



**АВТОМАТИКА И
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА**

1995 4

ЛАТВИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**АВТОМАТИКА
И
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА**

1995

ИЮЛЬ-АВГУСТ

4

НАУЧНО - ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД С ЯНВАРЯ 1967 г.

РИГА
ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Г.И. Козырев, С.Т. Каленик, С.В. Шкляр</i> Метод идентификации динамических систем при неизвестном входном сигнале на основе дополнительного нелинейного канала преобразования	3
<i>Ю.Г. Булычев, А.Н. Шухардин</i> Решение задачи глобальной оптимизации с использованием ЭВМ параллельного действия	13
<i>В.Д. Штраусс</i> Технология обработки информации при исследовании релаксационных явлений. Релаксационные модели, порожденные дифференциальным оператором дробного порядка с двумя параметрами дробности	25
<i>А.Д. Закревский</i> Быстрый алгоритм синтеза полиномов Жегалкина, реализующих частичные булевы функции	36
<i>Ю.А. Скобцов</i> Многозначные модели цифровых устройств логического и функционального уровня	42
<i>С.П. Сущенко</i> Анализ влияния длительности сквозного тайм-аута на операционные характеристики виртуального канала	53
<i>Г.А. Медведев</i> Характеристики случайных процессов в ЛВС с маркерным доступом и несимметричной нагрузкой	67
<i>С.И. Доценко</i> Оценивание характеристик стационарного режима для систем массового обслуживания с бесконечным числом мест в очереди	81

CONTENTS

<i>G.I. Kozirev, S.T. Kalenik, S.V. Shklyar</i> The dynamic systems identification method on the basis of additional nonlinear transformation channel	3
<i>Yu.G. Bulychev, A.N. Shukhardin</i> A decision of a global optimization problem with use a computer of parallel work	13
<i>V.D. Shtrauss</i> Information processing technology in the study of relaxation phenomena. Relaxation models coming from the fractional differential operator with two fractional parameters	25
<i>A.D. Zakrevskiy</i> Swift algorithm for the synthesis of Gegalkin polynomes realizing partly specified Boolean functions	36
<i>Yu.A. Skobtsov</i> Digital device multivalued models of logical and functional level	42
<i>S.P. Sushchenko</i> Analysis of an end-to-end time-out impact on a virtual circuit operating characteristics	53
<i>G.A. Medvedev</i> Random processes performances for LAN with token access method and assymetric loading	67
<i>S.I. Dotsenko</i> The estimation of characteristics of queuing systems with infinite capacity in steady-state conditions	81

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ СКВОЗНОГО ТАЙМ-АУТА НА ОПЕРАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИРТУАЛЬНОГО КАНАЛА

С.П. СУЩЕНКО, кандидат технических наук, заведующий лабораторией

*Томский государственный университет
Просп. Ленина 36, 634010 Томск, Россия*

Предложен подход к построению распределения времени передачи данных по виртуальному соединению с искажениями на отдельных участках переприема. Найдена зависимость от размера тайм-аута средней сквозной задержки и вероятности корректной доставки данных абонентам при переносе квитанций в служебных пакетах. Предложен алгоритм выбора длительности тайм-аута ожидания ответа по критерию заданного уровня вероятности повторной передачи данных.

Ключевые слова: модели процесса передачи данных, виртуальное соединение, операционные характеристики, тайм-аут

1. ВВЕДЕНИЕ.

Важнейшими показателями эффективности процесса передачи данных в виртуальном соединении является вероятность доставки за заданное время сообщений между абонентами и средняя сквозная задержка. В работе [1] исследуются операционные характеристики процесса передачи данных по виртуальному каналу при переносе квитанций в информационных пакетах встречного потока. Естественным развитием и обобщением рассмотренной в [1] ситуации является случай, когда квитанции передаются в смешанном встречном потоке, содержащем как информационные так и служебные пакеты. Причем, пакеты отличаются длиной, а следовательно, и временем цикла передачи по отдельным звеньям виртуального канала. В предлагаемой работе исследуется влияние длительности тайм-аута ожидания сквозного подтверждения, упакованного в служебном пакете, на операционные характеристики процесса транспортировки мультимедийного сообщения по однозвенному виртуальному соединению и одиночного пакета по многозвенному тракту передачи данных.

2. МОДЕЛЬ ВИРТУАЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ.

Рассматривается процесс передачи пакетов данных в виртуальном соединении длины $D \geq 1$, выраженной в количестве участков переприема. Предполагается, что информационные пакеты сообщений и квитанции, упакованные в служебные пакеты, передаются согласно управляющей процедуре старт-стопного протокола [2]. Считаем, что время элементарного цикла передачи информационного пакета от начала ввода его в линию связи до момента получения квитанции канального уровня имеет длительность t , а для служебного пакета — τ .

Пусть отношение t/τ — принимает целые значения $m \geq 1$. С вероятностями R_d и r_d , $d = \overline{1, D}$, в каждом звене происходит искажение информационных и служебных пакетов и согласно управляющей процедуре осуществляется их повторная передача. Считается, что число повторных передач не ограничено. Тогда время безошибочной передачи пакета по d -му межузловому соединению является случайной величиной (кратной длительности цикла t для пакетов данных и τ — для квитанций), распределенной по геометрическому закону с параметром $1 - R_d$ и $1 - r_d$ соответственно.

Предполагается также, что отправка пакета на каждом участке виртуального соединения начинается только после того, как он без искажений был передан по предыдущему участку пути. Считается, что сквозная транспортировка данных организована следующим образом. На передачу сообщения адресату и получение от него ответной квитанции выделяется тайм-аут длительностью n интервалов размера t . В случае неполучения квитанции за это время отправитель организует повторную передачу. Количество повторных передач полагается неограниченным.

3. АНАЛИЗ ПЕРЕДАЧИ МУЛЬТИПАКЕТНОГО СООБЩЕНИЯ ПО ОДНОЗВЕН- НОМУ ВИРТУАЛЬНОМУ КАНАЛУ.

Найдем функцию распределения времени ожидания квитанции от момента начала отправки сообщения, состоящего из N пакетов, до момента получения подтверждения, упакованного в служебный пакет. С учетом введенных предположений вероятность получения квитанции ровно за $k \geq mN + 1$ интервалов длительности τ определится как сумма всех возможных произведений вероятности доставки сообщения абоненту за $i \geq N$ интервалов длительности t и вероятности получения подтверждения от получателя сообщения за $k - mi \geq 1$ интервалов длительности τ :

$$f_N(k) = \sum_{i=N}^{\left[\frac{k-1}{m} \right]} P_N(i) p_1(k - mi). \quad (1)$$

Здесь $[\cdot]$ означает целую часть, $P_N(i)$ и $p_1(j)$ — соответственно функции распределения времени доставки абоненту N -пакетного сообщения и времени получения отправителем квитанции от абонента, имеющие вид [1]:

$$P_N(i) = \binom{i-1}{N-1} (1-R)^N R^{i-N}, \quad p_1(j) = (1-r)r^{j-1}.$$

Используя выражения для суммы вида $\sum_{k=1}^l k^S x^k$, $S = \overline{0,3}$ [3], выполняем суммирование в соотношении (1) при $N = \overline{1,4}$:

$$\begin{aligned}
 f_1(k) &= \frac{(1-R)(1-r)}{1-R/r^m} r^{k-m-1} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{k-1}{m} \right]} \right\}; \\
 f_2(k) &= \frac{(1-R)^2(1-r)}{(1-R/r^m)^2} r^{k-2m-1} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{k-1}{m} \right]} \left(1 - \left[\frac{k-1}{m} \right] \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \right) \right\}; \\
 f_3(k) &= \frac{(1-R)^3(1-r)}{(1-R/r^m)^3} r^{k-3m-1} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{k-1}{m} \right]} \left(1 - \left[\frac{k-1}{m} \right] \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \left(1 - \frac{\left[\frac{k-1}{m} \right] - 1}{2} \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \right) \right) \right\}; \\
 f_4(k) &= \frac{(1-R)^4(1-r)}{(1-R/r^m)^4} r^{k-4m-1} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{k-1}{m} \right]} \left(1 - \left[\frac{k-1}{m} \right] \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \left(1 - \frac{\left[\frac{k-1}{m} \right] - 1}{2} \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \left(1 - \frac{\left[\frac{k-1}{m} \right] - 2}{6} \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \right) \right) \right) \right\}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Для произвольного N соотношение $f_N(k)$, удовлетворяющее определению (1) при $k = mN + 1$, записывается следующим образом:

$$f_N(k) = \frac{(1-R)^N(1-r)}{(1-R/r^m)^N} r^{k-(mN+1)} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{k-1}{m} \right]} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \binom{\left[\frac{k-1}{m} \right]}{i} \left(1 - \frac{r^m}{R} \right)^i \right\}. \quad (3)$$

Найдем функцию распределения времени доставки мультипакетного сообщения абоненту и получения от него подтверждения в служебном пакете за время тайм-аута $n \geq mN + 1$ в случае удаления его от отправителя на один участок переприема. С учетом того, что формула (3) предполагает отыскание целой части, аргумент k удобно

представить в виде $k = mi + j$. Переменные i и $j < m$ определяют количество интервалов длительности t и τ соответственно. Тогда искомое распределение может быть выражено зависимостью:

$$P_N = \sum_{k=mN+1}^n f_N(k) = \sum_{i=N}^{\left[\frac{n}{m}\right]-1} \sum_{j=1}^m f_N(mi + j) + \sum_{j=1}^{n-m\left[\frac{n}{m}\right]} f_N\left(m\left[\frac{n}{m}\right] + j\right).$$

Отсюда для $N = \overline{1,4}$ получаем:

$$P_1 = 1 - R^{\left[\frac{n}{m}\right]} - r^{n-m} \frac{1 - R}{1 - R/r^m} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n}{m}\right]} \right\};$$

$$P_2 = 1 - R^{\left[\frac{n}{m}\right]} - \left[\frac{n}{m}\right] (1 - R) R^{\left[\frac{n}{m}\right]-1} - \\ - r^{n-2m} \frac{(1 - R)^2}{(1 - R/r^m)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n}{m}\right]} \left(1 - \left[\frac{n}{m}\right] \left(1 - \frac{r^m}{R}\right)\right) \right\};$$

$$P_3 = 1 - R^{\left[\frac{n}{m}\right]} - \left[\frac{n}{m}\right] (1 - R) R^{\left[\frac{n}{m}\right]-1} - \frac{\left[\frac{n}{m}\right] \left(\left[\frac{n}{m}\right] - 1\right)}{2} (1 - R)^2 R^{\left[\frac{n}{m}\right]-2} - \\ - r^{n-3m} \frac{(1 - R)^3}{(1 - R/r^m)^3} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n}{m}\right]} \left(1 - \left[\frac{n}{m}\right] \left(1 - \frac{r^m}{R}\right) \left(1 - \frac{\left[\frac{n}{m}\right]-1}{2} \left(1 - \frac{r^m}{R}\right)\right)\right) \right\};$$

$$P_4 = 1 - R^{\left[\frac{n}{m}\right]} - \left[\frac{n}{m}\right] (1 - R) R^{\left[\frac{n}{m}\right]-1} - \frac{\left[\frac{n}{m}\right] \left(\left[\frac{n}{m}\right] - 1\right)}{2} (1 - R)^2 R^{\left[\frac{n}{m}\right]-2} - \\ - \frac{\left[\frac{n}{m}\right] \left(\left[\frac{n}{m}\right] - 1\right) \left(\left[\frac{n}{m}\right] - 2\right)}{6} (1 - R)^3 R^{\left[\frac{n}{m}\right]-3} - r^{n-4m} \frac{(1 - R)^4}{(1 - R/r^m)^4} \left\{ 1 - \right. \\ \left. - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n}{m}\right]} \left(1 - \left[\frac{n}{m}\right] \left(1 - \frac{r^m}{R}\right) \left(1 - \frac{\left[\frac{n}{m}\right]-1}{2} \left(1 - \frac{r^m}{R}\right) \left(1 - \frac{\left[\frac{n}{m}\right]-2}{3} \left(1 - \frac{r^m}{R}\right)\right)\right)\right) \right\}.$$

Из этих соотношений следует, что при любом N распределение P_N с точностью до неизвестных коэффициентов X_i и Y_i определится зависимостью:

$$P_N = 1 - \sum_{i=0}^{N-1} X_i \prod_{j=1}^i \left(\left[\frac{n}{m} \right] - j \right) (1 - R)^i R^{\left[\frac{n}{m} \right] - i} - r^{n-mN} \frac{(1 - R)^N}{(1 - R/r^m)^N} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{n}{m} \right]} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i Y_i \prod_{j=1}^i \left(\left[\frac{n}{m} \right] - j \right) \left(1 - \frac{r^m}{R} \right)^i \right\}.$$

Учитывая, что при длительности тайм-аута $n = mN + 1$ вероятность $P_N = (1 - R)^N (1 - r)$, находим $X_i = Y_i = 1/i!$. Тогда:

$$P_N = 1 - \sum_{i=0}^{N-1} \left(\left[\frac{n}{m} \right] \right) (1 - R)^i R^{\left[\frac{n}{m} \right] - i} - r^{n-mN} \frac{(1 - R)^N}{(1 - R/r^m)^N} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{n}{m} \right]} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \left(\left[\frac{n}{m} \right] \right) \left(1 - \frac{r^m}{R} \right)^i \right\}.$$

Отсюда следует, что в случае $m = 1$ и $r = R$, т.е. при переносе квитанций в информационных пакетах встречного потока, вероятность P_N преобразуется к известному соотношению [1]:

$$P_N = 1 - \sum_{i=0}^N \binom{n}{i} (1 - R)^i R^{n-i}.$$

Для случая получения квитанции за длительность тайм-аута n найдем величину

$$n_N = \sum_{k=mN+1}^n k f_N(k) = \sum_{i=N}^{\left[\frac{n}{m} \right] - 1} \sum_{j=1}^m (mi + j) f_N(mi + j) + \sum_{j=1}^{n-m\left[\frac{n}{m} \right]} \left(m \left[\frac{n}{m} \right] + j \right) f_N(m \left[\frac{n}{m} \right] + j),$$

являющуюся ненормированным средним временем ее ожидания. При $N = \overline{1,3}$ имеем:

$$n_1 = \frac{1}{1 - r} \left\{ 1 - R^{\left[\frac{n}{m} \right]} \right\} + \frac{m}{1 - R} \left\{ 1 - R^{\left[\frac{n}{m} \right] + 1} - \left(\left[\frac{n}{m} \right] + 1 \right) (1 - R) R^{\left[\frac{n}{m} \right]} \right\} - \frac{(1 - R) r^{n-m} (n(1 - r) + 1)}{(1 - r)(1 - R/r^m)} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{n}{m} \right]} \right\};$$

$$\begin{aligned}
n_2 = & \frac{1}{1-r} \left\{ 1 - R \left[\frac{n}{m} \right] - \left[\frac{n}{m} \right] (1-R) R \left[\frac{n}{m} \right]^{-1} \right\} + \\
& + \frac{2m}{1-R} \left\{ 1 - R \left[\frac{n}{m} \right]^{+1} - \left(\left[\frac{n}{m} \right] + 1 \right) (1-R) R \left[\frac{n}{m} \right] - \frac{\left(\left[\frac{n}{m} \right] + 1 \right) \left[\frac{n}{m} \right]}{2} (1-R)^2 R \left[\frac{n}{m} \right]^{-1} \right\} - \\
& - \frac{(1-R)^2 r^{n-2m} (n(1-r) + 1)}{(1-r)(1-R/r^m)^2} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{n}{m} \right]} \left(1 - \left[\frac{n}{m} \right] \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \right) \right\}; \\
n_3 = & \frac{1}{1-r} \left\{ 1 - R \left[\frac{n}{m} \right] - \left[\frac{n}{m} \right] (1-R) R \left[\frac{n}{m} \right]^{-1} - \frac{\left[\frac{n}{m} \right] \left(\left[\frac{n}{m} \right] - 1 \right)}{2} (1-R)^2 R \left[\frac{n}{m} \right]^{-2} \right\} + \\
& + \frac{3m}{1-R} \left\{ 1 - R \left[\frac{n}{m} \right]^{+1} - \left(\left[\frac{n}{m} \right] + 1 \right) (1-R) R \left[\frac{n}{m} \right] - \frac{\left(\left[\frac{n}{m} \right] + 1 \right) \left[\frac{n}{m} \right]}{2} (1-R)^2 R \left[\frac{n}{m} \right]^{-1} - \right. \\
& \left. - \frac{\left(\left[\frac{n}{m} \right] + 1 \right) \left[\frac{n}{m} \right] \left(\left[\frac{n}{m} \right] - 1 \right)}{6} (1-R)^3 R \left[\frac{n}{m} \right]^{-2} \right\} - \\
& - \frac{(1-R)^3 r^{n-3m} (n(1-r) + 1)}{(1-r)(1-R/r^m)^3} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{n}{m} \right]} \left(1 - \left[\frac{n}{m} \right] \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \left(1 - \frac{\left[\frac{n}{m} \right] - 1}{2} \left(1 - \frac{r^m}{R} \right) \right) \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Из этого ряда зависимостей следует, что общим видом выражения для n_N , удовлетворяющим условию $n_N = (mN + 1)(1 - R)^N(1 - r)$ при $n = mN + 1$, является

$$\begin{aligned}
n_N = & \frac{1}{1-r} \left\{ 1 - \sum_{i=0}^{N-1} \binom{\left[\frac{n}{m} \right]}{i} (1-R)^i R \left[\frac{n}{m} \right]^{-i} \right\} + \frac{mN}{1-R} \left\{ 1 - \sum_{i=0}^N \binom{\left[\frac{n}{m} \right] + 1}{i} (1-R)^i R \left[\frac{n}{m} \right]^{+1-i} \right\} - \\
& - \frac{(1-R)^N r^{n-mN} (n(1-r) + 1)}{(1-r)(1-R/r^m)^N} \left\{ 1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{n}{m} \right]} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \binom{\left[\frac{n}{m} \right]}{i} \left(1 - \frac{r^m}{R} \right)^i \right\}.
\end{aligned}$$

Отсюда нетрудно определить среднюю сквозную задержку мультипакетного сообщения. Если за время тайм-аута квитанция отправителем не получена, он передает сообщение повторно, а число сквозных повторных передач не ограничено. Эта задержка, выраженная в количестве интервалов длительности τ , составит:

$$T_N = \sum_{i=1}^{\infty} \{(i-1)n + n_N / P_N\} (1 - P_N)^{i-1} P_N = \frac{n(1 - P_N) + n_N}{P_N}. \quad (4)$$

Или окончательно:

$$\begin{aligned} T_N = \frac{1}{P_N} & \left\{ \frac{1}{1-r} + \left(n - \frac{1}{1-r} \right) \sum_{i=0}^{N-1} \binom{\left[\frac{n}{m} \right]}{i} (1-R)^i R^{\left[\frac{n}{m} \right] - i} + \right. \\ & + \frac{mN}{1-R} \left(1 - \sum_{i=0}^N \binom{\left[\frac{n}{m} \right] + 1}{i} (1-R)^i R^{\left[\frac{n}{m} \right] + 1 - i} \right) - \\ & \left. - \frac{(1-R)^N r^{n-mN}}{(1-r)(1-R/r^m)^N} \left(1 - \left(\frac{R}{r^m} \right)^{\left[\frac{n}{m} \right]} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \binom{\left[\frac{n}{m} \right]}{i} \left(1 - \frac{r^m}{R} \right)^i \right) \right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

Из этого соотношения следует, что величина T_N с ростом длительности тайм-аута n в пределах области определения монотонно падает от $T_N = \frac{mN + 1}{(1-R)^N(1-r)}$ при $n = mN + 1$ до $T_N = \frac{mN}{1-R} + \frac{1}{1-r}$ при $n = \infty$. При этом для неограниченной длительности тайм-аута средняя задержка всего сообщения в виртуальном канале T_N становится равной сумме средних задержек отдельных пакетов и квитанций. Для значений параметров $m = 1$ и $r = R$ выражение (5) приводится к известной формуле [1]:

$$T_N = \frac{1}{P_N(1-R)} \left\{ N + 1 - \sum_{i=0}^N (N + 1 - i) \binom{n}{i} (1-R)^i R^{n-i} \right\}.$$

3. АНАЛИЗ ПЕРЕДАЧИ ОДИНОЧНОГО ПАКЕТА ПО МНОГОЗВЕННОМУ ВИРТУАЛЬНОМУ КАНАЛУ.

Для рассматриваемого случая вероятность получения сквозной квитанции равно за $k \geq D(m + 1)$ интервалов длительности τ определится суммой произведений

$$f_D(k) = \sum_{i=D}^{\left[\frac{k-D}{m} \right]} P_D(i) p_D(k - mi). \quad (6)$$

Здесь:

$P_D(i)$ — вероятность передачи информационного пакета удаленному абоненту по виртуальному каналу длины D за $i \geq D$ интервалов длительности t ,

$p_D(j)$ — вероятность получения от него подтверждения за $k - mi \geq D$ интервалов длительности τ .

Функциональная зависимость этих вероятностей от параметров тракта передачи данных имеет вид [1]:

$$P_D(i) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d) \sum_{d=1}^D R_d^{i-1} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq d}}^D (R_d - R_l)^{-1},$$

$$p_D(j) = \prod_{d=1}^D (1 - r_d) \sum_{d=1}^D r_d^{j-1} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq d}}^D (r_d - r_l)^{-1}.$$

Для статистически однородного виртуального соединения ($R_d = R$, $r_d = r$, $d = \overline{1, D}$) эти вероятности задаются соотношениями [1]

$P_D(i) = \binom{i-1}{D-1} (1 - R)^D R^{i-D}$ и $p_D(j) = \binom{j-1}{D-1} (1 - r)^D r^{j-D}$. Из (6) для статистически неоднородного тракта передачи данных следует:

$$f_D(k) = \prod_{d=1}^D (1 - R_d)(1 - r_d) \sum_{d=1}^D \sum_{l=1}^D \frac{R_d^{D-1} r_l^{k-1-mD} \left(1 - \left(\frac{R_d}{r_l^m} \right)^{\left[\frac{k-D}{m} \right] - (D-1)} \right)}{\left(1 - \frac{R_d}{r_l^m} \right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq d}}^D (R_d - R_j) \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq l}}^D (r_l - r_q)}. \quad (7)$$

Функция распределения времени ожидания квитанции, с учетом операции отыскания целой части в (7), определится следующим образом:

$$P_D = \sum_{k=D(m+1)}^n f_D(k) = \sum_{i=D}^{\left[\frac{n-D+1}{m} \right] - 1} \sum_{j=D}^{D+m-1} f_D(mi + j) +$$

$$+ \sum_{j=D}^{n-m \left[\frac{n-D+1}{m} \right]} f_D \left(m \left[\frac{n-D+1}{m} \right] + j \right). \quad (8)$$

Выполняя суммирование, получаем:

$$P_D = \prod_{d=1}^D (1-R_d)(1-r_d) \sum_{d=1}^D \sum_{l=1}^D \frac{R_d^{D-1} r_l^{D-1}}{(1-r_l) \left(1 - \frac{R_d}{r_l^m}\right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq d}}^D (R_d - R_j) \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq l}}^D (r_l - r_q)} \left\{ 1 - \right. \\ \left. - r_l^{n-mD-D+1} - \frac{R_d}{1-R_d} \left(1 - r_l^m + R_d \left[\frac{n-D+1}{m} \right]^{-D} \left(r_l^m - R_d - (1-R_d)r_l^{n-m \left[\frac{n-D+1}{m} \right] - D+1} \right) \right) \right\}.$$

Соотношение для ненормированного среднего времени ожидания квитанции записывается в виде:

$$n_D = \sum_{k=mD+D}^n k f_D(k) = \frac{1}{P_D} \sum_{i=D}^{\left[\frac{n-D+1}{m} \right] - 1} \sum_{j=D}^{D+m-1} (mi + j) f_D(mi + j) + \\ + \frac{1}{P_D} \sum_{j=D}^{n-m \left[\frac{n-D+1}{m} \right]} \left(m \left[\frac{n-D+1}{m} \right] + j \right) f_D \left(m \left[\frac{n-D+1}{m} \right] + j \right). \quad (9)$$

Или окончательно:

$$n_D = \prod_{d=1}^D (1-R_d)(1-r_d) \sum_{d=1}^D \sum_{l=1}^D \frac{R_d^{D-1} r_l^{D-1}}{(1-r_l) \left(1 - \frac{R_d}{r_l^m}\right) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq d}}^D (R_d - R_j) \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq l}}^D (r_l - r_q)} \left\{ \left(Dm + D + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{r_l}{1-r_l} + \frac{mR_d}{1-R_d} - R_d \left[\frac{n-D+1}{m} \right]^{-D+1} \left(D + \frac{r_l}{1-r_l} + \frac{m}{1-R_d} + m \left[\frac{n-D+1}{m} \right] \right) \right) \frac{1 - \frac{R_d}{r_l^m}}{1-R_d} - \right. \\ \left. - \left(n + \frac{1}{1-r_l} \right) \left(1 - \frac{1}{r_l} R_d \left[\frac{n-D+1}{m} \right]^{-D+1} \right) r_l^{n-mD-D+1} \right\}.$$

Рассмотрим процесс сквозной передачи информационного пакета по статистически однородному многозвенному виртуальному соединению. Согласно (6) функция распределения времени ожидания квитанции при $D = 2$ имеет вид:

$$f_2(k) = \frac{(1-R)^2(1-r)^2}{(1-R/r^m)^3} r^{k-2(m+1)} \left\{ ((k-1) \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) - 2m) \left(1 - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{k-2}{m}\right]} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left[\frac{k-2}{m}\right] \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{k-2}{m}\right]-1} \right) + 2m \frac{\left[\frac{k-2}{m}\right] \left(\left[\frac{k-2}{m}\right] - 1\right)}{2} \left(1 - \frac{R}{r^m}\right)^2 \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{k-2}{m}\right]-1} \right\}. \quad (10)$$

При $D = 3$ формула (6) преобразуется к выражению, содержащему сумму $\sum_{k=0}^l k^4 x^k$. Очевидно, что $\sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^k k^3 x^{k-j} y^j = \sum_{k=1}^l k^4 x^k$ при $y = x$. Выполняя в левой части данного равенства суммирование и предельный переход при $y \rightarrow x$, получаем:

$$\sum_{k=1}^l k^4 x^k = \frac{x(1-x^n)(1+11x+11x^2+x^3)}{(1-x)^5} - \frac{nx^{n+1}}{1-x} \left(n^3 + \frac{4n^2}{1-x} + \frac{6n(1+x)}{(1-x)^2} + \frac{4(1+4x+x^2)}{(1-x)^3} \right).$$

Последовательно применяя этот прием, можно найти соотношения для сумм, содержащих и более высокую степень индекса суммирования. Далее для функции $f_3(k)$ имеем:

$$f_3(k) = \frac{(1-R)^3(1-r)^3}{(1-R/r^m)^5} r^{k-3(m+1)} \left\{ \binom{k-1}{2} \left(1 - \frac{R}{r^m}\right)^2 - \frac{3}{2}m \left((2k-3) \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - m \left(3 + \left(\frac{R}{r^m}\right)\right) \right) \left(1 - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{k-3}{m}\right]-2} \left(1 - \left(\left[\frac{k-3}{m}\right] - 2\right) \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) - \left(\left[\frac{k-3}{m}\right] - 1\right) \left(1 - \frac{R}{r^m}\right)^2 \right) \right) \right\} + \\ + \frac{3}{2}m \left(1 - \frac{R}{r^m}\right)^3 \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{k-3}{m}\right]-2} \left(\left[\frac{k-3}{m}\right]\right) \left\{ (2k-3) \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) - m \left(4 + \left[\frac{k-3}{m}\right] \left(1 - \frac{R}{r^m}\right)\right) \right\} \right\}.$$

Из (2), (10) и приведенного соотношения следует, что структурная сложность функции распределения стремительно возрастает с ростом D . Общий вид $f_D(k)$ для произвольной длины тракта передачи данных найти не удастся.

Теперь установим функцию распределения задержки пакета в многозвенном тракте передачи данных и среднее время ожидания квитанции отправителем при условии ее получения за длительность тайм-аута n для $D = 2$. По определению (8) получаем:

$$\begin{aligned}
P_2 = & 1 - \frac{(1-R)(1-r)^3}{(1-R/r^m)^3} (r^m)^{\left[\frac{n-1}{m}\right]-2} \left\{ (1-R) \left\{ \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) \left(\frac{1}{1-r} - m \left(\left[\frac{n-1}{m}\right] - 1\right) \times \right. \right. \right. \\
& \times \left. \left. \left. \left(\left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n-1}{m}\right]-1} - \left(1 + \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n-1}{m}\right]-1}\right) r^{n-m \left[\frac{n-1}{m}\right]-1}\right) - \left(1 - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n-1}{m}\right]-1} \left(1 - \right. \right. \right. \right. \\
& - \left. \left. \left. \left(\left[\frac{n-1}{m}\right] - 1\right) \left(1 - \frac{R}{r^m}\right)\right) \right\} \left(\frac{(1-r)^{n-m \left[\frac{n-1}{m}\right]-1}}{1-r} - \left(n-m \left[\frac{n-1}{m}\right] - 1\right) r^{n-m \left[\frac{n-1}{m}\right]-1} \right) \right\} - \right. \\
& - \left. m \left(1 + \frac{R}{r^m}\right) \left(\left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n-1}{m}\right]-1} + \left(1 - \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n-1}{m}\right]-1}\right) r^{n-m \left[\frac{n-1}{m}\right]-1} \right) \right\} + \\
& + \left(\frac{R}{r^m}\right)^{\left[\frac{n-1}{m}\right]-1} \left\{ \left(1 + \left(1 - \frac{R}{r^m}\right) \left(\frac{1}{1-R} + \left[\frac{n-1}{m}\right] - 2\right) \right) \left(m(1-R) - \frac{1-r^m}{1-r} \left(1 - \frac{R}{r^m}\right)\right) + \right. \\
& \left. \left. + m(1-r^m) \frac{R}{r^m} \right\} \right\}.
\end{aligned}$$

Для ненормированного среднего времени ожидания квитанции из (9) имеем:

$$\begin{aligned}
n_2 = & \frac{2}{1-r} + \frac{2m}{1-R} - \frac{2r^{mS-m}}{(1-r)(1-Z)^2} \left\{ (1-R)^2 - Z^S (1-r^m) (1-R + (1-Z)(1+(S-1)(1-R))) \right\} + \\
& + m \frac{(1-r)r^{mS-m}}{(1-Z)^3} \left\{ (1-R) \left(1 + (Z+(S-2)(1-Z)) \left(1 + \frac{2}{1-r}\right)\right) - Z^S \left((1-2R+Z) \left(1 + \frac{2}{1-r}\right) - \right. \right. \\
& - \left. \left. 2 \frac{1-r^m}{1-r} + (1-Z) \left(\frac{1}{1-R} - S + 1\right) \left(1-R + 2 \frac{(1-Z)((1-R)r^m - 1 + r^m)}{(1-r)(1-R)}\right) + S(S-1) \frac{(1-Z)^2(1-r^m)}{(1-r)} \right) \right\} - \\
& - m \frac{2(1-r)(1-R)^2 r^{mS-m}}{(1-Z)^3} (S+1) \left\{ 2(Z-Z^S) - (S-1)(1-Z)(1+Z^S) \right\} + \frac{(1-r)(1-R)^2 r^{mS-m-1}}{(1-Z)^3} \times \\
& \times \left\{ (1-Z)(1-Z^S - S(1-Z)Z^S) \left(\frac{2r}{(1-r)^2} - r^{n-mS-m} \left(\frac{2r}{(1-r)^2} - n + \left(\frac{2r}{(1-r)} + n\right)(n-mS-m)\right)\right) + \right.
\end{aligned}$$

$$+ \frac{r-r^{n-mS-m}}{1-r} m \left(S(1-Z)(2-(S+1)(1-Z)Z^S) - 2Z(1-Z^S) \right) - m \left(S(1-Z)(1+Z^S) - \right. \\ \left. - (1+Z)(1-Z^S) \right) \left(r(mS+m+1) + nr^{n-mS-m} \right) \Big\}, \quad S = \left[\frac{n-1}{m} \right] - 1, \quad Z = \frac{R}{r^m}.$$

Теперь нетрудно найти среднюю сквозную задержку пакета T_D , определяемую выражением (4) при $N = D$. Для статистически неоднородного виртуального соединения при минимально допустимом размере тайм-аута $n = D(m + 1)$ задержка $T_D = D(m + 1) / \prod_{d=1}^D (1 - R_d)(1 - r_d)$. При неограниченной длительности тайм-аута ($n = \infty$) средняя сквозная задержка составляет сумму средних задержек информационного пакета и квитанции в каждом звене прямого и обратного трактов передачи данных: $T_D = \sum_{d=1}^D \left(\frac{m}{1 - R_d} + \frac{1}{1 - r_d} \right)$. В случае однородного виртуального соединения и переноса квитанций в информационных пакетах встречного потока, т.е. при $m = 1$ и $R_d = r_d = R$, приведенные соотношения приводят к известным результатам [1]: $T_D = 2D/(1 - R)^{2D}$ и $T_D = 2D/(1 - R)$.

4. ВЫБОР ДЛИТЕЛЬНОСТИ ТАЙМ-АУТА ОЖИДАНИЯ КВИТАНЦИИ.

В качестве критерия для поиска размера тайм-аута удобно использовать заданный уровень вероятности повторной передачи данных (неполучения подтверждения) $1 - P_D$ или $1 - P_N$. В общем случае выбор тайм-аута следует планировать в предположении переноса квитанций в информационных пакетах встречного потока, поскольку априори неизвестно в каких протокольных блоках поступит подтверждение. Тогда для вероятности повторной передачи в однородном тракте виртуального соединения справедливо [1]:

$$1 - P_l = \sum_{i=0}^{l-1} \binom{n}{i} (1 - R)^i R^{n-i}. \quad (11)$$

При $l = N + 1$ эта зависимость определяет вероятность потери мультипакетного сообщения размера N в однозвенном виртуальном соединении, а при $l = 2D$ — вероятность потери информационного пакета в тракте длины D . При $l = 1$ отсюда нетрудно получить искомую длительность тайм-аута n_0 , выраженную в интервалах размером t :

$$n_0 = \left\lceil \frac{\ln f}{\ln R} \right\rceil, \quad (12)$$

Здесь f — заданный уровень вероятности повторной передачи, а $\lceil \cdot \rceil$ означает округление до большего целого. Для $l \geq 2$ в силу монотонности функции потерь можно предложить итеративную процедуру расчета. В этом случае длительность тайм-аута на j -м шаге $n_0(j)$, найденная из (11) фиксацией коэффициентов при показательных функциях, определяется выражением:

$$n_0(j) = \left\lceil \frac{1}{\ln R} \left(\ln f - \ln \sum_{i=0}^{l-1} \binom{n_0(j-1)}{i} \left(\frac{1-R}{R} \right)^i \right) \right\rceil.$$

В качестве начального приближения $n_0(0)$ можно использовать соотношение (12). Критерием останова итеративного процесса в силу целочисленности $n_0(j)$ является совпадение длительностей тайм-аута в двух последовательных итерациях.

В заключение отметим, что можно обобщить полученные соотношения на случай переноса квитанций в смешанном встречном потоке, когда с некоторой заданной вероятностью q они поступают в информационных пакетах, а с вероятностью $1 - q$ — в служебных.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Отметим, что неоднородность условий передачи информационного потока и сквозных подтверждений, обусловленная различием длин информационных и служебных пакетов, дает значительное структурное усложнение соотношений для вероятностно-временных характеристик виртуального канала по сравнению с аналогичными зависимостями в [1] для однородного случая. Однако найденные операционные показатели имеют преемственность к известным результатам и на границах области определения принимают прозрачный, хорошо интерпретируемый вид.

Выражения для средней сквозной задержки и функции распределения времени сквозной доставки данных могут служить инструментом инженерного анализа реальных сетевых структур и расчета длительностей тайм-аута, обеспечивающих заданный уровень вероятности потерь. Кроме того, возможно обобщение полученных результатов на случай переноса квитанций в смешанном графике встречного потока, когда с некоторой заданной вероятностью они поступают в информационных пакетах, а с обратной вероятностью — в служебный. При этом данные вероятности могут интерпретироваться как доли потоков информационных и служебных пакетов во встречном графике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сущенко С.П. Влияние длительности сквозного тайм-аута на задержку данных в виртуальном канале // АВТ. — 1991. — N 6. — С. 36-40.
2. Богуславский Л.Б. Управление потоками данных в сетях ЭВМ. — М.: Энергоатомиздат, 1984.