ISSN 0869-8325

ТОМ
12
Выпуск
2

ОБОЗРЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ МАТЕМАТИКИ

В выпуске:

Секция **«Дискретная математика»**
Секция **«Вероятность и статистика»**
Секция **«Механика жидкости и газа»**

3 – 7
V
•
2005

Шестой Всероссийский симпозиум по прикладной и промышленной математике

Весенняя сессия.

Тезисы докладов. Часть II

Редакция журнала «ОПиПМ» • МОСКВА
2005

ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 12 МАТЕМАТИКИ Выпуск
2005

Секция «Дискретная математика»

БАБАШ А. В.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МОДЕЛИ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

Содержание

А. Е. Ерохин, С. П. Сущенко (Томск, ТГУ). **О пропускной способности агрегирующих портов коммутатора ЛВС.**

Наиболее массовые технологии построения современных локальных вычислительных сетей (ЛВС) основаны на методе случайного множественного доступа к разделяемой множеством абонентов среде передачи данных. Данный метод обеспечивает простую топологию сети, однако при высоких нагрузках и большом числе абонентов операционные характеристики сети катастрофически ухудшаются. Для повышения реального быстродействия ЛВС используется метод логической структуризации сети, основанный на сегментировании ее с помощью технологии коммутируемого доступа. Кроме повышения производительности ЛВС логическая структуризация с помощью коммутаторов упрощает управление сетью, увеличивает ее гибкость и повышает безопасность работы с прикладными данными в различных сегментах сети. Техническая реализация коммутаторов допускает схемы построения на основе коммутационной матрицы, разделяемой многовходовой памяти, общей шине и композиции различных архитектур. Различают три режима коммутации протокольных блоков данных: коммутация с промежуточной (полной) буферизацией, сквозная коммутация (на лету) с буферизацией заголовка кадра до адреса назначения и гибридная сквозная коммутация с буферизацией всего заголовка и поля данных кадра минимально разрешенного стандартом размера, обеспечивающая возможность фильтрации конфликтов. Характерно применение коммутационных устройств в качестве концентратора аккумулирующего трафик от настольных систем к файл-серверам, серверам баз данных и серверам приложений. В работе предложена синхронная модель коммутатора, концентрирующего трафик от рабочих мест клиентов к серверу в виде СМО с дискретным временем. Предполагается, что коммутатор имеет K портов для подключения настольных станций — источников данных через концентратор или индивидуально. Будем считать, что быстродействие портов — одинаково, а все источники независимы, обмениваются пакетами одного размера и работают синхронно с периодом t. Длительность этого периода определяется быстродействием портов для подключения абонентов и накладными расходами, связанными с коммутацией кадров между портами. Полагаем, что в k-м порту с вероятностью p_k за время периода t появляется пакет данных. Пусть сервер связан с коммутатором через порт с быстродействием, превосходящим быстродействие портов источников в $M > 1$ раз. Считаем, что коммутатор имеет разделяемую всеми входными портами буферную память объема B буферов. Тогда в режиме коммутации с промежуточной буферизацией функционирование коммутатора представимо в виде марковской СМО с дискретным временем, конечным накопителем, неординарным входным потоком и детерминированным групповым обслуживанием заявок. Переходные вероятности цепи Маркова, описывающей функционирование СМО, при $B > K > M > 1$ определяются следующими зависимостями:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} \binom{K}{j} p^j (1-p)^{K-j}, \ i = \overline{0, M}, \ 0 \leqslant j \leqslant K; \\ \binom{K}{M+j-i} p^{M+j-i} (1-p)^{K-M+i-j}, \\ i = \overline{M+1, B}, \ i - M \leqslant j \leqslant i + K - M, \ j < B; \\ \sum_{g=B+M-i}^{K} \binom{K}{g} p^g (1-p)^{K-g}, \ i = \overline{B+M-K, B} \ j = B. \end{cases}$$

Проанализируем работу коммутационной системы при различных значениях параметров коммутатора. Начнем рассмотрение при $M = K \geqslant 1$. Такие значения параметров соответствуют режимам коммутации со сквозной и гибридной сквозной буферизацией. В этом случае из определения переходных вероятностей нетрудно видеть, что при $B \geqslant K$ достижимыми являются только состояния с номерами $b = \overline{0, K}$. Тогда решение системы уравнений локального равновесия принимает следующий вид:

$$P_b = \binom{K}{b} p^b (1-p)^{K-b}.$$

Для $M = B$, $K > M$ вероятности состояний определятся зависимостями:

$$P_b = \binom{K}{b} p^b(1-p)^{K-b}, \qquad b = \overline{0, B-1}; \qquad P_B = \sum_{b=K-M}^{K} \binom{K}{b} p^b(1-p)^{K-b}.$$

Рассмотрим поведение коммутатора при числе агрегируемых портов, большем производительности серверного соединения ($K > M$). Для $M = 1, K = 2, B \geqslant 2$ вероятности состояний задаются соотношениями

$$P_1 = P_0 \frac{p(2-p)}{(1-p)^2}; \quad P_b = P_0 \frac{p^{K(b-1)}}{(1-p)^{Kb}}, \qquad b = \overline{2, B}.$$

Из полученных распределений состояний цепи Маркова, формализующей процесс коммутации кадров, найдены операционные характеристики портов, агрегирующих абонентский трафик. Получены выражения для доли пропущенного потока портом, аккумулирующим трафик клиентов к серверному соединению, и среднего времени коммутации кадров как функции интенсивности порождения трафика клиентами (p_k), количества клиентов () и объема буферной памяти коммутатора (). Показана монотонная зависимость полученных индексов производительности от указанных параметров.

С. В. Ефимова (Самара, СГЭА). **О задаче с операторами обобщенного дробного интегродифференцирования.**

Рассмотрим уравнение

$$y^2 u_{xx} - u_{yy} + a u_x = 0, \qquad |a| < 1, \tag{1}$$

которое принято называть *уравнением влагопереноса* [1], в области D, ограниченной характеристиками этого уравнения AC и BC, а также отрезком AB, где $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1/2,-1)$.

Введем следующие обозначения: пусть I — интервал $0 < x < 1$ прямой $y = 0$, $\theta_0(x)$ и $\theta_1(x)$ — аффиксы точек пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки $(x,0) \in I$ с характеристиками AC и BC, соответственно, $I_{0+}^{\alpha,\beta,\eta} f(x)$, $I_{1-}^{\alpha,\beta,\eta} f(x)$ — обобщенные операторы дробного интегродифференцирования в смысле Сайго [2], $H^\lambda[0,1]$ — класс функций, удовлетворяющих на отрезке $[0,1]$ условию Гельдера порядка λ $(0 < \lambda \leqslant 1)$, $H_0^\lambda[0,1] = \{f(x) \in H^\lambda[0,1]\colon f(0) = f(1) = 0\}$ $(0 < \lambda \leqslant 1)$.

Поставим и исследуем задачу: найти решение $u(x,y)$ уравнения (1), для которого выполняются краевые условия

$$u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap C^2(D)\colon \quad u(x,0) = \tau(x), \quad \forall x \in \overline{I};$$
$$A\Big(I_{0+}^{\alpha,\beta,(a-3)/4-\alpha} u[\theta_0(t)]\Big)(x) + B\Big(I_{1-}^{\alpha-a/2,1/2,(a-3)/4-\alpha} u[\theta_1(t)]\Big)(x)$$
$$+ C\Big(I_{1-}^{\alpha+(1-a)/4,1/2,(a-3)/4-\alpha} u[\theta(t,0)]\Big)(x) = g(x), \quad \forall x \in I,$$

где A, B, C, α, β — заданные константы, причем $C = -(B\sqrt{\pi}) \div \Gamma((1-a)/4)$, $B \neq 0$, $\alpha + (1-a)/4 > 0$, $-1/2 < \beta < (a-1)/4 - \alpha$; $\tau(x)$, $g(x)$ — заданные функции, причем $\tau(x) \in H_0^{\lambda_1}[0,1]$, $1/2 < \lambda_1 < 1$, $g(x) \in H^{\lambda_2}[0,1]$, $\alpha + (3-a)/4 < \lambda_2 \leqslant 1$.

Доказано, что данная задача имеет единственное решение в классе таких функций $u(x,y)$, что $\lim_{y\to 0-} u_y(x,y) \in H^\lambda(x^{\alpha+(3-a)/4}; [0,1])$, $0 < \lambda \leqslant 1$. Отметим таке, что это решение получено в явном виде.