\rho_{обетон}$  – плотность бетона;  $\rho_{сж}$  – плотность сжатой под атмосферным давлением бетонной перемычки;  $\sigma_{xx} = D_{\sigma_{xx}}(p+q)$ ,  $\sigma_{yy} = D_{\sigma_{yy}}(p+q)$ ,  $\sigma_{xy} = D_{\sigma_{xy}}q$ ,  $q$  – псевдовязкость.

Область решения задачи ограничена четырьмя основными границами  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$  (рис. 1). На границах  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$  в областях, занятых газом, ставилось условие непротекания:  $v_x|_{\Gamma_1, \Gamma_3} = 0$ . На границах  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$  в областях, примыкающих к бетонной перемычке, использовалось условие скользкой стенки  $v_x = 0$ ;  $\sigma_{xy} = 0$ . В местах крепления бетонной перемычки в виде опоры ставилось условие  $v_x = 0$ ;  $v_y = 0$ . Границы  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  неподвижны. На них нормальная составляющая скорости газа  $v_y = 0$ .

Для решения поставленной задачи применялась разностная схема метода Уилкинса [3].

### Результаты расчетов

На основе математической модели, описанной выше, было проведено исследование воздействия взрыва на сплошную и пористую бетонные перемычки. В качестве сплошной бетонной перемычки рассматривался тяжелый бетон естественного твердения класса В10 с начальной плотностью  $\rho_0 = 2100 \text{ кг/м}^3$ . Предел прочности данного бетона с модулем упругости  $E = 18$  ГПа и модулем сдвига  $0,4E$  предполагался равным  $150 \text{ кГ/см}^2$ . В качестве пористой бетонной перемычки рассматривался ячеистый бетон автоклавного твердения класса В10 с начальной плотностью  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Предел прочности ячеистого бетона с модулем упругости  $E = 7$  ГПа и модулем сдвига  $0,4E$  предполагался равным  $150 \text{ кГ/см}^2$ . Коэффициент Пуассона пористой и сплошной бетонной перемычки полагался 0,2.

Согласно данным по горным выработкам, интенсивность взрыва в выработке не превышает 16 атм, а длина участка взрыва не больше 30 м, поэтому все расчеты были проведены при параметрах взрыва, не превышающих указанных выше.

Длина бетонных перемычек, возводимых в угольных шахтах для защиты от ударных волн взрыва метана, колеблется в пределах от 2 до 4 м.

На основе данных фактов были рассчитаны зависимости давления взрыва от длины участка взрыва ( $L_1 < x < L_2$ , рис. 1), при которых в расчетах достигается критическое условие разрушение бетонной перемычки определенной длины.

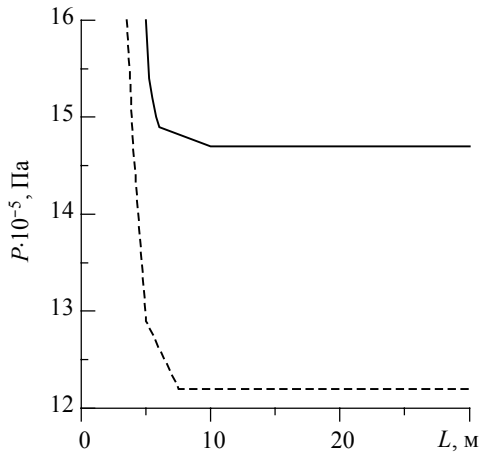


Рис. 2. Зависимость параметров взрыва при которых напряжение в перемычке достигает значения предела прочности бетона: сплошной линией обозначен случай расчета со сплошной перемычкой; пунктирной – с пористой перемычкой

взрыв больше или равный 1,47 МПа, то для пористой перемычки разрушение вызывает взрыв интенсивностью 1,22 МПа при  $L_{взр} = 30$  м. Из табличных данных также следует, что при воздействии взрыва интенсивностью  $P_{взр} = 1,22$  МПа на пористую бетонную перемычку напряжение в перемычке не растет с ростом длины участка взрыва, а увеличивается только время напряженного состояния перемычки. Аналогичный результат был получен и для сплошной перемычки, о чем свидетельствуют табличные данные (табл. 1).

Таблица 1

**Параметры взрыва, при которых напряжение  $-\sigma_{yy}$  в сплошной перемычке достигает значения  $150 \text{ кГ/см}^2$**

$L_{взр}, \text{ м}$	$P_{взр} \cdot 10^{-5}, \text{ Па}$
5.0	16.0
5.25	15.4
5.5	15.2
5.75	15.0
6.0	14.9
8.0	14.8
10.0	14.7
15.0	14.7
30.0	14.7

Таблица 2

**Параметры взрыва, при которых напряжение  $-\sigma_{yy}$  в пористой перемычке достигает значения  $150 \text{ кГ/см}^2$**

$L_{взр}, \text{ м}$	$P_{взр} \cdot 10^{-5}, \text{ Па}$
3.5	16.0
3.75	15.4
4.0	14.7
5.0	12.9
7.5	12.2
10.0	12.2
15.0	12.2
30.0	12.2

В табл. 1, 2 и рис. 2 отражены результаты расчетов взрывного нагружения сплошной и пористой бетонной перемычки длиной 2 м. На рис. 2 область ниже сплошной (пунктирной) кривой соответствует взрыву, при котором не происходит разрушение сплошной (пористой) перемычки, а область выше сплошной (пунктирной) кривой – взрыву, при котором возможно разрушение сплошной (пористой) перемычки. В табл. 1 указаны параметры взрыва, при которых напряжение  $-\sigma_{yy}$  в сплошной перемычке достигает значения  $150 \text{ кГ/см}^2$ . Из табличных данных видно, что при взрыве в 1,6 МПа для возможного разрушения пористой перемычки необходим участок взрыва почти в 1,5 раза меньший, чем для сплошной перемычки. И если для разрушения сплошной перемычки необходим

При взрыве с давлением  $P_{взр} = 1,6$  МПа, для  $L_{взр} = 5$  м при возведении сплошной перемычки и  $L_{взр} = 3,5$  м при возведении пористой перемычки, интенсивность ударной волны за бетонной перемычкой сравнима с атмосферным давлением (рис. 3). Причем, избыточное давление за сплошной перемычкой в 2 раза меньше избыточного давления за пористой перемычкой, что также говорит об эффективности сплошных преград в сравнении с пористыми.

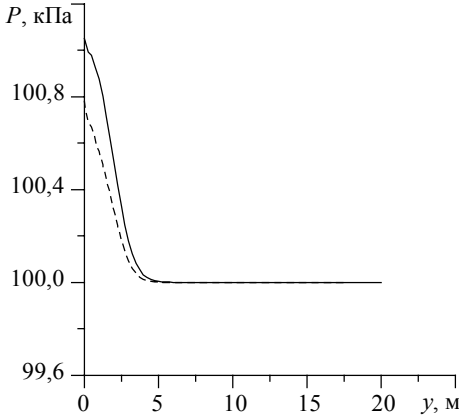


Рис. 3. Изменение давления за бетонной перемычкой при  $P_{взр} = 1,6$  МПа: сплошной линией обозначен случай расчета при возведении сплошной перемычки,  $L_{взр} = 5$  м; пунктирной – при возведении пористой перемычки,  $L_{взр} = 3,5$  м

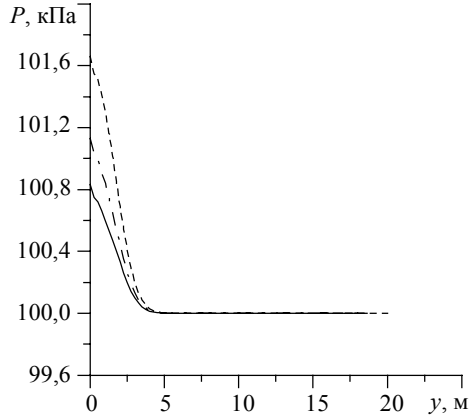


Рис. 4. Изменение давления за пористой бетонной перемычкой при  $P_{взр} = 1,6$  МПа,  $L_{взр} = 3,5$  м: сплошной линией обозначен случай расчета при возведении перемычки длиной 4 м; штрихпунктирной – длиной 3 м; пунктирной – длиной 2 м

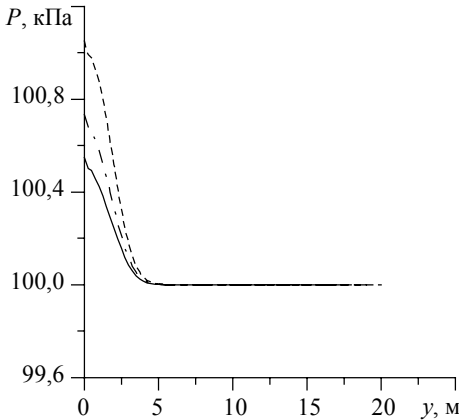


Рис. 5. Изменение давления за сплошной бетонной перемычкой при  $P_{взр} = 1,6$  МПа,  $L_{взр} = 5$  м: сплошной линией обозначен случай расчета при возведении перемычки длиной 4 м; штрих пунктирной – длиной 3 м; пунктирной – длиной 2 м

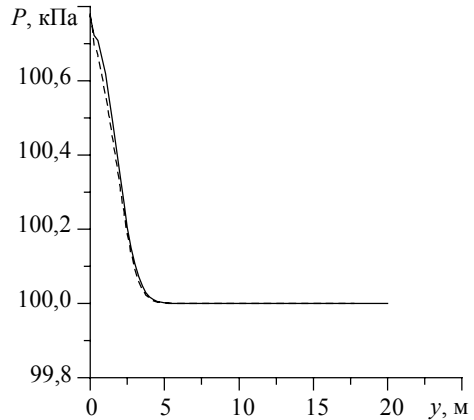


Рис. 6. Изменение давления за сплошной и пористой перемычками, с одинаковыми массами при  $P_{взр} = 1,6$  МПа,  $L_{взр} = 3,5$  м: сплошной линией обозначен случай расчета при возведении сплошной перемычки; пунктирной – при возведении пористой перемычки

Аналогичные расчеты были проведены для сплошной и пористой бетонной перемычки длиной 3 и 4 м. Было получено, что длина перемычки не влияет на параметры взрыва, при которых возможно разрушение преграды. Поэтому параметры взрыва, при которых напряжение  $-\sigma_{yy}$  в сплошной и пористой перемычках достигает значения  $150 \text{ кг/см}^2$  были аналогичны табличным данным, полученным выше (табл. 1, 2). Однако длина перемычки влияет на величину давления за ударной волной. Чем длиннее бетонная перемычка, тем меньше величина давления за преградой (рис. 4, 5). В дополнение к полученным результатам проведено сравнение величины давления за сплошной и пористой перемычками, имеющими одинаковые массы, после прохождения ударной волны взрыва метана. Масса сплошной и пористой перемычки полагалась равной  $10625 \text{ кг}$ , с соответствующей длиной сплошной преграды  $2 \text{ м}$  и пористой преграды  $4,25 \text{ м}$ . В результате расчетов было получено, что давление, как за сплошной, так и за пористой преградой, почти совпадает и равно  $100\,700 \text{ Па}$  (рис. 6).

### Выводы

Исследовано воздействие в двумерной постановке ударных волн взрыва на возводимые в шахтах сплошные и пористые бетонные перемычки класса В10. Найдены параметры взрыва, при которых напряжения в сплошной и пористой бетонной преграде не достигают критических значений.

Было определено, что длина перемычки от  $2$  до  $4 \text{ м}$  не влияет на параметры взрыва, при которых возможно разрушение преграды. И в тех случаях, когда давление в ударной волне взрыва превышает значение  $1,22 \text{ МПа}$ , сплошные бетонные перемычки эффективнее пористых при возведении их в качестве преград от ударных волн взрыва метана в угольных шахтах. Однако было получено, что длина перемычки влияет на величину давления за бетонной преградой. Чем длиннее бетонная перемычка, тем меньше величина давления за ней. При давлениях взрыва меньше  $1,22 \text{ МПа}$  разрушение бетонной перемычки не происходит и эффективность сплошной и пористой преград совпадает, если массы соответствующих преград равны.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Баганина А.Е., Васенин И.М. Математическое моделирование затухания ударной волны в бетонной перемычке // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Седьмая Всероссийская конференция, посвященная 50-летию полета Ю.А. Гагарина и 90-летию со дня рождения основателя и первого директора НИИ ПММТГУ А.Д. Колмакова. – Томск, 2011. – С. 423–424.
2. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Теория упругости: учеб. пособие / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
3. Численные методы в задачах физики быстротекущих процессов: учебник для втузов / А.В. Бабкин [и др.]. – М.: Изд-во МГТУ, 2006. – 519 с.

Статья поступила 23.12.2011 г.

*Baganina A. E. MATHEMATICAL MODELING OF ATTENUATION OF SHOCK WAVES IN POROUS AND CONTINUUM PROTECTIVE BARRIERS. The results of computational investigation of shock wave attenuation in porous and continuum protective barriers in coal mines are presented. The porous and continuum concretes were used separately as a barrier material.*

*Keywords: Mathematical modeling, mechanics of deformable bodies, shock waves, protective barriers, continuum and porous concrete, coal mines.*

*BAGANINA Aleksandra Evgenyevna (Tomsk State University)  
E-mail: videnie@sibmail.com*