

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ПРОЧНОСТИ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ
ООО “ГОРНЫЙ-ЦОТ”

НЕЛИНЕЙНАЯ МЕХАНИКА ГЕОМАТЕРИАЛОВ И ГЕОСРЕД

Ответственный редактор
д-р физ.-мат. наук, профессор *Л.Б. Зув*

НОВОСИБИРСК
АКАДЕМИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО “ГЕО”
2007

УДК 539.3+539.4+624.131

ББК 22.37

Н492

Авторы:

*П.В. Макаров, И.Ю. Смолин, Ю.П. Стефанов, П.В. Кузнецов,
А.А. Трубицын, Н.В. Трубицына, С.П. Ворошилов, Я.С. Ворошилов*

Нелинейная механика геоматериалов и геосред / Отв. ред. Л.Б. Зуев ;
Рос. акад. наук, Сиб. отделение, Ин-т физики прочности и материаловедения ;
ООО “Горный-ЦОТ”. – Новосибирск : Академическое изд-во “Гео”, 2007. – 235 с. –
ISBN 978-5-9747-0108-5 (в пер.).

Твердые тела, в частности геоматериалы и геосреды, рассматриваются как нелинейные иерархически организованные блочные системы, которые эволюционируют под приложенными нагрузками по законам нелинейной динамики или синергетики. Экспериментально определены характерные масштабы разрушения ряда твердых тел, наиболее полно изучены угли. Установлен универсальный принцип фрактальной делимости геосред и геоматериалов. Записана полная система нелинейных уравнений механики с определяющими уравнениями в релаксационной форме, которые являются по форме и по существу эволюционными уравнениями. Показано, что предложенный подход позволяет моделировать процессы самоорганизации, в том числе формирование иерархии блоков, зарождение и распространение фронтов деформаций и повреждений, которые являются специфическим примером самоорганизации в нагружаемых твердых телах. Приведены численные решения ряда прикладных задач: процесса резания, образования пылевых частиц, гидроразрыва, развития катастрофических явлений в геосредах.

Монография рассчитана на специалистов в области механики деформируемых твердых тел, горного дела, геомеханики и тектоники, а также аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в этих областях.

Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор *В.Д. Евсеев*,
д-р геол.-мин. наук, профессор *С.И. Шерман*,
д-р физ.-мат. наук, профессор *С.Н. Кульков*

- © Коллектив авторов, 2007
- © Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 2007
- © ООО “Горный-ЦОТ”, 2007
- © Оформление. Академическое изд-во “Гео”, 2007

ISBN 978-5-9747-0108-5

ПРЕДИСЛОВИЕ

Решение различных прикладных задач механики горных пород и геосред, горной инженерии, а также технологические проблемы горных работ, начиная от способов измельчения геоматериалов и заканчивая технологиями проходки и задачами эволюции кровли над выработанным пространством, требуют разработки адекватных прогностических моделей поведения геоматериалов и геосред в полях действующих сил. Практика последних двадцати лет убедительно показала, что традиционные взгляды на поведение нагружаемых горных пород и сред, основанные на методах теории упругости и хрупкого разрушения, оказались во многом несостоятельными. Особенно это относится к геосредам. Исследования в области геодинамики и плитной тектоники однозначно свидетельствуют, что с ростом масштабов элементов структуры Земли их деформационный отклик принципиально не сводим к поведению малых образцов геоматериала такого же или близкого состава. Оценка прочностных свойств и механических параметров крупномасштабных массивов горных пород в условиях их естественного залегания требует развития новых представлений на геосреду как сложную многомасштабную систему. Эволюция такой иерархически организованной системы в полях сил тяжести не может быть описана на основе традиционных континуальных моделей упруговязкопластического течения. Продуктивной оказалась идея блочного строения элементов земной коры. Эта идея предполагает также существенное влияние дискретности на деформационный отклик нагружаемых материалов и сред. В пределе блочная среда может быть неконсолидированной, т. е. отдельные ее блоки деформируются независимо при заданных взаимодействиях на границах (проскальзывание с трением и т. д.). Однако построение математической модели подобной блочной среды встречается с серьезными трудностями, и приемлемых моделей, согласующихся с экспериментами, пока не предложено.

В книге показано, что не только протяженные в пространстве геосреды, но и все нагружаемые твердые тела являются блочными системами или, правильнее сказать, иерархически организованными многомасштабными системами. Минимальными масштабами в иерархически организованной среде явля-

ются характерные для данного материала межатомные расстояния. Рост масштабов деструкции в такой среде при ее нагружении подчиняется хорошо известному в естествознании закону роста, когда каждый последующий масштаб есть сумма двух предыдущих. Мезоскопически и макроскопически деструкция проявляется в локализации неупругой деформации и повреждений на разных масштабах, формируя в нагружаемой среде иерархии трехмерных сопряженных линеаментов – повреждений, трещин, разломов. Можно также сказать, что в результате в такой среде формируются системы консолидированных (или неконсолидированных для разрушенной среды) блоков. Этот процесс продолжается вплоть до характерных размеров тектонических блоков и плит в земной коре. В книге анализируется множество экспериментальных данных по наблюдению за масштабами неупругой деформации и разрушения различных твердых тел и сред – пластичных металлов, хрупких геоматериалов, хрупкопластичных элементов земной коры. Оказалось, что во всех без исключения случаях и для всех сред соблюдается общий закон универсальной делимости твердых тел и сред, который формулируется здесь как *принцип универсальной фрактальной делимости нагружаемых твердых тел и сред*.

Показывается, что нелинейные свойства твердых тел и сред при их нагружении приводят к локализации неупругих деформаций и повреждений и, в конечном итоге, к формированию в такой нагружаемой нелинейной среде деформационных структур, т. е. к самоорганизации. Следовательно, теоретический анализ деформационного отклика (включая и разрушение) на нагружение такой нелинейной среды может быть выполнен с позиций синергетики или нелинейной динамики [1–5].

В работе последовательно излагаются взгляды на нагружаемые твердые тела и среды как эволюционирующие в поле действующих сил иерархически организованные нелинейные системы. Такой синергетический подход к проблеме деформации и разрушения геоматериалов и геосред оказался одинаково эффективным как при анализе данных экспериментов, так и для разработки методов моделирования их поведения при различных видах нагружения. Таким образом, поведение прочных тел и сред в полях действующих сил изучается как процесс их пространственно-временной эволюции. При подобном взгляде на деформационный отклик нагружаемых тел и сред процессы локализации неупругих деформаций и повреждений представляются как типичная для нелинейных самоорганизующихся систем квазистационарная стадия их эволюции. В то же время развиваемый подход дает единую теорию деструкции (неупругой деформации и разрушения) твердых тел и сред, снимая известное противоречие традиционного подхода механики деформируемых твердых тел, при котором сосуществуют две слабо связанных теории – теория неупругой деформации (пластичности) и теория разрушения. Многоуровневость и многомасштабность процесса деструкции твердого деформируемого тела (среды) как нелинейной синергетической системы предполагает длительную

квазистационарную стадию существенно неоднородного накопления повреждений на разных масштабах. Локализованные повреждения охватывают всё большие масштабы, прорываясь с микроскопического на мезо- и макроуровни. При таком взгляде разрушение представляется многоуровневым процессом нарастания масштабов трещин (не сплошностей) на мезоскопическом уровне, в то время как на уровне масштаба изучаемого образца (макроскопическом) материал остается сплошным, и справедливо континуальное описание. Упруго-хрупкая среда с повреждениями мезоскопических масштабов становится все более деформируемой, ее прочностные свойства уменьшаются (если нет деформационного упрочнения). Выход локализованных повреждений на макроскопический масштаб и обвальная деградация макроскопической прочности собственно и есть макроскопическое разрушение в традиционном представлении (магистральная трещина или разлом и разделение сплошной среды на отдельные части).

Этот сценарий эволюции оказался достаточно общим и справедливым как для пластичных металлов, так и для хрупких горных пород. Если квазистационарная стадия накопления повреждений оказывается короткой, масштабы разрушения очень быстро нарастают и выходят на макроуровень, мы имеем дело с хрупкой средой. При длительной квазистационарной фазе накопления повреждений мезоскопических масштабов мы называем среду пластичной. Если в такой среде присутствуют механизмы, препятствующие росту и дальнейшему накоплению повреждений (дефектов), что приводит к увеличению средних напряжений при дальнейшем деформировании, то в среде наблюдается деформационное упрочнение.

Характерной чертой эволюции такой многоуровневой нелинейной среды оказалось наличие сверхбыстрых режимов накопления повреждений на разных масштабах за счет положительных обратных связей: локализация повреждений приводит к снижению прочностных свойств в этих локальных областях, что в свою очередь усиливает локализацию, – своеобразный автокаталитический процесс. Таким образом, разрушение на каждом масштабе, включая и макроскопическое разрушение, развивается как катастрофа соответствующего масштаба в режиме с обострением, которому предшествует более или менее длительная квазистационарная стадия.

Все сказанное однозначно свидетельствует, что нагружаемые материалы и среды (хрупкие и пластичные) эволюционируют сходным образом как типичные нелинейные системы.

В книге показано, что моделирование эволюции такой нелинейной блочной среды может быть выполнено путем численного решения уравнений механики деформируемого твердого тела, включающих законы сохранения и определяющие (эволюционные) уравнения первой и второй группы. Эволюционные уравнения первой группы должны обеспечивать положительные и отрицательные обратные связи между макроскопическими параметрами (дей-

ствующими напряжениями, накопленными деформациями, скоростями накопления макроскопических повреждений) и управляющими параметрами (например, скоростями нагружения или функциями, задающими внешние воздействия). Эволюционные уравнения второй группы задают скорости накопления неупругих деформаций и повреждений и обеспечивают связь макроскопической необратимой деформации (поврежденности) с микроскопическим состоянием тела (микроуровнем). Такой подход означает, что заданная нелинейность свойств среды (прежде всего, наличие нелинейных источников неупругих деформаций и повреждений) генетически определяет условия и масштабы формирующихся неоднородностей (блоков) в нагружаемой среде. Другими словами, наблюдаемое блочное строение геоматериалов и геосред есть результат самоорганизации в нелинейной среде в процессе ее эволюции в полях действующих сил. Наличие концентраторов напряжений разных масштабов и различной физической природы (стыки зерен в поликристаллах, жесткие включения, исходная неоднородность и др.) стимулирует выделение энергии и локализацию процессов деструкции на близких им масштабах, что и приводит к формированию в нагружаемой среде наиболее ярко выраженных структурных неоднородностей – блоков, систем трещин, разломов соответствующих масштабов.

Важнейшим выводом развиваемой теории является то, что для решения прикладных задач горной инженерии, а также геодинамики и тектоники, идеи, методы и выводы нелинейной динамики становятся не общим местом и философией только качественного характера, объясняющей общие сценарии эволюции нагружаемых геоматериалов и геосред, а методами и средствами математического моделирования конкретных процессов деструкции, развивающихся в этих материалах при заданных конкретных условиях нагружения, с подробным описанием деталей эволюции напряженно-деформированного состояния нагружаемой среды.

Структурно работа представлена четырьмя главами. В первой главе кратко излагаются основные идеи синергетики и обосновывается тезис, что твердые тела и среды, и прежде всего геоматериалы и геосреды, эволюционируют в полях действующих сил как типичные нелинейные системы. Во второй главе на основе анализа экспериментальных данных, выполненных авторами для модельного материала – угля, устанавливается универсальный принцип фрактальной делимости твердых тел и сред. Обоснована универсальность этого принципа для всех прочных тел и сред, показывается, что масштабы деструкции нарастают по простейшему природному закону роста, когда каждый последующий масштаб деструкции есть сумма двух предыдущих. В этот универсальный закон укладываются все известные данные по масштабам разрушений. Так, концентрационный критерий укрупнения трещин С.Н. Журкова (согласно которому каждая следующая трещина в иерархии приблизительно в три раза больше предыдущей) наполняется новым смыслом и полностью соответствует предлагаемой эволюционной концепции. В третьей главе обсужда-

ются проблемы и методы иерархического моделирования эволюции геоматериалов и геосред с позиций нелинейной динамики самоорганизующихся систем. Показано, что система уравнений континуальной механики деформируемых твердых тел вместе с эволюционными определяющими уравнениями и при наличии в среде нелинейных источников и стоков неупругой деформации и повреждений, а также прямых и обратных связей между параметрами среды и управляющими параметрами, в том числе отражающими условия нагружения – внешние воздействия, моделирует все важнейшие особенности эволюции нелинейных систем. Приведены примеры численного решения тестовых задач, в которых прослежены этапы формирования в нелинейной среде деформационных структур, в частности, блоков. В четвертой главе представлены результаты численного решения ряда прикладных задач по деструкции нагружаемых геоматериалов и геосред. Расчеты базируются на достаточно простых и неплохо изученных моделях упругохрупкопластичных сред. Этот раздел убедительно показывает, что многие актуальные задачи горной механики и технологические проблемы могут быть удовлетворительно решены на базе развиваемого эволюционного подхода и сравнительно простых модельных представлений.

На протяжении всего изложения мы выделяем основополагающие теоретические аспекты. Идеи эволюционного подхода к изучению деформации и разрушения как единому процессу деградации прочных тел и сред, развиваемые в данной работе, сформулированы одним из соавторов монографии в [6, 7]. Все теоретические положения основаны на большом экспериментальном материале, который здесь последовательно изложен. Вследствие многообразия и сложности изучаемой проблемы потребовалось применение достаточно сложного математического аппарата, который также приведен в одной из глав работы. Кратко описаны экспериментальные методы исследования масштабов разрушения геоматериалов. Авторы старались не усложнять без необходимости текст. Для более подробного ознакомления с математическими методами нелинейной динамики читатель может обратиться к специальной литературе, приведенной в ссылках.

Главную задачу авторы видят в том, чтобы сформулированные теоретические положения позволяли развивать подходы и методы решения важных прикладных задач горной инженерии. Некоторые реализации предлагаемого подхода представлены вниманию читателей, замечания и пожелания которых нам были бы интересны.

В написании раздела 2.2 принимал участие П.В. Кузнецов, которым также выполнена атомно-силовая микроскопия и частично оптический анализ поверхностей изломов. В написании разделов 2.2, 4.4 и 4.5, а также в работах по ситовому и седиментационному анализу принимал участие Я.С. Ворошилов.

Авторы выражают глубокую признательность В.А. Тунде за ценные дискуссии, соображения, высказанные в ходе работы над книгой, и подготовку рукописи, Н.И. Карпенко, написавшему компьютерную программу для обработки оптических изображений поверхностей изломов углей, И.В. Петраковой, принимавшей участие в обработке данных экспериментов и работе по атомно-силовой микроскопии, Е.П. Евтушенко за подготовку рукописи к публикации.

Часть исследований, результаты которых представлены в монографии, была выполнена при финансовой поддержке ООО “Кузбасский региональный горный центр охраны труда”, ООО “ВостЭКО”, Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 02-05-65346 и № 05-05-64659), программ РАН и СО РАН (интеграционный проект № 77 СО РАН “Стратегия прогноза землетрясений на Южно-Байкальском геодинамическом полигоне”, проект 13.12 “Физические основы и новые технологии среднесрочного прогноза землетрясений (применительно к сейсмоактивным зонам юга Сибири)” программы фундаментальных исследований Президиума РАН на 2003 г. № 13 “Изменение окружающей среды и климата: природные катастрофы”, проект 6.5.2 “Геофизическая характеристика земной коры сейсмоактивных зон Сибири” программы специализированных отделений РАН “Глубинное строение Земли, геодинамика, магнетизм и взаимодействие геосфер”, проект 16.3 “Динамика деформационных процессов в сейсмоактивных регионах Центральной Азии и в очаговых зонах крупных землетрясений” программы Президиума РАН).

СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ И СЛОЖНОЕ ПОВЕДЕНИЕ. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

1.1. НАГРУЖАЕМЫЕ ГЕОМАТЕРИАЛЫ И ГЕОСРЕДЫ КАК НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Никто не знает будущего. И менее всего – те, кто верит в исторический детерминизм. После них идут шпионы и журналисты.

И. Бродский

Слово “кризис”, написанное по-китайски, состоит из двух иероглифов: один означает “опасность”, другой – “благоприятная возможность”.

Д. Кеннеди

Жизнь современного общества, его процветание и безопасность целиком и полностью связаны с состоянием и развитием технологий. Современная технологическая цивилизация, эффективно решая или по крайней мере создавая иллюзию решения множества проблем, имеет и оборотную негативную сторону. Любые новейшие технологии и новые поколения техники несут новые риски, опасности и угрозы [1–3]. Различные техногенные катастрофы, даже если исключить влияние так называемого человеческого фактора, очень часто происходят “неожиданно”, события развиваются в “режимах с обострением”, когда, казалось бы, незначительные возмущения или “случайные” факторы выводят систему из равновесия и приводят к катастрофе.

Итак, произнесено ключевое слово – “система”. Оказалось, что совершенно разные системы – биологические, социальные, финансовые, технические, физические (в том числе нагружаемые материалы, геосреды и т. д.), эволюционируя под различными воздействиями, а также в силу внутренних причин, проявляют удивительно много сходных черт. Более того, их эволюцию можно описать, следуя единой, общей методологии. Эта новая научная парадигма – синергетика, или нелинейная динамика, или теория нелинейных динамичес-

ких систем (будем употреблять все перечисленные термины как синонимы) – способна описать с единых позиций на первый взгляд абсолютно несхожие по своей внутренней сути, организации и степени сложности системы, явления и процессы, начиная от исторических процессов, развития различных культур и этносов, биологических систем и т. д. и кончая различными физическими процессами, химическими реакциями и техническими системами [1–4].

Самой общей особенностью эволюции различных систем оказалась их способность к изменению хода развития событий, способность изменять плавное течение событий на развитие в режимах с обострением, в ходе которых система претерпевает кардинальные изменения, обретая новые структуры и свойства. Часто в ходе такой эволюции системы происходит ее самоорганизация, которая осуществляется путем перехода системы через динамический хаос, распад старых структур и образование новых.

Таким образом, внешне ничем не похожие явления – социальные и демографические процессы, финансовые и экономические кризисы, смена путей исторического развития, различные природные и техногенные катастрофы, процессы деформации и разрушения материалов и сред и др. – развиваются по некоторому общему сценарию и могут быть проанализированы с общих позиций [1–4].

Возникающие при этом угрозы и риски и так называемые системные кризисы требуют решения ряда непростых задач:

- эффективного решения проблемы прогноза развития событий и стратегического планирования;
- оценки угроз и рисков при выборе альтернативных путей;
- нахождения эффективных и экономичных способов воздействия на систему в области неустойчивого равновесия, когда слабые управляющие воздействия способны заставить систему эволюционировать в желательном направлении.

Последняя проблема – наиглавнейшая и может быть названа как *управление рисками*. По мнению одного из ведущих специалистов по теории прогнозов и проблем нелинейной динамики Г.Г. Малинецкого [2, 4], “управление рисками – одна из важнейших технологий нашей цивилизации. Она соответствует магистральному пути прогресса – менять одни угрозы и опасности на другие”.

На пути решения этих глобальных задач (как для человечества в целом, так и для решения узкой технологической проблемы, способной потрясти сравнительно небольшой коллектив) пришлось избавиться от многих иллюзий. Стало ясно, что даже для сравнительно простых детерминированных систем (например, маятника), будущее которых, казалось бы, однозначно определено заданными начальными условиями, существует *горизонт прогноза* [1, 5]. Это одно из удивительных свойств теории динамического хаоса [5]. Так, в совре-

менной метеорологии горизонт прогноза составляет не более трех недель, в океанологии – до месяца [4].

Нелинейная динамика и теория детерминированного хаоса нанесли сокрушительный удар по “неодетерминистам”, полагавшим, что с бурным развитием вычислительных возможностей и информационных технологий им удастся обчислить вся и всё и на основе полученных решений предсказать ход развития событий. Надо только написать соответствующие уравнения, построить нужные модели и научиться все это вместе решать на компьютерах. Увы, для каждой системы существует свой горизонт прогноза. Горизонт прогноза не является следствием недостатков теории или информации, или возможностей компьютерной техники. Он носит принципиальный, смысловой характер и является следствием особенностей эволюции любой сложной системы или сложного поведения более простых систем. Так устроены природа и математика, что при изменении управляющего параметра (внешнего воздействия), а также в силу внутренних причин развиваются неустойчивости, возникают бифуркации, и система становится чувствительной к малым воздействиям, которые могут кардинально изменить ход событий и саму систему. Именно по этим причинам очень сложно предсказать ход развития событий. Часто можно только указать вероятности того или иного сценария [1–4].

Указанные обстоятельства открывают и возможности эффективного управляющего воздействия на эволюцию системы, когда в определенное время и в нужной точке параметров можно малыми возмущениями изменить течение событий в желательном направлении.

Еще одно крушение надежд и иллюзий связано с пониманием того факта, что *сложное поведение* неизбежно приводит к развитию редких катастрофических событий в точках бифуркаций. В этом контексте оценки угроз и возможностей управления рисками трезвый взгляд на вещи заставляет нас понимать, что выбирать, возможно, придется не между “хорошим” и “очень хорошим”, а между “плохим” и “очень плохим” развитием событий.

Горные технологии и горные науки, так же как и близкие к ним геодинамика и тектоника, в последние годы испытывают своеобразный кризис роста. По-видимому, основные проблемы этих дисциплин связаны с тем, что и научные сообщества, и инженеры столкнулись с необходимостью решать научные и технологические задачи, которые явно не укладываются в рамки классических подходов и моделей, основанных на идеях равновесности и прогнозируемого детерминизма.

Геоматериалы и геосреды, как иерархически организованные системы [6, 7], демонстрируют все специфические черты сложного поведения динамических систем, в том числе (или прежде всего) наличие различных катастроф, связанных с характером их разрушения. Эти катастрофические события развиваются в режимах с обострением. Так, например, увеличение на порядок скорости проходки и производительности труда на шахтах за последние

10–15 лет привело к тому, что и кровля, и зона забоя стали находиться в существенно неравновесном, плохо прогнозируемом состоянии; заметно участились обрушения и внезапные выбросы. Выход пылевых частиц при современных скоростях проходки также не укладывается в рамки традиционных методик из-за высокой нестационарности процессов резания.

Примеров подобного катастрофического развития событий, происходящих в геоматериалах и геосредах на разных масштабах (от микронных при образовании пылевых частиц до сотен и тысяч километров при землетрясениях) можно привести множество. Фактически, любое разрушение, независимо от масштаба его проявления, есть катастрофа. Другое дело, что, если масштабы малы, мы не замечаем катастрофу. Если же процесс развивается на больших масштабах (обвал в шахте, горный удар, землетрясение), то мы говорим о катастрофе. Сценарий же развития событий для всех масштабов один и тот же.

Многочисленные эксперименты по изучению процессов деформации и разрушения различных материалов, как пластичных, так и хрупких, показали, что все среды на различных масштабах проявляют общие характерные черты и закономерности в развитии этих процессов. Плавный, почти линейный ход событий, “ламинарное течение”, выражаясь языком гидродинамики, сменяется локализацией деформаций и повреждений; события ускоряются, течение переходит в “турбулентный режим”, возникают дальнедействующие корреляции и образуются новые структуры, т. е. происходит *самоорганизация*. Этот процесс повторяется, охватывая всё большие масштабы.

На языке нелинейной динамики области фазовых пространств с медленным, достаточно легко прогнозируемым течением событий называют *руслами*, а небольшое число переменных, определяющих процесс, – *параметрами порядка* [4]. Когда одно русло кончается, то число переменных, определяющих развитие событий, быстро растет, а горизонт прогноза резко уменьшается, и система эволюционирует в режиме с обострением, развивается катастрофическое событие. Эти области фазового пространства называют *областями джокеров*, а правила перехода к новым руслам с уже другими параметрами порядка – *джокерами* [1–4]. Течения в руслах управляются “медленными переменными”, в то время как в переходных областях джокеров – “быстрыми переменными”. Именно в областях джокеров система оказывается чувствительной к малым возмущениям. Каждый масштаб в общей иерархии масштабов имеет свои характерные времена обострения, на которых происходят локализации деформаций и повреждений применительно к твердым деформируемым телам.

Общий итог сказанного таков. Все нагружаемые материалы и среды функционируют как типичные синергетические системы. Следовательно, подходы нелинейной динамики, примененные, в частности, к нагружаемым геоматериалам и геосредам, должны обеспечить научный и технологический прорыв как в соответствующих исследованиях, так и в технических приложениях. Одна-

ко такой прорыв только наметился, и продвижение вперед сопряжено с большими трудностями. Так в чем дело? В связи со сказанным выше уместно задать простой и очевидный вопрос. Если такая общность в основных тенденциях и особенностях функционирования столь несхожих систем имеет место быть, то как перейти от общих рассуждений, схем и соображений к решению конкретных проблем и к конкретным количественным оценкам? Другими словами, какова будет цена вопроса, если мы захотим смоделировать эволюцию, например, нагружаемой прочной среды? Какие математические трудности и трудности принципиального характера встретятся при продвижении от простейших базовых моделей синергетики и динамического хаоса к реальным физическим системам?

Многие авторы отмечают как сложности принципиального характера, связанные прежде всего с пониманием конкретных особенностей эволюции реальных физических систем и технологических процессов, так и неразвитость соответствующего математического аппарата.

Действительно, все теоретические исследования конкретных физических систем, выполненные до настоящего времени, не пробились дальше анализа различных модификаций модели Брюсселятора и других сравнительно простых базовых моделей синергетики [4, 8–18]. Впечатляющие результаты получены в развитии общей теории нелинейного *параболического уравнения, описывающего различные явления переноса* (тепла, процессов типа реакция–диффузия и т. д.) [3, 4, 21–23], но и здесь продвижение вперед было долгим и драматическим. Так, одни из ведущих специалистов в области нелинейной динамики Г.Г. Малинецкий и А.В. Потапов отмечают: «Возникло странное противоречие между красивыми и ясными представлениями нелинейной динамики и трудностью приложения развитых алгоритмов и теорий к исследованию многих открытых нелинейных систем. Противоречие гораздо более острое, чем в физике и химии. За простоту и общность идей синергетики сейчас приходится платить высокую цену. От “теории всего”, каковой некоторые гуманитарии представляют себе синергетику, не приходится ждать конкретных результатов и методов» [4]. Правда, далее авторы блестяще иллюстрируют всю мощь и силу синергетического подхода, намечая в том числе пути приложения синергетики к решению конкретных физических задач. Однако проблема эффективного применения идей и подходов нелинейной динамики к конкретным объектам остается очень непростой.

Эффективность достаточно простых, хотя и общих моделей и схем подтверждается часто цитируемым изречением (в разных формулировках), восходящим к Марку Аврелию и Эпикуру: “Благодарю тебя, Создатель, что ты сделал все нужное простым, а сложное ненужным” [4]. Замечание же о трудностях и проблемах перехода к конкретным физическим системам, на наш взгляд, следует понимать в контексте того, что “спасение утопающих – дело

рук самих утопающих”, т. е. в каждой конкретной области приложения на основе общих идей синергетики должны разрабатываться оригинальные методы и подходы, существенно связанные с *пониманием изучаемого явления*. Это замечание означает также, что анализ отдельных, пусть чрезвычайно важных явлений “жизни” динамических систем, например, таких как нагружаемый материал, с общих позиций синергетики и только на основе ее базовых моделей, вне контекста всей системы нелинейных динамических уравнений, описывающих поведение нагружаемой среды как системы, уже не даст принципиально новых результатов, кроме выяснения деталей (возможно, весьма существенных), тем более что нам уже очень многое известно из анализа соответствующих экспериментов. Так, достаточно многочисленные примеры применения эволюционных уравнений Г. Хакена и И. Пригожина к анализу зарождения и развития пластической деформации и разрушения или применение нелинейного уравнения теплопроводности к анализу условий распространения фронтов разрушения по большому счету не проясняют, как эволюционирует твердое тело под приложенными нагрузками.

Не отрицая всей важности подобных исследований, мы хотим акцентировать внимание на том обстоятельстве, что подобное моделирование в принципе не может описать ход эволюции нагружаемой прочной среды как системы, так как в нем нет места напряженно-деформируемому состоянию среды, а значит, нет соответствующих взаимосвязей и особенностей течения, управляемого внутренними напряжениями. Анализируются отдельные, вырванные из общего контекста и в этом смысле “абстрактные” явления.

Таким образом, следует обсудить два принципиальных фундаментальных вопроса.

1. Как следует обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные по деформации и разрушению различных геоматериалов и геосред, основываясь на подходах и методах синергетики?

2. Как может быть выполнено иерархическое моделирование деформации и разрушения твердых тел и сред в контексте идей нелинейной динамики, т. е. какие уравнения должны быть записаны и как следует изучать их решения?

Другой очень важной проблемой является комплекс технологических задач. Сформулируем вопрос следующим образом. Как должны разрабатываться методики, основанные на идеях и принципах нелинейной динамики, и каким образом должны быть организованы технологические процессы, базирующиеся на этих методиках? И где пролегает грань между допустимыми рисками и угрозами, согласующимися с требованиями безопасности производимых работ, с одной стороны, и масштабами горных работ и необходимой производительностью труда, с другой стороны?

Мы надеемся, что синергетический подход нелинейной динамики способен решать поставленные задачи.

Возвращаясь к методологии нелинейной динамики или синергетики, хотелось бы кратко отметить особенности взглядов, развиваемых одними из самых ярких представителей этой новой научной парадигмы – И. Пригожиным, Г. Хакеном и С.П. Курдюмовым.

И. Пригожин ставит во главу неустойчивость и необратимость: “Символом нашего физического мира не может быть устойчивое и периодическое движение планет, что лежит в основе классической механики. Это мир неустойчивостей и флуктуаций, в конечном счете ответственных за поразительное разнообразие и богатство форм и структур, которые мы видим в окружающей нас природе” [10].

Г. Хакен [19] обращает особое внимание на информационную составляющую, сопоставляя два основных понятия – информацию и самоорганизацию, и проводит подробный анализ изменения информации (понимаемой как энтропия Шеннона) в самоорганизующихся системах при изменении внешних управляющих параметров.

Другой, близкий авторам настоящей работы аспект методологии Г. Хакена – это “макроскопический подход к сложным системам”. Слова, взятые в кавычки, вынесены в подзаголовок его книги [19]. Несмотря на более фундаментальный характер микроскопического описания, феноменологический или макроскопический подход не только часто оказывается более эффективным (особенно там, где речь идет о прикладных задачах движения газов, жидкостей и о твердых деформируемых средах), но и является необходимым этапом в изучении законов эволюции разнообразных конденсированных сред.

Как и в физической мезомеханике [24–30], Г. Хакен вводит в рассмотрение три уровня описания: микро-, мезо- и макроскопический [19]. Микроскопическому уровню отвечает обратимое дискретное описание движения отдельных атомов – уравнения Гамильтона (пример из теории газов). Мезоскопический и макроскопический – уровни континуального феноменологического описания. Для этих уровней усреднения микроскопических параметров осуществляются по бесконечно малым, но представительным в физическом смысле объемам, и, в принципе, должны приводить (и приводят, по Г. Хакену) к необратимым процессам и соответствующим необратимым уравнениям. Подобный подход в этой части полностью совпадает с методологией физической мезомеханики, развиваемой в работах [24–30].

Теорию фракталов и фрактальную геометрию авторы рассматривают как один из главнейших разделов нелинейной динамики. Анализ экспериментальных данных, выполненный на основе теории фракталов, проливает свет на главнейшие черты эволюции нагружаемых твердых тел как иерархически организованных блочных систем [7, 31–34]. Методы фрактального анализа, выявляя характерные масштабы блоков, формирующихся в материалах и средах в процессе их нагружения, позволяют установить самоподобие процессов

разрушения [Там же], определить форму и характерные размеры сформировавшихся субструктур в иерархии наблюдаемых масштабов.

Мы не собираемся следовать непосредственно методологии Г. Хакена или И. Пригожина, а также сравнивать или в чем-то противопоставлять их подходы, тем более что взгляды И. Пригожина и Г. Хакена дополняют друг друга. Они исследуют одну и ту же проблему – законы эволюции сложных систем, в которых происходит самоорганизация в силу внутренних причин и свойств системы, а также при изменении внешних управляющих параметров.

Мы будем развивать свой подход к конкретной нелинейной системе – деформируемым твердым телам, имея в виду как организацию и проведение соответствующих экспериментов, их обработку и интерпретацию результатов, так и исследования соответствующих уравнений (в основном это будут нелинейные уравнения механики сплошных сред). Будем следовать методологии синергетики, как можно шире применяя взгляды и интерпретации Г. Хакена и И. Пригожина, а также весь арсенал идей, методов и средств нелинейной динамики и фрактальной геометрии.

Сложившиеся к настоящему времени методы и средства синергетики во многом обязаны работам И. Пригожина, Г. Хакена, Б. Мандельброта и многих других исследователей и восходят к трудам таких классиков, как А. Пуанкаре, Г. Вейль, А.М. Ляпунов, А.И. Колмогоров, Л.И. Мандельштам.

Трудно переоценить вклад российских (советских) научных школ. Выдающиеся работы группы исследователей из Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН и Московского госуниверситета им. М.В. Ломоносов по нелинейным проблемам, общей теории прогнозов и изучению роли нелинейности в самоорганизации [1–5, 22, 23] являются на сегодняшний день одним из краеугольных камней в общей теории эволюции, находящейся в стадии становления, и нелинейной динамики в частности.

Эволюцию деформируемых твердых тел, и в частности геоматериалов и геосред, под внешними воздействиями мы будем рассматривать как частный случай общей эволюционной теории, объединяемой терминами *синергетика* или *нелинейная динамика*, имея в виду самое широкое толкование этих понятий.

Синтез всех достижений в этой области в стройную законченную эволюционную теорию еще не завершен. Очень мало работ по изучению процессов самоорганизации в деформируемых твердых телах как синергетических системах. Практически не изучены эволюционные свойства систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих в том числе деформацию и разрушение твердых тел. Подобные исследования только начинаются, и мы надеемся, что полученные нами результаты в какой-то мере будут способствовать продвижению идей и методов нелинейной динамики к изучению процессов деформации и разрушения различных материалов и сред.

Мы здесь также не ставим задач изложения основ, методов и результатов нелинейной динамики. Наша задача иная – продемонстрировать, как идеи и методы синергетики объясняют процессы, развивающиеся в геоматериалах и геосредах при различных видах горных работ, а также в условиях их естественного залегания. Важным примером являются угли, особенности разрушения которых наиболее полно изучены в настоящей работе.

Другая важная тема, которую мы намерены обсудить, – это фундаментальные идеи и принципы, на которых, по нашему мнению, должны основываться современные технологии горных работ, и как синергетический подход может быть применен к разработке новых технологий, основанных на знании законов эволюции нагружаемых материалов и сред (knowledge-based technologies).

Аналитический метод современной науки – расчленение, дифференцирование сложной системы или сложных явлений на более простые части, которые можно достаточно просто описать в рамках классических (в основном линейных) моделей и обратимых процессов. Непреодолимые проблемы возникают при попытках реконструкции целого, основываясь на свойствах и законах функционирования частей. Традиционные подходы не позволяют с какой-либо приемлемой полнотой выполнить подобную реконструкцию. Механическое соединение частей не способно предсказать появление новых свойств и нового качества, присущего системе, по сравнению с ее частями. «Например, из того, что мы знаем химию, отнюдь не следует, что мы понимаем жизнь... Для понимания нам необходимы не поведение отдельных частей, а их “оркестровка”» (Г. Хакен [19]).

Нелинейная динамика как междисциплинарная наука, отвлекаясь от многих деталей, позволяет исследовать систему в целом, “сосредотачивая внимание на таких ситуациях, когда система качественно меняет свое макроскопическое поведение или, иначе говоря, когда она изменяет свою макроскопическую, пространственную или функциональную структуру”. Именно макроскопический подход “позволяет достичь колоссального сжатия информации, поскольку мы занимаемся рассмотрением не индивидуальных микроскопических данных, а глобальных свойств” [Там же]. Именно в силу указанных причин, определяя цели и метод своего подхода, Г. Хакен пишет: “Мы рассмотрим системы, обретающие новую структуру без особого воздействия извне, т. е. самоорганизующиеся системы. Инструментом нашего анализа будет информация”.

Развивая эту мысль, Г. Хакен предлагает назвать ту составляющую информации, которая относится к параметрам порядка и которая отражает коллективные свойства системы, “синергетической информацией”, а сами параметры порядка в его интерпретации обретают новый смысл, становясь “носителями информации” или “информаторами” [Там же].

Таким образом, синергетика, предлагая принципиально новые способы упрощения реальности, не дает утонуть в деталях и позволяет решать глав-

ную проблему – прогнозирование наиболее вероятных путей эволюции системы. Эффективность синергетического подхода в экономике (и науках об обществе) [1] привела к формированию новых научных направлений: “синергетическая экономика”, “рефлексивная теория управления” и т. д., в том числе и к ряду негативных явлений, связанных с различными пиар-технологиями и методами манипуляции общественным сознанием. Тем не менее многие специалисты полагают [1, 4], что “информационный способ управления обществом является главным в постиндустриальную эпоху”.

Новые синергетические подходы в экономике очень удачно объединяет англоязычный термин “knowledge-based economy”, т. е. экономика, основанная на знании, или информационная экономика. По аналогии горные и другие технологии, связанные с различными материалами, их производством и способами их обработки, мы будем называть “информационными технологиями”, в том случае когда они основываются на представлении о материалах и средах “как иерархически организованных системах”, эволюционирующих под приложенными нагрузками (или иными воздействиями) по законам синергетики [6, 7, 35–41].

Термин “информация” может употребляться в различных смыслах. Из сказанного выше ясно, что понятие “информационные технологии” нами используется не в традиционном понимании этого термина, как сбор, организация, хранение и компьютерная обработка информации, а в “синергетическом” смысле [19], в связи с методологией нелинейной динамики, положенной в основу разрабатываемых новых технологий (или переосмысливаемых на новой научной базе старых). Таким образом, если в основу предлагаемых методов и новых технологий положена информация о законах эволюции системы, то такие методики и технологии мы будем называть информационными, или knowledge-based technologies.

Авторы в полной мере осознают сложности и “подводные рифы” на пути применения идей и методов нелинейной динамики к таким сложным объектам, как нагружаемые деформируемые твердые тела и, в частности, геоматериалы и геосреды.

И если анализ экспериментальных данных по разрушению материалов может в значительной степени опираться на неплохо апробированные на разных объектах методы фрактального анализа, что по крайней мере позволяет выявлять характерные масштабы разрушения [7, 8, 34, 42, 43], скейлинговые, фрактальные (мультифрактальные) свойства исследуемых объектов, то теоретический анализ систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих деформационные процессы и разрушение прочных сред с позиций нелинейной динамики, сопряжен с огромными сложностями как технического, так и принципиального характера. Здесь мы находимся в самом начале пути.

1.2. ОБЩИЕ ЧЕРТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Глубокие идеи похожи на чистые воды, прозрачность которых затемнена их глубиной.

Гельвеций

1.2.1. Задачи синергетики применительно к нагружаемым прочным средам и материалам

От колоса до пирога путь очень долг.

Авл Гелий (II в. н.э.)

Итак, нелинейная динамика изучает эволюцию (включая процессы самоорганизации) различных систем. В нашем случае это нагружаемые деформируемые твердые тела или среды, и прежде всего геоматериалы и геосреды.

Хотелось бы акцентировать внимание на следующих важных обстоятельствах. Синергетический подход одинаково применим как к анализу реальных систем (социальных, экономических, биологических или физических), так и к математическим моделям этих систем.

В первом случае исследователь оперирует с определенным образом организованными данными соответствующих экспериментов либо наблюдений (например, с данными метеонаблюдений, экономических показателей и т. д.). Обычно анализ в этом случае проводится на основе достаточно простых и хорошо изученных базовых моделей синергетики, для которых по экспериментальным данным подбираются коэффициенты и определяются различные параметры модели. Часто приходится читать, что такая-то синергетическая модель при таких-то параметрах хорошо описывает эволюционные свойства такого-то процесса или системы. Не оспаривая полезность подобного анализа, позволяющего устанавливать важные эволюционные характеристики изучаемой системы, необходимо помнить, “что за простоту и общность идей синергетики приходится платить высокую цену” [4]. В данном случае эта цена заключается, прежде всего, в определенной иллюзорности и, до некоторой степени, наивной вере в то, что действительно исследован реальный объект. На самом же деле методология синергетики просто позволила извлечь из экспериментальных данных или наблюдений некоторую полезную информацию. Это сродни имитационному моделированию. Например, нелинейное уравнение теплопроводности используется для имитации другого явления – переноса деформационных дефектов или распространения повреждений от некоторого источника (концентратора напряжений) в задачах о распространении фронтов деформаций или повреждений (разрушений). В этом случае соответствующие эксперименты позволяют определить нелинейный коэффициент переноса, а на основании решения нелинейного уравнения переноса в принципе можно определить характерные времена обострения и области локализа-

ции деформаций или повреждений. Однако за кадром остаются распределения и напряжений, и деформаций, и вся динамика пространственно-временной деформационной картины, связанная с конкретными условиями нагружения. Мощности источников деформаций или повреждений вводится в уравнение весьма условно из некоторых априорных эвристических соображений.

Во втором случае моделирования поведения реальной системы – деформируемого материала или среды – необходимо анализировать соответствующую систему динамических нелинейных уравнений в частных производных [4, 7, 44], которая не поддается аналитическим методам исследования, являясь неинтегрируемой системой, и может быть решена только численно, что само по себе – нетривиальная задача.

На этом пути, прежде всего, должны быть записаны соответствующие уравнения, о которых сказано выше, и которые отвечают реальной физической системе (геоматериалу или геосреде). Здесь мы руководствуемся простым и очевидным соображением, что введенные понятия и связи имеют точный смысл только в рамках некоторого множества моделей. Мы также оговорили, что рассмотрение ведется в рамках механики сплошных сред, т. е. подход макроскопический в том смысле, что изучается деформируемый континуум, а микроуровень представлен усредненно через соответствующие континуальные кинетики. Уже отмечалась эффективность макроскопического подхода (макро- и мезоуровень), особенно в случае изучения эволюционных свойств конденсированных сред [7, 19, 44].

При решении задач моделирования необходимо выполнить исследования по двум следующим направлениям.

1. Изучение общих эволюционных свойств уравнений механики сплошных сред (в частности, геосред и геоматериалов). Эта система динамических нелинейных уравнений в частных производных, обобщающая законы сохранения массы, количества движения, моментов количества движения и энергии вместе с определяющими уравнениями, которые отражают реакцию на нагружение конкретной среды, в общем случае является нелинейной системой уравнений смешанного типа [7, 44, 45]. С одной стороны, она содержит *гиперболические решения, связанные с распространением волн напряжений* (и соответствующих им деформаций) со звуковыми либо ударно-волновыми скоростями, с другой – описывает процессы переноса (например, тепла, если учтена теплопроводность, либо фронтов повреждений или неупругих деформаций), т. е. может проявлять параболические свойства [Там же] (в этом случае система уравнений есть система смешанного типа).

2. Получение и изучение конкретных решений, исследование особенностей и условий зарождения и развития неоднородностей, дальнедействующих корреляций и коллективных эффектов (образование “субструктур”, блоков) в зависимости от конкретных свойств нелинейной среды и особенностей нагружения.

Это сложные задачи. До настоящего времени исследованы (с различной степенью подробности) эволюционные свойства только некоторых уравнений, в частности, систем уравнений переноса (нелинейное уравнение теплопроводности в том числе), нелинейного уравнения Гинзбурга–Ландау (или Курамото–Цузуки), уравнения Шрёдингера, Кортевега–де Фриза и некоторых других [4], являющихся базовыми уравнениями синергетики.

Основная цель изложенных выше соображений – подчеркнуть принципиальную методологическую разницу двух взаимодополняющих путей изучения эволюционных свойств реальных физических систем и их моделей, а также обратить внимание на то, что эти подходы решают принципиально различные задачи (исследуются, например, фрактальные свойства физических систем или выполняется анализ соответствующих математических моделей).

Итак, базовые модели синергетики действительно показывают, как эволюционирует та или иная система, и в этом смысле моделируют ее, являясь упрощенной моделью реальной физической системы и показывая, как может измениться во времени какой-то важный ее параметр. Но они не являются математической моделью в полном смысле этого понимания (опять вопрос о “цене”), так как акцентируют внимание на общих эволюционных свойствах системы, абстрагируясь от конкретных особенностей реальных объектов.

Так, нелинейное уравнение Гинзбурга–Ландау (или Курамото–Цузуки, которые получили ряд важных решений этого уравнения), являясь замечательной базовой моделью синергетики, привлекалось для анализа эволюции многих физических систем и процессов [1, 4], развивающихся в нелинейных средах: для описания ветровых волн, неустойчивостей в плазме, “жесткой турбулентности” в газах и т. д. В случае жесткой турбулентности это уравнение

$$w_t = (\pm 1 + ia_0)w + (1 + ia_1)\nabla^2 w - (1 + ia_2)|w|^2 w \quad (1.1)$$

может предсказать, как на фоне пространственно “однородной” турбулентности появляются и растут редкие пики, как изменяется характерная ширина этих пиков, и как они распадаются. Но это только упрощенная модель. Для более полного и строгого математического описания (собственно моделирования) турбулентности надо решать полную систему нелинейных уравнений гидродинамики вязкой жидкости.

Другой пример, который мы уже обсуждали, это применение частного вида нелинейного уравнения (1.1) – нелинейного уравнения теплопроводности для иллюстрации особенностей распространения фронтов разрушения или фронтов неупругой деформации. В этом случае полностью исключается из рассмотрения вся сложная игра напряжений и деформаций, обусловленная множеством факторов – нелинейностью связей, нелинейностью общей системы уравнений механики деформируемого твердого тела, особенностями накопления повреждений и неупругих деформаций и т. д. Другими словами, по-

добный анализ не имеет никакого отношения к решению какой-либо конкретной прикладной задачи. В лучшем случае можно говорить только о возможных путях эволюции системы.

Подводя итог вышеперечисленным соображениям, можно констатировать следующее.

Методы и средства нелинейной динамики одинаково эффективно могут быть использованы для решения совершенно различных (как по сложности, так и по математическим методам), но дополняющих друг друга задач выявления эволюционных свойств реальных физических систем: 1) обработки данных экспериментов; 2) качественного имитационного моделирования; 3) иерархического, более полного моделирования эволюции системы. Подобное иерархическое моделирование [7] включает построение физической и математической моделей нелинейной среды или процесса, определение параметров модели и материальных констант, решение и анализ полученных решений соответствующих систем нелинейных уравнений в частных производных.

Так, обработка данных экспериментов (или наблюдений), выполненная на основе методов синергетики, позволяет получить первые важные сведения об эволюционных свойствах физических (или иных) систем и определить необходимые параметры для построения более полной физической модели, на основе которой будет выполнено численное моделирование процессов, развивающихся в открытой системе под внешними воздействиями. Например, методы обработки экспериментальных данных на основе фрактального анализа, позволяющие определить характерные масштабы разрушения твердого тела [7, 31, 42, 43], могут подсказать, как должны подбираться соответствующие параметры среды при численном моделировании ее эволюции и разрушения.

1.2.2. Сложные системы и сложное поведение

Понятно, что для того чтобы система эволюционировала с образованием новых структур, т. е. чтобы в ней происходила самоорганизация, необходимо, чтобы эта система изначально обладала некоторой “критической степенью сложности”, необходимой для развития в ней процессов самоорганизации.

Возникают два взаимосвязанных вопроса. Что такое сложная система? И могут ли простейшие системы проявлять сложное поведение? На эти принципиальные вопросы синергетики дали ответы классики нелинейной динамики [3, 4, 8–12, 19].

Так что такое сложная система? Подход, при котором под сложной системой понимаются системы, состоящие из большого числа элементов, в том числе и разнородных, Г. Хакен называет наивным [19]. Классическим примером, используемым для разъяснения понятий “сложной системы” и “сложного поведения”, является газ или жидкость. Современное математическое понятие сложности системы опирается на понятие алгебраической сложности и количества бит информации, необходимого для описания системы. Понятно, что

для микроскопического описания газа, состоящего из громадного количества молекул (один кубический сантиметр газа содержит приблизительно 10^{22} молекул), необходимо громадное число данных. С этой точки зрения газ – сложная система. На микроскопическом уровне в силу хаотичности движения молекул газ неоднороден. На макроскопическом же уровне описания газ практически однороден, бесструктурен, и для его описания требуется небольшое число переменных, таких как удельный объем, давление и температура. Так какой же системой является газ – простой или сложной? Ответ зависит от того, какое поведение он демонстрирует – сложное или простое.

При обычном тепловом хаотическом движении молекул газа или жидкости и стремлении всего объема к состоянию термодинамического равновесия, газ или жидкость проявляют простое поведение. В этом случае отдельные молекулы движутся несогласованно, они “не распознают” друг друга [10, 12], а характер сил между ними – короткодействующий, не превышающий нескольких ангстрем (Å). При других условиях эта же система может проявлять удивительные и, в некотором смысле, парадоксальные свойства, связанные с возникновением дальнего действия и коррелированным поведением многих атомов. Движение становится упорядоченным, т. е. в системе возникает самоорганизация. Классическим примером такого поведения является процесс образования ячеек Бенара при конвективном движении нагреваемой жидкости в поле сил тяжести. Этот процесс самоорганизации подробно описан и изучен во многих работах, в том числе в работах И. Пригожина [8–10] и Г. Хакена [19].

При некоторой сравнительно небольшой скорости нагрева жидкости стабилизирующие влияния диссипативных механизмов вязкости и теплопроводности гасят конвективные процессы – все возмущения, возникающие в системе. Такое состояние системы называют асимптотически устойчивым [4, 10, 12].

При некотором критическом значении перепада температур система внезапно переходит в новое состояние. В ней возникает упорядоченное движение, среда структурируется с образованием ячеистой структуры (ячейки Бенара, рис. 1.1).

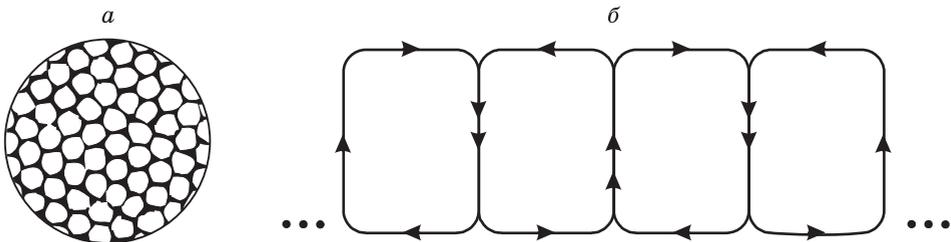


Рис. 1.1. Особенности течения жидкости при образовании конвективных ячеек Бенара. *a* – вид сверху на ячейки Бенара; *б* – динамика движения жидкости в вертикальном направлении.

Это явление не такое простое, как кажется на первый взгляд. Одной из важных особенностей является *нарушение симметрии*, происходящее в системе. В первоначально однородной бесструктурной среде по выражению И. Пригожина вырабатываются “представления о пространстве” [10, 12]. Возникшие конвективные ячейки выстраиваются вдоль некоторой оси, причем направление движения в двух соседних ячейках оказывается противоположным относительно друг друга.

Нарушение симметрии (в данном случае пространственной, система при этом теряет трансляционную инвариантность вдоль определенного направления) здесь понимается в том смысле, что от одного типа пространственной организации (от бесструктурной среды) мы переходим к другому типу структур и другой пространственной организации.

Нарушение временной симметрии также является важнейшей отличительной чертой поведения нелинейных динамических систем [4, 10, 12, 19]. Типичными примерами являются различные переходы от одних типов (периодов) колебаний к колебаниям с другими периодами либо смена периодического движения на хаотическое. При этом в диссипативных динамических системах (в отличие от консервативных систем, например, маятника, которые сохраняют память о возмущении, изменяя период и амплитуду колебаний) наблюдается так называемая асимптотическая устойчивость к возмущениям. В системе после возмущающего воздействия возникает некоторый переходный процесс, после чего система возвращается к колебательному режиму, диктуемому ее внутренними свойствами. Это замечательное свойство синергетических (способных к самоорганизации) систем обязано необратимости процессов и “существенным образом ответственно за воспроизводимость событий” [10]. Переход такой открытой системы к новому режиму связан с превышением внешним воздействием (управляющими параметрами) некоторой пороговой величины и *нарушением временной симметрии*.

При дальнейшем подогревании жидкости, т. е. при более интенсивном подводе энергии к системе, в ней могут возникнуть устойчивые пространственно-временные структуры, например, иерархия осциллирующих вихрей. Такие образования являются примерами нарушения не только пространственной, но и временной симметрии. Подобные устойчивые структуры типичны не только для жидкости, но и для газов. Хорошо известны устойчивые атмосферные образования – гигантские диссипативные структуры (циклоны и антициклоны, тайфуны и смерчи).

Таким образом, *нарушение пространственно-временной симметрии* в ходе эволюции нелинейных динамических систем является их типичным, характерным свойством. Более того, отмечая (в экспериментах или при анализе решений) нарушения пространственно-временной симметрии в изучаемом явлении, мы имеем право говорить о том, что в системе происходит самоорганизация.

Другая важнейшая отличительная черта синергетических систем – это возникновение в них *дальнодействующих корреляций* между элементами структуры, которые и приводят к упорядоченному, согласованному движению ее элементов (молекул воды в случае ячеек Бенара). Характерные размеры ячеек Бенара составляют несколько миллиметров, следовательно, линейные размеры ячеек в 10^7 раз превышают межатомные расстояния и содержат приблизительно 10^{21} молекул. Это означает, что такое колоссальное число частиц демонстрирует когерентное поведение, которое, конечно, проявляется на фоне их теплового хаотического движения. Следовательно, наблюдаемое дальнодействие в случае ячеек Бенара либо других примеров кооперативного поведения реализуется в результате статистически воспроизводимых соотношений между элементами структуры динамической системы. Эти свойства динамических систем позволили широко использовать для описания их поведения методы теории вероятностей [10, 12].

Теперь вернемся к тому факту, что направление движения в соседних ячейках взаимно противоположно (см. рис. 1.1).

Из опытов известно [Там же], что после установления определенной последовательности направления движения в дальнейшем эта последовательность сохраняется. Однако в каждом конкретном опыте выбор определенного (правого или левого) направления вращения решает случай. Малые локальные возмущения параметров системы в момент ее неустойчивого состояния (чувствительность системы к малым возмущениям) приводят к реализации той или иной возможности. И. Пригожин по поводу подобных ситуаций замечает: “Мы приходим к удивительному сотрудничеству между случайностью и определенностью. В области физики такой дуализм до сих пор наблюдался лишь при квантово-механическом описании микроскопических явлений”.

Чрезвычайно важным обстоятельством и отличительной чертой нелинейной динамики является *наличие порогов*, при превышении которых система переходит к неустойчивому состоянию с множественностью выбора путей дальнейшей эволюции. При достижении и дальнейшем превышении порогового значения некоторым управляющим параметром в системе всегда происходит перестройка структуры, т. е. наблюдается самоорганизация (возникают ячейки в приведенном примере). Однако конкретный выбор деталей возникающей структуры (правое или левое вращение) носит случайный характер в том смысле, что он обусловлен чувствительностью системы к малым возмущениям в области неустойчивого состояния.

Возвращаясь к ячейкам Бенара, отметим еще одно фундаментальное свойство, проявляемое динамическими системами в процессе самоорганизации. Подогревать жидкость можно на любой сковороде, но независимо от величины сковороды мы будем наблюдать ячейки одного и того же размера. Их размер является характерным внутренним свойством нелинейной среды и не зависит от внешних факторов. То же самое можно сказать и об иерархиях

характерных размеров блоков, образующихся в нагружаемых геосредах или геоматериалах, либо о размерах полос локализованной неупругой деформации и расстояний между ними в изучаемой иерархии масштабов.

Масштабы всех образующихся пространственно-временных диссипативных структур являются проявлением внутренних нелинейных свойств системы.

Замечательным, ставшим классическим, примером самоорганизации является химическая реакция Белоусова–Жаботинского. Она описана во многих учебниках и монографиях и подробно изучена И. Пригожиным [10, 12]. Отметим несколько важных качественных свойств этой системы. В случае перемешивания реагирующей смеси при достаточной удаленности этой системы от состояния равновесия в ней можно наблюдать ритмические смены цвета с красного на голубой, опять на красный и т. д. Эти периодические изменения цвета с постоянным периодом и амплитудой зависят только от внутренних характеристик системы и определяются ее собственной динамикой. Если реакция Белоусова–Жаботинского развивается без перемешивания, в системе можно наблюдать развитие пространственно-временных неоднородностей в виде распространяющихся волновых фронтов. Фронты, имеющие вид концентрических колец либо спиралей (рис. 1.2,*а*), распространяются с постоянной скоростью и без искажений на макроскопические расстояния. Часто такие фронты достаточно сложно организованы и представляют собой, например, вращающиеся в пространстве спирали (см. рис. 1.2,*б*) [Там же]. Образование подобных волновых фронтов связано с нарушениями пространственно-временной симметрии в системе, когда она изменяет (или теряет) трансляционную инвариантность в каком-либо направлении и меняет последовательность событий во времени.

Подобное поведение не является чем-то исключительным или уникальным. Многие химические и физические системы демонстрируют сходное поведение. Особый интерес для нас представляют аналогичные явления в твердых телах, геоматериалах и геосредах. В металлах физики давно наблюдают раз-

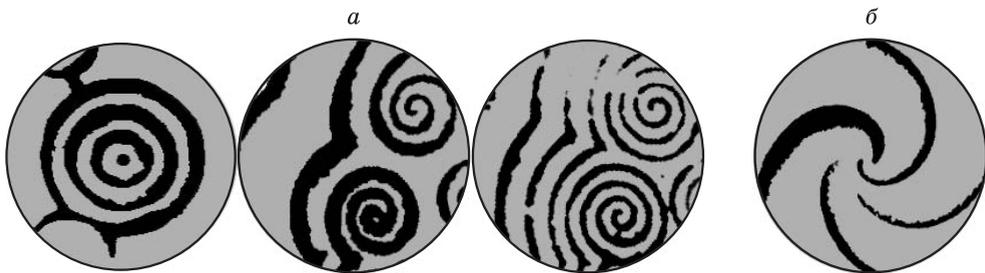


Рис. 1.2. Химические волны, наблюдаемые при реакции Белоусова–Жаботинского.

а – фронты химических волн в виде окружностей и спиралей; *б* – фронт в виде сложной многозаходной спирали.

личные деформационные субструктуры (клубковые, ячеистые, полосовые, блочные), формирующиеся в материалах при нагружении. После деформации эти структуры не умирают, как в химических растворах и жидкостях, а оказываются “замороженными” из-за больших времен распада сформировавшихся в кристаллических телах субструктур.

Достаточно хорошо изучены фронты деформации Людерса, которые наблюдаются в деформируемых металлах и скорости которых на многие порядки меньше скорости обычных волн напряжений, распространяющихся со скоростью звука.

В геосредах также отмечены подобные явления – так называемые медленные движения, своеобразные деформационные процессы разных масштабов [46]. Скорости этих фронтов приблизительно на шесть порядков меньше скоростей звука в геоматериалах. Такие фронты – явление новое (недавно замеченное). Они практически не изучены, но именно медленные движения, по видимому, следует связать с различными “внезапными” катастрофическими явлениями деформационной природы (выбросы, подвижки, обвалы и т. д.), которые происходят в геосредах часто спустя весьма длительное время после интенсивного воздействия на среду (например, после взрывов).

Итак, мы рассмотрели несколько примеров сложного поведения синергетических систем вдали от положения термодинамического равновесия. “Мы видели, что неравновесность позволила системе избежать тепловой разупорядоченности и трансформировать часть энергии, сообщаемой системе внешней средой, в упорядоченное поведение нового типа – диссипативную структуру, характеризуемую нарушением симметрии, множественными выборами и корреляциями в макроскопических масштабах. Мы буквально оказались свидетелями рождения сложного” (Г. Николис, И. Пригожин [10]).

Все рассмотренные примеры *сложного поведения* проявляли достаточно сложные системы, по крайней мере, состоящие из очень большого числа элементов структуры.

Возникает вопрос, а могут ли проявлять сложное поведение очень простые системы, такие как, например, маятник? Если рассматривать идеальный математический маятник без трения, то ничего интересного (с точки зрения предмета исследований – синергетических систем) мы не обнаружим. Маятник будет совершать незатухающие во времени периодические колебания, если начальные скорости и возмущения–отклонения от вертикали малы. Более интересно поведение маятника с трением, проявляющего асимптотическую устойчивость к малым возмущениям, что присуще только диссипативным системам. Но это не всё, обычный маятник – “воплощение детерминизма и предсказуемости” [10] – утрачивает эти свои свойства (детерминизм и предсказуемость) на пути к хаосу.

При навязывании слабо диссипативному сферическому маятнику (совершающему свободные колебания не вдоль кривой, а по сферической поверхности

сти) периодического движения, путем воздействия на точку подвеса, поведение маятника переходит к хаотическому режиму. При превышении возмущающим воздействием (периодом возмущения) некоторого порогового значения простые колебания маятника становятся неустойчивыми. Возникают бифуркации, которые образуют некоторую последовательность с удвоением периода, и, наконец, при превышении возмущающим периодом очередного критического порога наступает хаотический, полностью непредсказуемый режим колебаний. Путь к хаотическому режиму полностью определяется отношением периодов колебаний – собственного и вынужденного. Более подробно этот пример разобран в [10, 12].

Не менее поразительные свойства сложного поведения простых систем мы обнаружим при рассмотрении вопроса о детерминированном хаосе. Одним из принципиальных выводов из всего изложенного является следующий: *корректнее говорить о сложном поведении, нежели о сложной системе* [Там же]. Причем важнейший аспект современного понимания сложного неразрывно связан с эволюционными свойствами динамической системы, ее способностью к самоорганизации. Понятие сложного аккумулирует множество сценариев и механизмов проявления сложных явлений, включая такие фундаментальные явления, как хаотическое поведение неинтегрируемых систем на пути образования новых структур, нарушение пространственно-временной симметрии в диссипативных системах и возникновение дальнедействующих корреляций в условиях неравновесности.

Следует также уточнить смысл понятия “самоорганизация”. Этот термин мы будем понимать по Г. Хакену [19]: “*Самоорганизация – это самопроизвольное обретение системой пространственной, временной или функциональной неоднородности*”. Такое достаточно широкое понимание явлений самоорганизации не сужает рамок применения понятия и позволяет рассматривать с позиций синергетики весьма широкий спектр различного рода процессов в открытых системах, проявляющих способность к эволюции и образованию новых структур. “Самопроизвольно” – означает, что *неоднородности*, т. е. *структуры*, возникают не вследствие неких специфических воздействий извне, а порождаются внутренними свойствами систем.

Здесь уместно будет сделать несколько замечаний общего характера относительно ряда основных понятий нелинейной динамики. Как уже отмечалось, нелинейная динамика, или синергетика, являясь мультидисциплинарной наукой, охватывает широчайший круг явлений, фактически пытаясь объяснить природу и эволюцию совершенно различных систем. Именно поэтому стремление ортодоксального математика дать строгое и точное определение вводимым общим понятиям оказывается не только затруднительным, но зачастую и невозможным. Такие попытки неизбежно сужают круг многих интересных и важных приложений. Мы еще вернемся к этому при обсуждении понятия фрактала.

По мнению И. Пригожина [9, 10, 12], необратимость и неустойчивость являются ключевыми факторами, приводящими к рождению новых диссипативных структур. В дальнейшем мы увидим, что акцентировать внимание только на необратимости и неравновесности недостаточно. Развитие событий в квазистационарном режиме является также одним из фундаментальных свойств систем. Во всех нелинейных эволюционирующих системах наблюдается конкуренция между стабилизирующими факторами и факторами, ведущими к развитию неустойчивостей. Другим важнейшим свойством синергетической системы, определяющим ее способность к самоорганизации, является нелинейность свойств системы.

Именно в такой последовательности и рассмотрим эти важнейшие категории нелинейной динамики: необратимость, неустойчивость, нелинейность.

1.2.3. Необратимость и ее роль в самоорганизации

Следуя идее, что “необратимые процессы играют конструктивную роль и (благодаря необратимости) существует макроскопическая формулировка времени” [47, 48], мы кратко остановимся на эволюции идеи о необратимых процессах. Именно введение в физику необратимых диссипативных процессов позволило ввести такое понятие, как “*стрела времени*”. До этого все законы классической физики были инварианты относительно обращения времени, т. е. замены t на $-t$. При обращении времени в уравнениях, описывающих необратимые явления переноса (такие как диффузия, теплопроводность), мы получим другие законы, согласно которым начальные малые возмущения температуры или концентрации будут не уменьшаться, а возрастать [10, 12, 47, 48]. Таким образом, уравнения Фурье и Фика, описывающие эти диссипативные процессы, неинвариантны относительно обращения времени. Точно так же необратимы и процессы пластической деформации и накопления повреждений. Следовательно, и соответствующие этим процессам уравнения должны быть неинвариантными относительно обращения времени.

Здесь существует одна тонкость. Фундаментальные уравнения как классической, так и квантовой механики принято считать симметричными относительно времени. Термодинамическая необратимость является *дополнительным соображением*, которое вносится в динамику. Смысл сказанного очень прост. С одной стороны, макроскопический феноменологический подход, например, механики сплошных сред, включая необратимые процессы вязкости и теплопроводности, приводит в общем случае к системе уравнений, описывающих необратимые процессы. С другой стороны, микроскопический подход, основанный на рассмотрении системы атомов, дает обратимые во времени уравнения.

Если считать кинетическую теорию газов эквивалентной макроскопической феноменологии, возникает вопрос, как появилась необратимость при макроскопическом описании? Только за счет введения *дополнительного условия* необратимости к базовым, обратимым во времени уравнениям физики.

Это дало право многим физикам, в том числе выдающимся, считать необратимость некой иллюзией, обусловленной неполнотой наших знаний. В этом смысле очень показателен известный пример Дж. Гиббса. В воду добавляется капля черных чернил и все размешивается. Полученная серая смесь выглядит однородной, а сам процесс кажется необратимым. Но ясно, что первоначальная макроскопическая неоднородность (до размешивания) распространилась на микроскопический масштаб, изменился масштаб неоднородности. Первоначально (до размешивания) среда была неоднородной на макроуровне, после размешивания неоднородность стала микроскопической.

Рассматривая необратимость как иллюзию, многие исследователи пытались связать ее с математическими процедурами.

Показательно отношение А. Эйнштейна к вероятностному подходу в квантовой механике (“Бог не играет в кости”) и, в частности, к проблеме необратимости, неразрывно связанной с вероятностным описанием. А. Эйнштейн считал, что «необратимость не заложена в основных законах физики... субъективное время с присущим ему акцентом на “теперь” не имеет объективного смысла». Буквально за несколько месяцев до своей кончины он писал: “Для нас, убежденных физиков, различие между прошлым, настоящим и будущим – не более чем иллюзия, хотя и навязчивая”. Его мнение по поводу необратимости столь же определено: “Это иллюзия, субъективное впечатление, обусловленное некими исключительными начальными условиями”. (Все высказывания А. Эйнштейна нами даны в переводе, представленном в [48]).

В настоящее время существует много добротных работ, в которых на основе статистической теории и на фундаментальной базе обратимых уравнений динамики получают уравнения, учитывающие взаимодействия частиц, что позволяет прийти к наиболее общим флуктуационно-диссипационным соотношениям (см. послесловие Ю.Л. Климонтовича к работе [48]). Это другой микроскопический подход. И на этом пути, по мнению Ю.Л. Климонтовича, “пока не видно принципиальных ограничений построения теории необратимых процессов”.

Мы будем следовать более простому (с математической точки зрения) пути, на котором необратимость вводится в исходные уравнения путем учета диссипативных процессов. При этом естественно использовать хорошо изученные уравнения теплопроводности, диффузии и др. То есть мы, как и декларировали, следуем макроскопическому способу описания.

Наиболее емко роль необратимости в общей теории эволюции динамических систем выразил И. Пригожин в сформулированных им трех главных тезисах своей книги [48] (здесь эти положения приводятся в вольном изложении).

Во-первых, необратимые процессы так же реальны, как и обратимые. Они не являются лишь следствием приближенного описания реальных обратимых процессов и не соответствуют дополнительным ограничениям, которые приходится нам налагать на обратимые во времени законы.

Во-вторых, необратимые процессы играют существенную конструктивную роль в физике, химии и биологии. Они определяют возможность возникновения когерентных процессов и процессов самоорганизации в различных открытых системах, что особенно ярко проявляется на биологическом уровне.

В-третьих, необратимость глубоко связана с динамикой и возникает там, где основные понятия классической и квантовой механики (такие как траектории или волновые функции) перестают соответствовать данным опытов. Существует макроскопическая формулировка, выходящая за рамки традиционных представлений классической и квантовой механики, которая позволяет явно проследить за ролью необратимых процессов. Наше намерение состоит в четком определении различных уровней описания и выяснении условий, позволяющих переходить от одного уровня к другому.

Последняя фраза третьего тезиса полностью перекликается с подходом физической мезомеханики [24–30], в которой деформация и разрушение различных материалов и сред рассматриваются как многоуровневые (многомасштабные) процессы, а нагружаемый материал – как иерархически организованная система.

Справедливости ради, здесь следует вспомнить знаменитые работы В.И. Вернадского о биосфере, который значительно раньше многих физиков и задолго до создания современной теории необратимых процессов осознал значение необратимости физических процессов для биологических систем и во многом предвосхитил основополагающие принципы современной теории самоорганизации.

Суммируя сказанное выше, заметим, что вне зависимости от фундаментальной природы необратимости (ее иллюзорности или реальности), она долгое время рассматривалась односторонне. Согласно этой односторонней точке зрения, диссипативные процессы, скажем, трение, должны были в конечном итоге привести систему в состояние термодинамического равновесия. И мы, изучая равновесную физику, недалеко ушли при таком понимании от Аристотеля, который считал, что всё, что есть в мире, движется к равновесию, имея в виду, что существует “нечто”, что и замедляет движение.

По И. Пригожину (он одним из первых обратил внимание на необратимость и сформулировал принцип “порядок через флуктуации”), роль необратимости дуалистична – она и разрушитель порядка вблизи равновесия, она же и создатель нового порядка вдали от термодинамического равновесия [8–10, 12, 48]. В состояниях системы, близких к равновесию, любые возмущения и флуктуации гасятся, и система стремится к состоянию термодинамического равновесия, т. е. движется от порядка к тепловому хаосу.

В открытой системе вдали от состояния термодинамического равновесия общие экстремальные принципы, которые должны предсказать будущее ее состояние, не выполняются. Состояние системы становится неустойчивым и

непредсказуемым в силу множественности выборов. Новые же состояния, которые достигаются системой, часто оказываются упорядоченными – обладают пространственной организацией. Подобная самоорганизация возможна только в системах с необратимыми процессами, так как возникновение и поддержание новых структур обеспечиваются диссипативными процессами вязкости, теплопроводности, трения и т. д.

1.2.4. Неустойчивость – путь к самоорганизации

Нелишне будет напомнить, что, рассуждая о самоорганизации, мы всегда имеем в виду открытые системы, которые обмениваются энергией и веществом с окружающей средой. К понятию открытой системы, способной к самоорганизации, мы вернемся позже.

Говоря о необратимости, мы уже отметили ее связь с такими состояниями системы, как неустойчивость и неравновесность.

Основная идея брюссельской школы и ее лидера И. Пригожина, объясняющая ведущий механизм образования структур из хаоса, опирается на понятие неустойчивости. Красной нитью через все работы И. Пригожина проходит мысль о том, что мы живем в мире неустойчивостей: “Окружающая нас реальность не может быть ареной, где господствует порядок, стабильность и равновесие. Ведущая роль во всех эволюционных процессах принадлежит *неустойчивости и неравновесности*”. И. Пригожин предлагает следующую схему “рождения сложного”, т. е. возникновения порядка из хаоса. Все открытые системы постоянно флуктуируют. Чем интенсивнее воздействие на систему, тем больше флуктуации и тем дальше система отклоняется от состояния равновесия. Вдали от равновесия уже флуктуации будут определять состояние системы. Система переходит в неустойчивое состояние. Некоторые флуктуации в результате положительных обратных связей (например, автокатализа) становятся настолько большими, что приводят к дальнедействиям и коррелированному поведению, возникают новые структуры, которые И. Пригожин назвал *диссипативными*, потому что для их поддержания необходимо больше энергии, чем для предыдущих структур. “Вихри Бенара производят больше энергии, чем это следует из теоремы о минимуме производства энтропии” [48].

Эту новую концепцию – “*порядок через флуктуации*” – И. Пригожин [8–10, 48] связал с фундаментальным свойством неравновесных открытых систем – с возможностью в этих системах *спонтанного* возникновения порядка из хаоса в далеких от равновесия неустойчивых состояниях. “Концепция *диссипативных структур* и порядка через флуктуации учитывает основные свойства неравновесного порядка” [48].

Острые дискуссии, развернувшиеся в связи с этой концепцией, затрагивали именно идею спонтанности, на которой настаивал И. Пригожин. Острота вопроса снимается, если принять во внимание нелинейность свойств системы, как один из основных факторов в процессах самоорганизации.

Прежде чем перейти к обсуждению нелинейности – этой парадоксальной категории нового физического “нелинейного мышления”, заметим, что как бы ни была важна неустойчивость для эволюции и самоорганизации, она только стадия, причем короткая, в развитии процессов, на которой диссипативные нестационарные процессы становятся неустойчивыми и чувствительными к слабым возмущениям. Та же самая диссипативность является стабилизирующим фактором, вынуждающим систему эволюционировать к состоянию равновесия. Даже катастрофические сверхбыстрые процессы с обострением имеют длительную квазистационарную подготовительную стадию, на которой параметры меняются сравнительно медленно. Идет постоянная игра между стабильностью и неустойчивостью, стремлением системы к порядку либо к хаосу, и управляет этой игрой нелинейность.

И. Пригожин настаивал на спонтанности процесса генерации больших отклонений (флуктуаций) от среднего уровня, справедливо считая, что развитие сильных флуктуаций есть проявления неустойчивости! Поэтому он и считал, что всё в мире неустойчиво и нестабильно. Теперь благодаря работам школы С.П. Курдюмова и А.А. Самарского мы знаем, что управляет неустойчивостями нелинейность. Причем основная, наиболее длительная во времени стадия эволюционного процесса – это почти стационарное медленное развитие событий, которое и привело к широкому использованию линейной теории. В неустойчивом, нестабильном хаотичном мире жизнь вряд ли возможна. Поэтому можно сказать: “Всё в мире не неустойчиво и нестабильно, а метастабильно”.

1.2.5. Нелинейность – математический фундамент эволюционной теории

Ныне мы не считаем более допустимым обосновывать подавление памяти или сковывание фантазии ссылками на “идеализацию” как на законную цену научной рациональности. И то, и другое мы должны принимать за то, чем они являются на самом деле, – за искажения, разрушающие именно то, на познание чего они претендуют.

И. Пригожин, И. Стенгерс

Слова эпитафия мы относим на счет линейных моделей, на основе которых принципиально невозможно описать самоорганизацию. Линейные системы не способны к эволюции.

На заре становления нелинейной науки в популярном журнале “Знание – сила” было опубликовано эссе “Нелинейность” Ю.А. Данилова, “лучше которого не написать”, как выразился автор монографии [49]. Прочитируем некоторые выдержки из эссе Ю.А. Данилова.

«...Нелинейность всепроникающа и вездесуща, многолика и неисчерпаемо разнообразна. Она повсюду: в большом и в малом, в явлениях быстротечных и длящихся эпохи. Нелинейность – это рождение и аннигиляция элементарных частиц, гигантское красное пятно на Юпитере и оглушительный хлопок пастушьего кнута, биение сердца и всепроникающий луч лазера, теплый свет свечи и нескончаемая изменчивость волн, болезни и исцеление, вызов искусству аналитика и мастерству экспериментатора, надежды и бессилие создателей теорий и тех, кто подвергает их замыслы суровой экспериментальной проверке...

Нелинейность – понятие емкое, с множеством оттенков и градаций. Нелинейность эффекта или явления означает одно, нелинейность теории другое...

Мир нелинейных функций, так же как и стоящий за ним мир нелинейных явлений, страшит, покоряет и неотразимо манит своим неисчерпаемым разнообразием. Здесь нет места чинному стандарту, здесь безраздельно господствуют изменчивость и буйство форм. То, что точно схватывает и передает характерные особенности одного класса нелинейных функций, ничего не говорит даже о простейших особенностях типичного представителя другого класса...

Почти полным безразличием к изменению одних и повышенной чувствительностью к изменению других значений независимой переменной нелинейные функции разительно контрастируют с линейными. Именно здесь и проходит демаркационная линия между миром нелинейных и миром линейных явлений...

И всё же физику прошлого даже с большой натяжкой нельзя было бы называть нелинейной. Для этого ей недоставало главного – нелинейность еще не заняла подходящего места среди “первых принципов”, на которых зиждилось тогда физическое мышление. Большинство физиков пребывало в уверенности, что в великой книге природы основная линия развития сюжета проходит в стороне от нелинейных разделов и глав, набранных как бы петитом, и их (по крайней мере, при первом чтении) можно опустить без особого ущерба для понимания...

Физики, делавшие первые, еще неуверенные шаги в области нелинейного (где всё было “не так” – противоречило устоявшимся линейным представлениям и линейной интуиции), питали надежду, что милый их сердцу линейный математический аппарат путем различного рода ухищрений удастся приспособить к решению новых задач. Тех, кто так полагал, ожидало разочарование: линейный математический аппарат отторгал чужеродную ткань нелинейных дополнений. “Искусственная линеаризация” оказывалась малоэффективной, “...большей частью ничему не научала, а иногда бывала и прямо вредной” (Л.И. Мандельштам)...

Без “нелинейного физического мышления” Л.И. Мандельштама не было бы современной нелинейной физики, во многом определяющей лицо всей современной физики...

Абстрактные математические структуры, жестко регламентированные сухим перечнем аксиом, и нелинейные физические понятия, определяемые лишь на эвристическом уровне строгости, едины в главном – они обнажают глубинную сущность явлений...

Основное оружие нелинейно мыслящего физика – математические модели, но в отличие от периода математического “старательства”, когда каждая задача решалась сама по себе и для себя, эти математические модели представительны или массовы – они описывают целые классы явлений, объединенных по какому-то признаку...

Нелинейный мир велик и необъятен, и хотя на карте его сейчас немало белых пятен, уже имеется несколько обжитых (или, точнее, обживаемых) островков. Одним суждено бесследно исчезнуть, растворившись в будущей теории, другим предстоит жизнь долгая и славная, но все вместе они образуют живую ткань единого целого, имя которому – “Нелинейная Наука”...

Так какова же роль нелинейности в самоорганизации и как она соотносится с системой взглядов И. Пригожина?

Всё на самом деле происходит по И. Пригожину, но только всё, сказанное им, разворачивается в нелинейном мире и нелинейных средах.

Действительно, “устойчивость и равновесность – тупики эволюции” [48], и именно благодаря И. Пригожину с понятия неустойчивости снято проклятие чего-то крайне нежелательного и разрушительного, ведущего систему к хаосу. Он одним из первых в науке придал понятиям неустойчивости и неустойчивости созидательный смысл, говоря, что без неустойчивости нет развития. Однако такие катастрофические события, спровоцированные неустойчивостями, происходят сравнительно редко или даже очень редко. Всё в мире сбалансировано за счет работы прямых и обратных связей. Системы (в том числе и решения нелинейных уравнений) эволюционируют медленно (по сравнению со скоростью развития катастрофического события), без качественного изменения хода событий и без смены структур. Говоря языком математики, решение находится в области притяжения одного и того же аттрактора. Именно так функционируют нелинейные системы и ведут себя решения нелинейных уравнений. Вид решения качественно меняется, если превзойдено пороговое значение параметра, когда решение попадает в область притяжения другого аттрактора. Широкий круг проблем, связанных с поведением нелинейных систем, давно и плодотворно рассматривает группа исследователей из Института прикладной математики им. В.М. Келдыша РАН и Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова [2, 3, 22, 23], к работам которых мы и отсылаем читателя. Работы этой группы, развивая свое направление в теории самоорганизации динамических систем, существенно дополняют новейшую эволюционную теорию, начатую, несомненно, основополагающими работами И. Пригожина [8–10, 48].

Переходя к обсуждению роли нелинейности в процессах самоорганизации открытых систем, необходимо уточнить понятие “*открытая система*” и как должны происходить процессы обмена энергией и веществом, чтобы была возможна самоорганизация. Понятие открытой системы предполагает наличие источников и стоков, обеспечивающих обмен энергией или веществом между системой и окружающей средой. Понятно, что обмен в таком случае происходит через границы системы.

В случае самоорганизующейся системы для того чтобы система эволюционировала с образованием новых структур недостаточно наличия только обмена по границам. Другими словами, наличие обмена открытой системы энергией и веществом с окружающей средой является *необходимым*, но *не достаточным* условием того, чтобы в открытой системе могла развиваться самоорганизация. Необходимо дополнительное условие: в системе должны присутствовать распределенные объемные *источники и стоки*, т. е. самоорганизующаяся нелинейная система (среда) должна быть способна не только поглощать подводимую энергию и вещество, но и перераспределять их внутри системы. Источники и стоки, выполняющие эту функцию, должны носить объемный характер, существовать в каждой точке системы. Тогда система оказывается способной не только обмениваться энергией и веществом с окружающей средой, но и “производить” и перераспределять их внутри системы. Этот факт впервые был понят при изучении нелинейного уравнения теплопроводности с нелинейными, распределенными по пространству источниками тепла [22]; были выяснены условия, необходимые для того, чтобы в теплопроводящей среде развивалась локализация тепла.

Замечательным и интересующим нас примером подобной открытой системы является нагружаемое твердое тело, испытывающее неупругие деформации и накапливающее повреждения. При активном нагружении деформируемой среды энергия в систему поступает извне и перераспределяется в этой нелинейной среде по многим каналам на разных масштабных уровнях. Но самое главное, что нагружаемый материал генерирует деформационные дефекты (дислокации, вакансии и т. д.) и повреждения, в принципе, во всем объеме, если рассматривать его с макроскопического уровня. На мезоскопическом уровне объемными источниками генерации дефектов и повреждений являются различные интерфейсы, границы зерен и другие, говоря языком феноменологии, концентраторы напряжений различной физической природы. На следующем уровне (макроскопическом) дирижером перераспределений являются нелинейные свойства среды. Источники создают неоднородности, диссипационные механизмы их размывают. Всё зависит от соотношения “сил” на каждом конкретном масштабе. Результат хорошо известен экспериментаторам: неупругая деформация и повреждения (трещины разных масштабов) всегда локализованы, начиная с самых малых микроскопических масштабов – плоскостей скольжения инди-

видуальных дислокаций – и кончая макроуровнем – образованием шейки или магистральной трещины, которые являются результатом локализации деформаций или повреждений на многих предыдущих масштабах, начиная с микроуровня. Локализованные деформации и поврежденности “прорываются” с масштаба на масштаб, достигая максимального макроскопического масштаба.

Наблюдаемые после деформации локальные образования разных масштабов – своеобразные стационарные, замороженные внутри деформируемого тела структуры, – образуются в результате наличия в среде источников и стоков дислокаций (или повреждений).

В результате работы нелинейных объемных источников дефектов и повреждений в процессе деформирования постоянно создаются (на разных масштабах) диссипативные субструктуры. Таким образом, нелинейности как создают структуры, так и регулируют местоположения и масштабы локализации.

Только нелинейность может привести к разрастанию флуктуаций. В линейной среде они будут подавлены диссипацией, а система будет эволюционировать к состоянию термодинамического равновесия.

Реальные механизмы и проявления нелинейности многогранны и многолики. Следуя [5], отметим основные качественные проявления нелинейности, важные для понимания феномена самоорганизации.

1. Разрастание малого, т. е. усиление флуктуаций за счет нелинейных положительных обратных связей.

2. Наличие порогов. Ниже порога система развивается в квазистационарном режиме. Более того, идет забывание деталей начальных условий.

3. Наличие бифуркаций – множественность путей развития. Своеобразная дискретность возможных сценариев эволюции, согласно идеям работы [5].

4. Смена сценария развития на противоположный (другой, так как среда стала иной вследствие структурных изменений), что резко снижает горизонт прогноза.

5. Возможность сверхбыстрых (катастрофических) сценариев развития в режимах с обострением [22] за счет положительных обратных связей. Примером таких режимов являются автокаталитические процессы, хорошо изученные в брюссельской школе И. Пригожина [8–10, 48].

Именно деформируемые твердые тела являются идеальным полигоном для демонстрации всех перечисленных качественных черт и особенностей столь многоликой нелинейности.

Действительно, все основные эффекты упругопластического деформирования, накопления повреждений и процесса разрушения – порог упругости (смена сценария, проявления микропластичности), предел текучести (опять кардинальная смена сценария), предел прочности, стадийность кривых течения (обусловлена структурными перестройками), диссипативные деформационные субструктуры, фронты Людерса–Чернова, эффекты прерывистой текучести, фрактальность границ зерен и фрактальность разрушения (связаны с

различными масштабами локализации) – вписываются в эту удивительную парадигму нелинейности как фундаментальной математической базы эволюционной теории.

Для завершения обзора фундаментальных базовых идей нелинейной динамики, или синергетики, нам осталось обсудить роль и значение теории фракталов и фрактальной геометрии в процессах самоорганизации.

Фактически синергетика как мультидисциплинарная наука складывается в общую *теорию эволюции*. В контексте этой общей эволюционной теории эволюция деформируемых твердых тел под приложенными нагрузками является одним из наиболее ярких частных случаев. В связи с этим процессы деформации и разрушения материалов, и прежде всего геоматериалов и геосред, мы будем рассматривать как ее типичный пример.

Основные идеи эволюционной теории и научные школы, наиболее полно изучившие различные стороны самоорганизации, собраны в своеобразную таблицу (табл. 1.1).

Таблица 1.1

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

Различные стороны самоорганизации, наиболее полно изученные в различных школах (указаны лидеры школ)

Общая теория эволюции систем или нелинейная динамика, или синергетика

И. Пригожин

Необратимость, неравновесность, неустойчивость, диссипативные структуры. Принцип: “Порядок через флуктуации”

Все происходит по И. Пригожину, но в нелинейной среде. Нелинейные уравнения механики сплошной среды (так как подход континуальный) с релаксационными определяющими уравнениями, как эволюционными уравнениями, моделируют процессы самоорганизации в нелинейных средах

Г. Хакен

Макроскопический подход (микро-, мезо-, макроуровни, эволюционные уравнения), информация. Изучает, как диссипируется энергия в ходе эволюции системы

Макроскопический подход – мезо- и макроуровни, континуальное описание.

Информация.

Эволюционные уравнения

Российская (советская) школа:

С.П. Курдюмов, А.А. Самарский, Г.Г. Малинецкий и др.

Нелинейные уравнения, режимы с обострением, самоорганизация

Разрастание малого вследствие нелинейности, забывание деталей начальных условий. При достижении параметров пороговых значений возникают бифуркации, система переходит в область притяжения другого аттрактора. Если переход идет через динамический (детерминированный) хаос, то аттрактор – фрактальный

Б. Мандельброт

Фрактальная геометрия, анализ экспериментов на основе фрактального подхода (фрактальные свойства реальных объектов)

В реальных физических системах образуются фрактальные структуры. В математике области притяжения решений соответствующих уравнений – аттракторы, которые также могут быть фрактальными (странные аттракторы). В решениях соответствующих уравнений (как и в природе) возникают дальнедействующие корреляции. Они описывают коллективное поведение элементов структуры (возникают области коллективного поведения), т. е. развивается самоорганизация

1.2.6. Фазовые пространства и эволюционные уравнения диссипативных (самоорганизующихся) систем

До сих пор мы излагали общие идеи и принципы теории самоорганизующихся систем, практически не прибегая к математическому формализму. Выяснили, что нелинейная динамика, которая уже сложилась, фактически претендует на роль общей теории эволюции. Эти претензии вполне обоснованны, а результаты, полученные в нелинейной динамике, являются на настоящий момент вершиной того, что можно вложить в понятие общей теории эволюции как научного направления. Но эволюционируют совершенно разные системы (начиная от социальных и биологических систем и кончая простейшими физическими объектами), которые проявляют в той или иной степени различные аспекты самоорганизации. Совершенно ясно, что для удовлетворительного математического описания эволюции различных систем потребуются написать различные нелинейные уравнения. Базовые модели важны для понимания общих путей и общих особенностей эволюции и самоорганизации, а также для введения и разъяснения базовых понятий нелинейной динамики как науки математической.

Математическая теория нелинейной динамики в своих простейших вариантах и будет предметом рассмотрения настоящего раздела. Для более глубокого ознакомления с математическими аспектами нелинейной динамики можно обратиться к многочисленной литературе по этому предмету.

Итак, мы следуем макроскопическому (континуальному или феноменологическому) способу описания. В континуальной механике [50, 51] выполняются четыре закона сохранения: 1. Массы. 2. Количества движения. 3. Момент количества движения. 4. Энергии. В классической механике изучаемые системы являются обратимыми относительно времени и консервативными (напомним, что диссипация вводится как дополнительное соглашение).

Для дальнейшего понимания идей и методов нелинейной динамики будем применять очень эффективный формализм Гамильтона [4, 9, 10]. Вводятся в рассмотрение обобщенный импульс $\vec{p} = m\vec{V}$ и обобщенная координата \vec{q} (в частности $\vec{q} = \vec{r}$, где \vec{r} – радиус-вектор). Частицы среды A ($\vec{r} = \vec{r}_i$) и B ($\vec{r} = \vec{r}_j$) движутся со скоростями \vec{V}_i и \vec{V}_j . Для силы взаимодействия \vec{F}_{ij} справедливо равенство $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ (рис. 1.3).

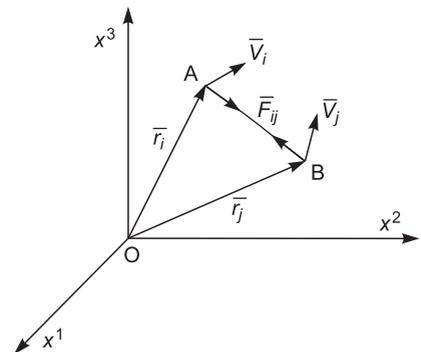


Рис. 1.3. Схема взаимодействия частиц среды.

В этом случае гамильтониан H запишется в виде

$$H(\bar{p}, \bar{q}) = \sum_i \frac{\bar{p}_i^2}{2m_i} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j U_{ij}(q_i - q_j). \quad (1.2)$$

Здесь $p_i = mV_i$ – количество движения; U_{ij} – потенциальная энергия взаимодействия точек i и j . U_{ij} связана с силами F_{ij} следующим образом:

$$F_{ij}(\bar{r}) = -\frac{\partial}{\partial r} U_{ij}(\bar{r}). \quad (1.3)$$

Кинетическая энергия системы частиц равна: $E = \frac{1}{2} \sum_i m_i \bar{V}_i^2$, причем $\bar{V}_i = \frac{d\bar{r}_i}{dt}$.

В приведенном примере, как и в формализме Гамильтона, гамильтониан

$$H = H(\bar{p}, \bar{q}) = \text{const} \quad (1.4)$$

и имеет смысл полной энергии системы, которая остается постоянной ($E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = H = \text{const}$).

Тогда

$$\frac{d}{dt} q_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{d}{dt} p_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad (1.5)$$

так как $m_i \frac{d^2 \bar{r}_i}{dt^2} = m_i \bar{a}_i = \sum_j \bar{F}_{ij}(\bar{r}_i - \bar{r}_j)$ и $\bar{r} = \bar{r}_i - \bar{r}_j$, $\frac{d}{dt} p_i = \frac{d}{dt} (m_i \bar{V}_i) = m_i \frac{d\bar{V}_i}{dt} = F_i$.

Таким образом, формализм Гамильтона существенным образом связан с полной энергией системы, а уравнение (1.2) выражает закон сохранения энергии. Как будет видно из дальнейшего изложения, именно скорость подведения энергии к системе (нагружаемому твердому телу или геосреде) будет играть важнейшую роль в эволюции системы.

Рассматриваемый подход широко освещен как в учебной литературе, так и в различных монографиях, например [4]. Здесь мы рассмотрим простейшие и хорошо изученные примеры, важные для дальнейшего изложения основ эволюционной теории.

Эволюцию различных систем очень удобно и наглядно изучать в *абстрактном фазовом пространстве* (не путать с реальным физическим пространством). Координатами такого фазового пространства являются обобщенные координаты \bar{q} и импульсы \bar{p} . Следовательно, для системы N точек (трехмерного физического пространства) будем иметь фазовое пространство размерностью $6N$ (три координаты и три импульса). В случае сплошной среды размерность фазового пространства становится равной бесконечности (континууму).

В самом простейшем случае маятника можно рассматривать двухмерное фазовое пространство с координатами φ и $\dot{\varphi}$, где φ – угол отклонения маят-

ника, а $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$ – скорость. Действительно, в случае маятника $q = \phi$, а $p = mh\dot{\phi}$ (здесь h – расстояние от массы, сосредоточенной в точке-центре масс, до точки подвеса маятника).

Очевидно, что состояние системы в каждый текущий момент времени будет отображаться одной точкой в фазовом пространстве, а эволюция системы отобразится соответствующей кривой-траекторией. В случае маятника это будут некоторые кривые на плоскости, так как размерность фазового пространства равна двум.

В положении равновесия фазовая траектория становится вырожденной и изображается точкой в фазовом пространстве. Легко увидеть (рис. 1.4), что в случае маятника существуют две точки равновесия: $\phi = 0$ – устойчивое равновесие (точка расположена ниже точки подвеса) и $\phi = \pm\pi$ – положение неустойчивого равновесия (точка неустойчивого равновесия находится выше точки подвеса).

Известно, что идеальный маятник без трения будет совершать незатухающие периодические колебания. В этом случае его траектории в фазовом пространстве $(\phi, \dot{\phi})$ примут форму эллипсов (см. рис. 1.4). Можно дать следующее определение: множество неподвижных точек и траекторий в фазовом пространстве называется *фазовым портретом* динамической системы.

В случае ньютоновской механики эволюция динамической системы, состоящей из N точек, описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которая имеет единственное решение. По этой причине траектории в фазовом пространстве никогда не пересекаются. Это очень важный результат, восходящий к работам Коши.

Нас интересуют не идеальные, а реальные диссипативные системы, в которых развиваются необратимые процессы. Механика жидкостей и газов, а также механика деформируемого твердого тела опираются на представления необратимых процессов, в которых диссипация определяет эволюционные сценарии этих динамических (нелинейных) систем.

Мы уже отметили фундаментальное свойство диссипативных систем: они не инвариантны относительно обращения времени, т. е. замены t на $-t$.

И. Пригожин предлагает рассматривать четные переменные и нечетные [8–10]. Если знак переменных не меняется при обращении времени (при-

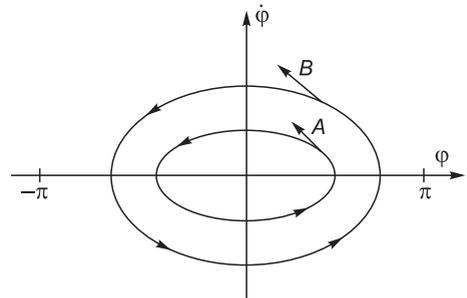


Рис. 1.4. Фазовое пространство и периодические траектории A и B , которые соответствуют различным величинам энергии, сообщенным маятнику.

мерами таких переменных являются концентрации и температура), то такие переменные называются *четными*. Если знак переменной при обращении времени меняется, то переменная называется *нечетной*.

Импульсы или скорость частиц среды являются нечетными переменными, так как они есть производные по времени от переменных, связанных с координатами, и изменяют знак при обращении времени.

Пусть имеется набор макроскопических переменных X_i ($i = 1, 2, \dots, n$), их эволюция во времени будет описываться системой уравнений вида

$$\frac{dX_i}{dt} = F_i(X_j, \bar{r}, t, \dots). \quad (1.6)$$

В уравнениях (1.6) функции F_i могут любым самым сложным способом зависеть от своих аргументов (X_j, \bar{r}, t), но есть общее правило для системы (1.6), если она описывает эволюцию диссипативной системы. При обращении времени ($t \rightarrow -t$) хотя бы одна из функций F_i будет иметь четную переменную, в то время как другие функции F_i , связанные со скоростями частиц, будут содержать нечетные переменные и изменят знак [8–10].

Как уже отмечалось, нас интересуют неконсервативные диссипативные системы, способные эволюционировать с образованием новых структур. Поскольку подобные системы должны быть открытыми, то их эволюция и самоорганизация самым непосредственным образом должны быть связаны с внешним миром. Согласно идее И. Пригожина [8–10], в эволюционные уравнения типа (1.6) вводятся параметры λ , которые называются *управляющими параметрами* и которые могут быть изменены *внешним миром* (например, скорости нагружения объектов). Теперь уравнения (1.6) можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F_i(\{X\}, \lambda). \quad (1.7)$$

Важнейшим свойством решений уравнений типа (1.7) являются состояния равновесия, т. е. такие состояния, для которых $\frac{\partial X_i}{\partial t} = 0$ или

$$F_i(\{X_{eq}\}, \lambda_{eq}) = 0. \quad (1.8)$$

Особенности поведения (эволюции) системы, описываемой уравнениями (1.7), существенным образом связаны с нелинейностью функции F_i .

Приведем простой пример, ставший уже классическим. Пусть $i = 1$, обозначим единственную переменную через X , k – некоторый параметр, λ – единственный управляющий параметр, связанный с внешними взаимодействиями (внешними ограничениями). Параметр X используется для обозначения самого вещества, в частности его концентрации в реакции [8–10]



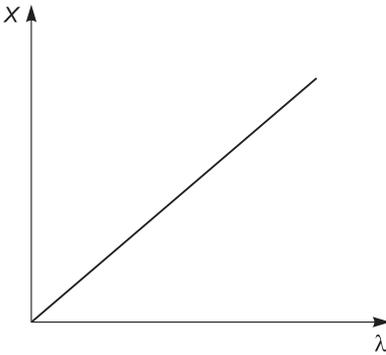


Рис. 1.5. Линейный закон связи переменной X с внешним управляющим параметром λ .

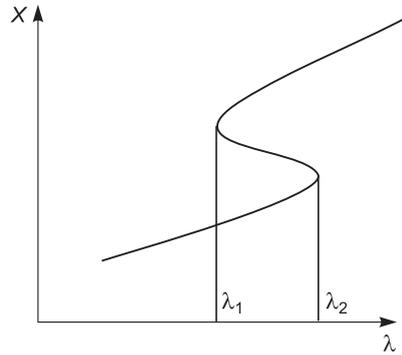


Рис. 1.6. Нелинейная связь переменной X и управляющего параметра λ .

В случае (1.9) переменная X удовлетворяет уравнению

$$\frac{dX}{dt} = \lambda - kX. \quad (1.10)$$

В случае равновесия $\lambda_{eq} - kX_{eq} = 0$, откуда

$$X_{eq} = \frac{\lambda_{eq}}{k}. \quad (1.11)$$

Таким образом, для каждого заданного значения λ имеется одно стационарное значение X_{eq} , а закон изменения X от λ – линейный (рис. 1.5).

Система (1.10) проходит последовательность стационарных состояний при любых λ , и ее поведение полностью предсказуемо в линейном случае.

Простейшим нелинейным примером является случай, приведенный на рис. 1.6. При $\lambda < \lambda_1$ и $\lambda > \lambda_2$ решение уравнения (1.7) однозначно (при некотором конкретном виде F_i , приводящем к качественной зависимости (1.10)). При $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ система может иметь несколько решений, причем качественное изменение поведения решения наступает после достижения управляющим параметром некоторого критического значения (λ_1 или λ_2). Более того, из приведенного примера видно, что при нахождении λ вблизи λ_2 небольшое изменение управляющего параметра λ может привести к очень большим изменениям параметра состояния X .

МАСШТАБЫ РАЗРУШЕНИЯ УГЛЯ, ГЕОМАТЕРИАЛОВ И ГЕОСРЕД

2.1. КОНЦЕПЦИЯ БЛОЧНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ГЕОМАТЕРИАЛОВ И ГЕОСРЕД

2.1.1. Общие замечания о проблеме деформации и разрушения как иерархических самоорганизующихся процессов

К настоящему времени можно считать установленным, что деформация пластичных твердых тел и разрушение хрупких сред являются коллективными многоуровневыми иерархическими процессами. Всё больше появляется публикаций, в которых эти процессы рассматриваются в рамках иерархических представлений и иерархических моделей [7, 25, 27, 51–56]. Первые работы в этом направлении были связаны с изучением геоматериалов и геосред. Одним из базовых положений физической мезомеханики также является идея об иерархической организации нагружаемых материалов [24–30].

Процессы эволюции внутренней структуры нагружаемых материалов, ее самоорганизация, образование различных кластеров и субструктур, т. е. коллективные явления при пластической деформации и разрушении материалов и прочных сред, тоже являются объектами пристального внимания. Иерархическая природа деформации и разрушения как раз и отражает коллективность этих процессов.

В работе академика С.В. Гольдина [51], посвященной фундаментальным проблемам сейсмологии и геодинамики в связи с методологией и достижениями физической мезомеханики, сформулированы три вопроса.

1. Обладает ли процесс деструкции литосферы свойством подобия на различных масштабах?

2. Связаны ли с блочной структурой специфические движения (имеются в виду так называемые медленные движения), обладающие специфическими временами и скоростями?

3. Каким образом происходит активизация (накопление энергии) в блочных средах?

С.В. Гольдин [51] суммирует эти вопросы как следующую фундаментальную проблему: “Является ли блочная структура геологической среды существенной ее характеристикой?” Начиная с последнего, более общего вопроса, можно дать следующий ответ.

Блочная структура присуща всем без исключения твердым деформируемым телам и средам, но не как изначально заданная, а как проявляемая ими в процессах деформирования и разрушения. Фактически блоки – это “замороженные” в кристаллической среде диссипативные структуры, сформировавшиеся в процессе деформации нагружаемой среды.

Здесь следует привести несколько разъяснений.

1. Блочное строение, или блочная организация, нами понимается в более широком смысле по сравнению с традиционным пониманием применительно к геосредам [52–59] (еще ранее М.А. Садовский [52] писал о “естественной кусковатости” горных пород). На наш взгляд, этот термин (блоки, блочное строение) удачно объединяет всю иерархию диссипативных деформационных субструктур, которые формируются в нагружаемых материалах независимо от того, хрупкие или пластичные свойства проявляются материалами в процессе деформирования. Их объединяет то, что все они есть результат *самоорганизации* материала под приложенными воздействиями или в ходе естественных природных процессов (например, деформации и разрушения в поле сил тяжести или вследствие тектонических процессов, если речь идет о геосредах). Для нас здесь важно, что в нагружаемых материалах и средах образуется иерархия субструктур, размеры которых варьируют от нанометров до сотен и тысяч километров (в геосредах).

Характерные масштабы блоков не есть результат особенностей внешнего воздействия или специфических граничных условий, а есть результат внутренних нелинейных свойств среды. Фактически, это те же ячейки Бенара, но не “умершие” после снятия нагрузки, а оказавшиеся замороженными в кристаллической среде, так как времена их распада очень велики в силу колоссальной вязкости упругопластических сред.

2. Второе замечание касается уместности сравнения с ячейками Бенара или другими процессами самоорганизации в жидких или газообразных средах. Если в жидкостях или газах идет интенсивное перемешивание, то в твердых телах оно только намечается. Разница лишь в масштабах смещений и подвижек, но не по существу. Все деформационные субструктуры формируются в результате возникновения дальнедействующих корреляций и коллективного поведения.

3. Более тонкая проблема связана с использованием термина самоорганизация для описания процессов *неупругой* (пластической, в частности) *деформации и разрушения*. Эти два взаимосвязанных процесса объединяются термином *деструкция*, которым будем пользоваться и мы. Понятие деструкции часто напрямую связывают с другим понятием – *деградация*. Действительно,

при нагружении твердых тел вследствие накопления дефектов и повреждений наблюдается деградация ряда механических свойств (пределов прочности, “дефектов” модулей и т. д.). Однако пока деформируемое тело или нагружаемая среда так или иначе сохраняют сплошность и к их описанию применим континуальный подход, все процессы образования различных субструктур (т. е. структур, сформированных в ходе деформирования, независимо от того, как изменяются физико-механические свойства среды), несомненно, есть процессы самоорганизации. Это разъяснение полностью снимает негативный оттенок с понятия деструкция (в том смысле, как мы его понимаем). К примеру, поверхности изломов, как клише, несут информацию о блочной иерархии (фактически, о состоянии предразрушения, которое формировалось в нагружаемом материале). Характерные масштабы блоков могут быть выявлены, например, методами фрактального анализа поверхностей изломов.

Именно блочное строение деформируемых твердых тел (которое уже фактически обосновано накопленными к настоящему времени экспериментальными данными, что и будет продемонстрировано в ходе изложения) является свидетельством того, что нет принципиальной разницы между хрупкими и пластичными материалами и средами или между пластичностью, проявляемой нагружаемыми металлами, и разрушением геоматериалов и геосред, если анализировать эти процессы как процессы эволюции нагружаемой среды, т. е. с точки зрения иерархических систем и синергетики (что не исключает специфики конкретных физических механизмов). В ходе этой эволюции в среде на разных масштабах происходит локализация деформаций и повреждений: образуются неоднородности – различные субструктуры, которые мы объединили под общим названием *блоки*.

Такое самопроизвольное обретение средой неоднородностей и означает, что в среде идет самоорганизация. С термодинамической точки зрения нелинейная нагружаемая среда ищет наиболее эффективные механизмы диссипации подводимой к ней энергии. Когда все адаптационные механизмы исчерпаны, среда разрушается. То есть ранее консолидированные блоки становятся неконсолидированными. Разрушение (как превращение консолидированной среды в неконсолидированную по некоторой границе) всегда проходит по границам блоков разных масштабов. Именно по этой причине поверхности изломов всегда фрактальны и несут информацию о масштабах блоков в иерархии.

Таким образом, термин деструкция (как уже было сказано выше) объединяет понятия пластической деформации и разрушения, рассматривая их как единый процесс эволюции материала под действием приложенных нагрузок, в ходе которого и образуется иерархия блоков.

Любой материал изначально представляет собой сложную, иерархически организованную систему (но не обязательно блочную). Реагируя на нагружение, эта система эволюционирует по законам синергетики, образуя иерархию элементов разных масштабов или блоков, согласно используемой нами терми-

нологии. На начальных этапах нагружения процесс самоорганизации приводит к локализации деформации и повреждений на микроскопических масштабах, дальнейшая эволюция системы выводит процессы локализации на всё большие масштабы, в результате чего образуется система консолидированных блоков и неконсолидированных блочных систем.

Ключевым здесь является понятие материала как системы. В подавляющем большинстве работ разрушение анализируется на основе статистических представлений. Так, универсальному критерию укрупнения трещин [60, 61] придается статистический смысл.

Представление нагружаемого материала как эволюционирующей под приложенными нагрузками системы является альтернативой статистическому подходу [6, 7].

Системы определяются с помощью отношений вход–выход, причем существенной чертой их поведения является, во-первых, возможность нескольких выходов для заданного входа, что связано с наличием различного рода бифуркаций, и, во-вторых, запрет на некоторые реализации пар вход–выход [4, 62, 63].

Базовым методом описания системы является ее декомпозиция, т. е. представление в виде каким-либо образом организованного множества взаимодействующих объектов. Сами эти объекты также являются системами [Там же]. Наибольшее распространение в различных приложениях нашли иерархические многоуровневые декомпозиции, когда элементы системы распределяются по пространственно-временным масштабам, образуя пространственно-временные иерархии [62–65]. В этом ряду блочная иерархическая система организации деформируемого материала является типичным и не самым сложным примером иерархических многоуровневых систем.

То, что блочное строение геоматериалов, геологических сред и твердой оболочки Земли в целом является их фундаментальным свойством, можно считать общепризнанным [6, 7, 51–59]. В настоящее время ведется интенсивное изучение реального строения элементов земной коры на разных масштабах. Базовые элементы геологических сред – блоки – выделяются на основе изучения нарушений сплошности массивов. Масштабы этих нарушений установлены в широком диапазоне и изменяются от размеров дефектов кристаллической решетки геоматериалов (10^{-8} м) до размеров крупных тектонических разрывов порядка 10^6 м и более, т. е. на 14–16 порядков. Выбор диапазона исследований диктуется соответствующими целями и задачами приложений: глобальные и региональные геофизические проблемы, тектоника, проблемы горной механики, разработка полезных ископаемых, задачи разрушения и измельчения геоматериалов и т. д.

По-видимому, уже можно говорить, что в науках о Земле в последнее десятилетие получили развитие идеи о блочном строении элементов земной коры не как о некоторой уже сложившейся к настоящему времени структуре, а как

о динамической, эволюционирующей в поле сил иерархической системе [6, 7, 51, 66]. Таким образом, элементы земной коры и геоматериалы нами рассматриваются как синергетические дискретные системы, которые обладают свойствами иерархичности и самоподобия (являются фрактальными системами) [6, 7]. Сказанное выше можно в полной мере отнести ко всем без исключения прочным материалам и средам, в том числе и пластичным.

Методическая концепция мезомеханики и понятие мезоуровня как ключевого в ряду исследуемой иерархии масштабов оказались чрезвычайно полезными для анализа деформации и разрушения различных материалов и сред [26, 27, 51, 69, 70], в том числе пластичных металлов, которые демонстрируют сходное поведение [71, 72]. Излагаемая концепция полностью соответствует методологии физической мезомеханики и целиком согласуется с ее основными положениями [26, 27, 67–70].

Практически в любом случае из всей возможной иерархии масштабов рассматриваемой среды для изучения выделяется объект (образец) вполне определенных ограниченных размеров, в зависимости от целей исследования. Как правило, это макроскопический объект, интегральные макроскопические характеристики которого усредненно отражают его поведение на макроуровне. Физическая мезомеханика переносит центр внимания на более низкий, предшествующий мезоскопический уровень.

Таким образом, объект изучения – мезообъем нагружаемого материала, который является элементом n -го уровня в иерархии (мезоуровень) и включает в себя определенное число блоков (элементов) $(n - 1)$ уровня (микроуровень). Сам исследуемый мезообъем является составной частью более крупного структурного элемента-блока $(n + 1)$ уровня (макроуровень).

Считая, что блочная иерархия нагружаемого материала начинается с микроскопического уровня, для которого минимальные размеры – это размеры межатомных расстояний, мы можем представить себе лестницу со многими ступенями: $N = 1, 2, \dots, n - 1, n, n + 1, \dots$. Начало этой лестницы, первая ступенька, ограничено масштабом межатомных расстояний, а конец уходит в высь за горизонт, в макроскопические масштабы. Выбор ступеньки n , на которой стоит исследователь, т. е. выбор масштаба изучения, диктуется задачами исследования. Это и есть мезоуровень, на котором явно учитываются все значимые элементы структуры [6]. Если выбранный мезообъем является представительным, то усредненный отклик на нагружение по такому представительному мезообъему эквивалентен макроскопическому поведению нагружаемой среды – дает описание макроуровня $(n + 1)$ ступенька). Микроуровень $(n - 1)$ уровень) может быть учтен только интегрально (так как мезо- и макроуровень – уровни континуального, феноменологического описания). В развиваемом подходе микроуровень входит в описание путем задания соответствующих кинетик для скоростей накопления неупругих деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}^P$ и повреждений $\dot{\theta}^P = \dot{\epsilon}_{ii}^P = \dot{\epsilon}_{11}^P + \dot{\epsilon}_{22}^P + \dot{\epsilon}_{33}^P$. Эти кинетики интегрально отражают отклик на нагру-

жение всех микроскопических уровней, лежащих ниже ($n - 1$), начиная с уровня ($n - 1$).

Если выбран масштаб образца для изучения, то, как правило, достаточно трех указанных уровней описания: микроуровня (интегрально отражает вклады нижележащих уровней, и более подробное описание часто является избыточным [6, 63, 64]), мезо- и макроуровня. Вышележащие уровни просто не рассматриваются.

Адекватное выделение блоков соответствующих иерархических уровней (в рамках выбранного представительного мезообъема), определение размеров и свойств межблочных границ чрезвычайно важно как для построения структурной модели образца, так и для разработки соответствующих математических моделей механического усредненного поведения данного мезообъема как элемента квазисплошной среды. Для такой блочной среды должны быть установлены некоторые эффективные физико-механические параметры. Поскольку внимание перенесено на мезоскопический уровень, то желательно изучать *представительный мезообъем*, т. е. такой, который содержит достаточное для усреднения количество структурных элементов, например, блоков, тогда усредненное поведение представительного мезообъема будет эквивалентно макроскопическому отклику среды на нагружение. Следовательно, эффективные физико-механические параметры должны быть установлены для тех элементов (блоков), которые вводятся в рассмотрение на мезоуровне явно. Эти параметры должны отражать (учитывать) усредненно свойства более мелких масштабов (накопление повреждений более мелких масштабов, особенности неупругой деформации и др.). Усреднение по всему представительному мезообъему позволяет получить эффективные макроскопические параметры и т. д. вверх по иерархической лестнице.

Процессы релаксации напряжений и характерные времена релаксации оказываются существенно связанными с рассматриваемыми пространственными интервалами. Понятно, что поведение тектонических плит и, прежде всего, характерные временные интервалы геологических процессов будут существенно отличаться от механического отклика на нагружение геоматериала много меньшего размера, в первую очередь по характерным временам, например, угля при разработке угольного пласта. В этом контексте изучение поведения горного массива или горной выработки, или мезообъема существенно меньших размеров потребует разработки своих специфических моделей механического поведения блочной системы соответствующих масштабов (сотен метров и первых километров или миллиметров), в зависимости от задач исследования.

Таким образом, для построения структурной модели блочной среды надо установить характерные размеры блоков в иерархии. Для изучения механического отклика необходимо также установить иерархию времен релаксации соответственно для каждого масштаба.

2.1.2. Деструкция геоматериалов и геосред

Так как первые работы, в которых нагружаемая среда (или материал) рассматривалась как иерархически организованная блочная система, были выполнены применительно к геосредам и геоматериалам, то обобщая полученные там результаты на более широкий класс материалов и сред, включая пластичные среды (с учетом их специфики), воспользуемся результатами, полученными в геомеханике, которые восходят к работам М.А. Садовского [52] и В.В. Пिटровского [73].

Следуя уже достаточно хорошо устоявшейся терминологии, употребляемой в геомеханике и геофизике [46, 54, 55, 59, 74], поясним смысл ряда понятий и терминов, употребляемых в настоящей работе.

1. Под *блоком* понимают объем (участок) геосреды, обладающий индивидуальной структурой. Добавим, что блок есть диссипативная структура, сформировавшаяся в процессе деформации среды [6, 7, 66].

2. Системы трещин, разломы, литологические контакты, выявляемые как линейные элементы структуры геологических сред, принято называть *линеаментами* (полями трещин). Считается, что *поле линеаментов* и формирует структурный блок данного масштаба. Важное разъяснение в связи с этим дают Г.Г. Кочарян и А.А. Спивак [54]: “Из этой наглядной и привычной картины возникает привычное заблуждение – пересечение нарушений сплошности всегда формирует структурный блок”. Это очень важное замечание. В геосреде мы имеем чаще всего консолидированную систему блоков, определяемую иерархией взаимосопреженных полей линеаментов – систем трещин и повреждений. При нагружении (накачке энергии) “играть” могут совершенно различные блоки и системы блоков.

Такая игра часто приводит к образованию разломов или магистральных трещин, которые проходят по границам блоков разных масштабов. Именно по этой причине разломы или магистральные трещины, т. е. поверхности изломов, несут информацию об особенностях блочного строения среды. Ниже будет показано, что они являются фрактальными объектами.

3. Поля линеаментов разных размеров формируют *системы решеток линеаментов* разного порядка, тем самым определяя размеры блоков в иерархии масштабов в процессе деформации среды.

4. В связи с этим дается *более точное определение блока* заданного порядка как участка соответствующей длины двумерного (в более общем случае – трехмерного) поля трещин, обладающего простой решеткой или их совокупностью [54].

5. Считается, что блочная система имеет *консолидированное состояние*, если система под внешними воздействиями деформируется как целое структурное образование.

6. Под *неконсолидированным состоянием* понимают такое состояние геоматериала или геосреды, которое проявляет при нагружении квазине зависимое поведение составляющих его элементов, т. е. наблюдаются заметные межблочные смещения.

Следует особо отметить новое направление в исследованиях блочных массивов горных пород и земной коры – изучение структуры и свойств межблочных промежутков [54, 59, 74], которые существенно влияют на делимость геологических сред при их деструкции.

Межблочная трещина в консолидированной среде – это не разрыв или трещина Гриффитса. Это некая консолидированная среда, состоящая из более мелких блоков, некий своеобразный “песок”, позволяющий блокам смещаться относительно друг друга. Такое смещение не исключает появления реальных трещин при катастрофических событиях (землетрясениях, например), но контакты остаются, разрыв постепенно залечивается. Просто межблочная среда несколько иная, чем смежные блоки, и обладает другими (пониженными, как правило) физико-механическими и прочностными характеристиками [74].

Процесс деструкции носит не случайный хаотический характер накопления повреждений и слияния мелких трещин в более крупные, как считалось ранее, а достаточно строго упорядочен. В результате деструкции геоматериала или геосреды формируется иерархия блочных структур разных масштабов [46, 52–58, 75–78].

Многие авторы [52–56, 73] считают установленным, что размеры блоков геоматериалов и элементов земной коры не произвольны, а дают некоторый дискретный ряд, в котором отношение размеров блоков n -го порядка к размеру соседних блоков порядка $(n + 1)$ и $(n - 1)$ удовлетворяет некоторому фундаментальному соотношению – универсальному принципу делимости материала при деструкции:

$$L_{(n+1)}/L_n = A \approx 3. \quad (2.1)$$

В соответствии со сказанным, в работе [54] со ссылкой на результаты исследований М.А. Садовского [52] и В.В. Пиотровского [73] приводится соотношение, определяющее соответствующий размер блока L_n в иерархии масштабов:

$$L_n = \begin{cases} (3-6)10^{\left(\frac{n-11}{2}\right)} & \text{для } n = 2k - 1, \\ (1-2)10^{\left(\frac{n-10}{2}\right)} & \text{для } n = 2k. \end{cases} \quad (2.2)$$

Здесь k – целое число, изменяющееся от 1 до 9; L_n – характерный размер блока порядка n , измеряемый в километрах. В этой формуле наивысший порядок иерархии равен 18 при $k = 9$ и приводит к размерам блоков $L_{18} \approx (10-20) \cdot 10^3$ км,

характерным для литосферных плит. Минимальный масштаб блока при $n = 1$ и $k = 1$ приводит к $L_1 = 3\text{--}6$ см (следующий в иерархии блок $L_2 = 10\text{--}20$ см получается при $k = 1$ и $n = 2k = 2$) и т. д.

Формул, подобных (2.2), предложено достаточно много. Для нас сейчас важен сам принцип иерархического, упорядоченного строения геосред и геоматериалов.

Поразительно, но соотношения (2.1) и (2.2) удивительно точно выполняются для всех материалов, устанавливая, например, для пластичных материалов отношение размеров дефектов структуры (в их обобщенном понимании) [79–81]. Обычно A меньше 3, но об этом коэффициенте речь пойдет далее.

Прежде чем перейти к обсуждению иерархичности процесса деструкции упругопластических сред, остановимся на экспериментальных исследованиях масштабов разрушения угля в мезоскопическом диапазоне 1–1000 мкм [42, 43], выполненных нами ранее.

Экспериментальной задачей этих исследований было определение размеров последовательности блоков, которые в данном случае можно считать консолидированными. Блочное строение исследуемых мезообъемов угля нашло отражение в рельефе поверхностей изломов этих образцов при их выделении из более крупного образца, т. е. при разрушении более крупного куска угля (в том числе угольного пласта при его разработке). Для анализа иерархии масштабов разрушения угля использовалась характеристика фрактальной размерности поверхностей скола (излома) угля [Там же].

С.В. Гольдин, критикуя абсолютно универсальный характер блочности геологической среды (земной коры) как уже сложившейся системы, вне ее динамики, привел несколько ценных доказательств ее самоподобия, анализируя особенности затухания и поглощения волн в среде [51]. Он также справедливо отметил, что “геологическая среда вряд ли является точным математическим фракталом”. Понимание последнего позволяет относиться к соотношениям, подобным (2.1) и (2.2), как к простому и удобному средству упорядочения и анализа наблюдаемых иерархических структур, не требуя строгого количественного согласия с ними наблюдаемых экспериментальных данных, так как в каждом конкретном случае будет наблюдаться статистический разброс.

Если считать принцип делимости (2.1) вместе с иерархическим рядом (2.2) универсальным, а величину A фундаментальной константой, как полагают многие авторы, то допустимо продлить иерархию (2.2) на более мелкие масштабы. Замечание же С.В. Гольдина [51] о том, что подобие, обнаруживаемое свойствами сейсмических волн, начинается от характерных размеров кристаллических решеток, является дополнительным аргументом в пользу продления иерархического ряда (2.2) в область более мелких масштабов, что и было сделано в [42, 43].

Если строго следовать выражению (2.2), определяющему размеры блоков в иерархии масштабов, то применительно к изучаемому мезоскопическому уровню в исследуемом масштабе до 1000 мкм должны выявляться блоки в следующих диапазонах размеров:

$$L_{-3} = 300\text{--}600 \text{ мкм} \quad (n = 2k - 1, k = -1),$$

$$L_{-4} = 100\text{--}200 \text{ мкм} \quad (n = 2k, k = -2),$$

$$L_{-5} = 30\text{--}60 \text{ мкм} \quad (n = 2k - 1, k = -2),$$

$$L_{-6} = 10\text{--}20 \text{ мкм} \quad (n = 2k, k = -3),$$

$$L_{-7} = 3\text{--}6 \text{ мкм} \quad (n = 2k - 1, k = -3),$$

$$L_{-8} = 1\text{--}2 \text{ мкм} \quad (n = 2k, k = -4).$$

Масштабы

$$L_{-2} = 1000\text{--}2000 \text{ мкм} = 1\text{--}2 \text{ мм},$$

$$L_{-1} = 3\text{--}6 \text{ мм},$$

$$L_{-0} = 10\text{--}20 \text{ мм} = 1\text{--}2 \text{ см}$$

продолжают ряд масштабов L_{-8} – L_{-3} и являются микроскопическими, примыкающими к ряду (2.2). Действительно, все эти масштабы присутствуют в выполненных измерениях (см. табл. 2, 3; рис. 2, 4 в [42, 43]), а оценки размеров полученных фрагментов и делимость образцов угля достаточно хорошо соответствуют выражениям (2.1) и (2.2).

Споры относительно универсальности принципа делимости материалов (2.1) и (2.2) при их деструкции ведутся давно. Многие авторы отмечают серьезные отклонения наблюдений от (2.2) для разных сред (не только геоматериалов) [82]. Другие авторы объясняют подобные отклонения погрешностями экспериментов, а для геоматериалов – неадекватным выделением блоков [54] на шумовом фоне множества нарушений сплошности среды.

Формул, подобных (2.2), предложено достаточно много. Никто не сомневается, что блоки существуют, споры ведутся о том, как их выделять, каковы размеры следующего блока в ряду иерархии по отношению к размерам предыдущего блока. Другими словами, существует проблема: каков принцип универсальной делимости геоматериалов и геосред? Мы привели формулу (2.2) как одну из первых. Она проста и дает хорошее качественное согласие с экспериментом.

К принципу универсальной делимости геоматериалов и геосред мы еще вернемся. Сейчас заметим только, что блоки – это не кирпичи, когда большой “кирпич” состоит из более мелких, а тот – из еще более мелких и т. д. Действительно, *позволительно говорить о блоке*, как некоем пространственно ограниченном объеме, *но правильнее говорить о масштабах разрушения и об иерархии масштабов*. Не следует понимать делимость буквально, как выламывание кирпичей или их совокупности из среды. Существует иной более тонкий принцип делимости – принцип *фрактальной делимости геоматериалов*

и геосред, к установлению которого мы пришли, изучая масштабы разрушения углей, и к обсуждению которого мы также вернемся позднее.

В работе [75] академик Е.И. Шемякин, на основании равенства накопленной потенциальной энергии деформации в объеме ($A^* = V \cdot A$, где A – удельная энергия деформации, V – объем) и поверхностной энергии разрушения ($E = \gamma S$, γ – удельная поверхностная энергия разрушения, S – поверхность разрушения), ввел в рассмотрение характерный линейный масштаб разрушения $l: VA = S\gamma$, что дает $l = V/S = \gamma/A = D_{кр}$, где $D_{кр}$ – критический размер области, в которой запас накопленной потенциальной энергии достаточен для образования новой поверхности. При этом размер тела R с простейшими формами (шара, куба, цилиндра), отделяемого от основного объема, должен превосходить первоначальный критический размер предыдущего уровня $D_{кр}$ в три раза.

Е.И. Шемякин рассуждает следующим образом. Шар имеет запас упругой энергии деформации $E = 4/3\pi R^3 A$, при свободном разрушении новая поверхность образуется по сфере $S = 4\pi R^2 \gamma$, отделяющей шар от остальной среды. Таким образом, только в шаре критического радиуса R запасается потенциальная энергия, достаточная для образования новой поверхности, и этот радиус в три раза превосходит критический размер предыдущего уровня. Действительно, поскольку $S = E$ на момент разрушения, то $4\pi R^2 \gamma = 4/3\pi R^3 A$, откуда $R = 3\gamma/A = 3D_{кр}$. Индукция по этому процессу позволяет продвигаться вверх по иерархической лестнице. Аналогичные результаты получаются и для других компактных тел (куба и цилиндра) [75].

Более того, автор делает вывод, что отклонение коэффициента делимости от 3 свидетельствует об отклонении блока от компактного. Следовательно, по отклонению A в (2.1) от 3 можно судить о коэффициенте формы блоков в иерархии. В [75] приведены примеры для параллелепипедов:

$$\text{набор 1. } R_1 = R, R_2 = 1/2R, R_3 = 2R \quad \text{дает } R = 3,5D_{кр},$$

$$\text{набор 2. } R_1 = R, R_2 = 1/5R, R_3 = 5R \quad \text{дает } R = 6,2D_{кр},$$

т. е. коэффициенты делимости в приведенных примерах равны 3,5 и 6,2 соответственно. Таким образом, даже заметное отклонение блока от компактной формы дает значение коэффициента делимости A в (2.1), близкое к 3 (набор 1). Этот факт разъясняет, почему так хорошо работают соотношения (2.1) и (2.2).

Приведенные примеры расчета коэффициента делимости получены Е.И. Шемякиным из следующих соображений.

Например, в первом случае при $R = 3,5D$ можно записать соотношения

$$\frac{R}{D} = \frac{1}{0,5} + 1 + \frac{1}{2} = 2 + 1 + 0,5 = 3,5. \quad (2.3)$$

В общем случае, если положить $R_1 = R$, $R_2 = nR$ и $R_3 = mR$ (т. е. $R_1 \neq R_2 \neq R_3$), получается формула

$$\frac{R}{D} = \frac{1}{m} + 1 + \frac{1}{n}, \quad (2.4)$$

которая, по мнению Е.И. Шемякина, дает коэффициент $a = \frac{R}{D}$, определяющий, во сколько раз следующий некомпактный блок (блок, у которого три его измерения имеют разные значения) больше предыдущего. Другой важный вывод состоит в том, что наверняка блоки будут некомпактными, и следует принимать во внимание коэффициент формы.

Так как разрушение идет по поверхности S , ограничивающей объем V , то рассуждения Е.И. Шемякина следует применить к пространству размерности $D = 2$. В этом случае можно получить два масштаба: масштаб следующей, сопряженной, системы трещин с множителем K_1 и масштаб следующего блока иерархии с коэффициентом делимости K_2 : $K_1 = 1 + \frac{1}{1,618} = 1 + 0,618 = 1,618\dots$, или $K_1 = 1 + 0,618 = 1,618\dots$ – переход к сопряженной системе, $K_2 = 1 + \frac{1}{0,618} = 1 + 1,618 = 2,618\dots = 1,618 + \frac{1}{1} = 2,618$ – новый блок.

В приведенном примере в качестве отношения сторон блока взято число золотого сечения Φ , а в качестве a – Φ^2 . Об этом подробнее говорится далее.

Итак, мы анализируем не объем, а поверхность, т. е. масштаб разрушения. Заметные отклонения коэффициента делимости от 3 в [78] побудили так организовать обработку экспериментов [43], чтобы можно было определить коэффициент формы, тем более что оптические изображения поверхностей изломов свидетельствовали об удлиненной форме образовавшихся блоков [42, 43]. Найденный коэффициент формы для девяти разных образцов из разных угольных пластов менялся в пределах от 1,2 до 4,5. Среднее значение отношений сторон блока оказалось близким к 1,6 (что и побудило нас в приведенном выше примере взять за коэффициент формы число Φ). Поразительно, что средний коэффициент делимости a также оказался практически равным универсальной постоянной делимости твердых тел $\sim 2,4-3,0$. Среднее отношение размеров последующего блока к предыдущему оказалось близким к 2,6. Этот результат мы тогда трактовали следующим образом. Удлиненный элемент (в среднем) содержит три компактных блока, но это не совсем точно. Блоки – не кирпичи, из которых состоит геосреда. О том, как устроена геосреда и каковы численные значения коэффициентов делимости, речь пойдет дальше.

2.1.3. Деструкция пластичных сред

Анализ локализации деформации и разрушения пластичных материалов, т. е. их деструкции, обычно проводится на основе методов определения кон-

центрации, распределений и размеров повреждений разных масштабов [61, 79–81]. В качестве меры поврежденности среды используется концентрация сходных (близких по размеру) повреждений (дефектов, трещин). В качестве удобной критериальной величины используется безразмерная величина M , представляющая собой среднее расстояние между трещинами ($M = L/l$, где L – среднее расстояние между трещинами, l – их средняя длина).

Установлено, что практически для всех пластических и хрупких материалов – металлов, сплавов, горных пород и геосред, полимеров и композитов – при различных условиях нагружения

$$M \approx a \approx 3 \text{ (или } \approx e), \quad (2.5)$$

где a – универсальная постоянная, близкая к 3 (но обычно меньшая 3). Часто полагают (из соображений красоты) [61], что $M = e$ (e – основание натурального логарифма).

Условие $M = a \approx e$ называют концентрационным критерием укрупнения трещин [61]. Работоспособность концентрационного критерия разрушения изучена не только для широкого круга материалов, но и проверена в большом диапазоне линейных размеров трещин (от 100 Å до десятков километров, т. е. в диапазоне ~ 12 порядков) при вариации концентрации трещин приблизительно на 30 порядков [61], причем во всех случаях относительное среднее расстояние между трещинами на момент разрушения (или укрупнения) близко к трем.

Таким образом, на основе совершенно иных физических соображений и другими средствами получен результат, полностью совпадающий с принципом универсальной делимости геоматериалов и геосред (2.1), (2.2), т. е. $A = a$. Такое совпадение не может быть случайным.

С.Н. Журков с сотрудниками [61] рассматривают процесс формирования укрупненных трещин как возникновение новой стадии структурной самоорганизации разрушаемого твердого тела, а самому концентрационному критерию разрушения (или укрупнения трещин) придают статистический смысл. Расчеты, выполненные разными авторами, показали, что дальние действия концентраторов напряжений, возникающих в вершинах соседних трещин, недостаточно, чтобы трещины слились на расстояниях, равных их утроенной длине.

Традиционное объяснение сводится к следующему. В силу высокой общей концентрации трещин за счет флуктуаций в объеме всегда образуются области, в которых концентрация трещин (дефектов, повреждений) окажется существенно выше, и трещины укрупнятся. Средняя же предельная концентрация отвечает критерию (2.5).

На наш взгляд, фундаментальное значение этих результатов заключается не в выяснении роли концентраций повреждений в объеме, а в том, что эти результаты позволяют говорить о последовательности (иерархии) масштабов разрушения. Технология же подсчета концентрации трещин какого-либо мас-

штаба позволяет устанавливать как сами масштабы разрушения, так и их отношения в иерархическом ряду. Критерий укрупнения трещин означает, что подъем вверх по иерархической лестнице не просто ведет к более крупным трещинам, а устанавливает, что следующие в иерархии блоки будут приблизительно в три раза крупнее предшествующих. Таким образом, переосмысление концентрационного критерия укрупнения трещин в рамках принципа универсальной делимости геосреды и геоматериалов (восходящего к работам М.А. Садовского [52] и В.В. Пиотровского [73]) приводит к тем же результатам, что и соотношения (2.1) и (2.2), но уже для любых материалов и сред. Такая трактовка концентрационного критерия укрупнения трещин полностью снимает проблему слияния трещин размером L на расстояниях $3L$ и означает, что трещины разных (соответствующих) масштабов локализируются на поверхностях, как бы оконтуривая следующие в ряду иерархии блоки.

В работе [79] анализируются распределения дефектов и изучается структура ансамблей нанодефектов на поверхности нагружаемых металлов (меди, золота и молибдена). Показано, что установленное распределение дефектов по размерам имеет универсальный характер, который отражает оптимальность свойств ансамблей дефектов как диссипативных структур (принцип максимума энтропии). Это очень важный результат, подтверждающий, что деформируемый материал эволюционирует по законам синергетики. Причем для точного описания распределения дефектов необходимо использовать не одно, а два распределения (в выбранном диапазоне масштабов), т. е. речь идет о двух последовательных масштабах. Отношение средних размеров дефектов в распределениях и отношения стандартных энергий их образования оказалось *близким к трем*. Опять очень важный результат. Ключевое значение имеет энергия образования дефекта (трещины или повреждения) соответствующего масштаба. Авторы пишут: «Этот результат трудно интерпретировать в рамках классической кинетики. В следующей работе мы намерены представить модель, которая объясняет “магическое” число 3».

Более того, расчетное значение L/d , где L – среднее расстояние между дефектами, а d – их средний размер, оказалось приблизительно равным e ($L/d = 2,6-2,8$). Авторы отмечают, что такое же отношение $L/d \approx e$ было установлено и для трещин перед их разрушением [Там же], и далее пишут: “По-видимому, в этих условиях структура ансамблей трещин также близка к термодинамически оптимизированной”, другими словами, является диссипативной структурой.

В последующих работах этих авторов [80, 81] подробно изучались ансамбли дефектов и энергии их образования на поверхности нагруженных меди и молибдена. Во всех случаях отношения последовательных размеров дефектов d_i и энергий u_i оказывались близкими к 3: $a = \frac{u_{i+1}}{u_i} = \frac{d_{i+1}}{d_i} \approx 2,7 - 3$ [Там же].

Самый важный, на наш взгляд, результат этих работ заключается в том, что энергии иерархий дефектов оказались *квантованными* по тому же закону, что и масштабы дефектов.

Но становится “все теплее”, мы все ближе к универсальному числу. Сначала было 3, затем $e \approx 2,7\dots$, затем $2,6-2,7$ ($3 \rightarrow e = 2,7 \dots \rightarrow 2,6-2,7$), которое, как мы покажем далее, есть квадрат Φ : $A = a = \Phi^2 = (1,618\dots)^2 = 2,618\dots$ Φ – число золотого сечения ($\Phi = 1,6180339887\dots$, $\Phi^2 = 2,6180339887\dots$).

Напомним, что число, близкое к $\Phi = 1,618\dots$, а именно 1,6, мы получили как среднее отношение сторон некомпактного блока, о чем подробнее будет сказано ниже.

В работе [82] изучается динамическая долговечность девяти металлов в диапазоне времен $t < 10^{-6}$ с ($t \approx 10^{-9}-10^{-8}$ с), которая сравнивается с квазистатической долговечностью. При варьировании времени разрушения на 15 порядков – от 10^7 до 10^{-8} с – для всех металлов получена единая кривая долговечности в универсальных координатах (рис. 2.1). Отношение критической

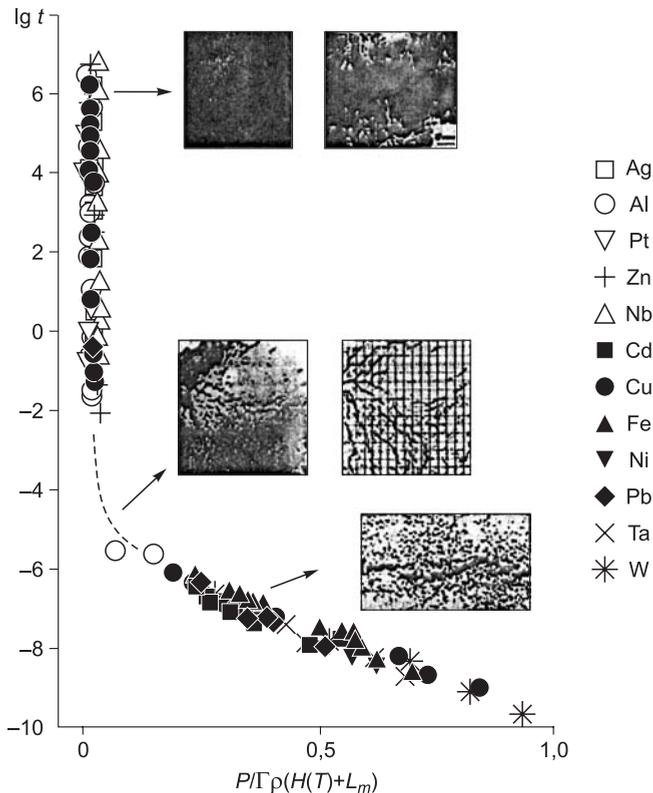


Рис. 2.1. Зависимости долговечности (t) ряда металлов в универсальных координатах.

Табличные: $\rho(T, P)$, $H(T)$, $\Gamma(T, P)$, L_m . Измеряемые: $E = P/\Gamma\rho$, H – энтальпия, Γ – параметр Грюнрайзена, ρ – плотность материала [82].

плотности поглощенной материалом энергии (приводящей к разрушению) к энергетическим параметрам кристаллической решетки (теплоте фазового перехода и энтальпии) оказалось инвариантом поведения изученных металлов по отношению к внешним воздействиям.

Эти результаты свидетельствуют как о пространственно-временной универсальности процесса разрушения, так и о том, что универсальным параметром порядка является подводимая к нагружаемому материалу энергия. При достижении подводимой энергией некоторого критического значения процесс разрушения распространяется на следующие большие масштабы. В работе [82] делаются и другие важные выводы об автомодельности процесса разрушения и его независимости от способа нагружения и геометрии.

К настоящему времени накопилось много данных, из которых следует, что в самоорганизующейся (синергетической) системе критические параметры, контролирующие устойчивость системы вблизи точек бифуркации, оказываются инвариантными к виду подводимой энергии. Это наводит на мысль, что использование энергии плавления, как необходимой для разрушения, вполне оправдано. К подобным выводам приходит и В.С. Иванова с соавторами [40, 41].

В работе [82] исследованы также каскады центров разрушения, которые, по данным авторов, являются фрактальными кластерами, а процесс разрушения на заключительной стадии контролируется *концентрационным критерием* на всех рассматриваемых масштабах линейных размеров [82, 83]. По мнению авторов [82], наблюдаемая универсальность обусловлена самоподобием и пространственно-временной самоорганизацией в ансамблях центров разрушения в изученных диапазонах, превышающих четыре порядка по размерам.

К подобным выводам приходят и авторы работы [84], которые утверждают, что анализ накопления несплошностей с точки зрения общих закономерностей процесса разрушения в различных материалах, включая металлы, неметаллы и горные породы, показывает, что эти закономерности оказываются подобными и не зависят от природы материала и рассматриваемого масштабного уровня. На различных масштабных уровнях разрушения остается неизменной стадийность процесса повреждаемости среды (накопление микродефектов, полос скольжения, пор, микротрещин и макродефектов развивается подобным образом).

Расчеты значения концентрационного критерия, записанного в форме

$$K = N^{-1/3}/L \quad (2.6)$$

(L – длина трещины, N – концентрация трещин) для малоуглеродистой стали [84], показали, что в точке перегиба зависимости для концентрации трещин от их размера (что равносильно достижению концентрации трещин критической величины) приводят к снижению K в (2.6) приблизительно в три раза. Но это как раз и означает увеличение в три раза средней характерной длины трещин L и переход разрушения на следующий масштаб в ряду иерархии.

Традиционно трещину принято рассматривать как линейный объект. Она распространяется в среде, увеличиваясь в размерах под действием приложенных к телу нагрузок (трещина Гриффитса). Но есть другая сторона проблемы, связанная с процессом деструкции объемов нагружаемого материала, в котором накопление повреждений разных масштабов упорядочено.

Разрушение в объеме не есть просто процесс рассеянного накопления повреждений, зарождения и роста систем единичных трещин. Рассеянное накопление повреждений очень быстро сменяется их локализацией. Это также многоуровневый процесс диссипации в объеме подводимой к телу энергии, который термодинамически оптимизирован, что и приводит к образованию в деформируемом теле иерархий субструктур (объемных блоков) с определенным соотношением размеров формирующихся объемов (блоков) в ряду иерархии.

А так как разрушение развивается в объеме, то “трещины”, дефекты, полосы локализованной деформации (или их системы) будут уже образовывать поверхности (замкнутые либо нет), оконтуривающие определенные объемы. Именно с этих позиций необходимо переосмыслить все накопленные данные по разрушению прочных сред для понимания процессов деструкции твердых тел.

В связи со сказанным, концентрационный критерий не имеет отношения собственно к концентрации трещин (это один из физических способов анализа разрушения – подсчет числа повреждений и их распределений) и означает не просто увеличение линейного размера трещин в три раза, а свидетельствует о формировании объемного структурного элемента, дефекта (блока, консолидированного или нет) в ряду иерархии, средние линейные размеры которого приблизительно в три раза больше предшествующего. Всё сказанное в полной мере относится и к пластической деформации, которая на уровне элементарных актов есть не что иное, как специфическое нарушение межатомных связей, т. е. деструкция материала.

В объеме пластичного материала, как и в хрупкой геосреде, будут формироваться поверхности локализованной деформации, в которых деструкция материала существенно выше. Пространственные поля таких повреждений образуют иерархию блоков в пластичном материале, соотношения размеров которых в иерархии приблизительно удовлетворяют концентрационному критерию (2.5) или (2.6), а значит, и универсальному принципу делимости материалов и сред (2.1), (2.2). Естественно, пока речь идет о качественной стороне вопроса. То, что $A = a = \Phi^2 \approx 2,618\dots$ есть универсальная постоянная фрактальной делимости твердых тел при их разрушении, как уже говорилось, будет показано ниже. Здесь также уместно предостеречь от тривиального понимания блока, как объема, ограниченного системой сопряженных полос [54]. Только поля поверхностей (полос в двухмерном случае) локализованной деформации разных масштабов в ряду иерархии формируют блоки как специфические образования соответствующих масштабов. И этот процесс нельзя рассматривать вне динами-

ки нагружения материала, поскольку он полностью определяется развитием конкретного деформационного процесса. Существенное отличие пластичных сред (прежде всего, металлов) от геоматериалов и геосред заключается в том, что формирующаяся в этих средах иерархия блоков остается консолидированной вплоть до разрушения, т. е. до разделения материала на части, а стадия предразрушения (неупругой пластической деформации) – существенно больше.

Реологические особенности нагружаемых сред (макроскопическая точка зрения) накладывают свои отпечатки на форму образующихся блоков (например, блоков мезоскопического масштаба, которые значительно легче наблюдать). Так, в пластичных материалах их форма близка к кубам или параллелепипедам, в то время как в геосреде, где значительны проявления дилатансии и внутреннего трения, форма блоков ближе к параллелограммам. Это подтверждают и поля сопряженных линеаментов (трещин), которые не часто образуют прямые углы [54] (рис. 2.2).

На рис. 2.2,*a* мы видим поля линеаментов разных масштабов, и если и выделять блоки, то надо выделять несколько последовательных систем блоков разных масштабов в ряду иерархии. “Играть” при нагружении могут разные, взаимосопряженные системы трещин или разные блоки, в зависимости от величины и скорости подводимой энергии.

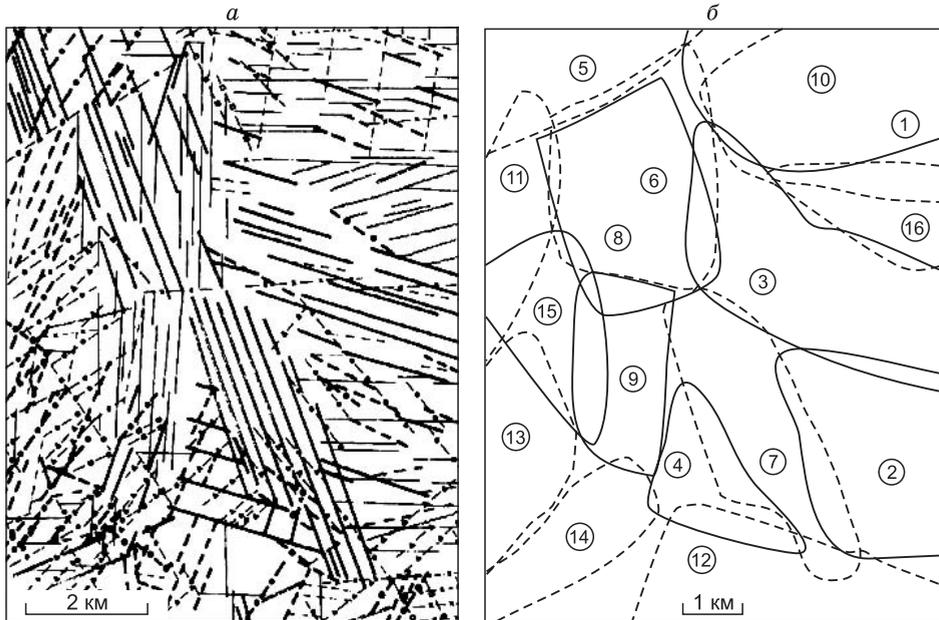


Рис. 2.2. Схема линеаментов (*a*) участка западного разрыва, связанного с землетрясением 28 октября 1983 г. в Центральном Айдахо, США (разными линиями показаны линеаменты различных систем). Схема выделенных блоков (1–16) с различными системами рисунка поля линеаментов (*б*), по Г.Г. Кочаряну, А.А. Спиваку [54].

2.1.4. Масштабный эффект как результат эволюции систем разных размеров под нагрузкой

В рамках теории многоуровневых иерархических систем и пространственно-временной самоорганизации элементов структуры деформируемого материала (среды) находят объяснение многочисленные и хорошо известные проявления так называемого масштабного эффекта. Хорошо известно, что по поведению и прочностным характеристикам стандартного образца, существенно меньшего размера, чем исследуемый более крупный объект, нельзя судить о его прочности и поведении. Прочность, например, крупногабаритной оболочечной конструкции (имеется в виду цельнометаллическая конструкция) существенно ниже, чем ее малых моделей, изготовленных по правилам физического моделирования. Объяснение, что большая конструкция обязательно должна содержать различные технологические дефекты и статистика их непредсказуема, является неудовлетворительным. Современные высокие технологии позволяют создавать подобные конструкции очень высокого качества, если малые образцы, взятые для испытаний из любой части конструкции, показывают высокие и стабильные прочностные характеристики.

Здесь возможен анализ только с позиций теории систем (в данном случае пространственно-временной иерархии блочных систем). Крупногабаритная конструкция отделена от масштаба образца несколькими (часто многими) промежуточными масштабами, которые вовлекаются в деформационный процесс при ее нагружении. Формирование новых блоков иерархии, бифуркации различного рода или, иными словами, эволюция более сложной иерархической системы с существенно большими возможностями диссипировать подводимую энергию за счет проявления коллективных явлений и самоорганизации приведут к результатам, заметно отличающимся от поведения малого образца, что и наблюдается в опытах.

Более сложная система всегда менее надежна, в ней больше каналов, способных оптимизировать процесс диссипации энергии, поэтому и прочность крупного элемента (образца, геобъекта) будет ниже, чем прочность малого образца, взятого для испытания. Классическим примером являются сверхпрочные микрочастицы металлов, так называемые “усы”. Дело не только в том, что они обладают почти идеальной кристаллической решеткой (с точки зрения физики), но и в том, что они не обладают сколько-нибудь развитой и способной к эволюции структурой, находясь на самом нижнем ярусе иерархической лестницы (с точки зрения теории систем).

В геодинатике и геофизике в понятия “геоматериал” и “геосреда” вкладывается разный смысл. Деформационные свойства геосреды отличаются от деформационных свойств геоматериала, что отмечено даже в том случае, когда протяженные участки земной коры слагаются из определенного и хорошо изученного конкретного геоматериала. Имеет место тот же масштабный эффект.

Таким образом, понятие геологического времени (с позиции релаксационных свойств объектов) применимо только к геосредам соответствующих (достаточно больших) масштабов. Оценки показывают, что реология геосред на геологических временах от миллионов до сотен миллионов лет приводит к значениям вязкости порядка $\eta = 10^{17} - 10^{22}$ Па·с. Указанные значения вязкости и отвечающие им времена релаксации ($t_p = \eta/G$) присущи только геосреде и принципиально не могут быть получены непосредственно из опытов, выполненных на образцах в лаборатории.

Таким образом, геосреда принципиально не сводима к геоматериалу и представляет собой более сложную пространственно-временную иерархическую систему.

Рассматривая деформируемое твердое тело или прочную среду как иерархически организованную (блочную) систему, элементы которой распределены по уровням согласно их пространственно-временным масштабам, последовательность характерных пространственных масштабов можно качественно оценить, используя соотношения, подобные (2.1), (2.2), или иным способом.

Установление соответствующего ряда характерных времен релаксации, связанных с выбранным для анализа пространственным масштабом, представляет более сложную проблему. Так, например, дислокационные механизмы, обеспечивающие релаксацию напряжений во фронте ударной волны в металлах, приводят к характерным временам релаксации $\sim 10^{-9} - 10^{-7}$ с [85, 86]. Непосредственно за фронтом ударной волны, где начинают играть заметную роль коллективные явления, времена релаксации на 2–3 порядка выше и равны $\sim 10^{-6}$ с [87, 88]. В работе [79] не приводятся характерные времена релаксации наблюдаемых на поверхностях металлов дефектов, но отмечается, что “мельчайшие” дефекты (5–50 нм) быстро релаксируют, в то время как время жизни крупных квазистационарных дефектов на 3–4 порядка больше.

Установление иерархии характерных времен релаксации для изучаемых масштабов деструкции крайне важно для понимания процессов и механизмов деформации как пластических сред, так и геоматериалов и геосред, и эта сложная задача ждет своего решения. Особенно важно знание характерных времен релаксации на разных масштабах для оценок времени развития нестационарного процесса и выхода его на режим с обострением. Другими словами, *знание времени релаксации необходимо для прогноза возможностей развития различных катастрофических явлений.*

Предложенный Б. Мандельбротом и Уоллисом R/S -анализ [32, 33], примененный к обработке сигналов наблюдений многих природных явлений, показал, что эти экспериментальные сигналы имеют *фрактальную зависимость от времени*, а значит, позволяют установить соответствующую иерархию характерных времен, связанных с соответствующими пространственными масштабами.

2.1.5. Медленные движения, их связь с блочной организацией геосреды и материалов

В физике пластичности достаточно хорошо изучено такое явление, как зарождение и распространение фронтов Людерса, которые наблюдаются в металлах со скоростями на несколько порядков меньшими, чем скорость звука. Перед фронтом Людерса материал находится в упругом состоянии, за фронтом – в пластическом. В геосредах исследователи давно наблюдают специфические деформационные процессы, для которых скорости распространения возмущений на много порядков меньше скорости звука и которые называют “медленными движениями”. Аналогами их, по-видимому, могут служить фронты Людерса в металлах. Так называемые медленные движения в геосредах – явление плохо изученное. Именно по этой причине свою работу [46] С.В. Гольдин с соавторами назвали: “Медленные движения – миф или реальность?” В этой работе 2002 года обобщены практически все известные к тому времени проявления деформационных процессов в геосредах, которые можно отнести к классу медленных движений.

На наш взгляд, и фронты Людерса в металлах, и многие подобные явления, обусловленные деформацией или накоплением повреждений и разрушением, например, волны разрушений, и медленные движения в геосредах можно отнести к одному классу деформационных явлений – явлений с очень маленькой скоростью распространения возмущений, на несколько порядков меньшей скорости звука в сплошной среде. (С.В. Гольдин с соавторами говорит о скоростях распространения медленных движений порядка 10^{-3} – 10^{-7} от скорости звука в геосреде.)

К классу медленных движений в деформируемых средах можно отнести и поверхностные “волны локализации пластической деформации”, наблюдаемые для широкого круга металлов и сплавов [89, 90]. Для них установлены основные характеристики: зависимости скорости распространения от коэффициента деформационного упрочнения, закон дисперсии, зависимости длины волны от размеров зерен и масштаба образца [89].

Предложенная авторами [89] модель этого явления фактически опирается на блочное иерархически организованное пространственно-временное распределение структурных элементов деформируемой среды: “...деформируемая среда представляется как мозаика по-разному деформированных областей, отдельные элементы которой продеформированы и напряжены по-разному”.

Перераспределение в нагружаемой среде накопленной ею энергии деформации (не исключаются и другие виды энергии, например, фазовых переходов, тепловой и т. д., и их трансформации в энергию механического движения) может породить (и порождает) в иерархии блоков огромное разнообразие медленных движений [91–93]. Фронтальное вовлечение в деформационный процесс и перераспределение энергии для блоков определенной последова-

тельности масштабов зависит, по-видимому, от многих факторов и, несомненно, от граничных условий: наличия концентратора соответствующей мощности, выделения энергии в среде (к примеру, мощности взрыва). Такие фронты деформационных волн есть результат коллективных явлений, связанных с коррелированными подвижками блоков в иерархии.

В работе [92], где анализируется подобное явление смещения геоблоков от технологического взрыва, отмечен очень важный факт. При регистрации “волны смещений” было замечено, что на определенном расстоянии от очага взрыва (~32 м в данных опытах) при массе взрывчатого вещества (ВВ) в 200 кг волна смещений с характерной для данных условий скоростью волны $v \approx 0,57$ м/с регистрировалась, а при массах ВВ, равных 90, 100 и 130 кг, – не фиксировалась. Эти измерения не только подтвердили гипотезу о том, что медленные движения есть результат перераспределения энергии и подвижки блоков определенных масштабов в нагружаемой геосреде, но и позволили авторам работ [92, 93] оценить характерный размер блоков, реагирующих на данные технологические взрывы. Этот размер оказался равным 40–50 см.

В связи с этим возникает следующий вопрос: не составляют ли энергии регистрируемых землетрясений некоторый характерный для данного региона дискретный ряд, означающий, какой масштаб блочной системы был вовлечен в процесс подвижек?

Уравнения, описывающие распространения фронтов подобных медленных движений, могут быть обычными (параболическими, в общем случае – нелинейными) уравнениями переноса (переноса тепла, диффузии и т. д.), т. е. иметь вид:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial F}{\partial x} \right) + Q. \quad (2.7)$$

Здесь A – нелинейный транспортный коэффициент, Q – мощность нелинейного источника.

Вместе с уравнениями, выражающими законы сохранения массы, импульса и энергии (динамические уравнения упругопластичных сред, которые описывают обычные движения в сплошной среде и обеспечивают как накопление упругой энергии в нагружаемой среде, так и перераспределение напряжений со звуковыми скоростями), уравнения (2.7) составляют систему уравнений смешанного типа. Решение подобной системы наряду с обычными звуковыми волнами должно содержать и медленные движения.

Решение системы уравнений смешанного типа представляет определенные трудности, в том числе и принципиального характера. Во-первых, подобные системы уравнений практически не изучены, нет удовлетворительных подходов к их численному решению. Во-вторых, необходимо преодолеть трудности чисто технического характера. Для того чтобы проследить медленную волну, скорость которой на много порядков меньше скорости звука, в упруго-

пластической нагружаемой среде, где наряду с “медленными деформационными волнами” (если таковые обнаружатся) распространяются и обычные “быстрые возмущения” (волны напряжений, которые движутся со скоростями звука, запускают и поддерживают медленные возмущения деформационной природы), необходим сверхмощный компьютер. Чтобы проследить возникновение и распространение медленных деформационных процессов, развивающихся на фоне обычного упругопластичного деформирования, в течение которого звуковые волны пройдут по среде многие тысячи раз, наличия только суперкомпьютера недостаточно. Необходимо также обеспечить высокую точность численных расчетов, чтобы накопление ошибок округления находилось в приемлемых нормах. Это задача будущего.

Однако очень полезными могут оказаться *качественные тестовые расчеты*, в которых обычные быстрые возмущения в упругопластической среде распространяются со звуковыми скоростями, а скорости медленных возмущений завышены на несколько порядков и составляют 10^{-2} – 10^{-3} от скорости звука. Такие качественные расчеты могут помочь понять условия зарождения и особенности распространения “медленных” деформационных фронтов.

В работах [30, 94, 95] приведены решения для зарождения и распространения полос локализованной деформации, в частности, для фронтов Людерса, полученные на основе комбинированного подхода. Предложена и реализована методика, которая совмещает решение системы уравнений, выражающих законы сохранения континуальной механики, и дискретный метод клеточных автоматов. Такой подход позволяет проследить за формированием и распространением медленных фронтов деформаций наряду с корректным расчетом обычных волн напряжений, которые распространяются со скоростью звука. Эти расчеты следует рассматривать как тестовые. Они позволили ответить на принципиальный вопрос о возможности развития в нелинейной прочной среде медленных деформационных процессов, распространяющихся в виде фронтов. Во всех представленных расчетах скорости таких фронтов на 2–3 порядка меньше скорости звука, что носит не принципиальный характер, а определяется возможностями используемых персональных компьютеров.

На рис. 2.3 и 2.4 показаны схема неоднородного образца и тестовые расчеты распространения фронта повреждений вдоль сформировавшегося разлома.

Суммируя вышесказанное, можно сделать следующие выводы.

Представление процесса деструкции нагружаемых твердых тел и сред как пространственно-временной эволюции иерархически организованной блочной системы позволяет анализировать их деформацию и разрушение в рамках единой концепции, с позиций теории нелинейных динамических систем. Характерной особенностью таких пространственно-временных иерархий являются коллективные явления и процессы самоорганизации.

Блочная организация деформируемых твердых сред понимается не как изначально заданная структура, а как возникающая в результате самооргани-

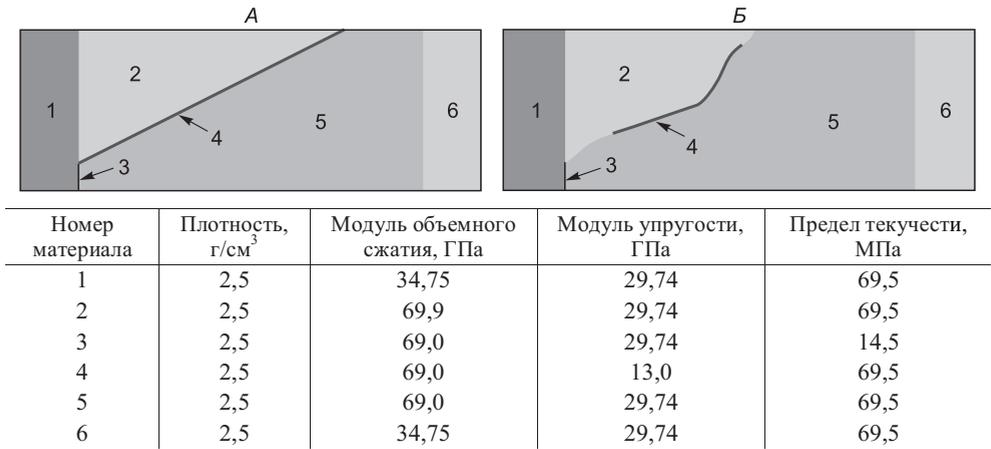


Рис. 2.3. Образцы *A* и *B* из неоднородных материалов (1–6). Левый и правый края образцов в жестких захватах, нижняя и верхняя границы свободны.

A – образец сжимается слева и справа; *B* – образец растягивается влево и вправо. Размеры образцов 36,3 × 12,5 см. Параметры материалов образцов одинаковы для *A* и *B*.

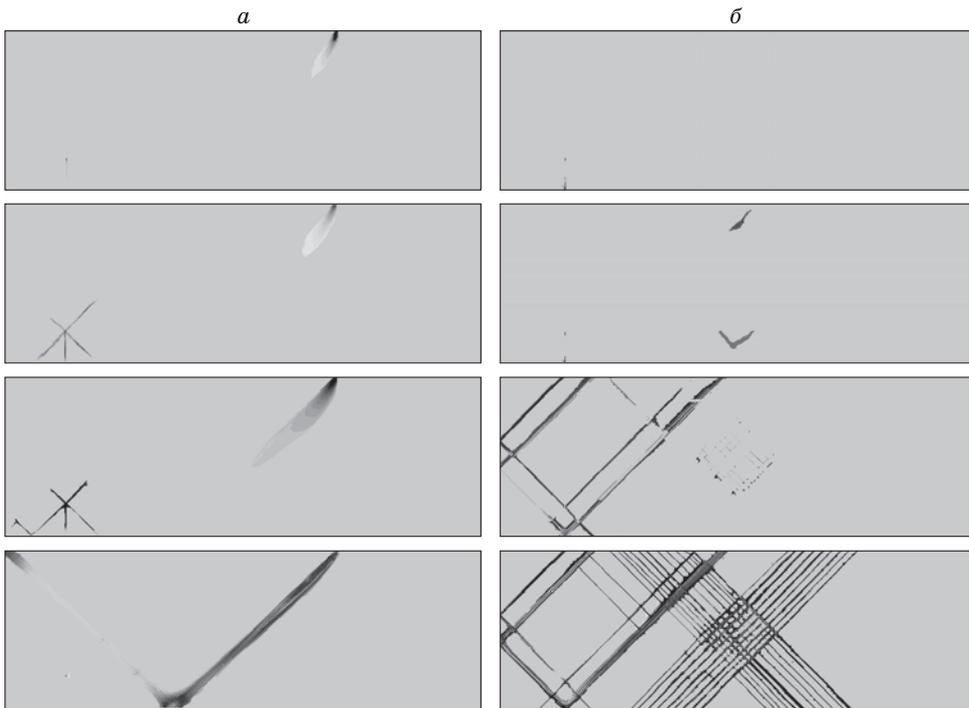


Рис. 2.4. Тестовые расчеты образования фронтов повреждения (показаны стадии движения медленных фронтов деформации):

a – сформировался новый разлом, вдоль которого и распространяется фронт повреждений со скоростью приблизительно на три порядка меньше скорости звука; *b* – такой фронт не образовался, наблюдается картина формирования полос локализованных повреждений и образование блоков.

зации и проявляемая в процессе деформирования материала как системы. Развивая эту мысль, можно утверждать, что в нагруженной консолидированной среде многие блоки разных порядков существуют как потенциальные, еще не полностью сформировавшиеся структурные образования, которые проявляются только в процессе деформации и разрушения материала. В связи с этим не все потенциально возможные блоки могут проявить себя при заданных условиях деструкции материала.

Перспектива изучения деструкции твердых тел видится в движении от стохастических методов анализа разрушения к анализу поведения и эволюции пространственно-временных иерархических (блочных) систем с позиций синергетики.

В качестве методов теоретического анализа поведения таких систем перспективной является разработка комбинированных методов и моделей на основе методов механики сплошных сред и дискретных “миров” многоуровневых клеточных автоматов.

Многочисленные проявления так называемых медленных движений – специфических волн деформаций и повреждений – находят свое объяснение, если понимать их как эволюционные процессы в нагружаемой блочной системе, порожденные возникшим дальнодействием и коррелированным поведением многих элементов. В пластичных материалах это хорошо известные фронты Людерса и Портвена–Ле Шателье.

Накопление энергии в такой иерархически организованной блочной среде, ее активация, релаксационные процессы и перераспределение, несомненно, обладает рядом специфических черт. Фундаментальным свойством блочной системы является высвобождение накопленной энергии дискретными порциями, величина которых обусловлена масштабом блоков в иерархии, вовлеченных в деформационный процесс.

Масштаб и дальнодействие таких медленных движений, по-видимому, и регулируются величиной порции высвобождающейся энергии или подводимой к среде энергии при активном деформировании.

2.2. МАСШТАБНЫЕ УРОВНИ ПОВЕРХНОСТЕЙ РАЗРУШЕНИЯ УГЛЯ

2.2.1. Замечания о фрактальных методах анализа поверхностей изломов твердых тел

Известно, что многие природные и искусственно созданные объекты часто характеризуются сложной и нерегулярной формой на разных масштабных уровнях. Математическое описание особенностей геометрии таких объектов должно отражать основные черты рельефа поверхности и выражать их в количественных терминах. Однако при решении этой задачи с использованием мер евклидовой геометрии, таких как длина, площадь, объем, исследователи встретились с большими трудностями.

Примером объектов со сложной формой могут служить поверхности разрушения твердых тел. Исследование шероховатости поверхностей разрушения и их количественная аттестация на разных масштабных уровнях необходимы для понимания механизмов разрушения материалов [96]. В свою очередь, количественные характеристики могут служить входными параметрами для построения моделей процессов разрушения.

Традиционно считается, что поверхности разрушения образуются в результате случайных процессов, поэтому в поверхностной метрологии для их количественной характеристики используют разнообразные статистические параметры: высотные, угловые, пространственные [97, 98]. Так, для характеристики отклонения поверхности от среднего уровня используют среднее арифметическое отклонение профиля, высоту неровностей по десяти точкам, наибольшую высоту профиля. Однако было установлено [Там же], что получаемые параметры сильно зависят от числа точек и разрешения измерительного инструмента и поэтому не являются универсальными. Кроме того, как показали измерения шероховатости 23-х типов поверхностей, охватывающих около восьми декад длины [99], спектр мощности корреляционной функции высот подчиняется степенному закону. Это означает, что, как и ожидается для случайных гауссовых процессов, дисперсия высоты поверхностных профилей увеличивается с размером поверхности. Следовательно, инструменты с различным разрешением и различной базой измерения дадут различные значения статистических параметров для одной и той же поверхности.

Таким образом, основная проблема традиционных методов аттестации шероховатости поверхностей состоит в том, что хотя грубая поверхность содержит шероховатость в широком диапазоне масштабов длины, характеристические параметры зависят только от нескольких специфических масштабов, в том числе таких, как инструментальное разрешение или база измерения. Логичным решением этой проблемы является использование масштабно независимых параметров. Такое описание возможно в рамках фрактальной геометрии, которая была предложена и развита Б. Мандельбротом [100]. Для понимания важности этой новой области математики для аттестации грубых поверхностей необходимо представлять формальные основы фрактальной геометрии.

Евклидова геометрия описывает упорядоченные объекты, такие как точки, кривые, поверхности и кубы, используя размерности 0, 1, 2 и 3 соответственно. С каждой размерностью ассоциируется мера объекта – длина линии, площадь поверхности и объем куба. Эти меры инвариантны по отношению к единице измерения, подразумевая, что длина линии остается независимой от того, какая единица измерения используется – сантиметр или микрон. Фрактальная геометрия [Там же] описывает геометрические объекты в терминах дробной, нецелой размерности, которая может изменяться от 0 до 3, включая как частный случай целочисленные значения размерностей евклидовой геометрии. Такие объекты называются фракталами.

Строгого определения фрактала не существует. По Б. Мандельброту, “фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому” [Там же]. В этом определении выражено наиболее важное свойство фракталов – самоподобие, или инвариантность относительно масштабных преобразований. Самоподобие означает, что фрактал выглядит одинаково, в каком бы масштабе его не наблюдали. По другому определению “фракталом называется множество, размерность Хаусдорфа–Безиковича которого строго больше его топологической размерности” [32, 100]. Размерность Хаусдорфа–Безиковича позволяет расширить понятие размерности на фрактальные объекты, хотя несколько сужает множество объектов, обладающих фрактальными свойствами [32].

Обсудим, какой смысл вкладывается в понятие фрактальной (дробной) размерности. Длина линии L может быть измерена путем ее разбиения на малые единицы длиной ε и подсчета числа таких единиц

$$L = \Sigma \varepsilon^1. \quad (2.8)$$

Аналогично площадь поверхности измеряется путем ее разбиения на малые квадраты размером $\varepsilon \times \varepsilon$ и подсчета их числа

$$A = \Sigma \varepsilon^2. \quad (2.9)$$

Необходимо отметить, что в выражениях (2.8) и (2.9) показатели 1 и 2 соответствуют топологической размерности объектов. Общим свойством этих мер – длины и площади – является то, что они не зависят от единицы измерения ε и в пределе (при $\varepsilon \rightarrow 0$) остаются конечными и не равными нулю. Понятие евклидовой меры и размерности может быть обобщено в форме

$$M = \Sigma \varepsilon^D, \quad (2.10)$$

где M есть мера, а D – действительное число. Показатель степени D – это размерность объекта, если она делает меру M не зависящей от единицы измерения ε в пределе при $\varepsilon \rightarrow 0$. Это простое определение размерности Хаусдорфа, тогда как более строгое определение можно найти в [32, 100, 101].

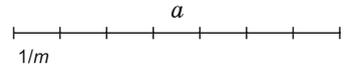
В противоположность обычному представлению, приведенное обобщение (2.10) позволяет размерности объекта принимать нецелочисленные значения. Если в доказательство вышесказанного допустить, что объект разбит на N равных частей, то уравнение (2.10) может быть переписано как $M = N\varepsilon^D$. Поскольку мера инвариантна по отношению к единице измерения, из этого следует, что

$$N \sim \varepsilon^{-D}. \quad (2.11)$$

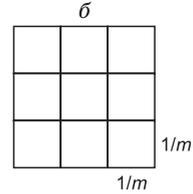
Теперь, если оценивается длина объекта размерности D , длина должна изменяться как $L = N\varepsilon^1 \sim \varepsilon^{1-D}$, как это наблюдается для береговой линии [32, 100]. Легко заметить, что длина не будет зависеть от ε только при $D = 1$.

Рис. 2.5. Самоподобие евклидовых объектов целой размерности:

a – линии; b – поверхности и их обобщение на любую целую размерность.



Увеличение = m , $N = m$



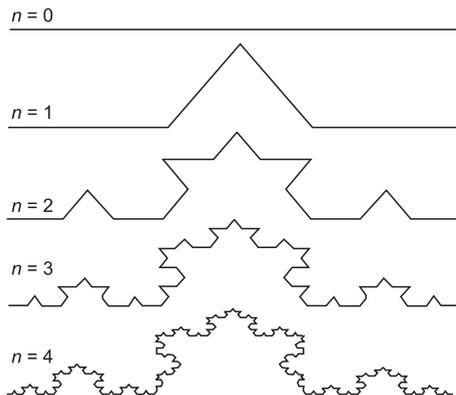
Увеличение = m , $N = m^2$

Обобщенное понятие меры и размерности является основополагающим для описания самоподобия. Рассмотрим одномерную линию единичной длины (рис. 2.5,а). Каждый сегмент этой линии размером $1/m$ подобен целой линии. При его увеличении в m раз он станет точной копией целой линии. Поскольку длина линии остается независимой от $1/m$, из этого следует, что число сегментов $N \sim m$. Рассмотрим теперь площадь на рис. 2.5,б, которая имеет сторону единичной длины. Каждый маленький квадрат со стороной $1/m$ подобен целой площади и при увеличении его в m раз будет точной копией целой площади. Поэтому число малых квадратов в целой площади составляет $N \sim m^2$. Эти рассуждения можно обобщить на объект размерности D . Чтобы получить его точную копию, потребуется $N \sim m^D$ копий единичного размера. Отсюда размерность объекта может быть получена как:

$$D = \ln N / \ln m. \tag{2.12}$$

Определение размерности, основанное на самоподобии объекта, называется размерностью самоподобия [32, 100].

Чтобы наглядно представить самоподобие фрактала и убедиться, что его размерность больше топологической, рассмотрим построение триадной фигуры Коха (рис. 2.6) [32]. Построение кривой начинается с отрезка единичной длины – это 0-е поколение кривой Коха. При следующем шаге ($n = 1$) посередине отрезка вырезается другой отрезок длиной в $1/3$ от первого, на котором строится равносторонний треугольник.



При следующем шаге ($n = 2$) на каждом из полученных отрезков вырезается интервал длиной в $1/3$ от его длины и производится точно такое же построение, как при $n = 1$. Далее процедура построения повторяется при $n \rightarrow \infty$. На рис. 2.6 представлены четыре поколения кривой. Кривая n -го поколения при

Рис. 2.6. Построение триадной кривой Коха [32].

любом конечном n называется предфракталом. При n , стремящемся к бесконечности, кривая Коха становится фрактальным объектом [32]. Фигура Коха представляет собой самоподобное множество. На каждом шаге воспроизводится одно и то же построение в уменьшенном масштабе.

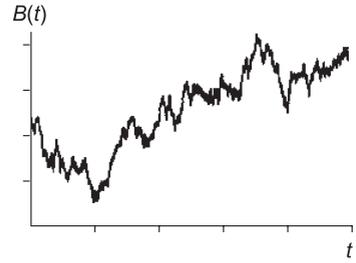
Определим длину L полученной сложной геометрической фигуры. Так как после каждого шага построения она увеличивается в $4/3$ раза, то при n шаге получаем $L_n = (4/3)^n$. Поскольку длина каждого звена составляет $l_n = (1/3)^n$, то $n = -\ln L / \ln 3$. Легко видеть, что между полной длиной L_n и элементарной l_n выполняется соотношение $L_n \propto l_n^{1-D}$. Число отрезков, составляющих фигуру Коха ($N_n = L_n/l_n$), определяется соотношением $N_n \propto l_n^{-D}$. Фрактальная размерность фигуры Коха ($D = \ln 4 / \ln 3 = 1,263$) больше топологической размерности линии, равной 1.

Кривая Коха имеет несколько особых математических свойств, которые важны в нашем исследовании. Во-первых, кривая Коха непрерывная, но недифференцируемая нигде функция. Недифференцируемость обусловливается тем, что если кривая многократно увеличивается, то выявляются все новые и новые детали. Это предполагает, что тангенс угла наклона не может быть определен в каждой точке и кривая не может быть дифференцируемой. Во-вторых, как уже обсуждалось выше, кривая самоподобна. В-третьих, хотя кривая содержит шероховатость на всех масштабных уровнях, размерность ее остается константой на всех шкалах. Эта масштабная инвариантность размерности является одним из важнейших свойств, которое будет использоваться для характеристики поверхностей разрушения.

Поверхности разрушения материалов характеризуются иерархией масштабов и имеют различные фрактальные свойства в разных диапазонах линейных размеров [102]. Такие поверхности могут характеризоваться как мультифракталы и обычно представляются графиком Рихардсона [101] или структурной функцией [10], о которой речь пойдет ниже, с несколькими прямыми линиями с различным наклоном с более или менее резким переходом. Масштаб, или пространственная частота, соответствующая переходу от одного наклона к другому, может идентифицироваться как переход от одного механизма формирования поверхности к другому [32, 102].

Многие примеры самоподобных объектов в природе, например, береговая линия моря, являются не точно самоподобными, а обладают статистическим самоподобием [32, 101]. Статистическое самоподобие предполагает, что распределение вероятностей некой характеристики малой части объекта будет соответствовать (совпадать) распределению вероятностей всего объекта, если малую часть соответствующим образом увеличить. Однако не все фрактальные объекты самоподобны. Во многих случаях для преобразования масштаба по разным направлениям требуются различные коэффициенты. Тогда говорят о самоаффинных фрактальных объектах [Там же].

Рис. 2.7. Зависимость координаты от времени для частицы, совершающей броуновское движение [101].



В качестве примера самоаффинного фрактала рассмотрим функцию $B(t)$, которая представляет координату частицы, совершающей независимые случайные блуждания в броуновском движении в разные моменты времени t , как показано на рис. 2.7 [101].

При многократном увеличении кривой (см. рис. 2.7) будут проявляться всё новые и новые детали, свидетельствующие, что эта зависимость в каком-то смысле подобна кривой Коха. Однако, так как время и координата являются разными физическими категориями, то шкалы их изменений различны. Поэтому функция $B(t)$ является не самоподобной, а статистически самоаффинной. Это свойство подобия (скейлинга) броуновского движения может быть выражено в явном виде:

$$B(\gamma t) = \gamma^{1/2} B(t), \quad (2.13)$$

где B – плотность вероятности приращений координаты броуновской частицы. Уравнение (2.13) показывает, что если масштаб времени t изменится в γ раз, то масштаб координаты B изменится в $\gamma^{1/2}$ раз [32, 101]. Такие преобразования, меняющие масштаб времени и расстояния в разной пропорции, называются аффинными, а зависимости, которые в некотором смысле сохраняют свой вид при аффинном преобразовании, называются самоаффинными.

В приведенном примере рассматривались независимые случайные блуждания броуновской частицы, когда приращения координаты частицы в один момент времени не зависят от приращения координаты в другой момент времени. Более общим случаем, представляющим важный пример самоаффинных фракталов, является так называемое обобщенное, или фрактальное, броуновское движение [Там же]. В этом случае рассматриваются зависимые приращения координаты броуновской частицы, так что приращение в прошлом влияет на приращения в будущем. Статистика обобщенного броуновского движения подчиняется следующему соотношению:

$$\langle (B(t_1) - B(t_2))^2 \rangle \sim |t_1 - t_2|^{2H}, \quad (2.14)$$

где $\langle \rangle$ предполагает усреднение по времени. Броуновское движение является частным случаем обобщенного броуновского движения, когда $H = 1/2$. Размерность самоаффинных фракталов не может быть определена из уравнения (2.11), которое основано на самоподобии объекта. В [32, 104] показано, что фрактальная размерность, относящаяся к параметру H , выражается соотношением $D = E + 1 - H$, где E равно числу аргументов функции B . В вышеприведенном примере аргументом функции B является только время t , поэтому размерность равна: $D = 2 - H$.

Б. Мандельброт [100] показал, что длина самоаффинных кривых не следует соотношению $L \sim \varepsilon^{1-D}$ для всех значений ε , поэтому размерность самоаффинных кривых не может быть получена путем измерения их длины. Вместо этого размерность самоаффинной функции может быть получена путем изучения ее статистических свойств [32, 101].

Фрактальное броуновское движение играет важную роль для изучения грубых поверхностей, так как их поперечные профили самоаффинны и следуют статистике, выраженной уравнением (2.14) с заменой времени пространственной координатой.

Таким образом, мы делаем вывод, что поверхности изломов твердых тел несут информацию о масштабах разрушения, являясь мультифрактальными объектами. Изломы на соответствующих кривых (переходы от одного наклона прямой к другому) означают переход на новый масштаб разрушения, а изменение наклона означает изменение фрактальной размерности. Рассмотрим подробнее соответствующую методику построения этих “кривых”.

Одним из направлений работ, использующих стохастические методы анализа грубых поверхностей, является характеристика “пространственных” изменений поверхностной геометрии, т. е. вариации высоты с изменением горизонтального расстояния [98]. Наиболее популярными способами характеристики пространственных вариаций шероховатых поверхностей являются спектр мощности, автокорреляционная функция и структурная функция [32, 98].

Автокорреляционная функция не подходит для анализа поверхностей с нестационарным средним, что характерно для большинства реальных поверхностей. К тому же, для анизотропных поверхностей средний уровень, от которого берется отсчет высоты, зависит от выбранного направления. Поэтому профили сечения поверхности имеют различные средние уровни, и автокорреляционная функция не может быть получена путем измерения профилей от одной и той же средней плоскости.

Структурная функция была предложена в [103, 104] для количественной характеристики вариаций поверхностной текстуры как альтернатива автокорреляционной функции. В отличие от автокорреляционной, структурная функция не зависит от среднего уровня, поэтому любой профиль, независимо от его средней линии, представляет сечение поверхности структурной функцией.

При анализе фрактальных поверхностей полагается, что структурная функция является показательной функцией от запаздывания $S(\tau) \sim \Delta x^H$, где H – показатель Херста [32, 101]. Различные значения запаздывания Δx и соответствующие значения функции $S(\Delta x)$ могут быть представлены в виде графика в дважды логарифмических координатах. Это позволяет определить показатель Херста, который связан с фрактальной размерностью как $D = 2 - H$. Нас же в основном пока будет интересовать координата, т. е. масштаб перехода от одной размерности D к другой.

Использованная в настоящей работе методика определения фрактальной размерности и соответствующего масштаба разрушения предложена в [105]. Она основана на анализе оптических изображений поверхности изломов материалов и показала высокую эффективность при исследовании стадийности и масштабов формирования фрактальной структуры деформируемых поликристаллов металлов [105, 106]. Поскольку из оптических изображений сложно получить информацию о дисперсии высоты неровностей поверхности, то в данной методике вместо фрактальной модели высоты используется фрактальная модель наклона. Для характеристики распределения участков поверхности по углам наклона вводится вероятностная мера в виде $P_i = I_i / \Sigma I_i$, где I_i – яркость в i -м пикселе изображения, ΣI_i – суммарная яркость изображения. В качестве статистического параметра, характеризующего распределение участков поверхности по наклонам, выбрано среднее приращение меры, приходящееся на пару пикселей. Далее рассматривается скорость роста меры в зависимости от расстояния между точками. Как показали исследования поверхностных структур деформируемых поликристаллов, во всех случаях удается выделить несколько (два, три) участков с разной скоростью приращения меры. Это свидетельствует в пользу мультифрактального характера развития процесса и позволяет ввести соответствующее число локальных показателей Гёльдера. Установлено [Там же], что изменение скорости роста меры связано с изменением механизма формирования поверхностной структуры, что позволяет идентифицировать соответствующие им масштабные уровни пластической деформации и разрушения.

2.2.2. Фрактальные свойства поверхностей изломов углей

Предполагая, что поверхности изломов образцов угля несут информацию о его блочной структуре в соответствии с приведенными выше определениями, можно ожидать, что фрактальный анализ рельефа поверхности позволит определить средние размеры блоков в ряду иерархии в исследуемом диапазоне масштабов. Другой аспект проблемы разрушения углей, обсуждаемый в настоящей работе, – установление соответствия (или несоответствия) картины разрушения образцов угля принципу универсальной делимости (2.1) и установление общего принципа фрактальной делимости твердых тел.

Таким образом, в силу того, что процесс фрагментации материалов, как однородных, так и гетерогенных или имеющих исходную фрактальную структуру, носит иерархический многоуровневый характер, для анализа иерархии разрушения угля была использована методика фрактального анализа поверхностей скола (излома) угля.

Исследования в рамках концепции фрактала в физике твердого тела впервые были проведены Б. Мандельбротом с соавторами, которые обнаружили, что поверхности разрушения мартенситно-стареющей стали, обработанной при

различных температурных режимах, имеют самоаффинный характер [33]. Фрактальные свойства поверхностей изломов материалов изучались многими авторами [107–109]. Так, фрактальная размерность поверхностей изломов сталей и энергия, необходимая для ударного разрушения образца, оказались связанными с температурой закаливании стали. Многочисленные дальнейшие исследования взаимосвязи между характеристиками энергоемкости разрушения материала и фрактальной размерностью поверхностей излома дали противоречивые результаты. В работах [33, 109] установлены отрицательные зависимости между ударной вязкостью и фрактальной размерностью поверхностей излома, в то время как в работах [110, 111] установлены положительные зависимости. Более того, в работах [112, 113] указывалось на отсутствие подобных однозначных корреляций. Эти противоречия были разрешены после того, как исследователи пришли к пониманию исключительно важной роли масштаба измерений.

Авторами [114] показано, что фрактальные характеристики поверхности разрушения зависят от масштаба измерения δ . Например, для стали 30CrMnSiNi2A при $0,08 < \delta < 0,15$ мкм корреляция между вязкостью разрушения материала и фрактальной размерностью поверхности разрушения положительна, тогда как при $\delta > 1,0$ мкм – отрицательна. Эти результаты показывают, что процесс разрушения материалов имеет многоуровневый характер и развивается на разных масштабах.

Важным приложением концепции фрактала для изучения процессов разрушения материалов является исследование распределения частиц по размерам и массе [100]. Согласно Б. Мандельброту [100], распределение частиц по размерам во фрактальных системах дается следующим уравнением:

$$N(1/b_i) = k[1/b_i]^{-D}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \infty, \quad (2.15)$$

где $N(1/b_i)$ – число элементов на i -м уровне иерархии; k – число инициаторов единичной длины; b_i – масштабный фактор (>1); D – фрактальная размерность.

Выражение (2.15) безоговорочно выполняется для распределения по размерам частиц различных материалов: для фрагментов однородных и гетерогенных сред, для агрегатов и пористых фрактальных сред. Так, для поверхностных фракталов показатель в уравнении (2.15) приравнивается к поверхностной фрактальной размерности, в то время как для фрактальной пористой среды – к массовой фрактальной размерности [Там же].

В настоящей работе для идентификации масштабных уровней поверхностей разрушения угля различных марок была использована непрямая методика определения фрактальной размерности, основанная на анализе их оптических изображений. Методика была предложена в работе [105] и показала высокую эффективность при анализе масштабных уровней деформации и разрушения поликристаллов металлов [106, 115].

2.2.3. Материалы и методика исследования

Были исследованы образцы девяти марок угля, представленные в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№ п/п	Марка угля	Место добычи
1	Г	ЛШУ, пл. Красноорловский
2	ГНС	ш. Есаульская, пл. 26а
3	Г	ш. Заречная, пл. Польшаевский 1
4	Г	ш. Юбилейная, пл. 67
5	Г	ЛШУ, пл. Несложный
6	Д	ш. им. С.М. Кирова, пл. Болдыревский
7	ДГ	ш. Заречная, пл. Польшаевский 2
8	Ж	ш. Сибирская, пл. 6
9	ОС	ШУ Анжерское, пл. Коксовый

Оптические изображения поверхности образцов угля получали на измерительном комплексе высокого разрешения TOMSC [25, 26]. Размеры регистрируемых участков составляли 1070×1070 и 550×550 мкм². Место регистрации на поверхности образцов выбиралось случайным образом. Усредненные значения получали по 6–8 измерениям.

Изображения в формате 512×512 элементов разложения с 256 градациями серого в каждом пикселе записывались в память компьютера для последующей математической обработки.

Для исследования рельефа поверхности сколов образцов в субмикронном масштабе измерений использовался атомный силовой микроскоп (АСМ) SMM-2000T. Прибор позволяет получать трехмерные топографические изображения площадок поверхности с максимальным линейным размером 40×40 мкм² с нанометровым разрешением [116]. Максимально возможное перемещение иглы в направлении, перпендикулярном изучаемой поверхности, составляет 2 мкм с разрешением ~ 1 нм. Все измерения были проведены на воздухе при комнатной температуре.

2.2.4. Методика определения фрактальной размерности

Сущность методики измерения фрактальной размерности изображений поверхностей разрушения материалов заключается в следующем.

Известно [100], что поверхности разрушения реальных твердых тел могут характеризоваться как случайные самоаффинные фракталы. Это означает, во-первых, что существует некая статистическая характеристика поверхности, которая сохраняется на разных масштабах наблюдения. Во-вторых, для изменения масштабов вдоль различных пространственных направлений необходимо использовать анизотропные преобразования. Один коэффициент преобразования масштаба необходимо использовать в двух взаимно перпендикулярных направлениях параллельно поверхности разрушения, а другой – в

направлении, перпендикулярном поверхности разрушения. Поэтому поверхности разрушения твердых тел характеризуются самоподобием в плоскости поверхности и самоаффинностью в поперечном направлении к плоскости поверхности.

Оптические изображения являются образами реальных поверхностей и при изменении масштаба де-факто требуют анизотропных преобразований. Это связано с тем, что в плоскости изображения масштабные преобразования осуществляются с величинами, выраженными в единицах длины, а в перпендикулярном направлении – в единицах оптической яркости. Таким образом, существует принципиальная возможность получать оценки фрактальной размерности поверхностей разрушения реальных конденсированных сред путем обработки их оптических изображений.

Для характеристики случайных самоаффинных фракталов необходимо выбрать статистический параметр, который бы характеризовал его статистические свойства на разных масштабах наблюдения. В настоящей работе в качестве статистического параметра использовали среднюю разность яркости, приходящуюся на пару пикселей изображения. Выбор такого параметра обусловлен следующими соображениями.

Средняя разность яркости, приходящаяся на пару пикселей изображения, в меньшей степени зависит от неконтролируемого наклона исследуемой поверхности относительно падающего светового потока по сравнению с яркостью в отдельном пикселе изображения.

Выбранный параметр позволяет исследовать корреляцию между точками изображения, поскольку разность яркости, приходящаяся на пару пикселей изображения, удовлетворяет условиям, предъявляемым к парной корреляционной функции [117], а именно:

– разность яркости в двух точках изображения стремится к нулю при уменьшении расстояния между ними;

– с ростом расстояния между точками изображения разность яркости между ними стремится к некоторой константе, которая путем нормировки может быть приведена к единице.

Таким образом, для определения фрактальной размерности изображений поверхности исследуемого материала необходимо подсчитать корреляционные суммы разностей яркости пар точек для различных расстояний между ними.

Корреляционную сумму записывали в виде:

$$C(\Delta r) = \langle |I - I'| \rangle = \frac{\sum_i^N \sum_j^N |I(r_{i,j}) - I(r_{i,j} + \Delta r)|}{N^2(\Delta r)} \sim \Delta r^H, \quad (2.16)$$

где $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$ – номер строки и номер пикселя в строке соответственно; $I(r_{i,j})$ – яркость в точке $r_{i,j}$; $I(r_{i,j} + \Delta r)$ – яркость в точке $r_{i,j} + \Delta r$; $N(\Delta r)$ – число пар точек; Δr – расстояние между парами точек; H – показатель Гёльдера.

Основная идея предложенного подхода состоит в том, что выбранный статистический параметр скейлинговым образом зависит от расстояния между точками изображения. Чем меньше это расстояние, тем меньше разность яркости. С ростом расстояния между точками разность яркости увеличивается. Поскольку основным фактором, определяющим яркость изображения в конкретной точке, является угол наклона элементарной площадки относительно падающего светового потока, то *предложенный параметр характеризует распределение участков поверхности по углам наклонов.*

Существование корреляции между точками изображения будет проявляться в виде линейной части зависимости (2.16) в дважды логарифмических координатах

$$\lg(|I - I'|) = H \lg(\Delta r). \quad (2.17)$$

Наклон зависимости (2.17) по отношению к осям позволяет определить глобальный показатель Гёльдера (H) и фрактальную размерность изображения ($D_f = 3 - H$), а проекция линейного участка на ось масштабов – соответствующую длину корреляции, т. е. масштаб разрушения.

Выражение (2.16) подсчитывали путем суммирования разностей яркости при фиксированном расстоянии между точками (в пикселях) по строкам и столбцам. Затем расстояние между парами точек увеличивали и повторяли процедуру. Такой алгоритм позволяет получить квазидвухмерную оценку фрактальной размерности изображения исследуемой поверхности. Поскольку формирование рельефа поверхности разрушения зависит от деталей конкретных механизмов разрушения твердых тел, то эти особенности будут отражаться в распределении точек яркости их изображений и соответствующих характеристиках корреляционной суммы – фрактальной размерности и длине корреляции [115].

2.2.5. Результаты обработки изображений поверхностей разрушения угля

На рис. 2.8 показаны изображения поверхностей разрушения углей различных марок (ДГ, Ж и ОС), а на рис. 2.9 – соответствующие им зависимости корреляционной функции от расстояния между точками изображений. Поле зрения составляло 550×550 мкм².

Видно, что можно выделить три участка поведения зависимостей. На двух участках ΔL_1 , ΔL_2 экспериментальные точки могут быть описаны прямыми линиями с выраженным наклоном по отношению к осям. Это говорит о существовании корреляции между точками изображений. На третьем участке ΔL_3 наблюдается флуктуирующий характер поведения зависимостей, что говорит о слабой корреляции между точками изображений.

Наклон прямых линий, описывающих экспериментальные точки, и длина их проекции на ось масштабов (ΔL_1 , ΔL_2 , ΔL_3) для различных марок угля отли-

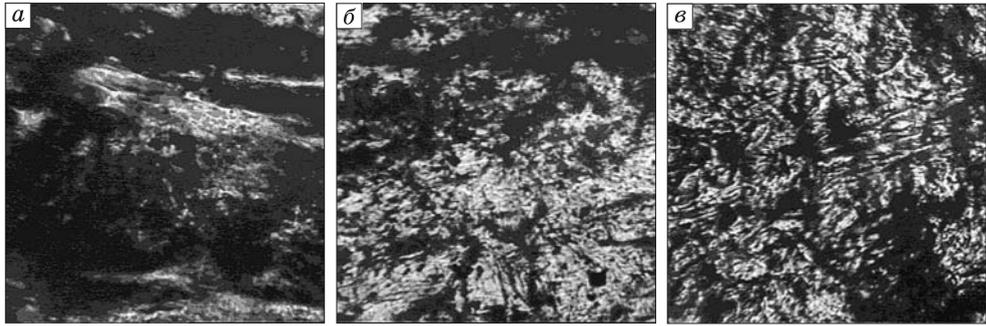


Рис. 2.8. Поверхности сколов угля различных марок:

a – марка ДГ; *б* – марка Ж; *в* – марка ОС. Размер изображений 550×550 мкм².

чаются друг от друга (см. рис. 2.9, зависимости ДГ, Ж, ОС). Таким образом, поверхности излома исследованных образцов угля можно надежно характеризовать двумя фрактальными размерностями D_1 , D_2 , соответствующими двум верхним границам длины корреляции $L_{\max 1}$ и $L_{\max 2}$. Третий масштаб ΔL_3 надежно выявить при данном поле зрения затруднительно.

Поскольку для расчета корреляционных сумм использовали один массив данных, можно считать, что множество точек изображения образуют два подмножества, вложенных одно в другое и характеризующихся разными скейлинговыми показателями на соответствующих масштабах наблюдения. Верхнюю

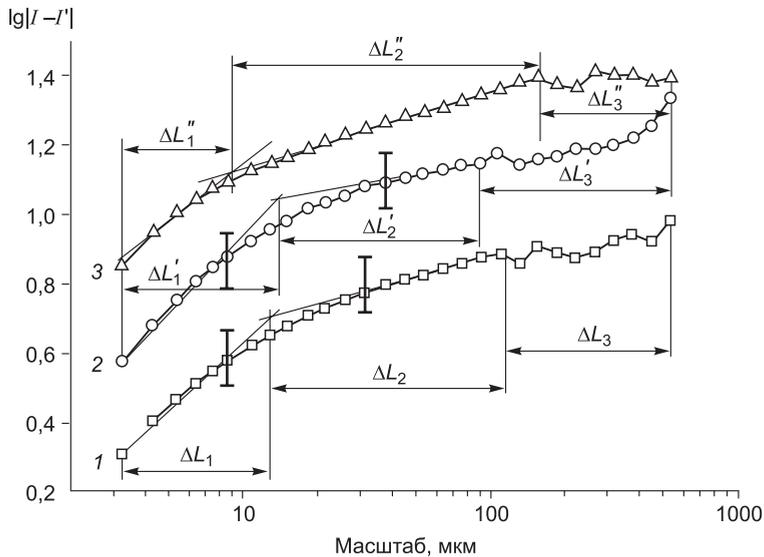


Рис. 2.9. Зависимости корреляционных сумм от расстояния между точками изображений поверхностей разрушения угля различных марок:

1 – марка ДГ; 2 – марка Ж; 3 – марка ОС.

границу первого участка $L_{\max 1}$ можно сопоставить с масштабом структурного элемента, обеспечивающего формирование структуры поверхности скола угля на масштабном уровне ΔL_2 . Так как поверхности разрушения твердых тел характеризуются самоподобием в плоскости поверхности, отношение $L_{\max 2}$ к $L_{\max 1}$ дает оценку масштабного фактора размерности их самоподобия (b). Как показывает анализ полученных данных, масштабный фактор размерности самоподобия исследованных марок угля лежит в пределах $b = 3-4$.

Здесь мы излагаем полученные результаты в соответствии с хронологией их получения и первыми публикациями [42, 43]. Но уже эти первые эксперименты показали, что реальных масштабов может быть больше (см. рис. 2.9, где вертикальными линиями выделены возможные промежуточные масштабы).

Можно, однако, сомневаться в корректности определения верхней границы участка $L_{\max 2}$ из-за статистической точности экспериментальных значений корреляционной суммы, соответствующих большим масштабам. Это связано с тем, что при заданном формате изображения 512×512 пикселей с увеличением расстояния между парами точек объем выборки, по которому рассчитывали корреляционные суммы, уменьшается и приводит к уменьшению статистической значимости проведенной оценки.

Для проверки корректности определения верхних границ $L_{\max 2}$ субструктур поверхностей разрушения исследованных образцов угля и для более надежного выявления масштаба ΔL_3 , эксперименты были воспроизведены с объективом, обеспечивающим поле зрения 1070×1070 мкм². Это позволило расширить диапазон анализируемых масштабов поверхностей разрушения угля и увеличить статистическую значимость экспериментальных точек, соответствующих верхним границам $L_{\max 2}$, полученным в вышеописанном эксперименте.

На рис. 2.10 показаны изображения поверхности разрушения углей этих же марок ДГ, Ж и ОС, а на рис. 2.11 – соответствующие им зависимости корреляционных сумм от расстояния между точками изображений. Видно, что экспериментальные точки зависимостей поведения корреляционных сумм от

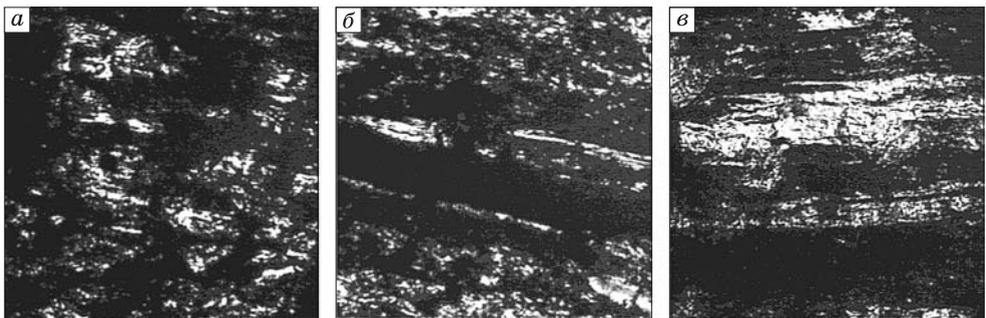


Рис. 2.10. Поверхности разрушения угля различных марок:

a – марка ДГ; b – марка Ж; v – марка ОС. Размер изображений 1070×1070 мкм².

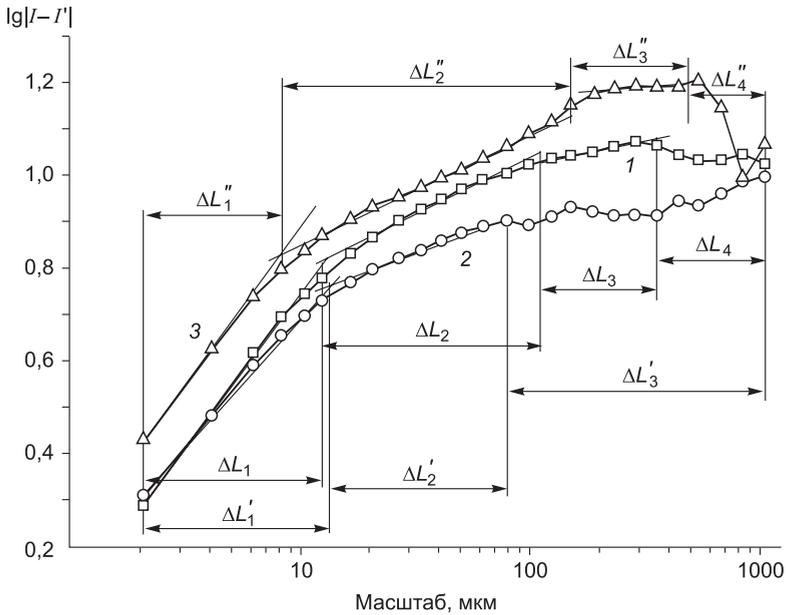


Рис. 2.11. Зависимости корреляционных сумм от расстояния между точками изображений поверхностей разрушения угля разных марок:

1 – марка ДГ; 2 – марка Ж; 3 – марка ОС.

расстояния на участках ΔL_1 , ΔL_2 могут быть описаны прямыми линиями с выраженным наклоном по отношению к осям. Верхние границы участков $L_{\max 1}$, $L_{\max 2}$, полученные при анализе изображений размерами 550×550 и 1070×1070 мкм², хорошо согласуются между собой, что позволяет сделать вывод об объективном существовании масштабных уровней ΔL_1 , ΔL_2 субструктуры поверхностей разрушения угля.

Анализ поведения корреляционных сумм на масштабах, больших $L_{\max 2}$, показывает наличие еще одного участка ΔL_3 , на котором возможна аппроксимация экспериментальных точек прямыми линиями с наклоном по отношению к осям (см. рис. 2.11, зависимости 1, 3). Это позволило на данном этапе исследований предположить существование еще одного масштабного уровня субструктуры поверхностей разрушения угля $\Delta L_3 \sim 150\text{--}400$ мкм, выявляемого с помощью оптической микроскопии. В пользу этого предварительного заключения говорят результаты исследования распределения частиц угля по размерам [70], согласно которым начиная с размеров 150–160 мкм наблюдалось увеличение выхода частиц размерами больше 150–160 мкм.

В табл. 2.2 приведены результаты определения характеристик корреляционных сумм D_{c1} , D_{c2} , $L_{\max 1}$, $L_{\max 2}$ изображений поверхностей разрушения образцов угля разных марок при поле зрения 550×550 и 1070×1070 мкм² при подгонке зависимостей *двумя прямыми линиями*.

Таблица 2.2

Корреляционные суммы D_{c1} , D_{c2} , L_{max1} , L_{max2} изображений поверхностей разрушения образцов угля разных марок при поле зрения 550×550 и 1070×1070 мкм² (усреднено по 6–8 измерениям)

№ п/п	Место добычи	Марка угля	550 × 550 мкм ²				1070 × 1070 мкм ²			
			D_{c1}	D_{c2}	L_{max1} , МКМ	L_{max2} , МКМ	D_{c1}	D_{c2}	L_{max1} , МКМ	L_{max2} , МКМ
1	ЛШУ, пл. Красно-орловский	Г	2,521 ± 0,037	2,808 ± 0,040	12,16 ± 1,77	68,39 ± 13,46	2,263 ± 0,069	2,761 ± 0,044	11,09 ± 0,85	192,59 ± 110,6
2	ш. Есаульская, пл. 26а	ГНС	2,522 ± 0,019	2,803 ± 0,036	11,79 ± 2,89	80,56 ± 30,97	2,175 ± 0,035	2,727 ± 0,042	9,71 ± 1,44	125,32 ± 77,26
3	ш. Заречная, пл. Польсаевский 1	Г	2,497 ± 0,030	2,809 ± 0,041	12,34 ± 1,21	136,08 ± 44,08	2,378 ± 0,036	2,883 ± 0,022	15,25 ± 2,37	279,35 ± 108,1
4	ш. Юбилейная, пл. 67	Г	2,519 ± 0,021	2,827 ± 0,034	12,34 ± 1,65	149,33 ± 82,27	2,243 ± 0,068	2,775 ± 0,023	11,16 ± 1,96	96,13 ± 6,48
5	ЛШУ, пл. Несложный	Г	2,499 ± 0,048	2,823 ± 0,044	12,53 ± 1,45	92,22 ± 41,61	2,477 ± 0,050	2,850 ± 0,051	21,07 ± 3,31	127,49 ± 40,97
6	ш. им. С.М. Кирова, пл. Болдыревский	Д	2,538 ± 0,044	2,890 ± 0,030	12,11 ± 4,11	80,38 ± 26,63	2,270 ± 0,021	2,841 ± 0,027	12,100 ± 1,18	120,15 ± 39,12
7	ш. Заречная, пл. Польсаевский 2	ДГ	2,532 ± 0,036	2,791 ± 0,039	12,64 ± 1,38	101,50 ± 23,75	2,316 ± 0,034	2,773 ± 0,049	12,61 ± 2,48	122,59 ± 27,70
8	ш. Сибирская, пл. 6	Ж	2,512 ± 0,020	2,832 ± 0,029	12,91 ± 1,44	97,41 ± 33,91	2,285 ± 0,043	2,785 ± 0,031	11,58 ± 1,03	120,16 ± 49,85
9	ШУ Анжерское, пл. Коксовый	ОС	2,517 ± 0,031	2,837 ± 0,044	9,57 ± 1,90	59,44 ± 17,53	2,379 ± 0,105	2,756 ± 0,041	12,98 ± 5,16	144,17 ± 15,35

Масштабы разрушения углей

№ п/п	Место добычи	550 × 550 мкм ²			1070 × 1070 мкм ²		
		L ₁	L ₂	L ₃	L ₁	L ₂	L ₃
1	2	3	4	5	6	7	8
1	ЛШУ, пл. Красноорловский	8	60	300	10	100	300
		7,6	60	250	10	90	300
		10	65	250	9	70	300
		10	55	250	8	40	250
		10	70	200	10	50	300
		11	–	–	7	40	300
	Среднее	10 ± 2	62 ± 18	250 ± 40	9 ± 2,5	65 ± 20	292 ± 120
2	ш. Есаульская, пл. 26а	10	100	250	8	40	450
		9	40	250	8	–	270
		10	120	200	8	30	400
		8	80	450	8	60	400
		8	50	–	10	60	450
		7	35	–	–	–	–
	Среднее	8,7 ± 1,2	70 ± 18	290 ± 45	8,2 ± 1	48 ± 12	390 ± 50
3	ш. Заречная, пл. Польшаевский 1	12	130	–	12	60	300
		14	130	–	12	60	300
		13	120	300	10	40	300
		11	110	270	10	40	300
		12	50	300	9	35	300
		–	70	200	8	40	300
	Среднее	12,4 ± 1,5	101 ± 25	268 ± 40	10,1 ± 1,5	46 ± 1,2	300 ± 50
4	ш. Юбилейная, пл. 67	12	130	–	10	90	300
		12	130	–	7	30	300
		8	30	150	8	40	300
		12	100	–	10	80	300
		10	80	–	10	80	300
		8	40	300	8	70	300
	Среднее	10,3 ± 1,5	85 ± 20	250 ± 80	9 ± 1,5	65 ± 25	300 ± 50
5	ЛШУ, пл. Несложный	8	80	250	14	62	–
		8	70	200	17	90	470
		10	50	300	17	90	270
		8	50	300	17	120	450
		9	60	250	17	100	–
		9	35	300	18	110	420
	Среднее	8,7 ± 1,5	57,5 ± 15	267 ± 40	16,7 ± 3	110 ± 22	403 ± 80
6	ш. им. С.М. Кирова, пл. Болдыревский	6	60	200	8	30	200
		6	40	200	7	30	200
		6	40	200	7	30	300
		7	30	200	7	30	200
		7	30	–	7	30	200
		8	30	200	7	30	200
	Среднее	6,7 ± 1	38 ± 10	200 ± 40	7,2 ± 1	30 ± 6	216 ± 40

Окончание табл. 2.3

1	2	3	4	5	6	7	8
7	ш. Заречная, пл. Полысаевский 2	9	70	200	8	100	300
		9	70	200	10	100	300
		9	80	200	10	100	300
		8	70	200	10	100	300
		8	80	200	10	100	300
		10	100	–	10	–	–
	Среднее	8,8 ± 1	80 ± 15	200 ± 60	9,6 ± 1	100 ± 10	300 ± 40
8	ш. Сибирская, пл. 6	10	70	200	10	100	400
		10	70	–	10	150	150
		10	100	–	10	60	300
		10	100	300	10	–	300
		8	60	200	10	100	–
		8	100	–	–	100	–
	Среднее	9,3 ± 1	83 ± 20	230 ± 50	10 ± 1	102 ± 20	280 ± 50
9	ШУ Анжерское, пл. Коксовый	7	50	300	10	200	200
		8	60	300	10	100	300
		9	50	–	10	100	300
		10	40	–	10	100	–
		10	60	–	10	100	300
			Среднее	8,8 ± 1,5	52 ± 15	300 ± 60	10 ± 1

Как видно из данных табл. 2.2, определения $L_{\max 1}$ по изображениям образцов различных размеров достаточно хорошо согласуются. При определении $L_{\max 2}$ по изображениям с полем зрения 550×550 и 1070×1070 мкм² несколько возрастает, в силу вышеупомянутых причин, погрешность определения. Кроме того, во многих случаях для описания зависимостей корреляционных сумм от расстояния между парами точек в дважды логарифмических координатах необходимы три прямые линии и более. Отличия в величине D_{c1} , наблюдаемые для изображений разного размера, не играют принципиальной роли, так как отражают лишь изменение “содержимого”, приходящегося на расстояние между двумя пикселями (в данном представлении).

В табл. 2.3 приведены данные обработки этих же массивов тремя прямыми, что позволило выделить три характерных масштаба.

Очевидно, что анализ оптических изображений не позволяет выявлять структурные элементы поверхностей разрушения, размеры которых меньше длины волны видимого света. Это накладывает естественное ограничение на нижнюю границу выявляемой фрактальной субструктуры поверхностей разрушения угля в диапазоне масштабов ΔL_1 . Для выявления “истинной” нижней границы фрактальной структуры на масштабном уровне ΔL_1 необходимы методики с более высоким разрешением. Наиболее подходящими методиками

являются атомная силовая и сканирующая туннельная микроскопия, которые позволяют получать изображения реальных поверхностей с микронным и субмикронным разрешением.

Первые исследования оптических изображений изломов углей позволили не только с уверенностью говорить о существовании иерархии масштабов, но и выявить ряд характерных масштабных разрушений.

2.2.6. Исследования масштабов разрушения углей

В первых исследованиях оптических изображений поверхностей изломов [нами] математическая обработка результатов наблюдений позволяла определять два масштаба, хотя вид полученных кривых говорил о том, что реальных масштабов существенно больше. Об этом же свидетельствуют и критерии универсальной делимости (N). Даже если в качестве отношения взять 3, то масштабов должно быть много больше, и их отношения в этом случае должны быть кратны 3.

Надо было решить две проблемы.

1. Надежно установить характерные масштабы.
2. Определить принцип делимости – характерный шаг от одного среднего масштаба к другому, т. е. определить более надежно число A .

Каждая картина излома дает усредненные значения по многим шероховатостям рельефа, но всё же статистический вес каждого масштаба недостаточен для решения поставленных задач. По этой причине следующая серия опытов была выполнена на более качественном микроскопе (Axiovert 25A). Математическая обработка позволяла определять любое количество масштабов, если кривая меняла наклон на достаточно большом интервале.

На рис. 2.12 представлены данные теста разработанной компьютерной программы анализа оптических изображений: кирпичная кладка с известными

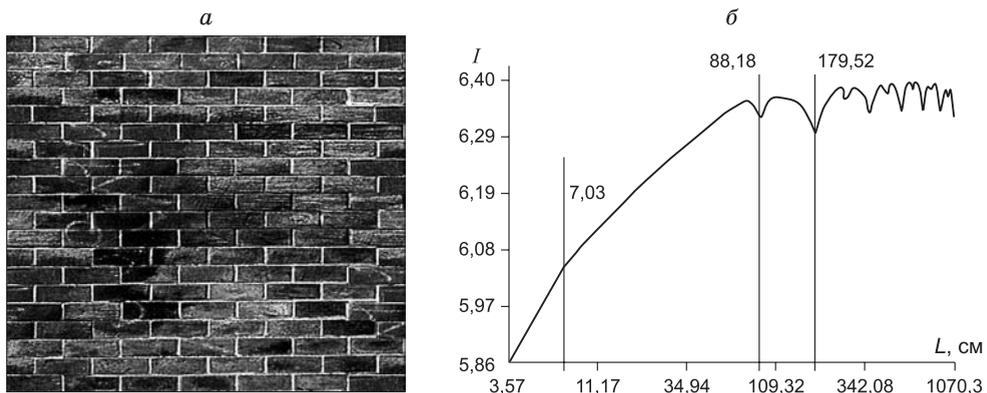


Рис. 2.12. Изображение кирпичной кладки (а) и анализ этого изображения (б).

I – характеристика яркости изображения.

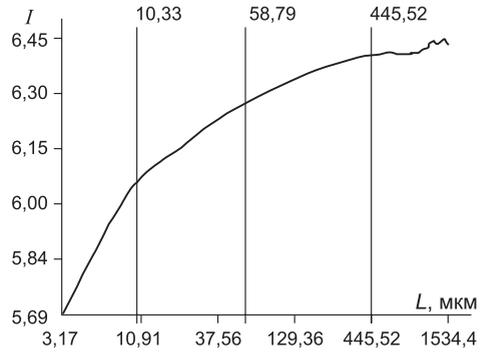
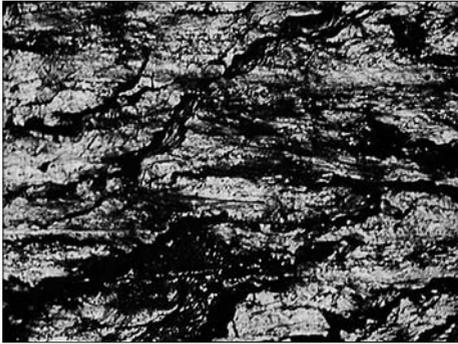


Рис. 2.13. Анализ оптических изображений поверхностей излома угля.

I – характеристика яркости изображения.

ми средними размерами швов (~ 7 мм) и кирпичей (в вертикальном направлении $L \approx 89$ мм) и анализ оптического изображения вдоль вертикальной оси. Программа “видит” все характерные размеры изображения, в данном случае шов и кирпичи: один, два и т. д. Выявлен средний размер шва (первый излом) и характерные масштабы: L , $2L$, $3L$ и т. д. (изломы на кривой рис. 2.12, б связаны с потерей корреляции при переходе к новому структурному элементу и новому масштабу).

Было проанализировано более 100 оптических изображений изломов углей различных марок и проведена статистическая обработка результатов. На рис. 2.13 представлены оптические изображения поверхностей изломов углей и выявленные масштабы их разрушения.

Важным шагом на этом этапе стало определение формы полученных фрагментов. Был получен целый ряд характерных масштабов в следующих диапазонах (мкм): 3–4, 6–7, 8–12, 15–18, 25–30, 50–70, 100–300, 300–500. В этом ряду наблюдаются масштабы, характеризующие форму фрагмента (ширину и длину); сами фрагменты не являются компактными, т. е. имеют удлиненную форму, что прекрасно видно на фотографиях изломов. Также наблюдаются масштабы различных блоков в общей иерархии. Необходимо было упорядочить картину масштабов.

Для этого проведена фрактальная обработка данных ситового и седиментационного анализа (т. е. привлечены два независимых метода), а также изучены коэффициенты формы более крупных фрагментов, размеры которых позволяли непосредственно измерить величины a , b , c – длину, ширину и высоту фрагментов (табл. 2.4 и 2.5).

В табл. 2.4 и 2.5 коэффициент блочности получен делением средних размеров a_1 , b_1 , c_1 , полученных в первом цикле дробления, на соответствующие средние размеры a_2 , b_2 , c_2 второго цикла дробления.

Таблица 2.4

Коэффициент блочности угля ш. Осинниковская, пл. Е-5, марка Ж

	Размер образца, мм					
	1 цикл			2 цикл		
	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2
	34,3	33,2	12,3	15,3	8,8	7,3
	48,9	35,0	25,7	13,1	9,1	5,2
	30,9	26,2	22,3	16,3	11,5	7,4
	35,3	32,4	21,4	15,1	9,1	6,9
Среднее	37,35	31,7	20,425	14,2	9,0	8,1
	1,18	1,55		12,1	12,0	6,9
				24,3	13,4	8,9
				13,1	9,3	8,0
				14,9	10,5	7,9
				16,2	14,8	12,0
				13,0	12,4	6,9
				11,3	10,1	8,1
				12,6	11,6	6,5
Среднее				14,731	10,892	7,7
Коэф. блочности	2,5355	2,9103	2,6526	1,35	1,42	

Таблица 2.5

Коэффициент блочности угля ш. Зиминка, пл. 1У Внутренний, марка К

	Размер образца, мм					
	1 цикл			2 цикл		
	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2
	35,9	25,4	16,6	14,0	9,3	7,1
	34,1	20,5	17,5	20,2	14,9	8,8
	31,4	23,0	18,4	19,5	11,8	9,8
	35,7	29,1	22,3	13,5	8,0	6,7
Среднее	34,28	24,50	18,70	20,1	9,4	4,6
	1,40	1,31		13,2	11,5	6,5
				12,2	11,5	5,0
				16,0	11,2	7,0
				13,8	9,6	6,7
				15,1	12,4	6,9
				12,5	10,0	4,2
				11,9	10,7	5,5
Среднее				15,17	10,86	6,57
Коэф. блочности	2,26	2,26	2,85	1,40	1,65	

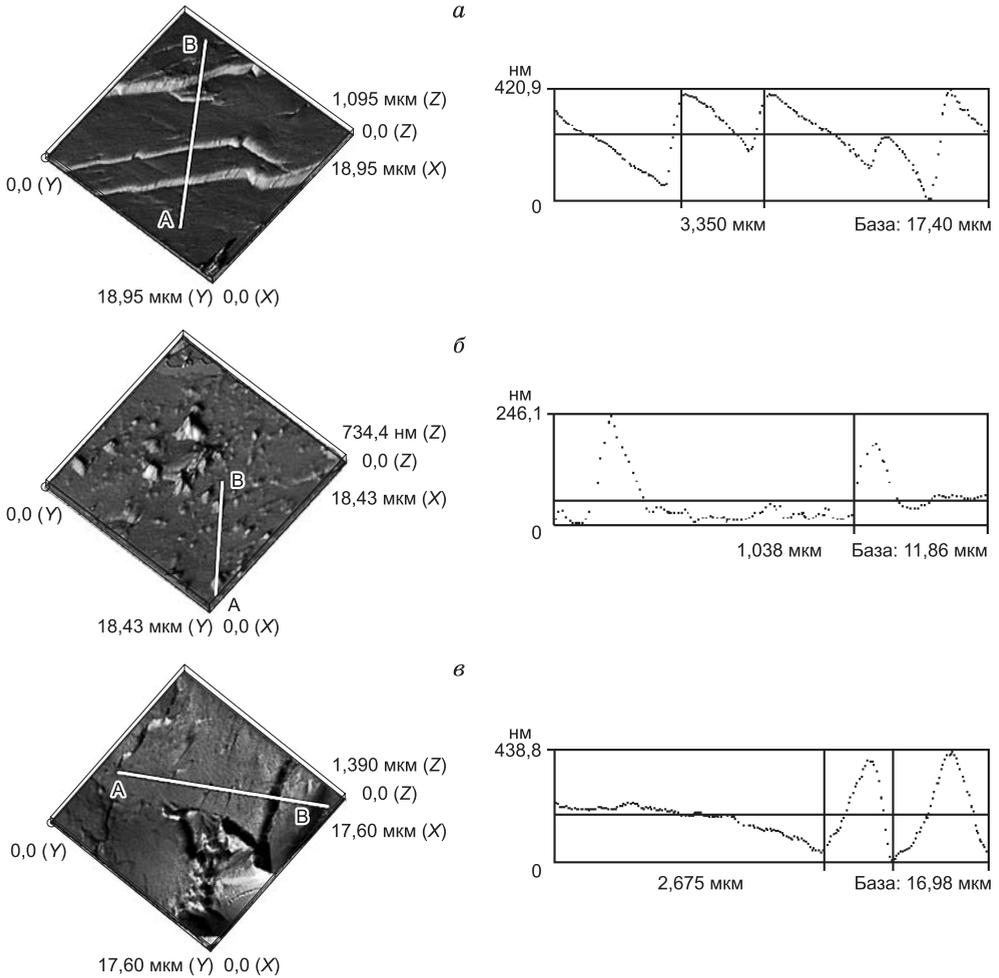


Рис. 2.14. Трехмерные АСМ-изображения поверхностей разрушения углей разных марок и профили их поперечных сечений вдоль направлений АВ (база).

а – марка ДГ; *б* – марка Ж; *в* – марка ОС.

Для выявления характерных деталей поверхностей разрушения различных марок угля и их размеров в субмикронном диапазоне (0,1–10 мкм) использовались изображения, полученные с помощью атомного силового микроскопа (АСМ). Характерные картины трехмерных изображений поверхностей разрушения угля разных марок и их поперечные сечения вдоль направлений АВ представлены на рис. 2.14–2.19. Видно, что для различных марок угля характер поверхностей разрушения, наблюдаемый в атомно-силовом микроскопе, а также характерные размеры деталей поверхностной топографии на поперечных сечениях изображений существенно отличаются.

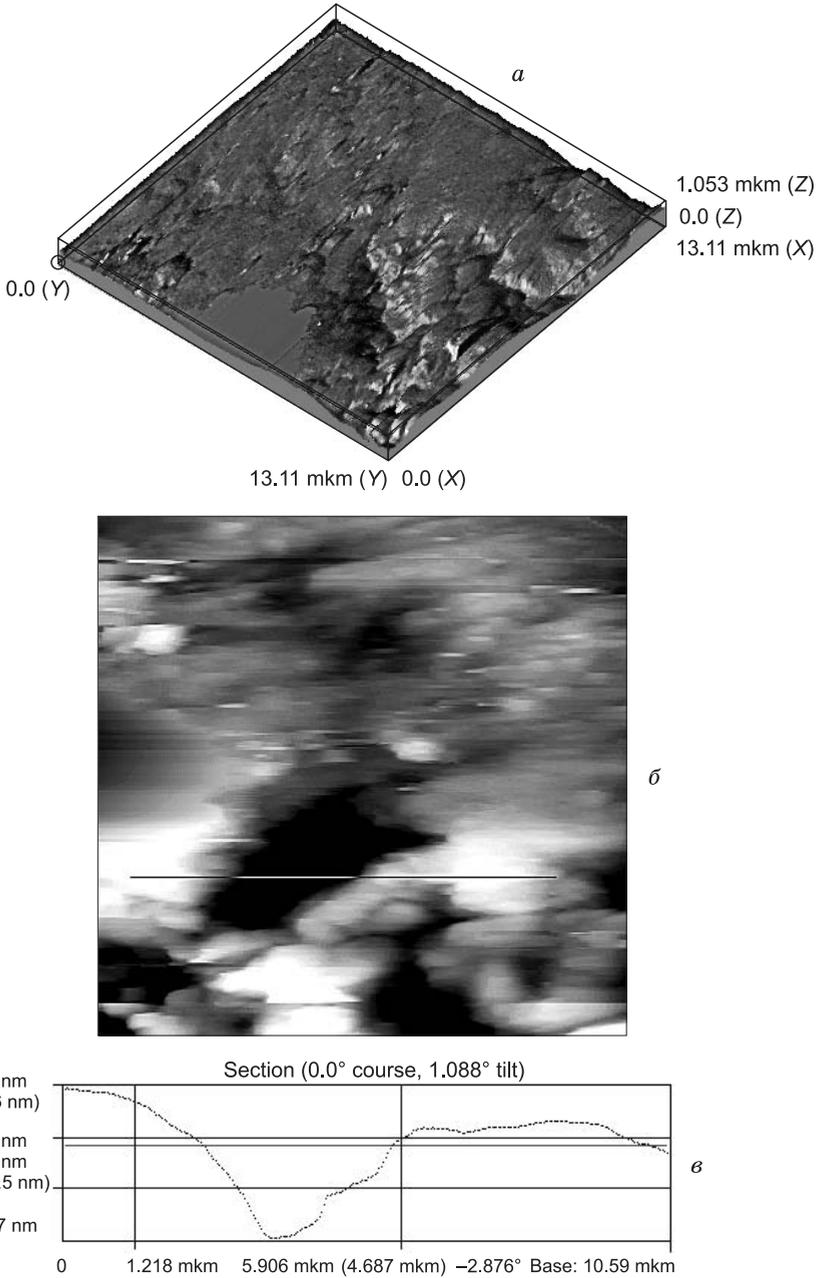


Рис. 2.15. Изображение поверхности излома угля из пласта 26А, ш. Есаульская, полученное на атомно-силовом микроскопе.

a – трехмерное изображение излома; *b* – теневая картинка излома (вид сверху), указан профиль разреза; *в* – профиль разреза, указаны характерные размеры элементов структуры.

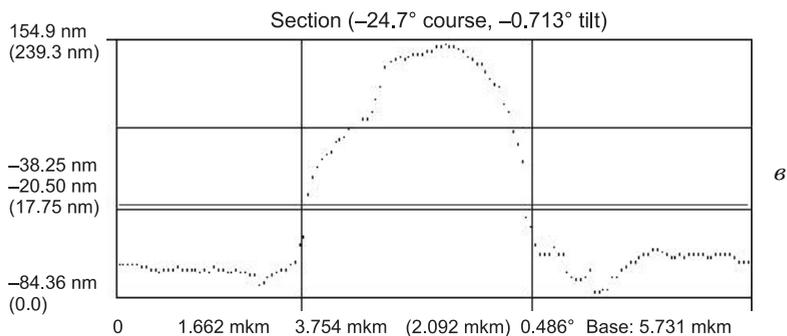
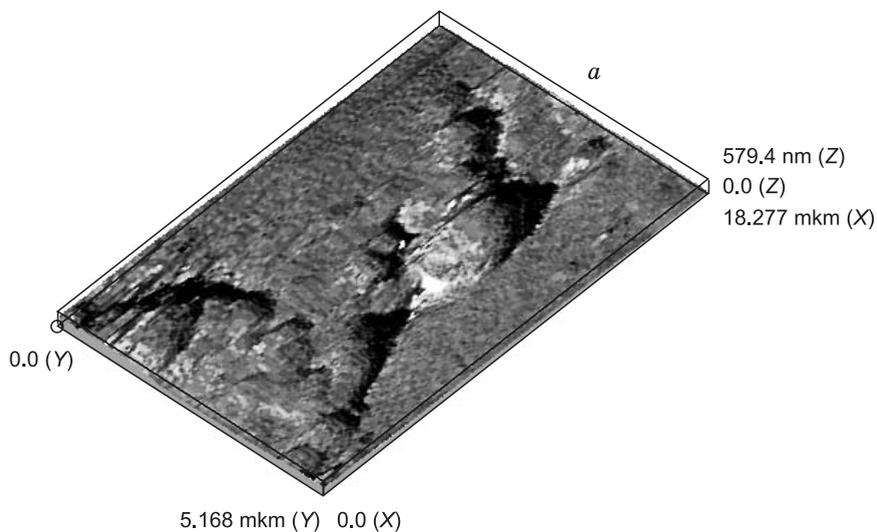


Рис. 2.16. Изображение поверхности излома угля из пласта 26А, ш. Есаульская, полученное на атомно-силовом микроскопе.

a–в – см. на рис. 2.15.

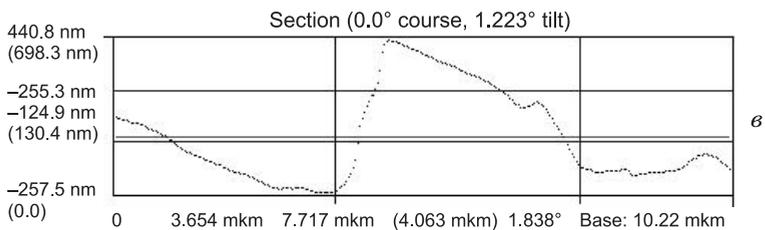
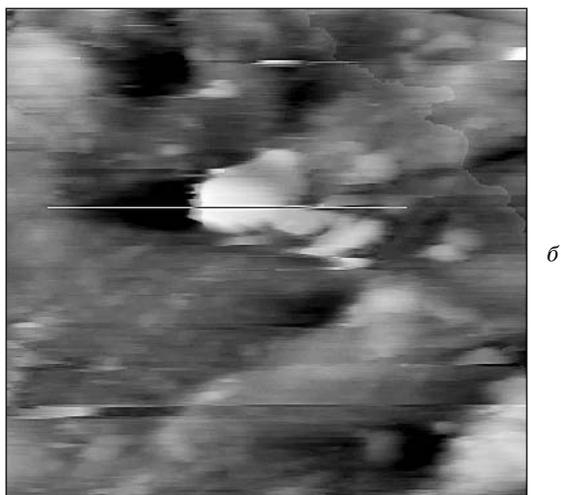
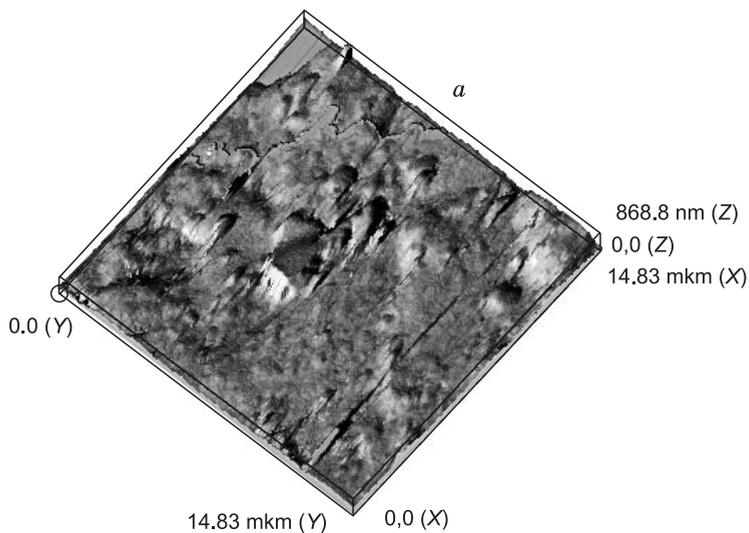


Рис. 2.17. Изображение поверхности излома угля из пласта Польшаевский 1, ш. Заречная, полученное на атомно-силовом микроскопе.

a-b – см. на рис. 2.15.

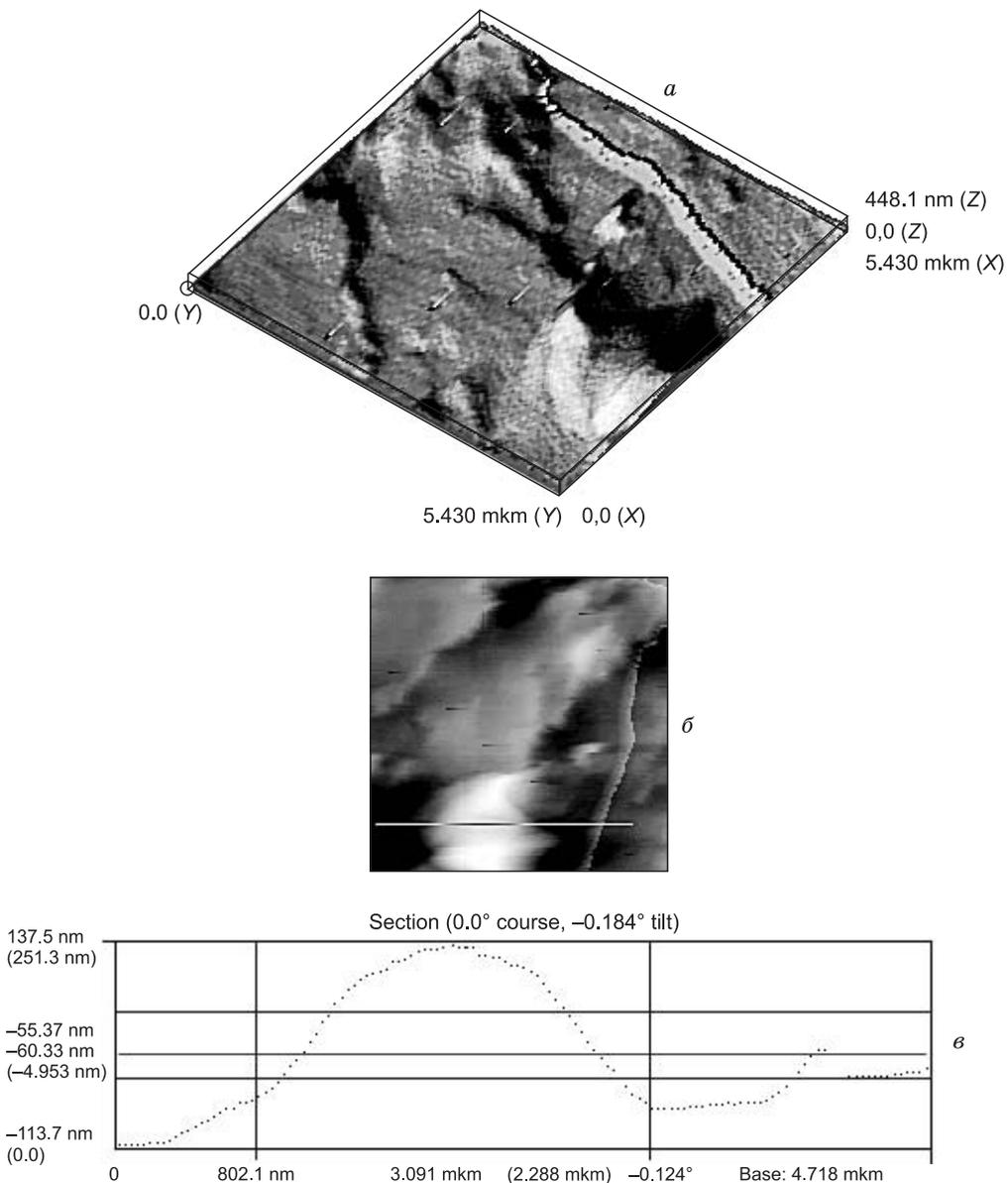


Рис. 2.18. Изображение поверхности излома угля из пласта 67, ш. Юбилейная, полученное на атомно-силовом микроскопе.

а-в – см. на рис. 2.15.

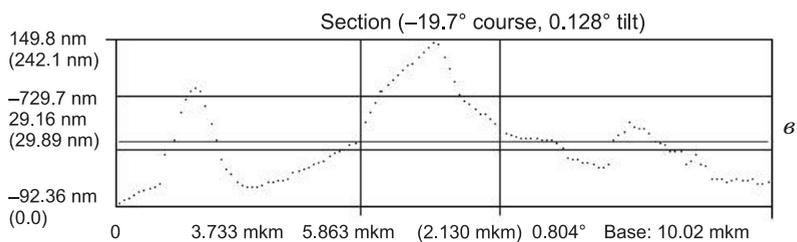
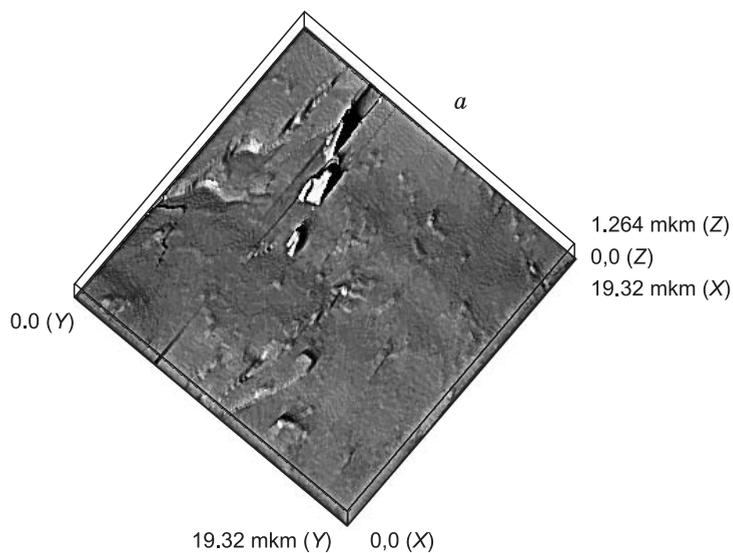


Рис. 2.19. Изображение поверхности излома угля марки ОС, полученное на атомно-силовом микроскопе.

a–*в* – см. на рис. 2.15.

Так, для поверхностей разрушения угля марки ДГ характерна террасно-ступенчатая структура с высотой террас около 400 нм и протяженностью около 3–4 мкм (см. рис. 2.14,а). Для поверхностей разрушения угля марки Ж свойственна бугристая поверхность с характерным размером бугорков около 1 мкм в латеральной плоскости и высотой от нескольких десятков до нескольких сотен нанометров (см. рис. 2.14,б). Для поверхностей сколов угля марки ОС типична смесь террасно-ступенчатой и бугристо-ямочной структур. Высота террас составляет около 400 нм, протяженность – около 2–3 мкм (см. рис. 2.14,в). Характерный размер бугорков и ямок около 1–2 мкм в латеральной плоскости, а высота бугорков и глубина ямок изменяются от нескольких десятков до нескольких сотен нанометров.

Таким образом, полученные данные показывают наличие нескольких масштабных уровней (4–5 и более, в зависимости от поля зрения), характеризующих поверхности разрушения исследованных марок угля на мезоуровне в области масштабов 0–550 и 0–1070 мкм. Разные значения соответствующих фрактальных размерностей указывают на отличия в статистических свойствах поверхностной топографии на соответствующих масштабах наблюдения. Физически это может означать реализацию нескольких механизмов разрушения пластов угля на разных масштабных уровнях, каждому из которых отвечает свой масштаб концентраторов напряжений.

2.2.7. Обсуждение полученных результатов измерений масштабов по оптическим изображениям поверхностей изломов углей

Ранее уже говорилось (см. разд. 2.1.2), что если строго следовать выражению (2.2), определяющему размеры блоков в иерархии масштабов, применительно к изучаемому мезоскопическому уровню, то в исследуемом диапазоне масштабов от 1 до 1000 мкм должны выявляться блоки в следующих диапазонах масштабов:

$$\begin{aligned} L_{-3} &= 300\text{--}600 \text{ мкм} & (n = 2k - 1, k = -1), \\ L_{-4} &= 100\text{--}200 \text{ мкм} & (n = 2k, k = -2), \\ L_{-5} &= 30\text{--}60 \text{ мкм} & (n = 2k - 1, k = -2), \\ L_{-6} &= 10\text{--}20 \text{ мкм} & (n = 2k, k = -3), \\ L_{-7} &= 3\text{--}6 \text{ мкм} & (n = 2k - 1, k = -3), \\ L_{-8} &= 1\text{--}2 \text{ мкм} & (n = 2k, k = -4). \end{aligned}$$

Действительно, все эти масштабы присутствуют в выполненных измерениях (см. табл. 2.2, 2.3, рис. 2.9, 2.11, 2.13, в которых приведена только часть полученных данных), а оценки размеров полученных фрагментов достаточно хорошо соответствуют выражению (2.2). Однако, как легко видеть из табл. 2.2, 2.3, некоторые масштабы оказываются как бы пропущенными. Так, например, для марки ОС выделяются следующие масштабы: 2,7 мкм (АСМ-измерения);

$9,8 \pm 2$ и 60 ± 17 мкм (поле зрения 550×550 мкм²); 13 ± 5 , 144 ± 15 и 450 ± 70 мкм (поле зрения 1070×1070 мкм²). Если стартовать от минимального масштаба 2–2,7 мкм, то по (2.2) получим ряд: 2–2,7 – 7 – 20 – 60 – 180 – 540 (мкм). Таким образом, измерения не выявили возможного масштаба в промежутке 20–30 мкм. В каждом конкретном случае ярко выявляются только некоторые из возможных масштабов, ожидаемых согласно уравнению (2.2). Например, на рис. 2.9 для угля марки ОС (кривая 3) выявились масштабы 9, 140 и 500 мкм; “выпал” возможный масштаб $\Delta L \approx 30$ мкм и т. д. Более того, наблюдаются масштабы, которые можно назвать промежуточными. И только совокупность всех выполненных измерений, в том числе проведенных на основе разных методик, позволяет уверенно говорить о всей совокупности найденных масштабов в исследуемом диапазоне 1–1000 мкм. Ясно, что картину измерений надо упорядочить. Прежде всего следует отказаться от идеи компактности наблюдаемых блоков. В этом случае часть наблюдаемых масштабов будет соответствовать отношениям размеров блоков в трех измерениях: $a:b:c$, где $a \neq b$, $a \neq c$, $b \neq c$.

Следующая серия опытов, выполненная на установке с лучшим разрешением (см. рис. 2.13) и обработкой по новой программе, позволяющей проводить *аппроксимацию произвольным числом прямых* (в рамках полученного разрешения, определяемого количеством пикселей на изучаемый диапазон), позволила заполнить все пробелы в возможных масштабах. Однако даже не очень большая статистика (проанализировано более 100 изображений изломов) позволяет утверждать, что наблюдаются все масштабы, заданные принципом универсальной делимости, а число A близко к трем.

В целом соотношение (2.1) достаточно хорошо качественно описывает иерархию масштабов разрушения угля на мезоскопическом масштабном уровне.

Некоторая размытость в соотношениях делимости блоков (близкая с небольшой погрешностью к трем, но несколько меньшая трех), полученная в настоящих наблюдениях, может быть объяснена не столько отклонением от “идеальной” теории и усреднениями по пространственным координатам, сколько тем, что реальный коэффициент делимости A меньше 3 и близок к значениям 2,6–2,7.

Оценка размеров проводилась на основе анализа поведения корреляционной суммы, усредненной по двум направлениям, в зависимости от расстояния между точками. В то же время оптическая микроскопия показывает, что структурные элементы имеют неодинаковые размеры в каждом из двух направлений. В одном из направлений их размер существенно больше, т. е. блоки являются удлинёнными. Таким образом, необходимым оказалось произвести индивидуальную обработку измерений по каждой из координат, определить размеры и форму структурных элементов.

2.3. ИЗУЧЕНИЕ МАСШТАБОВ РАЗРУШЕНИЯ НА ОСНОВЕ СИТОВОГО И СЕДИМЕНТАЦИОННОГО АНАЛИЗОВ

2.3.1. Масштабы разрушения углей и принцип универсальной фрактальной делимости сред

Как уже не раз отмечалось, уголь является уникальным модельным материалом, позволяющим изучать фрактальные свойства и самоподобие разрушения в широком диапазоне масштабов.

Подведем итог выполненным экспериментальным исследованиям масштабов разрушения углей.

Нами изучено более десяти различных марок угля Кузбасского бассейна в области масштабов разрушения от сотен нанометров до 10 см. Изучение масштабов разрушения углей выполнено тремя независимыми методами: (1) на основе анализа оптических изображений поверхностей изломов; на основе изучения распределений фрагментов по весовым долям методами седиментационного (2) и ситового (3) анализов. Все методы дали очень хорошо согласующиеся результаты по величинам масштабов разрушения. Часть исследований была опубликована в работах [42, 43], в которых показано, что отношение размеров блоков в ряду иерархии близко к 3 (варьирует в пределах 2,4–3,0). Последние, более детальные исследования существенно уточняют эти данные и убедительно свидетельствуют о масштабной инвариантности и самоподобии разрушения углей.

Однако до тех пор пока не проведен полный мультифрактальный анализ оптических изображений поверхностей изломов угля и данных по седиментационному и ситовому анализу, означающий переход от исследования только геометрической структуры к изучению меры, можно сделать лишь ряд предварительных замечаний о соотношении размеров блоков в ряду иерархии (мы пока не говорим о тонкостях фрактальной организации изучаемых объектов).

Для всех марок углей выявляется масштаб $L = 3\text{--}4$ мкм и масштаб $L^* = 10$ мкм. L^* – особая точка, которая выявляется всегда и с очень малой погрешностью, не более 5 % (рис. 2.20). По этой причине при анализе масштабов разрушения точка L^* была выбрана в качестве опорной. В масштабе 1–10 мкм при седиментационном анализе шаг по размерам частиц составлял 1 мкм, усреднение в этой области осуществляется по миллионам частиц (в 1 мм³ содержится $100^3 = 10^6$ пылевых частиц размером 10 мкм), поэтому разброс точек минимален.

Как оптические изображения изломов, так и данные по седиментационному и ситовому анализу выявляют два разных ряда последовательностей масштабов, в которых масштабы соотносятся как 1:(2,4÷2,9). В то же время отношения масштабов одного ряда к другому ряду варьируют в пределах 1:(1,4–1,8). Непосредственные измерения более крупных фракций (см. табл. 2.4 и 2.5) в двух циклах дробления показали, что размеры фрагментов в трех направлени-

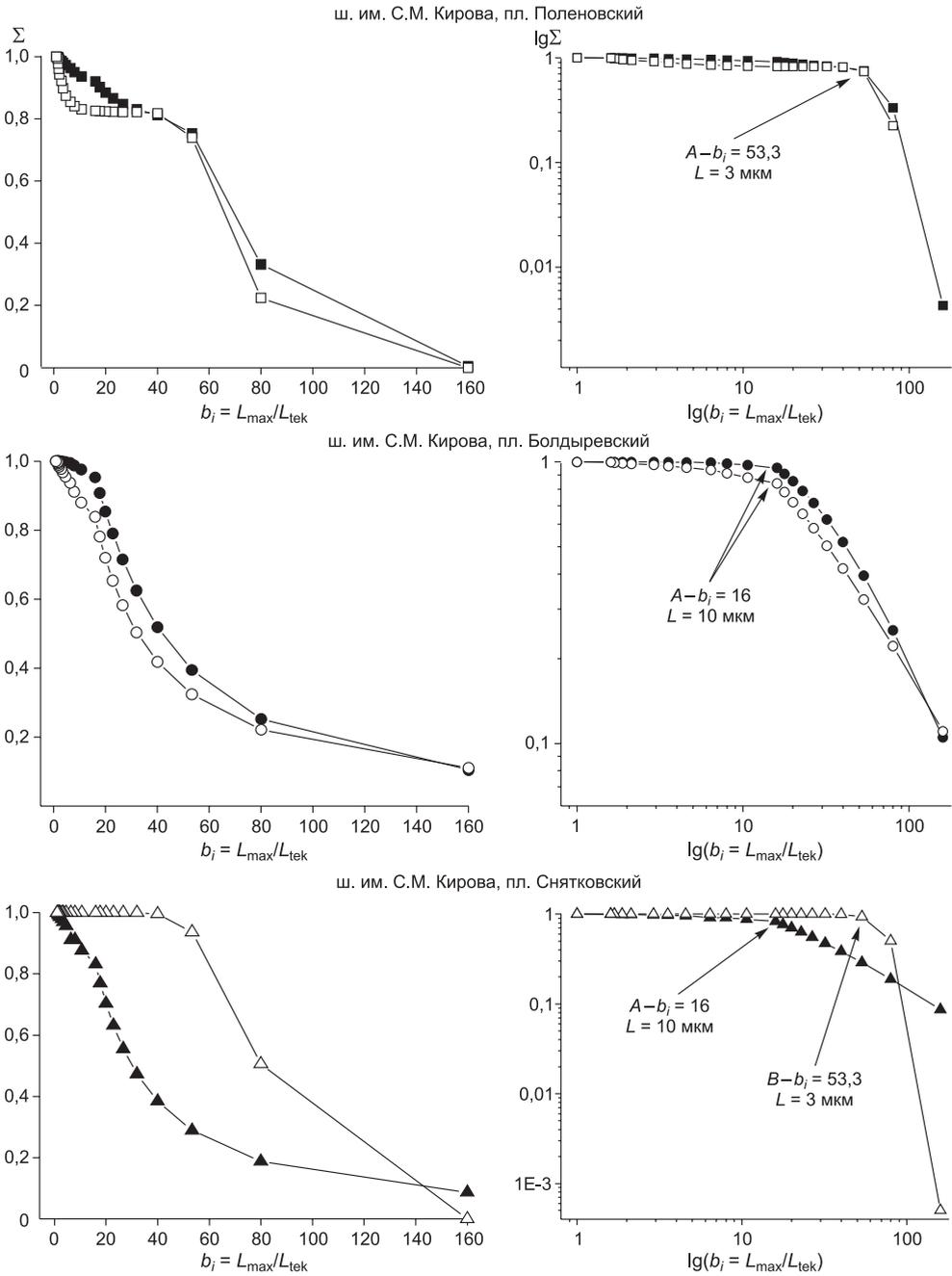
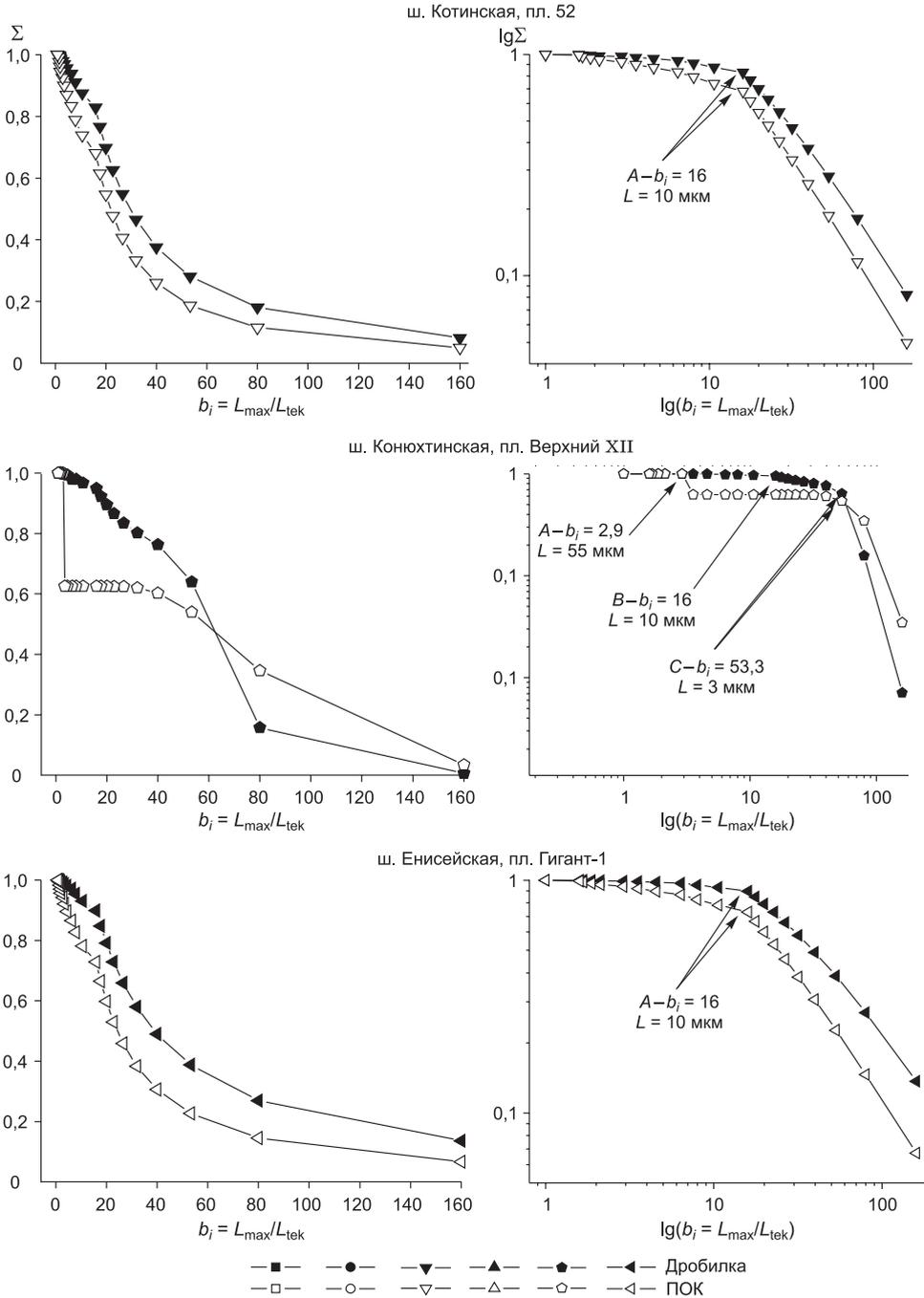


Рис. 2.20. Исследование масштабов разрушения различных углей в диапазоне 1–160 мкм (L_{tek}) для двух разных скоростей нагружения: дробилка и прибор определения крепости углей (ПОК, 5 м/с).



Рисунки слева – кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения; рисунки справа – весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах.

ях $a:b:c$ дают отношения a/b и b/c тем ближе к значению $\sim 1,6$, чем больше выборка, а отношение большего размера к меньшему $a/c \approx 2,6$. Это позволило упорядочить данные, полученные по анализу оптических изображений изломов, и согласовать их с данными по распределениям фракций по весовым долям (в последнем случае более ярко выявляются последовательные размеры блоков в ряду иерархии, в то время как оптические изображения несут информацию с одинаковой точностью как о соотношениях последовательных размеров блоков в иерархии, так и об их геометрической форме).

В диапазоне масштабов 1–160 мкм (см. рис. 2.20, 2.21) для ряда углей уверенно выявляются масштабы 3–4 и $10 \pm 0,5$ мкм. Для некоторых марок угля, представленных на рис. 2.20, масштаб $L = 3-4$ мкм проявляется слабо, в то время как для многих других углей он выражен более ярко, как и $L = 10$ мкм. Так как эти масштабы в указанном диапазоне оттягивают на себя почти весь “вес” (см. рис. 2.20), то при дальнейшем анализе мелкие масштабы (3 мкм, 10 мкм и др.) отсекались, диапазон изучения сужался, и проводилась перенормировка вкладов в кумулятивную сумму. Эти данные, приведенные на рис. 2.22–2.24, позволили достаточно уверенно выявить следующие в ряду иерархии масштабы: $L = 25-30$ мкм, $L = 55-70$ мкм.

Здесь следует заметить, что наиболее яркое проявление того или иного масштаба зависит от скорости нагружения, т. е. от величины подводимой к системе энергии в единицу времени (мощности, см. рис. 2.20, 2.21). Этот факт имеет фундаментальное значение, и к его обсуждению мы еще вернемся. Сейчас наша задача состоит в установлении характерных масштабов в ряду иерархии и отношения для двух последовательных масштабов.

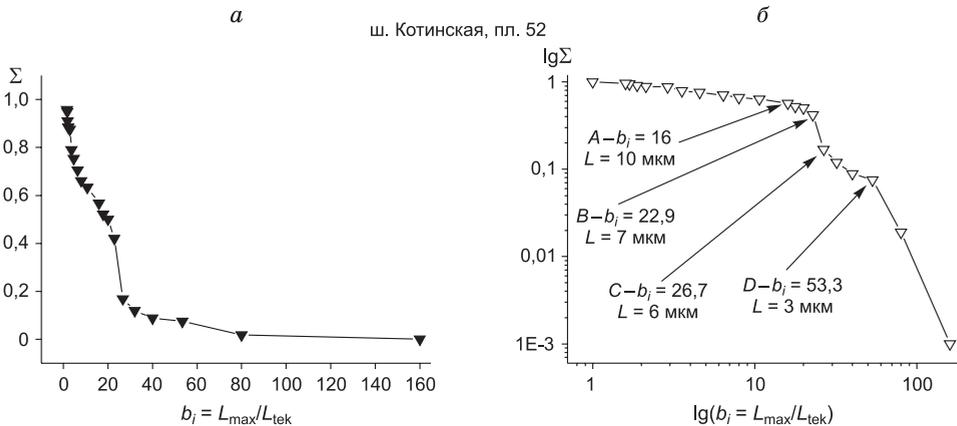


Рис. 2.21. Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 1–160 мкм для скорости нагружения $v = 3$ м/с.

a – кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения; b – весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах.

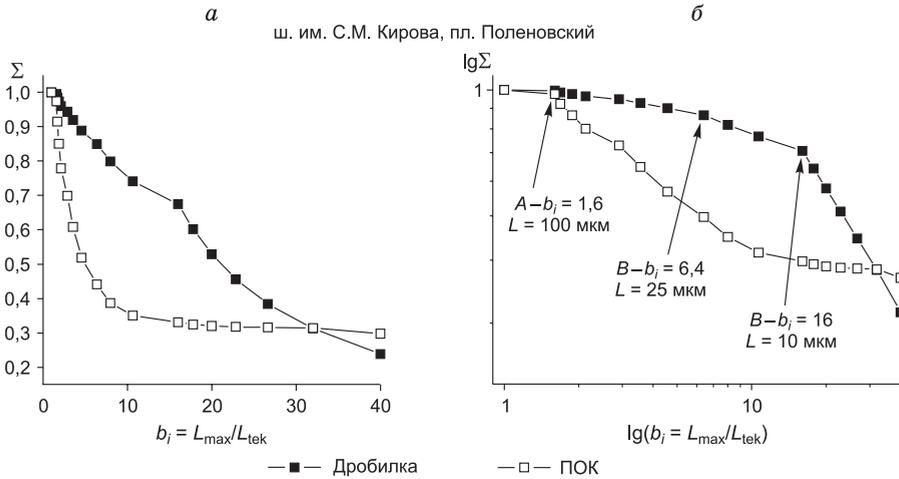


Рис. 2.22. Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 4–160 мкм.
а, б – см. на рис. 2.21.

При изучении масштабов разрушения в диапазоне 25–2500 мкм (рис. 2.25) уверенно выявляются два масштаба (изломы кривых для трех разных углей на рис. 2.25 в двойных логарифмических координатах). Это $L = 55–70$ и $L = 400–500$ мкм. Таким образом, данные, полученные из независимых наблюдений (ситовый и седиментационный методы), дают сходные масштабы.

Также при переходе от масштабов 1–160 к масштабам 25–2500 мкм выявляется излом в области $L = 160–180$ мкм.

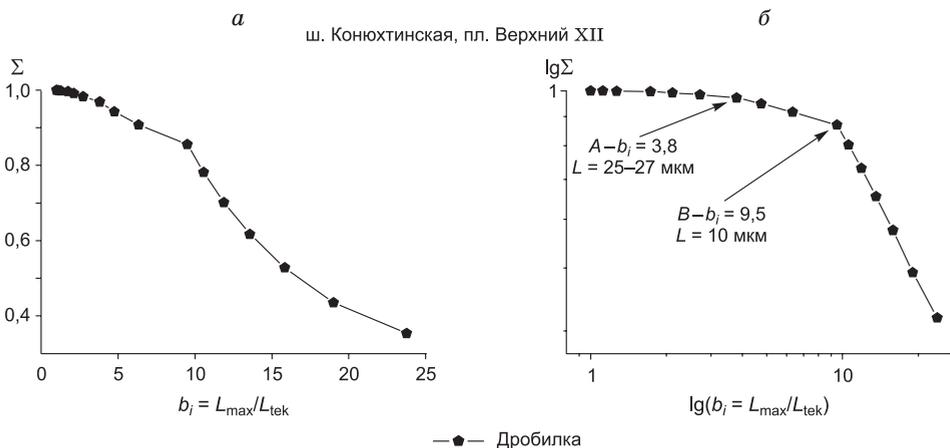


Рис. 2.23. Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 4–95 мкм.
а, б – см. на рис. 2.21.

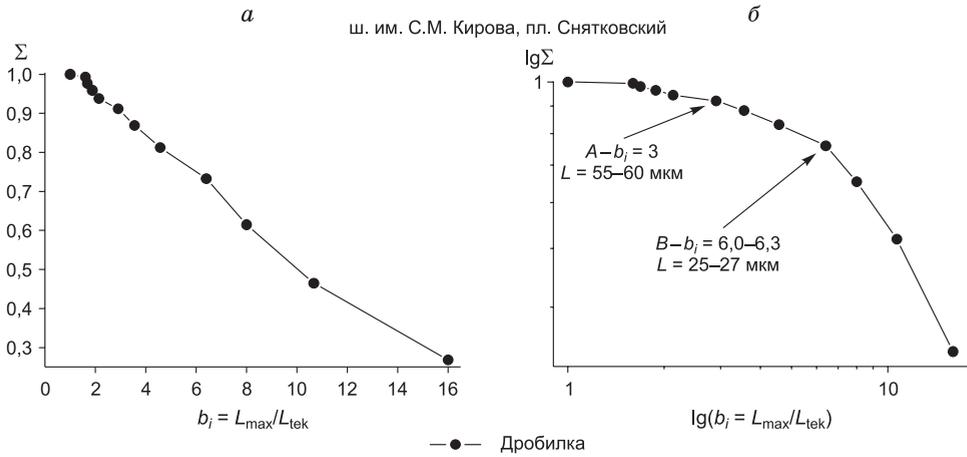


Рис. 2.24. Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 10–160 мкм.

а, б – см. на рис. 2.21.

Вырисовывается следующая картина, полученная по разным методам фрактального анализа. Ярко выражены масштабы: $L_{-2} = 3-4$ мкм; $L_0 = 10$; $L_2 = 25-30$; $L_4 = 55-70$; $L_6 = 160-180$; $L_8 = 400-500$ мкм. Эти масштабы, вероятнее всего, отражают отношения размеров блоков в ряду иерархии ($a:c \approx 2,6$). Легко видеть, что отношение последовательных масштабов и в этом ряду близко к значению 2,6. Менее ярко (несколько ниже весовые доли) выражены масштабы $L_{-1} = 6-7$ мкм; $L_1 = 15-17$; $L_3 = 35-45$; $L_5 = 100-120$; $L_7 = 280-300$ мкм.

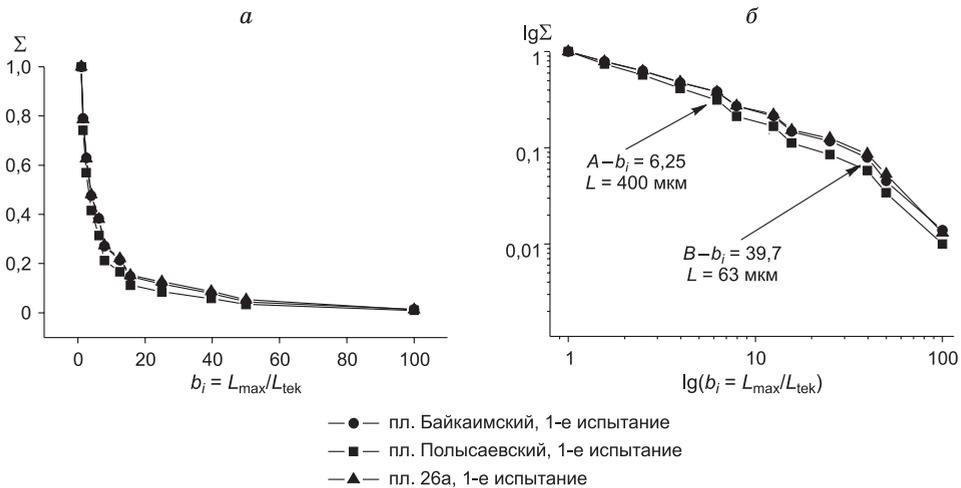


Рис. 2.25. Исследование масштабов разрушения трех углей в диапазоне 25–2500 мкм.

а, б – см. на рис. 2.21.

Следует заметить, что для некоторых углей этот нечетный ряд масштабов проявляется довольно ярко. Отношения соседних масштабов в нечетном ряду также близки к 2,6.

Если же сравнить эти два ряда между собой, то отношения близких масштабов одного ряда к другому дадут число, близкое к 1,6: $\frac{6-7}{3-4} \approx \frac{15-17}{10} \approx \frac{25-30}{35-45}$ и т. д.

На рис. 2.26 и 2.27 приведены кривые распределения по весовым долям фрагментов разрушения угля в безразмерных координатах для трех разных масштабов: на рис. 2.26 – для масштабов 1–10 мкм, 25–315, 200–2500 мкм и на рис. 2.27 – для масштабов 1–10 мкм, 63–630, 160–1600 мкм. Все три безразмерные кривые на рис. 2.26, 2.27 практически совпадают, что еще раз подтверждает масштабную инвариантность процесса разрушения углей и корректность определенных масштабов.

Возникает вопрос, какой параметр является ключевым для закона трансляции масштабов в ряду иерархии? И может ли в основе соотношений обнаруженных кластеров (блоков) лежать некий фундаментальный закон трансляции параметров “кристаллической решетки”, точнее кластера с характерными размерами, соизмеримыми с межатомными расстояниями?

В Макеевском научно-исследовательском институте по безопасности работ в горной промышленности (Украина) [119] изучалась форма частиц разрушенного угля. Как показали электронно-микроскопические исследования, она сохраняется до самых мельчайших размеров [119]. Установлено, что отношение размеров a/b и b/c для частиц антрацита колеблется в пределах 1,613–1,690 и в среднем равно 1,65; $a/c = 2,65$. Такие же значения в широком диапа-

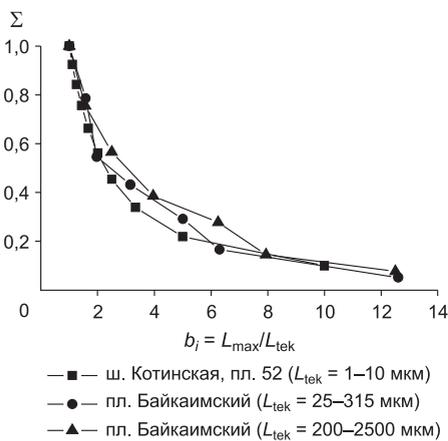


Рис. 2.26. Масштабная инвариантность разрушения угля в диапазоне масштабов 1–2500 мкм.

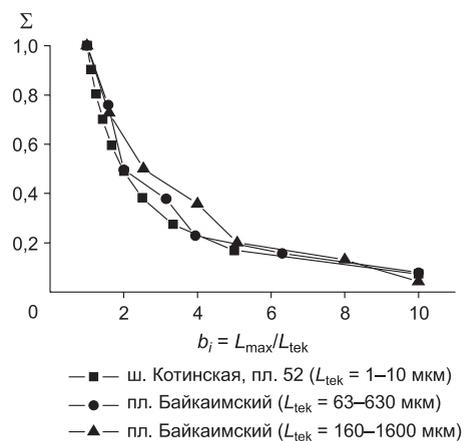


Рис. 2.27. Масштабная инвариантность разрушения угля в диапазоне 1–1600 мкм.

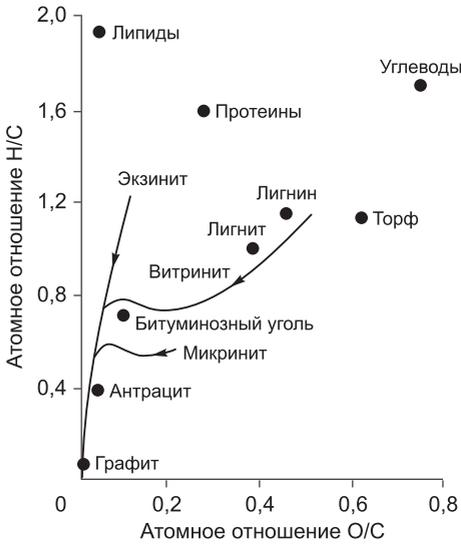


Рис. 2.28. Изменения химического состава и пути углефикации различных типов углей [118].

зоне масштабов были получены и в настоящем исследовании, в том числе и для сравнительно больших масштабов (см. табл. 2.4 и 2.5).

С возрастанием степени углефикации углей в процессе их метаморфизма идет потеря воды, кислорода (в форме CO_2) и водорода (в форме метана). В угле увеличиваются содержание углерода и соотношения его с водородом и кислородом. В качестве показателей углефикации часто используют атомные соотношения Н/С и О/С (рис. 2.28).

Как видно из этого рисунка, антрациты наиболее близки по содержанию углерода к графиту [118]. Каменные угли с высокой степенью углефикации содержат от 90 до 98 % углерода у антрацитов.

Так как угли являются органическими соединениями и имеют сложное молекулярное строение, сравнение их микроструктурных молекулярных параметров со строением графита является большой натяжкой. Но, учитывая высокое содержание углерода (до 98 % у каменных углей), мы рискнули провести эти сравнения, тем более что полученные результаты едва ли могут носить случайный характер.

Обратимся к полученным нами данным. Отношение размеров последовательных блоков в каждом ряду оказалось близким к 2,6, а отношения сопряженных близких масштабов в двух рядах (если масштабы одного ряда разделить на соответствующие масштабы другого) оказались близкими к 1,6. Эти результаты заставили нас вспомнить, что число золотого сечения $\Phi = 1,6180339\dots$, а его квадрат, который имеет фундаментальное значение и определяет геометрические свойства многих природных объектов, $\Phi^2 \approx 2,6180339$ [120, 121]. Следовательно, можно предположить, что идеальное число универсального принципа делимости не тройка и не $e = 2,7\dots$, а квадрат числа золотого сечения. Именно $\Phi^2 = 2,618\dots$ определяет отношение двух последовательных масштабов блоков в ряду иерархии. Из полученных экспериментальных данных следует еще один важный вывод. Блоки не являются компактными, отношения их сторон в среднем равны числу золотого сечения $\Phi = 1,618\dots$ Следовательно, размеры сторон блоков при разрушении углей относятся как

$$a:b:c = 2,618... : 1,618... : 1,$$

$$a:b = 1,618... \text{ и } b:c = 1,618...,$$

если a – максимальный, а c – минимальный размер блока. Можно написать и другой ряд

$$0,6180339... : 1 : 1,618 = c:b:a.$$

Не будем говорить о физических или геометрических соображениях и причинах такого соответствия, пока просто констатируем эмпирический факт.

В полученных иерархических рядах максимальный размер блока n -го порядка есть минимальный размер блока следующего ранга $n + 1$. Понятно, что любой размер a или b , или c может быть выбран за исходный, так как такой выбор носит условный характер.

Взяв за основу реперную точку $L = 10 \text{ мкм} = 10^5 \text{ \AA}$, в качестве параметра трансляции размеров блоков – число $\Phi^2 = 2,618...$ и считая само число Φ “идеальным” отношением размеров сторон блока, получим следующие минимальные числа x_i в ряду иерархии, т. е. минимальный размер кластера, положенный в основу закона трансляции. Понятно, что такой минимальный размер не может быть меньше межатомного расстояния. Получили следующие числа:

$$x_1 = \frac{10 \cdot 10^4 \text{ \AA}}{(\Phi^2)^{10}} = 6,6115 \text{ \AA}, \quad (2.18)$$

$$x_2 = \frac{x_1}{\Phi^2} = \frac{6,6115}{2,618} = 2,525 \text{ \AA}. \quad (2.19)$$

Графит со слоистой гексагональной кристаллической решеткой и периодами решетки $a = 2,461$ и $c = 6,708 \text{ \AA}$ имеет очень близкие к полученным величинам значения параметров решетки, отношение которых равно $\frac{6,708}{2,461} = 2,72$,

что близко к значению Φ^2 . Заметим также, что гексагональная модификация алмаза (как совершенного кристалла, по представлениям древних) имеет периоды $a = 2,52$ и $c = 4,12 \text{ \AA}$. Их отношения равны: $\frac{c}{a} = 1,6349$, $\frac{a}{c} = 0,6118$, что очень близко к числам золотого сечения.

Такие совпадения вряд ли могут быть случайными.

Поскольку три независимых метода определения масштабов (анализ оптических изображений поверхностей изломов, метод седиментационного анализа, ситовый метод) дали одни и те же результаты, которые подтверждаются данными других исследователей по форме блоков, то можно утверждать, что масштабы разрушения блоков определены достаточно надежно.

Попытка выяснить размеры минимального кластера, с которого начинается трансляция разрушения, привела к значениям параметра решетки графита со слоистой гексагональной кристаллической решеткой. Эти данные по-

звolyют утверждать, что *трансляция масштабов разрушения начинается с масштаба кристаллической решетки*.

В качестве идеального числа трансляции следует брать Φ^2 , а само значение Φ определяет с высокой точностью отношение сторон формирующихся блоков.

Теперь уместно сделать несколько замечаний о золотом сечении и свойствах числа Φ .

Отрезок c (например, $c = 1$) делится на две неравные части $a < b$, такие что $a + b = c$, причем меньшая часть относится к большей, как большая к целому: $a/b = b/c$, $a + b = c$. Таким образом, золотая пропорция объединяет свойства аддитивности и мультипликативности, являясь уникальным и универсальным геометрическим кодом.

Числа золотого сечения можно найти как общие корни уравнений, объединяющих свойства аддитивности $a + b = c$ и мультипликативности $a/b = b/c$. Это очень глубокие принципы. Принцип аддитивности отражает наличие структуры в целом (отрезок c состоит из двух неравных частей a и b). Принцип мультипликативности приводит к идее роста или повторяемости, или самоподобия, показывая, что структурные единицы целого подчиняются одному и тому же закону роста. Объединение же этих двух принципов и приводит к самоподобию. Таким образом, получается нисходящий ряд чисел: 1; 0,618...; 0,382... или равноценный ему восходящий ряд: 1; 1,618...; 2,618... Принципы аддитивности и мультипликативности, объединенные в законе золотого сечения, дают код, позволяющий построить сколь угодно сложные самоподобные фрактальные объекты, начиная от заданного единичного элемента.

Напомним теперь, что последовательность чисел Фибоначчи 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21..., в которой каждое число R_{n+1} есть сумма двух предыдущих ($R_{n+1} = R_{n-1} + R_n$), приводит к золотой пропорции, как отношение двух последовательных чисел в ряду, причем чем больше n , тем ближе отношение последовательных чисел Фибоначчи к числу золотой пропорции $\frac{R_{n+1}}{R_n} \rightarrow \Phi = 1,618...$

Современные идеи самоподобия и фрактальной геометрии фактически предвосхищены законом золотого сечения (а точнее, содержатся в законе золотой пропорции). Если закон золотого сечения идеален в том смысле, что самоподобие может быть продолжено вниз до сколь угодно малых величин, то ряд чисел Фибоначчи начинается от единичного элемента и дает самый простой алгоритм восхождения, сохраняя принцип золотого сечения (отношение двух последовательных чисел в ряду дает число Φ), и может быть положен в основу алгоритма многих природных и физических процессов и явлений. Именно по этой причине в ряд Фибоначчи укладываются многие числа, наблюдаемые в природе и физике пространственно-временной иерархии.

Конечно, числа $a_1 = 3$ или $a_2 = 2,7\dots$, или $a_3 = \Phi^2 = 2,618$ – близкие числа, и для конкретных оценок не так уж важно, какое число a_i использовать, но важен принцип.

Фундаментальное значение, раскрывающее физическую природу разрушения как иерархического самоподобного процесса, имеет использование в законе делимости материалов *принципа золотого сечения*, т. е. деления отрезка в среднепропорциональном отношении (когда целое так относится к большей части, как большая часть относится к меньшей). Этот принцип, объединяя аддитивность и мультипликативность, приводит к самоподобию и фрактальности природных объектов.

Во-первых, как видно из представленных данных, чем больше статистика, тем ближе коэффициент делимости к значению $\Phi^2 = 2,618\dots$ Во-вторых, числа Φ и Φ^2 определяют самоподобные процессы и связаны с фрактальными объектами. Таким образом, универсальные числа Φ и Φ^2 позволяют нам рассматривать процесс деструкции материалов как самоподобный процесс, а принцип универсальной делимости материалов приобретает смысл принципа *универсальной фрактальной делимости*. Управляет этим процессом деструкции *закон золотого сечения*.

Если задаться вопросом, чем объясняется такая универсальность установленного принципа фрактальной делимости твердых тел и сред, то ответ окажется на удивление простым. Природа во всех своих проявлениях следует простейшему алгоритму роста (или убыли) масштабов, энергии и т. д., формируя все известные пространственно-временные иерархии по принципу: если есть два масштаба, то следующий масштаб уже определен и равен их сумме. Если говорить о деструкции (материалов), то на уровне кристаллической решетки уже определены исходные масштабы как характерные межатомные расстояния (параметры решетки), которые и формируют иерархию масштабов, разрастаясь в трех пространственных направлениях. Независимо от типа симметрии решетки, мы, стартуя от ее базового параметра, обязательно придем к ряду Фибоначчи, “выживаемость” которого просто фантастична. Зададим два любых числа, например, 4 и 5 (или –1 и 6). Для них можно построить следующую таблицу.

Результаты, подобные приведенным в табл. 2.6, хорошо известны математикам. Возьмем, например, $A_{12} = 665$ и разделим его на Φ^8 : $665/\Phi^8 = 13,3$

Таблица 2.6

Номер ряда (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ряд $A_n (A_{n+1} = A_{n-1} + A_n)$	4	5	9	14	23	37	60	97	157	254	411	665	...
A_{n+1}/A_n	1,25		1,55		1,608		1,617		1,6178		1,6180		...
Ряд $B_n (B_{n+1} = B_{n-1} + B_n)$	-1	6	5	11	16	27	43	70	113	183	296	479	775
B_{n+1}/B_n	-6		2,2		1,687		1,628		1,619		1,618		...

($A_4 = 14$); $665/\Phi^9 = 8,2$ ($A_3 = 9$); $665/\Phi^{10} = 5,08$ ($A_2 = 5$). Для ряда B_n можно получить аналогичные результаты. Так, для $B_{13} = 775$ получим $775/\Phi^{10} = 6,3$ ($B_2 = 6$).

В основе закона золотого сечения материалов применительно к принципу универсальной делимости лежит простой геометрический смысл, обусловленный законом роста (или убыли) масштабов и энергий. Возникает простой вопрос: “Как процессы роста связаны с законами кристаллографии?” С проблемой, поставленной и решенной выдающимся кристаллографом Е.С. Фёдоровым, о “заполнении пространства многогранниками без промежутков” [122].

Для природных объектов и квазикристаллов, обладающих осями симметрии пятого порядка, задача решается просто. В этом случае процесс деструкции, стартуя от межатомных расстояний, начинается с масштабов, отношения которых уже на межатомном уровне соответствуют принципу золотого сечения.

Плотная упаковка атомов в трехмерном пространстве для решеток, обладающих осями симметрии пятого порядка, дает характерные отношения размеров (уже межатомных), равные числу золотого сечения Φ или Φ^2 . Таким образом, процесс деструкции таких материалов, начинаясь с размеров межатомных расстояний, транслирует эти отношения на большие макроскопические масштабы. Характерные отношения длин в исходных кластерах составляют числа Φ и Φ^2 . Это, конечно, качественная квинтэссенция. В каждом конкретном случае следует рассматривать соответствующие группы подобия для квазикристаллов и находить инвариантную меру таких преобразований. Подробнее об этом можно прочитать в работах по кристаллографии [120–127]. Мы же очень коротко остановимся на качественных вопросах.

Француз О. Браве (1811–1863 гг.) впервые установил существование 14 типов решеток кристаллов, названных впоследствии решетками Браве. Эти результаты позднее позволили разделить весь мир кристаллических образований на семь систем или сингоний. Е.С. Фёдоров, выдающийся русский кристаллограф, рассматривал решетки Браве как частные случаи систем правильных точек в пространстве. Он открыл новые пространственные формы, названные им параллелоэдрами (выпуклые многогранники), установив наиболее полные законы заполнения ими пространства. Введенные им параллелоэдры разделяются на четыре типа: трипараллелоэдры (кубы и их деформации), тетрапараллелоэдры (гексагональные призмы и их деформации), гексапараллелоэдры (ромбододекаэдры и их деформации), гептапараллелоэдры (кубододекаэдры и их деформации). С математической точки зрения выделяется еще пятый параллелоэдр – разновидность гексапараллелоэдра с восемью ромбическими и четырьмя шестиугольными гранями [122]. Е.С. Фёдоров показал, что параллелоэдры делятся на равные части, заполняющие пространство не в параллельном положении. Эти части им были названы *стереоэдрами*. По его определению стереоэдры, заполняющие пространство в параллельном положении,

называются параллелеэдрами, а “несколько стереоэдров всегда складываются в параллеледр” [Там же]. Им же установлено существование 230 пространственных групп симметрии, что составляет фундамент современной кристаллографии.

В настоящее время учение о параллелеэдрах рассматривается как геометрическое, а не физическое построение, что особенно важно для нахождения геометрических инвариантов при распространении деструкции на макроскопические масштабы. Развитие методов рентгеноструктурного анализа внесло свои коррективы в некоторые выводы Е.С. Фёдорова, но его фундаментальные идеи остаются актуальными. Более того, многие результаты, полученные Е.С. Фёдоровым, сейчас обретают новое дыхание, помогают осмыслить ряд новых данных по изучению структур [127].

Так, в случае природных объектов, для которых характерны оси симметрии пятого порядка [120–122], типичные также для квазикристаллов, число золотой пропорции $\Phi = 1,618039\dots$ соответствует объемным диагоналям ромбоэдров. Таким образом, универсальность закона золотого сечения есть следствие геометрических и топологических свойств природных объектов. Именно геометрическое подобие определяет методы и средства построения многообразных форм живой и неживой природы (самоподобие, фрактальность).

Если периодическую структуру в виде федоровской решетки из N -мерных кубических ячеек спроектировать на плоскость меньшей размерности n , то при $N = 5$ и $n = 2$ получится хорошо известный паркет Пенроуза (рис. 2.29) [128], который состоит из двух видов ромбов с углами 72° и 36° (напомним, что эти углы характерны и для двойной спирали ДНК, задают ее структуру и определяют соответствующие масштабы микроуровня).

Как и обычные кристаллы, паркет Пенроуза обладает дальним порядком (это понятно, он получен как проекция строгого кристалла), но в нем существует и локальная симметрия относительно поворота вокруг выбранной оси на 72° . В паркете Пенроуза можно обнаружить сколь угодно большие фраг-

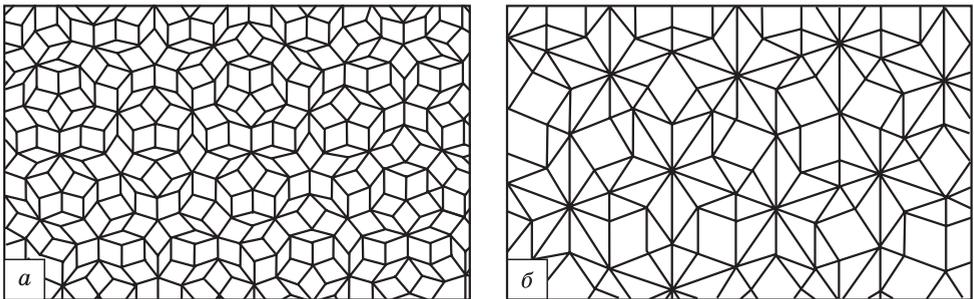


Рис. 2.29. Паркет Пенроуза:

a – масштаб дальнего порядка; *б* – локальная симметрия.

менты с симметрией пятого дальнего порядка [120, 128], но если сравнить два последовательных масштаба подобных фигур, то их отношение будет равно $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2$, т. е. дает в точности число золотого сечения.

Известно также, что пространственный Фурье-спектр идеального кристалла состоит из конечного числа дискретных компонент [126, 128]:

$$A_k = \sum_{i=1}^{2N} A_i \delta_k - K_i, \quad K_{i+N} = -K_i, \quad A_{i+N} = -A_i^*. \quad (2.20)$$

Все A_k лежат на окружности $|K_i| = K_0 = 1$, а углы между ними равны; K_i – базисные вектора решетки. Для двумерных паттернов только $N = 1, 2, 3$ соответствуют кристаллам [128]. Любой другой набор формирует квазикристалл. Так, ячейкам Бенара соответствуют $N = 6$, а квадратным ячейкам капиллярной ряби – $N = 4$. Это все периодические структуры, возникшие как результат самоорганизации.

Известно также [Там же], что наблюдаемый пространственный Фурье-спектр квазикристалла отличается от (2.20) и содержит не только главные моды N , но и их высшие и комбинационные гармоники

$$U(r) = \sum_{j=1}^{2N} A_j e^{iK_j r}. \quad (2.21)$$

Важный вывод из этих результатов заключается в том, что спектр квазикристалла может содержать сколь угодно много дискретных компонент, и они могут быть расположены сколь угодно плотно, образуя Канторово множество (которое фрактально, его размерность дробная ($D = 0,6309$)). Эти данные позволяют нам говорить о “трансляции” фундаментальных паттернов, соизмеримых с размерами решетки, на большие масштабы, приводящей к фрактальным объектам, что и подтверждают многочисленные эксперименты, в том числе и приведенные в настоящей работе.

Таким образом, по крайней мере для природных объектов и квазикристаллов уже на первичном уровне (для квазикристаллов на уровне межатомных расстояний) существует пространственный геометрический инвариант, в точности соответствующий принципу золотого сечения. Во всех остальных случаях, видимо, работает закон роста, приводящий на последующих масштабах к ряду Фибоначчи и обеспечивающий самоподобие и фрактальность физических объектов (мы уже говорили об удивительной “выживаемости” ряда Фибоначчи).

2.3.2. Универсальный критерий фрактальной делимости геоматериалов и геосред

Возьмем число Φ^2 в качестве закона трансляции блоков в последовательности иерархии. Само число Φ определяет отношение сторон некомпактного блока. Первоначально рассмотрим двумерный вариант.

Выпишем в табл. 2.7 степени числа Φ , умноженные на 10 мкм (первая колонка) и найденные нами масштабы (вторая колонка, отсчет будем вести от реперной точки $L = 10$ мкм). Знаками (+) и (-) помечены масштабы для двух разных рядов. Понятно, что такой выбор носит условный характер. В нашем случае он определился выбором реперной точки $L = 10$ мкм, и этот ряд помечен знаком (+).

Таким образом, экспериментально определенные масштабы и соответствующие им размеры блоков в иерархии по разным методам, и идеальный закон трансляции, управляемый законом золотого сечения, дают очень близкие результаты. Размеры блоков порядка 1–2 мкм и менее определены методом атомно-силовой микроскопии, для которой статистика была ниже, чем для других методов (см. рис. 2.30). Для этих данных необходимо установить более надежную статистику. Это задача будущих исследований.

Понятно также, что блоки могут быть определены как четным рядом (помечен знаком (+)), так и нечетным (помечен знаком (-)). Выбор в настоящем случае определен значением реперной точки 10 мкм.

Выделение двух рядов (+) и (-) продиктовано следующими соображениями. Мы уже говорили, что правильнее говорить о масштабах. В этом случае, начинаясь на микроскопическом уровне – уровне кристаллической решетки, масштабы деструкции разрастаются в трех пространственных направлениях, следуя закону золотого сечения (каждый последующий масштаб в Φ раз больше предыдущего). В геодинамике и механике традиционно принято говорить об объемных элементах – блоках. Тогда, как следует из изложенного материала, число Φ дает отношение сторон некомпактного блока, а Φ^2 – отношение масштабов блоков в ряду иерархии.

Таблица 2.7

Степень числа $\Phi \times 10$ мкм	Найденные масштабы
Атомно-силовая микроскопия	
$10 \times \Phi^{-8} = 0,213$	150–250 нм (+)
$10 \times \Phi^{-6} = 0,557$	300–600 нм (+)
$10 \times \Phi^{-4} = 1,459$	1,2–2 мкм (+)
$10 \times \Phi^{-2} = 3,8197$	3–4 мкм (+)
Ситовый и седиментационный анализы	
$10 \times \Phi^0 = 10,00$	10 мкм (+)
$10 \times \Phi^1 = 16,18$	15–17 мкм (-)
$10 \times \Phi^2 = 26,18$	25–27 мкм (+)
$10 \times \Phi^3 = 42,359$	35–45 мкм (-)
$10 \times \Phi^4 = 68,539$	55–70 мкм (+)
$10 \times \Phi^5 = 110,896$	100–120 мкм (-)
$10 \times \Phi^6 = 179,435$	160–180 мкм (+)
$10 \times \Phi^7 = 290,320$	280–300 мкм (-)
$10 \times \Phi^8 = 469,76$	400–500 мкм (+)

На рис. 2.30 приведены характерная картина поверхности излома угля (*a*) и система трещин вблизи тектонического разлома (*б*). И там, и там четко прослеживается клиновидная форма блоков. Для этих физических объектов (блоков) закон чередования устроен более деликатно и тонко. Надо анализировать не прямоугольники, а фигуры, близкие к ромбам, как на рис. 2.30,*a,б*. При приготовлении образцов для исследования из угля всегда выкалывались клиновидные фрагменты, сохраняющие форму естественного блока.

Алгоритм восхождения к большим масштабам от элементарной ячейки по закону золотого сечения представлен на рис. 2.30,*в*. Показана спираль золотого сечения и последовательность ряда чисел Фибоначчи, которые дают дискретный ряд; а отношение чисел в последовательности Фибоначчи, как из-

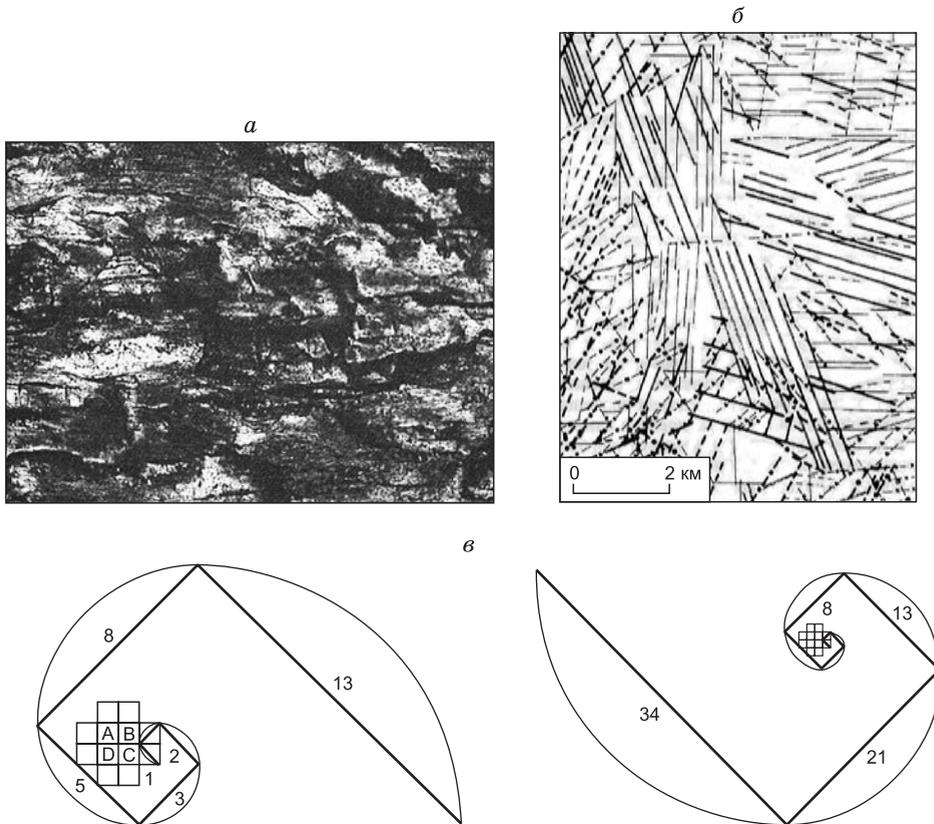


Рис. 2.30. “Генетический код” организации блочных структур угля.

a – оптическое изображение излома угля; *б* – схема линеаментов участка западного разрыва, связанного с землетрясением 28 октября 1983 г. в Центральном Айдахо (США) (разными линиями показаны линеаменты различных систем), по Г.Г. Кочаряну и А.А. Спиваку [54]; *в* – спираль золотого сечения и спираль Фибоначчи, определяющие закон пространственной организации блочных структур углей.

вестно, тем ближе к Φ , чем больше сами числа в ряду Фибоначчи, но уже $8/5 = 1,6$. Противоположные стороны в спирали Фибоначчи дают отношения размеров сторон последовательных блоков в ряду иерархии, которые соотносятся как $\Phi^2 = 2,618\dots$, а отношения размеров прилегающих сторон каждого из блоков равны $\Phi = 1,618\dots$

Эти спирали определяют “генетический код” организации блочных структур изученных углей.

В трехмерном случае необходимо спираль (см. рис. 2.30,в) растянуть по третьей координате, т. е. рассмотреть ее пространственное устройство, в котором каждый поворот на 90° увеличивает шаг спирали на $L \times \Phi$, а поворот на 180° – на $L \times \Phi^2$, так чтобы отношения сторон блоков $a:b:c = 1 : 1,618034\dots : 2,618034\dots$ (рис. 2.31).

Заметим также, что и другие исследователи анализируют самоподобные процессы и законы изменения параметров в точках неустойчивости системы при переходе к новым структурам, используя свойства золотой пропорции и ее производных [35, 37–41]. Так, В.С. Иванова отмечает “контролирующее влияние закона золотой пропорции как кода устойчивости структур живой и косной природы” [35].

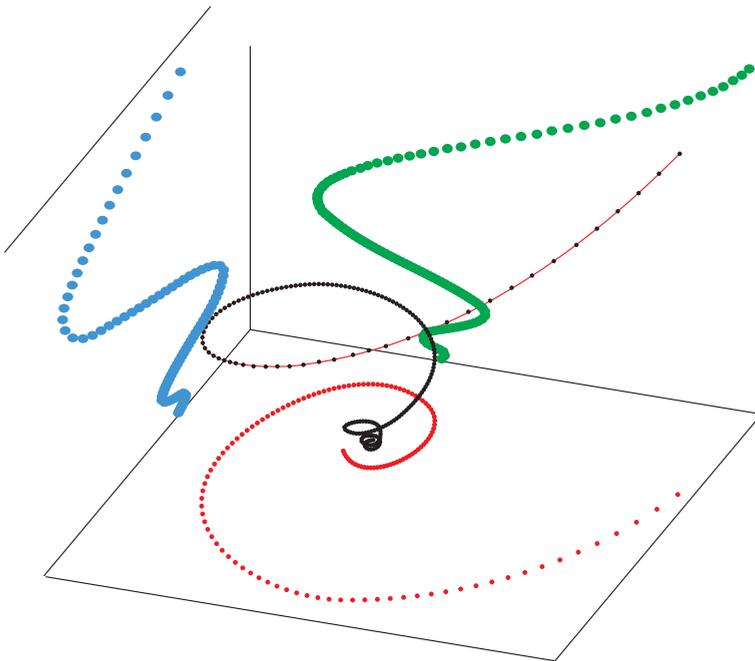


Рис. 2.31. Спираль золотого сечения, определяющая пространственную организацию блочных структур деформируемых твердых тел (показаны также проекции спирали на координатные плоскости).

Почему мы стали рассматривать ряд чисел Фибоначчи как код организации твердых тел и сред? Ответ прост.

Во-первых, отношение чисел в ряду Фибоначчи дает число Ф.

Во-вторых, спираль золотого сечения нигде не начинается и нигде не кончается, сколь угодно малые ее отрезки самоподобны, а ряд чисел Фибоначчи начинается с единичного элемента (1, 1, 2, 3, 5, ...), за который может быть выбран любой интересный для конкретного случая масштаб. Природа также строит свои объекты, начиная с определенного элементарного размера (параметр решетки, постоянная Планка и т. д.).

В-третьих, ряд чисел Фибоначчи – самый простой и естественный код, по которому строит Природа. Каждый последующий элемент есть сумма двух предыдущих. Что может быть проще и естественнее? В результате такого кода реализуются два фундаментальных принципа: самоподобие и фрактальность построенных объектов.

И, наконец, решая поставленную задачу установления универсального принципа делимости материалов и сред, следуя ряду чисел Фибоначчи, легко представить код деструкции (делимости) материалов в виде двухмерной (см. рис. 2.30) или трехмерной спирали (см. рис. 2.31).

Каждый поворот на такой спирали Фибоначчи (вписанный в спираль золотого сечения) на 90° дает отношение размеров смежных сторон в блоке, а поворот на 180° – следующий в ряду иерархии блок.

Таким образом, мы приходим к следующему фундаментальному выводу: принцип универсальной делимости есть *принцип универсальной фрактальной делимости*, при которой понятие “блок” – это условное понятие, означающее, что, говоря о блоке, мы подразумеваем фактически характерные масштабы разрушения по двум (или трем) сопряженным системам локализованных повреждений.

Оказалось, что установленный нами закон делимости углей выполняется и для других геоматериалов и геосред, т. е. на существенно больших масштабах, чем изученные нами. Подобные отношения масштабов деструкции (близкие к Ф) были получены для фрагментов разрушенных гранитов и песчаников и более крупных геологических объектов – элементов земной коры [129].

Очень интересные данные приводит К.Ж. Семинский [130]. Цель его исследований была: “установить соотношения между размерами подвижных зон и блоков, а затем выделить объективно существующие уровни иерархии в зонно-боковой структуре литосферы Азии. Работы проведены для трех масштабов (1:100 000, 1:2 500 000, 1:15 000 000) на базе единых представлений о проявлении главных элементов деструкции – зон и блоков. Последнее принципиально, так как построения разных исследователей даже для одних и тех же регионов трудно сопоставимы в количественном отношении” [Там же].

Автором выполнены масштабные исследования на большом числе природных объектов. “В результате выделения подвижных зон, как участков высо-

кой плотности разломов, землетрясений, вулканов и других возникающих при контактировании блоков проявлений деструкции, были составлены карты активной зонно-блоковой структуры Приольхонья (Западное Прибайкалье), Прибайкалья и Азии в целом. Количественный анализ позволил выделить зоны разных рангов, характер взаимного расположения которых свидетельствует о существовании законченной картины блоковой делимости для всех изученных масштабов: протяженные зоны оконтуривают крупный блок, который разделен меньшими по размерам зонами на серию более мелких блоков и т. д. Это обеспечило возможность привести в соответствие ранги подвижных зон и блоков, т. е. выявить и количественно охарактеризовать (табл. 2.8) объективно существующие уровни иерархии зонно-блоковой структуры Азии” [130].

Анализируя полученные результаты, автор [130] пишет: “Несмотря на различия в размерах блоков одного уровня, которые обусловлены влиянием целого комплекса факторов, их средние параметры (L) находятся в иерархических взаимоотношениях не менее определенных, чем это характерно для зон. Для обоих элементов структуры величина μ изменяется в пределах единицы, но их средние значения практически равны (2,2 и 2,1)” (см. табл. 2.8).

Таким образом, К.Ж. Семинским получено отношение двух последовательных масштабов блоков и зон, равное 2,2 или 2,1. Он рассматривает S -блоки и S -зоны, приводя их площади и считая блоки и зоны компактными элементами. С другой стороны, отношение среднегеометрических размеров блоков (L) и зон (l) (последняя строка в табл. 2.8) дает в среднем по 11 масштабам $(L/l)_{cp} = 1,61$.

Если отвлечься от геофизических соображений выделения зон и блоков как элементов деструкции и рассматривать выделенные блоки и зоны в едином иерархическом ряду, а также принять, что они являются некомпактными элементами (считаем, что отношения L/l дают коэффициент формы, равный 1,61), то число 2,2–2,1 следует из осреднения $(\Phi^2 + \Phi)/2 \approx 2,118$, т. е. получаем число, очень близкое к результату К.Ж. Семинского (2,2–2,1). Мы также можем прийти к коэффициенту 2,2–2,1, объединив две последовательности (+) и (–) (см. табл. 2.7) и усреднив масштабы. Таким образом, и в этом случае, переосмыслив данные К.Ж. Семинского, мы получаем два масштаба: 2,618... и 1,618.... Первый коэффициент, равный Φ^2 , определит отношение размеров бло-

Таблица 2.8

Уровни	XI	X	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$l = S$ -зоны	0,7	1,4	2,7	6,6	14,0	33,0	86,0	200,0	410,0	818,0	2000,0
$\mu_{зон} = l_{i+1}/l_i$	2,0	1,9	2,4	2,1	2,4	2,6	2,3	2,1	2,0	2,4	
$L = S$ -блоки	1,4	2,8	4,6	10,4	24,0	55,0	128,0	272,0	542,0	1113,0	2746,0
$\mu_{блок} = L_{i+1}/L_i$	2,0	1,6	2,3	2,3	2,3	2,3	2,1	2,0	2,0	2,5	
L/l	2,0	2,0	1,7	1,6	1,7	1,7	1,5	1,4	1,3	1,4	1,4

L, l – среднегеометрические размеры блока и зоны, км; S, s – площади блока и зоны, км²; μ – отношение размеров объектов, относящихся к смежным уровням.

ков деструкции геофизической среды, а второй коэффициент даст отношение сторон некомпактного блока геосреды.

Возникает принципиальный вопрос – только ли к углям относится установленный нами принцип *универсальной фрактальной делимости*?

Из приведенных выше результатов по разрушению (в более общем случае деструкции) любых материалов и сред (хрупких и пластичных), а также согласно уже изложенным соображениям относительно концентрационного критерия разрушения следует признать, что *принцип универсальной фрактальной делимости применим к любым материалам и средам*, т. е. любой последующий масштаб в ряду иерархии блоков для всех материалов и сред равен предыдущему масштабу, умноженному на число $\Phi^2 = 2,618\dots$ Понятно, что это идеальная теория и в каждом конкретном случае могут быть заметные отклонения от числа Φ^2 , но чем больше будет статистика, тем ближе будут отношения соседних масштабов к числу Φ^2 . Так, в работе [131] изучается разрушение обычного оконного стекла и приводится распределение по фракционному (весовому) составу фрагментов в диапазоне частиц 500–0,5 мкм. Представление этих данных в двойных логарифмических координатах относительно безразмерного масштаба $b_i = L_{\max}/L_{\min}$, несмотря на низкую точность и скудную статистику, дает последовательные масштабы, отношения которых кратны приблизительно Φ (Φ^2).

Данные по весовому распределению частиц износа стали 45 [132] также приводят к аналогичным результатам.

Приведем здесь без всяких комментариев фрагмент из дискуссии по поводу доклада Г.Г. Малинецкого и С.П. Курдюмова на заседании Президиума РАН (19 сентября 2000 г.) [1].

Академик Н.А. Шило: “Я как-то обратил внимание на распределение элементов стабильных изотопов и на числа 288, 144 и т. д. Это показало, что они укладываются в ряд Фибоначчи. Меня заинтересовало это обстоятельство, я стал анализировать не стабильные, а радиоактивные элементы в этом же поле от 1-го до 6-го периода. Анализ показал, что увеличение количества радиоактивных элементов от начала до конца идет по экспоненте.

Это еще больше меня заинтересовало. Тогда я взял цифры этого ряда, логарифмы их, и оказалось, что эти два распределения совпадают, т. е. подчиняются одному и тому же закону.

Это прелюдия. А мой вопрос заключается вот в чем. Мы имеем две тысячи радиоактивных изотопов, их распад происходит в разных временных интервалах – от 10^{-2} до 10^{24} секунды. Проблема предсказания вероятности распада данного изотопа до сих пор решается статистически. Но почему данный изотоп именно в данную минуту, секунду и т. д. распадается, а не другой? В чем заключается физический секрет и какова связь этих параметров, скажем, *ряда Фибоначчи, в который вкладываются радиоактивные элементы, стабильные элементы и т. д.*, и как под этим углом зрения рассматривать такой гигантский процесс, который охватывает, можно сказать, всю Вселенную?”

2.4. ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ НАГРУЖЕНИЯ НА МАСШТАБЫ РАЗРУШЕНИЯ УГЛЯ

Изучение влияния скорости нагружения на процесс разрушения угля чрезвычайно важно по многим причинам. Во-первых, увеличение скорости резания может заметно повлиять на выход пылевых частиц. Во-вторых, увеличение скорости резания и, как результат, повышение скорости продвижения лавы изменяют характер самого процесса горных работ, существенно смещая все механические реакции среды (и в зоне резания, и в лаве, и в кровле) в области неравновесности и неустойчивого поведения. Всё это означает, говоря языком нелинейной динамики, что горные технологии сместились от квазистационарных режимов в области режимов с обострением со всеми вытекающими отсюда последствиями в виде “внезапных” катастроф разных масштабов.

Если характерные пространственные масштабы, интересующие горного технолога, известны, а по ним можно с достаточной степенью уверенности судить о масштабах блоков в ряду иерархии, вовлеченных в процесс неравновесности и ускоренной эволюции, то определение характерных времен релаксации составляет наиболее сложную проблему.

Развиваемая методология нелинейной динамики геоматериалов и геосред однозначно требует определения в каждом конкретном случае стадии медленной эволюции, т. е. времени медленного квазистационарного процесса, предшествующего стадии сверхбыстрого развития событий. Математическая задача, которая возникает в связи с решением этой проблемы, – это задача определения всех параметров режима с обострением и, прежде всего, времени обострения и характерного масштаба, а также места локализации повреждений, т. е. разрывов и опасных трещин.

Для решения этой задачи необходимо экспериментальное установление иерархии характерных времен релаксации в зависимости от изучаемых масштабов. Другая задача – выяснение того, как изменится характер разрушения при изменении скорости нагружения. Первые шаги в этом направлении могут быть сделаны на основе изучения выхода пылевых частиц в зависимости от скорости разрушения. Подобные зависимости для четырех углей и трех скоростей (3, 5, 10 м/с) были получены (рис. 2.32–2.35) и проанализированы по описанной выше методике.

Главным результатом является то, что все масштабы разрушения, найденные ранее, выявляются при всех скоростях. Заметно меняются только вклады фрагментов, т. е. их распределения по весовым долям.

Полученные распределения – очень не простые. Укажем сперва качественные тенденции.

Для всех углей выход мелкой пыли (≤ 1 мкм) возрастает с ростом скорости. Максимумы фракций для разных углей приходятся на разные масштабы. Так, для углей шахты им. С.М. Кирова для всех пластов максимумы приходятся на размеры пылевых частиц в 2 и 3 мкм (до 50 % веса), причем в ряде

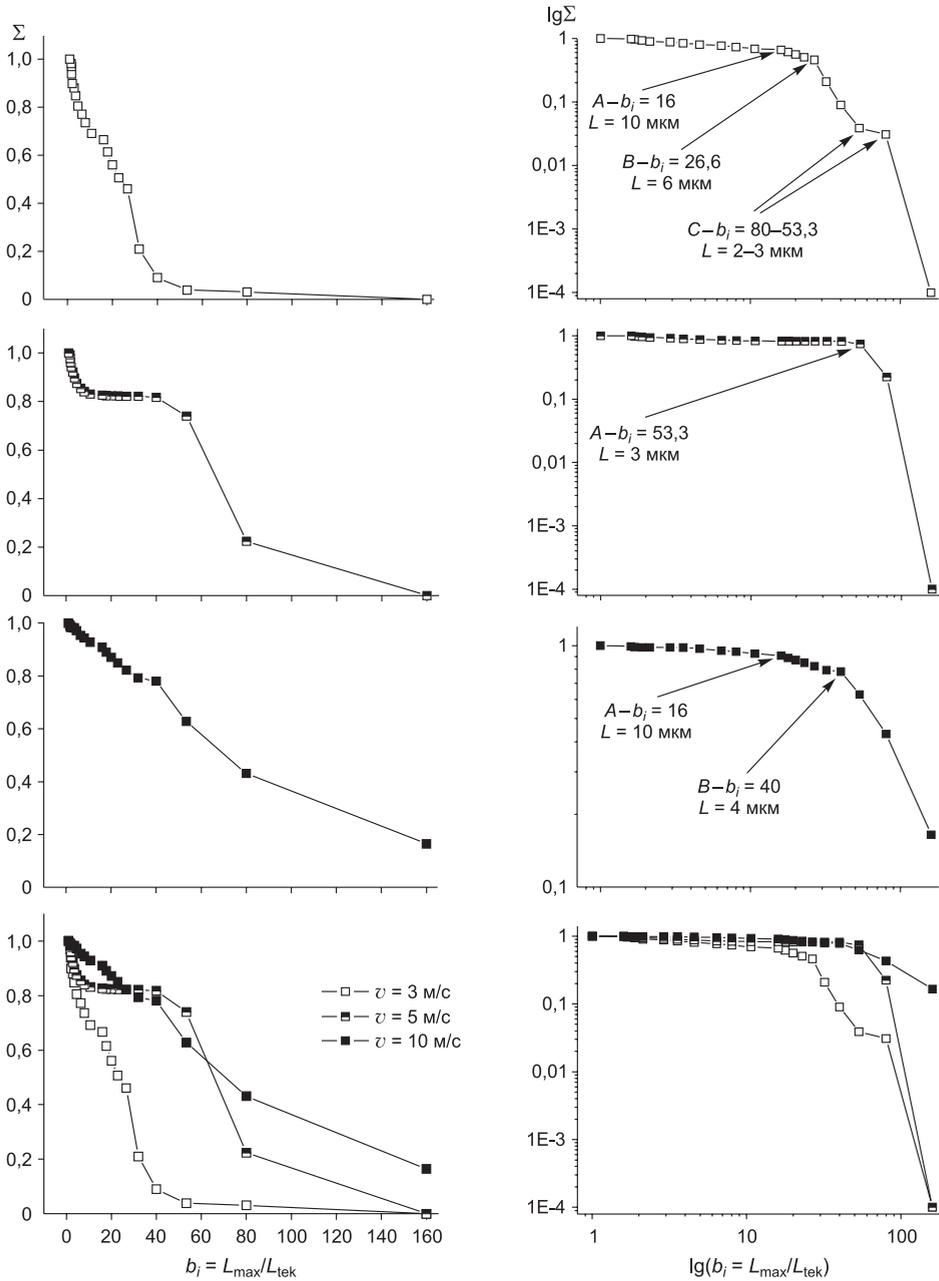


Рис. 2.32. Влияние скорости нагружения на выход пылевых частиц в диапазоне 1–160 мкм для угля из ш. им. С.М. Кирова, пл. Поленовский.

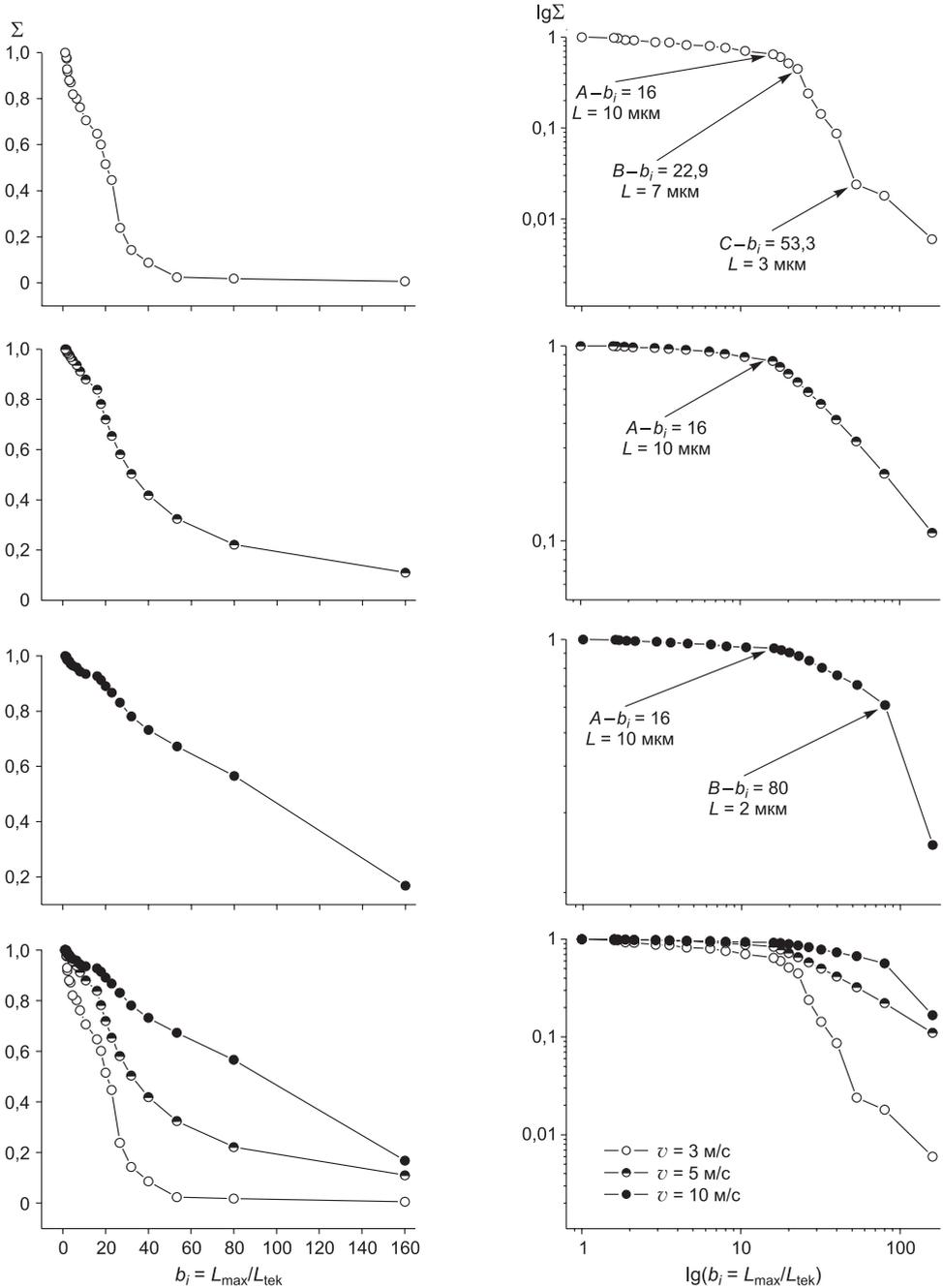


Рис. 2.33. Влияние скорости нагружения на выход пылевых частиц в диапазоне 1–160 мкм для угля из ш. им. С.М. Кирова, пл. Болдыревский.

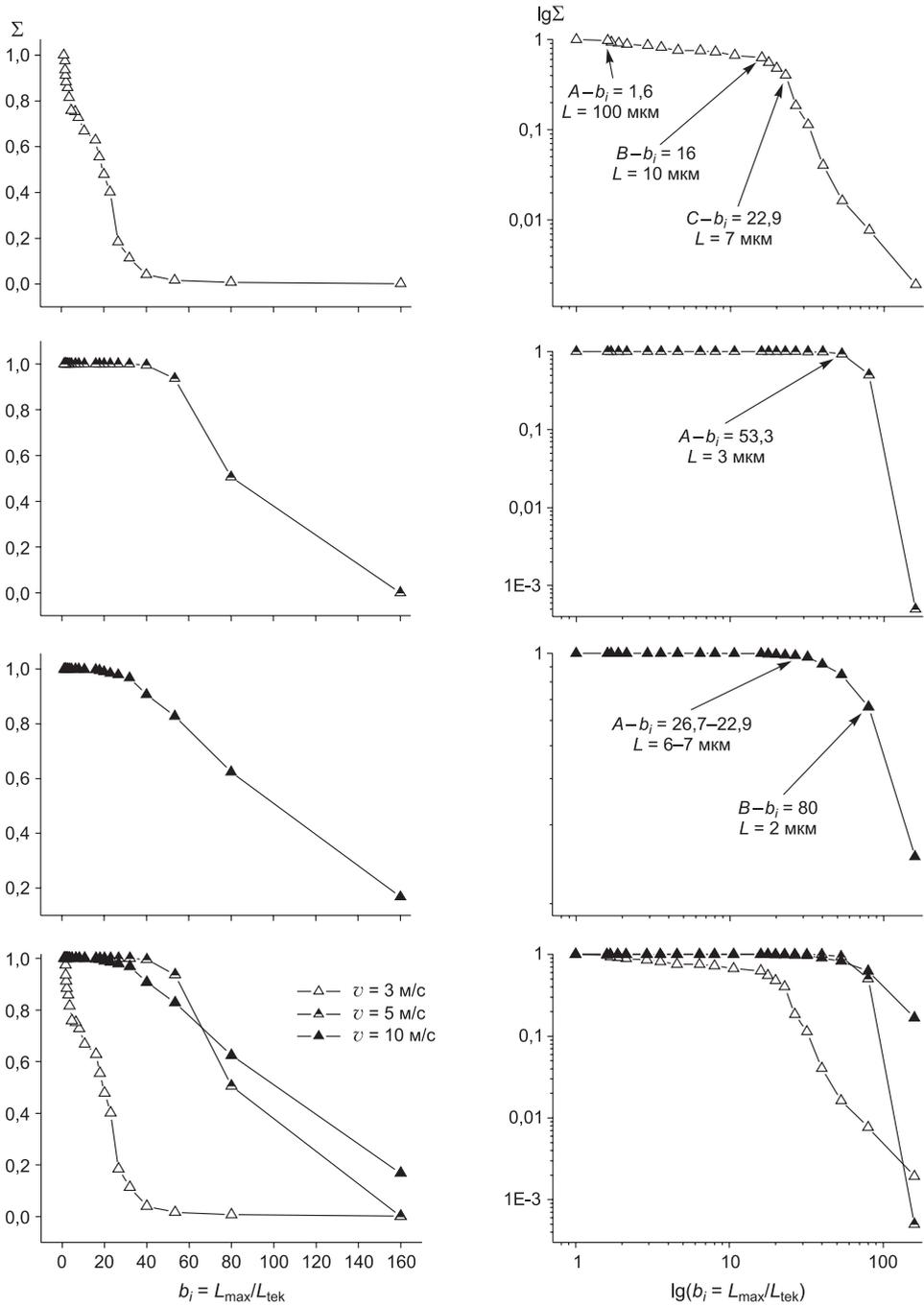


Рис. 2.34. Влияние скорости нагружения на выход пылевых частиц в диапазоне 1–160 мкм для угля из ш. им. С.М. Кирова, пл. Снятковский.

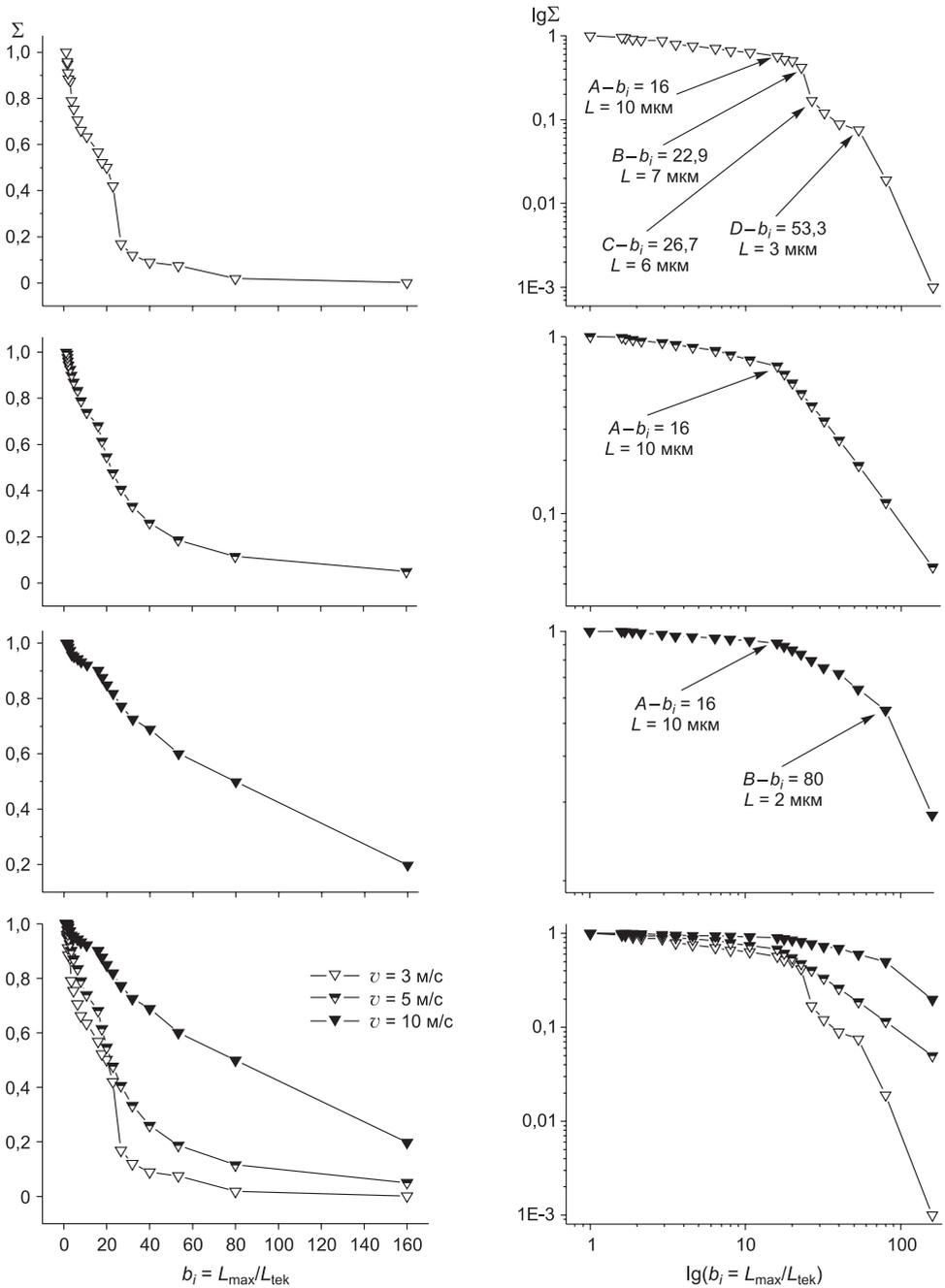


Рис. 2.35. Влияние скорости нагружения на выход пылевых частиц в диапазоне 1–160 мкм для угля из ш. Котинская, пл. 52.

случаев максимумы наблюдаются при скоростях 5 м/с, хотя тенденция роста выхода этих фракций просматривается и для других углей.

Более яркое проявление масштабов в 6–7 мкм для некоторых углей также свидетельствует о смещении максимума в другую область масштабов, но при малых скоростях (3 м/с). Выявление масштабов 6–7 мкм и ~2 мкм свидетельствует о том, что разрушение идет более интенсивно (выше стали вклады) на других масштабах. Ранее, при скоростях 5 м/с, это были масштабы 10 и 3,5–4 мкм, т. е. кратные 1,618 ($10 : 1,618 \rightarrow 6-7$ мкм; $(3,5-4) : 1,618 \rightarrow 2$ мкм).

Подобное поведение ярко подчеркивает фрактальную природу разрушения. Блоки – это не застывшие статические образования, а диссипативные структуры, формирующиеся в ходе нагружения, а интенсивность развития процесса на том или ином масштабе связана с управляющими параметрами, т. е. со скоростью подводимой к среде энергии. Как уже отмечалось, правильнее говорить о масштабах разрушения, а не о блоках как сформировавшихся структурах. Изменился характер воздействия – изменился и масштаб формирующихся субструктур.

Это явление носит фундаментальный характер и имеет достаточно простое объяснение в рамках развиваемой методологии. Скорость нагружения однозначно определяет количество энергии, подводимой к системе в единицу времени (т. е. мощность). Ранее мы уже неоднократно отмечали *пороговость* всех явлений в нелинейных системах. Пока подводимая энергия не превысит некоторого порогового значения, никаких качественных изменений в системе не происходит. При преодолении порогового значения подводимой энергии становится достаточно, чтобы вовлечь в процесс подвижек следующий масштаб. Это мы и наблюдаем в экспериментах. Например, при увеличении скорости резания с 3 до 5 м/с преодолеваются энергетические пороги и вместо масштабов 2–3 и 6–7 мкм более ярко выраженными становятся масштабы, кратные 1,618, т. е. масштабы 3–4 и 10 мкм. Таким образом, максимумы вкладов смещаются в область более крупных масштабов. Одновременно должен увеличиться и выход более легких частиц (там максимумы тоже должны сдвинуться на масштабы, в 1,618 раз превышающие предыдущие значения). Эти сдвиги должны произойти во всей иерархии наблюдаемых масштабов в диапазоне масштабов, вовлеченных в процесс разрушения, вследствие масштабной инвариантности процесса разрушения.

Количественный состав фракций может меняться от опыта к опыту. Весовой выход той или иной фракции зависит от множества причин: влажности среды, скорости нагружения и многих, многих других условий. Более того, разные масштабы разрушения могут быть связаны с различными физическими механизмами. Например, хорошо известно, как сложно получить при дроблении материалов высокий выход мелких фракций (<1 мкм). *Масштабы же разрушения инвариантны к способу подводимой энергии, т. е. не зависят от*

условий нагружения. Другое дело, что при разных условиях нагружения могут выявиться разные масштабы и поменяться вклады фракций.

Таким образом, надо экспериментально определить значения пороговых скоростей (а следовательно, и мощность подводимой энергии), при которых разрушение переходит на следующий масштаб. Как уже говорилось, подобные результаты были получены в исследованиях, при которых варьировалась величина заряда, подрываемого в 32 м от места регистрации в забое [92]. При превышении мощности зарядом пороговой величины (~200 кг) наблюдали смещения блоков размерами 40–50 см. При меньших зарядах никаких смещений блоков не наблюдалось.

Но это еще не всё. Выявленные смещения масштабов разрушения привели к новому качеству. В исследованном диапазоне скоростей переход произошел на масштаб приблизительно в 1,618 раз больше (или меньше, в зависимости от того, увеличивается или уменьшается скорость нагружения). Начинают играть системы сопряженных трещин большего или меньшего масштаба. Это означает, что изменился характер напряженного состояния. Тензор напряжений как бы повернулся на 90° (согласно схеме на рис. 2.30,в, т. е. по спирали). Сжатие в одном направлении сменилось растяжением, а в другом случае, наоборот, растяжение сменилось сжатием. Удивительно, но именно по этой схеме изменился ход событий в Байкальской рифтовой зоне в 1992 г. Тогда за короткий период времени (менее года) произошло изменение напряженного состояния: сжатия сменились растяжениями. Одновременно по данным GPS были зафиксированы изменения скорости смещения плит. Более того, нетрудно оценить, во сколько раз должна измениться подводимая к геосреде или материалу энергия, т. е. оценить энергетический порог при переходе на следующий масштаб разрушения. Так как отношения сторон в блоке равны $1 : 1,618 : 2,618$, то при увеличении масштаба разрушения в 1,618 раз произойдет увеличение объема блока в $(1,618\dots)^3 \approx 4,236$ раза, т. е. приблизительно в четыре раза. Следовательно, и количество энергии, необходимой для разрушения этого большего объема, надо подвести приблизительно в четыре раза больше. Таким образом, для активизации следующего масштаба скорость нагружения следует увеличить приблизительно в два раза. Если использовать понятие “блок” и учесть, что размеры следующего в ряду иерархии блока в 2,618 раза больше предыдущего, то для его активизации потребуется подвести в $(2,618\dots)^3$ раза больше энергии, чем для активизации предыдущего блока.

Качественная картина вырисовывается достаточно ярко. Понятно также, что найденная схема универсальной фрактальной делимости геоматериалов и геосред может быть положена в основу методик разрушения геоматериалов и геосред при проведении различных горных работ.

На повестке дня стоит решение сложной проблемы установления иерархии характерных времен релаксаций.

ПРОБЛЕМЫ И ВОЗМОЖНОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭВОЛЮЦИИ НАГРУЖАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ И СРЕД КАК НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

3.1. ИЕРАРХИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

В предыдущих главах показано, что изучение механического поведения нагружаемого материала как системы в рамках иерархического моделирования должно быть неразрывно связано с новой междисциплинарной парадигмой – теорией динамических систем (или нелинейной динамикой), анализирующей общую стратегию эволюции динамических систем вне зависимости от их физического содержания. Как уже отмечалось, отличительные черты поведения таких систем – это свойства универсальности и самоподобия, наличие параметров порядка и их смена при самоорганизации системы, т. е. при образовании новых структур (неоднородностей), возникающих вследствие потери системой устойчивости в некоторых локальных областях. Дальнейшая эволюция в этих локальных областях идет по бифуркационному сценарию, который обеспечивает переход системы через динамический хаос к возникновению неоднородности и самоорганизации ее частей, выражающихся в появлении крупномасштабных корреляций.

Именно всё это (или почти всё) мы и должны продемонстрировать (увидеть), выполняя иерархическое моделирование. Следовательно, система уравнений, моделирующая неупругие деформационные процессы (возможно, включая накопление повреждений и разрушение в более общем случае), должна открывать возможности к учету всех этих синергетических явлений. Здесь следует напомнить, что термин “самоорганизация” мы, как и прежде, понимаем по Г. Хакену: “*Самоорганизация – это самопроизвольное обретение системой пространственной, временной или функциональной неоднородности*” [19].

При выполнении численного моделирования механического отклика системы на нагружение мы всегда имеем дело с образцом ограниченных размеров. Влияние геометрии образца и граничных условий как своеобразных кон-

центраторов напряжений велико и приводит (при выполнении определенных условий) к соответствующим локализациям деформаций и повреждений в областях концентраторов напряжений (в направлениях действия максимальных сдвиговых напряжений, связанных с этими концентраторами). Мы же должны вычленить локализации, обусловленные внутренними нелинейными свойствами нагружаемой среды, т. е. отследить появление диссипативных структур.

Принципиальным для эволюции подобных синергетических систем оказалось наличие диссипативных процессов: вязкости, диффузии, теплопроводности. Добавим к ним пластичность (в более общем понимании – неупругую деформацию), а также накопление повреждений и разрушение. Они позволяли системам забыть начальные данные и независимо от их “деталей” формировать с течением времени одни и те же или похожие стационарные распределения изучаемых переменных [4, 9]. Но также именно наличие нелинейных диссипативных процессов обеспечивает, с одной стороны, нелинейные связи в системе, а с другой стороны, регулирует либо развитие в среде неустойчивостей, либо переход к устойчивому равновесному состоянию, в зависимости от конкурирующих факторов стабилизации за счет диссипации и воздействий извне (скорость подвода энергии) и нелинейных свойств среды.

По И. Пригожину и И. Стенгерс [12, 47] поток тепла или вещества в открытой системе, т. е. внешнее воздействие, заставляющее систему более интенсивно диссипировать подводимую энергию, “является связью в том смысле, что без него система бы эволюционировала к равновесию. Вихри Бенара производят больше энтропии, чем это следует из теоремы о минимуме производства энтропии”.

Мы уже отмечали, что понимание открытой системы с точки зрения ее способности к самоорганизации необходимо дополнить. *В открытой системе должны быть объемные источники.* Более того, эти источники должны быть нелинейными. Мы также отмечали, что идеально удовлетворяет этому требованию твердое деформируемое тело. Наличие внутренних напряжений приводит к объемной генерации деформационных дефектов и повреждений различных масштабов.

Так, переход материала от упругого обратимого поведения к необратимому пластическому течению связан с резким возрастанием диссипации, но возникает такой переход вследствие локальной потери устойчивости под действием приложенных напряжений.

Затронутый вопрос достаточно тонкий и связан с отношением системы к собственным флуктуациям, т. е. неустойчивостям. В одних условиях они могут быть подавлены, и система обретает равновесие, в других они “выгодны” системе [9, 10], и она эволюционирует по пути самоорганизации. Это всё хорошо известно. Нам же важно здесь иметь в виду, что в любой системе всегда идет “борьба” – своеобразная конкуренция между равновесием и бифуркационным, хаотическим неустойчивым поведением. Стабилизирующее воздействие

диссипации, определяемое в деформируемом теле скоростью пластической деформации, конкурирует с возмущающими дестабилизирующими факторами – ростом напряжений в деформируемом материале, а также соответствующими особенностями течения среды, которые продиктованы внешними воздействиями (полем сил тяжести, скоростью нагружения и т. д.).

Следовательно, *определяющие уравнения* для упругопластической среды должны быть записаны как *эволюционные уравнения – в релаксационной форме*, явно вводя в рассмотрение упомянутые конкурирующие факторы [7, 27, 44].

Употребляя здесь вслед за И. Пригожиным слово “выгодны”, мы следуем не его идее спонтанности, а понимаем, что если преодолен порог, то нелинейные свойства системы приведут к развитию флуктуаций (не важно, физическая это система или соответствующие нелинейные уравнения), т. е. управляет переходом системы к самоорганизации нелинейность.

Для выполнения задачи иерархического моделирования и воспроизведения структур в нагружаемой среде необходимо в этих определяющих уравнениях прописать *положительные и отрицательные обратные связи*, которые и *должны обеспечить конкуренцию* в среде между стабилизирующим воздействием диссипативных процессов и стремлением системы к обретению равновесия и дестабилизацией, приводящей к развитию неустойчивостей.

Из вышеизложенного ясно, что иерархическое моделирование, воспроизводящее эволюцию нагружаемой среды по законам синергетики, должно опираться на систему нелинейных уравнений механики сплошных сред, учитывающих диссипацию (и, как будет ясно из дальнейшего, в общем случае это уравнения смешанного типа). Определяющие уравнения, записанные в релаксационной форме, должны ввести в рассмотрение конкурирующие процессы.

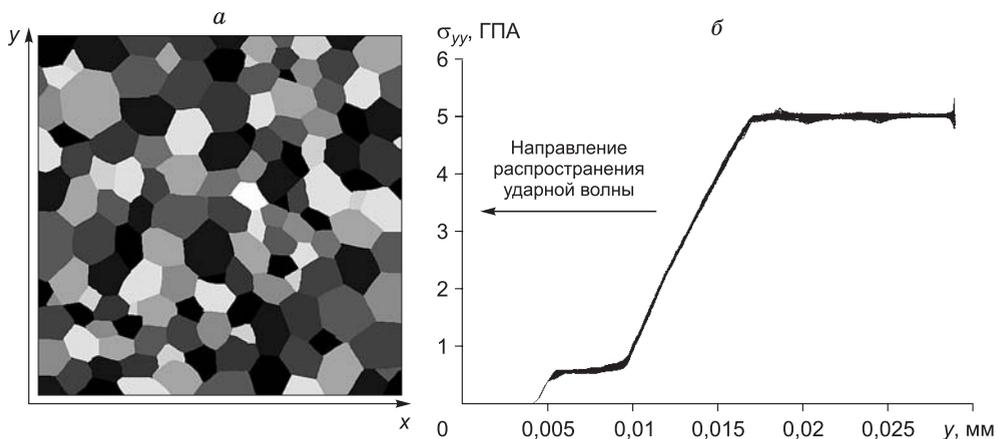


Рис. 3.1. Карта мезообъема поликристаллического сплава Al 6061-T6 ($300 \times 300 \mu\text{м}^2$) (а) и распределения напряжений σ_{yy} вдоль линий, параллельных направлению распространения ударной волны (б).

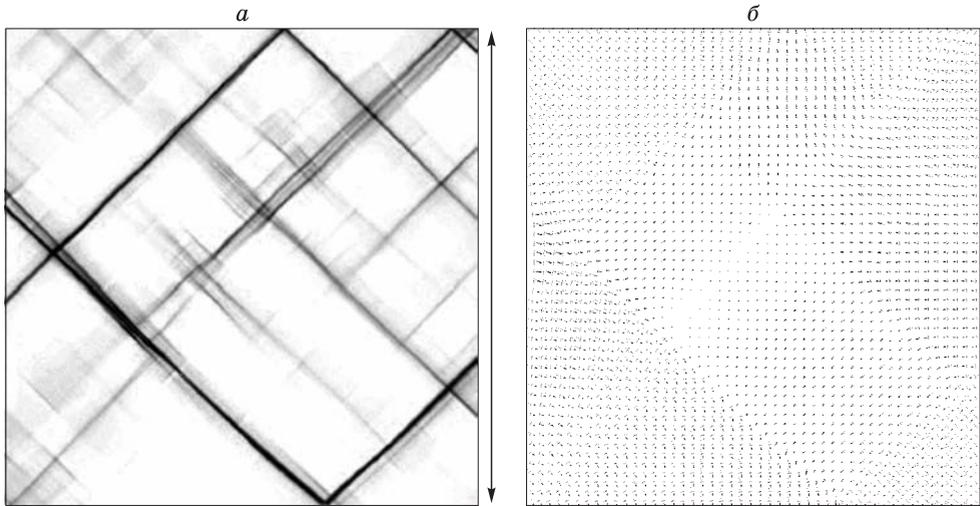


Рис. 3.2. Картина локализации пластических деформаций (*а*) при квазистатическом растяжении мезообъема, показанного на рис. 3.1, и поле скоростей (*б*).

Направление растяжения показано стрелками, более темные области соответствуют большему значению накопленной деформации.

Выполняя иерархическое моделирование, уместно задать вопрос: что мы хотим увидеть? Но парадокс заключается в том, что именно это мы и хотим знать. Однако от соответствующих ответов будет зависеть успех подобного моделирования. По крайней мере, мы точно знаем, что, *прежде всего, мы должны увидеть возникновение локализаций повреждений и деформаций и корреляции в поведении элементов.* Именно это мы и видим при моделировании пластической деформации [7, 27, 30, 44]. В среде возникает иерархия блоков, объединяющих большое число элементов структуры, – “частиц” среды. Диссипативные структуры-блоки проявляют коллективное поведение, поворачиваясь и смещаясь как целые (рис. 3.1–3.3). Такие результаты получены для случая растяжения упругопластической среды. Нелинейность нагружаемой

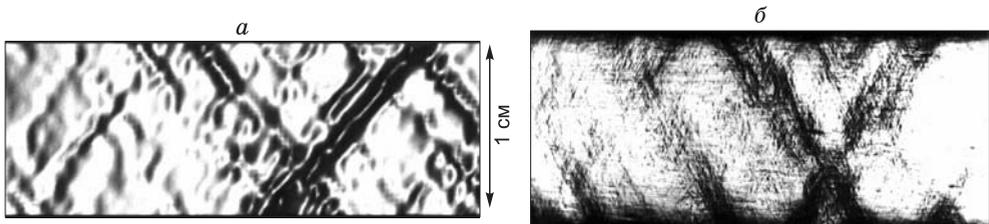


Рис. 3.3. Мезополосы локализованной деформации на поверхности тонкой стальной пластинки.

а – расчет; *б* – эксперимент [136].

системы обеспечена нелинейностью пластического отклика (расчет произведен на основании теории течения Прандтля–Рейса). Деформация локализована в узких зонах по границам формирующихся блоков, а сами блоки смещаются и поворачиваются как целые [133–135]. Это хорошо видно на поле скоростей (см. рис. 3.2,б). Таким образом, в нагружаемом нелинейном материале возникают дальнедействующие корреляции.

Если мы хотим увидеть, как развивается деформация, или разрушение, при переходе с масштаба на масштаб, начиная с микроуровня (уровня отдельных дислокаций, например) и вплоть до образца в целом, то с уверенностью можно сказать, что это невозможно выполнить в рамках единого описания, по крайней мере, в обозримом будущем. И дело вовсе не в технических трудностях, а в сложностях принципиального характера. Слишком велико различие пространственно-временных масштабов. Чтобы понять суть проблемы, достаточно сравнить характерные времена и масштабы микроскопических процессов, ограниченные долями микрометров и временами порядка 10^{-10} – 10^{-12} с и менее, и времена и масштабы мезоуровня, отличающиеся от первых на многие порядки (особенно времена), не говоря о геологических временах и масштабах, характерных для тектонических плит.

И если эти причины, по большому счету, можно отнести к “техническим трудностям”, то физические законы, управляющие процессами микроуровня, с одной стороны, и мезо- и макроуровня, с другой стороны, а также соответствующие модели, математические методы и средства описания этих различных физических явлений уже принципиально различны.

Дискретные методы молекулярной динамики и континуальные методы механики сплошных сред являются яркой иллюстрацией высказанного сообщения.

Следовательно, имеет смысл говорить о сравнительно “близких” пространственно-временных масштабах. Из экспериментов и из многих расчетов, в которых наблюдается возникновение неоднородностей, например, полос локализованной деформации или повреждений, локализаций тепла и т. д. (сформировавшихся вследствие внутренних нелинейных свойств системы, но не по причине искусственно введенного концентратора), видно, что пространственное распределение и характерные масштабы неоднородностей позволяют сравнительно легко включать в рассмотрение несколько пространственных масштабов (если считать, что линейные размеры формирующих блоков последовательно приблизительно утраиваются [6, 7, 26, 27, 86, 95, 137, 138]). Сложнее дело обстоит с временными масштабами. Характерные времена релаксации могут меняться уже на порядки, и необходимое время расчетов эволюции системы катастрофически возрастает.

Практически в любом случае из всей возможной иерархии масштабов рассматриваемой среды для изучения выделяется объект (образец) вполне определенных ограниченных размеров, в зависимости от целей исследования. Как

правило, это макроскопический объект, и его интегральные макроскопические характеристики усредненно отражают поведение объекта на макроуровне. Физическая мезомеханика переносит центр внимания на более низкий, предшествующий мезоскопический уровень.

Таким образом, объект изучения – мезообъем нагружаемого материала, который является элементом n -го уровня иерархии (мезоуровень) и включает в себя определенное число блоков (элементов) $(n - 1)$ -го уровня (микроуровень). Сам исследуемый мезообъем является составной частью более крупного структурного элемента-блока $(n + 1)$ -го уровня (макроуровень) [6, 7, 27].

Если выбран масштаб образца для изучения, то, как правило, достаточно трех указанных уровней описания: микроуровня (интегрально отражает вклады нижележащих уровней, и более подробное описание часто является избыточным [6, 7, 27]), мезо- и макроуровня. Если ставится задача эволюции и образования структур, то можно ограничиться мезоуровнем, считая выбранный мезообъем представительным. Микроуровень при этом учтем усредненно через задание соответствующей кинетики накопления микроповреждений и через усредненное представление скорости пластических сдвигов $\dot{\gamma}^P$ [27, 137], которую можно определить кинетикой дислокаций, например, при дислокационной пластичности [27, 95, 137, 138].

Конкретное решение вопроса выбора соответствующих кинетик в данном контексте является хотя и важной, но частной задачей и зависит от поставленных целей исследования, ведущих физических механизмов на нижележащем микроскопическом уровне, т. е. зависит от масштаба, рассматриваемого как микроскопический ($(n - 1)$ уровень).

Так как для исследования выбран представительный мезообъем, то его усредненное поведение (средняя σ – ϵ диаграмма, например) будет эквивалентно поведению следующего в ряду иерархии макроскопического уровня, конечно, при условии, что ход эволюции на исследуемом мезоуровне отражает реальную физическую ситуацию этого мезоскопического масштаба.

Из сделанных замечаний следует, что мы рассматриваем определяющие уравнения, как эволюционные уравнения по Г. Хакену [11, 19] или И. Пригожину [10, 12]. Принципиальное условие – чтобы система нелинейных уравнений, описывающая эволюцию нагружаемого тела, проявляла способность к самоорганизации и в ней могли возникать дальнедействующие корреляции. Это соображение было высказано одним из авторов настоящей работы еще в 1990 г. [44]. Таким образом, мы вводим в рассмотрение две группы эволюционных определяющих уравнений.

1. Макроскопическая форма записи определяющих уравнений в релаксационной форме [7, 27, 44]. Эти уравнения являются *эволюционными уравнениями первой группы* и обеспечивают прямые и обратные связи (как положительные, так и отрицательные) в системе между параметрами.

2. Кинетические уравнения, связывающие макроскопические скорости накопления неупругих деформаций $\dot{\gamma}_{ij}^p$ и повреждений в объеме $\dot{\theta}^p$ (выражение для $\dot{\theta}^p$ может быть записано в тензорном виде, учитывая разные скорости накопления повреждений в разных направлениях, т. е. анизотропию накопления повреждений [139]) с микроскопическим уровнем, т. е. с событиями, разворачивающимися на более мелких масштабах. Смысл этих уравнений, с одной стороны, заключается в том, чтобы усредненно отразить события микроуровня, а с другой стороны, они есть результат работы объемных нелинейных источников, генерирующих деформационные дефекты и повреждения. Эти уравнения являются *эволюционными уравнениями второй группы*. Именно эволюционные уравнения первой и второй групп обеспечивают возможности системы к самоорганизации.

В своей замечательной книге “Линейные и нелинейные волны” [140] Дж. Уизем пишет, что гиперболические уравнения (которые в основном и используются при моделировании динамического отклика на нагружение материалов и сред) являются идеализированной моделью волновой динамики. К более общему типу относятся линейные и нелинейные диспергирующие волны, которые определяются скорее видом решения (с дисперсией), чем типом уравнения [140]. Их решения представляют собой уже волновые пакеты, определяемые дисперсионным соотношением (уравнением или функцией, связывающей волновой вектор и частоту), а ключевым понятием является групповая скорость. Именно к такому типу уравнений мы и переходим при включении в систему диссипационных нелинейных механизмов, описываемых эволюционными определяющими уравнениями первой и второй группы.

Еще более общим классом являются уравнения смешанного типа, в решениях которых возможны как гиперболические (или дисперсионные) волны – *быстрые возмущения*, движущиеся со скоростью звука, так и *медленные возмущения*, обусловленные параболическими свойствами уравнений смешанного типа. Этот класс уравнений изучен сравнительно слабо. Как будет видно из дальнейшего изложения, именно параболические свойства решения окажутся чрезвычайно важными при исследовании сценария эволюции моделируемой системы – нагружаемого материала. К параболическим свойствам могут привести определяющие эволюционные уравнения, так как эти уравнения являются фактически уравнениями переноса (типа теплопроводности или диффузии) деформационных дефектов и повреждений, приводя в ряде случаев (при соответствующих условиях) к описанию распространения повреждений и неупругих деформаций в виде фронтов.

3.2. РЕЛАКСАЦИОННАЯ ФОРМА ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ УРАВНЕНИЙ КАК ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ НАГРУЖАЕМОЙ СРЕДЫ

Эволюция системы во времени обеспечивается также взаимодействиями – положительными и отрицательными обратными связями – между макроско-

пическими переменными X_i и так называемыми управляющими параметрами λ [10–12, 19, 20], которые входят в эволюционные уравнения вида

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F_i(\{X\}, \lambda). \quad (3.1)$$

Управляющие параметры λ связаны с “внешним миром” [4, 10]. Другими словами, они существенно связаны с внешними воздействиями и ограничениями, т. е. обусловлены взаимодействиями системы с окружающей средой. Определяются они, например, условиями нагружения – скоростью подвода энергии к системе.

Для качественного анализа рассмотрим частный вид такого эволюционного уравнения [10]

$$\frac{dX}{dt} = \lambda - KX. \quad (3.2)$$

Равновесное или стационарное состояние достигается при

$$\lambda - KX = 0. \quad (3.3)$$

Это динамическое равновесие, обусловленное внешними воздействиями, с одной стороны, и способностью системы диссипировать подводимую к ней энергию, с другой.

Роль эволюционного уравнения, как было сказано, в нашем случае играют определяющие уравнения, которые следует записать в релаксационной форме [7, 27, 44].

Представим тензор напряжений в виде суммы упругой равновесной части и неравновесной, или диссипативной, связанной с неупругими деформациями:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}^e + S_{ij}^v. \quad (3.4)$$

Здесь $P = -\frac{1}{3}\sigma_{ii}$ – среднее давление; S_{ij}^e – равновесная часть сдвигового напряжения, а S_{ij}^v – неравновесная релаксирующая составляющая. В равновесном (упругом) состоянии $S_{ij}^v = 0$.

Определяющие уравнения в релаксационной форме следуют из закона Гука, записанного в дифференциальном виде, и имеют вид [Там же]

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\dot{\theta}^T - \dot{\theta}^p)\delta_{ij} + 2\mu(\dot{\epsilon}_{ij}^T - \dot{\epsilon}_{ij}^p). \quad (3.5)$$

Здесь полная скорость деформации $\dot{\epsilon}_{ij}^T$ есть сумма упругой $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ и пластической (неупругой) $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ составляющих: $\dot{\epsilon}_{ij}^T = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p$; $\dot{\theta}^T = \dot{\epsilon}_{ii}^T$ – полная скорость объемной деформации; $\dot{\theta}^p = \dot{\epsilon}_{ii}^p$ – скорость объемной неупругой деформации, т. е. скорость дилатансии нагружаемой среды, определяющая ее разрыхление вследствие накопления повреждений.

Релаксационные определяющие уравнения (3.5) выполняют роль эволюционных уравнений (первой группы) для прочной деформируемой среды и по сути и форме совпадают с эволюционными уравнениями (3.1), (3.2).

Более детально особенности применения развиваемого подхода для различных задач (расчета σ – ε диаграмм, структуры и эволюции ударно-волновых фронтов, фронтов Людерса и т. д.) изложены, например, в работах [7, 25–27, 85, 86, 94, 137, 138].

Здесь важно понимать независимость полных скоростей $\dot{\gamma}_{ij}^T$ и $\dot{\theta}^T$ и их неупругих составляющих $\dot{\gamma}_{ij}^P$ и $\dot{\theta}^P$. Значения величин $\dot{\gamma}_{ij}^T$ и $\dot{\theta}^T$ определяются как внешними условиями воздействия на систему, так и особенностями течения среды (зависят также от нелинейных уравнений механики сплошных сред, выражающих законы сохранения); неупругие составляющие $\dot{\gamma}_{ij}^P$ и $\dot{\theta}^P$ есть результат работы внутренних объемных источников и полностью контролируются откликом среды, ее способностью эффективно диссипировать подводимую энергию, т. е. ее микроструктурой. Если существующая структура становится неспособной диссипировать подводимую энергию, то могут возникнуть дальнедействующие корреляции, в среде образуются новые диссипативные деформационные субструктуры, т. е. откроются (создадутся) новые более эффективные каналы диссипации энергии (например, ячеистые структуры в пластичных металлах или блочные структуры в квазиупругой геосреде).

Таким образом, в эволюционных уравнениях первой группы (3.5) приращения напряжений пропорциональны приращениям полной скорости деформаций, а релаксируют напряжения по мере развития неупругих составляющих скорости деформации.

Полная скорость деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}^T$ определяется условиями нагружения, т. е. является управляющим параметром. Скорость пластических сдвигов $\dot{\varepsilon}_{ij}^P$ полностью определяется внутренними свойствами среды – ее способностью диссипировать подводимую энергию. В частном случае для расчета σ – ε диаграмм [27, 69] (одноосное растяжение стержней) выражение (3.5) принимает вид

$$\dot{\sigma}_1 = E \left(\dot{\varepsilon}_1^T - \frac{4}{3} \dot{\gamma}^P \right), \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0, \quad (3.6)$$

где E – модуль Юнга, $\dot{\gamma}^P$ – скорость главного пластического сдвига ($\dot{\gamma}^P = \frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_1^P - \dot{\varepsilon}_2^P)$, $\dot{\varepsilon}_1^P + \dot{\varepsilon}_2^P + \dot{\varepsilon}_3^P = 0$ и $\dot{\varepsilon}_2^P \approx \dot{\varepsilon}_3^P$); $\dot{\varepsilon}_1^T$ полностью определяется внешними условиями, например, растяжением с постоянной скоростью $\dot{\varepsilon}_1^T = \text{const}$. В более общем случае нагружения среды $\dot{\varepsilon}_{ij}^T$ определяется также и параметрами течения среды $\dot{\varepsilon}_{ij}^T = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right)$, где v_i – компоненты скорости течения среды). В этом случае управляющие параметры связаны с “внешним

миром” более сложным способом через граничные условия, задающие характер нагружения среды. Полные скорости деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}^T$ во внутренних областях нагружаемого объема являются довольно сложными функциями напряжений, деформаций и скоростей развившегося течения и определяются численно в ходе решения полной системы уравнений механики сплошных сред.

Скорости неупругой деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}^P$ и скорость дилатансии $\dot{\theta}^P$ задаются соответствующими кинетиками для развития пластических сдвигов и накопления повреждений [27, 44, 69, 85, 86] и определяют вторую группу эволюционных уравнений. Как уже отмечалось выше, вторая группа эволюционных уравнений интегрально отражает процессы микроуровня. В общем случае это сложные нелинейные функции напряжений и накопленных неупругих деформаций (либо повреждений). Например, при дислокационной пластичности $\dot{\theta}^P \approx 0$, а скорость пластических сдвигов может быть усредненно описана законом Орована

$$\dot{\gamma}^P = gbN(\gamma^P, \tau) \cdot f(\gamma^P) \cdot v(\tau, \gamma^P), \quad (3.7)$$

где g – ориентационный множитель $\left(g \approx \frac{1}{2}\right)$; b – модуль вектора Бюргера; $N(\gamma^P, \tau)$ – средняя плотность дислокации; $f(\gamma^P)$ – доля подвижных деформационных дефектов; $v(\tau, \gamma^P)$ – средняя скорость деформационных дефектов; τ – напряжение сдвига. Подробно эти вопросы с соответствующими расчетами обсуждены в работах [Там же].

Соответствующие кинетики для скорости дилатансии $\dot{\theta}^P$ обеспечивают эволюцию напряженно-деформированного состояния нагружаемого материала за счет накопления повреждений.

Таким образом, видно, что нелинейные эволюционные уравнения (3.5) и (3.6) обеспечивают как положительные, так и отрицательные обратные связи.

Стабилизирующее действие развивающейся пластической деформации как существенно нелинейного диссипативного процесса выражается в релаксации напряжений (уравнения (3.6) и (3.7)), что заставляет систему эволюционировать к равновесному состоянию. Чем выше скорость пластической деформации, тем быстрее релаксируют напряжения. В свою очередь, уменьшение напряжений приводит к уменьшению скорости пластической деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}^P$. Когда скорость пластических деформаций станет меньше скорости полной деформации, обусловленной как внешними воздействиями, так и характером развивающегося течения, напряжения опять начнут расти. Эта тонкая игра, включающая детали положительных и отрицательных обратных связей, определяется видом конкретных нелинейных кинетик для $\dot{\varepsilon}_{ij}^P$ и $\dot{\theta}^P$, с одной стороны, и особенностями неоднородного течения и внешними воздействиями (граничными условиями), с другой стороны.

3.3. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД, ОПИСЫВАЮЩАЯ ЭВОЛЮЦИЮ НАГРУЖАЕМЫХ ПРОЧНЫХ СРЕД

Традиционный подход к моделированию упругопластических течений нагружаемых материалов и сред опирается на численное решение квазилинейной системы уравнений механики сплошных сред. Переход к пластическому течению осуществляется приведением напряжений к поверхности текучести, если они превысят некоторое критическое значение. Такой анализ в среднем слабо нелинейной системы не сулит каких-либо неожиданностей.

Ситуация кардинально меняется, если в качестве определяющих уравнений взять нелинейные уравнения релаксационного типа (3.5), (3.6), а также явно ввести в рассмотрение нелинейные функции неупругих деформаций и повреждений, т. е. определяющие эволюционные уравнения второй группы, которые учитывают объемные источники неупругих деформаций и повреждений. Тогда выполняются и достаточные условия, чтобы система была способна к самоорганизации.

Такая в среднем слабо нелинейная система уравнений на определенных этапах ее эволюции (например, при переходе от упругого поведения к пластическому или при разрушении, при переходе через ударный фронт или фронт детонации и т. д.) становится существенно нелинейной, когда резко возрастает диссипация и процессы могут развиваться катастрофически в режимах с обострением. Это области потери устойчивости. Именно в эти моменты все события и развиваются по бифуркационному сценарию. Система уравнений становится способной эволюционировать через локальную потерю устойчивости и динамический хаос к обретению неоднородностей и образованию новых (диссипативных) структур.

Более того, как показали расчеты Ю.П. Стефанова [45, 141, 142], один только учет нелинейного накопления повреждений и внутреннего трения даже при мгновенной релаксации (выполняется процедура приведения напряжений на поверхность текучести на каждом временном слое) заставляет эволюционировать нагружаемую среду, как типичную нелинейную синергетическую систему.

Рассеянное накопление повреждений очень быстро сменяется его локализацией (это же относится и к неупругой пластической деформации) и развитием локализованного повреждения либо деформации в режимах с обострением, формирующих в расчетных областях нагружаемого материала сопряженные системы полос локализованной деформации или локализованного разрушения. На рис. 3.4, 3.5 приведены некоторые расчеты локализации повреждений для случая такой “мгновенной” релаксации, выполненные при нелинейных зависимостях для $\dot{\theta}^p$ и при учете внутреннего трения [Там же].

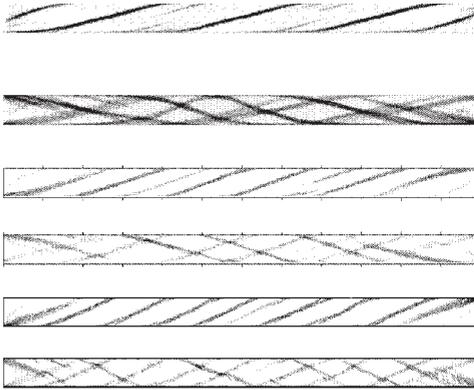


Рис. 3.4. Формирование сопряженных систем полос локализации при прямом и обратном сдвиге по границам слоя нелинейной среды.

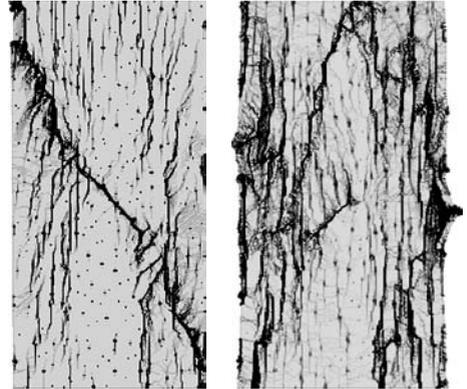


Рис. 3.5. Картины локализации повреждений в неоднородном образце при условиях идеального скольжения на торцах.

Сценарий развития сопряженных полос локализованной деформации – типичный пример самоорганизации. Из многих зародившихся полос “выживают” только некоторые. Их ориентация и характерные расстояния между полосами могут меняться в ходе нагружения. Моделируемая нелинейная среда самопроизвольно обретает неоднородность в ходе ее эволюции. Прослеживается несколько (по крайней мере, два) пространственных масштабов.

Другой алгоритм жизни и эволюции нелинейной системы был предложен в работах [30, 95, 143, 144]. В этом подходе мы объединили численные методы континуальной механики и дискретный метод клеточных автоматов. Суть такого описания неупругого поведения нагружаемой среды заключается в том, что каждая расчетная ячейка (частица среды) рассматривается как клеточный автомат, жизнь которого зависит в том числе от состояния ближайших соседей. Такой подход позволил сформулировать физический критерий пластичности на мезоуровне [30], когда пластические сдвиги зарождаются либо на свободных границах, либо на различных интерфейсах, что соответствует физическим механизмам.

Зарождение сдвигов в объеме материала на различных интерфейсах и означает наличие в системе объемных источников, что расширяет, как уже упоминалось, понятие “открытая система”.

Развитая методика позволила воспроизвести эволюцию нагружаемой системы [7, 94, 95], численно смоделировать процессы формирования фронтов Людерса [143], блоков разных масштабов, систем полос локализованной деформации [94, 143] при ударно-волновом нагружении [138]. Расчеты возникновения и распространения от свободных поверхностей деформационных

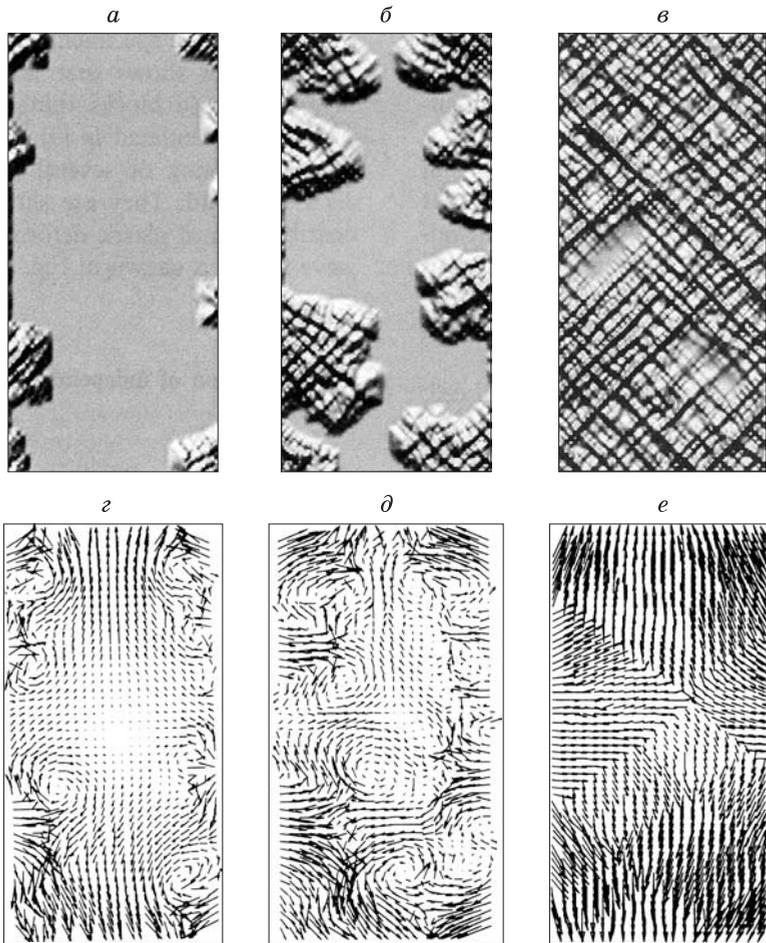


Рис. 3.6. Расчет распространения фронтов и полос локализованной деформации и формирование иерархии блоков при описании эволюции нагружаемой среды на основе комбинации численных методов механики сплошных сред и дискретного метода клеточных автоматов.

a–в – деформационный рельеф; *г–е* – поле скоростей.

фронтов, образования систем полос локализованной деформации и формирования блоков нескольких масштабов (до четырех) приведены на рис. 3.6. Эти расчеты убедительно иллюстрируют возможности иерархического моделирования при учете нелинейных свойств нагружаемой среды.

На рис. 3.7 показан процесс формирования иерархии блоков в поликристаллическом образце. В этой системе неупругие деформации могут зарождаться как на свободных (базовых) поверхностях образца, так и на границах зерен,

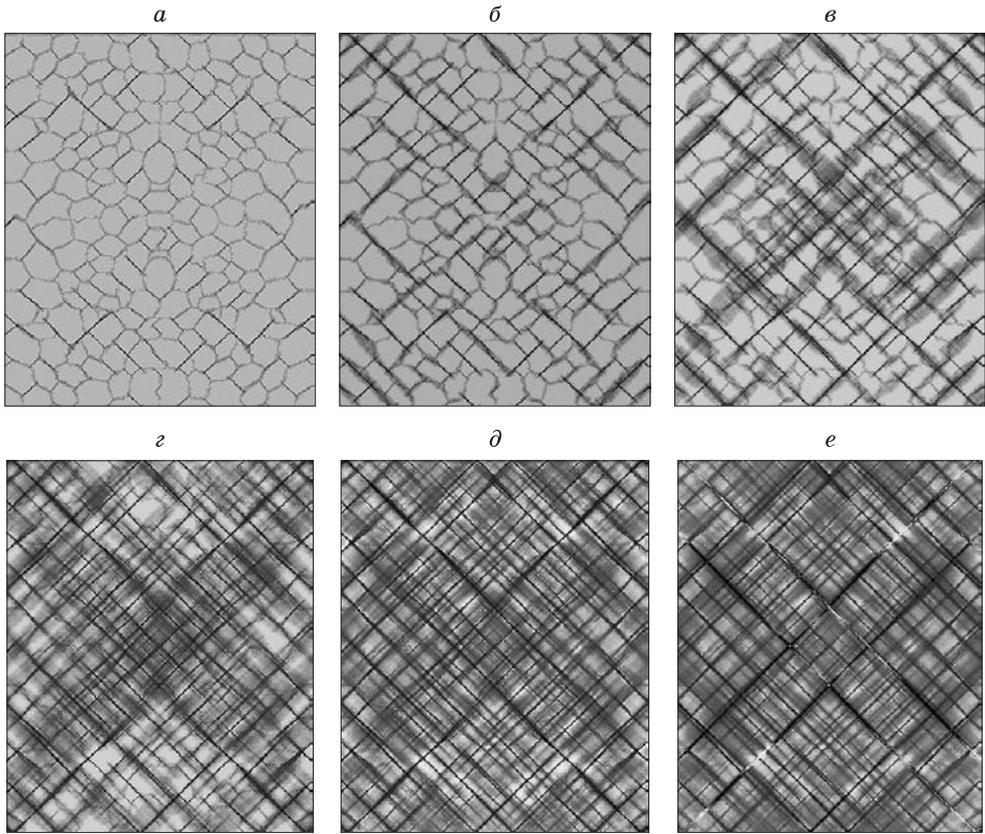


Рис. 3.7. Формирование блоков в поликристаллическом образце.

a – исходное состояние, *б–е* – промежуточные состояния в разные моменты времени.

что полностью согласуется с физическими механизмами зарождения пластических сдвигов. Первоначально зародившись на интерфейсах (границах зерен), неупругие деформации распространяются внутрь зерен. Затем деформация локализуется, образуя систему блоков (границы зерен на рис. 3.7,*в–е* не видны, так как пластическая деформация в полосах локализованной деформации существенно выше, чем на границах зерен).

Рисунок 3.8 иллюстрирует зарождение локализованной деформации вблизи захватов образца и зарождение фронта Людерса (см. рис. 3.8,*б, в*). Затем фронты локализованной деформации движутся навстречу друг другу, а вблизи правого захвата начинает формироваться шейка в виде двух сопряженных полос локализованной деформации. Причем первоначально сформировавшаяся шейка замирает (см. рис. 3.8,*г*), а развивается соседняя, сформировавшаяся позже (см. рис. 3.8,*е, ж*).

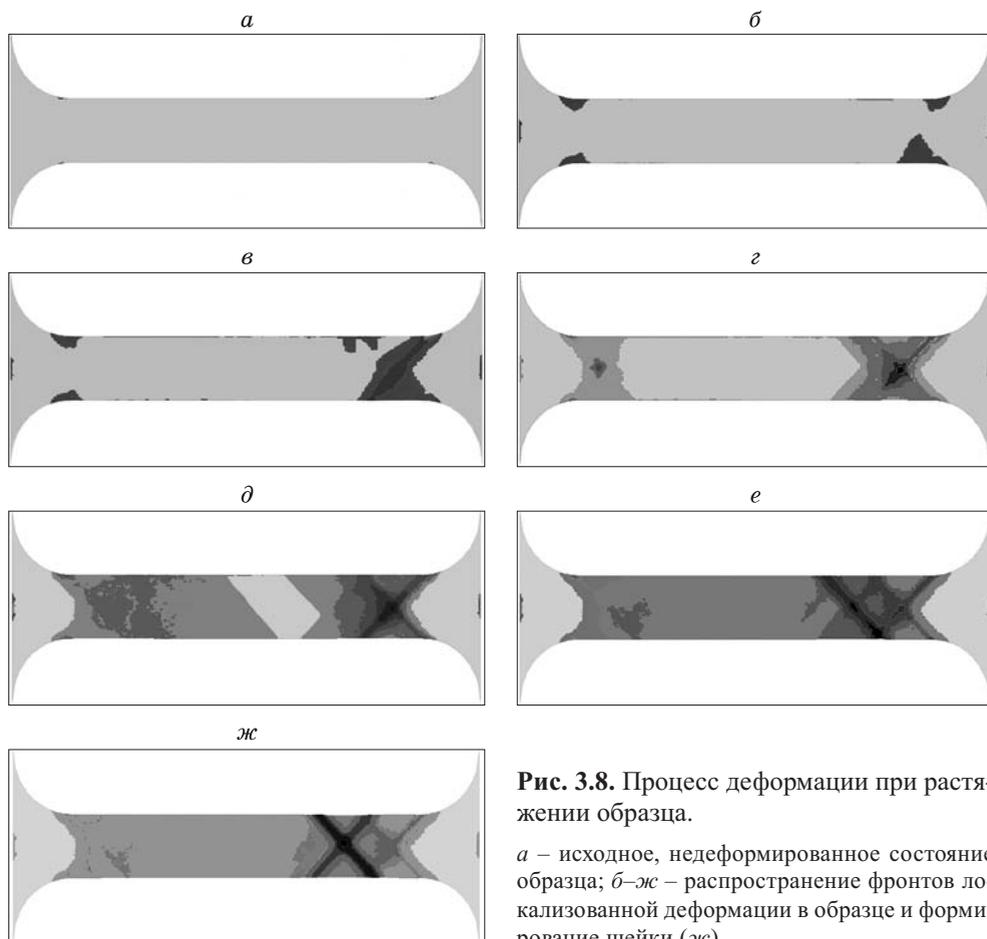


Рис. 3.8. Процесс деформации при растяжении образца.

а – исходное, недеформированное состояние образца; *б–ж* – распространение фронтов локализованной деформации в образце и формирование шейки (*ж*).

Очень интересен пример, приведенный на рис. 3.9. В однородном образце на свободных (базовых) поверхностях зародились две полосы, которые движутся навстречу друг другу (показаны стрелками). При этом полосы движутся в режиме переключения: когда левая движется, правая стоит, и наоборот. Во время движения полос неупругой локализованной деформации средние по образцу напряжения релаксируют. Когда полосы замедляют движения (скорости неупругой деформации падают), средние напряжения растут. В точности такой механизм развития полос локализованной пластической деформации был обнаружен и изучен в экспериментах [145].

В теории нелинейных динамических систем при анализе многих физических явлений часто используют нелинейное уравнение теплопроводности и нелинейное уравнение Шрёдингера [3–5, 22, 23]. Именно решения этих уравнений позволили изучить процессы развития неоднородностей и локализаций.

Нелинейное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x^i} \left(k(t) \frac{\partial T}{\partial x^i} \right) + Q(T). \quad (3.8)$$

Кубическое уравнение Шрёдингера (одномерный вариант):

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - |\Psi|^2 \Psi. \quad (3.9)$$

Это наиболее хорошо изученные уравнения, и хотя процесс их исследования был очень долгим и трудным, до сих пор существует много открытых и дискуссионных вопросов [4, 22, 23].

Важной особенностью решения этих уравнений является возможность рассчитать процесс возникновения и распространения различных фронтов, связанных с явлениями переноса (тепла, диффузии, фронтов разрушения и неупругой деформации). Другая характерная особенность уравнений связана с возможностью анализа развития исследуемых процессов в различных режимах с обострением [22, 23]. По этим причинам вариации уравнений (3.8), (3.9) привлекаются к изучению процессов накопления повреждений и неупругих деформаций [139, 146]. Уравнение (3.9) также широко используется в волновой динамике (теории волн на поверхности жидкости).

Мы же включим подобные нелинейные параболические уравнения в общую систему уравнений динамики упругопластических сред, например, в качестве кинетических уравнений, когда это соответствует физике процесса. В таких случаях подобные уравнения определяют зарождение и распространение в нагружаемой нелинейной среде фронтов повреждений и неупругой деформации, которые распространяются со скоростями, существенно меньшими, чем скорость распространения упругих возмущений. Не отягощая общую систему уравнений деталями, связанными с конкретным видом кинетических уравнений (см., например, [139, 146]), представим ее в виде

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{v} = 0, \quad (3.10)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j} + \rho F_i, \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} - q_{i,i}, \quad (3.12)$$

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}^e + S_{ij}^v, \quad -P = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad (3.13)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\dot{\theta}^T - \dot{\theta}^p) \delta_{ij} + 2\mu(\dot{\varepsilon}_{ij}^T - \dot{\varepsilon}_{ij}^p), \quad (3.14)$$

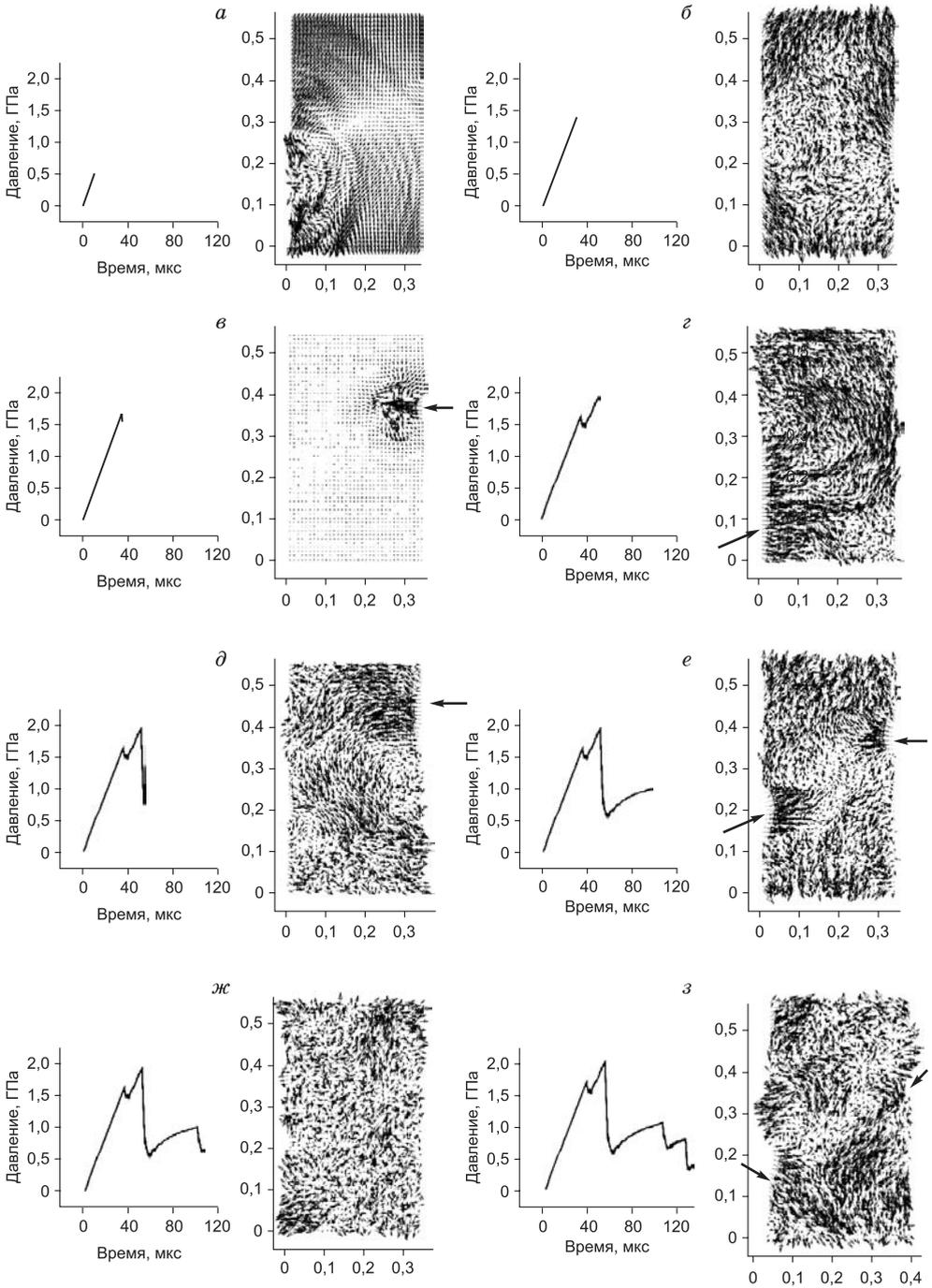


Рис. 3.9 (начало).

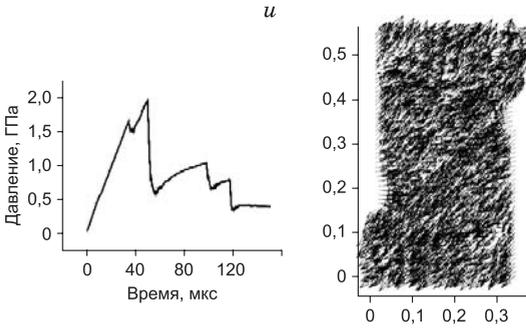


Рис. 3.9. Релаксация напряжений (правые картинки) и поле скоростей (левые картинки):

a – начальная стадия; *б–з* – промежуточные; *и* – конечная стадия формирования макросдвига.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^T = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad \dot{\theta}^T = \dot{\varepsilon}_{ii}^T, \quad \dot{\theta}^p = \dot{\varepsilon}_{ii}^p, \quad (3.15)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^T = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right), \quad (3.16)$$

$$\dot{\theta}^p = A \frac{\partial}{\partial x^i} B \frac{\partial}{\partial x^i} \theta^p + C(\theta), \quad (3.17)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{ef}^p}{\sigma_{ef}} S_{ij}, \quad (3.18)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ef}^p = \frac{\sqrt{2}}{3} \left\{ (\dot{\varepsilon}_{11}^p - \dot{\varepsilon}_{22}^p)^2 + (\dot{\varepsilon}_{22}^p - \dot{\varepsilon}_{33}^p)^2 + (\dot{\varepsilon}_{33}^p - \dot{\varepsilon}_{11}^p)^2 + 6 \left((\dot{\varepsilon}_{12}^p)^2 + (\dot{\varepsilon}_{23}^p)^2 + (\dot{\varepsilon}_{31}^p)^2 \right) \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (3.19)$$

$$\sigma_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ (S_{11} - S_{22})^2 + (S_{22} - S_{33})^2 + (S_{33} - S_{11})^2 + 6(S_{12}^2 + S_{23}^2 + S_{31}^2) \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (3.20)$$

$$P = f(\rho, E). \quad (3.21)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ и σ_{ef} – вторые инварианты скоростей пластических деформаций и напряжений соответственно; A, B, C – некоторые функции, определяемые при выборе конкретной кинетики [139, 146]: B – нелинейный коэффициент переноса, C – объемный источник.

Задание скорости пластических сдвигов в виде

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{ef}^p}{\sigma_{ef}} S_{ij} \quad (3.22)$$

означает выполнение уравнений пластического течения Прандтля–Рейса и используется при приведении напряжений к мгновенному кругу текучести, определенному законом их релаксации, если задан закон ограничения для напряжений

$$\sigma_{ef} \leq \sigma_{ef}^0(\varepsilon^p). \quad (3.23)$$

Здесь $\sigma_{ef}^0(\varepsilon^p)$ имеет смысл стационарного равновесного предела текучести при стремлении скорости нагружения к нулю, но с учетом деформационного упрочнения.

Условие (3.23) фактически означает, что напряжения течения не должны превышать некоего предела упругости. При его превышении напряжения приводятся к кругу текучести (т. е. осуществляется мгновенная релаксация на каждом временном слое). Приращение деформаций перераспределяется. Та часть приращений, которая соответствует уменьшенным, приведенным к кругу текучести напряжениям, считается упругой. Оставшейся части приращения деформаций приписывается смысл неупругой (пластической) деформации. Неоднократно показывалось, что подобная процедура приведения напряжений к кругу текучести и перераспределения приращений деформации равносильна выполнению условия пластического течения Прандтля–Рейса. Так обстоит дело в традиционном подходе. При записи определяющих уравнений в релаксационной форме всё меняется кардинальным образом. В зависимости от двух конкурирующих факторов – полной скорости деформации и возможности отклика среды, т. е. скорости неупругой деформации $\dot{\gamma}_{ij}^p$ (или инварианта $\dot{\epsilon}_{ef}^p$), возникает состояние динамического равновесия, при котором мгновенные значения напряжений могут существенно превышать равновесное значение, – возникают неравновесные напряжения. Мы предлагаем процедуру приведения напряжений к мгновенной поверхности текучести (большей, чем равновесная) с последующей корректировкой напряжений согласно мгновенному динамическому равновесию. Возникает игра между локальной скоростью нагружения и способностью нелинейной среды релаксировать напряжения в каждом локальном месте и в каждый текущий момент времени в соответствии с определяющими релаксационными уравнениями первой и второй групп. Это регулируется обратными связями (положительными и отрицательными), связанными как с видом конкретных кинетик для $\dot{\gamma}_{ij}^p$ и $\dot{\theta}^p$, так и с перераспределениями “гидродинамического” характера и напряженно-деформированным состоянием в среде.

Осталось определить закон релаксации напряжений. Это можно сделать многими способами [27], например, задав дислокационную кинетику в случае дислокационной пластичности [25, 27] либо задав функцию релаксации (в каждом случае свою для выбранного пространственного мезоскопического масштаба) [27, 44]. Большие перспективы мы связываем с использованием “параболического” закона накопления пластических сдвигов по аналогии с таковым для повреждений, как это обсуждается, например, в [139, 146].

Так как для пластичных материалов $\dot{\theta}^p \approx 0$, то определяющие релаксационные уравнения (3.5) примут с учетом (3.22) следующий вид (в случае ассоциированного закона пластического течения):

$$\dot{S}_{ij} = 2\mu \left(\dot{\epsilon}_{ij}^T - \frac{1}{3V} \dot{V} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}_{ij}^p}{\sigma_{ef}} S_{ij} \right). \quad (3.24)$$

где $V = 1/\rho$ – удельный объем.

Таким образом, релаксационные уравнения (3.24) означают, что все компоненты девиатора напряжений S_{ij} релаксируют сходным образом в соответствии с заданным законом релаксации для второго инварианта напряжений σ_{ef} , который полностью определится заданием скорости деформации второго инварианта $\dot{\varepsilon}_{ef}^P$.

Этот закон представим в виде

$$\sigma_{ef} = \sigma_{ef}^0 + \eta \dot{\varepsilon}_{ef}^P. \quad (3.25)$$

Здесь η – функция релаксации (вязкости пластического течения), а часть напряжения $\sigma_{ef}^v = \eta \dot{\varepsilon}_{ef}^P$ имеет смысл неравновесной составляющей

$$\eta = \eta(\sigma_{ef}, \varepsilon_{ef}^P, L_n) = G t_r(\sigma_{ef}, \varepsilon_{ef}^P, L_n), \quad (3.26)$$

где t_r – характерное время релаксации, свое для каждого мезоскопического масштаба L_n ; G – модуль сдвига. Характерные времена релаксации t_r усредненно описывают скорость диссипации, подводимой к телу энергии, которая обеспечивается элементарными актами неупругой деформации, развивающимися на предыдущем микроскопическом уровне.

Более простой и сравнительно легко реализуемый численно путь – это задание нелинейной функции вязкости η или времени релаксации t_r [27, 44]. Эффективная функция вязкости η варьирует в широких пределах от единиц Па·с в ударно-волновых фронтах в металлах до значений $\sim 10^{22}$ – 10^{24} Па·с для геологических времен и масштабов, соизмеримых с размерами тектонических плит.

Соответственно характерные времена релаксации изменяются от значений $t_r \approx 10^{-9}$ с во фронтах ударных волн до геологических времен, измеряемых многими миллионами лет.

Теперь релаксационное уравнение (3.24) примет вид

$$\dot{S}_{ij} = 2\mu \left(\dot{\varepsilon}_{ij}^T - \frac{\delta_{ij}}{3} \dot{V} - \frac{3}{2\eta} \left(1 - \frac{\sigma_{ef}^0}{\sigma_{ef}} \right) S_{ij} \right). \quad (3.27)$$

В более общем случае учета внутреннего трения и дилатансии выражения (3.22) и (3.23) будут выглядеть иначе (все зависит от выбранной модели, например, закон течения может быть неассоциированным; эти вопросы подробнее будут рассмотрены в четвертой главе). Их вид будет зависеть от конкретного способа учета внутреннего трения и дилатансии. По указанной теме имеется обширная литература, обзор которой не входит в цели настоящей работы. Заметим только, что очень удачной и перспективной моделью, учитывающей внутреннее трение и дилатансию, является модель Николаевского, который рассматривает внутреннее трение и дилатансию как независимые процессы. В этом случае используется уже неассоциированный закон пластического

го течения. Подробное изучение модели Николаевского в сравнении с другими подобными моделями выполнено Ю.П. Стефановым [141, 142] и будет представлено в следующей главе. Сейчас сделаем только несколько общих замечаний.

В случае модели Николаевского выражения (3.22) и (3.23) примут вид:

$$\frac{\alpha}{3}I_1 + I_2^{1/2} - Y = f(\sigma_{ij}), \quad (3.28)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \left(S_{ij} + \frac{2}{3} \Lambda \left(Y - \frac{\alpha}{3} I_1 \right) \delta_{ij} \right). \quad (3.29)$$

Здесь I_1 – первый инвариант напряжений; $f(\sigma_{ij})$ – функция (поверхность) текучести; скорость пластических сдвигов $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ определится как $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$, где $\Phi(\sigma_{ij})$ – потенциал пластического течения, который для неассоциированного закона не совпадает с функцией текучести $f(\sigma_{ij})$ и имеет следующий вид для модели Николаевского:

$$\Phi(\sigma_{ij}) = I_2(\sigma_{ij}) + \frac{\Lambda}{3} I_1(\sigma_{ij}) \left(2Y - \frac{\alpha}{3} I_1(\sigma_{ij}) \right) + \text{const}, \quad (3.30)$$

Λ – независимый коэффициент дилатансии в выражении $\dot{\theta}^p = \dot{I}_1(\varepsilon_{ij}^p) = 2\Lambda(\dot{I}_2^p(\varepsilon_{ij}^p))^{1/2}$; $\dot{I}_2(\varepsilon_{ij}^p) = \dot{\varepsilon}_{ef}$, $I_2(\sigma_{ij}) = \sigma_{ef}$. Это означает, что скорость накопления повреждений $\dot{\theta}^p$ может быть подсчитана независимо, путем задания соответствующей кинетики, а затем через коэффициент Λ процесс разрыхления материала может быть учтен в соответствующей процедуре ограничения напряжений – законе релаксации (3.18), с учетом выражений (3.22)–(3.24) или (3.28), (3.29), либо на основе других аналогичных условий, в зависимости от принятой модели.

Таким образом, полная система нелинейных уравнений (3.10)–(3.21) вместе с определяющими релаксационными уравнениями и нелинейными дифференциальными уравнениями, например, параболического типа для определения скоростей зарождения повреждений и скоростей неупругих деформаций,

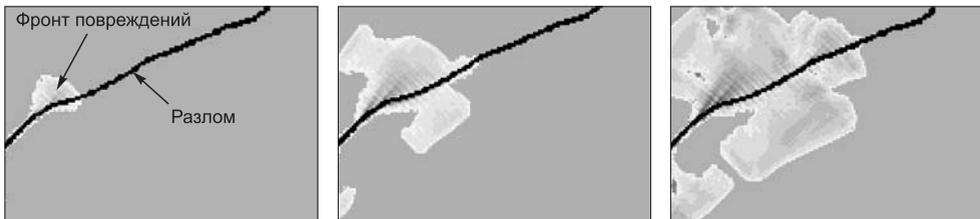


Рис. 3.10. Генерация фронтов неупругой деформации (повреждений) вблизи разлома для разных моментов времени (нагружение растяжением).

образует полную систему уравнений смешанного типа, которая и определяет эволюцию нагружаемой среды как нелинейной динамической системы. Решения такой системы должны обладать как гиперболическими, так и параболическими свойствами и приводить как к гиперболическим (дисперсионным, в более общем случае) волнам напряжений, так и к медленным движениям, обусловленным параболическими свойствами системы.

Подобные медленные деформационные фронты и фронты повреждений были получены при использовании дискретного метода клеточных автоматов для описания зарождения и развития неупругих деформаций в нагружаемой среде (рис. 3.8, 3.10). Подробнее этот вопрос уже обсуждался в разделе, посвященном медленным движениям.

3.4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО ПРОБЛЕМЕ ИЕРАРХИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В заключение сделаем несколько замечаний общего характера, отражающих в том числе наметившиеся направления дальнейших исследований.

Нелинейные уравнения механики сплошных сред с релаксационными определяющими уравнениями (т. е. эволюционными уравнениями) для описания скоростей пластической деформации, накопления повреждений и разрушения, с положительными и отрицательными обратными связями между параметрами являются самодостаточными для выполнения иерархического моделирования и позволяют моделировать процессы самоорганизации в твердых телах в процессе их нагружения. В общем случае это нелинейные уравнения смешанного типа, которые содержат как гиперболические, так и параболические решения. Их потенциальные возможности описывать эволюцию нагружаемых прочных сред по сценарию синергетики колоссальны и практически не изучены.

Синергетика, или нелинейная динамика, на настоящем этапе своего развития представляет собой не набор ряда слабо связанных между собой правил и свойств, а определяет четкий сценарий эволюции любой нелинейной динамической системы (реальной физической или систем нелинейных уравнений в частных производных) к самопроизвольному обретению пространственно-временных неоднородностей. Такая самоорганизация возможна, если система обладает определенными универсальными свойствами. К этим свойствам относится наличие диссипации, которая приводит к нелинейным связям. Следствием нелинейности и диссипации является развитие неустойчивостей разных масштабов, возникающих в результате конкуренции стабилизирующих и возмущающих эффектов. Неустойчивости приводят к бифуркациям и динамическому хаосу. В результате в системе возникают крупномасштабные корреляции, т. е. происходит ее самоорганизация, а сама система обретает неоднородное распределение параметров (тепла, деформаций, повреждений, концентраций, денег, ...). Процесс обретения системой неоднородностей само-

подобен и распространяется на всё большие масштабы, следуя универсальному “генетическому коду” эволюции (например, нагружаемых материалов).

Принципиально важным для проведения иерархического моделирования является не просто получение определенного конкретного решения (аналитического или численного), а анализ характера поведения всей совокупности решений нелинейных уравнений в частных производных, что позволит установить динамику поведения и возможные пути эволюции моделируемой системы. На особую важность этой проблемы обратил внимание еще Р. Фейнман [147]. Он связал ее решение с “эрой будущего пробуждения человеческого разума”, отмечая, что все фундаментальные физические теории (электродинамика, теории упругости и пластичности, гидродинамика) сформулированы на языке этих уравнений. Несмотря на то, что мы фактически располагаем только ограниченным набором частных численных решений (с большой долей скепсиса по отношению к тому, как реализованные разностные аналоги относятся к исходным дифференциальным уравнениям), есть надежда на то, что понимание общих универсальных свойств этих нелинейных уравнений будет достигнуто в контексте динамической теории систем и синергетики. Это обстоятельство позволяет с существенно бóльшим оптимизмом относиться к решению указанной проблемы (имеется в виду анализ общих свойств решений системы нелинейных уравнений механики сплошных сред), чем во времена Р. Фейнмана.

Установление “генетического кода” организации пространственно-временных иерархий, возникающих в нагружаемых материалах и средах, как нелинейных системах, является не только задачей обобщения соответствующих экспериментальных данных, но и предметом теоретического анализа, выполненного как на основе изучения общих свойств решений систем нелинейных уравнений смешанного типа механики сплошных сред, так и на основе анализа полученных конкретных численных решений.

Синтез экспериментальных знаний о самоподобии деформационных процессов и процессов разрушения материалов и сред на разных масштабах и теоретического анализа различных сценариев эволюции нагружаемых материалов и сред позволяет уже сейчас с полной уверенностью говорить о возможности и необходимости разработки информационных технологий создания (а также модификации, упрочнения, разрушения и т. д.) материалов на основе знаний об эволюционной природе нагружаемых материалов и сред.

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ГЕОСРЕД И ГЕОМАТЕРИАЛОВ

Описание поведения геологических сред остается актуальной задачей для понимания процессов, происходящих в них под действием разного вида нагрузок, и прогноза поведения геоматериалов в различных условиях. Макроскопическое поведение данных материалов в зависимости от условий нагружения может быть хрупким, когда быстро развиваются магистральные трещины, а может быть похожим на пластическое, когда материал деформируется без видимого развития крупных трещин. При этом наблюдается ряд особенностей, отличающих поведение геологических сред от пластического поведения металлов, имеющего иной физический механизм. Прежде всего, это влияние давления на процесс пластического, а точнее псевдопластического, деформирования и последующего разрушения, а также заметное изменение объема в ходе деформирования. Указанные явления объясняются тем, что данные материалы либо вовсе не являются сплошными, либо таковыми являются не в полной мере и содержат значительное количество пор и трещин различного масштаба. В ходе деформирования происходит их рост и слияние. В конечном итоге поведение тела зависит от траектории роста, возможности слияния и образования магистральных трещин. В свою очередь, это определяется условиями взаимодействия поверхностей несплошностей и величиной сжимающих напряжений, от которых зависят как условия контакта внутренних поверхностей, так и предельная длина трещин.

Независимо от условий нагружения и проявляемого поведения прочность геологических материалов традиционно определяется двумя параметрами: когезией, или сцеплением, и трением частиц между собой на внутренних поверхностях трещин. Если бы мы имели возможность рассматривать весь набор частиц, пор и трещин с учетом их геометрии, то можно было бы ограничиться лишь этими двумя параметрами. Однако так как это невозможно в силу огромного числа частиц и различия масштабов, возникает необходимость введения некоторых эффективных характеристик, которые позволили бы описы-

вать наиболее значимые особенности поведения на данном масштабе изучения. Обозначенная проблема остается одной из наиболее сложных, поскольку введение таких характеристик означает пренебрежение внутренней структурой более мелкого масштаба, которую невозможно полноценно, а зачастую и непротиворечиво, учесть подобным способом. Перспективным представляется анализ поведения материалов на нескольких уровнях, с соответствующим учетом их структуры. В таком случае появляется возможность определить и выбрать наиболее существенные структурные особенности, которые играют наиболее важную роль в поведении всей системы. Кроме того, необходимы уравнения, которые позволяют учитывать если не сами процессы более мелкого масштаба, то хотя бы их проявление и влияние на поведение среды на рассматриваемом масштабе.

Наиболее актуальными остаются проблемы описания поведения геоматериалов в условиях макроскопического сжатия и сдвига. Преимущественно в таких условиях находится среда при строительстве и эксплуатации сооружений, бурении и добыче полезных ископаемых. В условиях растяжения геоматериалы практически не используются, так как их прочность на отрыв достаточно мала, однако при сложном напряженном состоянии возникают локальные зоны, в которых действуют растягивающие напряжения. Размеры таких зон зависят от вида и величины нагрузки, стесненности деформации и неоднородности среды. В то же время механизм разрушения при растяжении (отрыве) существенно проще, поскольку на нормальном разрыве не возникает взаимодействия поверхностей.

Для формулирования условий прочности и прогноза поведения таких квазихрупких материалов используются два принципиально разных подхода. В первом анализируется напряженно-деформированное состояние вокруг трещин различной ориентации и рассматриваются условия их роста, взаимодействия и слияния [148–155]. Во втором подходе континуальной механики разрушения, интенсивно развиваемом в настоящее время, неупругое поведение материала рассматривается с использованием теории пластичности и формулируются соответствующие модели хрупкопластичного поведения [148, 156–175]. Однако следует отметить, что деформирование хрупких и квазихрупких материалов неизбежно сопровождается образованием и ростом трещин, полностью игнорировать образование которых нельзя ни при каком способе описания, что представляет дополнительные сложности при численном моделировании.

При небольшом количестве трещин возможно их индивидуальное рассмотрение. Результаты использования такого подхода находят хорошее экспериментальное подтверждение, особенно для единичных трещин [152–155]. В случае, когда их число велико, а напряженное состояние препятствует раскрытию и формированию магистральных трещин, т. е. в целом образец сохраняет

сплошность, наиболее подходящий способ описания поведения – это использование соответствующей модели упругохрупкопластического поведения. Чтобы адекватно описать поведение материала при различных условиях нагружения, модель должна учитывать накопление повреждений и связанное с ними макроскопическое изменение объема. Учет повреждаемости материала, в зависимости от сложности и полноты модели, сводится к заданию упругих характеристик в виде функции параметров состояния либо поверхности нагружения, зависящей от тех же параметров. В качестве примеров использования такого подхода при численном моделировании можно привести работы [164, 176–178].

Мы будем использовать комплексный подход к описанию деформации и разрушения, согласно которому считаем, что в ходе неупругой деформации накапливаются повреждения, снижающие прочность материала, а раскрытие трещин происходит под действием растягивающих напряжений. Описание неупругой деформации при сохранении макроскопической сплошности будем осуществлять, используя подход и математический аппарат теории пластического течения. Поэтому в дальнейшем под пластической деформацией будем понимать неупругое поведение, независимо от его природы. Учет образования и роста макроскопических трещин, превышающих размер шага дискретизации при численном моделировании, будем выполнять явным образом, с формированием свободных поверхностей при помощи специального алгоритма разделения узлов сетки, который обеспечивает автоматический учет концентрации напряжений в вершинах трещин, независимо от их числа.

Моделирование процесса деформации предполагает численное решение системы уравнений механики сплошной среды при заданных начальных и граничных условиях.

4.1. ОБЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МОДЕЛИ ГЕОСРЕД И ГЕОМАТЕРИАЛОВ

4.1.1. Система основных уравнений

Для моделирования процессов деформации и разрушения воспользуемся динамическим подходом. Уравнения, описывающие движение сплошной среды, принято делить на основную систему уравнений, справедливую для всех сред, и определяющие соотношения, конкретизирующие поведение того или иного материала в рамках выбранной модели среды.

Основная система уравнений выражает законы сохранения массы, импульса и энергии, а также геометрические соотношения, связывающие, например, компоненты тензора скоростей деформаций с компонентами вектора скоростей перемещений. Для лагранжева описания эта система, записанная в пред-

положении об отсутствии массовых сил, внешних притоков и источников тепла, имеет вид:

$$\rho_0 V_0 = \rho V, \text{ или } \rho = \rho_0 \frac{\partial(x_0^1, x_0^2, x_0^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)}, \quad (4.1)$$

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j}, \quad (4.2)$$

$$\dot{E} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}, \quad (4.3)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}). \quad (4.4)$$

Здесь ρ_0 , ρ – начальное и текущее значение плотности материала; V_0 , V – начальное и текущее значение объема некоторой малой области материала;

$\frac{\partial(x_0^1, x_0^2, x_0^3)}{\partial(x^1, x^2, x^3)}$ означает якобиан преобразования от координат в начальный момент времени x_0^i к координатам в текущий момент времени x^i ; u_i – компоненты вектора перемещений; σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; $\dot{\epsilon}_{ij}$ – компоненты тензора скорости деформации; E – внутренняя энергия единицы начального объема; точка над символом означает материальную производную по времени, запятая в нижнем индексе – частную производную по соответствующей пространственной координате. Чтобы замкнуть эту систему уравнений, требуется задать определяющие соотношения, связывающие компоненты напряжений и деформаций, которые характеризуют выбранную модель среды. Этот вопрос будет рассмотрен более подробно в следующем разделе.

Для задания граничных и начальных условий общего вида рассмотрим расчетную область $D(\mathbf{x}, t)$, которая соответствует моделируемому образцу и ограничена внешней поверхностью $S(\mathbf{x}, t)$. Здесь \mathbf{x} – радиус-вектор произвольной точки.

Начальные условия при $t = 0$ для всех $\mathbf{x} \in D(\mathbf{x}, 0)$ имеют вид:

$$u_i(\mathbf{x}) = u_i^{(0)}(\mathbf{x}), \quad \dot{u}_i(\mathbf{x}) = v_i^{(0)}(\mathbf{x}), \quad \sigma_{ij}(\mathbf{x}) = \sigma_{ij}^{(0)}(\mathbf{x}), \quad \rho(\mathbf{x}) = \rho^{(0)}(\mathbf{x}). \quad (4.5)$$

Граничные условия для скоростей и напряжений запишем в виде:

$$u_i(\mathbf{x}, t) = v_i^{(\Gamma)}(\mathbf{x}, t) \text{ для } t \geq 0 \text{ и } \mathbf{x} \in S_u, \quad (4.6)$$

$$\sigma_{ji}(\mathbf{x}, t) \cdot n_j = p_i^{(\Gamma)}(\mathbf{x}, t) \text{ для } t \geq 0 \text{ и } \mathbf{x} \in S_\sigma, \quad (4.7)$$

где $S = S_u \cup S_\sigma$, здесь S_u – часть внешней поверхности, на которой заданы скорости, а на оставшейся части поверхности S_σ заданы силовые нагрузки; n_j – компоненты вектора внешней нормали к граничной поверхности, а индексом (Γ) отмечены заданные функции координат и времени.

Для решения записанной системы уравнений использовалась явная конечно-разностная схема, подробно изложенная в [179]. Рассматриваемая геомет-

рическая область разбивается расчетной сеткой на ячейки. Процесс деформирования протекает с течением времени, которое испытывает приращения на величину, определяемую условием устойчивости Куранта. В начале каждого шага имеются значения координат и скоростей в узлах расчетной сетки, напряжений и других оставшихся характеристик – в центрах ячеек. На основе решения уравнений определяются новые значения скоростей, приращений координат и напряжений.

Аппроксимация пространственных производных от функций определяется выражением

$$\text{grad}(T)|_{P \in \Delta V} = \frac{\iint T d\vec{S}}{\iiint_{\Delta V} dV}, \quad (4.8)$$

где ΔV , ΔS – объем и площадь ячейки конечно-разностной сетки; под T подразумевается одна из неизвестных функций. Для аппроксимации производных по времени использовалось соотношение

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T^{(n+1)} - T^{(n)}}{\Delta t}. \quad (4.9)$$

Здесь (n) означает номер соответствующего шага по времени.

Конечно-разностные соотношения можно найти в [179]. Данный метод и разработанные компьютерные программы позволяют решать задачи с учетом геометрической и физической нелинейности моделируемых процессов.

4.1.2. Определяющие соотношения для описания поведения хрупкопластичных материалов

На начальном этапе деформирования практически все материалы ведут себя как упругое тело. Поэтому до момента пока неупругой (пластической или хрупкопластической) деформацией можно пренебречь, поведение среды будем описывать гипотезой закона [180, 181]:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + s_{ij}, \quad (4.10)$$

$$\frac{Ds_{ij}}{Dt} = 2\mu \left(\dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{kk}^e \delta_{ij} \right), \quad (4.11)$$

$$\frac{Ds_{ij}}{Dt} = \dot{s}_{ij} - s_{ik} \dot{\omega}_{jk} - s_{jk} \dot{\omega}_{ik}, \quad (4.12)$$

$$\dot{P} = -K \frac{\dot{V}}{V}. \quad (4.13)$$

Здесь использовано разложение тензора напряжений на шаровую и девиаторную части; s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений; P – среднее дав-

ление; δ_{ij} – символ Кронеккера; V – объем; $\dot{\omega}_{ij}$ – компоненты тензора скорости вращения (спина):

$$\dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} - \dot{u}_{j,i}), \quad (4.14)$$

K и μ – модули всестороннего сжатия и сдвига соответственно.

Использование модели гипопругой среды, в которой определяющие соотношения представляют собой связь между скоростями изменения напряжений и деформаций, согласуется с принятой численной схемой, когда процесс деформирования разбивается на большое число малых шагов по времени.

При записи производной по времени от напряжений необходимо учитывать, что в ходе деформации (даже малой) возможен поворот элементов среды, поэтому здесь используется коротационная производная Яумана (4.12). Следует отметить, что влияние поправки на поворот возрастает с увеличением величины напряжений, а поскольку геологические среды могут находиться в достаточно экстремальных условиях, пренебрегать такой поправкой нельзя. Кроме того, это позволяет описывать геометрически нелинейные процессы.

Общепринято разложение полных деформаций на упругие и пластические. Будем считать, что это справедливо также и для скоростей деформации

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p. \quad (4.15)$$

В определенных рамках для описания процессов неупругой деформации удобно воспользоваться математическим аппаратом теории пластичности, или теории упругопластического течения. Поэтому чтобы не усложнять математическое описание, под пластическими деформациями будем понимать любые необратимые деформации, независимо от их природы.

Неупругая деформация определяется в соответствии с заданными поверхностью текучести и законом течения [181–184]:

$$f(\sigma, \varepsilon, \chi) = 0, \quad (4.16)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (4.17)$$

где f – поверхность (функция) текучести; χ – параметр упрочнения; g – пластический потенциал; λ – множитель, определяемый в ходе процесса деформации, который равен нулю в упругой области и принимает положительное значение при пластической деформации.

Чем сложнее функция текучести (4.16), тем труднее определить значения параметров и тем сложнее должны быть эксперименты для их определения. Поэтому целесообразно использовать наиболее простой вид функции текучести, который позволил бы с приемлемой точностью описать свойства материала в интересующих условиях.

Простейшей формой уравнения, задающего поверхность текучести для чувствительных к давлению хрупких материалов, являются зависимости, включающие первый инвариант напряжений J_1 [181]:

$$f = \alpha J_1 + J_2^{1/2} - Y, \quad (4.18)$$

$$f = \alpha Y J_1 + J_2 - Y^2. \quad (4.19)$$

Здесь Y – предел текучести при сдвиге; α – некоторый коэффициент, $J_1 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = -3P$, $J_2 = \frac{1}{2}(s_{ij}s_{ij})$.

Первое из этих уравнений является обобщением условия Кулона–Мора и определяет в пространстве напряжений конус Мизеса–Шлейхера. Второе уравнение задает в том же пространстве параболоид вращения. Условие такого типа использовано, например, в работах [165, 176].

Распространенным видом уравнения для описания поведения геоматериалов за пределом упругости остаются различные формы записи уравнения Кулона–Мора:

$$|\tau| = C + \operatorname{tg} \varphi \sigma_n, \quad (4.20)$$

где φ – угол внутреннего трения; τ – наибольшее касательное и σ_n – нормальное напряжения; C – коэффициент сцепления. Широко используются также его обобщения с неассоциированным законом течения [177, 178]:

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 N_\varphi + 2C \sqrt{N_\varphi}, \quad (4.21)$$

$$g = \sigma_1 - \sigma_3 N_\psi, \quad (4.22)$$

где $N_\varphi = (1 + \sin \varphi)/(1 - \sin \varphi)$, $N_\psi = (1 + \sin \psi)/(1 - \sin \psi)$; ψ – угол дилатансии.

Часто встречаются в литературе модели Друккера–Прагера, Хойка–Брауна, а также модели, использующие различные формы третьего инварианта для описания сложной формы поверхности текучести в девиаторной плоскости, например модели Ладе–Дункана, Мацуоки–Накаи, ди Приско. Краткое описание ряда моделей можно найти в работах [170, 173–175, 185–189].

В работе Д. Друккера и В. Прагера [156] рассмотрено применение ассоциированного закона течения для обобщенного условия Кулона–Мора в форме Мизеса–Шлейхера:

$$\alpha J_1 + J_2^{1/2} = Y, \quad (4.23)$$

где α – коэффициент внутреннего трения; Y – сдвиговая прочность материала или, по аналогии с условием Кулона–Мора, сцепление.

При использовании данной модели приращения пластической деформации определяются выражением

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \left(\alpha \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2J_2^{1/2}} \right). \quad (4.24)$$

Таким образом, пластическая деформация имеет не только сдвиговый, но и объемный характер, между их характеристиками возникает связь $\dot{I}_1^p = 6\alpha \dot{I}_2^{p1/2}$. Условие такого типа было рассмотрено В.В. Новожиловым [190]. Возникновение объемных изменений в ходе пластической деформации связано с возникновением микротрещин и пор. Коэффициент дилатансии Λ , связывающий объемную и сдвиговую части деформации в виде соотношения $\dot{I}_1^p = 2\Lambda \dot{I}_2^{p1/2}$, равен 3α .

Эта модель, названная моделью Друккера–Прагера, стала одной из наиболее популярных. Под таким названием часто используются различные обобщения при записи поверхности нагружения в виде (4.16). В настоящее время наибольшее распространение получили модели с неассоциированным законом, например модели Николаевского [159–163], Райса [148, 157, 158], и обобщение модели Друккера–Прагера с неассоциированным законом [167]. Это обусловлено тем, что в рамках ассоциированного закона не удастся получить количественное согласование с наблюдаемыми данными. Величина объемной пластической деформации оказывается существенно завышенной, так как в силу используемого закона пластичности коэффициент дилатансии жестко привязан к коэффициенту внутреннего трения.

Введение второго независимого параметра – коэффициента дилатансии – осуществляется при обобщении модели [167, 173–175] и использовании неассоциированного закона течения, например с введением пластического потенциала в форме

$$g = \beta J_1 + J_2^{1/2}. \quad (4.25)$$

В этом случае приращения пластической деформации определяются выражением

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \left(\beta \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2J_2^{1/2}} \right). \quad (4.26)$$

Мы будем применять модель Николаевского, который предложил использовать независимое соотношение между объемной и сдвиговой составляющими пластической деформации [159–163] в виде $\dot{I}_1^p = 2\Lambda \dot{I}_2^{p1/2}$.

Сначала рассмотрим базовую модель Друккера–Прагера в том виде, в котором она была предложена в работе [156]. Запишем основные соотношения модели и приведем их к виду, пригодному для использования в численных расчетах.

Модель Друккера–Прагера

Воспользуемся теорией пластического течения [181–184]. Тогда скорость пластической деформации определяется выражением

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (4.27)$$

Здесь λ – безразмерный скалярный множитель, который равен нулю при $f < 0$ (т. е. в упругой области) и имеет положительное значение при $f = 0$. При использовании ассоциированного закона течения пластический потенциал g и функция текучести f (4.16) совпадают:

$$g = f = \alpha J_1 + J_2^{1/2} - Y, \quad (4.28)$$

значит

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \left(\alpha \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2J_2^{1/2}} \right). \quad (4.29)$$

Видно, что объемная часть скорости пластической деформации будет равна

$$\dot{I}_1^p = \dot{\varepsilon}_{ii}^p = 3\dot{\lambda}\alpha, \quad (4.30)$$

а девиаторная

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{s_{ij}}{2J_2^{1/2}}. \quad (4.31)$$

Легко получить

$$\dot{J}_1^p = 6\alpha \dot{J}_2^{p1/2}. \quad (4.32)$$

Таким образом, объемная и сдвиговая части пластической деформации связаны коэффициентом 6α .

Скорость диссипации энергии на пластической деформации будет равна [156]:

$$W = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} Y. \quad (4.33)$$

Для проведения расчетов необходимо получить выражения для вычисления компонент напряжений. Исходя из того, что приращение пластической деформации на очередном шаге по времени пропорционально разности напряжений, вычисленных по упругому закону, которые обозначим “*”, и истинных напряжений, находящихся на поверхности текучести, можно получить [141, 142, 191]

$$\lambda = \frac{\alpha J_1^* + J_2^{*1/2} - Y}{3\alpha^2 3K + \mu} = \frac{C}{3\alpha^2 3K + \mu}, \quad (4.34)$$

где

$$C = \alpha J_1^* + J_2^{*1/2} - Y, \quad (4.35)$$

$$J_1 = J_1^* - 3K3\alpha \frac{C}{3\alpha^2 3K + \mu}, \quad (4.36)$$

$$J_2^{1/2} = J_2^{*1/2} - \mu \frac{C}{3\alpha^2 3K + \mu}. \quad (4.37)$$

Зная исправленное значение J_2 , компоненты диватора тензора напряжений определяются путем умножения на $q = J_2^{1/2} / J_2^{*1/2}$, аналогично тому, как это делается при использовании модели Мизеса в работе [179], т. е.

$$s_{ij} = s_{ij}^* \frac{J_2^{1/2}}{J_2^{*1/2}}. \quad (4.38)$$

Гидростатическая часть вычисляется непосредственно из выражения (4.36):

$$3P = -\sigma_{ii} = -J_1. \quad (4.39)$$

Для плоской деформации условие текучести (4.23) можно записать в форме Кулона–Мора [156]:

$$\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} + c \cos \varphi = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \sin \varphi, \quad (4.40)$$

где

$$c = \frac{Y}{(1-12\alpha^2)^{1/2}}, \quad \sin \varphi = \frac{3\alpha}{(1-3\alpha^2)^{1/2}}, \quad \cos \varphi = \frac{(1-12\alpha^2)^{1/2}}{(1-3\alpha^2)^{1/2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{3\alpha}{(1-12\alpha^2)^{1/2}}, \quad (4.41)$$

значит, $12\alpha^2 < 1$, или $\alpha < 0,288675$ ($\varphi < 90^\circ$).

Модель Николаевского

В качестве условия пластичности здесь применяется условие Мизеса–Шлейхера в виде

$$\frac{\alpha}{3} J_1 + J_2^{1/2} = Y. \quad (4.42)$$

В отличие от классической формулировки модели Друккера–Прагера, в этой модели используется неассоциированный закон течения

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (4.43)$$

где g – пластический потенциал, который записывается в виде

$$g(\sigma_{ij}) = J_2 + \frac{\Lambda}{3} J_1 \left(2Y - \frac{\alpha}{3} J_1 \right) + \text{const}. \quad (4.44)$$

Тогда скорость пластической деформации определяется выражением

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \left(s_{ij} + \frac{2}{3} \Lambda \left(Y - \frac{\alpha}{3} J_1 \right) \delta_{ij} \right) \dot{\lambda}. \quad (4.45)$$

При такой форме пластического потенциала, в отличие от предыдущей модели, множитель λ имеет размерность σ^{-1} (Па^{-1}). Из (4.45) можно записать соотношения для девиаторной

$$\dot{I}_2^{p/2} = \dot{\lambda} J_2^{1/2} \quad (4.46)$$

и для шаровой

$$\dot{I}_1^p = 2\Lambda \left(Y - \frac{\alpha}{3} J_1 \right) \delta_{ij} \dot{\lambda} \quad (4.47)$$

частей, т. е. устанавливается связь между объемной и сдвиговой составляющими пластической деформации:

$$\dot{I}_1^p = 2\Lambda \dot{I}_2^{p/2}, \quad (4.48)$$

где Λ – коэффициент или скорость дилатансии.

Величина сцепления Y определяется как

$$\alpha H = Y, \quad (4.49)$$

где H , по аналогии с законом Кулона–Мора, можно назвать давлением связности.

Так же как и для модели Друккера–Прагера, получим явные выражения для вычисления напряжений [141, 142]:

$$\lambda = \frac{C}{J_2^{*1/2} (\alpha K 2\Lambda + 2\mu) - 2\mu C}, \quad (4.50)$$

$$J_1 = J_1^* - \frac{3K\Lambda C}{\alpha K\Lambda + \mu}, \quad (4.51)$$

$$J_2^{1/2} = J_2^{*1/2} - \frac{\mu C}{\alpha K\Lambda + \mu}, \quad (4.52)$$

где $C = \frac{\alpha}{3} J_1^* + J_2^{*1/2} - Y$.

В условиях плоской деформации угол внутреннего трения φ можно выразить через α и Λ следующим образом [159]:

$$\sin \varphi = \alpha \frac{(9 - 3\Lambda^2)^{1/2}}{3 - \alpha\Lambda}, \quad (4.53)$$

а угол дилатансии:

$$\sin \psi = \Lambda \left(\frac{3}{3 - \Lambda^2} \right)^{1/2}. \quad (4.54)$$

При $\Lambda = \alpha$ получим модель Друккера–Прагера, при $\Lambda = \alpha = 0$ – модель Прандтля–Рейсса.

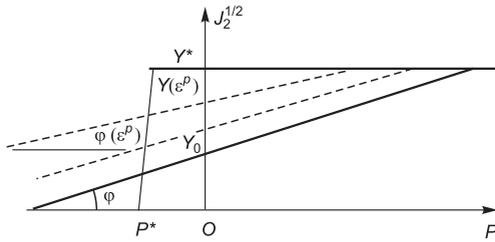


Рис. 4.1. Вид предельной поверхности и ее изменения в ходе деформации.

Ограничения на значения параметров Λ и α аналогичны ограничениям в модели Друккера–Прагера: $\Lambda^2 < 3/4$; $\Lambda < 0,866 < \alpha$; $\alpha < 1$ при $\Lambda = 0$.

Несмотря на то что выражения (4.50)–(4.52) получены для идеального случая с постоянными коэффициентами, используемый метод расчета позволяет осуществлять изменения их значений на каждом временном интервале вычислений, по мере изменений состояния материала. Параметры, определяющие поверхность течения и направление вектора пластической деформации Y , α и Λ , могут быть функциями накопленной сдвиговой и/или объемной пластической деформации. Их значения будут оставаться постоянными в течение одного временного шага интегрирования и изменяться при переходе к следующему временному слою по мере развития деформации.

Таким образом, предельная поверхность, задаваемая уравнением (4.42), в ходе деформации будет меняться. Она приобретает смысл мгновенной поверхности текучести, соответствующей данному уровню накопленной неупругой деформации, и в каждой точке среды может быть различной. Вид этой поверхности в координатах $(P, J_2^{1/2})$ и ее изменения при упрочнении показаны на рис. 4.1.

Состояние поверхности со значением предела текучести Y^* соответствует началу дислокационного механизма развития деформации и описывается с использованием условия текучести Мизеса. Такое состояние характерно для глубин в десятки километров при давлениях, когда в среде не остается пустот, а деформирование протекает на уровне кристаллической решетки зерен [161–163].

Упрочнение и разрушение

Для численного моделирования разделим процессы неупругой деформации, включая локализацию деформации и разрушение без видимого нарушения сплошности, и формирование явных трещин [141, 142, 192]. Будем описывать эти процессы двумя различными подходами с учетом накопления повреждений.

Запишем, что сдвиговая прочность материала зависит от накопленной пластической деформации $e = 2I_2^p{}^{1/2}$, например, в виде зависимости:

$$Y = Y_0(1 + A(e) - D_e(e))(1 - D(\sigma)), \quad (4.55)$$

где функция $A(e)$ описывает упрочнение материала; $D_e(e)$ – разупрочнение вследствие накопления повреждений в ходе неупругой деформации.

Примем как наиболее часто используемые линейную зависимость для упрочнения

$$A(e) = h \frac{2e}{e^*} \quad (4.56)$$

и квадратичную – для накопления повреждений

$$D_e(e) = 2h \left(\frac{e}{e^*} \right)^2 = A(e) \frac{e}{e^*}, \quad (4.57)$$

где h – коэффициент упрочнения; e^* – критическая деформация, после достижения которой преобладает деградация материала.

Накопление повреждений с течением времени опишем выражением

$$D(\sigma) = \int \frac{(\sigma - \sigma_0)^n}{(\sigma^*)^n t^*} dt \quad \text{для } \sigma > \sigma_0, \quad (4.58)$$

где σ – эффективное напряжение; σ_0 , σ^* , t^* , n – параметры модели, определяющие пороговое напряжение, начиная с которого накапливаются повреждения, предельное напряжение и скорость процесса накопления повреждений.

Усечение предельной поверхности в области растяжения также определим с учетом повреждений:

$$P^* = P_0^* (1 - D(\sigma)). \quad (4.59)$$

Конкретный вид функций, описывающих упрочнение и деградацию материала, подбирается исходя из экспериментальных данных. Следует заметить, что параметры, описывающие внутреннее трение и дилатансию, также не остаются постоянными в процессе деформации, поэтому для построения соответствующих зависимостей требуются специальные измерения, которые ранее проводились крайне редко.

Для описания роста трещин запишем условие разрушения в виде:

$$\sigma_{ef} = \sigma_n (1 - a) + \sigma_\tau a < \sigma^* (1 - D_\varepsilon) \quad \text{для } \sigma_n > 0, \quad (4.60)$$

где σ_n , σ_τ – нормальная и тангенциальная компоненты вектора напряжений;

$$D_\varepsilon = \beta \left(\frac{I_1^P}{\varepsilon^*} \right)^n, \quad (4.61)$$

D_ε – поврежденность; $0 \leq a \leq 1$ – параметр, описывающий вклад нормальных и касательных напряжений; β и n – параметры, описывающие скорость накопления повреждений; σ^* , ε^* – предельные значения напряжений и объемной деформации.

Таким образом, принимаем, что разрушение и раскрытие трещин происходит при наличии растягивающих напряжений, которые присутствуют в ло-

кальных областях неоднородной среды практически при любом виде нагрузок. В ходе пластической деформации происходит накопление повреждений, т. е. образование, рост и слияние микротрещин и пор. Развитие и накопление этих повреждений проявляется в объемной пластической деформации и разупрочнении среды.

Следует заметить, что упрочнение, введенное в (4.56) в виде (4.57), имеет, например, физическую природу, аналогично механизму упрочнения при пластическом деформировании металлов. В геологических средах большое значение имеет упрочнение геометрического характера, связанное не только с условиями нагружения, но и дилатансионной природой, так как в ходе неупругой деформации геоматериалов происходит разбухание вещества, вызванное раскрытием микротрещин и переупаковкой частиц [193–195].

4.1.3. Описание роста трещин

Моделирование процессов деформации с учетом разрушения материала относится к разряду наиболее алгоритмически сложных задач. Для описания образования и роста несплошностей необходимо применение специальных процедур, которые позволяли бы не только определить время и место возникновения или роста трещины, но также учитывать образование и наличие новых поверхностей внутри расчетной области в ходе дальнейшего расчета. Для определения местоположения и момента образования несплошностей применяются различные модели и критерии разрушения. Обзор критериев разрушения для случая динамического нагружения тел можно найти в работе [196].

Для расчета геометрии и напряженно-деформированного состояния в разрушенной области используют два различных подхода. Первый из них – неявный, состоит в коррекции напряжений и(или) даже удалении расчетных ячеек в зоне разрушения. Здесь необходимо отметить одну из основополагающих работ [197], в которой принимаются во внимание ориентация и раскрытие образующихся трещин. Второй – явный, предполагает введение свободных поверхностей, соответствующих берегам трещины. В этом случае изменения напряженно-деформированного состояния, связанные с разрушением, учитываются автоматически. Существуют различные схемы описания роста трещины, как путем перестройки сетки вблизи вершины, например [198], так и по границам расчетных ячеек [199–201]. В конечно-элементных моделях иногда используется специально построенный в окрестности вершины сингулярный элемент. Причем используются различные процедуры учета приращения длины трещины – от скачкообразного до плавного перемещения вершины. Обзор численных подходов описания распространения трещин можно найти в [202–204].

При решении задач, связанных с разрушением в произвольных областях тела, наиболее распространенным способом является моделирование разрушения в ячейках (элементах) расчетной сетки. Использование лагранжева опи-

сания движения среды позволяет интерпретировать поведение ячеек и их границ как элементов структуры материала. Например, рассматривать границы расчетных ячеек как некоторые физические объекты, обеспечивающие сплошность среды. Будем считать, что процессы разрушения локализованы по границам ячеек. Тогда повреждение и, в конечном счете, разрушение таких “склеивающих” объектов приводят к раскрытию несплошностей. Эта процедура осуществляется путем разделения узлов расчетной сетки [199, 200]. Новые границы образуются по границам расчетных ячеек (см. рис. 4.2). Преимущество такого способа описания разрушения заключается в более точном и, что немаловажно, простом определении конфигурации трещин, а следовательно, и более точном расчете напряженно-деформированного состояния вблизи вершины трещины. Ориентация поверхности разрушения определяется действующим напряженно-деформированным состоянием. Введение несплошностей по границам расчетных ячеек позволяет избежать проблем с выполнением законов сохранения. Кроме того, в неоднородных материалах образование трещин нередко действительно происходит по границам раздела структурных элементов среды.

Для выполнения такой операции каждый узел сетки заменяется группой из четырех узлов [142, 192, 199, 200]. Конфигурация трещины определяется исходя из действующего в окрестности данного узла напряженного состояния и накопленной поврежденности материала. В результате каждая ячейка расчетной сетки может иметь свои, независимые от окружающих, вершины (узлы).

В стандартном методе расчета [179] каждый из узлов (j, k) одновременно принадлежит четырем смежным окружающим его ячейкам. Заметим, что именно таким образом, как среднее по четырем окружающим ячейкам, определяется его масса. В нашем случае мы имеем объединенные в одну группу четыре узла (j, k, m) , $m = 1, 2, 3, 4$, каждый из которых принадлежит лишь одной ячейке m . До тех пор пока материал остается сплошным, узлы объединены и схема расчета сохраняется прежней. В случае необходимости группа распадается, и мы имеем не один узел, а два, три или четыре узла, в соответствии с конфигурацией трещин в разрушенной области. При этом не меняется схема расчета параметров напряженно-деформированного состояния, так как они вычисляются в ячейках сетки.

Проверка условия разрушения осуществляется во всей расчетной области на границах в каждой паре ячеек. При выполнении критерия происходит раскрытие “элементарной” трещины, в качестве которой выступают границы соответствующих расчетных ячеек. Поскольку при решении используется прямоугольная сетка, каждая возможная элементарная трещина может быть ориентирована только в двух взаимно перпендикулярных (пока сетка не деформирована) направлениях. На рис. 4.2 показаны все возможные конфигурации элементарных трещин. Таким образом, автоматически определяется не только

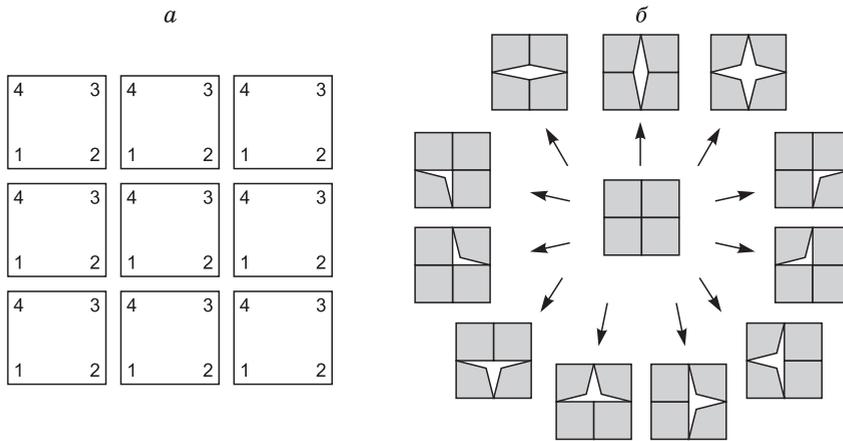


Рис. 4.2. Нумерация узлов расчетной сетки (а) и возможные конфигурации трещин при разделении узлов (б).

местоположение разрушаемой области, но и ориентация элементарных трещин, рост и взаимодействие которых определяют рост трещин большого масштаба.

Выбор схемы разрушения для конкретного узла осуществляется проверкой состояния на каждой из границ ячеек, поскольку именно этим определяется форма разрушенной области. В соответствии с каждой из 12 схем расчета записываются 12 групп уравнений движения, включая уравнения для расчетов масс узлов.

После разделения узел расчетной сетки оказывается принадлежащим образованной поверхности. Для дальнейшего расчета движения необходимо задать на всех созданных таким образом границах соответствующие условия. В простейшем случае, при раскрытии трещины, это условия свободной поверхности. В случае сближения берегов, чтобы избежать перехлеста лежащих по разные стороны от трещины ячеек, необходимы проверка и применение контактных условий. Простейшим вариантом может быть совмещение узлов. Эти условия могут быть использованы для трещины отрыва, если относительное поперечное смещение невелико. В противном случае возникает необходимость в применении более сложных контактных условий. Таким образом, после разделения узлов на вновь образованных поверхностях задаются условия свободной поверхности и условия взаимного непроникновения.

Использование такого способа описания образования трещин позволяет учитывать и рассматривать проскальзывание их поверхностей. Естественно, что при численном описании приращения имеют дискретный характер, а сама трещина принимает вид ломаной.

Расчет взаимодействия контактных границ чаще всего осуществляется по схеме коррекции движения узлов, предотвращающей взаимное проникнове-

ние. Проблема расчета взаимодействия сеток оказывается одной из наиболее сложных при исследовании контактных задач и разрушения. Реализация алгоритмов взаимодействия существенно усложняет численный код и значительно увеличивает временные затраты на вычисления. Обзор наиболее распространенных алгоритмов и подходов к решению данной задачи можно найти в [205].

Реализация граничных условий на контактирующих поверхностях трещины нами осуществлялась по схеме коррекции движения узлов расчетных ячеек. Используемый алгоритм реализации контактных условий аналогичен алгоритмам, описанным в [198, 206]. Некоторые особенности и возможности использованных алгоритмов разделения узлов и контактного взаимодействия поверхностей трещины можно найти в [141, 142, 192, 207–211]. Хорошие результаты были получены также с использованием алгоритма, изложенного в [212, 213], в котором расчет взаимодействия осуществляется на этапе расчета скоростей, учитывая силы, действующие по разные стороны от границы. Данный алгоритм был использован для совместного применения конечно-разностного и дискретного методов.

Таким образом, процедура расчета на каждом временном интервале включает следующую последовательность операций.

1. Расчет движения узлов расчетной сетки при соответствующих граничных условиях. На всех поверхностях, где эти условия заранее не заданы, а определяются в ходе решения задачи, используются условия свободных поверхностей.

2. Расчет контактного взаимодействия поверхностей (условие непроникновения и закон скольжения) и коррекция движения в соответствии со взаимодействием.

3. Расчет напряженно-деформированного состояния в ячейках сетки.

4. Проверка условия разрушения и формирование новых поверхностей (разделение узлов и задание соответствующих условий на новых поверхностях).

4.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И ПОВРЕЖДЕНИЙ

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих поведение хрупких и хрупкопластичных геологических материалов под действием нагрузок, а также возможности используемого подхода для описания важнейших особенностей их поведения.

4.2.1. Рост трещин в хрупких материалах

Пусть в однородном хрупком образце, находящемся в условиях неравномерного сжатия, содержится наклонная трещина. При таких условиях нагруже-

ния происходит смещение поверхностей трещины, в результате чего вокруг вершин возникают антисимметрично расположенные зоны растяжения и сжатия. Данную трещину можно рассматривать как трещину сдвига. Ее поверхности сжимаются под действием нормальных напряжений

$$\sigma_n = \frac{1}{2}((\sigma_x + \sigma_y) + (\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\alpha), \quad (4.62)$$

где α – угол наклона трещины, а касательные напряжения $\tau = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\alpha$ приводят к сдвигу поверхностей трещины.

Пренебрегая действием сил трения, в полярной системе координат можно записать:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} (3\cos\theta - 1), \\ \sigma_\theta &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{3}{2} \sin\theta \cos \frac{\theta}{2}, \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} (3\sin\theta - 1), \end{aligned} \quad (4.63)$$

где K_{II} – коэффициент интенсивности напряжений для трещины сдвига.

Используя в качестве условия роста трещины достижение предельного растягивающего напряжения, для нахождения направления начала роста в известных аналитических моделях определяют угол θ , при котором напряжения принимают экстремальные значения.

Критерий прочности, сформулированный на основе применения данной процедуры, составляет основу теории Гриффитса о разрушении тел в условиях сжатия. Развитие этой теории для случая эллиптической трещины с анализом направления ее дальнейшего роста выполнено Б. Полем [164]. Например, направление наиболее опасной трещины определяется выражением

$$\cos 2\alpha = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2(\sigma_x + \sigma_y)}. \quad (4.64)$$

Направление ответвившейся трещины определяется как

$$\operatorname{tg}(\varphi + \alpha) = \frac{A \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sqrt{A^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}}{(A - 1) \sin \alpha \cos \alpha}, \quad (4.65)$$

где $A = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$.

Для определения направления дальнейшего роста трещины следует многократно повторить данную процедуру. Результаты таких расчетов представлены в работе [164] в виде таблиц и графиков.

В настоящий момент наиболее распространенным подходом при построении моделей роста трещин при сжатии хрупких материалов является представление о росте трещины под действием расклинивающей силы [152]. Считается, что рост трещины такого типа имеет характер отрыва и соответственно контролируется критическим коэффициентом интенсивности напряжений. Теоретические оценки и анализ экспериментальных данных показывают, что трещина вытягивается по направлению оси сжатия или ортогонально оси действия наибольших напряжений.

Одной из основных моделей роста одиночной трещины в хрупком теле является модель Фэйрхерста–Кука [152]. На ее основе в ряде работ были получены выражения для длины такой трещины, для ее раскрытия, коэффициента интенсивности напряжений. Результаты согласуются с экспериментальными данными.

Согласно [153–155] эффективная длина наклонной трещины в условиях сжатия хрупкого тела определяется выражением

$$l = \frac{\sigma_y^2}{K_{IC}^2 \pi} (2\beta(\alpha) \cdot a)^2, \quad (4.66)$$

где $2a$ – длина исходной трещины; $\beta(\alpha) = \sin^2 \alpha \cos \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma)$ (при $\operatorname{tg} \gamma = 0$, т. е. при отсутствии трения между поверхностями трещины, $\beta(\alpha) = \sin^2 \alpha \cos \alpha$); α – угол наклона трещины к оси нагрузки.

Коэффициент интенсивности напряжений (КИН) для трещины отрыва, к поверхностям которой приложены силы F , будет $K_I = \frac{F}{\sqrt{\pi l}}$, или в нашем случае $K_I = \frac{2a\sigma_y\beta(\alpha)}{\sqrt{\pi l}}$.

Из данного выражения хорошо видно, как снижается уровень напряжений отрыва по мере продвижения трещины. КИН снижается с увеличением эффективной длины трещины. Трещина вытягивается в направлении приложенной к телу нагрузки и стабилизируется.

Однако существующие аналитические выражения позволяют провести оценки состояния трещины в хрупком материале для строго оговоренных условий. В случае близости границы раздела разнородных материалов эти условия становятся достаточно сложными. Кроме того, одной из основных проблем, связанных с исследованием роста трещин, является то, что все такие оценки справедливы лишь до начала роста трещины. С момента страгивания трещины (даже без учета динамических явлений), строго говоря, мы имеем дело с новым объектом. Поскольку геометрия тела изменилась, необходимо заново решать задачу о напряженном состоянии уже с новыми граничными условиями, что практически невозможно осуществить аналитическими методами.

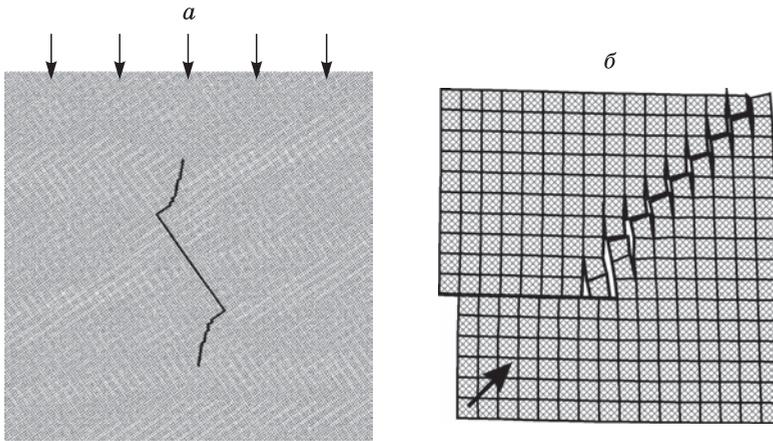
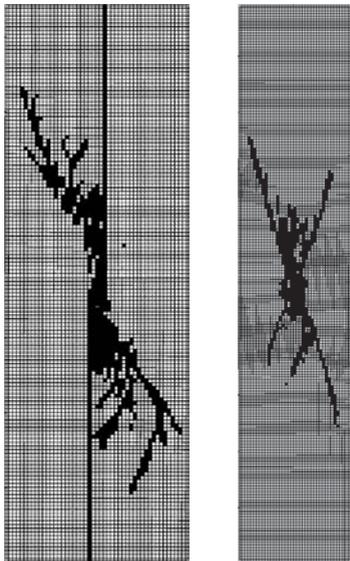


Рис. 4.3. Численный расчет конфигурация наклонной трещины в условиях сжатия (а) и фрагмент расчетной сетки вблизи вершины (б).

В связи с этим наиболее подходящий путь к решению таких задач – применение численных методов, которые позволяют рассчитать напряженно-деформированное состояние в ходе развития трещины.

На рис. 4.3 показана конфигурация трещины, полученная путем численного моделирования с использованием изложенной выше процедуры расчета, и фрагмент расчетной сетки вблизи одной из вершин. Трещина начинает расти ортогонально своей поверхности и далее вытягивается по направлению приложенной нагрузки, а ее рост прекращается.



Наличие геометрических особенностей, пустот и включений в хрупких материалах приводит к появлению растягивающих напряжений и образованию трещин отрыва. Например, при осевом сжатии образцов с отверстием наблюдается развитие трещин в направлении оси наибольшего сжатия [150, 151]. На рис. 4.4 представлены результаты численного моделирования разрушения образцов различной ширины. Условия нагружения соответствовали осевому сжатию со свободными от напряжений боковыми гранями и идеальным скольжением на торцах. Видно, что трещина расколола более ши-

Рис. 4.4. Картина разрушения образцов с центральным отверстием при сжатии в случае различных соотношений размеров сторон образцов.

рокий образец на две части. Разрушение этих частей произошло с формированием наклонных трещин сложной конфигурации. В узком образце сразу сформировались наклонные трещины, а рост вертикальных трещин быстро остановился.

4.2.2. Деформирование области, содержащей участок поврежденного материала

Наличие несовершенств структуры материала под нагрузкой приводит к развитию локализованной деформации и(или) возникновению и росту трещин.

Рассмотрим фрагмент среды, содержащий включение быстро повреждающегося материала. Подобный процесс может иметь место, например, при возникновении неустойчивости на отдельном участке геосреды или в имеющейся разломной, поврежденной зоне, а также при изменении свойств отдельной области под воздействием иных причин (поступление флюида, фазовые превращения и др.).

Пусть среда находится в напряженном состоянии чистого сдвига, близком к критическому ($\tau = 0,99Y_0$). Условия нагружения такого вида эквивалентны приложению равных по величине растяжения по одной диагонали образца и сжатия по другой. В начальный момент времени механические характеристики в основном материале и во включении совпадают, напряженное состояние всей области однородно. Допустим, в материале включения сцепление уменьшается, включение постепенно пластически деформируется и разрушается.

Симметрично от границы включения развиваются две пары полос деформации. Их ориентация, а также интенсивность основной и сопряженной полос меняются в зависимости не только от параметров модели, но и от формы и ориентации включения (см. рис. 4.5, 4.6). Например, для круглой формы включения полосы всегда имеют одинаковую интенсивность, для эллиптической формы можно наблюдать основную и дополнительную, сопряженную полосу. Следует заметить, что деформация включения также имеет полосовую структуру, что хорошо видно в случае круглого включения (рис. 4.5).

Очевидно, что наклон полос зависит от параметров модели – углов внутреннего трения и дилатансии. Например, при нулевых значениях углов внутреннего трения и дилатансии (модель Прандтля–Рейсса) имеем взаимно ортогональные полосы. С ростом этих величин происходит сближение полос в каждой паре так, что их направление приближается к оси сжатия, причем наибольшие отклонение и сближение полос наблюдаются при $\Lambda = \alpha$ (модель Друкера–Прагера).

По мере вытягивания эллиптического включения его поведение и влияние на напряженно-деформированное состояние окружающего материала приближаются к влиянию трещины. Как и в случае с трещиной, в вершинах включения возникают антисимметрично расположенные зоны растяжения и сжатия. На рис. 4.6 показано развитие деформации в упругохрупкопластичной

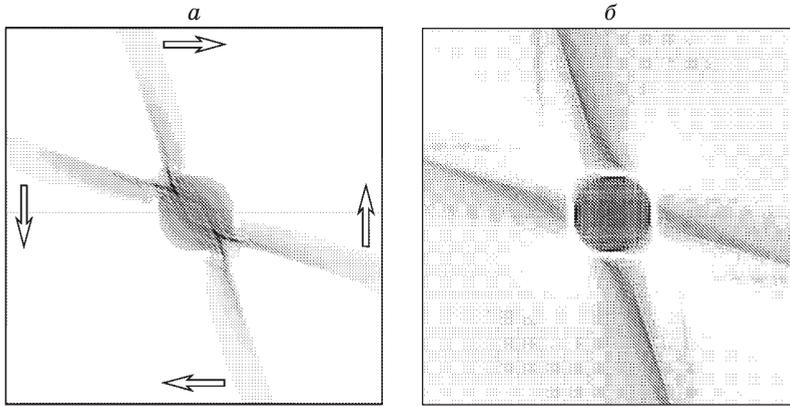


Рис. 4.5. Полосы локализации деформации при разрушении включения круглой формы в условиях чистого сдвига:

$a - \alpha = \Lambda = 0,63$; $б - \alpha = 0,84, \Lambda = \alpha/3$.

среде, содержащей ослабленную зону вытянутой формы. Распространение полос локализации происходит под некоторым углом к оси нагрузки, который определяется параметрами среды. Возможно, особенно на начальном этапе, образование пар полос локализованной деформации. Развитие полос локализованной деформации от каждой из вершин выглядит как результат действия двух конкурирующих механизмов распространения нарушения (см. рис. 4.6). Одна из полос является продолжением сдвиговой трещины-включения, вторая, имея меньшую интенсивность (которая зависит от параметров модели, т. е. свойств материала), начинает развиваться ортогонально к ней и далее изгибается. Наиболее четко сопряженная полоса проявляется при $\Lambda = \alpha$.

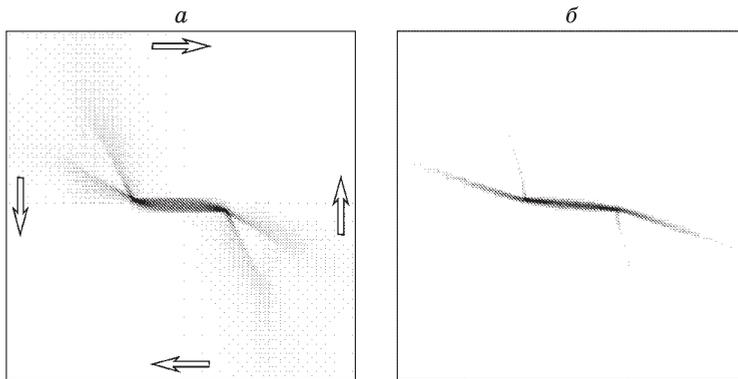


Рис. 4.6. Образование полос локализации деформации при разрушении вытянутого включения в условиях чистого сдвига:

$a - \Lambda = \alpha = 0,84$; $б - \Lambda = \alpha = 0,63$.

В рассмотренных условиях в зависимости от параметров среды могут быть получены различные картины разрушения. При высоких значениях σ^* и ε^* , что соответствует слабоповрежденной высокопрочной среде, разрушение происходит по отрывному механизму роста наклонной или сдвиговой трещины. От вершин разрушающегося включения в областях действия растягивающих напряжений развиваются трещины отрыва. На первом этапе их рост идет ортогонально нарушению. Дальнейший рост трещин обеспечивает ортогональную оси растяжения ориентацию зоны разрушения (рис. 4.7, *а*).

В случае высокой скорости повреждаемости, т. е. малых значениях ε^* , разрушение развивается в полосах локализации пластической деформации. При наличии выраженных сопряженных полос локализации от каждой вершины развиваются две трещины, одна из которых является продолжением нарушения. Если интенсивность деформации в сопряженной полосе локализации значительно меньше, чем в основной полосе, то разрушение развивается лишь в последней, являющейся продолжением исходного нарушения (см. рис. 4.7, *б*).

При малых значениях σ^* , когда среда является равномерно поврежденной, возникает система субпараллельных трещин (см. рис. 4.7, *в, г*). Эта система трещин в основном лежит в полосе, образованной либо дополнительными полосами локализации, либо трещинами отрыва. Направление трещин изменяется в пределах от направления полос локализации до ортогонального оси растяжения. Причем при $\Lambda = \alpha$, особенно при их высоких значениях, система трещин сосредоточена в полосе, ограниченной дополнительными полосами локализации, а их ориентация близка к направлению основных полос. При $\Lambda \neq \alpha$ ориентация трещин и их расположение в большей степени привязаны к направлению растяжения. В этом случае полоса растрескивания образована трещинами отрыва.

Следует отметить, что развитие трещин и развитие полос локализованной пластической деформации не являются изолированными процессами. Это проявления одного процесса.

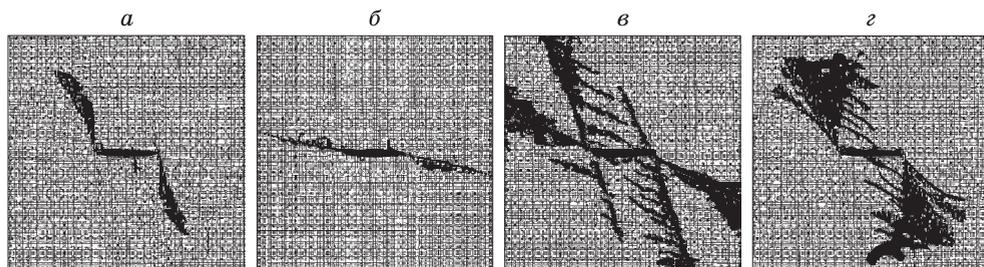


Рис. 4.7. Растрескивание образца при разрушении вытянутого включения в условиях чистого сдвига:

а – $\alpha = 0,84$, $\Lambda = 0,28$, $\sigma^* = 0,5$ ГПа, $\varepsilon^* = 0,1$; *б* – $\alpha = 0,84$, $\Lambda = 0,28$, $\sigma^* = 0,5$ ГПа, $\varepsilon^* = 0,005$; *в* – $\alpha = 0,84$, $\Lambda = 0,84$, $\sigma^* = 0,3$ ГПа, $\varepsilon^* = 0,0025$; *г* – $\alpha = 0,84$, $\Lambda = 0,28$, $\sigma^* = 0,25$ ГПа, $\varepsilon^* = 0,05$.

4.2.3. Вдавливание жесткого штампа

На рис. 4.8 представлены результаты численного моделирования процесса деформации упругопластического слоя среды при вдавливании жесткого штампа с использованием различных моделей описания. В зависимости от свойств исследуемой среды аналогичные условия нагружения приводят к принципиально различным картинам деформирования. Например, результат, представленный на рис. 4.8,*а*, получен с использованием модели Прандтля–Рейсса (с условием текучести Мизеса). Это наиболее распространенная модель, дающая хорошие результаты при описании пластичных материалов (металлов и сплавов). Однако она не учитывает влияние давления на прочность среды и объемные изменения, связанные с пластической деформацией. Для описания неупругого поведения геологических сред более адекватные результаты позволяют получить модели, учитывающие внутреннее трение и дилатансию. При малых значениях этих параметров картина деформирования остается похожей на первую (см. рис. 4.8,*б*). Вариация коэффициентов (что соответствует рассмотрению различных материалов) показывает, что при определенных значениях коэффициентов среда становится склонной к множественному образованию полос локализованной деформации. Неупругая деформация с самого начала развивается в виде системы полос локализованной деформации, распространяющихся в глубь слоя (см. рис. 4.8,*в*). Выход полос на поверхность происходит на значительном расстоянии от области нагружения.

Таким образом, в зависимости от выбора модели для описания поведения среды и значений параметров этой модели могут быть получены существенно различные картины деформирования. Это подчеркивает сложность задачи моделирования поведения геологических сред, тем более что имеются трудности в определении как параметров материала, так и граничных условий.



Рис. 4.8. Локализация деформации при вдавливании жесткого штампа в упругопластическую среду для разных значений коэффициентов внутреннего трения и дилатансии: *а* – $\alpha = \Lambda = 0$; *б* – $\alpha = 0,25$, $\Lambda = 0,15$; *в* – $\alpha = 0,546$, $\Lambda = 0,12$.

4.2.4. Локализация деформации при сжатии образца

Для иллюстрации особенностей проявления локализации деформации рассмотрим поведение прямоугольного образца в условиях сжатия. Условия нагружения соответствовали жесткому сжатию при отсутствии скольжения на торцах образцов. Боковые грани свободны от напряжений.

1. *Наиболее простой случай, который следует из полученных выше выражений при $\alpha = \Lambda = 0$, соответствует модели Прандтля–Рейсса.* В данной модели отсутствуют зависимость предела текучести от давления и дилатансия. Полосы локализации пластической деформации развиваются в направлении наибольших касательных напряжений. В рассматриваемом случае на некотором удалении от поверхностей приложения нагрузки можно принять, что направления главных осей напряжений совпадают с осями симметрии образца. Таким образом, направление развития полос локализации деформации θ должно составлять $\pi/4$ к направлению приложенной нагрузки, совпадающему с осью образца.

На рис. 4.9,а хорошо видно, что полосы локализации зарождаются в угловых точках и, отразившись от свободной боковой поверхности, проходят через весь образец. В местах их пересечения уровень деформации оказывается существенно выше.

Следует заметить, что при использовании идеальной упругопластической модели, с постоянными коэффициентами, подобная картина формирования полос локализации возникает лишь при сжатии. В условиях растяжения полосы локализации возникают лишь от угловых точек однородного образца, в которых развивается деформация. В случае сжатия в ходе деформации происходит некоторое увеличение площади сечения, а в месте выхода полосы на поверхность возникает ступенька, от которой развиваются новые полосы локализованной деформации. Таким образом, происходит отражение от свободных поверхностей и дальнейшее распространение полос локализации.

2. *Вводя в рассмотрение зависимость предела текучести от давления, перейдем к дилатансионной модели при $\alpha = \Lambda \neq 0$ (модель Друккера–Прагера).*

Данная модель предсказывает развитие полос локализации в направлении

$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \text{ к оси наибольшего сжатия.}$$

При $\alpha = 0,63$ значение угла внутреннего трения $\varphi = 45^\circ$ (см. рис. 4.9,б). Полученная картина деформирования полностью согласуется с теоретическими представлениями. Угол наклона полос локализации составляет $\theta = 22,5^\circ$.

На рис. 4.9,в показан случай деформирования для $\alpha = 0,84$, когда $\varphi = 73,8^\circ$ и, соответственно, $\theta = 8^\circ$. Такой угол оказывается меньше угла наклона линии, соединяющей противоположные углы образца. Локализации почти не наблюдается, но хорошо видно раздувание образца.

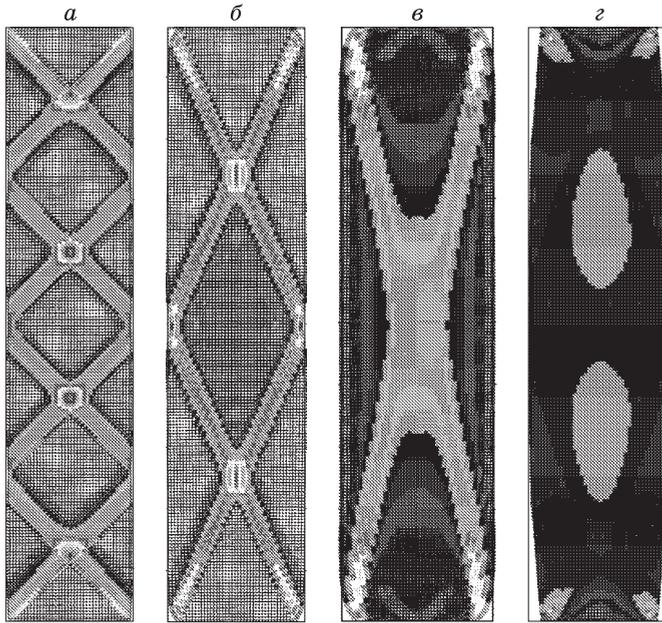


Рис. 4.9. Распределение деформаций и образование полос локализации при сжатии образца.

a – модель Прандтля–Рейсса, $Y = \text{const}$, $\alpha = \Lambda = 0$; $б-г$ – модель Друккера–Прагера: $\alpha = 0,63$, $Y = \text{const}$ ($б$); $\alpha = 0,8$, $Y = \text{const}$ ($в$); $\alpha = 0,8$ ($г$).

Наличие упрочнения приводит к более однородному деформированию и бочкообразному расширению образца ($\alpha = 0,8$) (см. рис. 4.9, $г$).

3. Существенным усложнением будет использование модели при $\alpha \neq \Lambda$ (модель Николаевского).

При таких параметрах модель оказывается наиболее чувствительной к любого рода неоднородностям напряженно-деформированного состояния. Процесс деформирования образца, описываемый с использованием указанной модели, проявляет склонность к локализации деформации на ранних стадиях. Если в начале процесса мы имеем симметричную картину развития полос локализации, как и должно быть в однородном образце (рис. 4.10, $a-в$), то дальнейшее деформирование проходит несимметрично. На более поздних стадиях деформация протекает по некоторым из полос, происходит смещение частей образца. Причиной асимметрии является неоднородность напряженно-деформированного состояния, имеющая порядок ошибки вычислений. Чем большее значение имеет коэффициент дилатансии, тем более устойчиво поведение образца (расчетной области).

Результаты расчета с явным формированием трещин показаны на рис. 4.10, $г$. Использование функции повреждаемости в виде (4.61) обеспечи-

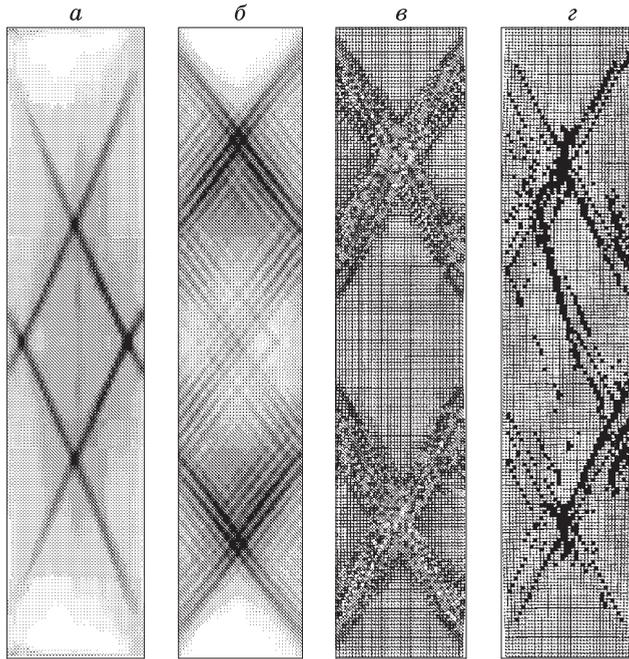


Рис. 4.10. Распределение деформации (*а, б*), поврежденности (*в*) и картина растрескивания (*г*) при сжатии образца (модель Николаевского):

а – $Y = \text{const}$, $\alpha = 0,8$, $\Lambda = 56$; *б* – $Y = \text{const}$, $\alpha = 0,6$, $\Lambda = 0,2$; *в, г* – $z - \alpha = 0,8$, $\Lambda = 0,26$.

вадет предпочтительное образование трещин в местах локализации деформации. На представленных картинах растрескивания образцов основная часть трещин лежит в зонах локализации – зонах наиболее поврежденного материала. В то же время формирование трещин контролируется наличием и величиной растягивающих напряжений в каждой точке расчетной области, поэтому система раскрытых трещин не везде совпадает с полосами локализации пластической деформации (см. рис. 4.10).

4.2.5. Локализация деформации и разрушение при сжатии образца горной породы (песчаника)

Как говорилось выше, разрушение горных пород связано, прежде всего, с наличием пор и трещин различных масштабов. При любом виде нагрузки напряженно-деформированное состояние неоднородно. Вблизи пор и трещин возникают растягивающие напряжения, что приводит к росту трещин отрыва. На их развитие большое влияние оказывают условия нагружения: величина бокового обжатия и условия на торцевых поверхностях (например, [164]). Боковое обжатие образца ограничивает возможности роста трещин, так что при определенных условиях материал может вести себя как пластичное тело. Из-

вестно, что с увеличением трения на торцевых поверхностях породы показывают большую прочность, а наличие смазки, наоборот, приводит к снижению прочности и нередко к раскалыванию образца. Имеется два традиционных объяснения этих особенностей: 1) трение приводит к появлению сжимающих напряжений, которые препятствуют прорастанию трещин к торцам, аналогично обжимающей нагрузке; 2) смазка поступает в поры образца, что вызывает ряд дополнительных эффектов. (На втором случае в данной работе мы останавливаться не будем.)

Рассмотрим поведение однородного образца в условиях сжатия вдоль вертикали. Механические характеристики соответствуют макроскопическим свойствам песчаника [214]: $\rho_0 = 2,2 \text{ г/см}^3$, $K = 12,28 \text{ ГПа}$, $\mu = 5,346 \text{ ГПа}$, $Y_0 = 9,04 \text{ МПа}$, $\alpha_0 = 0,546$, $\Lambda_0 = 0,48$. Зависимости параметров Y , α и Λ от неупругой деформации показаны на рис. 4.11.

Развитие деформации в условиях идеального скольжения на торцах до достижения предельного уровня протекает однородно. При достижении предельного уровня деформации начинают формироваться полосы локализации. Места зарождения полос локализации деформации определяются малыми по величине осцилляциями напряжений и деформаций, связанными с волновым фоном вследствие динамической формулировки задачи. В выполненных расчетах их величина не превышает $10^{-2} \%$ от среднего уровня напряжений.

При сжатии прямоугольного образца на величину осевой деформации до разрушения и на картину разрушения существенно влияют условия на торцевых поверхностях. С увеличением коэффициента трения на торцах, локализация деформации и разрушение происходят при меньшей степени общей осевой деформации и соответственно при меньшей величине нагрузки (рис. 4.12). Несколько отличается и картина полос локализации деформации. Например, на рис. 4.13 показано распределение интенсивности деформации в образце при различных условиях на торцевых поверхностях.

Увеличение трения на торцевых поверхностях приводит к более интенсивному развитию деформации в углах образца и, как следствие, к более быстрому появлению полос локализованной деформации. В этом случае локализация деформации и разупрочнение происходят на более ранней степени деформирования.

Явный учет образования трещин не дает существенного изменения результатов, так как трещины формируются в зоне локализованной деформации.

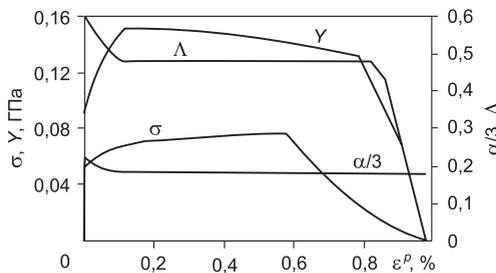


Рис. 4.11. Параметры модели, как функции накопленной пластической деформации.

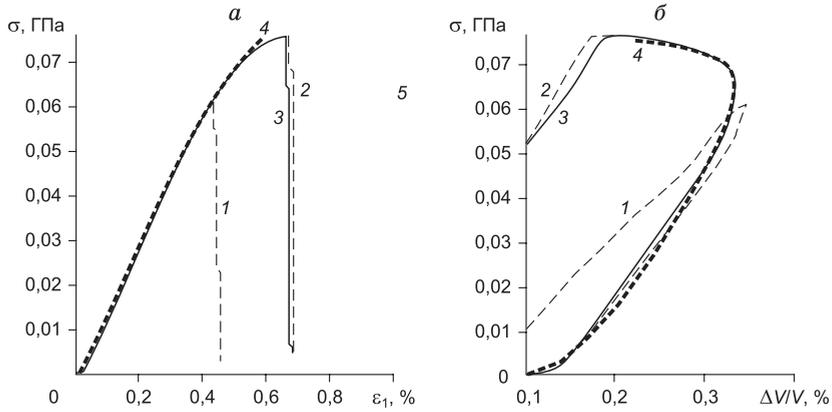


Рис. 4.12. Кривые зависимости напряжений $\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$ от осевой (а) и объемной (б) деформации песчаного образца при различных условиях на торцевых поверхностях: 1 – расчет для образцов с “фиксированными” (трение велико) торцами; 2 – идеальное скольжение на торцах; 3 – отмечены особенности в углах образца при идеальном скольжении; 4 – экспериментальные данные работы [214].

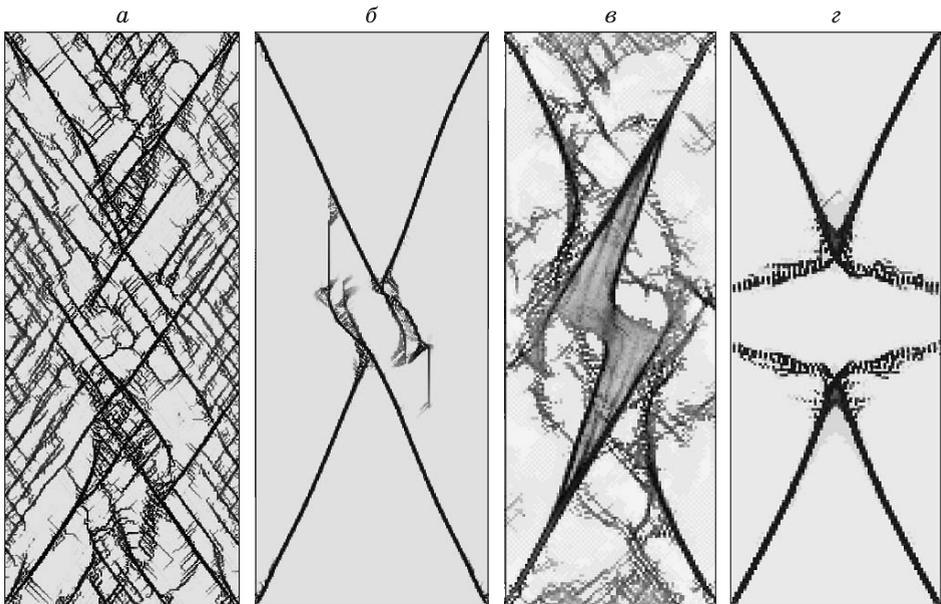


Рис. 4.13. Картины локализации деформации в песчаном образце при различных условиях на торцевых поверхностях и соотношениях размеров при обжимающем давлении $\sigma_2 = 5$ МПа.

Однородный образец с идеальным скольжением на торцах (а, в) и с “фиксированными” торцами (б, г); а, б – $h/w = 2,5$, $P^* = 1$ МПа; в, г – $h/w = 2,75$, $P^* = 10$ МПа.

Полученные результаты численного моделирования поведения образцов песчаника в условиях плоской деформации согласуются с экспериментальными данными, представленными в работе [214].

Одной из особенностей поведения такого рода материалов является эффект дилатансионного упрочнения. В работах [148, 157] показано, что локализация деформации возможна на восходящей ветви зависимости предела текучести–деформации при определенных значениях коэффициента упрочнения. В то же время расчеты показывают, что эффект упрочнения может наблюдаться при нулевом и даже отрицательном коэффициенте деформационного упрочнения. Например, на рис. 4.11 видно, что $\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$ продолжает свой рост до достижения осевой деформации $\varepsilon \approx 0,6\%$, тогда как максимальное значение Y было достигнуто при $\varepsilon \approx 0,165\%$ и далее снижалось. Этот факт может объясняться лишь высокой скоростью дилатансии и соответствующим ростом давления, т. е. упрочнением геометрического характера.

Использование рассмотренных подходов для описания поведения образцов горной породы как идеальной однородной среды позволяет получить хорошее совпадение картин разрушения, а также отдельных зависимостей напряжений и деформаций с экспериментальными наблюдениями. Однако необходимо заметить, что некоторые особенности поведения таких материалов не удалось описать в рамках однородной среды.

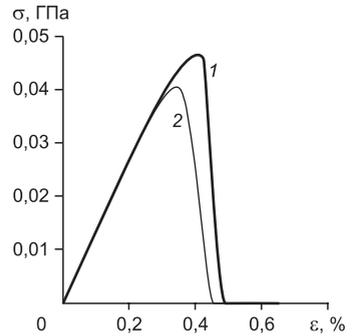
При рассмотрении поведения однородных образцов в условиях сжатия растягивающие напряжения не возникают (при малой скорости нагружения, когда динамические эффекты не проявляются). В этом случае очагами локализации деформации остаются только особенности геометрии, а также условия приложения нагрузки.

При рассмотрении неоднородного пористого образца начинает эффективно работать вторая часть модели, связанная с учетом отрывного механизма разрушения. В этом случае как при явном, так и при неявном описании разрушения начинает проявлять себя зависимость результатов от детальности сетки. Чтобы уменьшить влияние сетки, следует добавить в правые части уравнений (4.42), (4.60), описывающих прочность материала, множитель $a/\sqrt{\Delta x}$, где Δx – шаг расчетной сетки, a – параметр, связанный с формой ячеек, например, для квадратных ячеек $a = \sqrt{2}$.

Моделирование деформирования неоднородных образцов с пористостью около 2 % показало, что полное разрушение образца наступает при достаточно близких значениях нагрузки, независимо от условий на торцевых поверхностях. В случае отсутствия трения на торцах образца развитие неупругой деформации начинается несколько раньше. Однако в дальнейшем пластическая деформация имеет более рассеянный характер, чем в образце с фиксированными торцами, где пластическая деформация быстрее развивается в центральной части. При явном учете трещинообразования развитие трещин в порис-

Рис. 4.14. Кривые зависимости напряжений $\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$ от осевой деформации неоднородного образца при различных условиях на торцевых поверхностях.

1 – расчет для образцов с “фиксированными” (трение велико) торцами; 2 – условия идеального скольжения.



том образце начинается вблизи торцов, однако полное разделение образца на части наблюдается также при близких значениях нагрузки.

На развитие деформации и эффективную прочность образцов оказывают влияние распределение и размер пор, которые представлялись в виде пустот с минимальным размером, соответствующим размеру расчетной ячейки. Наибольшее увеличение прочности при наличии трения было получено в образцах, имеющих наибольшие особенности в виде пор и трещин вблизи торцевых поверхностей. В этом случае прочность образцов с фиксированными торцами оказывалась выше не более чем на 10–15 % (рис. 4.14, 4.15).

Использование моделей упругохрупкопластических сред позволяет описать многие особенности их поведения. Такие расчеты могут быть полезны

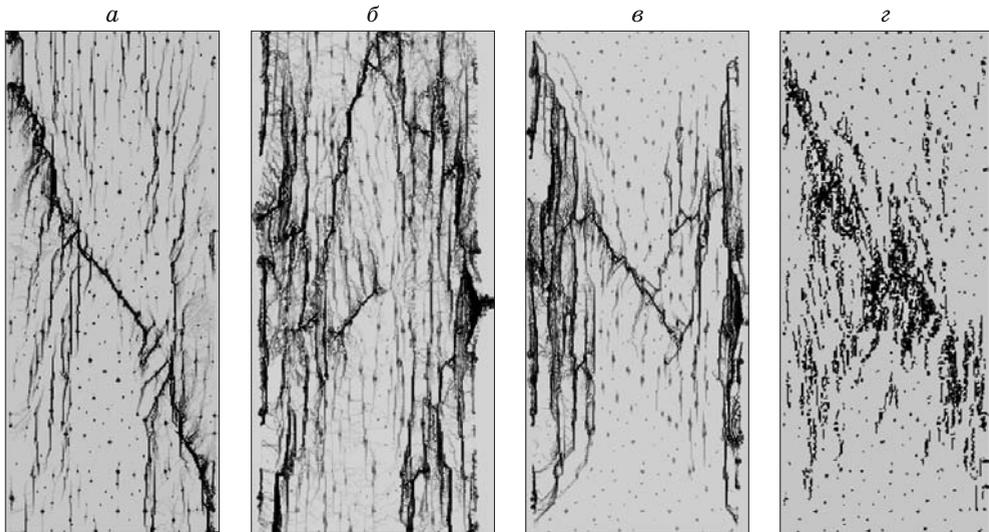


Рис. 4.15. Картины локализации деформации в неоднородном образце при различных условиях на торцевых поверхностях (а–в): идеальное скольжение (а, б), “фиксация” (в). Растрескивание образца с “фиксированными” торцами (г). Пористость ~2 %.

а – $\varepsilon^* = 0,007$, $P^* = 0,1$ МПа; б, в – $\varepsilon^* = 0,005$, $P^* = 0,001$ МПа; г – $\sigma^* = 7$ МПа, $\varepsilon^* = 0,01$, $P^* = 0,01$ кПа.

для проверки адекватности модели, подбора значений параметров, а также для объяснения некоторых особенностей поведения геоматериалов.

Представление неоднородных пористых и трещиноватых материалов как эффективной однородной упругохрупкопластической среды не позволяет учесть ряд особенностей их поведения. Для полного описания поведения неоднородных пористых и трещиноватых материалов необходимо принимать во внимание особенности их структуры, а также рост трещин.

4.2.6. Сдвиг по границам слоя

Рассмотрим развитие деформации “пластичного” слоя, описываемого моделью Николаевского, в условиях сдвига по его границам. Торцевые поверхности оставим свободными от напряжений.

При сдвиговом деформировании слоя, ограниченного жесткими стенками, практически сразу возникают полосы локализованной деформации (см. рис. 4.16, 4.17). Можно наблюдать основные и сопряженные системы полос деформации, различающиеся углом наклона и интенсивностью. Интенсивность последних существенно ниже, чем основных, лишь в самом начале деформирования интенсивности оказывались близки. Угол наклона основных полос в зависимости от параметров среды менялся в пределах от 10 до 23° , а наклон дополнительных сопряженных полос составлял около 70° . Эшелонированная система полос локализации такого рода, называемая сдвиговыми полосами Риделя, наблюдается в геологической среде в зонах разлома [148, 215].

Дополнительные, или сопряженные, полосы возникают в центральной части слоя, где наиболее стесненные условия деформирования (рис. 4.16, б, в). На начальном этапе на их проявлении сказывается скорость деформирования:

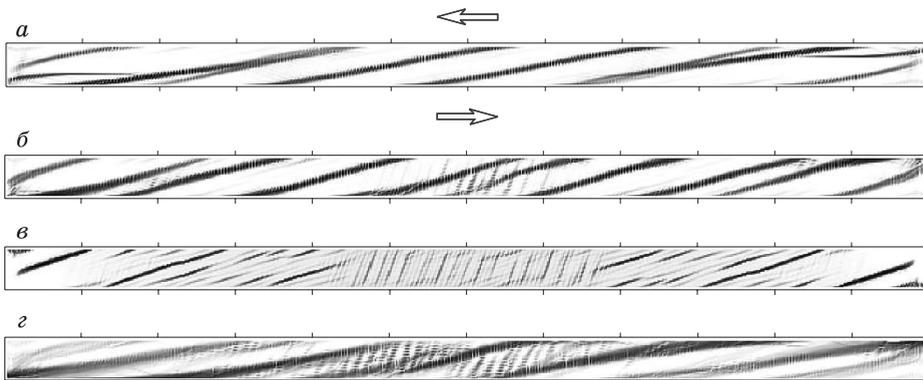


Рис. 4.16. Формирование полос локализации при сдвиге по границам слоя среды:

$a - \alpha = 0,63, \Lambda = 0,05$; $б - \alpha = 0,9, \Lambda = 0,1$; $в, г -$ в последовательные моменты времени $\alpha = 0,9, \Lambda = 0,05$.

с увеличением скорости четче проявляются сопряженные полосы. Вполне вероятно, что наличие сопряженных полос в реальной геологической среде в значительной мере связано с резкими подвижками стенок разломов. При данной геометрии среды ярко выраженные сопряженные полосы наблюдались лишь в случаях больших значений внутреннего трения ($\alpha > 0,8$) и малой скорости дилатансии ($\Lambda < 0,12$).

На начальном этапе деформирования расположение полос имеет периодический характер, расстояние между ними и угол наклона одинаковы. По мере деформирования развиваются лишь некоторые из них; часть полос исчезает на фоне остальных, а часть сливается. В результате слияния угол наклона и расстояние могут несколько измениться. При толщине слоя $H = 3$ см расстояние между полосами (L) составляло от 1,03 до 1,9–2,15 см. При оценках оно должно составлять 1,05 см: $L = 0,25H + 0,3$ (см) [76, 77, 216]. Отличие от натурных наблюдений может быть связано не только с модельной идеализацией (в частности, здесь не рассматривалось формирование трещин и возможная переупаковка частиц), но и с разницей граничных условий. Вероятно, сказывается влияние ограниченной длины слоя и идеально жестких стенок.

Возникновение полос локализованной деформации в рассмотренных условиях обусловлено параметрами среды. Чем больше мы отходим от модели Друккера–Прагера ($\Lambda = \alpha$), т. е. чем больше разница между коэффициентами внутреннего трения и дилатансии, тем интенсивнее проявление полос. Например, при $\Lambda \geq \frac{\alpha}{3}$ полосы локализации для заданной геометрии среды заметны лишь вблизи свободных торцов слоя.

Обратное смещение стенок и соответственно деформация обратного знака приводят к формированию новых полос локализации, аналогичных первоначальным, так что среда покрывается ромбической сеткой полос (рис. 4.17). Полученная сетка полос локализации сходна с наблюдаемыми в известных экспериментах с песком [193–195, 217].

Изменение геометрии среды отражается и на картинах полос локализации – меняется интенсивность основных и сопряженных полос. Увеличение толщины слоя приводит к появлению полос при параметрах, для которых при прежней геометрии их не наблюдалось. Например, при соотношении толщины к длине слоя 1:8 можно увидеть основные и сопряженные полосы в случаях, когда $\Lambda = \alpha$.

При уменьшении длины слоя и увеличении его толщины возникает тенденция к формированию полос, в том числе и искривленных, которые соединяют противоположные углы расчетной области.

Изменение углов внутреннего трения и дилатансии дает различные картины локализации деформации. На рис. 4.18 приведен пример моделирования поведения слоя среды, обладающего указанными свойствами, в условиях про-

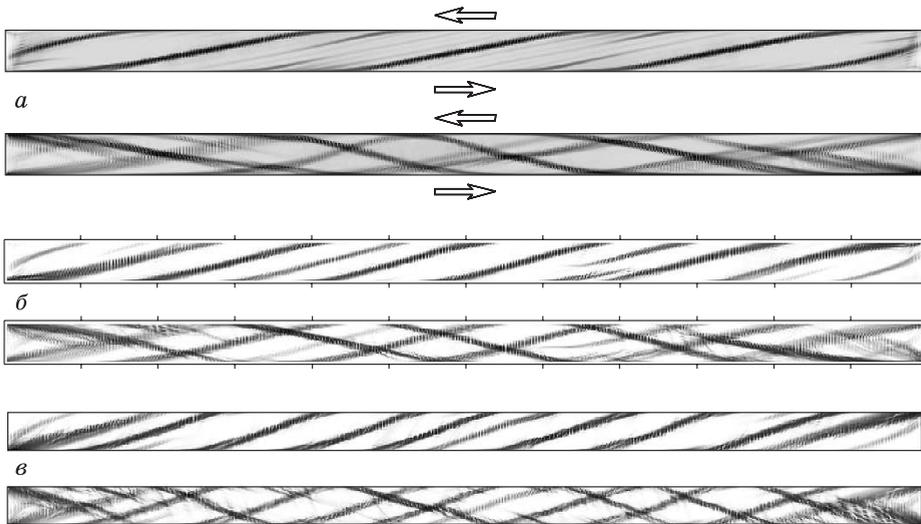


Рис. 4.17. Формирование полос локализации при прямом и обратном сдвиге по границам слоя среды:

$a - \alpha = 0,63, \Lambda = 0,115$; $b - \alpha = 0,84, \Lambda = 0,1$; $c - \alpha = 0,9, \Lambda = 0,175$.

стого сдвига. Локализация деформации зарождается в области особенностей структуры, в данном случае свободных границ. Далее ее распространение диктуется углами внутреннего трения и дилатансии; поскольку эти величины могут меняться, развитие локализации деформации может иметь криволинейный характер. Рассматривая зоны локализованной деформации как наиболее поврежденные (в соответствии с принятой схемой), полученные картины можно трактовать как формирование блоков в исходно квазиоднородной среде. Форма и размеры таких блоков зависят и от геометрических особенностей строения среды, и от ее свойств, изменения состояния. В данном случае в качестве

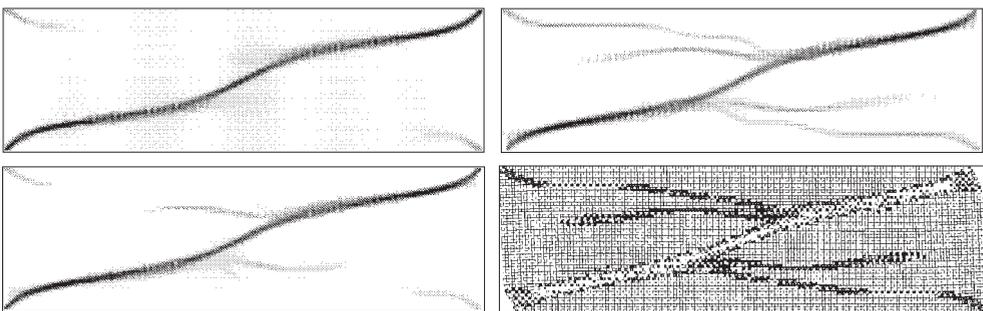


Рис. 4.18. Образование криволинейных полос локализации, разбивающих среду на блоки в последовательные моменты времени.

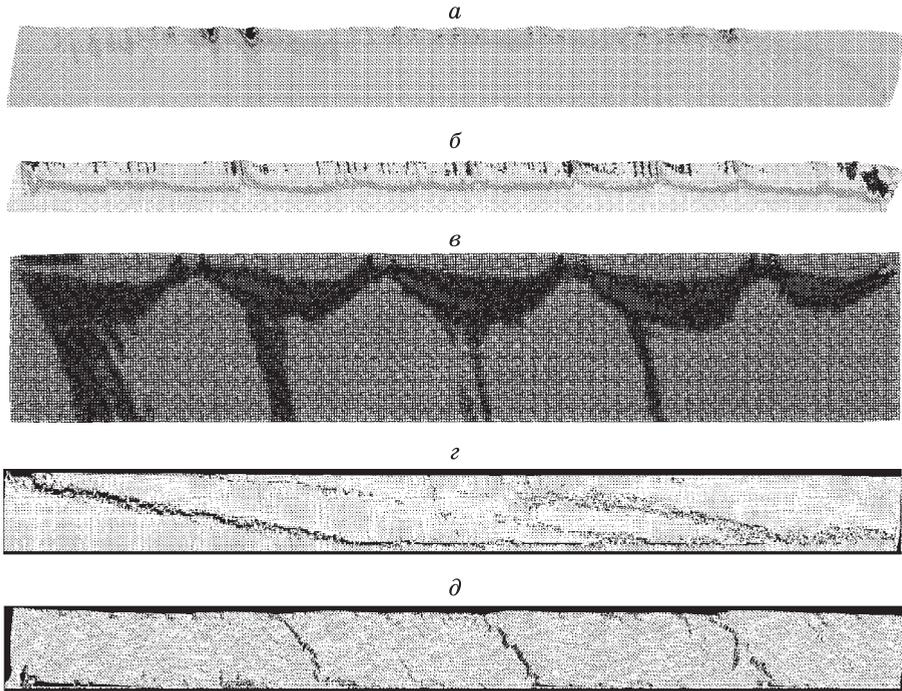


Рис. 4.19. Формирование складок на свободной поверхности при сдвиге по границам слоя среды (*a, б*); дугообразные полосы локализации, образующиеся при периодическом разрушении верхнего упругого слоя (*в*); картины растрескивания при сдвиге по границам слоя (*г, д*).

параметра состояния взята накопленная пластическая деформация, а коэффициент дилатансии является периодической функцией состояния:

$$Y = Y_0 + ae - \frac{a}{\varepsilon^*} e^2, \quad \Lambda = b(\sin(ce - 0,5) + 1),$$

$$a = 0,87, \quad \varepsilon^* = 0,075, \quad b = 0,15, \quad \alpha = 0,3, \quad c = 0,5.$$

В случае, если одна из стенок не является жесткой, наблюдается корабельные поверхности (рис. 4.19,*а, б*). Возникают сдвиговые полосы деформации, причем основные и сопряженные полосы имеют сопоставимую интенсивность. Наибольшая деформация сосредоточена вблизи деформируемой поверхности, так что при разрушении поверхностного слоя возможно формирование дугообразных зон деформации, проходящих от одной границы фрагмента поверхности к другой (см. рис. 4.19,*в*). Картины деформирования при учете трещинообразования представлены на рис. 4.19,*г, д*. Согласно принятой схеме повреждаемости, развитие трещин в первую очередь происходит в областях наибольшей деформации материала. Сформировавшиеся трещины напоминают о предвалявших их образовании полосах локализованной деформации.

4.2.7. Влияние жесткого включения на развитие и формирование разлома

Неоднородная структура вещества, наличие блоков и включений всегда приводят к сложному напряженному состоянию. Например, при деформировании области, содержащей включения материала, механические свойства которого отличаются от свойств остальной среды, возможно возникновение зон действия растягивающих напряжений при удаленном сдвиге, сжатии. В случае, если среда находится в сильно сжатом состоянии, зоны действия таких напряжений будут малы либо возникнут лишь зоны “разряжения”, с пониженным значением гидростатической части тензора напряжений. Поскольку прочность среды определяется кулоновскими напряжениями, такие зоны будут наиболее ослаблены, именно в них начнется и будет развиваться разрушение среды.

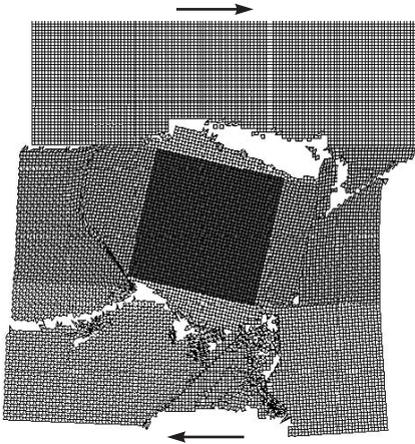


Рис. 4.20. Поворот жесткого включения и разрушение вмещающей среды в результате смещения границ исследуемой области.

На рис. 4.20 показан фрагмент расчетной сетки в области разрушения вокруг включения при сдвиговой деформации среды. Неоднородность напряженно-деформированного состояния привела к повороту включения, сопровождающемуся возникновением зон растяжения, и образованию трещин. Следует заметить, что в условиях ограниченности общей деформации вдоль вертикальной оси, например, в ситуации сдвига вдоль направляющих, возможно и разрушение самого включения.

Достаточно показательной и полезной для понимания возможного влияния включения материала, отличающегося по своим характеристикам от остальной среды, является задача, представленная на рис. 4.21. Расчетная область содержит более жесткий, чем остальная среда, блок и

разделена полосой ослабленного материала (табл. 4.1).

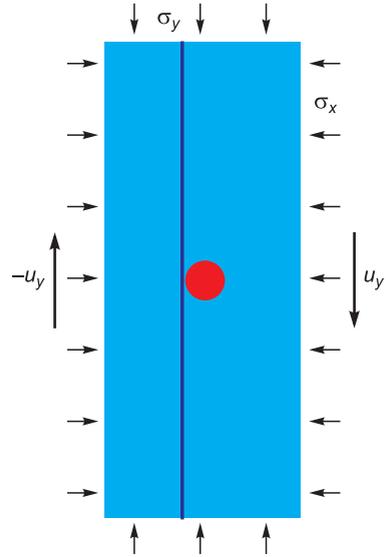
Для иллюстрации удобно рассмотреть случай, когда левая и правая границы области смещаются вдоль направляющих в противоположные стороны. Зоны растяжения и сжатия, возникающие вокруг жесткого блока при сдвиговой

Таблица 4.1

Параметры среды

Среда	ρ , г/см ³	K , ГПа	μ , ГПа	c_0 , МПа	α_0	L_0	V_p , км/с	V_s , км/с
Основной материал	2,7	53,8	35,0	45	0,65	0,17	6,1	3,6
Жесткий блок	2,8	58,0	42,6	50	0,67	0,21	6,4	3,9
Разлом	2,6	50,0	30,0	25–35	0,62	0,08	5,88	3,4

Рис. 4.21. Геометрия расчетной области и условия нагружения.



деформации области на этапе упругого поведения среды, хорошо видны на рис. 4.22. Горизонтальные растягивающие напряжения (σ_x) возникают в результате поворота включения по часовой стрелке (рис. 4.23,б), тогда как вертикальная компонента (σ_y) в отличие от напряжений, обусловленных исключительно поворотом, связана с действием сдвига. Таким образом, распределение давления вокруг включения приобретает характерный вид лепестков. Очевидно, что разрушение будет инициировано в области разряжения (и в первую очередь ортогонально направлению оси растяжения или наименьшего сжатия), т. е. старт распространения разлома произойдет в области пересечения зоны разряжения (см. рис. 4.22,а) или в области, где действуют растягивающие напряжения (см. рис. 4.22,б, в). Эти зоны хорошо видны на рис. 4.24, где показано распределение нормированных кулоновских напряжений. Здесь под нормированными кулоновскими напряжениями будем

понимать величину $C = \frac{\alpha}{3} J_1 + J_2^{1/2} / Y$. Инициация неупругой деформации происходит в области с максимальными значениями этих напряжений, в данном случае в области пересечения с разломом.

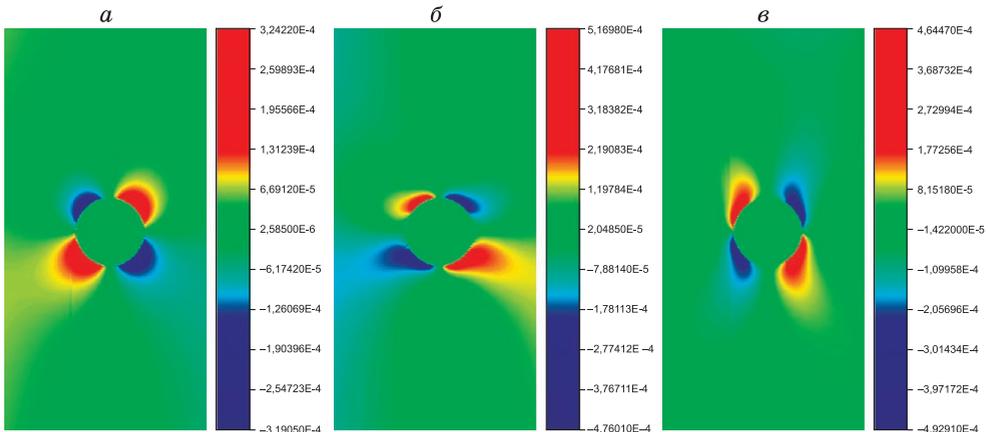


Рис. 4.22. Распределения напряжений до начала пластической деформации: а – давление; б – x-компонента и в – y-компонента напряжений (ГПа).

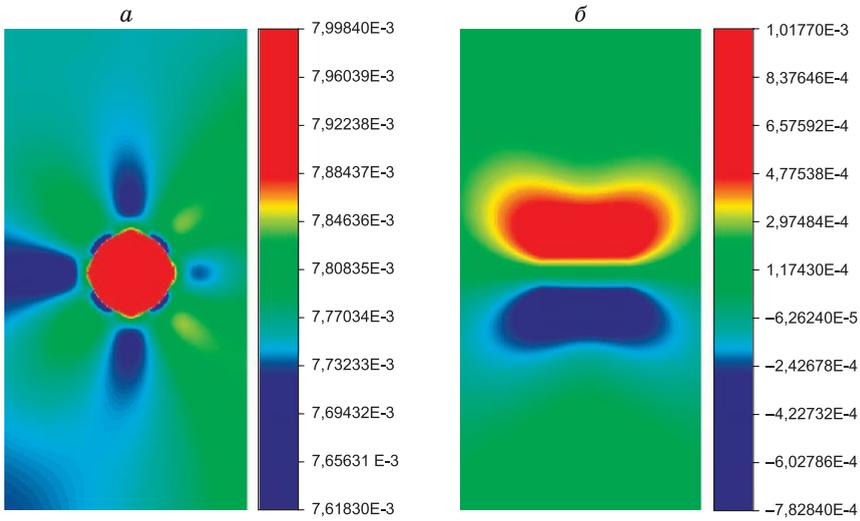


Рис. 4.23. Касательные напряжения (ГПа) до начала пластической деформации (*а*) и *x*-компонента (*б*) скорости смещений (м/с).

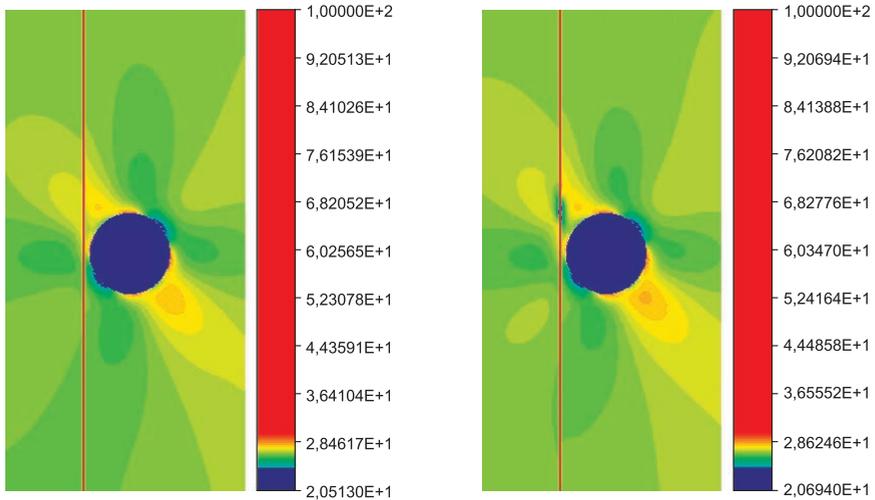


Рис. 4.24. Распределение безразмерных (нормированных кулоновских) напряжений в начале страгивания разлома.

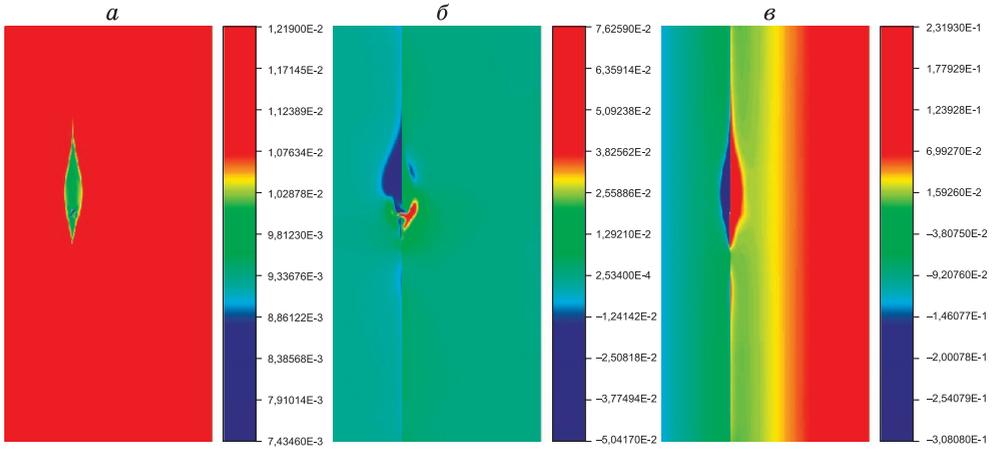


Рис. 4.25. Касательные напряжения (ГПа) в начале активного распространения разлома (*а*); *x*-компонента (*б*) и *y*-компонента (*в*) скорости смещений (м/с).

В противоположность этому область пересечения разлома и зоны сжатия окажется упрочненной, что связано с более высоким уровнем давления в этой зоне. На рис. 4.25 показано формирование зоны разгрузки в области разрушения разлома на начальном этапе его распространения. В рассмотренной ситуации происходит быстрое распространение разлома с резким сбросом напряжений, что обусловлено геометрией и схемой нагружения.

Следует заметить, что если жесткий блок заменить на мягкий, то ситуация становится обратной: небольшой поворот, вызванный сдвигом, происходит в противоположном направлении, т. е. против часовой стрелки. Соответственно меняются места и зоны разряжения и упрочнения, а как следствие, и места инициации развития и торможения разлома.

В случае иных граничных условий (например, отсутствие кинематических ограничений на движение одной из боковой границ расчетной области, приложение сжимающих напряжений вдоль горизонтальной оси σ_x и др.) характерный вид распределения напряжений меняется мало. Также не меняются характер и место инициации разлома. Различие состоит лишь в наличии и величине положительных–растягивающих напряжений. При определенном уровне сжатия и рассмотренной детализации расчета растягивающие напряжения исчезают, однако это изменяет лишь интенсивность сдвиговых напряжений, необходимых для страгивания разлома.

Следующая рассмотренная ситуация соответствует случаю, когда жесткий блок немного перекрывает разлом, тем самым создавая переемычку, препятствующую смещению стенок разлома. В этом случае разрушение среды в области переемычки происходит достаточно медленно и сначала протекает в наиболее слабой области, слева от разлома, так как прочность включения превосходит

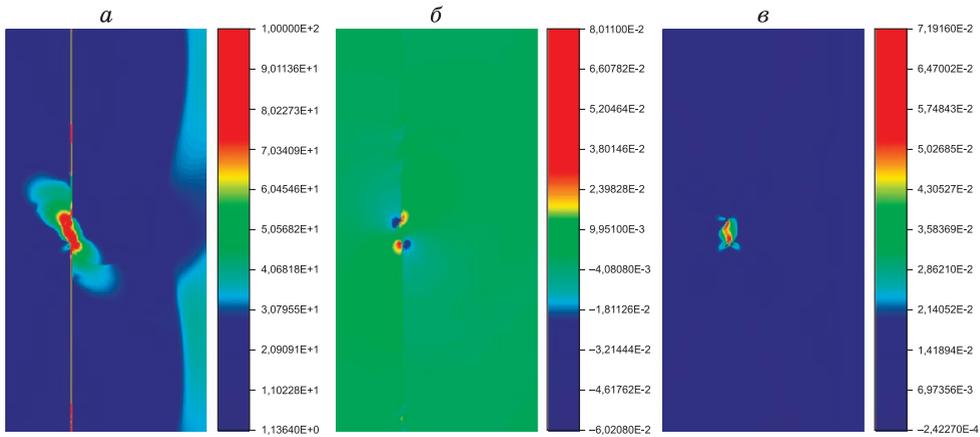


Рис. 4.26. Концентрация напряжений на начальном этапе разрушения перемычки:
a – нормированные кулоновские напряжения; *б* – давление; *в* – касательные напряжения (ГПа).

прочность окружающей среды. Однако криволинейный путь разрушения не обеспечивает свободного смещения берегов, в результате чего начинает разрушаться само включение. Такая схема обеспечивает более плавную подвижку разлома на начальном этапе, постепенное разрушение, которое сопровождается продолжительным сбросом напряжений. Лишь на этапе полного разрушения перемычки наблюдается интенсивное высвобождение энергии. На рис. 4.26, 4.27 показано напряженное состояние рассмотренной области на этапах начала разрушения перемычки и в момент страгивания разлома.

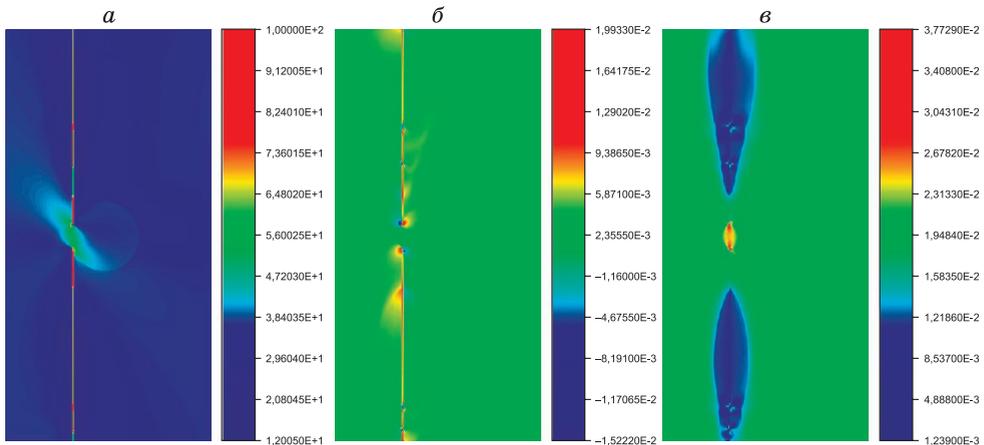


Рис. 4.27. Распределение напряжений в момент страгивания разлома, концентрация напряжений в перемычке:

a – нормированные кулоновские напряжения; *б* – давление; *в* – касательные напряжения (ГПа).

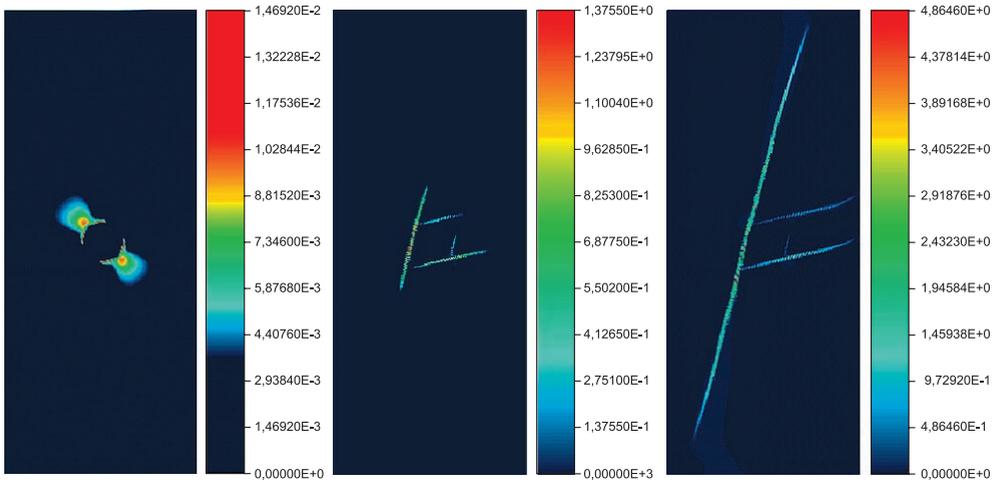


Рис. 4.28. Формирование полосы локализации в сплошной среде с включением в последовательные моменты времени. Показана интенсивность деформации (%).

Совершенно очевидно, что реальное состояние и структура разломов не могут быть описаны в рамках представленных идеализаций, но могут помочь в анализе при изучении геодинамических процессов.

Рассмотрим развитие неупругой деформации и формирование разлома в сплошной области, содержащей жесткий блок при условиях сдвига вдоль направляющих. В этом случае вблизи блока возникают два очага пластической деформации (рис. 4.28). Области их формирования соответствуют результатам рассмотренной выше задачи (см. распределение напряжений на рис. 4.22, 4.23). В очагах формируются пары сопряженных полос локализации деформации. Однако дальнейшее развитие деформации протекает лишь в одной из них; формируется магистральная полоса разлома. Направление линии локализованной деформации в хрупкопластичной среде диктуется как условиями нагружения, точнее, действующим напряженным состоянием, так и механическими характеристиками среды.

Следует заметить, что результаты расчетов в рамках изложенной выше модели показывают, что на начальном этапе неупругой деформации локализация деформации начинается с формирования пары сопряженных полос. Дальнейшее деформирование приводит к более интенсивному развитию деформации в одной из них, которая и превращается в магистральную.

4.2.8. Разрушение горного массива

Приведем еще один пример, иллюстрирующий возможности численного моделирования и использованной модели для описания процессов деформации и разрушения геологических сред. На рис. 4.29 показано разрушение

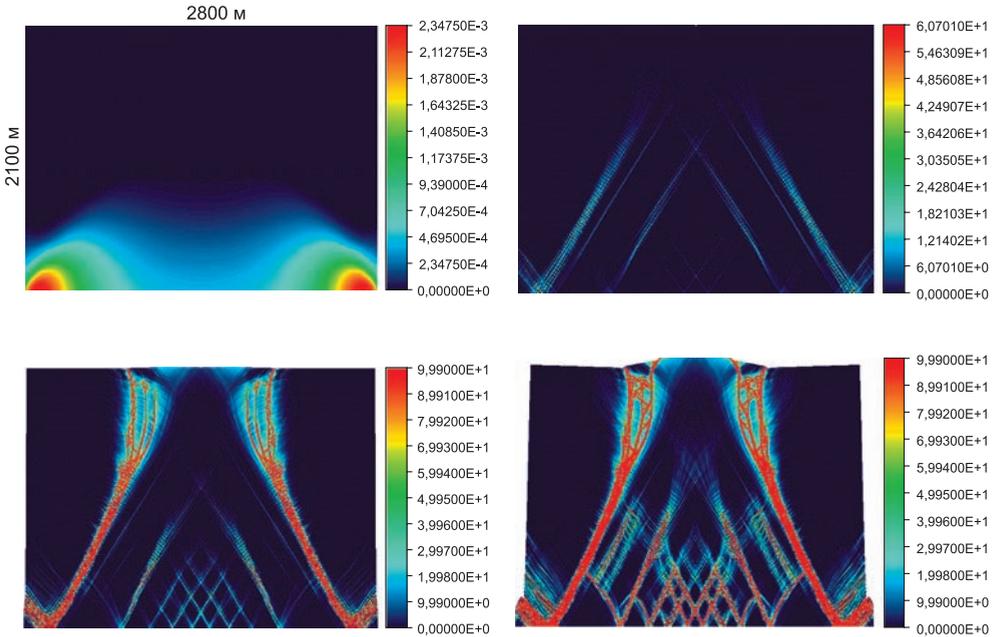


Рис. 4.29. Разрушение массива горной породы под действием собственного веса. Показано распределение интенсивности неупругих деформаций в последовательные моменты времени.

массива горной породы под действием собственного веса. При данных механических характеристиках породы (табл. 4.2) в начальный момент времени состояние массива остается упругим. Однако кинетическое уравнение (4.58) позволяет учесть накопление повреждений и описать процесс постепенного разрушения материала. Заметим, что использование малого значения временного параметра t^* связано с необходимостью ускорения процесса для сокращения времени вычислений. На приведенных рисунках четко видны линии интенсивной деформации, которая развивается в наиболее поврежденных областях. При этом некоторый уровень поврежденности и сетка полос локализации наблюдаются почти во всей области, хотя развитие и полное разрушение происходят лишь в некоторых из них.

Таблица 4.2

Основные механические характеристики рассматриваемой породы

K , ГПа	μ , ГПа	ρ , г/см ³	Y , МПа	α	Λ	σ_0 , МПа	σ^* , МПа	t^* , с
60	40	2,4	7,5	0,56	0,138	0,03	1	25

4.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ И АНАЛИЗ ФРАКЦИОННОГО СОСТАВА УГОЛЬНОЙ ПЫЛИ

При добыче современными горными машинами уголь подвергается значительным динамическим нагрузкам. Так, например, в струговых установках фирмы DBT (Германия), скорость перемещения струга может достигать 2–3 м/с. В связи с возросшими скоростями разрушения, значительный практический интерес представляет задача об оценке общей запыленности и прогнозе распределения пылевых частиц по размерам в зависимости от свойств угля и способа его добычи.

С целью выработки подходов к решению этой задачи был выполнен ряд расчетов на примере стругового метода добычи для конкретного состава угля в пласте.

При добыче струговой установкой разрушение осуществляется одновременно несколькими резаками одного размера, расположенными примерно на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 4.30). Моделирование процесса резания угля было произведено в двухмерной постановке в двух взаимно перпендикулярных плоскостях по ходу резания. Анализ полученных на этом этапе результатов позволил сделать вывод о том, что для зоны основного пылеобразования характерным видом нагружения является комбинация сжатия и сдвига. Поэтому были выполнены также расчеты деформации и разрушения выбранного мезообъема угля в указанных условиях нагружения. Разработан алгоритм расчета весовой доли пылевых фракций по результатам выполненных расчетов. Весь комплекс проведенных исследований позволил сделать оценки фракционного состава пылевых частиц при заданном способе добычи и для заданного состава угля (характерного мезообъема).

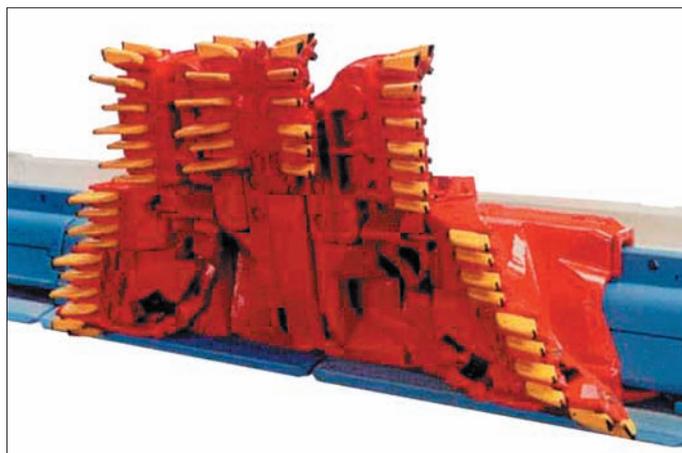


Рис. 4.30. Вид струговой установки фирмы DBT.

Прежде чем приступить к численным расчетам, необходимо очень внимательно отнестись к выбору определяющих уравнений, критерия прочности и значений соответствующих параметров. Именно от этого выбора зависит, насколько точно удастся описать особенности поведения того или иного материала. В связи с этим отметим несколько важных экспериментальных фактов, касающихся прочностных свойств углей.

4.3.1. Замечания о прочностных свойствах углей

1. **Соотношение между показателями прочности на одноосное сжатие и одноосное растяжение.** Наиболее часто для широкого круга твердых горных пород это отношение принимается равным 10: $\sigma_{сж}/\sigma_p = 10$. Однако в литературе встречается большой разброс этого значения, и существует ряд исследований, которые указывают, что оно по крайней мере в два раза больше. Авторы книги [218], проанализировав причины расхождений в определении $\sigma_{сж}/\sigma_p$, встречающихся в литературе, и проведя свои эксперименты, установили, что для слабых горных пород, к которым относится и уголь, предел прочности на сжатие примерно в 20 раз больше предела прочности на растяжение.

2. **Зависимость предельных значений от размеров испытуемого образца (масштабный фактор).** Имеющиеся данные по влиянию масштабного фактора свидетельствуют о том, что с увеличением размеров образцов от нескольких сантиметров до метра прочность пород падает [218, 219]. Более того, чем меньше размеры образцов, тем больше разброс показателей прочности. Это объясняется трещиноватостью и неоднородностью строения горных пород в широком диапазоне рассмотренных масштабов.

3. **Вид полных диаграмм нагружения с учетом запределных областей.** Использование прессов, имеющих высокую жесткость, позволяет получить полные диаграммы нагружения, включающие запределные области (расположенные за пределом прочности). Такие эксперименты дают возможность изучить поведение материала после того, как в нем образовались разрушенные области, а сопротивление внешним нагрузкам продолжается за счет сил сухого трения по поверхностям трещин и фрагментов. Это имеет особую важность для горных пород, которые в естественных условиях залегания находятся под действием горного давления. Эксперименты по исследованию запределных областей диаграмм “напряжение–деформация” показали, что при трехосном напряженном состоянии диаграммы при малых давлениях имеют резко выраженный максимум и затем интенсивный спад [220]. По мере повышения давления спад становится более пологим, а максимум напряжения менее выраженным. Для некоторых горных пород при превышении определенного значения давления (например, для бурого угля порядка 25 МПа) кривые не имеют максимума в запределной области (рис. 4.31).

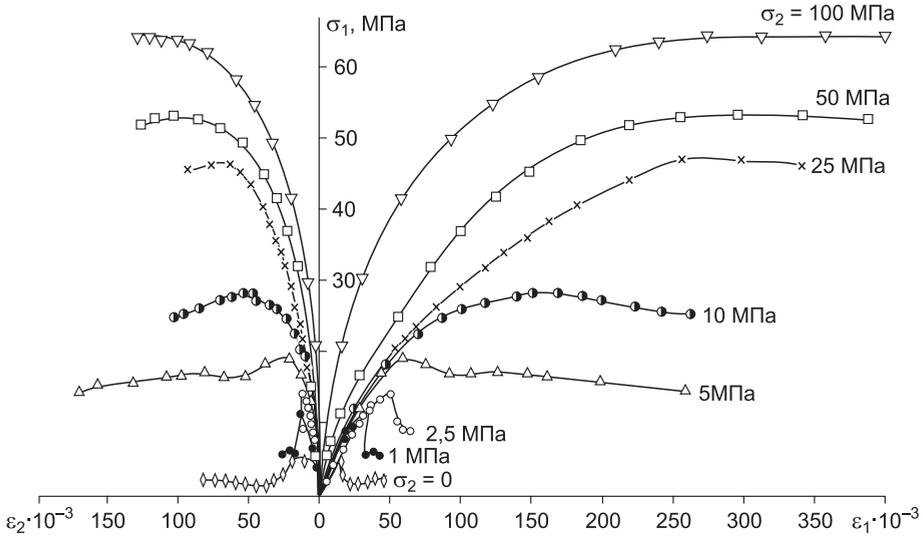


Рис. 4.31. Зависимость “напряжение–деформация” при разных напряженных состояниях для шурабского бурого угля [220].

4. *Соответствие экспериментально измеряемых данных параметрам моделей, используемых в численных расчетах.* Поскольку зависимость предельных значений прочности и пластичности от давления является существенной чертой угля, как и всех горных пород, то для расчета требуются значения параметров модели, учитывающей эту зависимость. Обычно в качестве таких параметров выступают сцепление и угол (коэффициент) внутреннего трения.

В механике горных пород существует понятие паспорта прочности – совокупности характеристик механической прочности горной породы. В настоящее время принято для построения паспорта прочности использовать теорию прочности Мора. Огибающая кривая предельных кругов Мора представляет собой зависимость между сопротивлением сдвигу пород τ и величиной нормальных напряжений σ . Эта кривая позволяет определить значения пределов прочности при одноосном сжатии $\sigma_{сж}$ и растяжении σ_r , величину сцепления (сопротивление срезу) и угол внутреннего трения [221, 222] при любых значениях нормальных и касательных напряжений.

В данном случае предполагается, что справедлива гипотеза Мора о том, что условие прочности можно записать, используя только два крайних значения главных напряжений – максимальное и минимальное. Этого вполне достаточно в условиях одноосного или двухосного напряженного состояния. Однако в условиях неравномерного трехосного напряженного состояния, как показывают эксперименты, влиянием промежуточного главного напряжения для оп-

ределения условия прочности нельзя пренебрегать. В связи с этим Е.И. Шемьякин, например, предлагает ввести “новый паспорт прочности” [223]. Тогда в качестве третьего инварианта имеет смысл использовать параметр Лоде–Надаи [218, 223]. Существует несколько моделей, использующих третий инвариант [185–189], но применение их оправдано только при проведении трехмерного моделирования и к тому же требует экспериментального определения значений дополнительных параметров.

Одним из наиболее доступных методов определения прочностных свойств горных пород в условиях неравномерного трехосного сжатия является испытание в стабилометре системы Кармана [218]. По результатам стабилометрических испытаний строится паспорт прочности в осях σ , τ . Полученные криволинейные огибающие для упрощения представления и использования прочностных параметров на определенном участке заменяют прямой линией. Эта линия характеризуется сцеплением C и углом наклона – углом внутреннего трения φ . Результаты некоторых таких испытаний для углей представлены в табл. 4.3.

Для определения сцепления и угла внутреннего трения горных пород широко применяют также метод косого среза, обеспечивающий разрушение образцов в определенной плоскости. Используя матрицы с разными углами наклона, получают ряд точек, характеризующих разное напряженное состояние в осях σ , τ . В данном методе обычно строят две точки, соответствующие углам наклона α 60° и 45° . Через эти точки проводят прямую, которую, по аналогии с графиком Кулона, характеризуют сцеплением C и углом внутреннего трения φ . Однако, как показано в работе [218], график сопротивления сдвигу при косом срезе в значительной степени отличается от огибающей кругов Мора и лежит ниже ее. Соответственно заниженным оказывается значение угла трения и завышенным – значение сцепления.

Предложено много формул для аналитического описания огибающей предельных кругов Мора. Обычно они выражаются через пределы прочности при

Таблица 4.3

Прочностные свойства углей*

Место добычи	$\sigma_{сж}$, кгс/см ²	σ_p , кгс/см ²	C , кгс/см ²	φ , град
Воркута	128 ± 35,6	6 ± 3	28	32
Донбасс	193 ± 27		34	37
Междуреченск 1	287 ± 90	10 ± 1,5		
Междуреченск 2	296 ± 64	21 ± 5	86	28

* По материалам стабилометрических испытаний ВНИМИ [218].

одноосном сжатии и растяжении. Это удобно для расчетов, но, к сожалению, все эти формулы имеют наименьшую погрешность лишь в начальной части предельной огибающей в диапазоне нормальных напряжений от нуля до $0,1-0,5 \sigma_{сж}$ [218], и пользоваться ими в широком диапазоне изменения напряжений нужно осторожно.

В литературе очень редко встречаются экспериментальные данные по дилатансии углей. А.Н. Ставрогин и А.Г. Протосеня [220] приводят результаты экспериментально полученных данных по пластическому разрыхлению для бурого угля и сравнивают их с теоретическими величинами, вычисленными по формуле

$$\varepsilon_{ii}^p = \frac{A(1-c^2)}{2 + A(1-c^2)} \gamma, \quad (4.67)$$

где $\gamma = \varepsilon_{11}^p - \varepsilon_{33}^p$ – главный пластический сдвиг; A и c – параметры пластического потенциала, который имеет вид

$$\tau = \tau^0 e^{Ac}.$$

Здесь $\tau = 0,5(\sigma_1 - \sigma_3)$, $c = \sigma_3/\sigma_1$, τ^0 – еще один параметр функции пластичности.

Эксперименты проводились при условии $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$, при выводе формулы (4.67) использовался ассоциированный закон течения. Результаты, представленные в табл. 4.4, показывают, что теоретические и экспериментальные значения тем лучше совпадают, чем больше отличаются условия нагружения от одноосного.

С учетом сделанных замечаний был произведен выбор ориентировочных значений параметров модели Николаевского для проведения расчетов на макро- и мезоуровне.

Таблица 4.4

Сравнение теоретических величин пластического разрыхления с экспериментальными для бурого угля при разных условиях нагружения

A	c	$\gamma \cdot 10^{-3}$	$\varepsilon_{ii}^p \cdot 10^{-3}$	
			теоретическое	экспериментальное
5,8	0	0,510	0,220	0,57
	0,071	0,315	0,116	0,18
	0,116	0,325	0,120	0,17
	0,200	0,350	0,097	0,10

4.3.2. Задача о резании

Численное моделирование процесса резания хрупкого материала является чрезвычайно трудной задачей. Сложность данной задачи состоит в формулировке условия разрушения, разделения сплошной среды на фрагменты, а также в возникновении значительных деформаций, которые претерпевает материал в ходе процесса. Применительно к такому хрупкому материалу, как уголь, данная задача существенно осложняется еще и тем, что при резании формируются множественные трещины и осколки, взаимодействие которых в зоне резания необходимо отслеживать.

Указанные проблемы решались с использованием разработанных оригинальных алгоритмов численного моделирования, позволяющих осуществлять расчеты множественного разрушения и взаимодействия отдельных фрагментов. Упругохрупкопластическая деформация описывалась в рамках модели Николаевского с учетом накопления повреждений. Подробности данного подхода и его реализации в численном расчете описаны в разделе 4.2.

Моделирование процесса резания угля было произведено в двухмерной постановке в двух взаимно перпендикулярных плоскостях по ходу резания. В силу симметрии задачи рассмотрен один резец при соответствующих граничных условиях.

В первом случае задача состояла в моделировании разрушения материала режущим клином (рис. 4.32,а). Основной целью являлись оценки напряженно-деформированного состояния в различных зонах области разрушения, а также размеров фрагментов разрушенного материала. Следующей задачей было

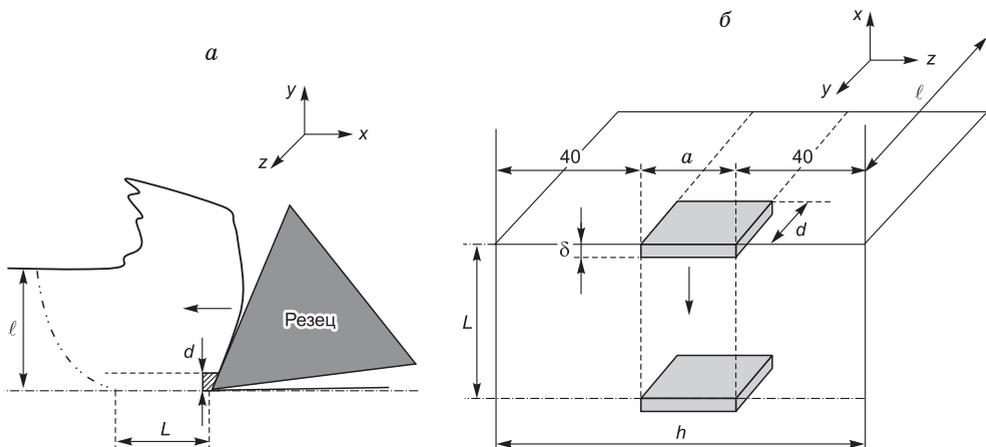


Рис. 4.32. Расчетная область в зоне резца в двух взаимно перпендикулярных плоскостях по ходу резания. Заштрихована область максимально деформированного материала вблизи резца.

a – ширина резца; d – глубина; δ – толщина области максимально деформированного материала; l – толщина среза; L – период разрушения. Стрелкой показано направление движения резца.

рассмотрение деформирования выделенных зон в условиях, характерных процессу резания. Изучение деформации в указанных зонах сводилось к решению задачи о воздействии жесткого штампа на области с разными размерами и соответствующими граничными условиями (см. рис. 4.32,б). На основании решения указанных задач были получены оценки напряженного состояния, характера и степени деформирования в характерных зонах процесса. Эти оценки использовались для дальнейшего анализа процессов деформации и разрушения на масштабе, где выделяются характерные структурные особенности угля, т. е. на мезоуровне. Характерные размеры рассмотренной области и важнейших ее зон указаны на рис. 4.32.

В рамках первой задачи (см. рис. 4.32,а) явно рассматривалось движение резца, формирование стружки и ее растрескивание. Модельные расчеты проводились для скорости 2,5 м/с и толщины среза $\ell = 12$ см. При формировании фрагментов толщиной около 1 см и меньше им сообщалась постоянная скорость движения, что имитировало отброс этих фрагментов по третьей (отсутствующей в плоской двухмерной постановке) оси координат.

Были рассмотрены различные варианты разрушения угля при резании: хрупкий, с формированием осколков размером около 1 см, и пластичные, с осколками большего размера (до десятков сантиметров). Различие достигалось выбором параметров модели.

Для хрупкого случая разрушение материала в основном было сосредоточено на некоторой глубине впереди кончика резца (см. рис. 4.33,а и 4.35,в). При этом наблюдалось формирование отслоившейся “корочки”, разрушение которой было инициировано позже. Образование фрагментов большого размера происходило на начальном и завершающем этапах процесса.

В случае более “пластичного” материала, способного накапливать значительную поврежденность и испытывать большие неупругие деформации с сохранением сплошности на макроуровне, можно увидеть пульсирующий характер развития деформации впереди резца (рис. 4.33,б). Это связано с периодическим возникновением полос локализации деформации и разрушением материала. В этом случае наблюдается формирование как мелких (~1 см), так и достаточно больших (~3 см и более) осколков.

Подбором параметров модели удалось смоделировать условия, соответствующие образованию крупных фрагментов, сравнимых с толщиной среза (рис. 4.34), а также установить несколько характерных периодов разрушения L для разных типов материала.

Рассмотрение задачи о воздействии жесткого штампа показало, что характер развития деформации и разрушение угля в большой степени зависят от условий нагружения. Эти условия определяются соотношением между шириной режущих клиньев и расстоянием между ними, близостью свободных границ, а также скоростью воздействия. На рис. 4.35 показаны картины деформирования угля при внедрении жесткого штампа в ряде случаев. Например, в

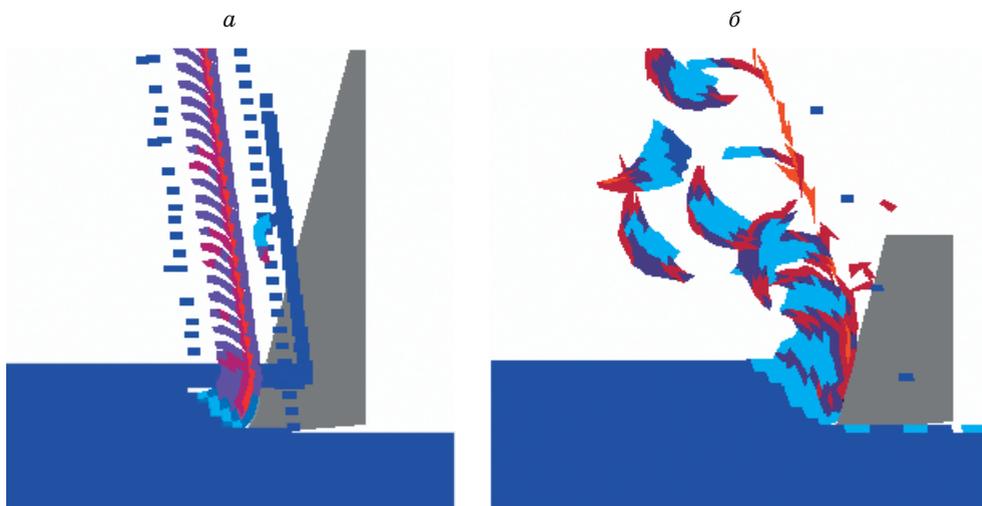


Рис. 4.33. Картина образования мелких фрагментов при хрупком разрушении угля (*a*) и фрагментов различного размера при пластическом разрушении угля (*б*).

случае узкого образца (см. рис. 4.35,*a*), на боковых гранях которого заданы условия симметрии, мы видим интенсивное развитие неупругой деформации, в первую очередь охватывающей зону воздействия, но мало распространяющейся в глубину. Материал в этой зоне претерпевает значительное сжатие и разрушение. Такой случай соответствует воздействию набора близко расположенных инструментов. При значительной удаленности боковых границ от места воздействия пластическая деформация развивается в глубь образца, аналогично случаю, рассмотренному в разделе 4.2.3 (см. рис. 4.8). Выход полос локализации деформации на свободную поверхность при близких боковых

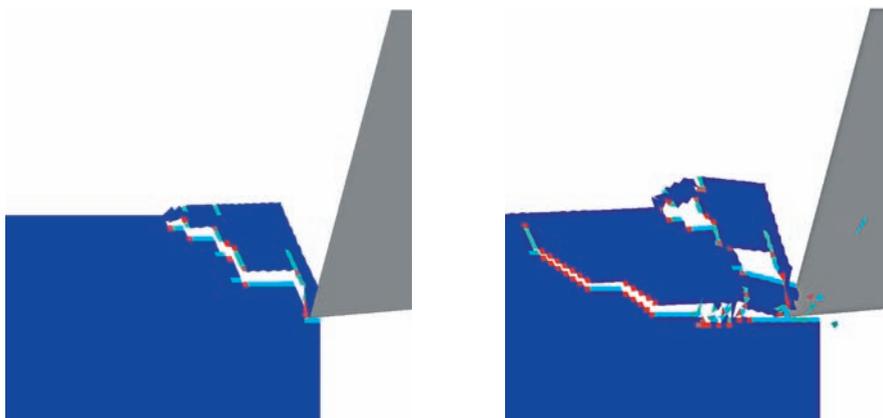


Рис. 4.34. Картина развития трещин и образования крупных кусков при резании угля.

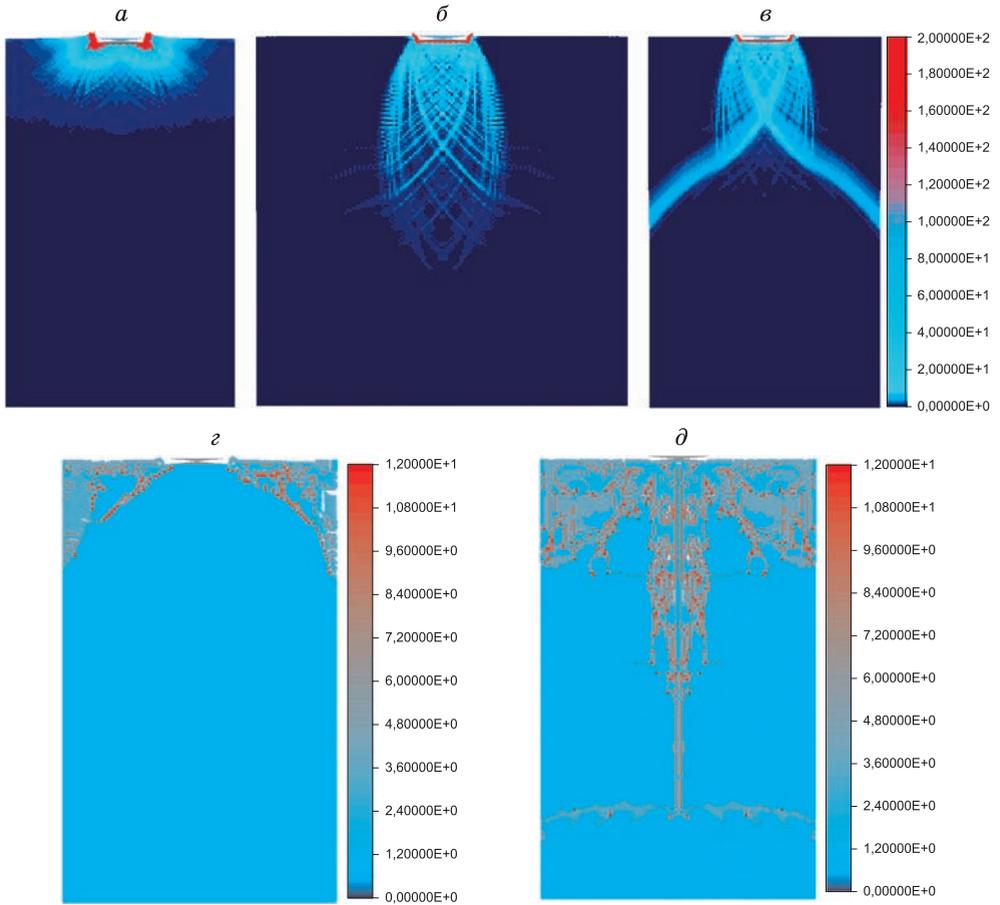


Рис. 4.35. Распределение неупругих деформаций и образование макротрещин разных типов (ориентация, раскрытость и т. д.) в зависимости от параметров модели и условий нагружения.

границах приводит к выкалыванию больших кусков угля. В хрупком материале с боков от области воздействия, где возникают растягивающие напряжения, наблюдается формирование разрушенной области (см. рис. 4.35,г). Динамическое воздействие, которое характерно начальной стадии процесса и периодам разрушения, может привести к распространению трещин в глубь образца (см. рис. 4.35,д).

Было выполнено несколько десятков вариантов расчета, в которых варьировались параметры модели и геометрические условия. Наиболее характерные примеры приведены на рис. 4.33–4.35. Анализ результатов проведенных расчетов резания показал, что вблизи кончика резца образуется зона максимально нагруженного и деформированного материала. Именно в ней образуется ос-

новая часть пыли. Напряженное состояние там сложное и наиболее близко соответствует комбинации сжатия и сдвига. Для определения фракционного состава пыли выполнены дополнительные расчеты поведения мезообъема угля в данных условиях нагружения.

4.3.3. Расчет деформации и разрушения характерного мезообъема в условиях сжатия и сдвига

Для определения фракционного состава пылевых частиц размером 1–100 мкм были проведены расчеты деформации и разрушения выбранных мезообъемов угля в условиях одновременного действия сжатия и сдвига.

Первый вопрос, который возникает при подготовке данных для расчетов, касается размеров мезообъема и параметров расчетной сетки. Исходя из требований по размеру частиц, размер мезообъема должен быть не меньше нескольких самых крупных частиц, т. е. порядка 500 мкм. В то же время минимальные размеры частиц накладывают условия на шаг расчетной сетки. Чтобы описать минимальные частицы явным образом, шаг расчетной сетки должен быть не больше 0,5 мкм, а лучше еще меньше. Таким образом, требуются расчетные сетки порядка 1000 × 1000 ячеек и более. Это предъявляет достаточно высокие требования к мощности компьютеров и времени проведения расчетов. Однако поскольку из экспериментальных исследований известно, что максимум весового распределения частиц наблюдается в диапазоне до 10 мкм, то можно ограничиться размерами мезообъема порядка 50 мкм, т. е. в 10 раз меньше. Следует учесть также и особенности структурной организации углей на мезоуровне.

Ранее нами установлено [70, 78], что данные по тектонической структуре углей [118] дают основание взять в качестве изучаемого объема мезообъем с размерами 500–600 мкм. Главным образом этот размер обусловлен характерным средним расстоянием между макротрещинами (0,56–4,0 мм). В таком мезообъеме можно выделить и явно учесть в качестве элементов структуры отдельные микролитотипы (витринит, семивитринит, фюзинит, липтинит, минеральные примеси), а также систему пор размером 1–10 мкм. Пример подобного мезообъема показан на рис. 4.36. Влияние пор и трещин меньшего масштаба учитывается неявно, если в качестве определяющих соотношений для микролитотипов угля использовать упругопластическую модель среды с ненулевыми значениями коэффициентов внутреннего трения и дилатансии.

Поскольку на таких масштабах электронно-микроскопическими исследованиями отмечаются как поверхности скола, так и следы значительных сдвиговых деформаций с разворотами отдельностей [118], то в качестве условия разрушения был использован комбинированный критерий. Проверялось выполнение двух условий: 1) достижение предельного значения неупругих деформаций (вне зависимости от напряжения); 2) достижение предельного значе-

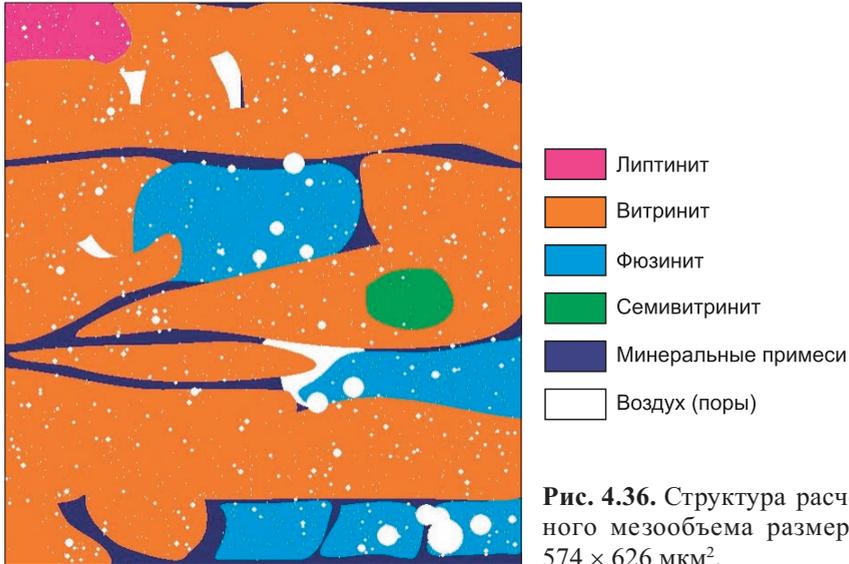


Рис. 4.36. Структура расчетного мезообъема размером $574 \times 626 \text{ мкм}^2$.

ния растягивающего давления. Предельные деформации варьировались в диапазоне $\varepsilon^* = 0,01\text{--}0,13 \%$ ($\varepsilon^* \approx \sigma^*/\sigma_p$, где $\sigma^* = 0,02 \text{ МПа}$, σ_p – предел прочности на растяжение соответствующего компонента, МПа), т. е. более прочные компоненты проявляли более хрупкое поведение. Фактически это эквивалентно заданию предельного значения работы напряжений на сдвиговых пластических деформациях. Предельное значение отрицательных давлений ограничивалось величиной $-0,5\sigma_p$. Такой подход позволяет моделировать разрушение при сложном напряженном состоянии гетерогенной среды, когда в одних частях преобладают сдвиги, в других – сжатие, а в третьих – растяжение.

При численном моделировании разрушения считалось, что если выполнен критерий разрушения в некоторой расчетной ячейке, то весь материал в данной ячейке является разрушенным, превращается в “песок” – массу мелких частиц. В результате, для этой ячейки меняются механические свойства материала: он утрачивает способность сопротивляться растяжению, уменьшаются его упругие модули, обнуляется девиатор напряжений.

Использование данной методики, а не методики с применением алгоритма разделения узлов и явным описанием раскрытия трещин, объясняется сложностью описания взаимодействия разрушенных частиц при множественном растрескивании в условиях одновременного действия сжатия и сдвига.

Для моделирования хрупкопластического поведения использовалась модель Николаевского. В расчетах на мезоуровне для разных ингредиентов (микрокомпонентов) угля требуется задавать механические характеристики, которые не всегда известны и могут быть определены экспериментально. Это прежде всего касается угла внутреннего трения и коэффициента дилатансии.

Поэтому их величины были взяты равными соответствующим значениям для макроскопических образцов угля. Кроме того, поскольку в расчетах при сложном нагружении в структурно-неоднородном материале получается большой разброс в значениях напряжений (в том числе и гидростатического давления), было необходимо учесть зависимость угла внутреннего трения от давления. Для этого использовалась зависимость, предложенная Лундборгом [224–226]

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{\alpha_0 P}{Y_{pl} - Y_0}}. \quad (4.68)$$

Здесь Y_0 – предел текучести (прочности) при растяжении; Y_{pl} – предельное значение сдвиговой прочности при стремлении давления к $+\infty$; α_0 – значение коэффициента внутреннего трения при нулевом давлении.

Значения плотности и механических характеристик разных литотипов угля, которые применялись в расчетах, приведены в табл. 4.5.

Результаты проведенных расчетов представлены на рис. 4.37–4.39. Изображенная на рис. 4.37 картина разрушения в лагранжевом представлении (на исходной недеформированной сетке) определяется в первую очередь расположением пор, во вторую – геометрическими особенностями размещения структурных составляющих, а также способом нагружения. Приведенный результат получен на грубой сетке 574×626 ячеек, размер одной ячейки – 1 мкм, что не позволяет достаточно надежно выявить фрагменты разрушения размером меньше 10 мкм. Однако некоторые выводы сделать можно.

Видно, что в расчетах получаются области расчетной сетки, в ячейках которых материал является разрушенным. Эти области имеют форму вытянутых тонких слоев наподобие трещин. Размер частиц (фрагментов разрушения) в таких областях меньше размера расчетной ячейки, и они не могут быть выявлены и подсчитаны в предлагаемом подходе. Также на картинах разрушения выявляются более крупные частицы – области, состоящие из нескольких ячеек неразрушенного материала, которые окружены “трещинами” –

Таблица 4.5

Значения механических характеристик различных ингредиентов угля

Литотип	Плотность, г/см ³	Объемный модуль упругости, ГПа	Модуль сдвига, ГПа	Предел текучести при растяжении (сцепление), МПа	Коэффициент внутреннего трения	Коэффициент дилатансии
Витринит	1,25	33,33	7,14	2,30	0,5	0,17
Семивитринит	1,3	76,67	7,93	2,80	0,5	0,17
Липтинит	1,7	21,67	4,64	15,0	0,5	0,17
Фюзинит	1,4	383,30	39,66	135,0	0,5	0,17
Минеральные примеси	2,5	33,82	29,74	19,0	0,5	0,17

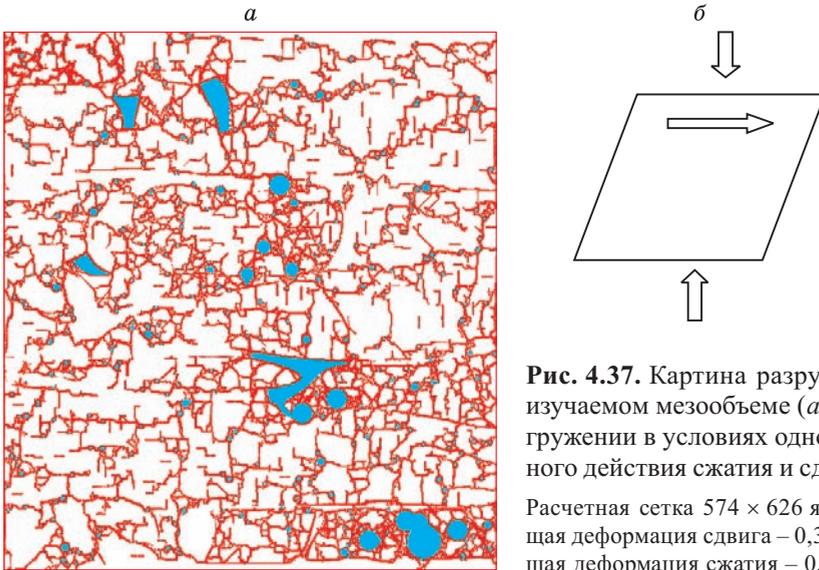


Рис. 4.37. Картина разрушения в изучаемом мезообъеме (а) при нагружении в условиях одновременного действия сжатия и сдвига (б). Расчетная сетка 574×626 ячеек. Общая деформация сдвига – $0,385\%$; общая деформация сжатия – $0,770\%$.

областями, содержащими разрушенный материал. Выявляя на картине разрушения такие частицы, можно перейти к анализу их распределения по размерам. Однако этому мешает одно обстоятельство. Дело в том, что далеко не все “трещины” на картинах разрушения пересекаются или замыкаются, образуя оконтуренные частицы, что вызвано как определенными трудностями вычислительного характера, так и физическими причинами. Первые связаны с большими искажениями расчетной сетки при описании разрушения, из-за чего расчет не удастся провести достаточно далеко по деформациям. С другой стороны, стесненные условия деформирования, моделируемые в расчетах, сдерживают рост трещин. Такие обстоятельства затрудняют автоматическую обработку подобных картин разрушения, поэтому понадобились специальные методы доработки получаемых в расчетах изображений.

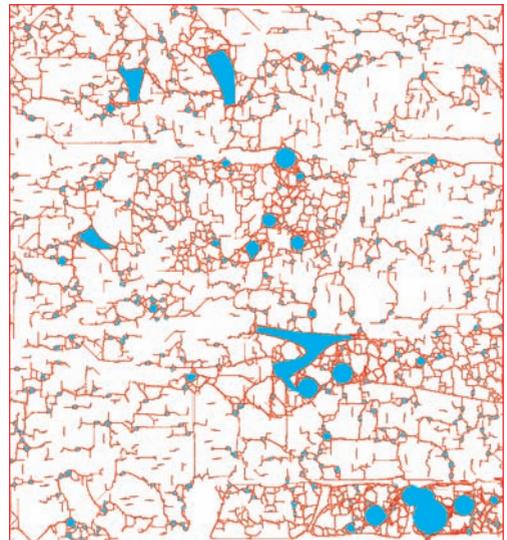


Рис. 4.38. Картина разрушения в мезообъеме.

Расчетная сетка 1148×1252 ячеек.

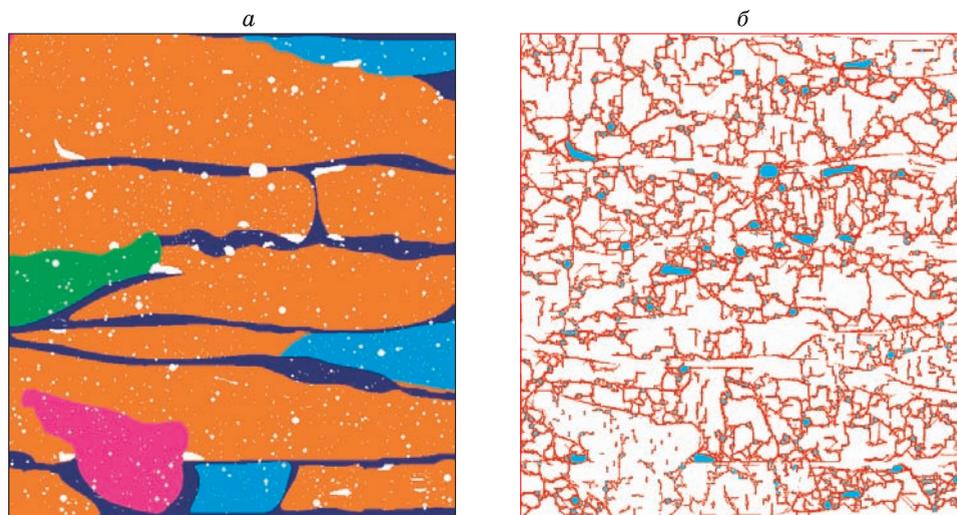


Рис. 4.39. Структура другого мезообъема размером $574 \times 626 \text{ мкм}^2$ (а) и полученная картина разрушения (б).

Обозначения микролитотипов и схема нагружения те же, что и на рис. 4.36 и 4.37.

Как уже упоминалось, получаемые результаты зависят от размера расчетной ячейки, и это накладывает определенные ограничения на параметры расчетной сетки для подобного рода вычислений. Поэтому для сравнения были проведены расчеты для того же мезообъема на сетке 1148×1252 ячеек (размер одной ячейки $0,5 \text{ мкм}$). Картина разрушения, полученная в этом случае, представлена на рис. 4.38. Качественно она совпадает с результатами на более грубой сетке, но в деталях имеется довольно много различий. Главное, что по такой картине можно количественно определить частицы разрушения более мелких фракций.

Для проверки достоверности расчеты были проведены для разных мезообъемов, состоящих из тех же микрокомпонентов, но с разным их процентным содержанием и про-

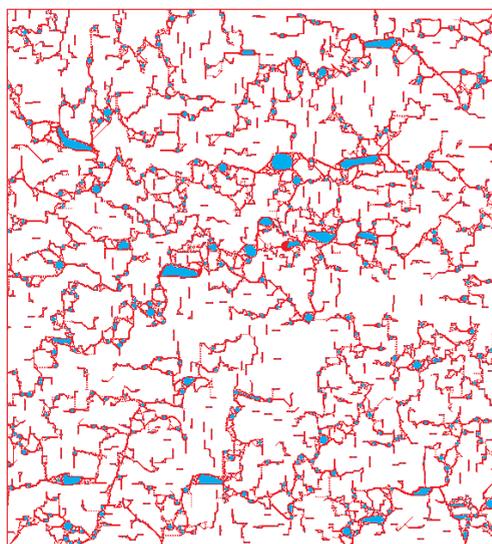


Рис. 4.40. Картина разрушения в мезообъеме витринита размером $57,4 \times 62,6 \text{ мкм}^2$. Поры отмечены голубым цветом. Расчетная сетка 574×626 ячеек.

странственным расположением. Результаты расчетов при этом качественно остаются теми же. Пример расчета для другого мезообъема показан на рис. 4.39.

Кроме того, были проведены контрольные расчеты для мезообъемов меньшего размера ($57,4 \times 62,6$ мкм²), который составлен только из одного литотипа, но с явным учетом пор. Использовалась сетка с параметрами 574×626 , т. е. шаг сетки равнялся 0,1 мкм, и на 1 мкм² приходилось 100 ячеек. Таким образом, в этом случае также явно выявляются “куски” размером 1–50 мкм. Данные, полученные в одном из таких расчетов, представлены на рис. 4.40.

4.3.4. Оценка фракционного состава пыли на основе обработки полученных картин разрушений

Данная методика оценки фракционного состава основана на анализе полученных в расчете картин разрушения [227]. Ее суть состоит в определении площади областей, занятых неразрушенными ячейками, которые полностью или почти полностью окружены разрушенными ячейками. Каждая такая область содержит один кусок определенного размера.

На первом этапе требуется по изображениям, которые являются результатом численного расчета процессов деформации и разрушения объема среды, выделить объекты – частицы разрушения. Картины разрушения содержат пиксели трех цветов: белый – неразрушенный материал, красный – области разрушения, голубой – поры. С целью упрощения последующей обработки изображений была проведена процедура их бинаризации.

Для создания бинарных образов использовали бинаризацию по заданным цветам. То есть пикселю бинарного изображения присваивается 1, если пиксель исходного изображения соответствует заданному цвету. В данном случае для выделения контуров объектов проводили бинаризацию только для красных участков (областей разрушения или трещин), для выделения пор выполняли бинаризацию по голубым объектам.

Далее проводится процедура замыкания контуров. Для этого используется серия изображений, соответствующих разным последовательным моментам времени (процесса деформации). Важной характеристикой серии является появление новых областей разрушения на последующих изображениях относительно предыдущих, что позволяет определить направления роста контура. Применяя известные методы идентификации объектов, например, метод трасс [228], определяются “траектории” появления объектов (областей разрушения) на каждом следующем бинарном образе относительно предыдущего. Определенные таким образом траектории помещаются в пространство измерений S^k , которое содержит направляющие векторы движения каждого следующего бинарного образа относительно предыдущего [229].

Само замыкание (формирование) контуров производится при выполнении процедуры построения обобщенного бинарного эквивалента серии изображений. Поскольку в нашем случае существуют сильная пространственная кор-

реляция контурных точек и непрерывность линии контура, то после обнаружения одной точки или небольшой их группы область пространства измерений C^k , где располагается последующая контурная точка, резко сужается. В результате операция обнаружения начальной контурной точки и последующего продолжения контура заменяется операцией прослеживания контура, под которой понимается непрерывный переход от текущей точки контура к последующей до замыкания линии. Для замыкания линии контура для любой точки каждого следующего бинарного препарата производится операция выбора области в пространстве измерений C^k , в которой следует извлекать свойства из любого вектора измерений в данной области. Для определения направления продолжения линий и конечной точки ее сходимости было использовано установление эквивалентности совокупностей среди областей и переход от вектора измерений к вектору признаков, что существенно снизило объем вычислений [230].

Наконец, формируется остов изменений объектов на изображении, т. е. обобщенный бинарный эквивалент, на котором любая совокупность пикселей исходного препарата представлена линиями толщиной не более чем элементарный элемент изображения (пиксель). Чтобы сохранить линейчатую структуру изображения, не нарушая его связности, использовалась процедура прореживания. На следующем этапе находятся объекты, соответствующие “порам”, которые исключаются из рассмотрения. Пример построенных обобщенных изображений показан на рис. 4.41.

Затем на основании четырехсвязной окрестности осуществляется поиск частиц разрушения на обобщенном бинарном изображении серии. В резуль-



Рис. 4.41. Примеры построенных обобщенных изображений для серий картин разрушения.

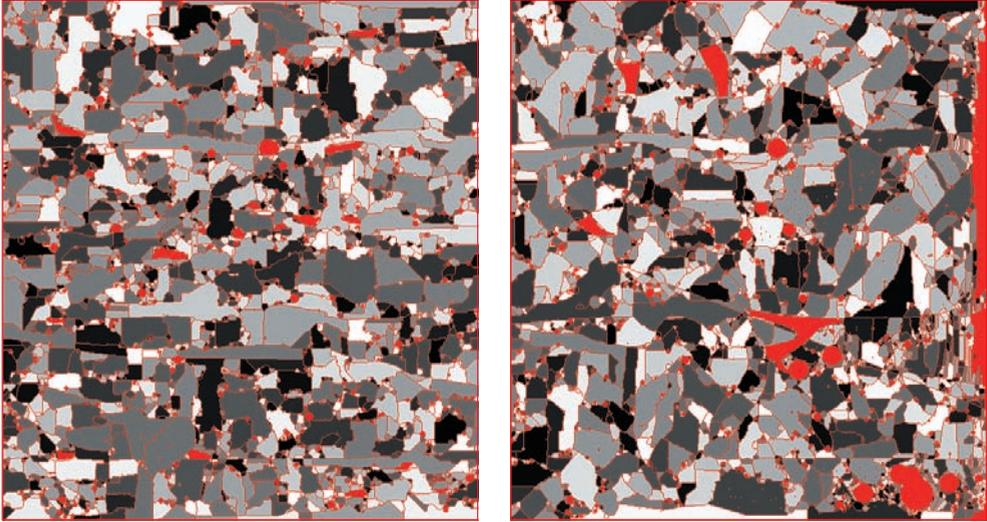


Рис. 4.42. Визуализация отмеченных областей на обобщенных изображениях серий.

тате создается матрица меток, каждый элемент которой равен номеру частицы, которому принадлежит соответствующий пиксель изображения.

Для наглядного представления найденных объектов на обобщенном изображении матрица меток преобразуется в палитровое изображение с числом цветов, большим на единицу количества найденных объектов (рис. 4.42).

После определения всех частиц, на основании полученной матрицы меток вычисляются площади каждой частицы. В данном случае под площадью понимаем сумму всех пикселей объекта в метрическом эквиваленте (исходя из соответствия, например, 1 пиксель = 0,01 мкм²). Получаем двухмерный массив, содержащий значения площадей и соответствующее им количество частиц. Затем производится вычисление характерного размера частиц. Здесь под размером понимается значение минимальной оси эллипса, эквивалентного частице по моментам инерции. В результате получаем двухмерный массив, содержащий значения размеров частиц и соответствующее им количество объектов.

На основании полученных массивов для площадей и размеров частиц, делая соответствующие выборки, строятся распределения частиц по размерам или площадям. Например, для всех фрагментов размером D_i весовая доля в процентах равна $n_{D_i} (S_i / S_{\Sigma}) \cdot 100$. Здесь n_{D_i} – количество частиц размером D_i ; S_i – площадь частиц размером D_i ; S_{Σ} – площадь всех фрагментов разрушения. Однако, поскольку для одного и того же размера D_i могут встречаться частицы с различной площадью, то на самом деле использовалось выражение

$$n_{D_i} S_i = \sum_{k=1}^{n_{D_i}} S_k, \text{ где } S_k \text{ – площадь } k\text{-й частицы размером } D_i.$$

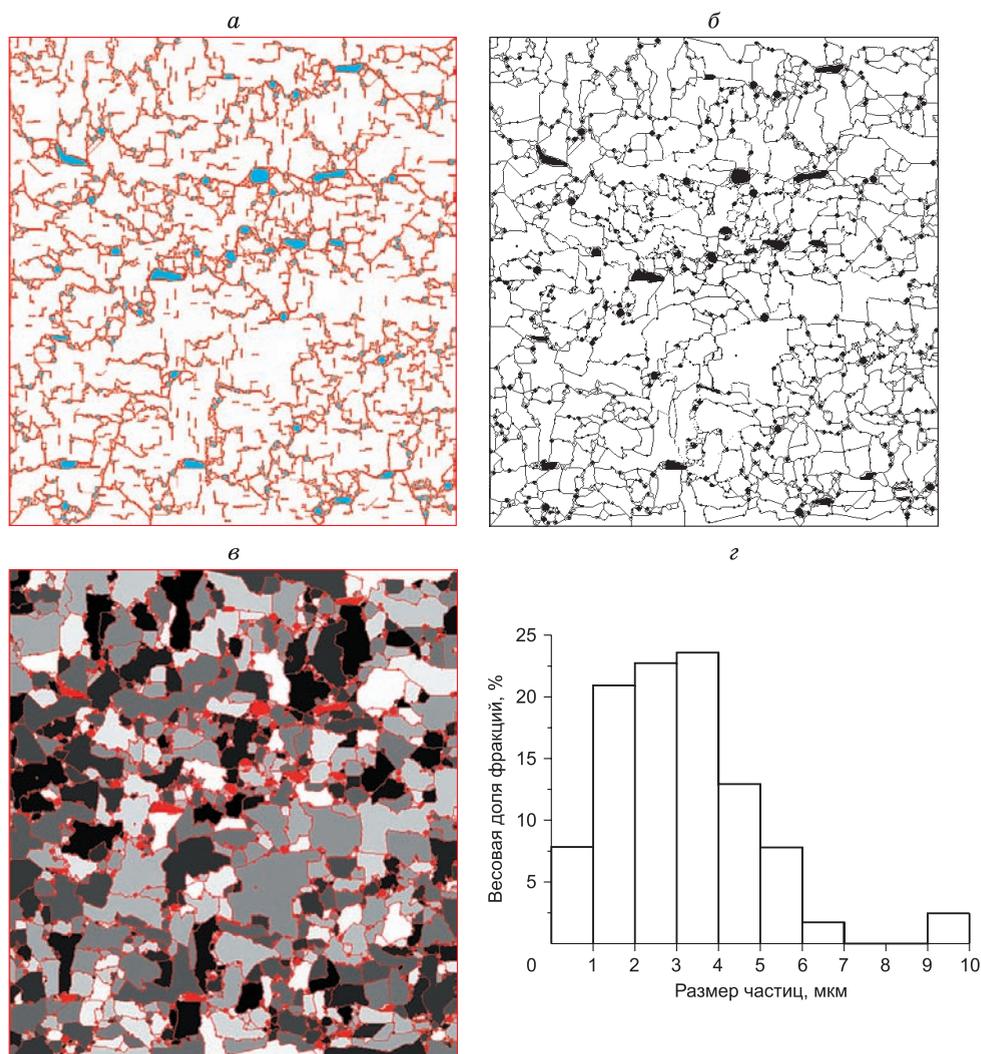


Рис. 4.43. Начальная картина разрушения (а) и результат ее обработки с привлечением аппарата распознавания образов (б), выявленные частицы разрушения (в) и распределение их по размерам (г).

Следует отметить, что в эксперименте (седиментационный анализ) для диапазона 1–10 мкм определяется дискретный набор размеров частиц, кратный 1 мкм. Далее в диапазоне 10–100 мкм – с шагом 10 мкм. В расчетах же получаются частицы, размер которых, выраженный в микрометрах, не равен целым числам. Поэтому при построении распределений частиц по размерам все фрагменты размером $1 < D_i \leq 2$ (мкм) считали соответствующими 2 мкм. И так далее для других размеров.

На рис. 4.43 показано, как работает предлагаемый алгоритм, какие при этом выявляются разрушенные частицы и каковы их весовые распределения по размерам.

Проведенные расчеты показали, что предлагаемый подход позволяет адекватно аппроксимировать карту разрушения, получив набор замкнутых контуров – фрагментов разрушения. Применение к полученной картине предложенного алгоритма позволило выявить частицы разрушения. Построенное распределение частиц по размерам имеет максимум весовой доли частиц размером 2–4 мкм.

4.3.5. Алгоритм расчета весовой доли пылевых фракций по результатам численного моделирования процесса резания и определенного способа нагружения характерного мезообъема

Существенным элементом данного алгоритма является положение о симметрии и периодичности разрушения (скалывания) при продвижении резца. Симметрия относительно плоскости резца определяется симметричной конструкцией струга. На существование периодичности в направлении по ходу резания указывают как результаты моделирования, представленные в предыдущем разделе, так и общие данные о разрушении хрупких горных пород. Все величины, входящие далее в расчеты, определяются за один период разрушения в характерной области, заданной условиями симметрии задачи.

Алгоритм расчета включает три ключевых момента:

- 1) оценку общего объема разрушенного материала;
- 2) оценку размеров области, которая дает основную массу пыли при резании;
- 3) определение характерного вида нагружения и степени деформации в этой области.

Общая весовая доля пыли вычисляется как отношение объема, дающего основную массу пыли, ко всему объему разрушенного материала в течение одного периода скалывания. Для определения весовых долей мелких фракций (от 2 до 60–100 мкм) необходимо провести расчеты деформации и разрушения выбранного характерного мезообъема в условиях нагружения, типичных для области наибольших деформаций, которая дает основную массу пыли.

Вполне вероятно, что пыль образуется не только в отмеченной нами области основного пылевыделения, но и по всей поверхности скалывания. Для учета образованной пыли необходимо знать площадь возникающих новых поверхностей и характерный размер их шероховатости, который определит размеры пылевых фракций. В данной работе мы пренебрегли шероховатостью, считая ее малой.

Объем области, дающей основную массу пыли, определяется как размерами резца, так и свойством материала, например, его дробимостью. Период скалывания в рассматриваемой модели зависит от хрупкости материала: чем

более хрупкий материал, тем на большее расстояние распространяются трещины скола, и наоборот, для более пластичного материала области периодичности разрушения меньше.

Результаты проведенных расчетов, представленные в предыдущем разделе, позволяют дать оценку размера области, дающей основную массу пыли, и периода разрушения.

Алгоритм (методика)

Весь объем, разрушенный за один период разрушения (скалывания), равен

$$V = L \times \ell \times h = L \times 12 \times 10 = 120 \times L \text{ (см}^3\text{)}, \quad (4.69)$$

где L – период разрушения; $\ell = 12$ см – глубина резания; $h = 10$ см – ширина рассматриваемого объема в силу симметрии задачи (расстояние между резами).

Для того чтобы определить величину L , выделим пять типов материала, начиная с самого вязкого, когда режим резания близок к сливному, и до наиболее хрупкого, когда область сильно сжатого материала минимальна. По предварительно проведенным расчетам можно выделить следующие характерные размеры (и соответственно типы материала), которые, возможно, связаны с такой характеристикой, как дробимость:

- 1) $L = 0-1$ см;
- 2) $L = 1-2$ см;
- 3) $L = 2-5$ см;
- 4) $L = 5-10$ см;
- 5) $L = 10-20$ см.

Объем области максимально разрушенного материала равен

$$v = d \times \delta \times a \text{ (см}^3\text{)}, \quad (4.70)$$

где d – глубина, а δ – толщина области; $a = 2$ см – ширина резца. Вычисляемый объем тем меньше, чем хрупче материал, так как в этом случае меньше

Таблица 4.6

**Относительный объем максимально сжатого материала
(весовой или объемной доли)**

Тип материала	Период резания (L), см	Весь объем разрушения (V), см ³	d , см	δ , см	Объем сильно разрушенного материала (v), см ³	Относительная доля сильно сжатого материала, %
1	0,5	60	1,5	0,2	0,6	1,0
2	1,5	180	1,0	0,2	0,4	0,2
3	3,5	420	1,0	0,1	0,2	0,05
4	7,5	900	1,0	0,1	0,2	0,02
5	15,0	1800	0,9	0,05	0,09	0,005

Таблица 4.7

Весовая доля пыли и более крупных кусков

Тип материала	Удельное пылевыведение, г/т	Удельный выход пыли и более крупных фракций, г/т
1	4500	10 000
2	900	2000
3	200	600
4	85	200
5	20	50

значения d и δ . Эти параметры были оценены из макроскопических расчетов резания с разными значениями характеристик вязких свойств угля.

Теперь для каждого типа можно оценить относительную долю максимально сжатого материала (табл. 4.6).

Содержание мелких фракций (до 160 мкм) по данным экспериментальных исследований составляет 20–50 % [70], следовательно, можно дать оценки для удельного пылевыведения и выделения других мелких фракций в граммах на тонну отбитого угля (табл. 4.7).

4.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОРАЗРЫВА

4.4.1. Постановка задачи о заполнении пустых пор водой и гидроразрыве мезообъема угля при нагнетании воды в поровое пространство

Известно, что для снижения пылеобразования и пылевыведения нередко производится дополнительное внесение влаги в горный массив до выемки угля. При этом на различные процессы, в том числе и разрушение, происходящие при таком дополнительном увлажнении горной массы, существенно влияет величина пористости.

Рассмотрена задача о деформации и разрушении мезообъемов угля разной пористости, находящихся в стесненных условиях естественного залегания при нагнетании воды в поры, уже заполненные водой (рис. 4.44). Мезообъемы имеют одинаковые размеры 626×574 мкм², что позволяет учесть в расчетах два характерных масштаба для системы пор [70, 78, 118, 223].

Исходное состояние нагружаемого мезообъема угля принималась следующим:

- во всех точках мезообъема действует горное давление 5 МПа \approx 50 атм, что соответствует глубине залегания 200 м при средней плотности пород 2,5 г/см³;
- приблизительно 50 % пор заполнены водой при давлении окружающей среды (5 МПа).

На всем внешнем контуре расчетной области задавались нулевые скорости и перемещения. Таким образом, внешние границы мезообъема являются

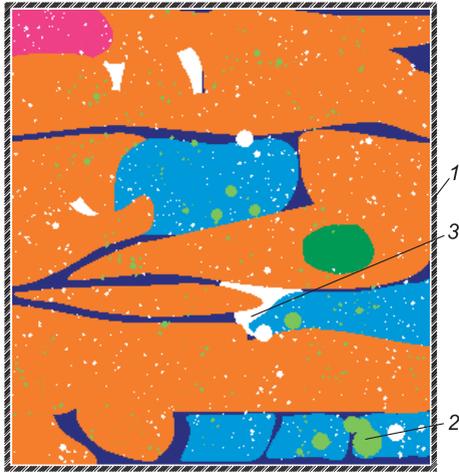


Рис. 4.44. Мезообъем угля под действием давления воды, нагнетаемой в поровое пространство.

1 – жесткая недеформируемая рамка (стенка), воспроизводящая стесненные условия при естественном залегании нагружаемого мезообъема угля; 2 – поры, заполненные водой (материнская влага), в которые нагнетается вода до определенного давления; 3 – “пустые” поры, заполненные газом или воздухом.

Остальные усл. обозн. см. на рис. 4.36.

неподвижными (закрепленными), что соответствует деформации образца в стесненных условиях. Пустые поры считаются изолированными, специального изменения давления в одной поре в зависимости от изменения давления в других порах не задавалось.

Нагружение мезообъема осуществлялось за счет повышения давления в порах, занятых водой, что имитировало процесс нагнетания воды в поровое пространство: $P(\mathbf{x},t) = P_{\text{в}}(\mathbf{x},t)$ для $t \geq 0$ и $\mathbf{x} \in D_{\text{в}}$, где $D_{\text{в}}$ – объем, занятый водой. Давление плавно повышается до 25 МПа избыточного давления, т. е. превышающего исходное горное давление. Закон изменения давления, как функция времени, изображен на рис. 4.45. В области избыточного давления 5–20 МПа эта зависимость близка к линейной. Во всех порах, заполненных водой, давление задавалось одинаковым.

В процессе нагружения происходят два основных процесса: 1) разрушение угля возле пор с водой, в которых нарастает давление; 2) заполнение пустых пор водой, если она дошла до них по трещинам.

Так как поры считаются изолированными, то заполнение пустых пор осуществляется путем разрушения материала между близкими порами, одна из которых заполнена водой, и прохождением воды по разрушенному материалу, т. е. происходит локальный гидроразрыв. Как только такое слияние близких пор произошло, пустая пора считается заполненной водой, и давление в ней устанавливается такое же, как и в заполненных водой порах и областях разрушенного угля. Понятно, что возможен случай, когда произойдет глобальный

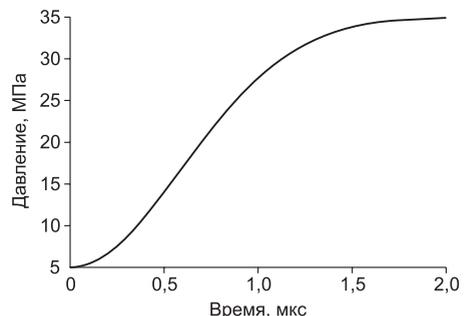


Рис. 4.45. Функция нарастания давления нагнетаемой в поры воды.

гидроразрыв – мезообъем разделится на несколько отдельных частей раньше, чем все поры окажутся заполненными.

Следует отметить важный недостаток рассматриваемой модели, которая предполагает, что незаполненные водой поры являются изолированными. В реальном материале изначально существуют как минимум две иерархические системы пор, образующих фильтрационно-сорбционные частицы разных размеров (ФСЧ-1 и ФСЧ-2) [78, 118]. Это обстоятельство не позволяет считать поры полностью изолированными, особенно при достаточно высокой пористости (7–10 %), что неизбежно должно привести к изменению относительных картин заполнения пор и глобальных гидроразрывов.

4.4.2. Влияние значения общей пористости на развитие гидроразрыва

Моделирование было проведено для пяти значений общей пористости мезообъема: 2, 3, 5, 7 и 10 %. При этом во всех случаях примерно 50 % пор считались заполненными водой.

В процессе расчета отслеживалось изменение количества заполненных пор со временем и общая картина деформации и разрушения мезообъемов.

Результаты расчетов показаны на рис. 4.46–4.51 и сведены в табл. 4.8, где представлена степень (в %) заполнения пор водой, которая рассчитывалась как отношение площади (соответствует объему в двухмерном случае) ячеек, заполненных водой, к общей площади мезообъема. Исходя из условий задачи, в начальный момент времени эта величина равна примерно половине общей пористости, а когда все поры заполняются водой, она становится равной общей пористости мезообъема. Эти же величины представлены на рис. 4.51 (графики 3). Графики с номером 2 изображают изменение во времени доли разрушенного материала, которая рассчитывалась как выраженное в процентах отношение площади ячеек с разрушенным материалом и принадлежащих к порам, к площади всех ячеек. Поэтому графики 2 и 3 выходят из одной точки в начальный момент времени (см. рис. 4.51).

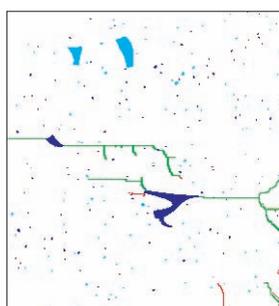
Таблица 4.8

Заполняемость пор водой в зависимости от исходной пористости и избыточного давления

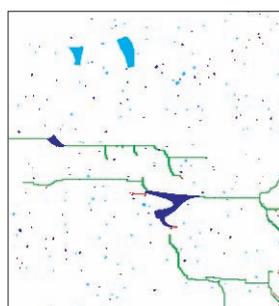
Последовательные моменты времени	Избыточное давление (P), МПа	Степень заполнения водой (с, %) при следующей общей пористости				
		2 %	3 %	5 %	7 %	10 %
1	2,6	0,95	1,47	2,40	3,60	5,04
2	9,0	0,96	1,59	2,42	3,62	5,49
3	16,7	1,28	2,18	2,72	3,80	6,09
4	22,8	1,46	2,27	3,47	4,96	7,50
5	26,8	1,80	2,32	4,52	6,14	7,98
6	28,8	1,80	2,54	4,59	6,50	8,67
7	29,6	–	2,73	4,61	6,55	8,97
8	30,0	–	2,79	4,61	6,57	9,07



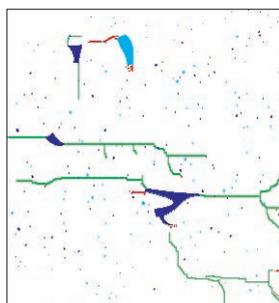
Исходная структура
с пористостью 2 %



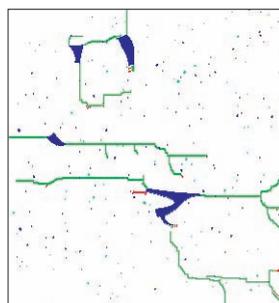
$P = 9$ МПа, $c = 0,96$ %



$P = 16,7$ МПа, $c = 1,28$ %



$P = 22,8$ МПа, $c = 1,46$ %



$P = 26,8$ МПа, $c = 1,8$ %

Рис. 4.46. Развитие локальных гидроразрывов в образце с пористостью 2 %.

На рис. 4.46–4.50 на картах с исходной структурой светло-зеленым цветом выделены заполненные водой поры, а белым – поры, заполненные воздухом. На рисунках, отражающих развитие локальных гидроразрывов, синим цветом отмечены заполненные водой поры, красным – зоны разрушенного угля, в которые не попала вода; зеленым – области разрушенного угля, в которые попала вода; а бирюзовым цветом отмечены поры, заполненные воздухом.

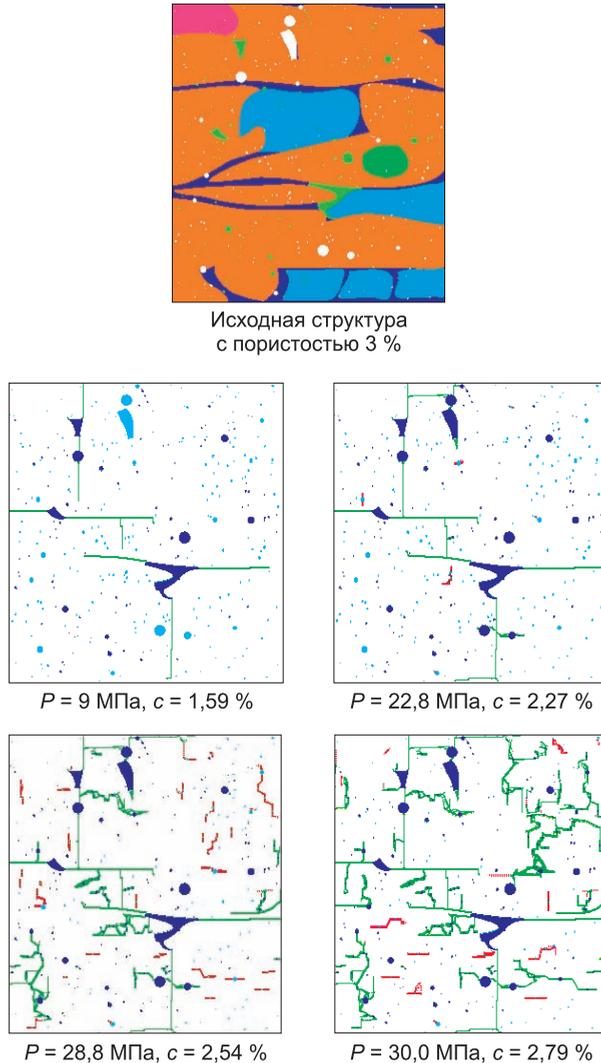


Рис. 4.47. Развитие локальных гидроразрывов в образце с пористостью 3 %.

Как видно из табл. 4.8, полностью заполнить поры водой ни в одном из рассмотренных случаев не удалось. Причем относительный процент пустых пор остается практически неизменным и составляет около 10 % от общей начальной пористости. К этим 10 % относятся в основном самые мелкие поры, а также отдельные более крупные, но сильно изолированные поры.

Избыточное давление 15–25 МПа является критическим в том смысле, что именно при достижении этих давлений происходит ускоренное разрушение и заполнение пор водой.

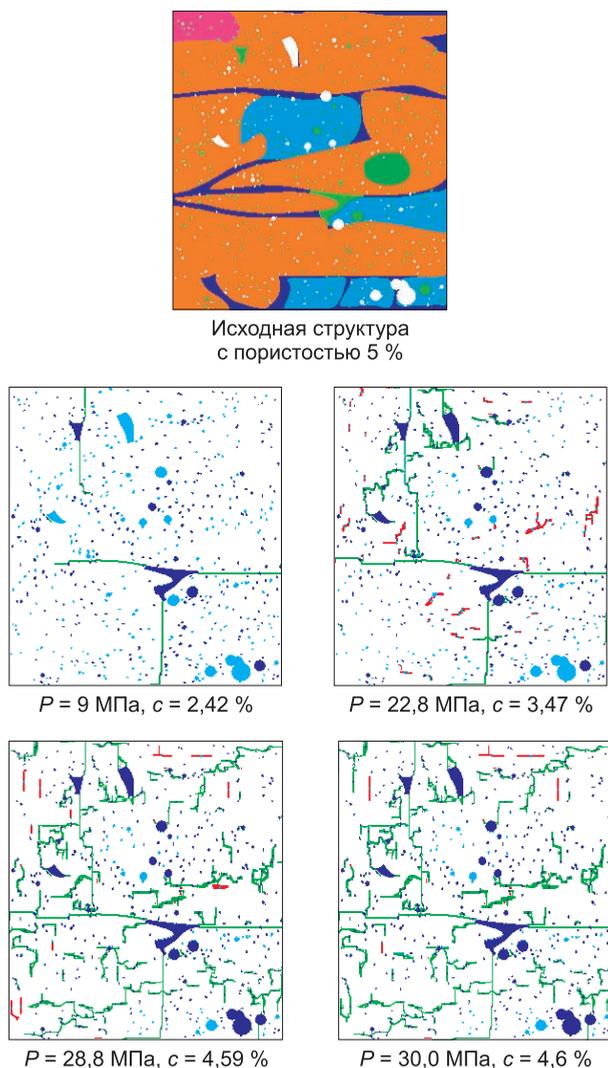


Рис. 4.48. Развитие локальных гидроразрывов в образце с пористостью 5 %.

При низкой пористости (менее 3 %) раньше наступает гидроразрыв при относительно низких избыточных давлениях порядка 15 МПа, что стимулируется концентратором напряжений около крупной поры в центре образца. Относительно высокая заполняемость порового пространства в этом случае обеспечивается несколькими крупными пустыми порами (рис. 4.46). Весь образец разделен локальными гидроразрывами на несколько крупных кусков, и изолированные мелкие поры не заполняются.

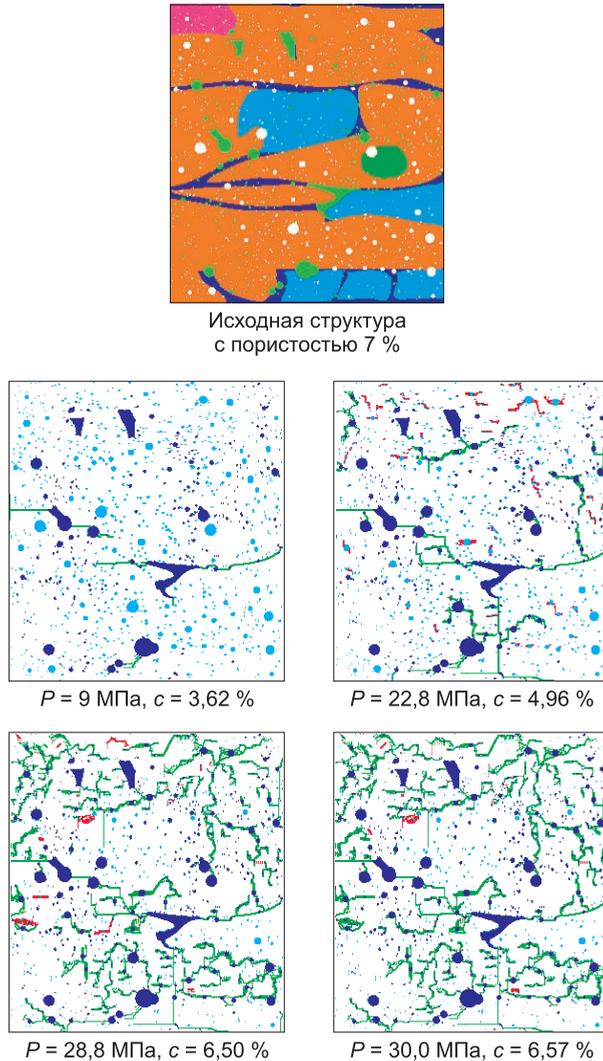
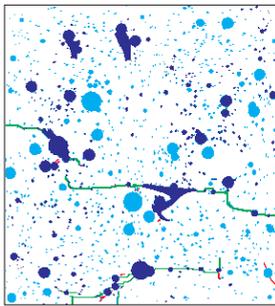


Рис. 4.49. Развитие локальных гидроразрывов в образце с пористостью 7 %.

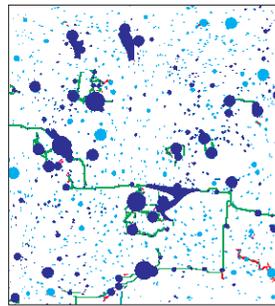
При пористости 3–7 % наблюдается качественно другое поведение среды. В области полных давлений порядка 18 МПа при пористости 3 %, 25 МПа при пористости 5 % и 22 МПа при пористости 7 % происходит изменение картины разрушения (рис. 4.47–4.49). Дальнейшее заполнение пор резко замедляется и быстро возрастает разрушение беспорового пространства (кривые 2 и 3 на рис. 4.51 для пористости 3–7 %). Таким образом, пористость, равная ~5 %, оказывается критической.



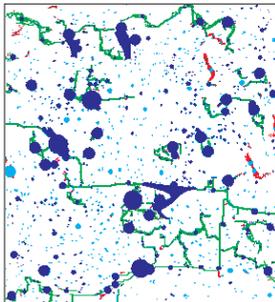
Исходная структура
с пористостью 10 %



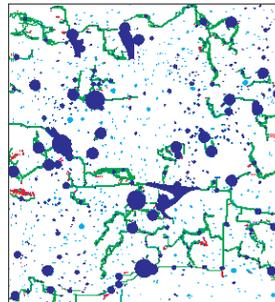
$P = 9 \text{ МПа}$, $c = 5,49 \%$



$P = 22,8 \text{ МПа}$, $c = 7,50 \%$



$P = 28,8 \text{ МПа}$, $c = 8,67 \%$



$P = 29,6 \text{ МПа}$, $c = 8,97 \%$

Рис. 4.50. Развитие локальных гидроразрывов в образце с пористостью 10 %.

При пористости 5–7 % ярко выражено дробление образца на более мелкие фрагменты по сравнению с меньшей и большей пористостью, а также наиболее эффективное увлажнение.

При пористости 10 % разрушение беспорового пространства начинается при низких давлениях около 7 МПа (как и в предыдущих случаях), но развивается равномерно, без ярко выраженных перегибов (кривая 2 на рис. 4.51 для пористости 10 %).

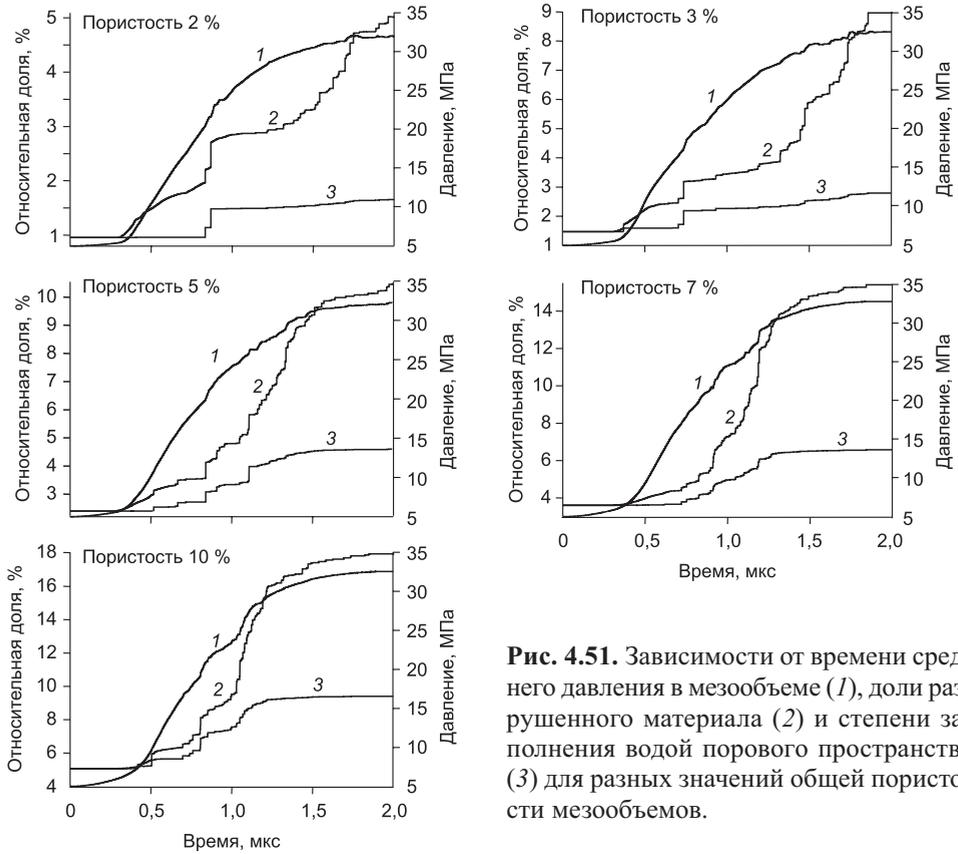


Рис. 4.51. Зависимости от времени среднего давления в мезообъеме (1), доли разрушенного материала (2) и степени заполнения водой порового пространства (3) для разных значений общей пористости мезообъемов.

Качественная картина этих сценариев понятна. При низкой пористости создается существенно неоднородное напряженное состояние и срабатывают исходные концентраторы напряжений. При высокой пористости (10 %) 50%-е заполнение водой порового пространства создает более однородное напряженное состояние.

Таким образом, результаты проведенных расчетов показывают, что при пористости 3–7 % наблюдается качественное изменение характера разрушения угля при нагнетании воды в поровое пространство. При достижении критического давления порядка 18–25 МПа заполнение порового пространства водой практически прекращается и процесс разрушения мезообъема продолжается за счет растрескивания фрагментов с малой исходной пористостью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение работы суммируем представленные результаты в виде кратких выводов, которые следуют как из экспериментов, так и из теоретического изучения деструкции геосред и геоматериалов, выполненного с позиций нелинейной динамики систем.

- В работе развита новая концепция пластической (в общем случае неупругой) деформации и разрушения твердых тел, основанная на идеях эволюции.

- Все твердые тела и среды эволюционируют под приложенными нагрузками или любыми внешними воздействиями как типичные *нелинейные динамические системы*.

- Впервые убедительно показано, что пластическая деформация и разрушение есть единый процесс, подчиняющийся единому фундаментальному закону, общему для любых твердых тел. Термин “деструкция” удачно объединяет понятия “неупругая деформация” и “разрушение”.

Таким образом, можно утверждать, что существует *единый процесс деструкции* (или разрушения) материалов и сред. Для некоторых материалов и сред, которые мы называем пластичными, наблюдается длительная квазистационарная стадия – неупругая, или пластическая, деформация. Когда эта квазистационарная стадия короткая, материал называют хрупким. За этой стадией процесс деструкции развивается катастрофически *в режиме с обострением* на соответствующем масштабе. Таков общий сценарий эволюции твердых кристаллических тел и сред под внешними воздействиями.

- Процесс деструкции твердых тел и сред строго *упорядочен* (статистически). Наблюдаемая иерархия масштабов деструкции начинается с размеров кристаллической решетки и продолжается вплоть до размеров тектонических плит в геосредах.

- Предложенная концепция *системного подхода* является альтернативой по отношению к вероятностно-статистической механике разрушения твердых тел (имеется в виду концептуальный аспект).

• Процессы неупругой деформации и разрушения (т. е. деструкция) рассматриваются как единый строго упорядоченный процесс эволюционирующей по законам синергетики нагружаемой среды.

• Глобальным параметром порядка эволюции нагружаемых твердых тел является *скорость подводимой к ним энергии*. Причем твердые деформируемые тела проявляют свойство *инвариантности* к способу и виду подводимой энергии (тепло, механическое воздействие, радиация и т. д.). Важна общая сумма подводимой энергии. Энергия оказывается “квантованной” по величине, подобно масштабам в ряду иерархии.

• Если суммарная подведенная энергия превысит некоторое *пороговое значение*, в твердом теле происходит *самоорганизация*, которая проявляется в смене структур, в изменении пространственно-временной симметрии и вовлечении в процесс деструкции среды новых масштабов, что выражается, в частности, в формировании в среде иерархии блоков.

• Установлен *принцип универсальной фрактальной делимости* твердых тел и сред. Найдена инвариантная мера отношения последовательных масштабов формирующихся в ходе эволюции структур, которая оказалась равной (или кратной) числу Φ (числу золотого сечения).

• Все деформируемые тела подчиняются универсальному принципу фрактальной делимости прочных сред.

• Фронты Людерса, различные виды волн разрушения, медленные деформационные фронты в геосредах составляют особый класс движений – так называемые *медленные движения* в нелинейных средах и материалах.

• Этот класс движений отражает коллективные процессы в нагружаемой нелинейной среде и является результатом *самоорганизации* в этой среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Новое** в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. М.: Наука, 2002. 478 с.
2. **Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.** Синергетика и прогнозы будущего. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 342 с.
3. **Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.** Синергетика – теория самоорганизации. Идеи, методы, перспективы. М.: Знание, 1983. 64 с.
4. **Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.** Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 360 с.
5. **Князева Е.Н., Курдюмов С.П.** Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. М.: Наука, 1994. 236 с.
6. **Макаров П.В.** Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел и сред // Физ. мезомех. 2004. Т. 7, № 4. С. 25–34.
7. **Макаров П.В.** Нагружаемый материал как нелинейная динамическая система. Проблема моделирования // Физ. мезомех. 2005. Т. 8, № 6. С. 39–56.
8. **Prigogine I., Nicolis G.** // Chem. J. Phys. 1967. V. 46. P. 3542.
9. **Гленсдорф П., Пригожин И.** Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Эдиториал УРСС, 2003. 280 с.
10. **Николис Г., Пригожин И.** Познание сложного. Введение. М.: Эдиториал УРСС, 2003. 342 с.
11. **Хакен Г.** Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985. 411 с.
12. **Пригожин И., Стенгерс И.** Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М.: Эдиториал УРСС, 2003. 431 с.
13. **Пелюхова Е.Б., Фрадкин Э.Е.** Самоорганизация физических систем: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1997. 324 с.
14. **Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.** Введение в нелинейную физику: От маятника до турбулентности и хаоса. М.: Наука, 1988. 368 с.
15. **Шустер Г.** Детерминированный хаос: Введение. М.: Мир, 1988. 240 с.
16. **Кузнецов А.П.** Колебания, катастрофы, бифуркации, хаос. Саратов: Изд-во ГосУНЦ “Колледж”, 2000. 98 с.
17. **Эбелинг В.** Образование структур при необратимых процессах: Введение в теорию диссипативных структур. М.: Мир, 1979. 279 с.
18. **Чуличков А.И.** Математические модели нелинейной динамики. М.: Физматлит, 2003. 296 с.
19. **Хакен Г.** Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М.: Мир, 1991. 240 с.

20. **Пригожин И.** Человек перед лицом неопределенности. Москва; Ижевск: Изд. Ин-та компьютерных исследований, 2003. 304 с.
21. **Пригожин И., Кондепуди Д.** Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М.: Мир, 2002. 461 с.
22. **Курдюмов С.П., Князева Е.Н.** У истоков синергетического видения мира: режимы с обострением // Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления. М.: Арго, 1994. С. 162–186.
23. **Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А.** Нестационарные структуры и диффузионный хаос. М.: Наука, 1992. 544 с.
24. **Панин В.Е.** Физические основы мезомеханики среды со структурой // Изв. вузов. Физика. 1992. Т. 35, № 4. С. 5–18.
25. **Physical mesomechanics of heterogeneous media and computer-aided design of materials / Ed. V.E. Panin.** Cambridge: Cambridge Intern. Sci. Publ., 1998. 339 p.
26. **Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов:** В 2 т. / В.Е. Панин, В.Е. Егорушкин, П.В. Макаров, Ю.В. Гриняев, В.Л. Попов, Е.Е. Дерюгин, Л.Б. Зуев, В.И. Сырякин, Т.Ф. Елсукова, Р.Д. Строкатов, Ю.Р. Колобов, А.В. Колубаев, В.С. Плешанов. Под ред. В.Е. Панина. Новосибирск: Наука. Сиб. изд. фирма, 1995. Т. 1. 298 с.
27. **Макаров П.В.** Моделирование процессов деформации и разрушения на мезоуровне // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1999. № 5. С. 109–131.
28. **Panin V.E.** Synergetic principles of physical mesomechanics // Theor. Appl. Fracture Mech. 2001. V. 37, N 1–3. P. 261–298.
29. **Панин В.Е., Гриняев Ю.В.** Физическая мезомеханика – новая парадигма на стыке физики и механики // Физ. мезомех. 2003. Т. 6, № 4. С. 9–36.
30. **Макаров П.В., Романова В.А.** О новом критерии пластического течения при моделировании деформационных процессов на мезоуровне // Мат. моделирование. 2000. Т. 12, № 11. С. 91–101.
31. **Mandelbrot B.B.** The fractal geometry of nature. San Francisco: Freeman, 1982. 460 p.
32. **Федер Е.** Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.
33. **Mandelbrot B.B., Passoja D.E., Paullay A.J.** Fractal character of fracture surfaces of metals // Nature. 1984. V. 308. P. 721–722.
34. **Кузнецов П.В., Панин В.Е., Левин К.В., Липницкий А.Г., Шрайбер Ю.** Стадии и масштабы формирования фрактальной мезоструктуры при активном растяжении аустенитной нержавеющей стали // Физ. мезомех. 2000. Т. 3, № 4. С. 89–95.
35. **Иванова В.С.** Закономерности упорядоченной самоорганизации // Прикладная синергетика, фракталы и компьютерное моделирование структур / Под ред. А.А. Оксогоева. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. С. 222–237.
36. **Иванова В.С.** Синергетика. Прочность и разрушение металлических материалов. М.: Наука, 1992. 157 с.
37. **Оксогоев А.А.** Режимы с обострением в самоорганизующихся процессах высокоинтенсивной обработки металлических материалов // Прикладная синергетика, фракталы и компьютерное моделирование структур. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. С. 106–140.
38. **Оксогоев А.А., Иванова В.С.** Физические предпосылки к развитию технологий получения материалов с заданными свойствами // Перспективные материалы. 1999. № 5. С. 5–16.

39. **Оксогоев А.А., Бунин И.Ж., Колмаков А.Г., Встовский Г.В.** Мультифрактальный анализ изменений зеренной структуры алюминиевого сплава при ударном воздействии скоростной частицы // Физика и химия обраб. материалов. 1999. № 4. С. 63–71.
40. **Иванова В.С., Закирничная М.М., Кузеев И.Р.** Синергетика и фракталы универсальности механического поведения материалов. Уфа: Изд-во УГНТУ, 1998. 366 с.
41. **Иванова В.С., Баланкин А.С., Бунин И.Ж., Оксогоев А.А.** Синергетика и фракталы в материаловедении. М.: Наука, 1994. 385 с.
42. **Макаров П.В., Трубицын А.А., Трубицына Н.В., Кузнецов П.В., Петракова И.В., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П., Ворошилов С.П.** Экспериментальное и теоретическое исследование разрушения углей и расчет выхода пылевых частиц. I. Исследование иерархии масштабов разрушения // Физ. мезомех. 2004. Т. 7, спец. вып. Ч. 2. С. 245–248.
43. **Кузнецов П.В., Макаров П.В., Петракова И.В., Трубицын А.А., Трубицына Н.В., Ворошилов С.П., Карпенко Н.И.** Определение коэффициента формы блоков в иерархии масштабов разрушения углей в мезоскопическом диапазоне 1–1000 мкм // Там же. С. 273–276.
44. **Макаров П.В.** Микродинамическая теория пластичности среды с внутренней структурой // Новые методы в физике и механике деформируемого твердого тела: Тр. междунар. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. С. 56–68.
45. **Макаров П.В., Карпенко Н.И., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П., Тунда В.А., Хомяков А.Н.** Изучение деформации и разрушения геоматериалов и геосред как иерархически организованных систем // Физ. мезомех. 2005. Т. 8, спец. вып. С. 17–20.
46. **Гольдин С.В., Юшин В.И., Ружич В.В., Смекалин О.П.** Медленные движения – миф или реальность // Физические основы прогнозирования разрушения горных пород: Материалы 9-й междунар. школы-семинара. Красноярск, 2002. С. 213–220.
47. **Пригожин И., Стенгерс И.** Время, хаос, квант. К решению парадокса времени: Пер. с англ. 5-е изд., испр. М.: Едиториал УРСС, 2003. 240 с.
48. **Пригожин И.** От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках: Пер. с англ. / Под ред., с предисл. и послесл. Ю.Л. Климонтовича. 2-е изд., доп. М.: Едиториал УРСС, 2002. 288 с.
49. **Трубецков Д.И.** Введение в синергетику. Хаос и структуры. М.: Едиториал УРСС, 2004. 240 с.
50. **Седов Л.И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1973. Т. 1. С. 536.
51. **Гольдин С.В.** Деструкция литосферы и физическая мезомеханика // Физ. мезомех. 2002. Т. 5, № 5. С. 5–22.
52. **Садовский М.А.** Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247, № 4. С. 829–831.
53. **Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф.** Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 1987. 100 с.
54. **Кочарян Г.Г., Спивак А.А.** Динамика деформирования блочных массивов горных пород. М.: ИКЦ “Академкнига”, 2003. 423 с.
55. **Адушкин В.В., Спивак А.А., Гарнов В.В., Спунгин В.Г.** Движение структурных блоков массива горных пород при динамическом воздействии // Взрывное дело. № 90/47. Действие взрыва в неоднородной среде. М.: Недра, 1990. С. 25–30.

56. **Уломов В.И.** Глобальная упорядоченность сейсмических структур и некоторые аспекты сейсмического районирования и долгосрочного прогноза землетрясений // Сейсмичность и сейсмическое районирование Северной Евразии. Вып. 1. М.: Изд. Ин-та физики Земли РАН, 1993. С. 24–44.
57. **Шафрановский И.И.** Симметрия в природе. Л.: Недра, 1985. 167 с.
58. **Родионов В.Н.** О подобии процесса дробления при взрывах разного масштаба // Механизм разрушения горных пород взрывом. Киев: Наук. думка, 1971. С. 3–8.
59. **Садовский М.А., Кочарян Г.Г., Родионов В.Н.** О механике блочного горного массива // Докл. АН СССР. 1988. Т. 302, № 2. С. 306–307.
60. **Журков С.Н.** Кинетическая концепция разрушения твердых тел // Вестн. АН СССР. 1968. № 3. С. 46–52.
61. **Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А.** Можно ли прогнозировать разрушение? // Будущее науки. М.: Знание, 1983. С. 99–107.
62. **Флейшнер Е.С.** Основы системологии. М.: Радио и связь, 1982. 290 с.
63. **Мороз А.И.** Курс теории систем. М.: Высш. шк., 1987. 304 с.
64. **Mesarovic M.D., Masko D., Takahara Y.** Theory of hierarchical multilevel systems. New York; London: Acad. Press, 1970. 310 p.
65. **Николис Дж.** Динамика иерархических систем: Эволюционное представление. М.: Мир, 1989. 486 с.
66. **Родионов В.Н.** Учение о геомеханике // Геофизика. 2006. № 5. С. 61–64.
67. **Панин В.Е.** Основы физической мезомеханики // Физ. мезомех. 1998. Т. 1, № 1. С. 5–22.
68. **Панин В.Е.** Синергетические принципы физической мезомеханики // Физ. мезомех. 2000. Т. 3, № 6. С. 5–36.
69. **Макаров П.В.** Подход физической мезомеханики к моделированию процессов деформации и разрушения // Физ. мезомех. 1998. Т. 1, № 1. С. 61–81.
70. **Трубицын А.А., Макаров П.В., Черепанов О.И., Ворошилов С.П., Трубицына Н.В., Смолин И.Ю., Соболев В.В., Ворошилов Я.С., Киселев В.В., Грюнинг С.** Адаптация методов мезомеханики к исследованию процессов деформации и разрушения угля. Кемерово: Кузбасс-ЦОТ, 2002. 116 с.
71. **Рыбин В.В.** Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
72. **Бетехтин В.И., Наймарк О.Б., Кадомцев А.Г., Гришаев С.Н.** Экспериментальное и теоретическое исследование эволюции дефектной структуры, пластической деформации и разрушения. Пермь: Изд. ИМСС УрО РАН, 1997. 56 с.
73. **Пиотровский В.В.** Использование морфометрии для изучения рельефа и строения Земли // Земля во Вселенной. М.: Мысль, 1964. С. 278–297.
74. **Костюченко В.Н., Кочарян Г.Г., Павлов В.Д.** Деформационные характеристики межблоковых промежутков различного масштаба // Физ. мезомех. 2002. Т. 5, № 5. С. 23–42.
75. **Шемякин Е.И.** О свободном разрушении твердых тел // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300. С. 1090–1094.
76. **Разломообразование** в литосфере: Зоны сдвига / С.И. Шерман, К.Ж. Семинский, С.А. Борняков, А.Н. Адамович, Р.М. Лобацкая, С.В. Лысак, К.Г. Леви; ред. Н.А. Логачев. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1991. 261 с.

77. **Разломообразование** в литосфере: Зоны растяжения / С.И. Шерман, К.Ж. Семи́нский, С.А. Борняков, А.Н. Адамович, Р.М. Лобацкая, С.В. Лысак, К.Г. Леви; ред. Н.А. Логачев. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992. 227 с.
78. **Макаров П.В., Смолин И.Ю., Черепанов О.И., Трубицына Н.В., Ворошилов Я.С.** Упруговязкопластическая деформация и разрушение угля на мезоскопическом уровне // Физ. мезомех. 2002. Т. 5, № 3. С. 63–87.
79. **Килиан Х.Г., Веттегрень В.И., Светлов В.Н.** Ансамбли дефектов на поверхности нагруженных металлов как результат их обратимой агрегации // Физика твердого тела. 2000. Т. 42, вып. 11. С. 2024–2028.
80. **Килиан Х.Г., Веттегрень В.И., Светлов В.Н.** Иерархия ансамблей дефектов на поверхности нагруженной меди // Физика твердого тела. 2001. Т. 43, вып. 11. С. 2107–2111.
81. **Башкаров А.Я., Веттегрень В.И., Светлов В.Н.** Иерархия статистических ансамблей нанодфектов на поверхности напряженного молибдена // Физика твердого тела. 2002. Т. 44, вып. 7. С. 1260–1265.
82. **Илькаев Р.И., Учаев А.Я., Новиков С.А., Завада Н.И., Платонова Л.А., Сельченкова Н.И.** Универсальные свойства металлов в явлении динамического разрушения // Докл. РАН. 2002. Т. 384, № 3. С. 328–333.
83. **Учаев А.Я., Новиков С.А., Цукерман В.А., Бонюшкин Е.К., Завада Н.И., Багрянов Б.В., Трунин И.Р., Юркина Н.А.** Особенности откольного разрушения вольфрама в режиме быстрого объемного разогрева // Докл. АН СССР. 1990. Т. 310, № 3. С. 611–614.
84. **Ботвина Л.П., Опарина И.Б., Новикова О.В.** Анализ процесса накопления повреждений на различных масштабных уровнях // Металловедение и терм. обраб. металлов. 1997. № 4. С. 17–22.
85. **Макаров П.В.** Сдвиговая прочность и вязкость металлов в ударных волнах // Ударные волны и экстремальные состояния вещества / Под ред. В.Е. Фортова, Л.В. Альтшулера, Р.Ф. Трунина, А.И. Фунтикова. М.: Наука, 2000. С. 219–255.
86. **Макаров П.В.** Процессы на микро- и мезоуровнях в металлах при ударноволновом нагружении // Хим. физика. 2000. Т. 19, № 2. С. 51–59.
87. **Meyers M.A., Murr L.E.** Shock waves and phenomena of high-rate deformation of metals / Ed. L.E. Murr. Moscow: Metallurgia, 1984.
88. **Макаров П.В.** Модель сверхглубокого проникания твердых микрочастиц в металлы // Физ. мезомех. 2006. Т. 9, № 3. С. 61–70.
89. **Зуев Л.Б., Данилов В.И.** Медленные автоволновые процессы при деформации твердых тел // Физ. мезомех. 2003. Т. 6, № 1. С. 75–94.
90. **Suprapedi, Toyooka S.** Spatio-temporal observation of plastic deformation and fracture by laser speckle interferometry // Phys. Mesomech. 1998. V. 1, N 1(2). P. 51–56.
91. **Ружич В.В., Трусков А.А., Черных Е.Н., Смекалин О.П.** Современные движения в зонах разломов Прибайкалья и механизмы их инициирования // Геология и геофизика. 1999. Т. 40, № 3. С. 360–372.
92. **Опарин В.Н., Акинин А.А., Востриков В.И., Юшкин В.Ф.** О деформационно-волновых процессах в окрестности взрывов // Физ. мезомех. 2002. Т. 5, № 5. С. 43–49.
93. **Курленя М.В., Опарин В.Н.** Проблемы нелинейной геомеханики // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2000. № 4. С. 3–26.

94. **Makarov P.V., Romanova V.A.** Mesoscale plastic flow generation and development for polycrystals // *Theor. Appl. Fracture Mech.* 2000. V. 33. P. 1–7.
95. **Makarov P.V.** Localized deformation and fracture of polycrystals at mesolevel // *Ibid.* P. 23–30.
96. **Механика** разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т. / Под общ. ред. В.В. Панасюка. Киев: Наук. думка, 1988. 846 с.
97. **Лукьянов В.С., Рудзит Я.А.** Параметры шероховатости поверхности. М.: Изд-во стандартов, 1979. 161 с.
98. **Whitehouse D.J.** Handbook of surface metrology. Bristol: Institute of Physics Publications, 1994. 350 p.
99. **Sayles R.S., Thomas T.R.** Surface topography as a nonstationary random process // *Nature.* 1978. V. 271. P. 431–434.
100. **Мандельброт Б.** Фрактальная геометрия природы. М.; Ижевск: ИКИ, 2002. 656 с.
101. **Dauskardt R.H., Haubensak F., Ritchie R.O.** On the interpretation of the fractal character of fracture surfaces // *Acta Metall. Mater.* 1990. V. 38, N 2. P. 143–159.
102. **Whitehouse D.J.** The properties of random surfaces of significance in their contact. Ph.D. Thesis. Leicester: Univ. of Leicester, 1971. 105 p.
103. **Sayles R.S., Thomas T.R.** The spatial representation of surface roughness by means of the structure function: a practical alternative to correlation // *Wear.* 1977. V. 42. P. 263–276.
104. **Voss R.F.** Random fractal forgeries // *Fundamental algorithms in computer graphics* / Ed. R.A. Earnshaw. Berlin: Springer-Verlag, 1985. P. 805–835.
105. **Кузнецов П.В., Панин В.Е., Левин К.В., Липницкий А.Г., Шрайбер Ю.** Стадии и характерные масштабы формирования фрактальной мезоструктуры при активном растяжении аустенитной нержавеющей стали // *Физ. мезомех.* 2000. Т. 3, № 4. С. 89–95.
106. **Кузнецов П.В., Оксогоев А.А., Петракова И.В.** Фрактальный анализ изображений поверхности обработанных дробью поликристаллов алюминиевого сплава при активном растяжении и их усталостная прочность // *Физ. мезомех.* 2004. Т. 7, № 2. С. 49–57.
107. **Barry M., Hannay J.** Topography of random surfaces // *Nature.* 1978. V. 273. P. 573.
108. **Turcotte D.L.** Fractals and chaos in geology and geophysics. New York: Cambridge Univ. Press, 1992. 222 p.
109. **Su Hui, Zhang Yugui, Yan Zhengi.** Fractal analysis of microstructures and properties in ferrite-martensite steels // *Scr. Met. Mater.* 1991. V. 25, N 3. P. 651–654.
110. **Mu Z.Q., Lung C.W.** Fractals identified with fracture surface of high strength steel // *Theor. Appl. Fracture Mech.* 1992. V. 17, N 2. P. 157–161.
111. **Long Q.Y., Chen Jun., Chen Jizhi, Mu Z.Q., Lung C.W.** A study on fractal dimension of fracture surface created by stress corrosion cracking in high strength steels // *Scr. Met. Mater.* 1992. V. 27, N 10. P. 1319–1324.
112. **Pande C.S., Richards L.E., Louat N., Dempsey B.D., Schwoeble A.J.** Fractal characterization of fractured surfaces // *Acta Met.* 1987. V. 35, N 7. P. 1633–1637.
113. **Davidson D.L.** The growth of fatigue cracks through particulate sic reinforced aluminum alloys // *Eng. Fract. Mech.* 1989. V. 33, N 6. P. 965–977.
114. **Lung C.W., Mu Z.Q.** Fractal dimension measured with perimeter-area relation and toughness of materials // *Phys. Rev. B.* 1988. V. 38, N 16. P. 11781–11784.

115. **Кузнецов П.В., Панин В.Е., Левин К.В., Павленко В.И.** Фрактальная размерность и эффекты корреляции мезоструктуры поверхности пластически деформируемых поликристаллов кремнистого железа // Сб. тр.: Механика и машиностроение. Томск: Изд. Том. политех. ун-та, 2000. С. 101–106.
116. **Кузнецов П.В., Панин В.Е.** Прямое наблюдение потоков дефектов и субмикронной локализации деформации на поверхности дуралюмина при помощи сканирующего туннельного и атомного силового микроскопов // Физ. мезомех. 2000. Т. 3, № 2. С. 91–97.
117. **Bishop M., Bruin C.** The pair correlation function: A probe of molecular order // Am. J. Phys. 1984. V. 52, N 12. P. 1106–1108.
118. **Саранчук В.И., Айруни А.Т., Ковалев К.Е.** Надмолекулярная организация, структура и свойства угля. Киев: Наук. думка, 1988. 191 с.
119. **Борьба с угольной и породной пылью в шахтах** / П.М. Петрухин, Г.С. Гродель, Н.И. Жилияев, А.П. Коренев, Б.М. Кривохижа, А.Н. Кульбачный, А.И. Любимова, Э.Н. Медведев, П.П. Яремаченко. М.: Недра, 1981. 271 с.
120. **Вейль Г.** Симметрия. М.: Едиториал УРСС, 2003. 192 с.
121. **Шевелев И.Ш., Марутаев М.А., Шмелев И.П.** Золотое сечение: три взгляда на природу гармонии. М.: Стройиздат, 1990. 343 с.
122. **Федоров Е.С.** Правильное деление плоскости и пространства. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1979. 272 с.
123. **Шубников А.В.** Избранные труды по кристаллографии. М.: Наука, 1975. 556 с.
124. **Долбилин Н.П.** Правильные системы (Введение в математическую кристаллографию). М.: Знание, 1968. 64 с.
125. **Голод П.И., Климык А.У.** Математические основы теории симметрии. М.; Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. 528 с.
126. **Бирман Дж.** Пространственная симметрия и оптические свойства твердых тел. М.: Мир, 1978. Т. 1. 387 с.
127. **Делоне Б.М., Галкулин Р.В., Шторин М.И.** Современная теория правильных разбиений евклидова пространства // Правильное деление плоскости и пространства / Под ред. Е.С. Федорова. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1979. Т. 3. Приложения. С. 235–265.
128. **Рабинович М.И., Езерский А.Б.** Динамическая теория формообразования. М.: Янус-К, 1998. 192 с.
129. **Спунгин В.Г.** Иерархия и строение разрывных нарушений гранитоидного массива // Геоэкология. 2001. № 6. С. 542–551.
130. **Семинский К.Ж.** Соотношения между размерами блоков и подвижных зон, образующих структуру литосферы Азии на разных иерархических уровнях // Тез. докл. междунар. конф. по физ. мезомеханике, компьютер. конструированию и разработке новых материалов. Томск: ИФПМ СО РАН, 2006. С. 150–151.
131. **Щепочкина Ю.А.** Эффективность шаровой мельницы при измельчении стекломатериалов для глазурей // Материалы Междунар. интернет-конференции “Технологические комплексы, оборудование предприятий строительных материалов и стройиндустрии”, 20 апр.–20 мая 2003 г. Белгород: БГТУ им. В.Г. Шухова, 2003. <http://conf.bstu.ru/conf/docs/0017/0328.doc>

132. **Легостаева Е.В., Шаркеев Ю.П., Кукареко В.А.** Сравнительное исследование частиц износа и поверхностей трения, формирующихся в процессе трения и износа неимплантированной и ионно-имплантированной стали 45 // Физ. мезомех. 2002. Т. 5, № 1. С. 59–70.
133. **Смолин И.Ю.** Исследование локализации деформации материалов на мезоуровне методами численного моделирования: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 1996. 116 с.
134. **Makarov P.V., Smolin I.Y., Prokopinsky I.P.** Localized plastic strain in polycrystalline materials with hole and notches // Theor. Appl. Fracture Mech. 1998. V. 29. P. 11–20.
135. **Makarov P.V., Smolin I.Y., Prokopinsky I.P., Stefanov Yu.P.** Modeling of development of localized plastic deformation and prefracture stage in mesovolumes of heterogeneous media // Int. J. Fracture. 1999. V. 100, N 2. P. 121–131.
136. **Панин В.Е.** Методология физической мезомеханики как основа построения моделей в компьютерном конструировании материалов // Изв. вузов. Физика. 1995. № 11. С. 6–25.
137. **Макаров П.В.** Моделирование упругопластической деформации и разрушения неоднородных сред на мезоуровне // Физ. мезомех. 2003. Т. 6, № 4. С. 111–124.
138. **Макаров П.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р.** Динамика потери сдвиговой устойчивости материалов в условиях ударно-волнового нагружения // Хим. физика. 2001. Т. 20, № 8. С. 94–99.
139. **Наймарк О.Б.** Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения // Физ. мезомех. 2003. Т. 6, № 4. С. 45–72.
140. **Уизем Дж.** Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.
141. **Стефанов Ю.П.** Локализация деформации и разрушение в геоматериалах. Численное моделирование // Физ. мезомех. 2002. Т. 5, № 5. С. 107–118.
142. **Стефанов Ю.П.** Некоторые особенности численного моделирования поведения упругохрупкопластичных материалов // Физ. мезомех. 2005. Т. 8, № 3. С. 129–142.
143. **Макаров П.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р.** Моделирование неоднородной пластической деформации с учетом зарождения локализованных пластических сдвигов на границах раздела // Физ. мезомех. 2001. Т. 4, № 5. С. 29–39.
144. **Balokhonov R.R., Romanova V.A., Schmauder S., Makarov P.V.** Simulation of meso-macro dynamic behavior using steel as an example // Comput. Mater. Sci. 2003. V. 28, N 3–4. P. 505–511.
145. **Цигенбайн А., Плессинг Й., Нойхойзер Й.** Исследование мезоуровня деформации при формировании полос Людерса в монокристаллах концентрированных сплавов на основе меди // Физ. мезомех. 1998. Т. 1, № 2. С. 5–20.
146. **Баренблатт Г.И.** Модель нелокального накопления повреждений // Физ. мезомех. 2003. Т. 6, № 4. С. 85–92.
147. **Фейнмановские лекции по физике: В 9 т. / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс.** М.: Мир, 1967.
148. **Райс Дж.** Механика очага землетрясения // Механика. Новое в зарубежной науке. Вып. 28. Механика очага землетрясения. М.: Мир, 1982. С. 10–132.
149. **Gol'dstein R.V., Kaptsov A.V.** Formation of fracture structures of weakly interacting cracks // Mech. Solids. 1982. V. 17, N 4. P. 157–166.

150. **Cherepanov G.P.** Mechanics of brittle fracture. New York: McGraw Hill, 1979. 939 p.
151. **Germanovich L.N., Cherepanov G.P.** On some general properties of strength criteria // Int. J. Fracture. 1995. V. 71. P. 37–56.
152. **Fairhurst C., Cook N.G.W.** The phenomenon of rock splitting parallel to the direction of maximum compression in the neighborhood of a surface // Proc. First Congress Int. Soc. for Rocks Mechanics. Lisbon, 1966. P. 687–692.
153. **Germanovich L.N., Salganik R.L., Dyskin A.V., Lee K.K.** Mechanisms of brittle fracture of rock with pre-existing cracks in compression // Pageoph. 1994. V. 14, N 1/2/3. P. 117–149.
154. **Dyskin A.V., Galybin A.N.** Solutions for dilating shear cracks in elastic plane // Int. J. Fracture. 2001. V. 109. P. 325–344.
155. **Sahouryeh E., Dyskin A.V., Germanovich L.N.** Crack growth under biaxial compression // Eng. Fract. Mech. 2002. V. 69. P. 2187–2198.
156. **Друккер Д., Прагер В.** Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование // Механика. Новое в зарубежной науке. Вып. 2. Определяющие законы механики грунтов. М.: Мир, 1975. С. 166–177.
157. **Райс Дж.Р.** Локализация пластической деформации // Теоретическая и прикладная механика: Тр. XIV междунар. конгресса IUTAM, 30 авг.–4 сент. 1976 г. Нидерланды / Под ред. В.Т. Койтера. М.: Мир, 1979. С. 439–471.
158. **Rudnicki J.W., Rice J.R.** Condition for localization of plastic deformation in pressure sensitive dilatant materials // J. Mech. Phys. Solids. 1975. V. 23, N 6. P. 371–390.
159. **Николаевский В.Н.** Механические свойства грунтов и теория пластичности // Механика твердых деформируемых тел. Т. 6. Итоги науки и техники. М., 1972. (Деп. в ВИНТИ).
160. **Гарагаш И.А., Николаевский В.Н.** Неассоциированные законы течения и локализации пластической деформации // Успехи механики. 1989. Т. 12, № 1. С. 131–183.
161. **Николаевский В.Н.** Геомеханика и флюидодинамика. М.: Недра, 1996. 447 с.
162. **Николаевский В.Н., Лившиц Л.Д., Сизов И.А.** Механические свойства горных пород. Деформации и разрушение // Механика деформируемого твердого тела (Итоги науки и техники). М.: ВИНТИ АН СССР, 1978. Т. 11. С. 123–250.
163. **Николаевский В.Н.** Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 367 с.
164. **Поль Б.** Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения // Разрушение. Т. 2. Математические основы теории разрушения / Под ред. Г. Либовица. М.: Мир, 1975. С. 336–520.
165. **Драгон А., Мруз З.** Континуальная модель пластически хрупкого поведения скальных пород и бетона // Механика деформируемых твердых тел. Направления развития. М.: Мир, 1983. С. 163–188.
166. **Бажант З.** Эндохронная теория неупругости и инкрементальная теория пластичности // Там же. С. 189–229.
167. **Jirasek M., Bazant Z.P.** Inelastic analysis of structures. New York: J. Wiley & Sons, 2002. 734 p.
168. **Bazant Z.P., Zi G.** Microplane constitutive model for porous isotropic rocks // Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 2003. V. 27. P. 25–47.

169. **Lai T.Y., Borja R.I., Duvernay B.G., Meehan R.L.** Capturing strain localization behind a geosynthetic-reinforced soil wall // *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 2003. V. 27. P. 425–451.
170. **Papamichos E.** Constitutive laws for geomaterials, oil and gas science and technology // *Rev. IFP.* 1999. V. 54, N 6. P. 759–771.
171. **Borja R.I., Regueiro R.A., Lai T.Y.** FE modeling of strain localization in soft rock // *J. Geotech. Geoenviron. Engrg. ASCE.* 2000. V. 126. P. 335–343.
172. **Vardoulakis I.** Behavior of granular materials // *Handbook of materials behavior models: In 3 vol. / Ed. J. LeMaitre.* New York: Acad. Press, 2001. Vol. 3. P. 1093–1105.
173. **Lubarda V.F., Mastilovich S., Knap J.** Some comments on plasticity postulates and non-associative flow rules // *Int. J. Mech. Sci.* 1996. V. 38, N 3. P. 247–258.
174. **Colmenares L.B., Zoback M.D.** A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks // *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.* 2002. V. 39. P. 695–729.
175. **Bardet J.P.** Lode dependences for isotropic pressure-sensitive elastoplastic materials // *J. Appl. Mech.* 1990. V. 57. P. 498–506.
176. **Черепанов О.И.** Численное моделирование деформации материалов с учетом неустойчивой ветви диаграммы // *Физ. мезомех.* 1999. Т. 2, № 1–2. С. 5–16.
177. **Zhao J.** Applicability of Mohr-Coulomb and Hoek-Brown strength criteria to the dynamic strength of brittle rock // *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.* 2000. V. 37. P. 1115–1121.
178. **Huismans R.S., Podladchikov Y.Y., Cloetingh S.** Transition from passive to active rifting: Relative importance of astenospheric doming and passive extension of the lithosphere // *J. Geophys. Res.* 2001. V. 106, B6. P. 11271–11291.
179. **Уилкинс М.Л.** Расчет упругопластических течений // *Вычислительные методы в гидродинамике.* М.: Мир, 1967. С. 212–263.
180. **Truesdell C.A.** Нуро-elastic shear // *Appl. Phys.* 1956. V. 27. P. 441–447.
181. **Фриденгаль А., Гейрингер Х.** Математические теории неупругой сплошной среды. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962. 432 с.
182. **Седов Л.И.** Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1984. 560 с.
183. **Качанов Л.М.** Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
184. **Работнов Ю.Н.** Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
185. **Lade P.V., Duncan J.M.** Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil // *J. Geotech. Eng.* 1975. V. 101. P. 1037–1053.
186. **Matsuoka H.** Stress-strain relationship of sands based on the mobilized plane // *Soils and Foundations.* 1974. V. 4(2). P. 47–61.
187. **Matsuoka H., Nakai T.** Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses // *Proc. Japan Soc. Civil Engineers.* 1974. N 232. P. 59–70.
188. **Matsuoka H., Nakai T.** Stress-strain relationship of soil based on the “SMP” // *Proc. Speciality Session 9, IX ICSMFE.* Tokyo, 1977. P. 153–162.
189. **di Prisco C., Nova R., Lanier J.** A mixed isotropic-kinematic hardening constitutive law for sand // *Modern approaches to plasticity / Ed. D. Kolymbas.* Amsterdam LTD.: Elsevier, 1993. P. 83–124.
190. **Новожилов В.В.** О пластическом разрыхлении // *Прикл. математика и механика.* 1965. Т. 29, вып. 4. С. 681–689.

191. **Стефанов Ю.П., Тьерселен М.** Моделирование поведения высокопористых геоматериалов при формировании полос локализованного уплотнения // *Физ. мезомех.* 2007. Т. 10, № 1. С. 93–106.
192. **Stefanov Yu.P.** Numerical investigation of deformation localization and crack formation in elastic brittle-plastic materials // *Int. J. Fracture.* 2004. V. 128, N 1. P. 345–352.
193. **Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., Шемякин Е.И.** О механизме деформирования сыпучего материала при больших сдвигах // *Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых.* 1974. № 3. С. 130–133.
194. **Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., Шемякин Е.И.** О структурно-дилатансионной прочности горных пород // *Докл. АН СССР.* 1989. Т. 305, № 35. С. 1077–1080.
195. **Ревуженко А.Ф.** *Механика сыпучих сред.* Новосибирск: Офсет, 2003. 373 с.
196. **Ахмадеев Н.Х.** *Динамическое разрушение твердых тел в волнах напряжений.* Уфа: БФ АН СССР, 1988. 168 с.
197. **Майчен Дж., Сак С.** Метод расчета “Тензор” // *Вычислительные методы в гидродинамике.* М.: Мир, 1967. С. 185–211.
198. **Gulidov A.I., Fomin V.M., Shabalin I.I.** Mathematical simulation of fracture in impact problems with formation of fragments // *Int. J. Fracture.* 1999. V. 100(2). P. 121–131.
199. **Гриднева В.А., Немирович-Данченко М.М.** Численный расчет поведения материала образца с трещиной при одноосном растяжении // *Механика деформируемого твердого тела.* Томск, 1985. С. 59–63.
200. **Немирович-Данченко М.М.** Модель гипоупругой хрупкой среды: применение к расчету деформирования и разрушения горных пород // *Физ. мезомех.* 1998. Т. 1, № 2. С. 107–114.
201. **Chen Y.M., Willkins M.L.** Stress analysis of crack problems a three-dimensional, time-dependent computer program // *Int. J. Fracture.* 1976. V. 12, N 4. P. 607–617.
202. **Вычислительные методы в механике разрушения /** Пер. с англ. под ред. С. Атлури. М.: Мир, 1990. 392 с.
203. **Nishioka T.** Computational dynamic fracture mechanics // *Int. J. Fracture.* 1997. V. 86. P. 127–159.
204. **Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н.** Численное решение задач континуального разрушения. М., 2003. 38 с. (Препр. Ин-т проблем механики РАН; № 746).
205. **Bourago N.G.** A survey on contact algorithms // *Proceedings of Workshop “Grid generation: Theory and applications”,* July, 2002. Moscow / Eds. S.A. Ivanenko, V.A. Garanzha. Moscow: Computing Centre of RAS, 2002. P. 42–59.
206. **Johnson G.R., Stryk R.A.** Symmetric contact and sliding interface algorithms for intense impulsive loading computations // *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 2001. V. 190. P. 4531–4549.
207. **Stefanov Yu.P.** Wave dynamics of cracks and multiple contact surface interaction // *Theor. Appl. Fracture Mech.* 2000. V. 34/2. P. 101–108.
208. **Stefanov Yu.P.** Numerical modelling of strain localization and fracture in brittle-plastic materials / Eds. G.C. Sih, Th.B. Kermanidis, Sp.G. Pantelakis // *Proceedings of Sixth Int. Conf. for Mesomechanics “Multiscaling in applied science and emerging technology. Fundamentals and applications in mesomechanics”,* Patras, Greece, May 31–June 4, 2004. Patras: Patras Univ., 2004. P. 321–327.

209. **Стефанов Ю.П., Поболь И.Л., Князева А.Г., Гордиенко А.И.** Рост трещины вблизи границы раздела разнородных материалов в условиях сжатия // Физ. мезомех. 2002. № 1. С. 81–88.
210. **Макаров П.В., Трубицын А.А., Трубицына Н.В., Кузнецов П.В., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П., Ворошилов С.П.** Экспериментальное и теоретическое исследование разрушения углей и расчет выхода пылевых частиц. II. Численное изучение разрушения угля на мезо- и макроуровнях // Физ. мезомех. 2004. Спец. вып., ч. 2. С. 249–252.
211. **Стефанов Ю.П.** Численное исследование поведения упруго-идеальнопластических тел, содержащих неподвижную и распространяющуюся трещины, под действием квазистатических и динамических растягивающих нагрузок // Физ. мезомех. 1998. № 2. С. 81–93.
212. **Псахье С.Г., Смолин А.Ю., Стефанов Ю.П., Макаров П.В., Чертов М.А.** Моделирование поведения сложных сред на основе совместного использования дискретного и континуального подходов // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30, вып. 17. С. 7–13.
213. **Смолин А.Ю., Стефанов Ю.П., Псахье С.Г.** Совместное использование дискретного и континуального методов для моделирования процессов деформации и разрушения в области контактного взаимодействия // Физ. мезомех. 2004. Спец. вып., ч. 1. С. 70–73.
214. **Labuz J.F., Dai S.-T., Papamichos E.** Plane-strain compression of rock-like materials // Int. J. Rock Mech. Mining. Sci. Geomech. Abstr. 1996. V. 33, N 6. P. 573–584.
215. **Надаи А.** Пластичность и разрушение твердых тел. М.: Мир, 1969. Т. 2. 863 с.
216. **Шерман С.И.** Физические закономерности развития разломов в земной коре. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1977. 102 с.
217. **Бобряков А.П., Ревуженко А.Ф., Шемякин Е.И.** Однородный сдвиг сыпучего материала: Локализация деформаций // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1983. № 5. С. 17–21.
218. **Прочность и деформируемость горных пород** / Ю.М. Карташов, Б.В. Матвеев, Г.В. Михеев, А.Б. Фадеев. М.: Недра, 1979. 269 с.
219. **Берон А.И., Ватолин Е.С., Койфман М.И., Чирков С.Е.** Свойства горных пород при разных видах и режимах нагружения. М.: Недра, 1984. 278 с.
220. **Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г.** Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: Недра, 1985. 271 с.
221. **Воздвиженский Б.И., Мельничук И.П., Пешалов Ю.А.** Физико-механические свойства горных пород и влияние их на эффективность бурения. М.: Недра, 1973. 240 с.
222. **ГОСТ 21153.8–88.** Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии. Введ. 01.07.1989. М.: Изд-во стандартов, 2001. 17 с.
223. **Шемякин Е.И.** О сдвиговой прочности горных пород // Физ. мезомех. 2004. Т. 7, № 6. С. 5–10.
224. **Глазова Е.Г.** Исследование волновых процессов в грунте с использованием упругопластического релаксационного уравнения состояния // Пробл. прочности пластичности. 2003. Вып. 65. С. 102–111.

225. **Замышляев Б.В., Евтерев Л.С.** Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред. М.: Наука, 1990. 215 с.
226. **Lundborg N.** Strength of rock-like materials // Int. J. Rock Mech. Mining Sci. 1968. V. 5. P. 427–454.
227. **Смолин И.Ю., Кириченко М.С., Панин С.В., Макаров П.В.** Образование пылевых частиц. Численное моделирование разрушения мезообъема угля и последующий компьютерный анализ картин разрушения // Физ. мезомех. 2006. Т. 9, спец. вып. С. 49–52.
228. **Претт У.** Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982. Т. 2. 478 с.
229. **Ту Дж., Гонсалес Р.** Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978. 403 с.
230. **Патрик Э.А.** Основы теории распознавания образов. М.: Сов. радио, 1980. 407 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Глава 1. СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ И СЛОЖНОЕ ПОВЕДЕНИЕ. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА	9
1.1. Нагружаемые геоматериалы и геосреды как нелинейные динамические системы	–
1.2. Общие черты нелинейной динамики	19
1.2.1. Задачи синергетики применительно к нагружаемым прочным средам и материалам	–
1.2.2. Сложные системы и сложное поведение	22
1.2.3. Необратимость и ее роль в самоорганизации	29
1.2.4. Неустойчивость – путь к самоорганизации	32
1.2.5. Нелинейность – математический фундамент эволюционной теории	33
1.2.6. Фазовые пространства и эволюционные уравнения диссипативных (самоорганизующихся) систем	39
Глава 2. МАСШТАБЫ РАЗРУШЕНИЯ УГЛЯ, ГЕОМАТЕРИАЛОВ И ГЕОСРЕД	44
2.1. Концепция блочной организации геоматериалов и геосред ..	–
2.1.1. Общие замечания о проблеме деформации и разрушения как иерархических самоорганизующихся процессов	–
2.1.2. Деструкция геоматериалов и геосред	50
2.1.3. Деструкция пластичных сред	55
2.1.4. Масштабный эффект как результат эволюции систем разных размеров под нагрузкой	62
2.1.5. Медленные движения, их связь с блочной организацией геосреды и материалов	64
2.2. Масштабные уровни поверхностей разрушения угля	68
2.2.1. Замечания о фрактальных методах анализа поверхностей изломов твердых тел	–
2.2.2. Фрактальные свойства поверхностей изломов углей	75
2.2.3. Материалы и методика исследования	77
2.2.4. Методика определения фрактальной размерности	–

2.2.5. Результаты обработки изображений поверхностей разрушения угля	79
2.2.6. Исследования масштабов разрушения углей	86
2.2.7. Обсуждение полученных результатов измерений масштабов по оптическим изображениям поверхностей изломов углей	95
2.3. Изучение масштабов разрушения на основе ситового и седиментационного анализов	97
2.3.1. Масштабы разрушения углей и принцип универсальной фрактальной делимости сред	–
2.3.2. Универсальный критерий фрактальной делимости геоматериалов и геосред	110
2.4. Влияние скорости нагружения на масштабы разрушения угля	117
Глава 3. ПРОБЛЕМЫ И ВОЗМОЖНОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭВОЛЮЦИИ НАГРУЖАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ И СРЕД КАК НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	124
3.1. Иерархическое моделирование и нелинейная динамика	–
3.2. Релаксационная форма определяющих уравнений как эволюционных уравнений нагружаемой среды	130
3.3. Система уравнений механики сплошных сред, описывающая эволюцию нагружаемых прочных сред	134
3.4. Заключительные замечания по проблеме иерархического моделирования	145
Глава 4. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ГЕОСРЕД И ГЕОМАТЕРИАЛОВ	147
4.1. Общая математическая постановка задачи и модели геосред и геоматериалов	149
4.1.1. Система основных уравнений	–
4.1.2. Определяющие соотношения для описания поведения хрупкопластичных материалов	151
4.1.3. Описание роста трещин	160
4.2. Моделирование локализованных деформаций и повреждений	163
4.2.1. Рост трещин в хрупких материалах	–
4.2.2. Деформирование области, содержащей участок поврежденного материала	167
4.2.3. Вдавливание жесткого штампа	170
4.2.4. Локализация деформации при сжатии образца	171
4.2.5. Локализация деформации и разрушение при сжатии образца горной породы (песчаника)	173
4.2.6. Сдвиг по границам слоя	178
4.2.7. Влияние жесткого включения на развитие и формирование разлома	182
4.2.8. Разрушение горного массива	187

4.3. Моделирование процессов резания и анализ фракционного состава угольной пыли	189
4.3.1. Замечания о прочностных свойствах углей	190
4.3.2. Задача о резании	194
4.3.3. Расчет деформации и разрушения характерного мезообъема в условиях сжатия и сдвига	198
4.3.4. Оценка фракционного состава пыли на основе обработки полученных картин разрушений	203
4.3.5. Алгоритм расчета весовой доли пылевых фракций по результатам численного моделирования процесса резания и определенного способа нагружения характерного мезообъема	207
4.4. Моделирование гидроразрыва	209
4.4.1. Постановка задачи о заполнении пустых пор водой и гидроразрыве мезообъема угля при нагнетании воды в поровое пространство	—
4.4.2. Влияние значения общей пористости на развитие гидроразрыва	211
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	218
ЛИТЕРАТУРА	220

Темат. план выпуска изданий
СО РАН на 2007 г., № 27

Научное издание

МАКАРОВ ПАВЕЛ ВАСИЛЬЕВИЧ, СМОЛИН ИГОРЬ ЮРЬЕВИЧ,
СТЕФАНОВ ЮРИЙ ПАВЛОВИЧ, КУЗНЕЦОВ ПАВЕЛ ВИКТОРОВИЧ,
ТРУБИЦЫН АНАТОЛИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ, ТРУБИЦЫНА НЭЛЯ ВАДИМОВНА,
ВОРОШИЛОВ СЕРГЕЙ ПЕТРОВИЧ, ВОРОШИЛОВ ЯРОСЛАВ СЕРГЕЕВИЧ

НЕЛИНЕЙНАЯ МЕХАНИКА ГЕОМАТЕРИАЛОВ И ГЕОСРЕД

*Утверждено к печати Ученым советом
Института физики прочности и материаловедения СО РАН*

Редактор *В.Д. Ахметова*
Корректор *В.В. Борисова*
Художественный и технический редактор *О.М. Вараксина*
Компьютерная верстка *Н.М. Райзвих*

Подписано в печать 25.12.07. Формат 70×100/16. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 19,0. Уч.-изд. л. 15,7. Тираж 500 экз. Заказ № 261.

НП “Академическое издательство “Гео”
630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3,
тел./факс: (383) 330-79-08, <http://www.izdatgeo.ru>
Отпечатано в типографии “Принтинг”. 630071, Новосибирск, ул. Станционная, 60/1