Всесоюзное научно-техническое общество
радиотехники, электроники и связи им.А.С.Попова
Областное правление
Томский государственный университет им.В.В.Куйбышева
Одесский электротехнический институт связи им.А.С.Попова
Центральный райком ЛКСМУ г.Одессы

Республиканская
научно-техническая школа-семинар
"Анализ и синтез систем массового обслуживания и сетей ЭВМ"

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Часть I

Одесса - 1990

СОДЕРЖАНИЕ

Подп. к печати 24.04.91 г. Формат 60х84 1/16.
Объем 16,3 п. л. Заказ № 1594. Тираж 500 экз.
Горттипография Омского облполиграфиздата, цех №3,
Ленина 43.

АНАЛИЗ ЗАДЕРЖКИ В ВИРТУАЛЬНОМ КАНАЛЕ СЕТИ ЭВМ

Сущенко С. П.

Одним из наиболее значимых показателей качества обслуживания абонентов сети ЭВМ является сквозная задержка информации пользователя в виртуальном канале. Важным аспектом эффективной организации процесса транспортировки данных является вопрос выбора длительности тайм-аута ожидания подтверждения на сквозную доставку информации удаленным абонентам. Известные подходы [1,2] к решению этой проблемы позволяют изучать влияние длительности тайм-аута неприема квитанции на операционные характеристики процесса передачи данных при заданных распределениях времени переноса информационных пакетов и подтверждений между корреспондирующими абонентами. При этом явно не учитывается специфика сквозной транспортировки по многозвенному виртуальному соединению и вопрос адекватности задаваемых распределений реальному процессу передачи данных не рассматривается и остается открытым.

В данной работе предложен подход к построению распределения времени передачи информационного пакета в виртуальном канале с искажениями, на основе которого проводится анализ влияния длительности тайм-аута неприема квитанции на операционные характеристики процесса транспортировки данных. Рассматривается многозвенное виртуальное соединение длины D, выраженной в количестве межузловых связей. Предполагается, что каждое звено виртуального соединения управляется старт-стопной процедурой обмена [2] и имеет одинаковые длительности цикла передачи пакета t от начала вывода его в линию связи до момента получения квитанции. С вероятностью R_d, $d=\overline{1,D}$ в каждом звене происходит искажение информационных пакетов и согласно управляющей процедуре осуществляется их повторная передача. Считается, что число повторных передач неограничено. Тогда время безошибочной передачи пакета по d-му межузловому соединению является случайной величиной, кратной длительности цикла t и распределенной по геометрическому закону с параметром $1-R_d$.

Предполагается также, что отправка пакета на каждом участке виртуального соединения начинается только после того, как он без искажений был передан по предыдущему участку пути. Считается, что сквозная транспортировка данных организована следующим образом. На передачу пакета удаленному адресату и получение от него ответной квитанции выделяется тайм-аут длительностью n интервалов размера t. При неполучении квитанции за время тайм-аута отправитель организует повторную передачу. Количество сквозных повторных передач также полагается неограниченным.

Найдем вероятность сквозной передачи информационного пакета $P_D(k)$ по виртуальному соединению длины D ровно за k интервалов длительности t. Очевидно, что число интервалов должно удовлетворять условию $k >= D$. Пусть $D=1$. Тогда $P_1(k)=(1-R)R^{k-1}$. При $D=2$ функция вероятностей задается следующим соотношением:

$$P_2(k)=(1-R_1)(1-R_2)\sum_{i=0}^{k-2} R_1^{i} R_2^{k-2-i}=(1-R_1)(1-R_2)\left[\frac{R_1^{k-1}}{R_1-R_2}+\frac{R_2^{k-1}}{R_2-R_1}\right].$$

Если $D=3$, то искомая вероятность $P_3(k)$ принимает вид.

$$P_3(k)=(1-R_1)(1-R_2)(1-R_3)\sum_{i=0}^{k-3} R_1^{i}\sum_{j=0}^{k-3-i} R_2^{j} R_3^{k-3-i-j}=$$

$$=(1-R_1)(1-R_2)(1-R_3)\left[\frac{R_1^{k-1}}{(R_1-R_2)(R_1-R_3)}+\frac{R_2^{k-1}}{(R_2-R_1)(R_2-R_3)}+\frac{R_3^{k-1}}{(R_3-R_1)(R_3-R_2)}\right].$$

Для произвольного D функция вероятностей определится следующим образом:

$$P_D(k)=\prod_{d=1}^{D}(1-R_d)\sum_{d_1=0}^{S_1}R_1^{d_1}\dots\sum_{d_{D-2}=0}^{S_{D-2}}R_{D-2}^{d_{D-2}}\sum_{d_{D-1}=0}^{S_{D-1}}R_{D-1}^{d_{D-1}}R_D^{S_D}$$

$$S_d=k-D-\sum_{i=1}^{d-1}d_i\,. \tag{1}$$

Последовательно выполняя суммирование в данном соотношении, получаем:

$$P_D(k)=\prod_{d=1}^{D}(1-R_d)\sum_{d=1}^{D}R_d^{k-1}\Big/\prod_{\substack{i=1\\ i\neq d}}^{D}(R_d-R_i)\,. \tag{2}$$

Отсюда при $k=D$ приходим к ожидаемому результату: $P_D(D)=\prod_{d=1}^{D}(1-R_d)$.
Во многих практических случаях для виртуального соединения выполняется равенство $R_d=R$, $d=\overline{1,D}$, свидетельствующее о статистической однородности искажений в различных звеньях тракта пере-

дачи данных. При данном условии в выражении (2) возникает неопределенность вида 0/0. - Для получения значений $P_D(k)$ здесь необходимо выполнить $(D-1)!$ достаточно трудоемких операций раскрытия неопределенности. Найдем $P_D(k)$ из определения (1):

$$P_D(k) = (1-R)^D R^{k-D} \sum_{d_1=0}^{S_1} \dots \sum_{d_{D-1}=0}^{S_{D-1}} 1 .$$

Используя соотношение для суммы вида [3] $\sum_{k=1}^{n} \prod_{i=0}^{m} (k+i) = \frac{1}{m+2} \prod_{i=0}^{m+1} (n+i)$, отсюда получаем:

$$P_D(k) = \binom{k-1}{D-1} (1-R)^D R^{k-D} . \qquad (3)$$

Данную зависимость можно переписать в рекуррентном виде:

$$P_{D+1}(k) = P_D(k) \frac{(k-D)(1-R)}{DR} ,$$

$$P_D(k+1) = P_D(k) \frac{kR}{k-D+1} .$$

Нетрудно видеть, что при $R=0$ функция вероятностей (3) преобразуется к: $P_D(D)=1$; $P_D(k)=0$, $k>D$.

Важным операционным параметром виртуального соединения является вероятность сквозной передачи пакета за заданное время тайм-аута:

$$P_D = \sum_{k=D}^{n} P_D(k) . \qquad (4)$$

Для статистически неоднородного виртуального канала ($R_i \neq R_j$, $i,j=\overline{1,D}$, $i \neq j$) вероятность P_D с учетом (2) принимает вид:

$$P_D = \sum_{d=1}^{D} (R_d^D - R_d^n) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq d}}^{D} \frac{1-R_i}{R_d - R_i} .$$

Найдем зависимость P_D от параметров статистически однородного виртуального канала. Используя соотношения для сумм вида $\sum_{k=0}^{L} k^s x^k$, $s=\overline{0,3}$ [3], из определения (4) с учетом (3) при $D=\overline{1,4}$ имеем:

$$P_1 = 1 - R^n ,$$
$$P_2 = 1 - R^n - nR^{n-1}(1-R) ,$$
$$P_3 = 1 - R^n - nR^{n-1}(1-R) - \frac{n(n-1)}{2} R^{n-2}(1-R)^2 ,$$
$$P_4 = 1 - R^n - nR^{n-1}(1-R) - \frac{n(n-1)}{2} R^{n-2}(1-R)^2 - \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3} R^{n-3}(1-R)^3 .$$

Отсюда нетрудно видеть, что для произвольного D значения P_D

необходимо искать в виде:

$$P_D = P_{D-1} - K_D \prod_{i=0}^{D-2}(n-i)R^{n-D+1}(1-R)^{D-1}, \quad P_0 = 1, \tag{5}$$

где K_D - неизвестный коэффициент. Если $n=D$, то по определению (4) $P_D=(1-R)^D$. С другой стороны, согласно (5) получаем:

$$(1-R)^D = 1 - \sum_{d=0}^{D-1} K_{d+1}\left[\prod_{i=0}^{d-1}(D-i)\right]R^{D-d}(1-R)^d.$$

Данное равенство становится тождественным только в том случае, если сомножители при степенях R и 1-R являются коэффициентами бинома Ньютона степени D. Тогда $K_d=1/(d-1)!$, и соотношение для P_D можно записать следующим образом:

$$P_D = 1 - \sum_{d=0}^{D-1}\binom{n}{d}R^{n-d}(1-R)^d.$$

Теперь найдем среднее время передачи пакета до абонента при заданной длительности тайм-аута n:

$$\overline{N}_D = \sum_{k=D}^{n} kP_D(k) \Big/ \sum_{k=D}^{n} P_D(k).$$

Для статистически неоднородного тракта пер
определение перепишется в виде:

$$\overline{N}_D = \frac{\prod_{d=1}^{D}(1-R_d)}{P_D}\sum_{d=1}^{D}\frac{1}{\prod_{\substack{i=1\\ i\neq d}}^{D}(R_d-R_i)}\sum_{k=D}^{n}kR_d^{k-1}.$$

Выполняя подстановку $1=k-D$ и используя выражение для конечной суммы арифметико-геометрической прогресии, отсюда получаем:

$$\overline{N}_D = \frac{1}{P_D}\sum_{d=1}^{D}\left[DR_d^{D-1} - (D-1)R_d^D - (n+1)R_d^n + nR_d^{n+1}\right]\frac{1}{1-R_d}\prod_{\substack{i=1\\ i\neq d}}^{D}\frac{1-R_i}{R_d-R_i}.$$

При $n=D$ данное соотношение, как и следовало ожидать, принимает значение $\overline{N}_D=D$.

Найдем величину $\overline{N}_D$ для статистически однородного тракта передачи данных: $\overline{N}_D=\overline{n}_D/P_D$, где $\overline{n}_D=\sum_{k=D}^{n}kP_D(k)=D\left(\frac{1-R}{R}\right)^D\sum_{k=1}^{n}R^k\binom{k}{D}$.
При $D=\overline{1,3}$ данное соотношение принимает вид:

$$\overline{n}_1 = \frac{1}{1-R}\left[1-R^{n+1} - (n+1)(1-R)R^n\right];$$

$$\overline{n}_2 = \frac{2}{1-R}\left[1-R^{n+1} - (n+1)(1-R)R^n - \frac{(n+1)n}{2}(1-R)^2R^{n-1}\right];$$

$$\bar{n}_3=\frac{3}{1-R}\left[1-R^{n+1}-(n+1)(1-R)R^{n}-\frac{(n+1)n}{2}(1-R)^2R^{n-1}-\frac{(n+1)n(n-1)}{2\cdot 3}(1-R)^3R^{n-2}\right].$$

Для произвольного D значения $\bar{n}_D$ будем искать в виде:

$$\bar{n}_D=\frac{D}{1-R}\left[1-\sum_{d=0}^{D}(1-R)^dR^{n+1-d}X_d\prod_{i=0}^{d-1}(n+1-i)\right],\qquad (6)$$

где X_d - неизвестные коэффициенты. При n=D $\bar{n}_D$=D(1-R)^D. С другой стороны в соответствии с (6) имеем:

$$(1-R)^{D+1}=1-\sum_{d=0}^{D}(1-R)^dR^{D+1-d}X_d\prod_{i=0}^{d-1}(D+1-i).$$

Данное равенство обращается в тождество, если X_d дополняют сомножители при степенях R и 1-R до биномиальных коэффициентов. Тогда X_d=1/d! и выражение для $\bar{N}_D$ можно записать так:

$$\bar{N}_D=\frac{D}{P_D(1-R)}\left[1-\sum_{d=0}^{D}R^{n+1-d}(1-R)^d\binom{n+1}{d}\right].$$

Отсюда видно, что при неограниченной длительности тайм-аута (n=∞) $\bar{N}_D$=D/(1-R). Перейдем к анализу сквозной задержки одиночного пакета.

Время элементарного цикла сквозной передачи данных складывается из времени доставки пакета удаленному абоненту и времени получения квитанции отправителем информации. Будем считать, что данные и квитанции переносятся пакетами одного размера, т.е. квитанции переносятся в информационных пакетах встречного потока. Тогда, поскольку при неполучении квитанции за время тайм-аута отправитель передает пакет повторно, а число сквозных повторных передач неограничено, то средняя сквозная задержка пакета, выраженная в количестве интервалов длительности t, составит:

$$T_D=\sum_{i=1}^{\infty}\left[(i-1)n+\bar{N}_{2D}\right](1-P_{2D})^{i-1}P_{2D}=\frac{n(1-P_{2D})}{P_{2D}}+\bar{N}_{2D}.\qquad (7)$$

Если предположить, что прямой и обратный каналы связи отдельных звеньев тракта передачи данных имеют несовпадающие вероятности искажения пакетов, то данное соотношение можно переписать следующим образом:

$$T_D=\frac{1}{P_{2D}}\left[n-\sum_{i=1}^{2D}\frac{(n-2D)R_i^{2D-1}-(n-(2D-1))R_i^{2D}+R_i^{n}}{1-R_i}\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{2D}\frac{1-R_j}{R_i-R_j}\right].$$

При $n=2D$ $T_D=2D/\prod_{d=1}^{2D}(1-R_d)$. Неограниченная длительность тайм-аута ($n=\infty$) дает значение задержки

$$T_D=2D+\sum_{d=1}^{2D}\frac{R_d^{2D}}{1-R_d}\prod_{\substack{i=1\\i\neq d}}^{2D}\frac{1-R_i}{R_d-R_i}.$$

Для случая статистически однородного тракта передачи задержка (7) принимает вид:

$$T_D=\frac{2D\cdot\sum\limits_{d=0}^{2D-1}(1-R)^d R^{n-d}(2D-d)\binom{n}{d}}{(1-R)\,P_{2D}}. \qquad (8)$$

Отсюда нетрудно видеть, что $n=2D$ дает $T_D=2D/(1-R)^{2D}$, а $n=\infty$ приводит к $T_D=2D/(1-R)$.

Анализ показывает, что временной срез процесса сквозной транспортировки одиночного пакета по многозвенному тракту совпадает с передачей мультипакетного сообщения по виртуальному соединению, состоящему из одного участка переприема. При этом операционные характеристики (функция вероятностей, функция распределения и среднее время доведения до адресата) процесса сквозной доставки пакета по виртуальному соединению длины D и процесса передачи сообщения из N=D пакетов по однозвенному виртуальному каналу полностью совпадают. Тогда для средней задержки мультипакетного сообщения при сквозном подтверждении верности его передачи в целом информационными пакетами встречного потока по аналогии с (8) справедливо:

$$T_N=\frac{N+1-\sum\limits_{i=0}^{N}(1-R)^i R^{n-i}(N+1-i)\binom{n}{i}}{(1-R)\,P_{N+1}}.$$

Данная задержка для длительности тайм-аута $n=N+1$ и $n=\infty$ соответственно составит: $T_N=(N+1)/(1-R)^{N+1}$ и $T_N=(N+1)/(1-R)$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Fayolle G., Gelenbe E., Pujolle G. An analytic evaluation of the performance of the "Send and wait" protocol //IEEE Trans. on commun. - 1978. - vol. 26. - N 3. - p. 313-319.
2. Богуславский Л.Б. Управление потоками данных в сетях ЭВМ. М.: Энергоатомиздат, 1984. - 168с.
3. Прудников А.Г., Брычков Ю.П., Маричев О.И. Интегралы и ряды: Элементарные функции. М.: Наука, 1981. - 800с.

СМО С ПЕРЕМЕННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ОБСЛУЖИВАНИЯ, УПРАВЛЯЕМОЙ ПОРЯДКОВЫМ НОМЕРОМ ЗАЯВКИ.

Терпугов А.Ф., Хатямов Э.Х.

Пусть имеется однолинейная система массового обслуживания (СМО), на которую поступает простейший поток заявок интенсивности λ . Обслуживание предполагается марковским с одной из двух интенсивностей μ_1 или μ_2 .

Рассмотрим следующий закон управления интенсивностью обслуживания. Пусть СМО пуста, т.е. в ней нет заявок. С приходом заявки начинается период занятости СМО, который продолжается до опустошения системы.

Закон управления интенсивностью обслуживания следующий. Первые n заявок, поступившие на данном периоде занятости, обслуживаются с интенсивностью μ_1 все последующие (если, разумеется, к этому моменту период занятости не окончился) - с интенсивностью μ_2 . На новом периоде занятости все начинается сначала.

Таким образом, управление интенсивностью обслуживания ведется по порядковому номеру заявки, обслуживаемой на данном периоде занятости.

Пусть в системе существует стационарный режим. Стохастический граф переходов, описывающий поведение СМО, приведен на рис.I. Здесь i - число заявок, находящихся в СМО, j - порядковый номер заявки, обслуживаемой на данном периоде занятости. Заметим, что нет смысла различать состояния с $j \geq n+1$, поэтому все состояния с $j \geq n+1$ агрегированы в состояние $j = n+1$