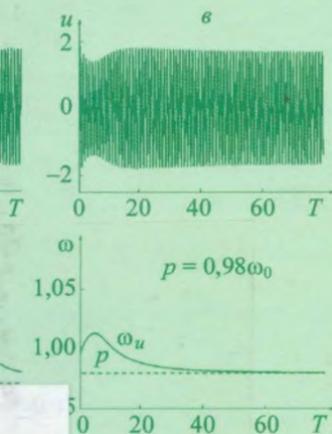




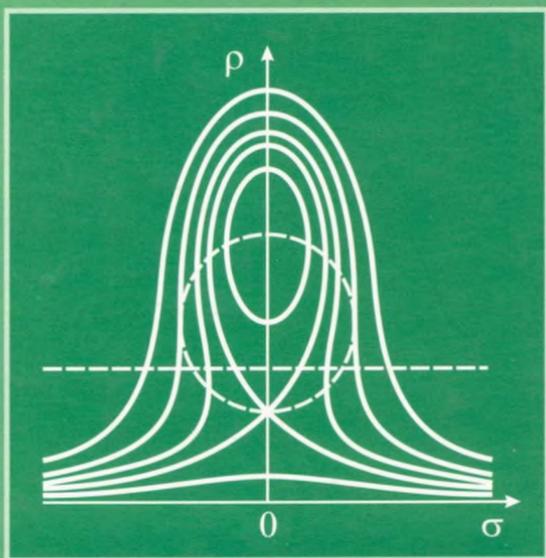
# НЕЛИНЕЙНЫЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В РАДИОТЕХНИКЕ

и синхронизации «захва-  
мно-  
дой

армонической синхрониза-  
димость динамической ха-  
автоколебаниями. Тем са-  
ии от источника питания в  
олебаний и, как следствие,  
ого совпадения с частотой  
автоколебаний (автопара-



е полосы синхронизации,  
ления одночастотного —



КОМПЬЮТЕРНЫЙ  
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ



ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

С.Н. Владимиров, Г.М. Дейкова,  
В.А. Журавлёв, А.С. Майдановский,  
В.А. Мещеряков, С.С. Новиков

# НЕЛИНЕЙНЫЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В РАДИОТЕХНИКЕ

Лабораторный практикум

*Допущено УМО по классическому университетскому образованию РФ  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по специальности 010801 – Радиофизика и электроника  
и направлению 010800 – Радиофизика*



Томск – 2009

УДК 621.37/39

Н 492

Н 492 **Владимиров С.Н., Дейкова Г.М., Журавлёв В.А., Майдановский А.С., Мещеряков В.А., Новиков С.С.** Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике: Лабораторный практикум / Под ред. А.С. Майдановского. – Томск: Изд-во НТЛ, 2009. – 276 с.

ISBN 978-5-89503-408-8

Материал учебного пособия охватывает вопросы, связанные с анализом процессов в нелинейных и параметрических динамических системах, таких как нелинейные контуры, модуляторы колебаний, преобразователи частоты колебаний, автогенераторы низких, радио- и сверхвысоких частот. Рассматриваются явления синхронизации частоты автоколебаний, резонанса второго рода в недовозбуждённых автоколебательных системах, свойства усилителей и автогенераторов с задержанной обратной связью, сценарии возникновения динамического хаоса.

Для студентов высших учебных заведений естественнонаучных направлений всех форм обучения, изучающих курсы «Основы радиозлектроники», «Основы радиотехники», «Теория колебаний» и т.п., а также для преподавателей и слушателей факультетов повышения квалификации.

УДК 621.37/39

**Рецензенты:** С. М. Смольский, д.т.н., профессор кафедры радиоприемных устройств МЭИ;

С. В. Мелихов, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой средств радиосвязи ТУСУРа;

И.А. Колесов, к.т.н., профессор кафедры средств радиосвязи ТУСУРа

ISBN 978-5-89503-408-8

© С.Н. Владимиров, Г.М. Дейкова,  
В.А. Журавлёв, А.С. Майдановский,  
В.А. Мещеряков, С.С. Новиков, 2009

© Томский госуниверситет, 2009

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Лабораторный практикум является составной частью курсов «Основы радиозлектроники», «Радиотехнические цепи и сигналы», «Основы теории колебаний», «Устройства генерирования и формирования сигналов», «Устройства приема и обработки сигналов», «Радиотехнические системы», «Основы телевидения и видеотехники» по направлениям Государственного образовательного стандарта 010800 – Радиофизика, 210300 – Радиотехника, 010801 – Радиофизика и электроника, 220402 – Роботы и робототехнические системы.

Одной из важных особенностей предлагаемого практикума является подробное и глубокое изложение теории устройств и физики происходящих в них явлений, предшествующее экспериментальному исследованию. Некоторые работы являются, по сути дела, «пионерскими», так как рассматриваемый в них материал ещё не излагался в учебных пособиях и даже в научных монографиях. Часть работ содержит Приложения, в которых приводятся детальные выводы основополагающих соотношений или даже полное аналитическое исследование поставленной задачи. По этой причине некоторые разделы лекционных курсов можно полностью перенести на самостоятельное изучение в лабораторный практикум.

В учебном пособии описываются новые методики проведения эксперимента с использованием современной измерительной аппаратуры, позволяющие давать точные количественные оценки исследуемых явлений и формулировать технические параметры изделий, построенных на их основе.

Лабораторные работы практикума охватывают широкий частотный диапазон электромагнитных колебаний – от низких (НЧ) до сверхвысоких (СВЧ) частот. В работах предполагается расчёт, монтаж, экспериментальное исследование схем, анализ протекающих в них процессов и составление отчёта по работе. Общий план построения описаний лабораторных работ включает:

1. Цель работы.
2. Задание.
3. Теоретическую часть. Контрольные вопросы.
4. Методические указания по расчёту практических схем, проведению эксперимента.
5. Приложение.

В лабораторный практикум вошли следующие работы.

1. «Амплитудная модуляция и детектирование АМ-колебаний». Здесь даются понятия модуляции, видов модуляции и детектирования модулированных колебаний, подробно обсуждается роль и свойства нелинейных элементов и ряда вариантов детекторов; конструируются амплитудный модулятор на нелинейном резонансном усилителе и детектор на операционном усилителе, исследуются их амплитудные и частотные характеристики, анализируются нелинейные и частотные искажения.

2. Работа «Угловая модуляция и детектирование частотно-модулированных колебаний» проводится в СВЧ-диапазоне. В ней изучается механизм работы генератора на биполярном СВЧ-транзисторе, учитывающий эффект запаздывания тока в базе, рассматривается способ модуляции частоты автоколебаний с помощью варикапа. Проводится исследование спектра модулированных колебаний, определяется его ширина, в том числе и по нулям функции Бесселя. Обсуждается схема резонансного преобразователя ЧМ-сигналов в АЧМ-колебания. Осуществляется детектирование ЧМ-колебаний, наблюдается удвоение частоты выходного сигнала детектора при перестройке резонансной частоты усилителя.

3. «Преобразование частоты и основы супергетеродинного приёма». Работа ставит целью изучение явления преобразования частоты и его практического применения на примере супергетеродинного приемника электромагнитных колебаний. На практике требуется снять амплитудно-частотные характеристики преселектора и кварцевого фильтра сосредоточенной селекции; выбрать частоту гетеродина; измерить коэффициент преобразования на частотах основного и зеркального каналов; измерить частоты других паразитных каналов приема, объяснить причины их появления и предложить способы устранения паразитных каналов.

4. Работа «Вынужденные колебания в нелинейном контуре» посвящена изучению свойств колебательного контура с включённым в него варикапом и цепочкой автоматического смещения. Рассматривается роль нелинейностей ёмкости варикапа и тока проводимости в формировании амплитудно-частотных характеристик (резонансных кривых) системы. Проводится экспериментальное исследование влияния напряжения смещения диода и уровня входного сигнала на частотные характеристики контура, то есть на смещение резонансной частоты как влево, так и вправо. В работе вводятся понятия статической и динамической

неустойчивостей вынужденных колебаний, аналитически и экспериментально исследуются условия их возникновения.

5. «Исследование RC-генератора низкой частоты» – работа, в которой изучается низкочастотная автоколебательная система с инерционной нелинейностью. В ней обсуждается физика ограничения и устойчивости амплитуды при наличии инерционного нелинейного элемента; рассматривается способ повышения стабильности частоты колебаний путём введения дополнительных цепей отрицательной обратной связи. В экспериментальной части требуется рассчитать и собрать цепочку Вина на заданную частоту, двухкаскадный усилитель на полевых транзисторах, эмиттерный повторитель, провести исследование частотных характеристик цепочки и усилителей, пронаблюдать изменение формы и частоты генерируемых колебаний при вариации глубины обратной связи и при изменении напряжения питания.

6. Работа «Блокинг-генератор» ставит целью изучение физических процессов, основных характеристик, формы колебаний транзисторного генератора с сильной положительной трансформаторной обратной связью. В ней рассматриваются процессы, происходящие в транзисторах, работающих в импульсных схемах, переходные процессы в импульсных трансформаторах, условия возникновения автоколебаний в схеме блокинг-генератора. При выполнении эксперимента проводится расчёт элементов схемы, её сборка и исследование влияния параметров схемы на длительность, период следования, форму генерируемых импульсов и ударное возбуждение паразитных колебательных цепей.

7. «Динамические системы с запаздывающей обратной связью». Данная работа состоит из двух частей. В первой – проводится анализ и экспериментальное исследование усилителей с запаздывающей обратной связью. Рассматривается изменение характера обратной связи с ростом частоты усиливаемого сигнала и, в связи с этим, изменение модуля и аргумента коэффициента усиления (гребенчатая амплитудно-частотная и пилообразная фазочастотная характеристики). Вводится понятие эквивалентной добротности отдельного пика гребёнки и её зависимости от коэффициента усиления и времени задержки. Во второй части работы изучаются свойства автогенераторов с запаздывающей обратной связью – зависимость формы и спектра генерируемых колебаний от степени регенерации системы, условия запоминания частоты внешнего воздействия, зависимость амплитуды и частоты генерации от времени задержки, генерация хаотических колебаний.

8. «Явление синхронизации и резонанс второго рода» – одна из классических работ, в которой вводятся понятия регенерации, понятия автоколебательной и потенциально автоколебательной систем, автопараметрического воздействия. Обсуждаются возможные виды взаимодействий внешнего и собственного колебаний системы, рассматриваются явления стимулированного возбуждения собственных колебаний в недовозбуждённом автогенераторе (резонанс второго рода) и синхронизации автоколебаний захватом (автопараметрический эффект) и гашением (асинхронный эффект). Обсуждается механизм захвата и частичного увлечения частоты. В Приложении приводится анализ рассматриваемых задач методом медленно меняющихся амплитуд.

9. «Колебательные процессы в системе связанных СВЧ-автогенераторов» – работа, в которой изучается явление взаимной синхронизации двух автогенераторов, связанных отрезком линии передачи. Рассматривается влияние свойств канала связи на характеристики и условия устойчивости синхронных колебаний в режимах сложения и вычитания мощностей в общей нагрузке. Требуется путем подбора электрической длины канала связи настроить систему в режимы суммирования (несимметричная система) или вычитания (симметричная система) мощностей в общей нагрузке; определить полосу синхронных колебаний; снять мощностно-частотные характеристики системы в полосе синхронизации; пронаблюдать неустойчивость когерентного режима в симметричной системе в области резонансной настройки канала связи (хаотические колебания) и трансформацию спектра колебаний при изменении взаимной частотной расстройки автогенераторов.

10. «Генератор хаотических колебаний». В работе предлагается экспериментально исследовать нелинейную динамическую систему, генерирующую квазидетерминированные хаотические колебания. В качестве исследуемой системы предложена оригинальная схема кольцевого автогенератора, включающего квадратор, сумматор и два фильтра первого и второго порядка. Такая система имеет полторы степени свободы (описывается дифференциальным уравнением третьего порядка) и имеет квадратичную нелинейность, что позволяет ожидать возникновения хаотических колебаний по классическому сценарию удвоения периода Фейгенбаума. В теоретической части описания к работе получена математическая модель системы, проведен её анализ (в пределах возможного) и далее приведены результаты численного исследования движений системы для различных значений её управляющего параметра. В экспе-

риментальной части проводятся исследование закономерностей перехода от состояния покоя к хаотическим колебаниям, наблюдение временных реализаций, фазовых портретов и фурье-спектров при вариациях управляющего параметра, измеряется первая константа Фейгенбаума и сравниваются полученные результаты с теоретическим значением.

Кроме лабораторных работ в практикуме рассмотрены следующие вопросы. Во-первых, введено понятие амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) линейных цепей через спектральные плотности входного и выходного сигналов и указаны способы измерения АЧХ. В качестве примера дано краткое описание прибора типа Х1-54 и методики его использования. Во-вторых, описаны различные способы визуализации электрических колебаний (с помощью электронно-лучевых трубок и жидкокристаллических дисплеев), приведено краткое описание цифрового осциллографа типа GDS-840С и порядка его использования в лаборатории.

В разработке лабораторного практикума участвовали сотрудники кафедры радиоэлектроники радиофизического факультета Томского государственного университета: Владимиров С.Н. («Преобразование частоты и основы супергетеродинного приёма», «Динамические системы с запаздывающей обратной связью», «Генератор хаотических колебаний», «Амплитудно-частотные характеристики радиоцепей: понятие и принцип измерения»), Дейкова Г.М. («Амплитудная модуляция и детектирование АМ-колебаний»), Журавлёв В.А. («Визуализация электрических сигналов»), Майдановский А.С. («Исследование RC-автогенератора низкой частоты», «Динамические системы с запаздывающей обратной связью», «Явление синхронизации и резонанс второго рода»), Мещеряков В.А. («Исследование блокинг-генератора»), Новиков С.С. («Угловая модуляция и детектирование частотно-модулированных колебаний», «Вынужденные колебания в нелинейном контуре», «Колебательные процессы в системе связанных СВЧ-автогенераторов»).

Замечания и предложения по совершенствованию практикума просим направлять по адресу: 634050, г. Томск, Томский государственный университет, радиофизический факультет, кафедра радиоэлектроники.

*Авторы*

# **АМПЛИТУДНАЯ МОДУЛЯЦИЯ И ДЕТЕКТИРОВАНИЕ АМПЛИТУДНО- МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ**

## **1. Цель работы**

Изучение процессов получения амплитудно-модулированных радиосигналов;

изучение принципов детектирования амплитудно-модулированных сигналов.

## **2. Задание**

**2.1.** При подготовке к работе изучить следующие теоретические вопросы:

2.1.1. Временное и спектральное описание амплитудно-модулированных (АМ) сигналов;

2.1.2. Способы получения амплитудно-модулированных сигналов;

2.1.3. Работа резонансного усилителя в нелинейном режиме;

2.1.4. Модулятор на основе резонансного усилителя;

2.1.5. Детектирование АМ-сигналов диодными детекторами и детекторами на операционных усилителях.

**2.2.** Исследовать резонансный усилитель на биполярном транзисторе в линейном и нелинейном режимах работы:

2.2.1. Выбрать оптимальный режим работы модулятора, осуществить амплитудную модуляцию и определить основные характеристики модулятора;

2.2.2. Экспериментально исследовать детектирование амплитудно-модулированных сигналов двухтактным детектором на операционных усилителях.

### 3. Теоретическая часть

#### 3.1. Особенности преобразования сигналов в нелинейных четырехполюсниках

Электрическая цепь, содержащая хоть один нелинейный элемент – резистор, катушку индуктивности, конденсатор, – является *нелинейной*, так как связь между током и действующими в цепи ЭДС становится нелинейной. Использование нелинейных цепей в радиотехнических схемах позволяет осуществлять целый ряд практически важных преобразований входных сигналов, таких как выпрямление переменных напряжений, умножение частоты, модуляция амплитуды, преобразование частоты, детектирование, которые широко используются для передачи и приема аналоговых сигналов.

В соответствии с двумя способами описания аналоговых сигналов – временным  $u(t)$  и спектральным (в виде суммы гармонических составляющих) – существуют два метода анализа *линейных* четырехполюсников – во временной и частотной областях.

Прохождение гармонического сигнала через простейший *нелинейный* резистивный четырехполюсник приводит к искажению временной зависимости (формы) тока в цепи и напряжения на выходе, что со спектральной точки зрения означает *обогащение* спектра тока в цепи и изменение спектра выходного напряжения (см. описание к работе «Выпрямление» [1]). Обогащение спектра тока в нелинейных цепях по сравнению со спектрами входных воздействий является *особенностью* нелинейных цепей, отличающей их от обычных линейных цепей. Эта особенность приводит к тому, что в нелинейных цепях *не* выполняется принцип суперпозиции (наложения), поскольку ток в таких цепях  $i(t)$  при действии в них *суммы* сигналов  $u(t) = \sum u_k(t)$  *не* равен сумме токов  $i_k(t)$  от каждого сигнала  $U_k(t)$ , взятого по отдельности. Значит, для нелинейных цепей и нелинейных четырехполюсников спектральный (частотный) метод анализа *неприменим*.

Во временной области анализ нелинейных цепей, содержащих реактивные элементы (конденсаторы, катушки), сводится к решению нелинейных дифференциальных уравнений, которые часто допускают только численное решение. Поэтому приходится прибегать к приближенным аналитическим методам анализа таких цепей, которые выделяют только главные особенности решения задачи и пренебрегают второстепенными эффектами.

В частности, существуют нелинейные цепи, содержащие нелинейные резисторы и линейные реактивные элементы – конденсаторы или катушки (частотно-избирательные элементы). В таких случаях можно **выделить** нелинейную часть цепи, состоящую из нелинейного резистора и источника (источников) сигнала, и оставшуюся линейную часть – из реактивных элементов, считая эти части цепи **независимыми**. Тогда нелинейную часть цепи можно рассматривать как некоторый **новый** источник сигнала с более сложным спектром, а для второй – линейной части – справедлив принцип суперпозиции. При этом возможно использовать частотный метод анализа для **всей** нелинейной цепи.

В этом приближении нелинейная часть цепи (схемы) изменяет только **спектр** действующих входных сигналов, **обогащая** его в соответствии с характером нелинейности ВАХ используемого резистора. Эту часть можно назвать нелинейным преобразователем (НП).

Линейная часть цепи (схемы) – линейный преобразователь (ЛП) – является **фильтром**. Это значит, что на выходе схемы будут существовать только те спектральные составляющие выходного напряжения НП, которые прошли через заданный фильтр. Поэтому остальные гармонические составляющие спектра сигнала на выходе НП при анализе всей схемы можно не учитывать заранее, что упрощает анализ. Функциональная схема таких устройств показана на рис. 1.

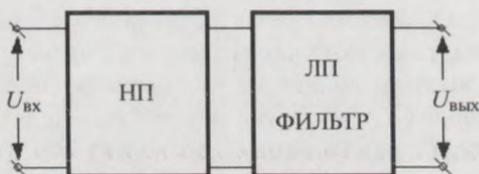


Рис. 1. Функциональная схема нелинейного четырехполюсника

Удобство использования частотного метода анализа подобных нелинейных четырехполюсников обусловлено тем, что спектр сигнала на выходе нелинейного преобразователя вычислить проще при различных входных сигналах, чем определить искажение их формы. Очевидно, алгоритм частотного метода анализа состоит из **двух** этапов. На первом этапе нужно найти обогащенный спектр тока на выходе НП. Для этого используемый участок графически заданной вольтамперной характеристики (ВАХ) нелинейного резистора (диода или транзистора) необхо-

димо описать приближенным аналитическим выражением, то есть аппроксимировать *рабочий участок* ВАХ. После этого в соответствии с нужным преобразованием входного сигнала необходимо выбрать фильтр, который должен выделить только полезные составляющие из сложного спектра сигнала на выходе НП.

Преобразование сигналов в нелинейных четырехполюсниках определяется *передаточной* характеристикой – зависимостью величины *полезного* эффекта на выходе от определяющих этот эффект параметров входного сигнала. В тех случаях, когда эта зависимость линейная, считается, что преобразование *линейное*, хотя само возникновение полезного эффекта на выходе обусловлено нелинейными явлениями в четырехполюснике. Поэтому существуют понятия линейного детектирования, линейного преобразования частоты, линейной модуляции.

Мы используем описанный приближенный метод для анализа амплитудного модулятора и детектора амплитудно-модулированных сигналов.

### 3.2. Виды модуляции электрических сигналов.

#### Амплитудная модуляция

Большинство физических процессов наиболее просто преобразуются в электрические сигналы с помощью различных датчиков: например, речь и музыка – с помощью микрофона, изображение – с помощью электронно-лучевой трубки, температура – с помощью терморезистора и т.д. Так как параметры электрических сигналов на выходе датчиков аналогичны соответствующему физическому процессу, то сигналы называются аналоговыми. Очевидно, что это всегда информационные (информативные) сигналы. Особенность информативных сигналов состоит в том, что они относительно медленно меняются со временем, поэтому их спектры содержат достаточно низкие частоты. В свободное пространство могут эффективно излучаться только электромагнитные волны высоких частот. Поэтому для беспроводной передачи информации на большие расстояния используется модуляция.

*Модуляцией* называется процесс наложения информации, содержащейся в аналоговом сигнале, на один из *параметров* другого – высокочастотного – колебания, которое используется для переноса информации. При этом информационный сигнал называется модулирующим, а переносчик информации – несущим. Устройство, в котором осуществ-

ляется модуляция, называется модулятором, сигнал на выходе модулятора – радиосигналом.

В качестве несущего чаще всего используется гармоническое высокочастотное колебание

$$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Гармоническое колебание полностью определяется тремя параметрами (константами):  $U_m$  – амплитудой,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – угловой частотой ( $f_0$  – линейная частота) и  $\varphi_0$  – начальной фазой. Поэтому возможны три типа модуляции несущего колебания – амплитудная модуляция (АМ), частотная модуляция (ЧМ) и фазовая модуляция (ФМ). При любом виде модуляции соответствующий параметр несущего колебания меняется по закону информативного сигнала. Таким образом, существуют амплитудно-модулированные, частотно-модулированные и фазово-модулированные радиосигналы.

### 3.2.1. Временное описание амплитудной модуляции

Задача получения амплитудно-модулированного сигнала формулируется так: имеется высокочастотное несущее колебание (1), созданное местным генератором, и медленно меняющийся по сравнению с несущим колебанием модулирующий сигнал  $u_\Omega(t)$ . Требуется получить высокочастотный сигнал с амплитудой, изменяющейся по закону  $u_\Omega(t)$ .

Из определения АМ-сигнала следует, что во временной области его можно описать выражением

$$u_{\text{АМ}}(t) = (U_m + b u_\Omega(t)) \cos \omega_0 t = U_m(t) \cos \omega_0 t, \quad (2)$$

где  $b$  – некоторый коэффициент, описывающий эффективность модуляции, а  $U_m(t) = (U_m + b u_\Omega(t))$  – амплитуда модулированного сигнала. Поскольку в качестве модулирующих сигналов выступают аналоговые сигналы, имеющие сложный спектр, то трудно описать модуляцию в общем виде. Анализ особенностей модуляции проще провести, используя в качестве модулирующего сигнала гармонический сигнал относительно низкой частоты, который можно рассматривать как отдельную гармоническую *составляющую* спектра сложного информационного сигнала, то есть

$$u_\Omega(t) = U_{m\Omega} \cos \Omega t, \quad (3)$$

где  $U_{m\Omega}$  и  $\Omega$  – амплитуда и частота этой составляющей. Очевидно, при модуляции всегда выполняется условие  $\Omega \ll \omega_0$ .

Если  $u_{\Omega}(t)$  определяется формулой (3), то модулированное колебание (2) опишется выражением

$$u_{AM}(t) = U_m \left(1 + b \frac{U_{m\Omega}}{U_m} \cos \Omega t\right) \cos \omega_0 t = U_m (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t = U_m(t) \cos \omega_0 t, \quad (4)$$

где  $U_m(t) = U_m (1 + m \cos \Omega t)$  – амплитуда модулированного колебания, а величина  $m = b U_{m\Omega} / U_m$  – коэффициент модуляции. Амплитуда модулированного колебания  $U_m(t)$  меняется относительно амплитуды несущей  $U_m$  тем сильнее, чем больше  $m$ , то есть коэффициент модуляции определяет глубину модуляции.

На рис. 2, а, б и в приведены временные изображения низкочастотного модулирующего сигнала (3), несущего колебания (1) и амплитудно-модулированного сигнала (4) соответственно. Как видно из кривых а и в, амплитуда модулированного сигнала пропорциональна **мгновенно** значению модулирующего колебания  $u_{\Omega}(t)$ . Если обозначить максимальную амплитуду модулированного сигнала –  $A$ , а минимальную его амплитуду –  $B$ , то коэффициент модуляции можно выразить через эти два значения:

$$m = \frac{A - B}{A + B} 100\%. \quad (5)$$

Из временных изображений сигналов на входе и выходе модулятора следует, что модулированный сигнал по форме искажен относительно и модулирующего, и несущего колебаний. Искажение формы модулированного сигнала означает, что его спектр изменился по сравнению со спектрами входных колеба-

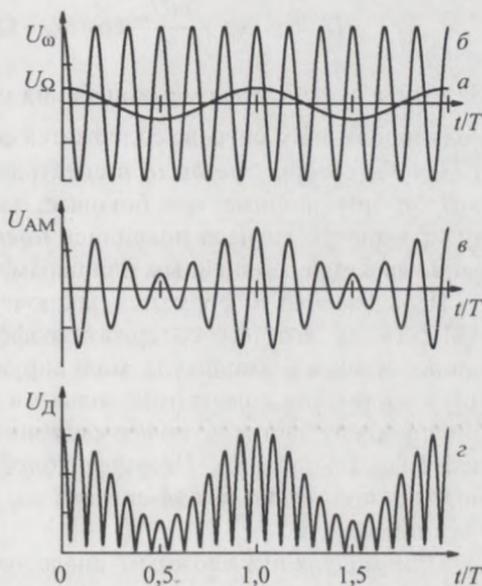


Рис. 2. Осциллограммы напряжений: а и б – на входе модулятора; в – на выходе модулятора

ний, так как между временным и спектральным описанием сигналов существует однозначная связь, определяемая преобразованиями Фурье.

### 3.2.2. Спектральное описание амплитудно-модулированных сигналов

Рассмотрим амплитудную модуляцию со спектральной точки зрения, то есть как преобразование *спектра* входных сигналов модулятором. Спектры несущего и модулирующего сигналов согласно выражениям (1) и (3) содержат по одной гармонической составляющей на частотах  $\omega_0$  и  $\Omega$  соответственно. Спектр модулированного сигнала можно найти из выражения (4), раскрыв скобки и используя формулу для произведения косинусов:

$$\begin{aligned} u_{\text{AM}}(t) &= U_m (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t = U_m \cos \omega_0 t + m U_m \cos \Omega t \cos \omega_0 t = \\ &= U_m \cos \omega_0 t + \frac{m U_m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t + \frac{m U_m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t. \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) следует, что кроме колебания с несущей частотой  $\omega_0$  в спектре модулированного сигнала содержатся составляющие с частотами  $\omega_0 + \Omega$  и  $\omega_0 - \Omega$ , которых *не было* в спектрах входных сигналов модулятора. Это комбинационные, или боковые, частоты. Поскольку в спектре модулированного сигнала появились *новые* составляющие, значит, модуляция является нелинейным или параметрическим преобразованием.

Передаваемая информация заключена в тех составляющих спектра АМ-сигнала, которые содержат коэффициент модуляции, так как он пропорционален амплитуде модулирующего колебания. Как видно из (6), информация содержится только в амплитудах составляющих комбинационных частот. С информационной точки зрения оба боковых колебания равноправны. Несущее колебание информации не содержит, поэтому при передаче АМ-сигнала его присутствие в спектре энергетически невыгодно.

При модуляции сложным аналоговым сигналом, представляющим собой сумму гармонических составляющих с частотами  $\Omega_i$ , модулированный сигнал согласно (4) запишется в виде

$$u_{\text{AM}}(t) = U_m (1 + m_1 \cos \Omega_1 t + m_2 \cos \Omega_2 t + m_3 \cos \Omega_3 t + \dots) \cos \omega_0 t,$$

где коэффициенты  $m_1$ ,  $m_2$  и т. д. называются парциальными коэффициентами модуляции.

На рис. 3 изображены спектры: *a* – сигналов на входе модулятора, *b* – сигнала на выходе модулятора при модуляции гармоническим сигналом с частотой  $\Omega$ , *в* – сигнала на выходе модулятора при модуляции сложным информационным сигналом.

Из рис. 3, *в* следует, что при модуляции сложным сигналом спектр модулированного сигнала состоит из двух боковых *полос*. Ширина спектра АМ-сигнала определяется наиболее высокими частотами спектральных составляющих модулирующего сигнала и равна  $2\Omega_{\max}$ .

Для уменьшения ширины спектра АМ-сигнала желательно освободиться от одной из боковых полос и сигнала на несущей частоте. Однако на практике используются все три вида амплитудной модуляции: двухполосная с несущей, двухполосная без несущей (балансная), однополосная с подавлением несущей и одной из боковых полос.

Как видно из рис. 3, со спектральной точки зрения амплитудная модуляция состоит в *переносе спектра* информационной сигнала  $u_{\Omega}(t)$  из низкочастотной области  $\Omega_i$  в область высоких частот несущего колебания  $\omega_0$ . Перенос спектра сигнала по шкале частот – одна из важнейших операций, выполняемых в радиотехнике. Этот перенос может быть линейным и нелинейным. При *линейном* переносе соотношения между амплитудами и фазами гармонических составляющих спектров входного и выходного сигналов сохраняются. При *нелинейном* переносе эти внутриспектральные соотношения нарушаются, что приводит к искажению передаваемой информации.

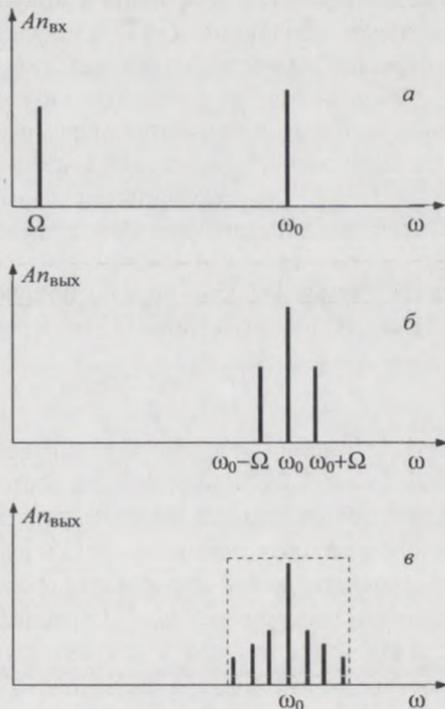


Рис. 3. Амплитудные спектры: *a* – сигналов на входе модулятора, *b* – сигнала на выходе модулятора, *в* – на выходе модулятора при модуляции сложным сигналом

### 3.2.3. Способы получения амплитудной модуляции

Рассмотрим способы получения амплитудной модуляции и возможные схемы модуляторов. Из временного описания АМ-сигнала (4) следует, что для его получения в модуляторе, на вход которого поступают низкочастотный сигнал (3) и несущее колебание (1), нужно выполнить операцию умножения этих сигналов и сложить с несущим колебанием.

Умножение произвольных сигналов  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$  выполняется в схемах, которые называются перемножителями напряжений. На выходе идеального перемножителя сигнал описывается выражением  $u_{\text{вых}}(t) = b s_1(t) s_2(t)$ , где коэффициент  $b$  учитывает эффективность операции. Очевидно, что при этом спектр выходного сигнала изменяется по сравнению со спектрами входных воздействий. Действительно, если умножить гармоническую составляющую спектра информативного сигнала (3) на несущее колебание (1), то в результате получится

$$u(t)u_{\Omega}(t) = \frac{U_m U_{m\Omega}}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t + \frac{U_m U_{m\Omega}}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t. \quad (7)$$

Из (7) видно, что при перемножении двух гармонических сигналов спектр выходного напряжения состоит тоже из *двух* гармонических составляющих, однако их частоты равны сумме и разности частот входных сигналов, а именно:  $\omega_0 + \Omega$  и  $\omega_0 - \Omega$ . Амплитуды колебаний комбинационных частот пропорциональны амплитуде модулирующего колебания, а частоты при  $\omega_0 \gg \Omega$  расположены в высокочастотной области. Отсюда следует, что в результате перемножения все низкочастотные составляющие спектра аналогового сигнала  $\Omega_i$  будут перенесены в *высокочастотную* область. Значит, любой перемножитель напряжений может использоваться как АМ-модулятор.

Спектр сигнала на выходе перемножителя (см. формулу (7)) отличается от спектра АМ-сигнала (5) отсутствием колебания с несущей частотой. Поэтому перемножители могут быть использованы в качестве модуляторов для получения балансно-модулированного сигнала. Отсутствие составляющей с несущей частотой в спектре балансно-модулированного сигнала позволяет уменьшить мощность передающего устройства примерно на 60%, что выгодно для передачи такого сигнала. Однако детектирование АМ-сигналов без колебания с несущей частотой невозможно, как это будет показано ниже. При передаче АМ-сигнала без несущей в приемном устройстве необходимо восстановить колебание несущей частоты, синфазное с исходным несущим сигналом, что явля-

ется нелегкой задачей. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать схемы модуляторов с сохранением несущей на их выходе.

Поскольку на выходе перемножителя (7) появляются *новые* гармонические составляющие, то умножение может быть выполнено в нелинейных или параметрических цепях. Перемножение сигналов на основе параметрического резистора часто используется при переносе спектра радиосигналов из одной области частот в другую и подробно рассмотрено в описании к работе «Преобразование частоты».

В настоящей работе рассмотрим перемножение сигналов на основе *нелинейных* резисторов. Оно может быть выполнено с помощью ряда таких операций: сложение сигналов  $s_1(t) + s_2(t)$ , возведение их суммы в квадрат  $(s_1(t) + s_2(t))^2 = s_1^2 + s_2^2 + 2s_1s_2$  и освобождение от ненужных продуктов преобразования  $s_1^2$  и  $s_2^2$  с помощью фильтра. Очевидно, что для выполнения первых двух операций нужен нелинейный резистор с вольтамперной характеристикой (ВАХ), имеющей квадратичный участок. Этим требованиям удовлетворяет и диод, и биполярный транзистор. Действительно, на рис. 4, б показана ВАХ полупроводникового германиевого диода, где  $U_{\text{пор}} \approx 0,2$  В – пороговое напряжение на  $p-n$ -переходе. На рис. 4, а приведена статическая проходная характеристика кремниевого биполярного  $n-p-n$ -транзистора  $I_K(U_{\text{бэ}})$ , то

есть зависимость тока *через* транзистор от постоянного напряжения на первом (эмиттерном) переходе, когда на транзистор подано положительное напряжение  $U_{\text{кэ}} > 0,5$  В. Эта характеристика отражает хорошо известный факт, что при всех  $U_{\text{бэ}} < U_{\text{бэ,пор}} \approx 0,6$  В, когда первый переход заперт, коллекторный ток мал (так как это обратный ток запертого коллекторного перехода) и транзистор находится

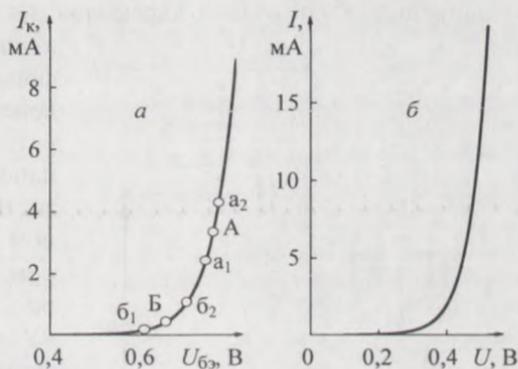


Рис. 4. Проходная характеристика биполярного транзистора (а); ВАХ диода (б)

в режиме *отсечки* (см. описание к работе «Мультивибратор на транзисторах» в [1]). Когда  $U_{\text{бэ}}$  превышает пороговое напряжение, первый переход *открывается*, эмиттерный и коллекторный токи резко растут при

незначительном увеличении напряжения  $U_{бэ}$ , и транзистор переходит в активный режим. При этом и в режиме отсечки, и в активном режиме  $I_k$  практически *не* зависит от напряжения на коллекторе, то есть управляет током через транзистор напряжение на первом переходе. На рис. 4, а приведена проходная характеристика кремниевого транзистора типа КТ315 при его включении по схеме с общим эмиттером. Сравнение ВАХ диода с проходной характеристикой биполярного транзистора показывает, что они похожи и обе имеют хорошо выраженный *квадратичный* участок в области порогового напряжения, где существует крутой изгиб этих характеристик. Значит, эти *оба* полупроводниковых прибора могут использоваться в качестве нелинейных резисторов в функциональной схеме рис. 1 для *одних и тех же* нелинейных преобразований сигналов. Только эффективность преобразований с использованием транзистора будет всегда выше, поскольку транзистор обычно включается в схему усилителя, так что результат преобразования сигналов первым переходом транзистора за счет усиления увеличивается.

### 3.2.4. Модулятор АМ-сигналов на основе резонансного усилителя

Амплитудная модуляция может осуществляться с использованием нелинейности проходной характеристики транзистора, а именно, при *нелинейном* усилении *суммы* информативного сигнала и несущего колебания. Прежде чем рассмотреть работу такого модулятора, напомним некоторые свойства резистивного усилителя на биполярном транзисторе с общим эмиттером, схема которого приведена на рис. 5 (см. описание к работе «Усилитель на биполярном транзисторе» в [1]). Из-за нелинейности проходной характеристики транзистора в схемах усилителей возможно линейное и нелинейное усиление.

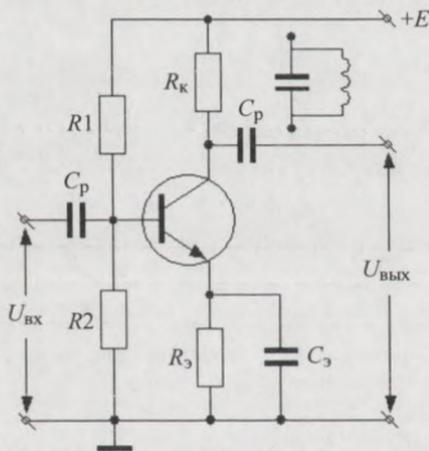


Рис. 5. Схема усилителя на биполярном  $n-p-n$ -транзисторе

Из-за нелинейности проходной характеристики транзистора в схемах усилителей возможно линейное и нелинейное усиление.

*Линейное усиление* существует, когда рабочая точка транзисто-

ра А выбрана на линейном участке проходной характеристики рис. 4, а. Тогда постоянное напряжение на базе  $U_{бз} > U_{бз,пор}$ , а входной сигнал, поступающий на первый переход –  $u_{вх}(t) = u_{бз}(t)$ , – мал, то есть не выходит за пределы линейного участка этой характеристики. В этом случае **рабочий** участок характеристики ( $a_1a_2$ ) – линейный и **изменение** коллекторного тока  $i_k(t)$ , вызванное сигналом, **повторяет** форму  $u_{вх}(t)$ . Это описывается линейным соотношением  $i_k(t) = su_{вх}(t)$ , где  $s$  – крутизна рабочего участка ( $a_1a_2$ ). Поэтому изменение выходного напряжения также линейно связано с сигналом  $u_{вх}(t)$ , поскольку в резисторном усилителе выходное напряжение (см. рис. 5)

$$u_{вых}(t) = -i_k(t)R_k = -sR_k u_{вх}(t) = K u_{вх}(t),$$

где  $K = -sR_k$  – коэффициент усиления.

Очевидно, при уменьшении постоянного напряжения на базе  $U_{бз}$ , когда рабочая точка смещается к  $U_{бз,пор}$ , рабочий участок характеристики становится нелинейным,  $i_k(t)$  **не** повторяет форму входного сигнала и возникают нелинейные искажения тока. Более того, при  $U_{бз} \approx U_{бз,пор}$ , когда отрицательные полупериоды входного сигнала попадают в область отсечки, ток коллектора  $i_k(t)$  представляет собой положительные косинусоидальные **импульсы**, существующие только в течение половины периода входного сигнала (см. описание к работе «Выпрямление» в [1]). В этом случае угол отсечки тока примерно равен  $90^\circ$ . Так как напряжение на выходе резисторного усилителя повторяет временную зависимость коллекторного тока ( $u_{вых}(t) = -i_k(t)R_k$ ), то оно тоже будет искажено. Нелинейные искажения  $u_{вых}(t)$  – вредный эффект в усилителях.

Линейные усилители имеют невысокие энергетические показатели, так как мощность, отдаваемая в нагрузку переменной составляющей тока, меньше мощности, потребляемой от источника питания. С энергетической точки зрения более выгодным является режим работы транзистора с отсечкой коллекторного тока, то есть работа усилителя в нелинейном режиме.

**Нелинейное усиление** существует, когда рабочая точка транзистора Б специально выбрана на нелинейном участке проходной характеристики  $I_k(U_{бз})$ . В этом случае рабочий участок ( $b_1b_2$ ) – нелинейный даже для малого входного сигнала  $u_{вх}(t)$  и его нужно аппроксимировать полиномом более высокой степени, чем первая. Для определенности и упрощения анализа нелинейного усиления будем описывать рабочий участок полиномом второй степени, то есть

$$i_k(t) = s_1 u_{\text{вх}}(t) + s_2 u_{\text{вх}}^2(t), \quad (8)$$

где  $s_1$  и  $s_2$  – коэффициенты аппроксимации. Очевидно, что при этом изменение коллекторного тока, вызванное сигналом,  $-i_k(t)$  будет искажено. Появление нелинейных искажений  $i_k(t)$  означает, что спектр коллекторного тока будет содержать новые составляющие по сравнению со спектром  $u_{\text{вх}}(t)$ . Из этого набора спектральных составляющих тока **для усиления** полезны только те, которые были в спектре  $u_{\text{вх}}(t)$ . Поэтому для выделения полезных гармонических составляющих в нелинейных усилителях используются фильтры, полоса пропускания которых совпадает с шириной спектра усиливаемого сигнала. При этом условии на выходе усилителя будут отсутствовать ненужные составляющие спектра тока.

Таким образом, в нелинейных усилителях входной сигнал **сначала** изменяется по форме (искажается), а **затем** из сложного спектра этого сигнала фильтром выделяются только спектральные составляющие входного сигнала  $u_{\text{вх}}(t)$  с увеличенными амплитудами. Конечный результат преобразования описывается  $u_{\text{вых}}(t) = K u_{\text{вх}}(t)$ , как и для линейного усилителя. Функциональная схема нелинейного усилителя совпадает с рис. 1.

Нелинейное усиление широко используется в узкополосных усилителях, когда спектр входного сигнала расположен около достаточно высокой частоты, а отношение полосы усиления к средней частоте много меньше единицы  $\Delta f/f \ll 1$ . В таких усилителях в качестве коллекторной нагрузки ставят фильтры, содержащие колебательные контуры. В простейшем случае ставится одиночный параллельный колебательный  $LC$ -контур, сопротивление которого на частоте контура максимально, имеет активный характер и равно  $R_{\text{рез}} = L/Cr$ , где  $r$  – сопротивление потерь контура. Если такой контур поставить вместо резисторной нагрузки транзистора  $R_k$  в схеме рис. 5, то получится узкополосный усилитель высокой частоты. При малых потерях в контуре амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) усилителя определяется частотными характеристиками контура. А именно, коэффициент усиления зависит от частоты по резонансному закону с максимумом на резонансной частоте контура, а полоса усиления определяется добротностью контура. Такие усилители называют резонансными. Полоса резонансных усилителей может быть расширена подключением параллельно контуру шунтирующего резистора.

**Нелинейный резонансный** усилитель может работать как амплитудный модулятор, что с физической точки зрения понятно. Действительно, при подключении на вход усилителя кроме несущего колебания еще низкочастотного модулирующего сигнала напряжение на базе транзистора меняется по закону  $u_{бэ}(t) = U_{бэ} + u_{\Omega}(t) + u(t)$ . Это приводит к тому, что со временем рабочая точка (точка Б) под действием модулирующего напряжения движется по проходной характеристике транзистора. При этом изменяется коэффициент усиления **мгновенных** значений высокочастотного сигнала  $u(t)$ , что и приводит к амплитудной модуляции.

Проведем расчет модулятора при модуляции одной составляющей спектра информационного сигнала (3). На входе схемы при этом сигнал описывается выражением

$$u_{вх}(t) = U_{m\Omega} \cos \Omega t + U_m \cos \omega_0 t. \quad (9)$$

Найдем изменение коллекторного тока  $i_k(t)$ , вызванное входным сигналом (9), используя аппроксимацию рабочего участка проходной характеристики транзистора выражением (8):

$$\begin{aligned} i_k(t) &= s_1 u_{вх}(t) + s_2 U_{m\Omega}^2 \cos^2 \Omega t + s_2 U_m^2 \cos^2 \omega_0 t + 2s_2 U_m U_{m\Omega} \cos \Omega t \cos \omega_0 t = \\ &= s_1 (U_{m\Omega} \cos \Omega t + U_m \cos \omega_0 t) + s_2 U_{m\Omega}^2 \frac{1}{2} (1 + \cos 2\Omega t) + s_2 U_m^2 \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega_0 t) + \\ &\quad + s_2 U_{m\Omega} U_m [\cos(\omega_0 + \Omega)t + \cos(\omega_0 - \Omega)t]. \end{aligned} \quad (10)$$

Правая часть выражения (10) описывает обогащенный транзистором спектр коллекторного тока. Спектр содержит составляющие с низкими частотами  $\Omega$  и  $2\Omega$ , а также четыре высокочастотных колебания с частотами:  $\omega_0$ ,  $2\omega_0$ ,  $\omega_0 - \Omega$  и  $\omega_0 + \Omega$ . Последние две составляющие имеют комбинационные частоты, а их амплитуды пропорциональны амплитуде модулирующего сигнала  $U_{m\Omega}$ , то есть это информационные составляющие спектра тока. Для получения АМ-сигнала полезными составляющими спектра являются только **три**:  $\omega_0$ ,  $\omega_0 - \Omega$  и  $\omega_0 + \Omega$ . Все они высокочастотные и их нетрудно выделить полосовым фильтром или параллельным колебательным контуром, настроенным на частоту несущей  $\omega_0$ . При этом полоса усиления схемы должна быть шире  $2\Omega$ . АЧХ идеального полосового фильтра показана на рис. 3, в пунктирной линии. Так как полоса пропускания контура должна быть шире  $2\Omega$ , можно считать, что и для комбинационных колебаний сопротивление контура примерно равно  $R_{рез}$ . В этом случае, используя полученный спектр тока

(10), можно записать напряжение на выходе модулятора в виде суммы только трех составляющих с частотами:  $\omega_0$ ,  $\omega_0 - \Omega$  и  $\omega_0 + \Omega$ , что дает

$$u_{\text{вых}}(t) = R_{\text{рез}} s_1 U_m \left[ 1 + \frac{2s_2}{s_1} U_{m\Omega} \cos \Omega t \right] \cos \omega_0 t = U_m(t) \cos \omega_0 t. \quad (11)$$

Сравнение выражения (11) с формулой для АМ-сигнала (4) показывает, что на выходе схемы появляется высокочастотный сигнал, амплитуда которого при условии  $\Omega \ll \omega_0$  медленно меняется по закону информационного сигнала (3). Коэффициент модуляции  $m = 2s_2 U_{m\Omega} / s_1$  пропорционален коэффициенту при квадратичном члене в аппроксимации рабочего участка проходной характеристики транзистора  $s_2$ , значит, модуляция – продукт нелинейного преобразования. Коэффициент модуляции пропорционален также **амплитуде** модулирующего сигнала. Это значит, что модулятор с квадратичной характеристикой нелинейного резистора обеспечивает амплитудную модуляцию несущего колебания **без нелинейных** искажений. Расчет показывает, что если при аппроксимации рабочего участка проходной характеристики транзистора учесть более высокие степени полинома, то возникнут нелинейные искажения.

Рассмотренный способ амплитудной модуляции называется базовой модуляцией, или модуляцией смещением. **Основной** характеристикой такого модулятора является **статическая** модуляционная характеристика – зависимость амплитуды напряжения на коллекторе на резонансной частоте усилителя от **постоянного** напряжения на базе, то есть  $u_{\text{вых}}(U_{бз})$ . Характеристика снимается экспериментально при фиксированной амплитуде несущего колебания на входе усилителя и выключенном модулирующем сигнале. Для отсутствия нелинейных искажений при модуляции эта характеристика должна быть линейной. Поэтому по статической модуляционной характеристике определяется **линейный** режим модулятора. Для этого: выделяется линейный участок характеристики, находится постоянное напряжение на базе, соответствующее середине этого участка, и определяется максимальная амплитуда модулирующего напряжения, при которой модулирующий сигнал не должен выходить за пределы линейного участка. Только при таком выборе режима рассмотренный модулятор обеспечивает амплитудную модуляцию практически без нелинейных искажений.

### 3.3. Детектирование АМ-сигналов

Детектирование является процессом, обратным модуляции, поэтому часто называется демодуляцией.

Действительно, с *временной* точки зрения на выходе детектора из модулированного сигнала, поступающего на его вход (рис. 2, в), должен быть получен информационный сигнал (рис. 2, а). Из временных диаграмм видно, что во входном сигнале низкочастотный сигнал содержится в неявном виде – в изменении амплитуды несущего колебания. Поэтому с временной точки зрения детектирование сводится к *выпрямлению* несущего колебания с текущей амплитудой  $U_m(t)$ . Это значит, что схемы детекторов АМ-сигналов должны совпадать с разнообразными схемами выпрямителей. Только фильтр нижних частот на выходе детектора необходимо рассчитать так, чтобы его полоса включала *весь* спектр модулирующего сигнала.

Со *спектральной* точки зрения (рис.3) входной сигнал детектора состоит из суммы трех высокочастотных составляющих (рис. 3, б) и в его спектре нет колебания низкой частоты  $\Omega$ , которое должно быть получено на выходе детектора (рис. 3, а)). Поэтому со спектральной точки зрения детектирование – это *перенос спектра* АМ-сигнала из высокочастотной области в область частот исходного информативного сигнала. Для переноса спектра в детекторе нужно выполнить *перемножение* гармонических составляющих входного сигнала так, чтобы среди новых комбинационных частот появилась низкая частота  $\Omega$ . Это возможно только при наличии на входе детектора составляющей с несущей частотой  $\omega_0$ , так как  $\Omega$  образуется разностью частот несущего колебания и одного из боковых:  $\Omega = \omega_0 - (\omega_0 - \Omega)$  или  $\Omega = \omega_0 - (\omega_0 + \Omega)$ . Значит, детектирование АМ-сигналов может быть выполнено в различных схемах перемножителей напряжений.

Таким образом, функциональная схема детектора совпадает с рис. 1. По типу нелинейного преобразователя амплитудные детекторы делятся на диодные, транзисторные и схемы на операционных усилителях.

#### 3.3.1. Диодные детекторы АМ-сигналов

Диодные демодуляторы имеют простые схемы и поэтому используются часто. Эти схемы могут быть одноктактными и двухтактными.

Схема одноктактного диодного детектора с последовательным включением диода и нагрузки показана на рис. 6 и совпадает со схемой од-

нополупериодного выпрямителя (см. описание к работе «Выпрямление» в [1]). Нелинейный преобразователь образован диодом и источником входного модулированного сигнала;  $R_H$  и  $C_\Phi$  образуют фильтр нижних частот.

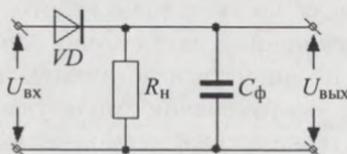


Рис. 6. Схема одноконтного диодного детектора

Обычно входной АМ-сигнал достаточно мал, то есть его амплитуда сравнима с размером участка, где ВАХ диода имеет крутой изгиб. Этот участок можно аппроксимировать полиномом второй степени (8). Если на диод действует АМ-сигнал (4), то ток через диод из (8)

$$\begin{aligned} i(t) &= s_1 U_m(t) \cos \omega_0 t + s_2 U_m(t)^2 \cos^2 \omega_0 t = \\ &= s_1 U_m(t) \cos \omega_0 t + \frac{s_2 U_m^2(t)}{2} (1 + \cos 2\omega_0 t) = \\ &= s_1 U_m(t) \cos \omega_0 t + s_2 \frac{U_m^2(t)}{2} \cos 2\omega_0 t + s_2 \frac{U_m^2(t)}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $U_m(t) = U_m(1 + m \cos \Omega t)$ .

Правая часть выражения (12) описывает обогащенный с помощью диода спектр тока в цепи. Первые два слагаемых этого спектра – высокочастотные составляющие, их можно при анализе заранее отбросить, так как на выходе фильтра низких частот их не будет. Напряжение на выходе фильтра определяется третьим слагаемым правой части выражения (12), которое может быть записано в виде суммы гармонических колебаний после подстановки в него  $U_m(t)$  и использования формулы для квадрата косинуса. Тогда напряжение на выходе детектора

$$\begin{aligned} u_H(t) &= i(t)R_H = R_H \frac{s_2 U_m^2}{2} (1 + m \cos \Omega t)^2 = \\ &= R_H \frac{s_2 U_m^2}{2} \left(1 + \frac{m^2}{2}\right) + s_2 R_H U_m^2 m \cos \Omega t + s_2 R_H U_m^2 \frac{m^2}{2} \cos 2\Omega t = \\ &= U_0 + U_{m\Omega} \cos \Omega t + U_{m2\Omega} \cos 2\Omega t. \end{aligned}$$

Здесь  $U_0$  – постоянная составляющая напряжения, от которой легко избавиться с помощью разделительного конденсатора,  $U_{m\Omega} = s_2 R_n U_m^2 m$  – амплитуда колебания с частотой модулирующего сигнала  $\Omega$  есть **полезный** эффект преобразования,  $U_{m2\Omega} = s_2 R_n U_m^2 \frac{m^2}{4}$  – амплитуда **второй** гармоники сигнала  $2\Omega$ , от которой нельзя избавиться, так как она может содержаться в спектре информационного сигнала, занимающего конечную полосу ( $\Omega_{\max} - \Omega_{\min}$ ).

Амплитуда первой гармоники модулирующего сигнала  $U_{m\Omega}$  пропорциональна коэффициенту при квадратичном члене в аппроксимации рабочего участка ВАХ диода  $s_2$ , значит, демодуляция – продукт нелинейного преобразования. Наличие второй гармоники модулирующего сигнала определяет **нелинейные** искажения при диодном детектировании слабых сигналов. Количественно эти искажения определяются коэффициентом гармоник, равным отношению амплитуд второй гармоники к первой. То есть  $K = m/4$  в диодном детекторе и может достигать 25%.

Таким образом, детектор с квадратичной характеристикой нелинейного резистора обеспечивает демодуляцию **малых** АМ-сигналов, но со значительными нелинейными искажениями.

**Основной характеристикой** детектора является зависимость амплитуды полезного выходного сигнала  $U_{m\Omega}$  от амплитуды напряжения несущей частоты  $U_m$ . В рассмотренном детекторе  $U_{m\Omega}$  пропорциональна квадрату амплитуды несущего колебания. Детекторы с квадратичной зависимостью  $U_{m\Omega}(U_m)$  называются **квадратичными**. Эти детекторы имеют существенные нелинейные искажения. Вторым недостатком квадратичных детекторов является низкий коэффициент передачи, поскольку  $U_m^2$  – малая величина.

### 3.3.2. Амплитудные детекторы на основе операционных усилителей

При **больших** амплитудах входного сигнала рабочий участок ВАХ диода (рис. 4, б) может быть аппроксимирован ломаной линией из двух отрезков прямых, если пренебречь неточностью этой аппроксимации в пределах малого участка около порогового напряжения (см. описание к работе «Выпрямление» в [1]). Диоды, имеющие такую характеристику, называются идеальными. Идеальные диоды работают как **ключи**, по-

этому их использование в схемах детекторов практически исключает нелинейные искажения при детектировании.

Примером *линейных* детекторов являются схемы на основе операционных усилителей, в которых реализуются идеальные диоды и повышается коэффициент передачи детектора за счет усиления. Такие схемы называются *точными* выпрямителями, так как сигнал на их выходе равен абсолютной величине входного, без потери напряжения на диоде при его включении в прямом направлении. Поэтому точные выпрямители работают с величинами переменных напряжений порядка десяти милливольт и используются во многих измерительных приборах. Эти выпрямители могут быть использованы также в качестве детекторов АМ-сигналов.

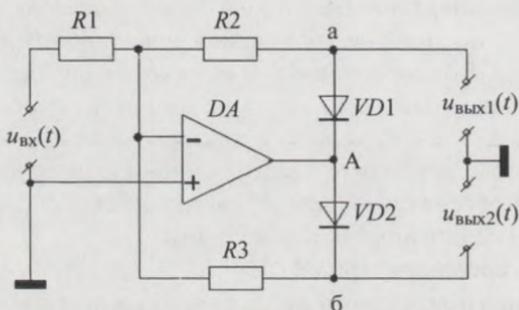


Рис. 7. Схема однотактного детектора АМ-сигналов

Рассмотрим работу простейшего точного выпрямителя (рис. 7)), на вход которого  $u_{\text{вх}}(t)$  поступает модулированный сигнал (4). Как видно из рисунка, схема состоит из инвертирующего усилителя на операционном усилителе  $DA$ , так как  $u_{\text{вх}}(t)$  поступает на инвертирующий вход  $DA$ , а его неинвертирующий вход заземлен (см. описание к работе «Схемы на операционном усилителе» в [1]). В схеме усилителя есть *две* цепи отрицательной обратной связи (ООС), каждая из которых содержит диод. Эти цепи:  $VD1 \rightarrow R2 \rightarrow R1$  – верхняя и  $VD2 \rightarrow R3 \rightarrow R1$  – нижняя. В схеме реализуются характеристики «идеального» диода потому, что диоды включены в цепи ООС и переключаются большим выходным напряжением  $DA$ . Так как диоды работают как ключи, *проще* провести анализ работы детектора во временной области, учитывая состояние диодных ключей в различные интервалы времени.

При **положительных** полупериодах входного сигнала напряжение на выходе  $DA$  из-за инверсии становится отрицательным (понижается потенциал точки  $A$ ), то есть диод  $VD1$  открывается, замыкая верхнюю цепь ООС, а диод  $VD2$  закрывается, размыкая нижнюю цепь. В этом случае между точкой «а» и «землей» ( $u_{\text{ВЫХ1}}(t)$ ) появятся инвертированные положительные полупериоды  $u_{\text{ВХ}}(t)$  с коэффициентом передачи

$$K_1 = \frac{u_{\text{ВЫХ1}}}{u_{\text{ВХ}}} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

При **отрицательных** полупериодах входного сигнала напряжение на выходе  $DA1$  становится положительным (повышается потенциал точки  $A$ ), то есть диод  $VD1$  закрывается, размыкая верхнюю цепь ООС, а диод  $VD2$ , открываясь, замыкает нижнюю цепь ООС. Теперь между точкой «б» и «землей» ( $u_{\text{ВЫХ2}}(t)$ ) появятся инвертированные отрицательные полупериоды  $u_{\text{ВХ}}(t)$  с коэффициентом передачи

$$K_2 = \frac{u_{\text{ВЫХ2}}}{u_{\text{ВХ}}} = +\frac{R_3}{R_1}.$$

Таким образом, схема рис. 7 является однотактным детектором, то есть выпрямителем положительных **или** отрицательных полупериодов АМ-сигнала, если нагрузку подключать к  $u_{\text{ВЫХ1}}(t)$  **или**  $u_{\text{ВЫХ2}}(t)$ .

Для получения двухтактного детектирования необходимо сложить сигналы с двух выходов схемы рис. 7, инвертировав один из них. Схема двухтактного детектора приведена на рис. 8 и отличается от предыдущей наличием сумматора на  $DA2$ .

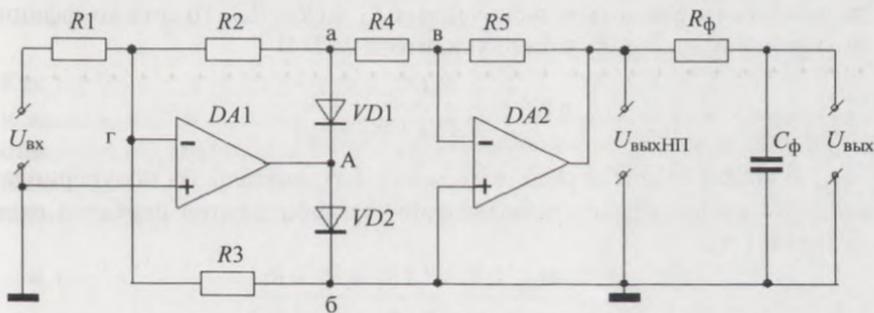


Рис. 8. Схема двухтактного детектора АМ-сигналов

Эта схема работает так. При *положительных* полупериодах входного сигнала, когда открыт  $VD1$ , отрицательное напряжение с выхода  $DA1$ , равное  $u_{\text{вых}1}$ , через  $R4$  поступает на инвертирующий вход  $DA2$ . Прямой вход  $DA2$  через  $R3$  подсоединен к инвертирующему входу  $DA1$ , потенциал которого близок к нулю. Таким образом,  $DA2$  работает в схеме инвертирующего усилителя, коэффициент передачи которого отрицателен и равен отношению сопротивлений  $(-R5/R4)$ . Общий коэффициент передачи схемы для положительных полупериодов равен произведению коэффициентов усиления схем на  $DA1$  и  $DA2$ :

$$K_1 = \frac{u_{\text{вых}}(t)}{u_{\text{вх}}(t)} = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \left(-\frac{R_5}{R_4}\right) = \frac{R_2 R_5}{R_1 R_4}.$$

При *отрицательных* полупериодах входного сигнала  $VD2$  открыт. Теперь положительное напряжение с выхода  $DA1$  поступает на неинвертирующий вход  $DA2$ . Цепь отрицательной обратной связи  $DA2$  состоит из трех последовательно включенных резисторов  $R5 \rightarrow R4 \rightarrow R2$ , подсоединенных к инвертирующему входу  $DA1$ , потенциал которого близок к нулю. Таким образом,  $DA2$  работает в схеме неинвертирующего усилителя, коэффициент передачи которого

$$K_{DA2} = 1 + \frac{R5}{R4 + R2}.$$

Коэффициент передачи схемы на  $DA1$  при отрицательных полупериодах входного сигнала другой. Действительно, теперь потенциал точки «б» —  $\phi_6$  равен потенциалу точки «в» ( $\phi_в$ ), так как  $\phi_6 - \phi_в = u_{\text{вх}DA2}$ , которое близко к нулю. Значит, цепь отрицательной обратной связи  $DA1$  состоит из  $R_1$  и параллельно включенных  $R_3$  с  $(R_2 + R_4)$ . То есть коэффициент передачи инвертирующего усилителя на  $DA1$

$$K_{DA1} = \frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}.$$

Общий коэффициент передачи схемы при отрицательных полупериодах входного сигнала равен произведению коэффициентов передачи схем на  $DA1$  и  $DA2$ :

$$K_2 = \frac{u_{\text{вых}}(t)}{u_{\text{вх}}(t)} = \frac{R_3(R_2 + R_4 + R_5)}{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}.$$

Если выбрать  $R_2 = R_3 = R_4 = R_5$ , то коэффициенты передачи схемы для положительных и отрицательных полупериодов входного ампли-

тудно-модулированного сигнала будут одинаковыми и равными

$$K = \frac{u_{\text{вых}}(t)}{u_{\text{вх}}(t)} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что передаточная характеристика двухтактного демодулятора на основе ОУ *линейная* и определяется отношением сопротивлений резисторов в цепях ООС. Напряжение на выходе нелинейного преобразователя в схеме рис.8 при входном модулированном сигнале (11) с учетом (13) можно записать в виде

$$u_{\text{выхНП}}(t) = \frac{R_2}{R_1} R_{\text{рез} \cdot s_1} U_m (1 + m \cos \Omega t) |\cos(\omega_0 t)|, \quad (14)$$

где  $|\cos(\omega_0 t)|$  – так называемая выпрямленная синусоида несущего колебания.

Временное изображение выходного напряжения (14) приведено на рис. 2, з, из которого видно, что огибающая амплитуд положительных импульсов на выходе нелинейного преобразователя (*до* фильтра) повторяет огибающую амплитуд входного высокочастотного АМ-сигнала (рис. 2, в). Разложение функции  $|\cos(\omega_0 t)|$  в ряд Фурье имеет вид

$$|\cos(\omega_0 t)| = \frac{2}{\pi} \left( 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2k\omega_0 t}{4k^2 - 1} \right).$$

Значит, *спектр* напряжения (14) на выходе нелинейного преобразователя в схеме детектора описывается выражением

$$u_{\text{выхНП}}(t) = \frac{R_2}{R_1} R_{\text{рез} \cdot s_1} U_m (1 + m \cos \Omega t) \frac{2}{\pi} \left( 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2k\omega_0 t}{4k^2 - 1} \right). \quad (15)$$

Как видно из (15), в спектре  $u_{\text{выхНП}}(t)$  кроме постоянной составляющей и колебания на частоте модулирующего сигнала  $\Omega$  все остальные составляющие высокочастотные, значит, от них легко избавиться с помощью фильтра нижних частот. Напряжение на выходе схемы после идеального фильтра нижних частот запишется

$$u_n(t) = \frac{R_2}{R_1} R_{\text{рез} \cdot s_1} U_m \frac{2}{\pi} (1 + m \cos \Omega t) = \frac{R_2}{R_1} R_{\text{рез} \cdot s_1} \frac{2}{\pi} (U_m + U_{m\Omega} \cos \Omega t). \quad (16)$$

Итак, на выходе детектора высших гармоник информационного сигнала нет, и детектирование схемами на основе ОУ *линейное*. Выходной сиг-

нал практически без искажений повторяет форму огибающей амплитуд входного АМ-сигнала. Расчет показывает, что влияние неидеальности ВАХ диодов на нелинейные искажения в двухтактных детекторах на основе  $DA$  уменьшается в  $K_{DA}/K$  раз, где  $K_{DA}$  – коэффициент усиления операционного усилителя без отрицательной обратной связи. Так, при  $K_{DA}/K \cong 100$  входной сигнал с амплитудой 10 мВ детектируется с незначительными нелинейными искажениями, а в обычных диодных демодуляторах амплитуда сигнала при этом должна превышать по крайней мере 0,5 В.

К недостаткам детекторов на основе операционных усилителей относятся ограниченный диапазон частот, в котором работают  $DA$ , и необходимость использования источников симметричного питания.

### 3.3.3. Линейные искажения в амплитудных модуляторах и амплитудных детекторах

До сих пор обсуждались только нелинейные искажения в модуляторах и детекторах АМ-сигналов, вызванные преобразованием сигналов в нелинейном преобразователе НП (рис. 1). Наличие линейного фильтра на выходе НП в схеме рис. 1 является причиной линейных (частотных) искажений в модуляторах и детекторах. Роль фильтра в нелинейных четырехполюсниках заключается в уменьшении (подавлении) ненужных спектральных составляющих сигнала на выходе НП при сохранении полезных составляющих. Линейные искажения возникают за счет различия комплексного коэффициента передачи фильтров для *разных* спектральных составляющих *полезного* сигнала (см. описание к работе «Преобразование сигналов линейными цепями» в [1]). Для отсутствия частотных искажений АЧХ фильтра должна быть независимой от частоты, а фазочастотная характеристика (ФЧХ) фильтра – линейной в пределах ширины спектра полезного сигнала на выходе НП.

Одиночный параллельный колебательный контур имеет неравномерную АЧХ в полосе пропускания. Поэтому в АМ-модуляторах на основе усилителей полосовой высокочастотный фильтр реализуется различными частотно-избирательными системами. Это могут быть системы из  $LC$ -контуров, а также электромеханические (ЭМФ), пьезокерамические (ПКФ), монолитные пьезоэлектрические (МПЭФ) и кварцевые фильтры. Основными характеристиками таких фильтров являются: центральная частота, коэффициент передачи, полоса частот и коэффициент

прямоугольности. Полоса нужного фильтра для АМ-модулятора должна быть шире спектра модулирующего входного сигнала.

Простейший  $RC$ -фильтр нижних частот на выходе амплитудного детектора рис.8 имеет АЧХ и ФЧХ, приближающиеся к идеальным, только в определенной полосе частот (см. описание к работе «Преобразование сигналов линейными цепями» [1]). При расчете элементов такого фильтра необходимо выполнить условие: сопротивление конденсатора  $C_\phi$  на частоте несущего колебания должно быть много меньше сопротивления резистора  $R_\phi$  и много больше  $R_\phi$  на максимальной частоте спектра модулирующего сигнала  $\Omega_{\max}$ :

$$\frac{1}{\omega_0 C_\phi} \ll R_\phi \ll \frac{1}{\Omega_{\max} C_\phi}. \quad (17)$$

### Контрольные вопросы

1. Что называется модуляцией и каковы типы модуляции?
2. Как записывается амплитудно-модулированный сигнал во временной области и как определяется коэффициент модуляции?
3. В чем состоит амплитудная модуляция со спектральной точки зрения?
4. В чем состоит приближение и как проводится анализ цепей с нелинейными резисторами и линейными реактивными элементами?
5. Какую роль выполняют нелинейный преобразователь и линейный фильтр в функциональной схеме нелинейного четырехполюсника?
6. Что представляет собой спектр амплитуд амплитудно-модулированного сигнала?
7. Какую функцию выполняет перемножитель сигналов со спектральной точки зрения?
8. Как осуществляется перемножение сигналов на основе нелинейных резисторов?
9. Когда существует линейное и нелинейное усиление в схемах усилителей?
10. Каков спектр тока в нелинейном усилителе при действии на его входе суммы двух гармонических сигналов?
11. Что представляет собой фильтр в модуляторе на основе узкополосного усилителя?
12. В чем состоит детектирование с временной точки зрения?
13. В чем состоит детектирование со спектральной точки зрения?

14. Каков спектр тока в одноконтурном диодном детекторе?
15. Каков спектр напряжения на выходе нелинейного преобразователя в схеме детектора с операционными усилителями?
16. Как рассчитываются фильтры низких частот в детекторах?

## 4. Методические указания

### 4.1. Экспериментальное исследование

Рабочая схема установки показана на рис. 9. Она является вариантом схемы рис. 5.

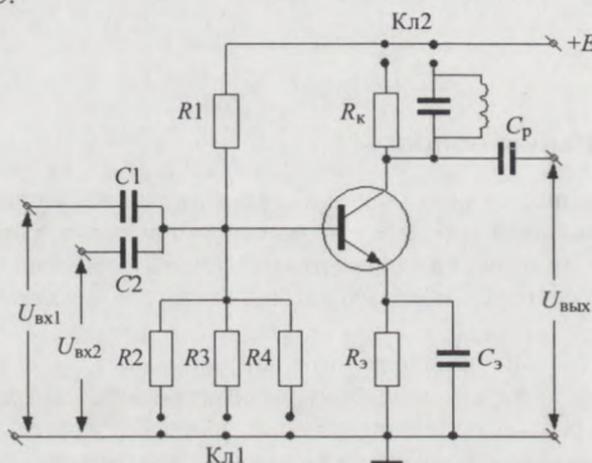


Рис. 9. Рабочая схема модулятора

На вход схемы можно одновременно подавать высокочастотный сигнал с генератора стандартных сигналов и низкочастотное модулирующее напряжение с генератора. В этом случае схема работает как АМ-модулятор. В отсутствие низкочастотного сигнала схема является узкополосным усилителем, который может работать в линейном и нелинейном режимах в зависимости от величины постоянного напряжения на базе транзистора. В схеме это напряжение смещения задается тремя резисторами  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и, как видно из схемы, равно (при подключении  $R_2$  ключом 1)

$$U_{б30} = \frac{E}{R_1 + R_2} R_2 - I_{30} R_3.$$

Таким образом, при заданном напряжении источника питания напряжение смещения  $U_{бэ0}$  в схеме можно менять путем поочередного подключения резисторов  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  с помощью переключателя 1.

С помощью переключателя 2 возможно включение в коллекторную цепь транзистора вместо избирательного фильтра резистора  $R_k$  для контроля линейного и нелинейного режимов работы усилителя.

Рабочая схема детектора совпадает со схемой рис.8.

Задание состоит из трех частей:

- исследование узкополосного усилителя в линейном и нелинейном режимах работы;
- исследование модулятора на основе нелинейного узкополосного усилителя;
- исследование детектора АМ-сигналов на основе операционных усилителей.

### **Порядок выполнения работы**

**4.1.1.** Включить в качестве коллекторной нагрузки транзистора в рабочей схеме резистор  $R_k$  и подать на вход 1 высокочастотное напряжение с генератора стандартных сигналов (ГСС) амплитудой 20–30 мВ и частотой  $f = 465$  кГц. К выходу усилителя подключить осциллограф и анализатор спектра. С помощью переключателя 1 установить такое смещение на базе транзистора, при котором напряжение на выходе усилителя не искажено, то есть усилитель работает в линейном режиме (искажение контролировать по осциллограмме  $u_{\text{вых}}(t)$ ). Измерить это напряжение смещения, определить коэффициент усиления и вычислить крутизну проходной характеристики транзистора в рабочей точке. Изменяя  $U_{бэ0}$  путем переключения резисторов  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$ , найти напряжение смещения, при котором выходное напряжение усилителя ограничено сверху так, что угол отсечки коллекторного тока  $\approx 90^\circ$ . Это будет пороговое напряжение транзистора  $U_{бэ, \text{пор}}$ .

**4.1.2.** Включить в качестве коллекторной нагрузки транзистора колебательный контур, установить линейный режим и снять частотную характеристику усилителя, то есть зависимость амплитуды напряжения на выходе от частоты входного сигнала. Определить резонансную частоту, коэффициент усиления и полосу усилителя.

**4.1.3.** Снять колебательные характеристики усилителя, то есть зависимость амплитуды выходного напряжения на резонансной частоте от

амплитуды входного напряжения при двух постоянных напряжениях на базе, соответствующих линейному и нелинейному режимам.

**4.1.4.** Снять статическую модуляционную характеристику усилителя, то есть зависимость амплитуды напряжения на выходе при резонансе от величины постоянного напряжения на базе для трех значений  $U_{\text{бэ0}}$ . По построенной характеристике выбрать оптимальный режим работы модулятора, как указывалось в разделе 3.2.4.

**4.1.5.** Установить оптимальный режим модулятора и осуществить модуляцию, подав низкочастотный сигнал на вход 2 схемы. Наблюдать временное изображение АМ-сигнала на осциллографе и его амплитудный спектр на анализаторе спектра. Зарисовать эти изображения.

Увеличить амплитуду модулирующего сигнала так, чтобы она вышла за пределы линейного участка модуляционной характеристики, и зарисовать нелинейные искажения АМ-сигнала по временному и частотному изображениям.

**4.1.6.** Снять зависимость коэффициента модуляции от амплитуды модулирующего сигнала  $U_{m\Omega}$ , определяя  $m$  по формуле (5).

**4.1.7.** Подключить на вход детектора генератор стандартных сигналов (ГСС), а на выход – осциллограф и вольтметр. Подать на вход немодулированное напряжение с ГСС частоты  $f = 465$  кГц и снять *статическую* детекторную характеристику схемы, то есть зависимость величины выходного напряжения детектора от амплитуды  $U_m$  высокочастотного сигнала на входе.

**4.1.8.** Подать на вход детектора модулированное напряжение с ГСС частоты  $f = 465$  кГц и снять *динамическую* детекторную характеристику схемы, то есть зависимость амплитуды выходного напряжения от амплитуды модулирующего сигнала  $U_{m\Omega}$ , изменяя коэффициент модуляции высокочастотного сигнала на входе. Определить область линейности этой характеристики.

**4.1.9.** Подать на вход детектора модулированное напряжение с АМ-модулятора (рис. 8) и установить коэффициент модуляции из линейной области характеристики детектора. Изменяя частоту модуляции  $\Omega$ , снять частотную характеристику схемы, то есть зависимость коэффициента передачи схемы  $K = U_{m\Omega \text{ вых}} / U_{m\Omega \text{ вх}}$  от частоты модуляции для двух рассчитанных величин сопротивления  $R_{\phi}$ . Объяснить результат.

# УГЛОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ И ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННЫХ КОЛЕБАНИЙ

## 1. Цель работы

Изучение свойств сигналов с угловой модуляцией, методов модуляции частоты и фазы колебаний и способов детектирования.

## 2. Задание

2.1. Перед выполнением работы необходимо изучить следующие вопросы: понятие об угловой модуляции, спектр модулированного по частоте (ЧМ) и модулированного по фазе (ФМ) сигналов, различие в характере и ширине их спектров; преимущества угловой модуляции по сравнению с амплитудной; принципы получения ЧМ- и ФМ-электрических колебаний и некоторые практические методы их осуществления; детектирование ЧМ- и ФМ-сигналов.

2.2. Ознакомиться с принципом работы экспериментальной установки, методикой измерений и провести следующие исследования: снять статические модуляционные характеристики генератора, то есть зависимость частоты  $f_0$  и мощности  $P$  автоколебаний генератора от смещения  $E_{см}$  на варикапе; пронаблюдать спектры сигнала с гармонической частотной модуляцией и их зависимость от амплитуды  $U_{мод}$  и частоты  $F$  модулирующего напряжения; провести измерения девиации частоты  $f_d$  по «нулям» несущей и по статической модуляционной характеристике и сопоставить их; снять динамическую модуляционную характеристику; продетектировать ЧМ-колебания, снять амплитудную и частотную характеристики детектора; проанализировать результаты измерений.

## 3. Теоретическая часть

### 3.1. Спектры сигналов с угловой модуляцией

Гармоническое колебание характеризуется амплитудой  $U_0$ , частотой  $\omega$  и начальной фазой  $\varphi$ :

$$u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi) = U_0 \cos \psi(t). \quad (1)$$

Угловой модуляцией называется изменение полной фазы  $\psi(t)$  этого колебания по закону передаваемого сообщения. Существует два вида угловой модуляции: модуляция частоты сигнала (ЧМ);

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega s(t) \quad (2)$$

и модуляция начальной фазы (ФМ):

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \Delta\varphi s(t). \quad (2a)$$

Частота  $\omega_0$  называется частотой несущего колебания или просто – «частотой несущей». Коэффициенты  $\Delta\omega$  и  $\Delta\varphi$  в выражениях (2) и (2a) имеют смысл глубины модуляции и равны максимальному отклонению соответственно частоты и фазы от их средних значений. Безразмерная модулирующая функция  $s(t)$  определяет закон изменения частоты или фазы. Частотно- и фазомодулированные колебания связаны между собой, поскольку мгновенные значения частоты  $\omega$  и полной фазы  $\psi$  колебания выражаются друг через друга:

$$\omega = \frac{d\psi}{dt}; \quad \psi = \int \omega dt. \quad (3)$$

Если частота генератора меняется по закону (2), то полная фаза будет изменяться со временем следующим образом:

$$\psi(t) = \omega_0 t + \Delta\omega \int s(t) dt.$$

В случае модуляции чистым тоном  $\Delta\omega s(t) = \omega_d \cos \Omega t$  выражение для полной фазы примет вид

$$\psi(t) = \omega_0 t + (\omega_d / \Omega) \sin \Omega t,$$

а аналитическое выражение для ЧМ-колебания запишется так:

$$u(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + (\omega_d / \Omega) \sin \Omega t]. \quad (4)$$

Параметр  $\omega_d$  называется девиацией частоты, а отношение  $\omega_d / \Omega = \beta$  – индексом модуляции.

Формула (4) применима для описания колебания с обоими видами модуляции. Действительно, при частотной модуляции девиация  $\omega_d$  по смыслу является амплитудой изменения частоты и не зависит от модулирующей частоты  $\Omega$ . Индекс модуляции  $\beta$  при этом меняется обратно пропорционально частоте  $\Omega$  (рис. 1, а). При модуляции фазы чистым тоном амплитудой изменения фазы в формуле (4) является индекс  $\beta$ .

Тогда после дифференцирования полной фазы  $\Psi(t) = \omega_0 t + \beta \sin \Omega t$  получаем  $\omega(t) = \omega_0 + \beta \Omega \cos \Omega t$ , то есть девиация прямо пропорциональна  $\Omega$  (рис. 1, б). В этом заключается различие между ЧМ- и ФМ-сигналами, которое проявляется в различном характере трансформации их спектров при изменении модулирующей частоты  $\Omega$ .

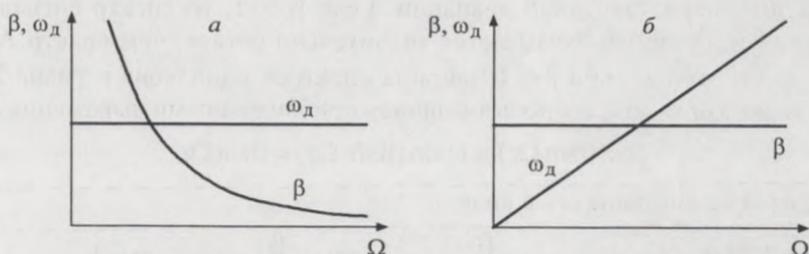


Рис. 1. Связь параметров модуляции для случаев гармонической частотной и фазовой модуляции

Определим спектр колебания с угловой модуляцией. Для этого нужно разложить в тригонометрический ряд Фурье выражение (4), воспользовавшись известными соотношениями:

$$\cos(x \sin \varphi) = J_0(x) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n}(x) \cos 2n\varphi; \quad (5)$$

$$\sin(x \sin \varphi) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(x) \sin(2n+1)\varphi,$$

где  $J_n(x)$  – функции Бесселя первого рода  $n$ -го порядка от аргумента  $x$ . При подстановке (5) в (4) получим

$$u(t) = U_0 [\cos \omega_0 t \cos(\beta \sin \Omega t) - \sin \omega_0 t \sin(\beta \sin \Omega t)] = U_0 [J_0(\beta) \cos \omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_0 + n\Omega)t + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(\beta) \cos(\omega_0 - n\Omega)t]. \quad (6)$$

Из анализа выражения (6) видно, что теоретическая ширина спектра  $2n\Omega$  бесконечна. В центре спектра находится составляющая с несущей частотой  $\omega_0$ , амплитуда которой определяется функцией Бесселя нулевого порядка  $J_0(\beta)$ , а слева и справа от нее на расстоянии  $\Omega$  друг от друга находятся составляющие с частотами  $(\omega_0 \pm n\Omega)$ . С ростом номера  $n$  амплитуды этих составляющих убывают. В силу того, что при  $n \geq \beta$

функции  $J_n(\beta)$  быстро стремятся к нулю, практическую ширину спектра можно приближенно считать равной удвоенной девиации частоты:

$$\Pi \approx 2\beta\Omega = 2\omega_d.$$

Таким образом, ширина спектра сигнала с гармонической угловой модуляцией в  $\beta$  раз больше ширины спектра сигнала с амплитудной модуляцией и равна удвоенной девиации. Если  $\beta \gg 1$ , то спектр сигнала с угловой модуляцией оказывается значительно богаче, чем спектр АМ-колебания. Только при  $\beta \ll 1$ , ширина спектров одинакова и равна  $2\Omega$ . Это можно показать, воспользовавшись приближенными выражениями

$$\cos(\beta \sin \Omega t) \approx 1; \sin(\beta \sin \Omega t) \approx \beta \sin \Omega t.$$

Тогда (6) можно записать в виде

$$u(t) \approx U_0 \left[ \cos \omega_0 t + \frac{\beta}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t - \frac{\beta}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t \right].$$

Отличие данного спектра от спектра АМ-колебания состоит в том, что фаза боковой составляющей с разностной частотой сдвинута на  $180^\circ$ . На рис. 2 приведены для примера спектры для малого и большого индекса модуляции.

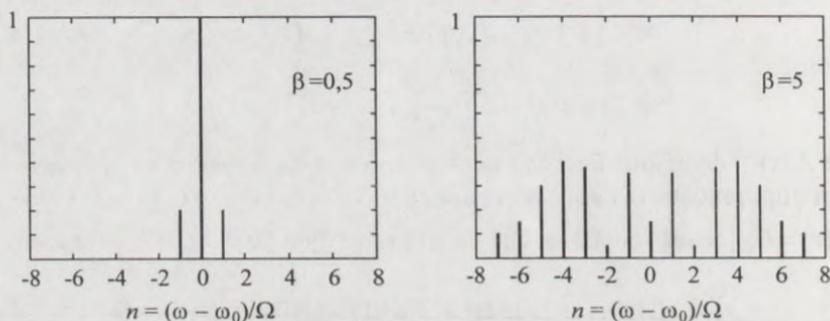


Рис. 2. Примеры спектра сигнала с гармонической частотной ( $\Omega = \text{const}$ ) модуляцией

### 3.2. Влияние помех на качество приема ЧМ-сигналов

Широкий спектр при угловой модуляции не позволяет применять ее на средних и коротких волнах. Большое распространение этот вид модуляции получил в УКВ-диапазоне. По сравнению с амплитудной угло-

вая модуляция обладает очень важным преимуществом – помехоустойчивостью, то есть качеством, играющим основную роль при осуществлении дальней, например космической, связи. Обсудим этот вопрос более подробно на примере ЧМ-сигналов.

Демодуляция ЧМ-сигнала в приемном устройстве производится с помощью частотного детектора – устройства, регистрирующего изменение частоты несущего колебания. Как и при любом виде модуляции, помехи для ЧМ-сигналов обусловлены попаданием на вход частотного детектора мешающих сигналов. Это может происходить из-за низкой избирательности входных (высокочастотных) трактов приемника, а также из-за нелинейных эффектов в усилительных каскадах. Если помехи от внешних источников (атмосферное электричество, промышленные помехи, системы зажигания автомобилей и т.д.) влияют только на амплитуду электромагнитной волны, а частота и фаза остаются неизменными, то приемники ЧМ- и ФМ-колебаний на такие помехи не реагируют. Это достигается тем, что перед детектором ставится ограничитель амплитуды сигнала, избавляющий его от паразитной амплитудной модуляции.

Так как информационная составляющая представлена в ЧМ-сигнале в виде изменяющейся частотной добавки  $\Delta\omega_s(t)$ , то помехой может являться только такое внешнее воздействие, которое влияло бы на полную фазу несущего гармонического сигнала. Оказывается, такое воздействие может давать обычная аддитивная гармоническая помеха с близкой к  $\omega_0$  частотой. Это можно понять, если воспользоваться векторным представлением колебаний.

На рис. 3 амплитуда результирующего колебания  $\bar{U}_{\text{рез}}$  является векторной суммой амплитуд сигнала  $\bar{U}_c$  и помехи  $\bar{U}_n$ . Тогда

изменение фазы  $\theta_n(t)$  помехи приведет к изменению полной фазы результирующего сигнала  $\Psi_{\text{рез}}(t)$ , а его частота

$$\omega_{\text{рез}}(t) = \omega_0 + \omega_d \cos \Omega t + \Delta\omega_n(t) \quad (7)$$

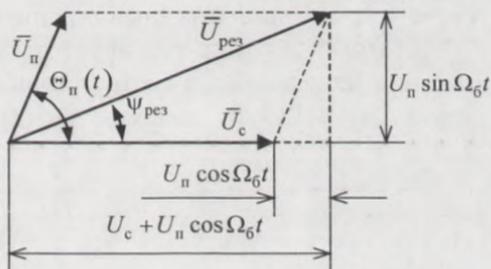


Рис. 3. Векторная сумма сигнала и помехи

будет содержать теперь дополнительную добавку  $\Delta\omega_n(t) = d\Psi_{\text{пез}}(t)/dt$  к информационному слагаемому.

С помощью векторных построений можно показать, что искажение ЧМ-сигнала может возникнуть при одновременном приеме того же самого, но задержанного по времени модулированного сигнала. Такая ситуация имеет место при многолучевом распространении радиоволн за счет их переотражений от различных препятствий.

Рассмотрим более подробно влияние аддитивной монохроматической помехи с частотой  $\omega_n$ , близкой  $\omega_0$ , то есть попадающей в полосу усиления приемника. В этом случае относительная фаза помехи линейно изменяется ( $\theta_n(t) = \omega_6 t$ ), поэтому фаза результирующего колебания  $\Psi_{\text{пез}}(t)$  будет изменяться с частотой биений  $\omega_6 = \omega_n - \omega_0$ . Текущее значение последней следует из векторных построений рис. 3:

$$\operatorname{tg}\Psi_{\text{пез}}(t) = \frac{U_n \sin(\omega_6 t)}{U_c + U_n \cos(\omega_6 t)}. \quad (8)$$

Результирующее колебание за счет помехи оказывается также модулированным по амплитуде:

$$U_{\text{пез}}(t) = \sqrt{U_c^2 + U_n^2 + 2U_c U_n \cos(\omega_6 t)}. \quad (9)$$

Для устранения этой амплитудной модуляции перед частотным детектором включают амплитудный ограничитель.

Частотный детектор реагирует на изменения частоты, поэтому его выходное напряжение, в соответствии с (7), будет содержать полезный сигнал  $\omega_d \cos \Omega t$  и помеху  $\Delta\omega_n(t)$ . Для случая слабой помехи ( $U_n \ll U_c$ ) получаем

$$\Delta\omega_n(t) = \frac{d\Psi_{\text{пез}}(t)}{dt} \approx \frac{U_n}{U_c} \omega_6 \cos(\omega_6 t).$$

В радиовещательных приемниках такая помеха воспринимается как однотональный звук (интерференционный свист). Качество приема характеризуется отношением амплитуд помехи и сигнала на выходе детектора:

$$N = \frac{U_n \omega_6}{U_c \omega_d}. \quad (10)$$

Как видим, чем больше девиация частоты  $\omega_d$ , тем меньше влияние помехи. Отметим интересный для рассмотренной помехи факт: чем больше отстройка помехи  $\omega_6 = \omega_n - \omega_0$ , тем сильнее ее влияние. Эффективное подавление помехи, частота которой  $\omega_6$  больше частоты информационной модуляции  $\Omega$ , может достигаться применением фильтров нижних частот.

Таким образом, для повышения помехоустойчивости необходимо использовать широкополосные ЧМ-сигналы с большой девиацией. Независимо от вида модуляции, это свойство является характерным для сигналов, обладающих большой шириной спектра несущего колебания по сравнению с шириной информационного спектра (спектра закона модуляции). Говорят, что такие сигналы имеют большую базу. Следует понимать, что при передаче широкополосных (с большой базой) сигналов полоса приемника должна значительно превышать ширину спектра модулирующих процессов.

### 3.3. Методы получения ЧМ- и ФМ-сигналов

Практические способы осуществления частотной и фазовой модуляции отличаются друг от друга. Частотную модуляцию чаще всего получают путем изменения резонансной частоты контура задающего генератора, управляя его индуктивностью или емкостью. Для осуществления фазовой модуляции можно управлять индуктивностью или емкостью резонансного контура усилителя, следующего за генератором. Рассмотрим указанные способы получения ЧМ- и ФМ-колебаний на примере конкретных электрических схем.

Модуляция частоты в транзисторных схемах автогенераторов обычно проводится с помощью варикапов (полупроводниковых диодов с управляемой емкостью) или нелинейных индуктивностей, управляемых магнитным полем. На рис. 4 показана схема подключения варикапа к транзисторному автогенератору с индуктивной обратной связью. Частота автоколебаний генератора задается резонансным контуром  $L, C$  и параллельно подключенным к нему варикапом  $VD$ . (Конденсатор  $C_{разд}$  служит для разделения цепей постоянного тока транзистора и варикапа; цепи питания транзистора на схеме не приведены.) Емкость варикапов изменяется в широких пределах в зависимости от величины обратного напряжения  $p-n$ -перехода. На рис. 5 приведена вольт-фарадная характеристика варикапа КВ109В.

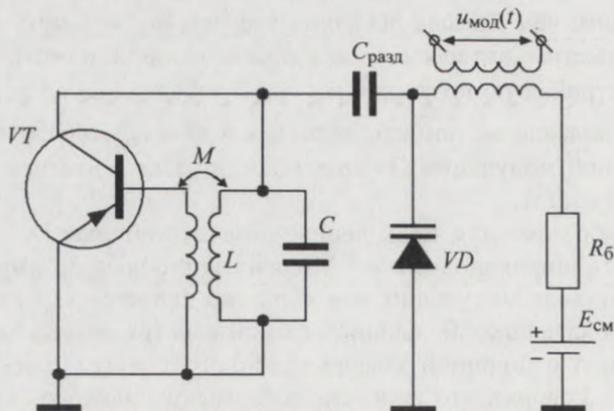


Рис. 4. Транзисторный автогенератор, перестраиваемый по частоте с помощью варикапа

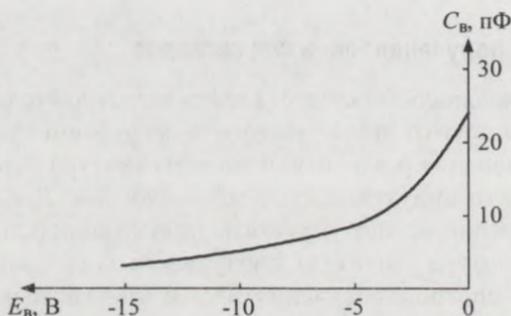


Рис. 5. Вольт-фарадная характеристика варикапа

На варикапе (рис. 4) одновременно действуют несколько напряжений. Постоянное смещение  $E_{см}$  задает статическую емкость варикапа  $C_0$ . Информационный сигнал в виде модулирующего напряжения  $u_{мод}(t)$  вызывает изменение емкости варикапа  $\Delta C(t)$ :

$$C_в = C_0 + \Delta C(t),$$

$C_0$  – емкость покоя,  $\Delta C(t)$  – переменная компонента, пропорциональная модулирующему сигналу. Кроме того, на варикапе, как на элементе колебательного контура, развивается высокочастотное напряжение.

Зависимость частоты автоколебаний генератора  $\omega$  от напряжения  $E_{см}$  – статическая модуляционная характеристика – в общем случае являет-

ся нелинейной, что вызывает нелинейные искажения уже в самом модуляторе передатчика. Во-первых, это связано с нелинейной зависимостью частоты контура от емкости:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L(C + C_0 + \Delta C)}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C_0}}}, \quad (11)$$

где  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC'_0}$  – резонансная частота контура автогенератора,  $C'_0 = C + C_0$ . Изменение полной емкости контура на величину  $\Delta C$  вызывает изменение частоты на  $\Delta\omega$ :

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega.$$

Только при  $\Delta C/C'_0 \ll 1$ , то есть для малых приращений частоты и емкости, имеет место линейная связь между ними:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx -\frac{\Delta C}{2C'_0}. \quad (12)$$

Во-вторых, нелинейность модуляционной характеристики обусловлена нелинейностью вольт-фарадной характеристики варикапа (рис. 5). Для уменьшения нелинейных искажений смещение на варикап предпочтительно выбирать большим (10 – 15 В), а модулирующее напряжение – малым:

$$u_{\text{мод}}(t) \ll E_{\text{см}}.$$

Таким образом, чем меньше уровень модулирующего сигнала  $u_{\text{мод}}(t)$ , тем ниже нелинейные искажения. Следует сказать, что при перестройке частоты автогенераторов в той или иной степени изменяется их амплитуда, то есть частотная модуляция сопровождается паразитной амплитудной модуляцией. Это также является дополнительным мешающим фактором.

Рассмотрим теперь один из способов получения фазовой модуляции (рис. 6). На вход резонансного усилителя подается напряжение высокой частоты  $\omega_0$  от задающего генератора. Параллельно контуру усилителя подключается управляемая емкость варикапа  $VD$ . Под действием информационного сигнала  $u_{\text{мод}}(t)$  изменяется резонансная частота контура, что вызывает модуляцию фазы и амплитуды напряжения на выходе усилителя. Частота  $\omega_0$  при этом остается неизменной.

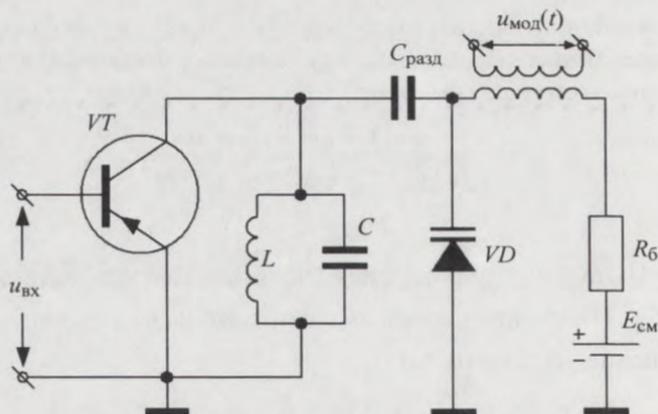


Рис. 6. Фазовый модулятор на основе резонансного усилителя с перестраиваемым по частоте контуром

На рис. 7 показаны амплитудно-частотные  $|z(\omega)|$  и фазочастотные  $\varphi_z(\omega)$  характеристики сопротивления параллельного контура, отстроенного от несущей частоты  $\omega_0$ . При изменении резонансной частоты контура  $\omega_p$  относительно  $\omega_0$  происходит фазовая модуляция выходного напряжения. Неизбежно, как и в случае ЧМ-модуляции, за счет изменения сопротивления контура возникает паразитная амплитудная модуляция.

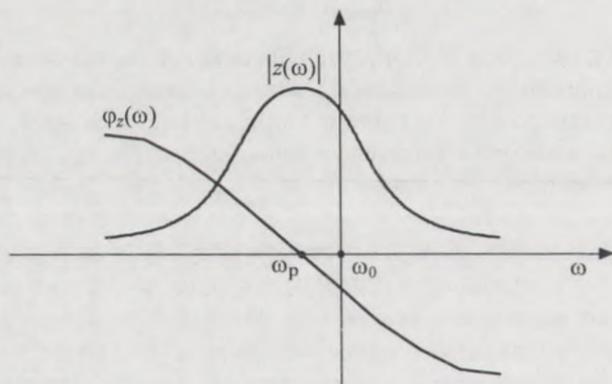


Рис. 7. Частотные характеристики параллельного резонансного контура

Перечислим возможные причины нелинейных искажений при фазовой модуляции. Прежде всего, это указанная уже нелинейная связь между частотой колебательного контура и напряжением на варикапе. Требования к выбору напряжения смещения варикапа здесь остаются теми же, как и для случая частотной модуляции. Нелинейные искажения в фазовом модуляторе вносятся также за счет нелинейности фазовой характеристики  $\varphi_z(\omega)$ . Уравнение ФЧХ контура с добротностью  $Q$  для небольших расстройек  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_p$  имеет вид

$$\varphi_z = -\operatorname{arctg}\left(Q \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right). \quad (13)$$

Только при небольших индексах модуляции  $m$  (отклонениях фазы порядка  $\Delta\varphi_z \cong 20 - 30^\circ$ ), когда  $\operatorname{tg} \varphi_z \approx \varphi_z$ , связь фазы и частотной расстройки можно считать линейной. Тем самым получаем аналогичное ограничение для величины подаваемого на варикап модулирующего сигнала:

$$u_{\text{мод}}(t) \ll E_{\text{см}}.$$

Кроме описанного способа фазовой модуляции существуют еще и другие, основанные на преобразовании АМ- и ЧМ-колебаний в фазомодулированные колебания [1, 2], но в данной работе они не рассматриваются.

### 3.4. Методы детектирования ЧМ- и ФМ-сигналов

При детектировании ЧМ-колебаний необходимо на выходе детектора получить низкочастотное напряжение, воспроизводящее закон изменения частоты модулированного колебания на входе детектора. Со спектральной точки зрения детектор ЧМ-колебаний должен быть преобразователем спектра, следовательно, должен включать в себя нелинейный элемент. Однако нелинейность таких устройств, как диод, проявляется лишь при изменении амплитуды напряжения, а не его частоты. Поэтому частотный детектор должен также содержать цепь, преобразующую изменения частоты в изменения амплитуды. Такими цепями в принципе могут быть любые схемы с реактивными элементами, имеющие в области несущей частоты наклонные участки АЧХ. Можно говорить, что в детекторе ЧМ-колебаний происходит двойное преобразование сигнала: преобразование частотной модуляции в амплитудную и

последующее детектирование АМ-колебаний. Обычно частотный детектор строится на основе колебательного контура, обладающего большой крутизной АЧХ.

Для устранения искажений при детектировании из-за непостоянства амплитуды входного сигнала (паразитная АМ в передатчике, неравномерность АЧХ усилительных каскадов приемника, воздействие помех) в схему детектора всегда входит также устройство для ограничения амплитуды входного колебания.

На рис. 8 приведена схема детектора с использованием расстроенного контура. Транзисторный каскад при достаточно большом сопротивлении резистора  $R_K$  работает как амплитудный ограничитель.

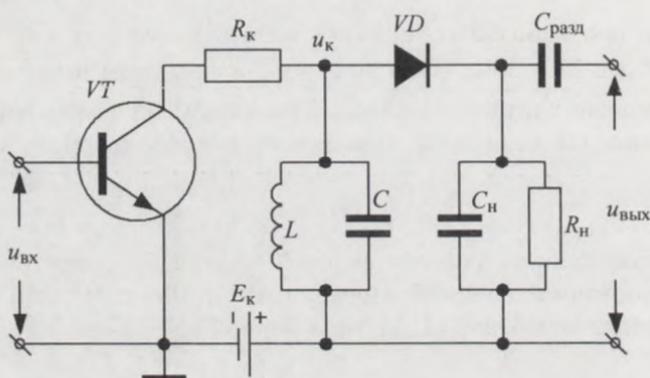


Рис. 8. Детектор ЧМ-колебаний с расстроенным контуром и с амплитудным ограничителем на входе

Контур  $LC$  должен быть расстроен относительно средней частоты модулированного колебания. В этом случае изменение частоты  $\omega(t)$  входного напряжения  $u_{вх}$  приводит к изменению амплитуды напряжения на контуре  $u_k$  (рис. 9).

Далее напряжение с контура подается на обычный амплитудный детектор на диоде  $VD$ , который реагирует только на изменение амплитуды. В результате с нагрузки  $R_н$ ,  $C_н$  снимается низкочастотное напряжение  $u_{вых}$ , соответствующее закону изменения частоты. Недостатком рассмотренной схемы является наличие искажений, связанных с нелинейностью скатов частотной характеристики колебательных контуров. Эти искажения становятся особенно заметными при детектировании

сигналов с большой девиацией частоты  $\omega_d$ . Поэтому на практике чаще применяются схемы с двумя контурами, называемые дискриминаторами [1 – 3].

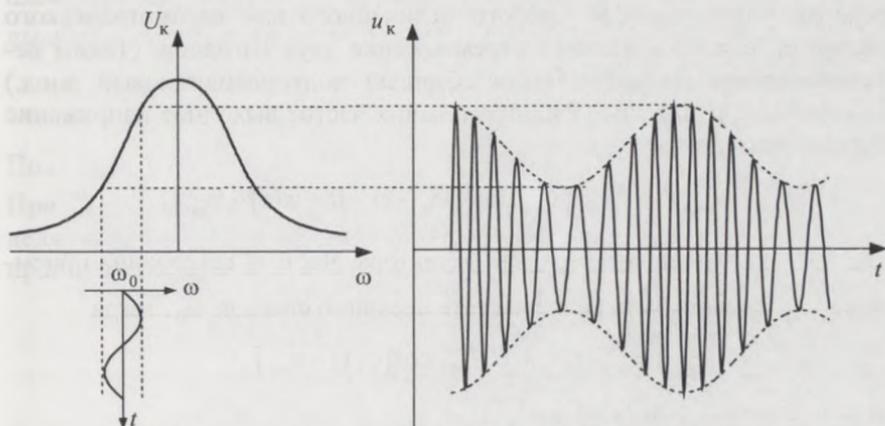


Рис. 9. Принцип работы частотного детектора

Рассмотрим детектирование фазомодулированных сигналов. Пусть фаза высокочастотного напряжения меняется по закону  $\varphi(t)$ :

$$u_{\text{вх}}(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)].$$

Если такое напряжение подать на частотный детектор, то напряжение на его выходе будет пропорционально производной фазы входного сигнала:

$$u_{\text{вых}}(t) = k \Delta \omega(t) = k \frac{d\varphi}{dt}. \quad (14)$$

Отсюда видно, что для осуществления фазового детектирования может быть использован обычный частотный детектор с последующим интегрированием. Подобный метод может использоваться при детектировании сигналов только с медленно меняющейся фазой (например, при передаче речи).

В современных схемах детектирования ФМ-сигналов используется другой принцип, называемый синхронным детектированием. Он основан на сравнении фазы принимаемого сигнала с фазой опорного колебания. Таким образом, схема фазового детектора должна содержать

специальный источник высокочастотных колебаний

$$u_{\text{оп}}(t) = U_{\text{оп}} \cos(\omega_{\text{оп}} t + \varphi_{\text{оп}}). \quad (15)$$

Этот источник называется гетеродином. Сравнение фаз может быть реализовано с помощью любого нелинейного или параметрического элемента, обеспечивающего перемножение двух сигналов. (Таким перемножителем может являться обычный полупроводниковый диод.) Выделяемое с помощью фильтра нижних частот выходное напряжение перемножителя

$$u_{\text{вых}}(t) = k_d U_0 U_{\text{оп}} \cos[(\omega_0 - \omega_{\text{оп}})t + \varphi(t) - \varphi_{\text{оп}}],$$

где  $k_d$  – коэффициент передачи детектора. Частота гетеродина приемника  $\omega_{\text{оп}}$  должна быть равна частоте несущего сигнала  $\omega_0$ , тогда

$$u_{\text{вых}}(t) = k_d U_0 U_{\text{оп}} \cos[\varphi(t) - \varphi_{\text{оп}}].$$

Далее, если  $\varphi_{\text{оп}} = \pi/2$ , то

$$u_{\text{вых}}(t) = k_d U_0 U_{\text{оп}} \sin \varphi(t). \quad (16)$$

При малой глубине модуляции, когда справедливо приближение  $u_{\text{вых}}(t) \approx k_d U_0 U_{\text{оп}} \varphi(t)$ , выходное напряжение фазового детектора повторяет закон модуляции.

На рис. 10 приведена схема балансного фазового детектора, реализующая несколько другой способ сравнения фаз сигнала и гетеродина.

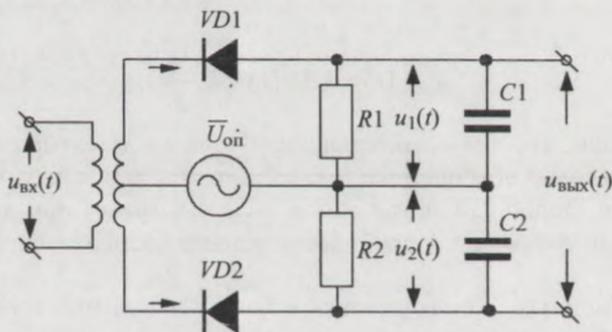


Рис. 10. Балансный фазовый детектор

Схема детектора строится на двух одинаковых цепочках, являющихся амплитудными детекторами. Пусть гармонический входной сигнал развивается на вторичной обмотке трансформатора напряжение с комплексной амплитудой  $\bar{U}_c$ . К диодам амплитудных детекторов прикладываются одновременно два напряжения, их суммы равны

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_{\text{оп}} + \frac{1}{2}\bar{U}_c, \quad \bar{U}_2 = \bar{U}_{\text{оп}} - \frac{1}{2}\bar{U}_c. \quad (17)$$

Полагаем, что начальная фаза опорного гетеродина равна  $\varphi_{\text{оп}} = \pi/2$ . При большой амплитуде действующих на диоды напряжений (17) выделяемые на  $RC$ -элементах фильтров продетектированные напряжения пропорциональны этим амплитудам, то есть

$$u_1(t) = k'_d \sqrt{U_{\text{оп}}^2 + 0,25U_c^2 + U_{\text{оп}}U_c \sin \varphi(t)},$$

$$u_2(t) = k'_d \sqrt{U_{\text{оп}}^2 + 0,25U_c^2 - U_{\text{оп}}U_c \sin \varphi(t)}.$$

Здесь  $k'_d$  — коэффициент передачи амплитудных детекторов. Если  $U_c \ll U_{\text{оп}}$ , то последние выражения можно упростить:

$$u_{1,2}(t) = k'_d U_{\text{оп}} \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{U_c}{U_{\text{оп}}} \sin \varphi(t) \right).$$

Тогда выходное напряжение детектора

$$u_{\text{вых}}(t) = k'_d (u_1(t) - u_2(t)) \approx k'_d U_c \sin \varphi(t). \quad (18)$$

Отметим, что в рамках условия  $U_c \ll U_{\text{оп}}$  выходное напряжение не зависит от амплитуды напряжения гетеродина. Этот результат является следствием принятой нами симметрии схемы детектора, в том числе идентичности характеристик диодов. На практике симметрирование балансных схем является важным элементом настройки каскадов преобразования сигналов в приемнике. При этом значительно снижается влияние нестабильности параметров гетеродина на чувствительность приемника, то есть на его способность различать сигналы слабой интенсивности.

## Контрольные вопросы

1. Какой смысл имеют параметры ЧМ-сигнала: девиация и индекс модуляции?
2. Как изменяются форма спектра и его составляющие для сигнала с гармонической частотной модуляцией при изменении девиации и частоты модуляции? Сравните спектры ЧМ- и АМ-колебаний.
3. В чем принципиальная разница устройств частотной и фазовой модуляции?
4. Управляемый варикапом колебательный контур может использоваться в частотном и фазовом модуляторах. Каковы особенности схем этих модуляторов?
5. Каким образом аддитивный монохроматический сигнал может мешать приему сигналов с угловой модуляцией?
6. Как следует настраивать модуляционные характеристики модулятора передатчика ЧМ-сигналов, чтобы не допускать большого уровня нелинейных искажений?
7. Как работает колебательный контур в схеме детектора ЧМ-колебаний? Зачем в этой схеме используется амплитудный детектор?
8. Почему резонансная частота контура детектора ЧМ-колебаний не должна быть равна частоте несущего колебания?
9. Зачем в приемнике ФМ-сигналов нужен специальный источник колебаний – гетеродин? Почему гетеродин приемника должен обладать высокой стабильностью частоты?
10. Почему начальная разность фаз колебаний гетеродина и сигнала должна быть равна  $\pi/2$ ?

## 4. Методические указания

### 4.1. Перестраиваемый по частоте автогенератор СВЧ на биполярном транзисторе

Экспериментальная установка состоит из двух блоков – генератора сверхвысоких частот и детектора на основе резонансного контура. Схема генератора приведена на рис. 11. Генератор СВЧ собран на транзисторе  $n-p-n$ -типа, включенном по схеме с общим коллектором. Контур генератора включает в себя индуктивность  $L_1$ , барьерную емкость коллекторного перехода  $C_{кб}$  (эта емкость является частью емкости контура  $C_k$  в эквивалентной схеме генератора на рис. П1 Приложения) и

емкость варикапа  $VD$ . Емкость  $C_{ос}$  обеспечивает положительную обратную связь.

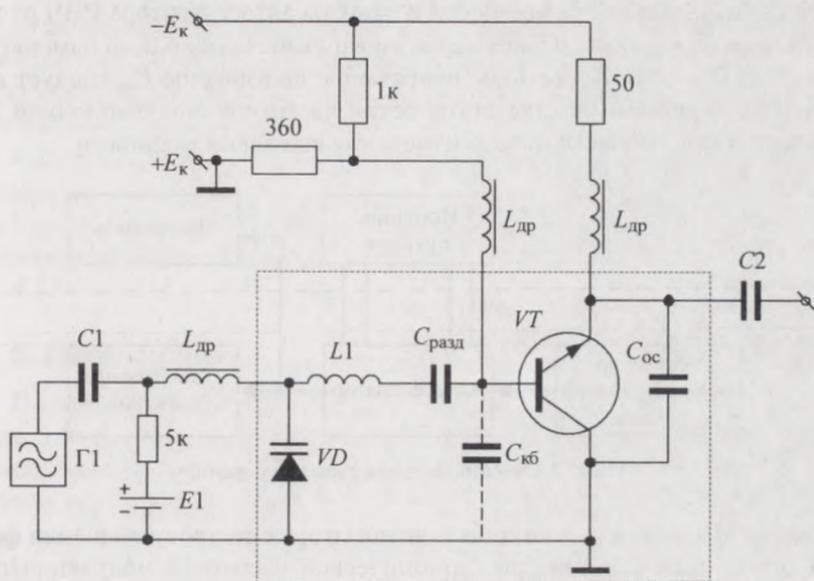


Рис. 11. Принципиальная схема перестраиваемого по частоте транзисторного СВЧ-автогенератора

Постоянное напряжение смещения  $E_{см}$  подается на варикап от регулируемого источника  $E1$ . Модулирующее напряжение  $u_{мод}(t)$  поступает на варикап  $VD$  от генератора  $G1$  через разделительный конденсатор  $C1$ . Модулированный по частоте СВЧ-сигнал через разделительный конденсатор  $C2$  выводится через стандартный (50-омный) коаксиальный разъем и подается на измерительные приборы: измерители мощности, частоты и на анализатор спектра.

На рис. 11 показаны также элементы стандартной схемы питания транзистора от источника  $E_{к}$ , в том числе: делитель для питания базы (1 кОм – 360 Ом), эмиттерное сопротивление (50 Ом), дроссели  $L_{др}$  развязки цепей постоянного и переменного тока; конденсатор  $C_{разд}$ , разделяющий напряжения смещения базы транзистора и варикапа.

Условие баланса фаз в используемой схеме автогенератора обсуждается в Приложении.

## 4.2. Экспериментальное исследование

4.2.1. На первом этапе экспериментального исследования предлагается снять зависимости мощности и частоты автогенератора СВЧ от напряжения на варикапе. Напряжение на варикапе необходимо изменять в пределах 2 – 20 В. Постоянное напряжение на варикапе  $E_{см}$  следует выбрать на линейном участке статической частотной модуляционной характеристики в области малого изменения выходной мощности.



Рис. 12. Функциональная схема измерений

4.2.2. Исследовать с помощью анализатора спектров изменения формы огибающей спектра при гармонической частотной модуляции при различных девиациях  $f_d = \omega_d/2\pi$  и частотах модуляции  $F = \Omega/2\pi$ ; оценить ширину спектра сигнала. Обратит внимание на нарушение симметрии спектра при большой девиации.

4.2.3. Провести измерения девиации частоты  $f_{di}$  по нескольким «нулям» центральной (несущей) частоты спектра. Для этого при фиксированной амплитуде  $U_{мод}$  напряжения модуляции  $u_{мод}$  и при последовательном уменьшении частоты модуляции определить несколько значений этих частот с нулевым уровнем несущей. Для расчета девиации следует воспользоваться значениями корней (индексов)  $\beta_i$  функции Бесселя нулевого порядка  $J_0(m)$ .

Номер корня	1	2	3	4	5	6
$\beta_i$	2,405	5,52	8,65	11,79	14,93	18,07

Девиация частоты для конкретного корня равна  $f_{di} = \beta_i f_{мод i}$ . Сравнить между собой измеренные значения и сопоставить их с оценкой девиации по ширине спектра. Рекомендуется также определить девиацию

по статической модуляционной характеристике путем измерения амплитуды  $U_{\text{мод}}$  напряжения модуляции.

**4.2.4.** Осуществить детектирование ЧМ-сигнала. Вместо настройки частоты контура детектора удобнее подстраивать несущую частоту ЧМ-сигнала. Пронаблюдать на осциллографе изменение (искажение) формы выходного напряжения детектора при различных девиациях и настройках частоты несущей относительно резонансной частоты контура.

**4.2.5.** Установить параметры ЧМ-сигнала, при которых выходной сигнал детектора имеет визуально малые искажения. Для этой настройки путем измерения выходного напряжения снять частотную характеристику детектора; определить полосу пропускания.

**4.2.6.** Дать анализ полученным результатам.

## 5. Приложение

Поясним условие выполнения баланса фаз в СВЧ-автогенераторе (рис. 11). Данная схема представляет собой модифицированный вариант классического емкостного трехточечного автогенератора, в которой обратная связь обеспечивается единственной емкостью  $C_{\text{ос}}$ , а емкость между эмиттером и базой может отсутствовать.

На рис. 11 показана упрощенная схема генератора для переменных токов (без цепей питания). В рамках упрощения допустим, что эмиттер – базовый переход транзистора представляет собой малое и чисто активное сопротивление  $r_{эб}$ ; на схеме оно показано пунктиром.

Покажем, что положительная обратная связь реализуется, если транзистор обладает инерционностью. Как известно, инерционные свойства транзистора являются следствием запаздывания носителей в области базы и проявляются в форме зависимости комплексного коэффициента передачи тока эмиттера  $\bar{\alpha}$  от частоты. В результате этого на достаточно высоких частотах между током коллектора и эмиттера существует разность фаз.

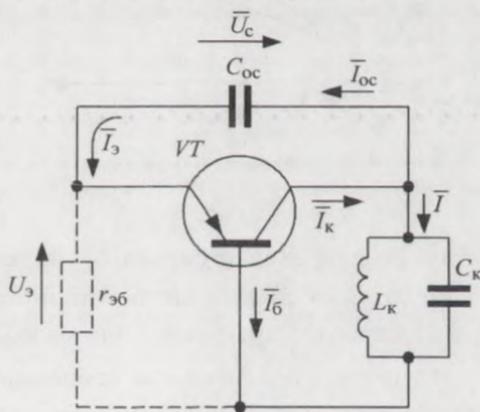


Рис. 11. Схема автогенератора для переменных токов

Условие баланса фаз можно записать в виде

$$\varphi_{\alpha} + \varphi_{\kappa} + \varphi_{oc} = 0,$$

где  $\varphi_{\alpha}$  – сдвиг фаз между коллекторным  $\bar{I}_{\kappa}$  и эмиттерным  $\bar{I}_{\beta}$  токами;  $\varphi_{\kappa}$  – разность фаз между напряжением на контуре  $\bar{U}_{\kappa}$  и током коллектора  $\bar{I}_{\kappa}$ ;  $\varphi_{oc}$  – сдвиг фаз, возникающий в цепи обратной связи между током  $\bar{I}_{\beta}$  и напряжением  $\bar{U}_{\kappa}$ .

Напряжение на контуре  $\bar{U}_{\kappa}$  создается током  $\bar{I}$ , являющимся частью тока коллектора  $\bar{I}_{\kappa}$ , который, как видно из схемы рис. П1, можно записать:  $\bar{I} = -\bar{I}_{\beta} = \bar{I}_{\kappa} - \bar{I}_{\beta}$ . Когда частота генерации не совпадает с резонансной частотой контура, разность фаз между  $\bar{I}$  и  $\bar{U}_{\kappa}$  не равна нулю. Ток эмиттера, протекая через конденсатор обратной связи ( $\bar{I}_{\beta} = \bar{I}_{oc}$ ), получает сдвиг по фазе в сторону опережения по отношению к  $\bar{U}_{\kappa}$ :

$$\varphi_{oc} = \arctg \frac{1}{\omega C_{oc} r_{\beta\delta}}.$$

В реальных схемах часто  $r_{\beta\delta} \ll 1/(\omega C_{oc})$  и  $\varphi_{oc}$  близко к  $\pi/2$ .

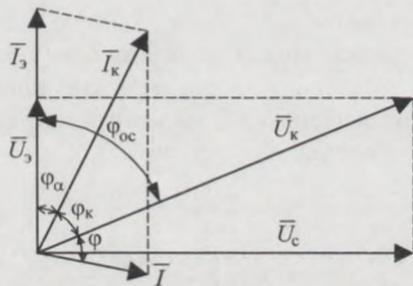


Рис. П2. Диаграмма баланса фаз

Соотношение фаз колебаний в схеме представлено на векторной диаграмме рис. П2. При построении диаграммы учтено, что ток  $\bar{I}_{\beta}$  опережает напряжение на емкости  $C_{oc}$  на  $\pi/2$ . Таким образом, отставание напряжения  $\bar{U}_{\kappa}$  по фазе от тока эмиттера  $\bar{I}_{\beta}$  компенсируется опережением тока обратной связи.

Из диаграммы видно, что ток  $\bar{I}$ , протекающий по контуру, отстает по фазе от напряжения  $\bar{U}_{\kappa}$  на нем на угол  $\varphi$ . Это означает, что баланс фаз выполняется на частоте ниже, чем резонансная частота контура. Построение диаграммы для малой инерционности ( $\varphi_{\alpha} \approx 0$ ) показывает, что  $\varphi > \pi/2$ . Так как предельные значения  $\varphi$  за счет частотной расстройки контура не превышают  $\pm\pi/2$ , схема не будет возбуждаться на низких частотах, где инерционность транзистора мала.

# **ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ И ОСНОВЫ СУПЕРГЕТЕРОДИННОГО ПРИЕМА**

## **1. Цель работы**

Теоретическое и экспериментальное исследование одного из фундаментальных радиофизических явлений – преобразования частоты. Изучение его практического применения на примере супергетеродинного приемника электромагнитных колебаний.

## **2. Задание**

При подготовке к выполнению работы изучить теоретические основы явления преобразования частоты и вопросы его практического применения.

**2.1.** Определение преобразования частоты как физического процесса; спектральное представление преобразования частоты; преобразование частоты с использованием нелинейных электрических цепей; преобразование частоты с использованием параметрических элементов.

**2.2.** Основы супергетеродинного приема электромагнитных колебаний: основной и зеркальный каналы приема; необходимость и методы подавления зеркального канала; избирательность по зеркальному и соседнему каналам; приемники с двойным преобразованием частоты.

**2.3.** Современные тенденции в схемотехнике супергетеродинных приемников: использование широкополосной преселекции; использование пассивных смесителей, работающих в ключевом режиме; применение кварцевых, пьезоэлектрических и электромеханических фильтров с высоким коэффициентом прямоугольности.

**2.4.** Провести экспериментальное исследование макета высокочастотного процессора: снять амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) преселектора; снять АЧХ кварцевого фильтра сосредоточенной селекции (ФСС); задавшись частотой входного сигнала и зная центральную частоту ФСС, выбрать частоту гетеродина; рассчитать частоту зеркального канала; отключив преселектор, измерить коэффициент преобразования на

частотах основного и зеркального каналов; измерить частоты иных паразитных каналов приема и объяснить причины их появления; проделать предыдущий пункт исследований с подключенным преселектором; рассчитать коэффициент подавления зеркального канала.

2.5. Результаты экспериментов представить в виде отчета, завершив последний выводами, аккумулирующими основные результаты и их физическую трактовку.

### 3. Теоретическая часть

В радиофизике преобразованием частоты называют физический процесс, результатом которого является перенос *спектральной плотности* (далее просто *спектра*) сигнала из одной полосы занимаемой им частот в другую. В процессе такого переноса внутриспектральные соотношения должны сохраняться. Допускается только инверсия спектра, т.е. обмен минимальной  $\omega_{\min}$  и максимальной  $\omega_{\max}$  частот спектра местами:  $(\omega_{\min} \dots \omega_{\max}) \Leftrightarrow (\omega_{\max} \dots \omega_{\min})$ . В процессе преобразования спектр сигнала может быть перенесен как «вверх», так и «вниз», что поясняет рис. 1.

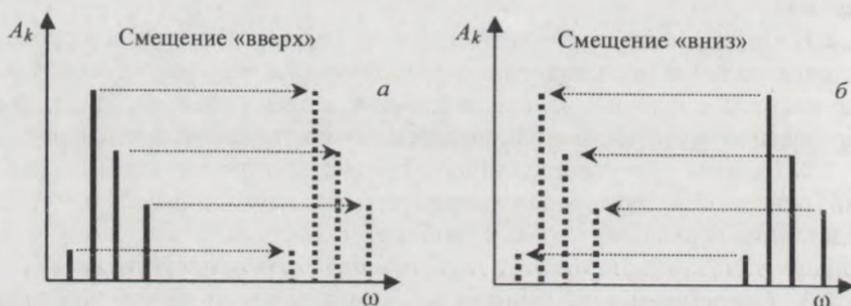


Рис. 1. Примеры преобразования спектра сигнала «вверх» (а) и «вниз» (б). Сплошные линии – исходный спектр, пунктир – спектр после преобразования

Сразу следует отметить, что в природе не существует ни одного элемента, объекта или структуры, способных *точно* осуществить процесс преобразования частоты в указанном выше смысле. Поэтому в процессе преобразования неизбежно возникают искажения преобразуемого сигнала. Однако, используя современную элементную базу, можно получить тот уровень искажений, который вполне приемлем для различного рода практических приложений.

Перенос спектра сигнала происходит, например, при таких фундаментальных радиофизических процессах, как модуляция и детектирование. При модуляции низкочастотный спектр информационного сигнала переносится «вверх» в область высоких (сверхвысоких) частот или в оптический диапазон. А при детектировании, наоборот, спектр высокочастотных сигналов переносится «вниз», где и обрабатывается низкочастотным процессором с целью извлечения полезной информации. Поэтому детектирование и модуляция могут рассматриваться, по выражению известного радиофизика А.А. Харкевича, как «частные случаи более общей линейной операции, называемой в радиотехнике преобразованием частоты». Поясним, что здесь под линейностью операции подразумевается сохранение внутриспектральных соотношений, что гарантирует сохранение информационной компоненты без искажений.

Существуют все основания утверждать, что преобразование частоты является основой для построения практически всех видов радиоэлектронной аппаратуры: передающей, приемной, радиоизмерительной и т.п.

Так, в радиопередающей аппаратуре информационный сигнал вначале формируется на сравнительно низких частотах  $\Omega$  (доли и единицы МГц) и лишь затем переносится в ту область частот  $\omega_0$ , где он становится «узкополосным»,  $\Omega \ll \omega_0$ . При этом сигнал эффективно излучается в эфир резонансными антенными системами и создает минимум помех соседним приемникам и передатчикам.

В радиоприемных устройствах принимаемый радиосигнал может вначале преобразовываться как вверх, так и вниз, а именно в ту область частот, где его удобней подвергать частотной селекции. Однако следующим шагом обработки сигнала все равно будет являться преобразование в область низких частот, где низкочастотным процессором выделяется информационная составляющая спектра.

Различного рода радиоизмерительная аппаратура содержит в себе узлы радиоприемных и радиопередающих устройств, что не позволяет ей обходиться без преобразования частот.

### 3.1. Спектральное представление процесса преобразования частоты

Преобразование частоты может осуществляться двумя различными способами. В первом из них используются функциональные преобразователи, работа которых основана на явлении взаимодействия веществ-

ва с электромагнитным полем. К такого рода преобразователям можно отнести, например, нелинейные кристаллы, облучаемые оптическими квантовыми генераторами. Для анализа функциональных преобразователей требуются специальные знания из оптики и физики твердого тела, поэтому они изучаются в специальных разделах радиофизики и оптики. Во втором, традиционном, случае преобразование частоты осуществляется в специальных устройствах – преобразователях частоты, представляющих собой определенным образом сконструированные радиоэлектронные цепи, являющиеся шестиполосниками. Они имеют два входных порта и один выходной. На один из входных портов подают преобразуемый сигнал  $u_c(t)$ , на другой – сигнал  $u_{\text{гет}}(t)$  от вспомогательного генератора, называемого *гетеродином*. С выходного порта снимается преобразованный сигнал  $u_{\text{пр}}(t)$ . Таким образом, преобразователь частоты может быть представлен в виде, изображенном на рис.2.

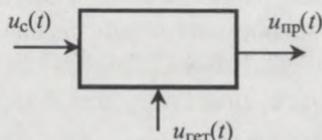


Рис. 2. Представление преобразователя частоты в виде «черного ящика» – шестиполосника

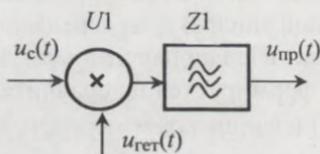


Рис. 3. Функциональная схема «идеального» преобразователя частоты.  $U1$  – перемножитель сигналов (смеситель),  $Z1$  – полосовой фильтр

Что должно находиться внутри «черного ящика»? Ответим на этот вопрос, рассуждая следующим образом. Пусть преобразуемый сигнал может быть представлен в виде квазигармонического колебания:

$$u_c(t) = A_c(t) \cos[\omega_c t + \varphi_c(t)]. \quad (1)$$

В этом выражении  $A_c(t)$  и  $\varphi_c(t)$  – некоторые медленно изменяющиеся за время  $T_c = 2\pi/\omega_c$  функции времени, в изменении которых и заключена передаваемая информация. Их естественно назвать *информационными компонентами*. Пусть сигнал гетеродина имеет чисто гармоническую форму:

$$u_{\text{гет}}(t) = A_{\text{гет}} \cos \omega_{\text{гет}}(t). \quad (2)$$

Путь, далее, нами найден некоторый элемент, способный точно выполнить операцию перемножения этих сигналов. Назовем его идеальным перемножителем. Тогда на выходе этого перемножителя получим сигнал следующего вида:

$$u_c(t) \cdot u_{\text{гет}}(t) = \frac{1}{2} A_c(t) \cdot A_{\text{гет}}(t) \cos[(\omega_{\text{гет}} - \omega_c)t - \varphi_c(t)] + \frac{1}{2} A_c(t) \cdot A_{\text{гет}}(t) \cos[(\omega_{\text{гет}} + \omega_c)t + \varphi_c(t)] = U_{\Delta}(t) + U_{\Sigma}(t). \quad (3)$$

Из последнего соотношения следует, что сигнал на выходе идеального перемножителя содержит две составляющие:  $U_{\Delta}(t)$  и  $U_{\Sigma}(t)$ . Обсудим их свойства.

Первая из этих компонент  $U_{\Delta}(t)$  содержит в искаженном виде всю информацию, которая была заложена в исходном сигнале, а именно  $A_c(t)$  и  $\varphi_c(t)$ . Мгновенная частота этой составляющей

$$\nu(t) = (\omega_{\text{гет}} - \omega_c) - \frac{d\varphi_c(t)}{dt}.$$

Если пренебречь (в силу медленности изменения) производной от фазы  $\varphi_c(t)$  сигнала, то  $\nu_{\Delta}(t) \cong (\omega_{\text{гет}} - \omega_c)$ . Поэтому компонента  $U_{\Delta}(t)$  называется разностной. Вторая компонента  $U_{\Sigma}(t)$  также содержит в себе искаженные информационные составляющие преобразуемого сигнала  $A_c(t)$ ,  $\varphi_c(t)$ , но ее мгновенная частота  $\nu_{\Sigma}(t) \cong (\omega_{\text{гет}} + \omega_c)$ , и поэтому  $U_{\Sigma}(t)$  называется суммарной.

Мы приходим к удивительному выводу: *существенно нелинейная операция перемножения сигналов является линейной относительно медленно меняющихся амплитуды и фазы сигналов*. Поэтому идеальный преобразователь частоты не изменяет внутриспектральных соотношений и переносимая сигналом информация не искажается.

С точки зрения дальнейшего использования обе рассматриваемые компоненты  $U_{\Delta}(t)$  и  $U_{\Sigma}(t)$  совершенно равноценны. Можно использовать и обе из них, но чаще полезной оказывается только одна. Тогда вторая компонента должна быть подавлена. Проще всего это сделать, используя частотно-избирательный элемент – полосно-пропускающий фильтр, который выделяет либо суммарную, либо разностную состав-

ляющую и подавляет другую. Таким образом, мы приходим к выводу, что преобразователь частоты с необходимостью должен иметь структуру, изображенную на рис. 3.

На рис. 4 для иллюстрации представлено распределение по частоте спектральных составляющих входных и выходных сигналов для случая, когда  $A_c$  и  $\varphi_c$  не зависят от времени.

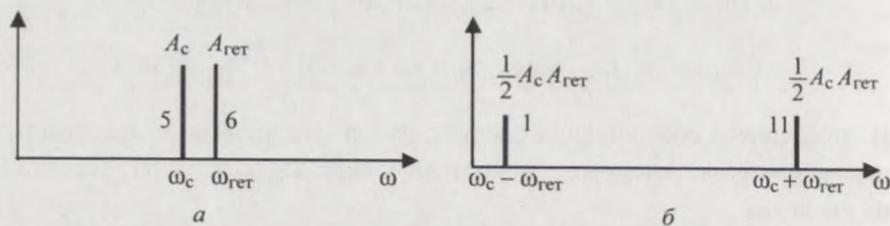


Рис. 4. Спектры сигналов на входах преобразователя частоты (а) и его выходе (б). Целые числа у спектральных составляющих – условные значения частот, облегчающие понимание соотношений между частотами входных и выходных сигналов

Частота преобразования  $\omega_{пр}$ , то есть та частота, на которую требуется перенести частоту сигнала  $\omega_c$ , как следует из рис. 4, связана с частотой вспомогательного генератора соотношениями

$$\omega_{пр} = \begin{cases} \omega_{ген} - \omega_c, \\ \omega_c - \omega_{ген}, \\ \omega_c + \omega_{ген}, \end{cases}$$

позволяющими по заданным значениям  $\omega_c$  и  $\omega_{пр}$  однозначно определить частоту гетеродина:

$$\omega_{ген} = \begin{cases} \omega_c + \omega_{пр}, \\ \omega_c - \omega_{пр}, \\ \omega_{пр} - \omega_c. \end{cases} \quad (4)$$

На практике при выборе частоты гетеродина следует исходить из экспериментально установленного факта, указывающего на то, что с ростом частоты гетеродина (приблизительно пропорционально ее квадрату) ухудшается стабильность его работы. Поэтому желательно выбирать ту комбинацию  $\omega_c$  и  $\omega_{пр}$ , которая обеспечит наименьшее численное значение частоты гетеродина.

Сделаем еще одно важное замечание. На практике следует стремиться к выполнению следующего условия:  $\max |A_c(t)| \ll A_{\text{гет}}$ . В радиоприемных устройствах оно выполняется автоматически, так как принимаемые сигналы слабы, а в радиопередаточных устройствах и измерительных системах его выполнения добиваются схемными решениями, иначе спектр излучаемого сигнала будет неизбежно «загрязнен».

### 3.2. Преобразование частоты с использованием параметрических элементов

Рассмотрим электрическую цепь, изображенную на рис. 5, где  $Y(t)$  – проводимость (параметр) линейного элемента, управляемая напряжением гетеродина и, следовательно, изменяющаяся во времени с частотой гетеродина  $\omega_{\text{гет}}$ .

Ток  $i(t)$  в цепи легко определяется из закона Ома:

$$i(t) = u_c(t) \cdot Y(t).$$

В свою очередь, проводимость  $Y(t)$  вследствие гармонической зависимости от напряжения гетеродина может быть представлена рядом Фурье вида

$$Y(t) = Y_0 + Y_1 \cos \omega_{\text{гет}}(t) + Y_2 \cos 2\omega_{\text{гет}}(t) + Y_3 \cos 3\omega_{\text{гет}}(t) + \dots, \quad (5)$$

что после подстановки в уравнение для тока  $i(t)$  дает

$$i(t) = A_c(t) A_{\text{гет}} \{ Y_0 + Y_1 \cos \omega_{\text{гет}} t \cdot \cos[\omega_c t + \varphi_c(t)] + Y_2 \cos 2\omega_{\text{гет}} t \cdot \cos[\omega_c t + \varphi_c(t)] + Y_3 \cos 3\omega_{\text{гет}} t \cdot \cos[\omega_c t + \varphi_c(t)] + \dots \}.$$

Анализ последнего соотношения позволяет заключить, что в спектре тока  $i(t)$  есть постоянная составляющая  $i_0 = A_c A_{\text{гет}} Y_0$  и гармонические составляющие вида

$$i_k(t) = \frac{1}{2} A_c A_{\text{гет}} Y_k \cos[(k\omega_{\text{гет}} \pm \omega_c)t \pm \varphi_c(t)], \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

называемые **комбинационными**.

В качестве полезной составляющей можно выбрать любую из  $i_k(t)$ , но следует иметь в виду, что с ростом индекса  $k$  амплитуды гармоник

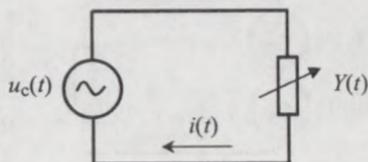


Рис. 5. Последовательное включение параметрической проводимости с источником сигнала

проводимости параметрического элемента  $Y_k$  быстро убывают, что снижает эффективность преобразования. Поэтому на практике, как правило, используют гармоники с индексом не более трех, т.е.  $k \leq 3$ , а чаще всего используют комбинационную составляющую тока с номером  $k = 1$ . В этом случае будут справедливы все результаты и выводы предыдущего раздела. Неиспользуемые составляющие спектра подавляют, применяя различного рода частотно-избирательные цепи.

### 3.3. Преобразование частоты с использованием нелинейных элементов

Учет условия  $A_c(t) \ll A_{\text{гет}}$  позволяет рассматривать нелинейные элементы как условно параметрические. При этом все выводы, полученные в предыдущем разделе, оказываются справедливыми и для нелинейных цепей.

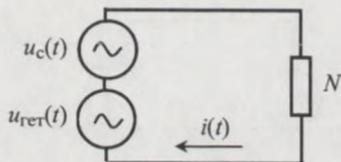


Рис. 6. Последовательное включение нелинейного элемента  $N$  с источниками напряжения сигнала и гетеродина

Действительно, рассмотрим электрическую цепь, представленную на рис. 6. Здесь  $N$  – элемент, зависимость тока  $i(t)$  которого нелинейным образом зависит от приложенного напряжения:

$$i(t) = i[u_c(t) + u_{\text{гет}}(t)].$$

Разложим ток нелинейного элемента в ряд Тейлора относительно малого напряжения  $u_c$  в окрестности значительно большего напряжения  $u_{\text{гет}}$ :

$$i(t) = i[u_{\text{гет}}(t)] + \frac{\partial i(u_{\text{гет}})}{\partial u_{\text{гет}}} \cdot u_c(t),$$

ограничившись двумя первыми членами ряда.

В свою очередь крутизна вольт-амперной характеристики нелинейного элемента (его проводимость) может быть разложена в ряд Фурье по гармоникам напряжения гетеродина:

$$\frac{\partial i(u_{\text{гет}})}{\partial u_{\text{гет}}} = S_0 + S_1 \cos \omega_{\text{гет}}(t) + S_2 \cos 2\omega_{\text{гет}}(t) + S_3 \cos 3\omega_{\text{гет}}(t) + \dots, \quad (6)$$

что с точностью до обозначений совпадает с разложением проводимости параметрического элемента (5), приведенной в предыдущем разделе

ле. Таким образом, напряжение гетеродина изменяет во времени параметр нелинейного элемента – его крутизну, что и приводит к тем же результатам, что и для параметрического преобразования.

В заключение настоящего раздела отметим, что электрические цепи, изображенные на рис. 5, 6, в технических приложениях называют *смесителями*.

### 3.4. Основы супергетеродинного приема

Прежде чем перейти к анализу принципов работы приемников супергетеродинного типа (супергетеродинов) рассмотрим работу его исторического предшественника – приемника прямого усиления. Функциональная схема такого приемника изображена на рис. 7.

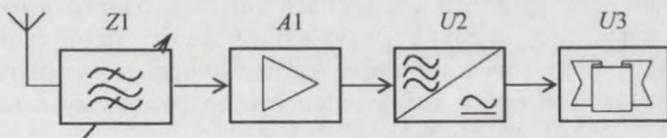


Рис. 7. Функциональная схема приемника прямого усиления

Такой приемник работает следующим образом. Из приемной антенны сигналы многих радиостанций и других излучателей электромагнитных волн одновременно поступают на вход элемента  $Z1$ . Это селективная, частотно-избирательная цепь (перестраиваемый по частоте полосовой фильтр), назначение которой заключается в выделении полезного сигнала и подавлении всех нежелательных излучений – внеполосных помех. Выделенный полезный сигнал поступает из фильтра на усилитель высокой частоты  $A1$  и далее на детектор  $U2$ , в котором выделяется переносимая радиосигналом информационная компонента. Низкочастотный процессор  $U3$  (звукоспроизводящее устройство, телетайп, исполнительный механизм и т.п.) преобразует эту компоненту в доступное для пользователя сообщение.

Приемник прямого усиления прост, но обладает рядом недостатков, главный из которых – *низкая избирательность по соседнему каналу приема*. Причина этого недостатка обусловлена тем, что входной полосовой фильтр должен быть перестраиваемым по частоте, а из этого следует, что он не может иметь высокий и постоянный коэффициент прямоугольности амплитудно-частотной характеристики. Последнее при-

водит к тому, что близкие по частоте источники радиоизлучения создают взаимные помехи, уровень которых может привести к нарушению самой возможности приема желаемой радиостанции.

Низкая избирательность приемников прямого усиления по соседнему каналу заставила искать иные пути приема и обработки радиосигналов, что и привело к идее супергетеродинного приема, который был предложен в 1918 г. независимо друг от друга Э. Армстронгом (США) и Л. Леви (Франция). В основу работы супергетеродина положено явление преобразования частоты, детально рассмотренное выше. Функциональная схема супергетеродина изображена на рис. 8.

На антенну радиоприемника одновременно действуют сигналы огромного числа излучателей, из которых необходимо выделить один, являющийся полезным. Входной фильтр  $Z1$  (преселектор) настраивается на среднюю частоту спектра полезного сигнала, однако в отличие от приемника прямого усиления, требования к полосе пропускания и коэффициенту прямоугольности преселектора теперь могут быть невысокими, поскольку высокая избирательность по соседнему каналу здесь достигается иными средствами.

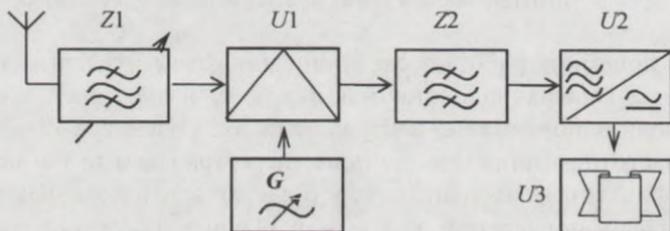


Рис. 8. Функциональная схема супергетеродинного приемника

Один или сразу несколько сигналов с выхода преселектора  $Z1$  поступают на вход преобразователя частоты, в состав которого входят: смеситель  $U1$ , перестраиваемый по частоте гетеродин  $G$  и полосовой фильтр  $Z2$  с неизменяемой, фиксированной средней частотой полосы пропускания, называемой промежуточной частотой  $\omega_{пч}$  (сравните с рис. 3). Совокупность узлов  $Z1$ ,  $U1$ ,  $G$  и  $Z2$  в современной литературе (особенно зарубежной) принято называть высокочастотным процессором.

Выбрав из тех или иных соображений промежуточную частоту  $\omega_{пч}$  и желая принять сигнал с частотой  $\omega_c$ , частоту гетеродина  $\omega_{гет}$  необходи-

мо определить вполне конкретно, а именно в соответствии с соотношениями (4), в которых  $\omega_{\text{пр}}$  следует заменить на  $\omega_{\text{пч}}$ . Таким образом, перестраивая частоту гетеродина, можно просканировать весь требуемый диапазон принимаемых частот. Дальнейшая обработка сигнала ясна из рис. 8 и была ранее рассмотрена на примере приемника прямого усиления.

Как видим, устройство супергетеродина существенно сложнее, чем приемника прямого усиления. В чем же его преимущество?

Такое преимущество есть, и оно настолько неоспоримо, что все профессиональные приемники строятся только по супергетеродинному принципу. Дело в том, что промежуточная частота  $\omega_{\text{пч}}$  фиксирована и может быть выбрана достаточно низкой. А это позволяет выполнить фильтр  $ZZ$  с равномерной АЧХ в полосе пропускания и высоким коэффициентом прямоугольности, что резко повышает избирательность по соседнему каналу. Такой фильтр называют фильтром сосредоточенной селекции (ФСС). Современные ФСС изготавливаются не только на основе связанных многоконтурных резонансных индуктивно-емкостных цепей, но чаще в виде электромеханических или кварцевых фильтров, которые имеют коэффициент прямоугольности близкий к единице и малую неравномерность затухания в полосе пропускания.

Казалось бы, задача селекции (выделения) полезного сигнала решена. Но, к сожалению, это не так. Дело в том, что возникает новая проблема – проблема подавления зеркального канала приема. Причина возникновения этого паразитного канала поясняется на рис. 9.

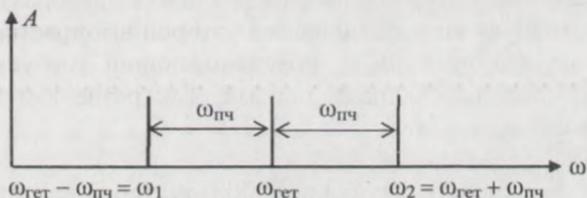


Рис. 9. Расположение частот гетеродина и двух возможных каналов приема

Нетрудно убедиться в том, что симметрично расположенные относительно частоты гетеродина (зеркальная симметрия) сигналы с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  будут одновременно перенесены на промежуточную частоту, создавая взаимные помехи. Так, возникает зеркальный канал

приема, что является основным принципиальным недостатком супергетеродинов.

Зеркальный канал приема может быть подавлен только входным преселектором  $Z1$  и очевидно, что степень подавления будет тем больше, чем сильнее разнятся частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . А их разнос по частоте равен  $\omega_2 - \omega_1 = 2\omega_{пч}$ , следовательно, весьма желательно всячески повышать значение промежуточной частоты. Но на высоких частотах сильно усложняется задача создания ФСС с приемлемыми частотными характеристиками.

Попытка разрешить противоречие, связанное с желанием обеспечить высокую селективность, как по соседнему, так и по зеркальному каналам приема, привела к созданию супергетеродинов с двойным преобразованием частоты, когда преобразование частоты используется дважды (а иногда и трижды).

Первое преобразование осуществляется на первую промежуточную частоту, имеющую высокое значение. При этом достигается требуемая избирательность по зеркальному каналу приема, и, если выбрать первую промежуточную частоту выше частот сигнала и гетеродина, то в роли преселектора  $Z1$  успешно выступает многозвенный неперестраиваемый фильтр нижних частот с частотой среза чуть больше максимальной из частот принимаемых сигналов и высоким значением коэффициента прямоугольности. Это так называемая *широкополосная преселекция*, позволяющая практически полностью исключить прием по зеркальному каналу.

Затем с помощью второго смесителя сигнал преобразуется на вторую промежуточную частоту, значение которой выбирается невысокой. На эту частоту настроен ФСС, обеспечивающий требуемую избирательность по соседнему каналу приема. Так разрешается описанное выше противоречие.

### 3.2. Основные характеристики преобразователей частоты

Специалисты различают достаточно много показателей, характеризующих преобразователи частоты, ограничимся рассмотрением только нескольких основных.

Прежде всего, определим *коэффициент преобразования* по напряжению как отношение амплитуды напряжения, выделенного на выходе преобразователя  $U_{пч}$ , к амплитуде напряжения входного сигнала  $U_c$ :

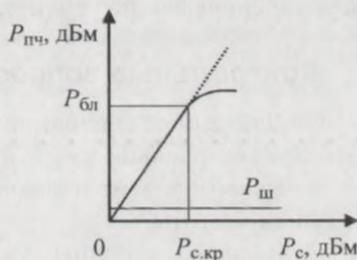
$$K_{\text{пр}} = 20 \lg \frac{U_{\text{пч}}}{U_c} \text{ [дБ]}. \quad (7)$$

Этот параметр играет особо важную роль в радиоприемных устройствах. В радиопередающих устройствах ему уделяется существенно меньшее внимание, ввиду того, что преобразуемые сигналы достаточно велики. Коэффициент преобразования может быть как больше нуля в активных преобразователях частоты (преобразователи с усилением)  $U_{\text{пч}} > U_c$ , так и быть отрицательной величиной у пассивных преобразователей (преобразователи без усиления)  $U_{\text{пч}} < U_c$ .

Другой важной величиной, а в условиях современной перегруженности радиодиапазонов и наиболее важной, является *динамический диапазон* (ДД) смесителя. Этот параметр имеет несколько разновидностей, основные из них: ДД по забитию (блокированию) DB1 и ДД по интермодуляционным искажениям второго DB2 и третьего DB3 порядков.

ДД по блокированию является наибольшим из перечисленных и определяет верхнюю границу линейности преобразования, поэтому поясним смысл именно этого параметра. Зависимость коэффициента преобразования  $K_{\text{пр}}$  от мощности принимаемого сигнала  $P_c$  можно считать линейной функцией лишь в определенных пределах. Начиная с некоторого критического значения сигнала  $P_{c,\text{кр}}$ , начинает проявляться насыщение функции преобразования, т.е.  $K_{\text{пр}}$  начинает уменьшаться, как это показано на рис. 10 и следует из соотношения (7).

Рис. 10. Иллюстрация нарушения линейности коэффициента преобразования. Здесь  $P_{\text{ш}}$  – мощность шумов, приведенная ко входу приемника, минимальное значение которой обусловлено тепловыми шумами Земли;  $P_{\text{бл}}$  – точка блокирования. ДД по блокированию вычисляется следующим образом:  $\text{DB1} = P_{\text{бл}} - P_{\text{ш}}$  [дБ]. У лучших современных приемников  $\text{DB1} \sim 150$  дБ



Поясним желательность всемерного увеличения ДД по забитию. В полосу пропускания преселектора (напомним, что его избирательность невелика) наряду со слабым полезным сигналом обычно попадают и сигналы других мощных источников излучения, которые снижают коэффициент преобразования, ослабляя (забивая, блокируя) таким образом полезный сигнал. При этом на выходе приемника сами

внеполосные помехи не слышны, поскольку эффективно подавляются ФСС.

Поэтому в настоящее время стремятся использовать пассивные смесители. Этим достигается выполнение следующего правила: *все каскады, предшествующие ФСС, должны иметь минимально возможное усиление, исключаяющее их перегрузку и переход в нелинейный режим работы, а необходимое усиление осуществляется в каскадах, находящихся после ФСС, после подавления всех внеполосных помех.*

Однако при этом следует всемерно уменьшать коэффициент шума входного каскада, что достигается построением смесителя на мощных полевых транзисторах. При малых напряжениях сток – исток, независимо от его полярности, канал полевого транзистора ведет себя как обычный резистор, сопротивление которого управляется напряжением гетеродина, поданным на затвор транзистора. Поэтому полевой транзистор прекрасно справляется с функцией смешивания сигналов. Шумы же такого преобразователя чрезвычайно малы, поскольку через сопротивление канала протекает очень слабый ток полезного сигнала. При этом транзистор шумит как обычный резистор с сопротивлением, равным усредненному за период сигнала сопротивлению канала.

В заключение настоящего раздела отметим, что на частотах выше 100 МГц и, особенно в диапазонах космической связи, интенсивность внеполосных помех резко убывает и на первый план выходит проблема увеличения чувствительности приемника. Здесь уже широко применяются малощумящие усилители радиочастоты и активные смесители.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение процесса преобразования частоты и поясните его со спектральной точки зрения.
2. Какой элемент наилучшим образом подходит для целей преобразования частоты?
3. Какие электронные узлы и цепи принципиально необходимы для нормального функционирования преобразователя частоты?
4. Каково основное преимущество супергетеродина по сравнению с приемником прямого усиления?
5. Каковы причины возникновения зеркального канала приема?
6. Что такое избирательность по соседнему и зеркальному каналам приема?
7. Зачем применяется двойное преобразование частоты?

8. Поясните возможность преобразования частоты нелинейными и параметрическими элементами.
9. Поясните необходимость построения смесителей с высоким динамическим диапазоном.
10. Каковы основные тенденции в схемотехнике современных радиоприемных устройств?

#### 4. Методические указания

На рис. 11 представлена принципиальная схема лабораторного макета являющегося высокочастотным процессором супергетеродинного приемника, который построен с учетом современных схемотехнических тенденций. Будем сравнивать его с функциональной схемой, изображенной на рис. 8.

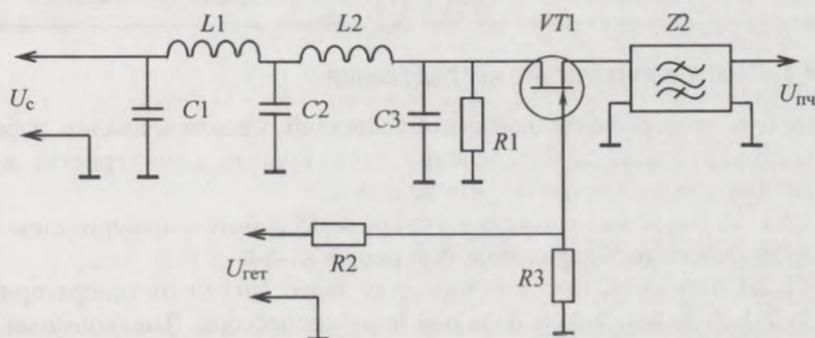


Рис. 11. Принципиальная схема экспериментального лабораторного макета

Преселектор  $Z1$  собран на катушках индуктивностей  $L1$ ,  $L2$ , конденсаторах  $C1 - C3$  и является чебышевским фильтром нижних частот 5-го порядка с высоким коэффициентом прямоугольности и характеристическим сопротивлением 50 Ом. Резистор  $R1$  является согласующей нагрузкой этого фильтра. Основное назначение фильтра – подавление зеркального канала приема.

Пассивный параметрический смеситель выполнен на полевом транзисторе  $VT1$ , сопротивлением канала которого управляет напряжение внешнего, по отношению к макету, гетеродина. Делитель напряжения  $R2$ ,  $R3$  предохраняет транзистор  $VT1$  при подаче на его затвор излишне высокого сигнала гетеродина.

ФСС является монолитный кварцевый фильтр с полосой пропускания 3,1 кГц по уровню  $-3$ дБ.

Номиналы использованных элементов и цоколевка транзистора приведены в таблице.

Обозначение на принципиальной схеме (рис. 11)	Номинал	Цоколевка транзистора КП 305Б
$C1, C3$	5,1 нФ	
$C2$	10 нФ	
$L1, L2$	25 мкГ	
$R1$	51 Ом	
$R2, R3$	22 кОм	
$VT1$	КП 305Б	
$Z2$	ФП2П6-418	

#### 4.1. Экспериментальные исследования

Целью экспериментальных исследований является анализ работы лабораторного макета, определение его основных характеристик и их сравнение с теоретическими результатами.

**4.1.1.** Изучить методические указания по работе с измерителем амплитудно-частотных характеристик цепей X1-54.

**4.1.2.** Снять АЧХ преселектора, для этого сигнал от генераторного блока X1-54 подать на сигнальный порт процессора. Высокоомный измерительный щуп прибора X1-54 подключается параллельно согласующему резистору  $R1$ .

**4.1.3.** Отобразить измеренную АЧХ преселектора на графике, из которого определить полосу возможных для приема частот  $\omega_c \in (\omega_{\min} \dots \omega_{\max})$ .

**4.1.4.** Измерить АЧХ ФСС и определить среднюю частоту полосы пропускания  $\omega_{пч}$ . При измерениях сигнал от свип-генератора X1-54 подать непосредственно на входные клеммы кварцевого фильтра, а сигнал на щуп снять с выходных клемм фильтра.

**4.1.5.** По заданной преподавателем частоте полезного сигнала  $\omega_c$  рассчитать частоту гетеродина, пользуясь соотношениями (4) настоящей работы.

**4.1.6.** Рассчитать частоту зеркального канала приема  $\omega_3$ .

**4.1.7.** Отключив преселектор, пронаблюдать на экране индикаторного блока X1-54 все возможные каналы приема, записав их частоты и объяснив причины появления.

**4.1.8.** Измерить коэффициент преобразования на частотах основного и зеркального каналов приема.

**4.1.9.** Подключить преселектор, пронаблюдать на экране индикаторного блока X1-54 все каналы приема, записать их частоты и объяснить причины исчезновения некоторых из тех, что наблюдались при выполнении пункта 4.1.7.

**4.1.10.** Рассчитать коэффициент преобразования процессора в целом на частоте  $\omega_c$ .

**4.1.11.** Рассчитать коэффициент подавления зеркального канала.

**4.1.12.** Результаты изучения теории сопоставить с результатами проведенных экспериментов, оформить отчет по работе, закончив его выводами.

# **ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В НЕЛИНЕЙНОМ КОНТУРЕ**

## **1. Цель работы**

Исследование влияния нелинейных параметров полупроводникового диода на резонансные свойства колебательного контура.

## **2. Задание**

**2.1.** Перед выполнением работы необходимо изучить следующие вопросы: процессы, протекающие в контуре с нелинейной емкостью полупроводникового диода и с цепью автоматического смещения; составление математической модели рассматриваемой системы; стационарные режимы вынужденных колебаний контура; влияние цепи смещения диода на форму резонансной кривой; устойчивость вынужденного колебательного процесса, механизм и виды неустойчивостей.

**2.2.** Провести экспериментальное исследование влияния параметров цепи смещения диода и уровня входного сигнала на частотные характеристики колебательного контура; исследовать условия возникновения статической и динамической неустойчивостей.

## **3. Теоретическая часть**

Задача о колебаниях резонансного контура с нелинейным реактивным элементом принадлежит к числу классических задач нелинейной радиотехники и теории колебаний и рассмотрена для ряда схем, таких как контур с индуктивностью на магнитном сердечнике, контур с конденсатором с сегнетоэлектрическим диэлектриком, контур с полупроводниковым диодом, включенным в заpornом направлении, и т.д. Нелинейные реактивные элементы изменяют свои параметры при изменении подаваемого на них постоянного напряжения (смещения), что позволяет строить на их основе радиоэлектронные цепи с управляемыми характеристиками. На нелинейности этих устройств происходит преобразова-

ние формы и спектров подаваемых сигналов, которое может быть как полезным (модуляция, умножение частоты, перенос спектра сигнала и т.д.), так и вредным (нелинейные искажения, зависимость характеристик от уровня сигнала, возникновение нестабильностей различного типа).

К числу особенностей нелинейных колебательных устройств подобного типа относится возможность одновременного возбуждения в них нескольких видов движений, связанных друг с другом и различающихся скоростями протекающих процессов. Вследствие этого даже простые, на первый взгляд, нелинейные системы демонстрируют разнообразие и сложность поведения.

В настоящей работе предлагается исследовать один из перечисленных вариантов, а именно, — колебательный контур с полупроводниковым диодом и цепью автоматического смещения.

### 3.1. Математическая модель вынужденных колебаний в нелинейном контуре с цепью смещения

На рис. 1 изображена схема последовательного колебательного контура с индуктивностью  $L$  и с нелинейной дифференциальной емкостью  $C(u)$   $p-n$ -перехода полупроводникового диода. Сопротивление контура  $r$  учитывает диссипативные потери в цепи. Контур возбуждается источником гармонической ЭДС  $e(t) = E \cos \omega t$ . Элементы  $C_\phi$ ,  $R_0$  образуют сглаживающий фильтр нижних частот: емкость  $C_\phi$  велика ( $1/\omega C_\phi \ll R_0$ ), и переменный ток контура практически не создает на фильтре напряжения [1].

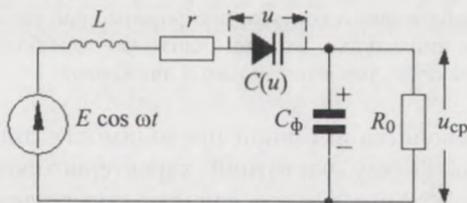


Рис. 1. Колебательный контур с полупроводниковым диодом

В режиме вынужденных колебаний на частотах, близких к резонансной частоте контура, на диоде могут развиваться колебания большой амплитуды, захватывая не только область обратных напряжений, где диод является нелинейной емкостью, но и область прямых напряжений

с током проводимости через диод. При этом в системе происходят следующие процессы.

Нелинейная зависимость ёмкости от напряжения  $C(u)$  приводит к тому, что средняя за период ёмкость  $C_1 = \overline{C(u)}$  оказывается функцией амплитуды переменного напряжения на диоде  $U_1$ . Поэтому при приближении частоты внешнего воздействия  $\omega$  к области резонанса происходит сдвиг резонансной частоты  $\omega_p = 1/\sqrt{LC_1(U_1)}$ . В результате этого амплитудно-частотная характеристика контура трансформируется, приобретая характерный несимметричный вид. На рис. 2 показаны частотные характеристики колебательного контура для различных амплитуд входной ЭДС  $U_{вх}$  в случае, когда емкость  $C_1$  увеличивается с ростом амплитуды  $U_1$ .

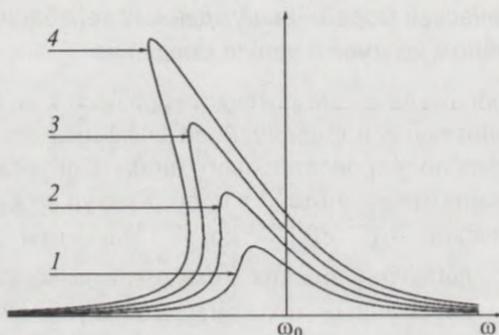


Рис. 2. Резонансные характеристики нелинейного колебательного контура, построенные при различных амплитудах входного сигнала — чем больше амплитуда, тем выше номер и пик кривой

Нелинейные свойства активной проводимости диода также оказывают влияние на форму частотной характеристики колебательного контура, однако механизм этого влияния совершенно иной. За счет нелинейности вольт-амперной характеристики диода в цепи возникает постоянная составляющая тока, которая выделяется фильтром и создает на сопротивлении  $R_0$  зависящее от амплитуды  $U_1$  постоянное напряжение  $u_{ср}(U_1)$  (его полярность показана на рис. 1). Это напряжение называется напряжением автоматического смещения. Как видно из рис. 3, оно сдвигает рабочую точку на вольт-амперной и вольт-

фарадной характеристиках влево. Это приводит к уменьшению емкости контура, к увеличению резонансной частоты и, как следствие, к наклону резонансной кривой вправо. Как видим, возникает еще одна функциональная связь средней ёмкости  $C_1$  и амплитуды напряжения  $U_1$   $C_1(u_{cp}(U_1))$ . Вид этой связи существенным образом определяется сопротивлением резистора фильтра  $R_0$ .

Таким образом, быстрые процессы в контуре (колебания) и медленные процессы в цепи автосмещения оказываются связанными друг с другом. С одной стороны, напряжение смещения пропорционально амплитуде колебаний на диоде  $U_1$ , которая при приближении частоты  $\omega$  к резонансной растет. С другой стороны, изменение смещения на диоде изменяет его емкость, что вызывает отклонение (отстройку) резонансной частоты контура и последующее изменение амплитуды колебаний.

Из сказанного следует, что в математической модели должны быть учтены как вольт-фарадная  $C(u)$ , так и вольт-амперная  $i(u)$  характеристики полупроводникового диода<sup>1</sup>.

Для их описания можно воспользоваться известными выражениями:

$$C(u) = \frac{C_0}{\sqrt{1 - u/\varphi_k}}, \quad (1)$$

$$i(u) = i_s [\exp(\alpha u) - 1], \quad (2)$$

где  $\alpha = e/kT_0 \approx 40 \text{ В}^{-1}$ ,  $e$  – заряд электрона,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T_0$  – температура,  $\varphi_k$  – контактная разность потенциалов,  $C_0$  – емкость  $p$ – $n$ -перехода при  $u = 0$ . Характеристики (1) и (2) графически изображены на рис. 3. Формула (1) имеет смысл только для  $u < \varphi_k$ .

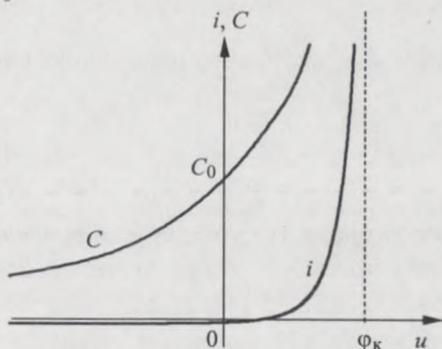


Рис. 3. Вольт-амперная и вольт-фарадная характеристики диода

<sup>1</sup> Именно в такой, наиболее полной постановке задача была сформулирована и решена В.Б. Антиповым в работе [4].

Для составления дифференциального уравнения колебательного контура необходима вольт-кулоновая характеристика диода. Получим ее из выражения для дифференциальной ёмкости (1):

$$C = \frac{dq_{p-n}}{du} = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{u}{\Phi_k}}},$$

где  $q_{p-n}$  – заряд, накапливающийся на ёмкости  $p-n$ -перехода. Отсюда:

$$dq_{p-n} = \frac{C_0}{\sqrt{1 - \frac{u}{\Phi_k}}} du.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от 0 до  $u$  и вводя безразмерные напряжения  $U = u/\Phi_k$  и заряд  $q = q_{p-n}/C_0\Phi_k$ , получим нелинейную связь напряжения и заряда:

$$U(q) = q - q^2/4. \quad (3)$$

### 3.1.1. Уравнения нелинейного колебательного контура

Дифференциальное уравнение колебательного контура с нелинейной емкостью имеет стандартную форму [1], а для безразмерных переменных приводится к виду (см. Приложение)

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 U(q) = \omega_0^2 \left( \frac{E}{\Phi_k} \right) \cos \omega t. \quad (4)$$

Здесь обозначены  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_0}$ ,  $Q = 1/\omega_0 r C_0$  – резонансная частота и добротность контура для случая слабого сигнала (когда  $u/\Phi_k \ll 1$  и  $C(u) \approx C_0$ ).

Уравнение (4) не учитывает потери, вносимые в колебательный контур за счет токов прямой проводимости полупроводникового диода; это значительно упрощает анализ процессов в системе. Данное приближение является допустимым и указанными переменными токами можно пренебречь, если мгновенное напряжение на диоде незначительно заходит в область прямых смещений. Эта ситуация реализуется в режиме автоматического смещения при достаточно большом сопротивлении резистора  $R_0$ .

Уравнение (4) содержит слагаемое  $\omega_0^2 U(q)$ , определяемое нелинейным выражением (3). В аналогичных уравнениях для механических систем это слагаемое задает вид нелинейной зависимости жесткости пружины механического маятника, поэтому модель типа (4) часто называют уравнением с нелинейной жесткостью.

Дальнейшим шагом является выбор вида решения  $q(t)$  нелинейного уравнения (4). Квадратичный характер вольт-кулоновой характеристики (3) указывает на то, что накапливаемый на нелинейной ёмкости заряд  $q(t)$  кроме переменной составляющей должен содержать постоянную составляющую  $q_0$ . Таким образом, решение следует искать в виде

$$q(t) = q_0 + A \sin(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний заряда, а  $\varphi$  – сдвиг фазы колебаний относительно внешнего сигнала.

Полагаем далее, что избирательность резонансной системы (то есть добротность  $Q$ ) достаточно велика и поэтому колебательные процессы близки к гармоническим. В этом случае амплитуду  $A$  и фазу  $\varphi$  периодической части решения (5) можно считать функциями времени  $A(t)$  и  $\varphi(t)$ , мало изменяющимися за период колебаний  $T = 2\pi/\omega$ . В силу указанной избирательности при использовании метода медленно меняющихся амплитуд (см. Приложение) можно удержать в слагаемом  $U(q)$  уравнения (4) только первую гармонику. Ее величина находится непосредственной подстановкой (5) в (3):

$$U_1 = A \left( 1 - \frac{q_0}{2} \right) \sin(\omega t + \varphi). \quad (6)$$

Методом медленно меняющихся амплитуд получаем укороченные уравнения

$$\begin{aligned} \tau \frac{dA}{dt} &= \frac{\omega_0^2}{\omega^2} (V \cos \varphi - A), \\ \tau A \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \left[ \left( 1 - \frac{q_0}{2} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) QA - V \sin \varphi \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где  $V = EQ/\varphi_k$  – нормированная амплитуда внешнего воздействия;  $\tau = 2Q/\omega$  – постоянная времени колебательного контура. В установив-

шемся режиме стационарные значения амплитуды и фазы определяются уравнениями

$$A_{\text{ст}} = V \cos \varphi_{\text{ст}}, \quad \operatorname{tg} \varphi_{\text{ст}} = Q \left( 1 - \frac{q_{0\text{ст}}}{2} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right). \quad (8)$$

Уравнения (8) содержат в качестве параметра постоянную составляющую заряда  $q_{0\text{ст}}$ , которая пока не определена (это будет сделано ниже). Вместе с тем качественный анализ (8) уже на этой стадии позволяет выявить особенности амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик нелинейного контура, связанные с зависимостью их от  $q_{0\text{ст}}$ . Действительно, амплитуда колебаний заряда достигает максимального значения  $A = A_{\text{max}}$  на резонансной частоте  $\omega_p$ , для которой  $\varphi_{\text{ст}} = 0$ . Эта частота равна  $\omega_0$  только для малых амплитуд колебаний, когда нелинейные свойства проявляются слабо:  $q_{0\text{ст}} \approx 0$ . Если амплитуда колебаний на нелинейном элементе велика и  $q_{0\text{ст}} \neq 0$ , то контур расстраивается:  $\omega_p \neq \omega_0$ . При приближении к резонансу амплитуда колебаний возрастает, что приводит к увеличению  $|q_{0\text{ст}}|$  и, следовательно, – к увеличению расстройки контура  $|\omega_p - \omega_0|$ . Это означает, что резонансная характеристика нелинейного контура, в отличие от его линейного аналога, имеет характерный наклон. Данный эффект проявляется тем сильнее, чем выше добротность колебательной системы. Направление расстройки, то есть знак  $(\omega_p - \omega_0)$ , зависит от знака  $q_{0\text{ст}}$  в (8), который, как будет показано далее, может быть и положительным, и отрицательным (см. рис. 2 и 7). Фазовые свойства колебаний определяются тем, что при  $\omega > \omega_p$  имеем  $\varphi_{\text{ст}} < 0$ , а при  $\omega < \omega_p$  получаем  $\varphi_{\text{ст}} > 0$  (см. второе уравнение (8)).

### 3.1.2. Уравнение цепи автоматического смещения

Системы уравнений (7) и (8) не полностью описывают поведение рассматриваемой системы. Для установления связи между средним значением заряда  $q_0$  и амплитудой колебаний этого заряда  $A$  составим уравнение цепи смещения. Учтем, что полупроводниковый диод проявляет свои нелинейные свойства одновременно для различных переменных. Действительно, в режиме вынужденных колебаний на диоде как на

реактивном элементе контура развивается переменное напряжение большой амплитуды. Это напряжение заходит в область прямого смещения  $p-n$ -перехода и детектируется. С другой стороны, в контуре существуют интенсивные колебания заряда, которые также «детектируются», но теперь уже на нелинейной вольт-кулоновой характеристике (3). Оба эти процесса порождают постоянные составляющие тока и напряжения, которые должны быть связаны одним уравнением.

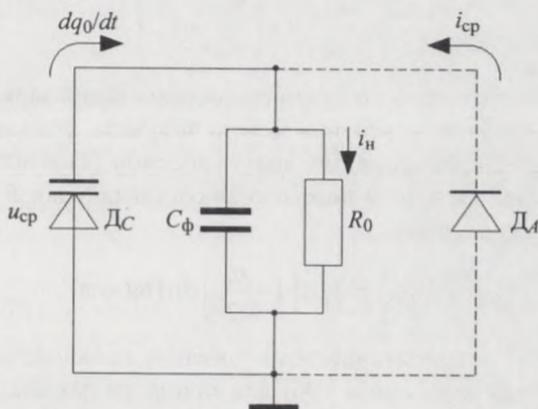


Рис. 4. Эквивалентная схема цепи постоянного тока

Указанное обстоятельство отражает эквивалентная схема цепи постоянного тока (рис. 4). Постоянное напряжение на сопротивлении  $R_0$  создается некоторым медленно изменяющимся током  $i_n$ . Одним из элементов этого тока является усредненный за период колебаний ток «активной части» диода  $D_A$ :

$$\bar{i}_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i(u_{cp} + \tilde{u}) dt, \quad (9a)$$

управляемый постоянным смещением  $u_{cp}$  и переменным напряжением  $\tilde{u}$ . На емкостной части диода  $D_C$  существуют постоянная  $q_0$  и переменная  $\tilde{q}$  составляющие заряда, которые за счет нелинейных свойств зарядовой характеристики (3) образуют среднее за период напряжение

$$u_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u(q_0 + \tilde{q}) dt. \quad (9б)$$

Накопление заряда  $q_0$  на «пластинах» нелинейного конденсатора является инерционным процессом. В переходном режиме это проявляется в форме зависимости заряда от времени, то есть в появлении дополнительного тока  $dq_0/dt$  через внешнее сопротивление  $R_0$ . В соответствии со вторым законом Кирхгофа  $u_{cp} + (i_{cp} + C_0\Phi_k dq_0/dt)R_0 = 0$  получаем дифференциальное уравнение

$$C_0\Phi_k \frac{dq_0}{dt} = -\left(\frac{u_{cp}}{R_0} + i_{cp}\right), \quad (10)$$

описывающее релаксацию постоянной составляющей заряда.

Окончательный вид уравнения можно получить, если использовать в интегралах (9а,б) выражения для вольтамперной (2) и вольт-кулоновой (3) характеристик. При этом переменная составляющая  $\tilde{u}$  в (9а) в соответствии с (6) задается как

$$\tilde{u} = U_1\Phi_k = \Phi_k A \left(1 - \frac{q_0}{2}\right) \sin(\omega t + \varphi). \quad (11)$$

Интеграл (9а) не представляется в удобном для качественного анализа виде, тогда как выражение (9б) для принятой формы решения (5) с учетом нормировки непосредственно находится из (3) и имеет простой вид:

$$u_{cp} \equiv U_{cp}\Phi_k = \left(q_0 - \frac{q_0^2}{4} - \frac{A^2}{8}\right)\Phi_k. \quad (12)$$

Дифференциальные уравнения (7) и (10) с учетом (9а), (11) и (12) образуют полную систему уравнений.

### 3.3. Стационарные режимы цепи постоянного смещения

Стационарный режим цепи смещения описывается уравнением (10) при  $dq_0/dt = 0$ :

$$\frac{u_{cp}}{R_0} + i_{cp} = 0. \quad (13)$$

Последнее имеет простой смысл: средние токи, протекающие через диод и через внешнюю цепь, равны. В это уравнение, вследствие (12), входят постоянная составляющая  $q_0$  и амплитуда  $A$  переменной состав-

ляющей заряда. (Здесь и далее мы опускаем индекс “ст.”.) Попытаемся определить связь между ними, качественно анализируя задаваемую интегралом (9а) зависимость среднего (выпрямленного) тока диода  $i_{\text{ср}}$  от амплитуды переменного напряжения  $\tilde{u}$  при различных величинах сопротивления  $R_0$ .

На рис. 5 совмещены вольт-амперная 1 и вольт-кулоновая 2 характеристики диода; вольт-кулоновая характеристика соответствует полученной параболической зависимости (3). Интервал напряжений характеристик ограничивается  $\varphi_k$ . Обычно считается, что при  $u \geq \varphi_k$   $p$ - $n$ -переход исчезает (входит в насыщение), его омическое сопротивление становится очень малым и барьерной емкостью можно пренебречь.

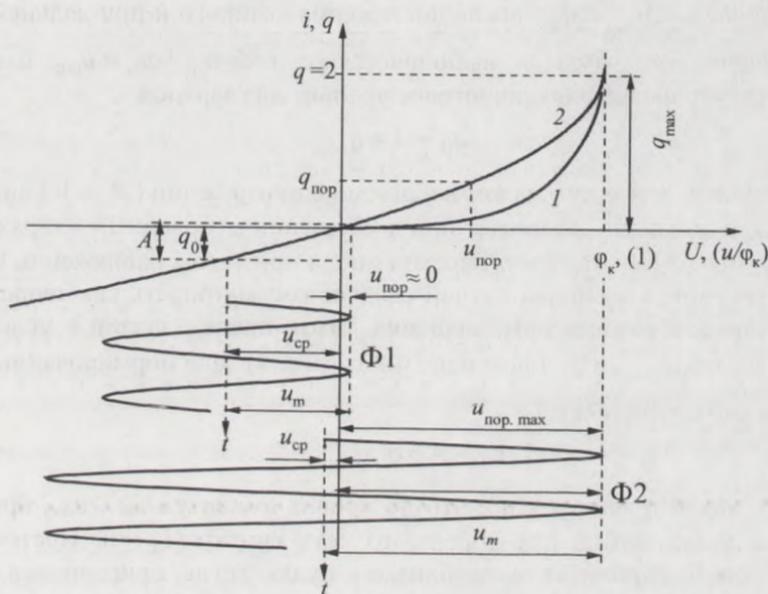


Рис. 5. Графический анализ режимов смещения полупроводникового диода

В качестве исходного рассмотрим вариант, когда сопротивление  $R_0$  значительно больше сопротивления диода вблизи нуля, то есть  $di/du \approx \alpha i_s \gg R_0^{-1}$ . В этом случае даже при малой амплитуде  $u_m$  ( $u_m < \varphi_k$ ) переменного напряжения  $\tilde{u}$  и малом среднем (выпрямленном)

токе  $i_{\text{ср}}$  напряжение автосмещения  $u_{\text{ср}} = i_{\text{ср}}R_0$  достаточно велико, так что выполняется  $u_{\text{ср}} + u_m \approx 0$  (см. фрагмент Ф1 на рис. 5). Это приближенное равенство справедливо и при значительных амплитудах и выполняется тем точнее, чем больше  $R_0$ . Таким образом, величина постоянного напряжения на диоде почти равна амплитуде переменного напряжения. Тогда в соответствии с зарядовой кривой 2 на рис. 5 имеем

$$q_0 \approx -A. \quad (14a)$$

Будем далее последовательно уменьшать  $R_0$ . По мере уменьшения  $R_0$  напряжение автосмещения  $u_{\text{ср}}$  также становится меньше и мгновенное напряжение будет заходить все дальше в область прямых токов. Однако для каждой величины сопротивления резистора  $R_0$  существует некоторый порог  $0 < u_{\text{пор}} < \varphi_k$ , после достижения которого и при дальнейшем увеличении амплитуды  $u_m$  выполняется условие  $u_{\text{ср}} + u_m \approx u_{\text{пор}}$ . Ему соответствует аналогичное пороговое условие для зарядов:

$$q_0 + A \approx q_{\text{пор}}. \quad (14б)$$

Наконец, при очень малом внешнем сопротивлении ( $R \rightarrow 0$ ) автоматическое смещение возникает при достижении мгновенным напряжением уровня  $\varphi_k$ . Так как  $p-n$ -переход диода при таком напряжении будет в насыщении, то данный случай следует рассматривать как теоретический предел режима автосмещения. Этот предел задается условием  $u_{\text{ср}} + u_m = u_{\text{пор.макс}} \equiv \varphi_k$  (фрагмент Ф2 на рис. 5). Для нормированных зарядов оно соответствует

$$q_0 + A = q_{\text{пор.макс}} \equiv 2. \quad (14в)$$

Из рассмотренного ясно, что до уровня амплитуд  $u_m < u_{\text{пор}}$  прямым током диода можно пренебречь, то есть считать  $i_{\text{ср}} \approx 0$ . Постоянное смещение  $u_{\text{ср}}$  при этом также близко к нулю. Тогда, приравняв нулю выражение (12), получаем другую, отличную от (14), связь составляющих заряда:

$$q_0 = 2(1 - \sqrt{1 - A^2/8}). \quad (15)$$

Подчеркнём, что данный режим нулевого смещения  $u_{\text{ср}} = 0$  реализуется в пределе  $R_0 \rightarrow 0$ . Говорят, что диод работает в режиме принудительного смещения [4].

### 3.4. Амплитудно-частотные характеристики для различных режимов цепи смещения диода

Форма резонансных характеристик нелинейного контура, описываемых стационарными уравнениями (8), задается найденной нами связью постоянной и переменной составляющих заряда, то есть соотношениями (14а,б,в) и (15).

На рис. 6 изображена диаграмма режимов смещения в плоскости  $(q_0, A)$ . Линия 1 соответствует (14а), то есть режиму с разрывом по постоянному току  $R_0 = \infty$ . Граничная линия 2 соответствует условию насыщения диода (14в) большим уровнем сигнала при  $R_0 = 0$ . При конечной величине  $R_0$  режим автосмещения начинается при  $A > q_{пор}$  и определяется линией 3, задаваемой (14б). Если амплитуда колебаний не превышает порогового значения ( $A < q_{пор}$ ), то реализуется режим принудительного смещения (начальный участок кривой 4, задаваемый (15)), переходящий при  $A \geq q_{пор}$  (участок 5 кривой 3) в режим автосмещения.

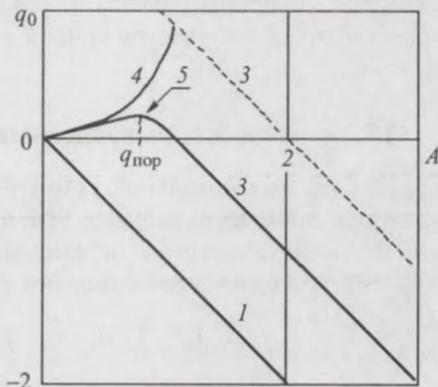


Рис. 6. Диаграмма режимов смещения

В режиме полного автоматического смещения ( $R_0 \rightarrow \infty$ ) при приближении частоты внешнего сигнала к  $\omega_0$  амплитуда колебаний заряда возрастает, что сопровождается пропорциональным увеличением  $|q_0|$ . Так как  $q_0 < 0$ , то резонансная частота, на которой  $A = A_{max}$ , сдвигается вверх (см. (8)). Таким образом, резонансная характеристика является несимметричной с характерным наклоном вправо (рис. 7).

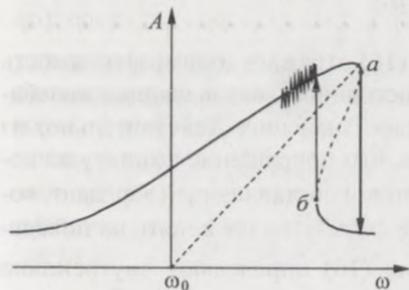


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика нелинейного контура

Сдвиг резонансной частоты тем значительней, чем выше амплитуда сигнала  $E$  и добротность контура  $Q$ .

Правый склон при этом становится более крутым и трансформируется в неоднозначные ветви кривой.

В режиме принудительного смещения ( $R_0 \rightarrow 0$ ) заряд  $q_0$  в области резонанса, как следует из диаграммы рис. 6, растет в положительную сторону. Это приводит к смещению резонансной частоты вниз. Для «промежуточных» значений  $R_0$  при последовательном увеличении амплитуды внешнего сигнала  $V$  резонансная кривая сначала смещается влево (начальный участок кривой 4 на рис. 6), а затем – вправо (в соответствии с линией 3).

### 3.5. Устойчивость вынужденных колебаний в нелинейном контуре

Для анализа локальной устойчивости стационарных колебаний рассмотрим дифференциальные уравнения системы (7) и (10) для малых отклонений (вариаций) переменных относительно их стационарных значений, которые удовлетворяют уравнениям (8) и (13):

$$A/A_{\text{ст}} = 1 + a, \quad \varphi = \varphi_{\text{ст}} + \psi, \quad q_0 = q_{0\text{ст}} + \sigma.$$

Линеаризация (7) (при  $\omega_0/\omega \approx 1$ ) и (10) с учетом стационарных соотношений (8) и (13) дает систему линейных уравнений для вариаций:

$$\begin{aligned} \tau \frac{da}{dt} &= -a - (\text{tg } \varphi_{\text{ст}}) \psi; \\ \tau \frac{d\psi}{dt} &= (\text{tg } \varphi_{\text{ст}}) a - \psi - \frac{Q}{2} \sigma; \\ \tau_0 \frac{d\sigma}{dt} &= m A_{\text{ст}} a - \sigma. \end{aligned} \quad (16)$$

Параметр  $m$  вариационных уравнений (16) отражает взаимозависимость процессов изменения переменной и постоянной составляющих колебания и для устойчивости имеет ключевое значение. Действительно, из уравнений (16) непосредственно видно, что приращение амплитуды колебаний  $a$  вызывает изменение постоянной составляющей заряда  $\sigma$ , которое, в свою очередь, через изменение фазы  $\psi$  будет влиять на поведение амплитуды. Тем самым уравнения (16) определяют внутреннюю обратную связь. Характер этой связи как раз существенным образом зависит от знака и величины параметра  $m$ . Так, при малом  $m$  и при сопос-

тавимых величинах постоянных времени  $\tau_0$  и  $\tau$  процесс изменения  $\sigma$ , в сравнении с изменениями  $a$  и  $\psi$ , можно считать медленным; при этом быстрый процесс релаксации амплитуды колебаний определяется только параметрами колебательного контура. Если параметр  $m$  достаточно велик и два указанных процесса имеют сравнимые скорости, то их влияние друг на друга уже нельзя разделять во времени.

Для оценки коэффициентов  $\tau_0$  и  $m$  рассмотрим подробнее особенности линеаризации уравнения (10) для постоянной составляющей заряда  $q_0$ :

$$C_0 \varphi_k \frac{dq_0}{dt} = - \left( \frac{u_{cp}(q_0, A)}{R_0} + i_{cp}(q_0, A) \right) \equiv F(q_0, A). \quad (17)$$

Повторим еще раз, что первое слагаемое правой части (17) задается выражением (12), второе – интегральным соотношением (9а). Линеаризация второго слагаемого в общем случае дает громоздкие выражения. Можно избежать их, если ограничиться установленными нами связями переменных (14) и (15) для различных режимов смещения.

Так, для режима принудительного смещения ( $R_0 \rightarrow 0$ ), как и ранее при выводе (15), мы пренебрегаем вторым слагаемым:  $i_{cp} \approx 0$ . Линеаризация первого слагаемого не составляет труда; в результате получаем

$$\tau_0 = \frac{C_0 R_0}{1 - q_{0ct}/2}, \quad m = \frac{A_{ct}}{4(1 - q_{0ct}/2)} > 0. \quad (18a)$$

Положительность  $m$  обусловлена тем, что  $q_0 < 2$ .

Линеаризация правой части (17) в режиме автосмещения ( $R_0$  – велико) также вполне очевидна. Действительно, уравнение  $F(q_0, A, R_0) = 0$  для данного режима в трехмерном пространстве задает плоскости (они соответствуют различным  $R_0$ ), на которых переменные  $q_0$  и  $A$  в стационарном режиме связаны линейными соотношениями (14). Эта линейность, очевидно, должна сохраняться также для малых вариаций переменных  $a$  и  $\sigma$ . Можно считать поэтому, что коэффициенты линейного разложения правой части (17) равны и противоположны по знаку:  $dF/dq_0|_{ct} = -dF/dA|_{ct}$ . Тогда искомые коэффициенты равны

$$\tau_0 = \frac{C_0}{dF/dq_0|_{ct}}, \quad m = -1 < 0. \quad (18б)$$

Отрицательность знака  $m$  в третьем уравнении (16) отражает установленный нами (соотношения (14)) факт уменьшения постоянной составляющей заряда  $q_0$  при увеличении амплитуды колебаний заряда  $A$ .

Постоянная времени  $\tau_0$  определяет время релаксации постоянной составляющей заряда. При больших величинах внешнего сопротивления  $R_0$  средний ток  $i_{cp}$  в (17), как следует из графического анализа (рис. 5), очень мал и находится в обратной пропорции к  $R_0$ . Поэтому порядок величины коэффициента линеаризации оценивается как  $dF/dq_0|_0 \sim R_0^{-1}$ . Таким образом, мы пришли к естественному выводу о том, что инерционность цепи автосмещения определяется сопротивлением  $R_0$ :

$$\tau_0 \sim C_0 R_0. \quad (19)$$

В эксперименте его можно изменять в очень больших пределах.

Таким образом, при переходе от режима принудительного смещения к режиму автосмещения путем последовательного увеличения сопротивления  $R_0$  постоянная времени  $\tau_0$  непрерывно возрастает, тогда как параметр  $m$  изменяется от положительных значений до  $-1$  (см. (18а,б)).

После подстановки в (16) решений в форме  $\exp \lambda t$  и применения к получаемой системе алгебраических уравнений условия совместности приходим к характеристическому уравнению:

$$a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0, \quad (20)$$

где

$$a_0 = \tau^2 \tau_0 > 0, \quad a_1 = \tau^2 + 2\tau \tau_0, \\ a_2 = 2\tau + \tau_0 (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{CT}), \quad a_3 = 1 + M \operatorname{tg} \varphi_{CT} + \operatorname{tg}^2 \varphi_{CT}. \quad (21a)$$

Влияние цепи смещения на колебательный процесс характеризуется параметром

$$M = -mA_{CT}Q/2. \quad (21б)$$

Решение характеристического уравнения (20) дает корни, по знаку реальной части которых можно судить об устойчивости анализируемого движения при заданных параметрах системы. Наибольшее значение для анализа имеет возможность получения корней в аналитической форме, так как это сразу позволяет выявить наиболее существенные, с точки зрения устойчивости, параметры системы и определить допустимые границы их изменения. Последнее, однако, далеко не всегда удается, особенно если порядок характеристического уравнения превышает три.

В этом случае часто прибегают к различным математическим критериям [3], позволяющим установить связь границ устойчивости с физическими параметрами системы. Полученное в нашей задаче характеристическое уравнение третьего порядка является хорошей иллюстрацией полезности такого подхода.

Так как коэффициенты уравнения (20) являются действительными величинами, то его корни  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  могут быть либо все действительными, либо два из них – комплексно сопряженными. В этом несложно убедиться, если полином (20) переписать в виде

$$a_0(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_3) \equiv a_0(\lambda - \lambda_1)(\lambda^2 + a'_1\lambda + a'_2) = 0. \quad (22)$$

Значения корней зависят от параметров системы (21а,б); эти зависимости нам необходимо определить.

Пусть в исходном состоянии все корни находятся в левой полуплоскости  $\text{Re} \lambda < 0$  и рассматриваемый стационарный режим колебаний устойчив. В таком случае (учитывая  $a_0 > 0$ ) свободный член уравнения (20) имеет положительный знак:

$$a_3 = -a_0\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = -a_0\lambda_1a'_2 > 0. \quad (23)$$

Допустим, что существует некоторая комбинация параметров, при переходе через которую действительный корень (в данном случае  $\lambda_1$ ) становится положительным ( $\lambda_1 > 0$ ) и стационарный режим становится неустойчивым. Свободный член (23) в этом случае имеет отрицательный знак.

Будем далее считать, что неустойчивость может также возникать и по корням  $\lambda_2, \lambda_3$ , соответствующим другим комбинациям параметров. Выражения для корней квадратного трехчлена (22) определяются формулой

$$\lambda_{2,3} = -\frac{a'_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a'_1}{2}\right)^2 - a'_2}. \quad (24)$$

Из нее непосредственно следует, что в некоторой области изменения параметров при переходе корней  $\lambda_2, \lambda_3$  из левой в правую полуплоскость сами корни с необходимостью должны быть комплексно сопряженными. Действительно, из (23), учитывая, что  $\lambda_1 < 0$ , имеем  $a'_2 > 0$ .

Если система устойчива и ее параметры находятся далеко от границы устойчивости, так что  $a'_1 > 0$  и  $(a'_1)^2 > 4a'_2$ , то корни (24) действительные и отрицательные. По мере снижения степени устойчивости коэффициент  $a'_1$  уменьшается, и при переходе порога ( $(a'_1)^2 \leq 4a'_2$ ) корни (24) становятся комплексно сопряженными; их сумма равна

$$\lambda_2 + \lambda_3 = -a'_1 < 0. \quad (25)$$

При этом система по-прежнему остается устойчивой, однако характер затухания возмущений приобретает колебательный характер (устойчивый фокус). При переходе границы устойчивости ( $a'_1 = 0$ ) знак  $a'_1$  изменяется на противоположный ( $a'_1 < 0$ ). Локальное движение в этой области параметров характеризуется колебательной неустойчивостью (неустойчивый фокус). После порога  $(a'_1)^2 \geq 4a'_2$  корни будут действительными положительными и движение опять становится аperiодическим.

Таким образом, мы определили вид корней вблизи границы устойчивости и, тем самым, — характер движения системы вблизи устойчивого состояния (режима). С учетом комплексной сопряженности корней  $\lambda_2, \lambda_3$  неравенство (23)

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{CT}} + M \operatorname{tg} \varphi_{\text{CT}} + 1 > 0 \quad (26a)$$

теперь является условием отрицательности действительного корня  $\lambda_1$ . Условие устойчивости по комплексно сопряженным корням  $\lambda_{2,3}$  определяется неравенством (25). Ему эквивалентно неравенство

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0,$$

вытекающее из критерия Рауса — Гурвица [3]. Подставляя в последнее неравенство выражения для коэффициентов (21a), после несложных преобразований получаем

$$\operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{CT}} - \frac{M}{2n} \operatorname{tg} \varphi_{\text{CT}} + \left( \frac{n+1}{n} \right)^2 > 0, \quad (266)$$

где  $n = \tau_0 / \tau$ .

Проанализируем условия устойчивости (26a,б). Нарушение неравенства (26a) связывают с возникновением гистерезисной неустойчивости.

Так, для режима автосмещения ( $M > 0$ ) данная неустойчивость появляется только при  $M > 2$  в интервале фаз

$$(\operatorname{tg} \varphi_{\text{ст}})_{1,2} = -\frac{M}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{M}{2}\right)^2 - 1} < 0. \quad (27a)$$

Как видим, этот интервал лежит в области отрицательных фаз, то есть правее резонанса, и соответствует на АЧХ ветви  $a - b$  с обратным наклоном (рис. 7). На практике неустойчивости подобного типа определяются по частотным характеристикам цепей с помощью правила вертикальных касательных. В точках  $a$  и  $b$  (рис. 7) характеристики изменяется знак производной по частоте и касательные к АЧХ вертикальны. В фазовом пространстве данные неустойчивые стационарные решения классифицируются как особые точки типа «седло – фокус». В области гистерезиса колебания существуют (устойчивы) на верхней или нижней ветвях гистерезисной петли.

При нарушении неравенства (26б) действительные части комплексно сопряженных корней  $\lambda_{2,3}$  становятся положительными. Здесь мы имеем особую точку типа «устойчивый узел – неустойчивый фокус». Данная неустойчивость имеет колебательный вид и развивается как автомодуляционный режим; поэтому ее называют динамической неустойчивостью. Как следует из (26б), динамическая неустойчивость для того же режима автосмещения ( $M > 0$ ) появляется только при  $M > 4(n+1)$  в интервале фаз

$$(\operatorname{tg} \varphi_{\text{ст}})_{1,2} = \frac{M}{4n} \pm \frac{1}{n} \sqrt{\left(\frac{M}{4}\right)^2 - (n+1)^2} > 0. \quad (27б)$$

Заслуживает внимания тот факт, что модуляционная неустойчивость, согласно (27б), развивается в положительной области фаз, то есть на левом, пологом склоне АЧХ. На рис. 7 данная неустойчивость показана в виде шумовой насечки на гребне АЧХ – именно так она выглядит на экране измерителя частотных характеристик. Отметим также, что частота автомодуляционных колебаний в значительной степени определяется величиной мнимой части корней  $\lambda_{2,3}$ . Здесь не проводится их оценка, но можно утверждать, что указанная частота обратно пропорциональна времени релаксации, то есть сопротивлению внешнего резистора  $R_0$ .

Представляет интерес оценить условие возникновения динамической неустойчивости:

$$M = -mA_{\text{ст}} \frac{Q}{2} > 4 \left( \frac{\tau_0}{\tau} + 1 \right). \quad (28)$$

В режиме автосмещения, когда  $m < 0$  (см. (186)), данное условие реализуется при достаточно высоких значениях добротности резонансного контура  $Q$  и величинах амплитуды  $A_{\text{ст}}$ . На частоте 500 МГц при добротности  $50 \div 100$  имеем  $\tau = 2Q/\omega = (0,3 \div 0,6)10^{-7}$  с. Постоянная времени  $\tau_0$  в режиме автосмещения для емкости диода  $C_0 = 10^{-12}$  Ф имеет (по оценке (19)) сопоставимую с  $\tau$  величину при  $R_0 \approx 1$  МОм. Если принять во внимание  $m \approx -1$  и полагать для области резонанса (см. (8) при  $\varphi_{\text{ст}} \approx 0$ )  $A_{\text{ст}} \approx V = Q(E/\varphi_k) \approx Q$ , то можно видеть, что неравенство (28) выполняется с запасом в несколько порядков. Таким образом, можно ожидать, что эффект автомодуляционной неустойчивости будет наблюдаться в широком диапазоне изменения сопротивления резистора автосмещения  $R_0$ : от единиц – до сотен мегаом.

Таким образом, вынужденные колебания резонансного контура с нелинейным диодом и цепью автоматического смещения проявляют нестабильность в широкой области параметров цепи и внешнего возбуждения. Существенно, что характер проявления нестабильностей зависит от уровня внешнего сигнала и добротности резонанса. Возникновение этих явлений в нелинейных каскадах приемной аппаратуры может привести к неоднозначности оценки информации, к зашумлению принимаемых сигналов.

### Контрольные вопросы

1. В полупроводниковом диоде  $p - n$ -переход одновременно обладает свойствами нелинейной проводимости и нелинейной емкости; для каких преобразований сигналов можно использовать эти свойства?
2. В каких режимах смещения  $p - n$ -перехода его свойства нелинейной проводимости и нелинейной емкости можно учитывать отдельно?
3. Каков механизм влияния нелинейных свойств  $p - n$ -перехода на резонансную характеристику колебательного контура?
4. Чем отличаются дифференциальные уравнения линейного колебательного контура и контура с нелинейной реактивностью?

5. Уравнения (8) описывают резонансную характеристику нелинейного колебательного контура; путем качественного анализа этих уравнений рассмотрите варианты изменения резонансной характеристики.

6. Влияние нелинейных свойств  $p-n$ -перехода проявляется посредством появления на нем постоянной составляющей заряда и напряжения. С помощью вольтамперной и вольт-кулоновой характеристик поясните эффекты детектирования заряда и напряжения.

7. Чем отличаются процессы возникновения автоматического смещения при  $R_0 = 0$  и  $R_0 = \infty$ ? Почему смещение резонансной частоты контура в этих режимах происходит в противоположные стороны?

8. Попробуйте оценить характер возможных сбоев (ошибок) при приеме информационного сигнала, если тракт приемника содержит нелинейный каскад с рассмотренными свойствами. Оцените особенности применения нелинейного резонансного контура для защиты входных каскадов приемника от мощного электромагнитного излучения.

#### 4. Методические указания

Резонансные кривые нелинейного контура исследуются с помощью измерителя частотных характеристик (ИЧХ). Контур (рис. 8) с целью увеличения добротности и облегчения наблюдения нелинейных эффектов возбуждается по автотрансформаторной схеме со слабым включением. Резонансная частота контура лежит в диапазоне 500 – 600 МГц. В силу большой добротности резонанса, а также высокой инерционности цепи

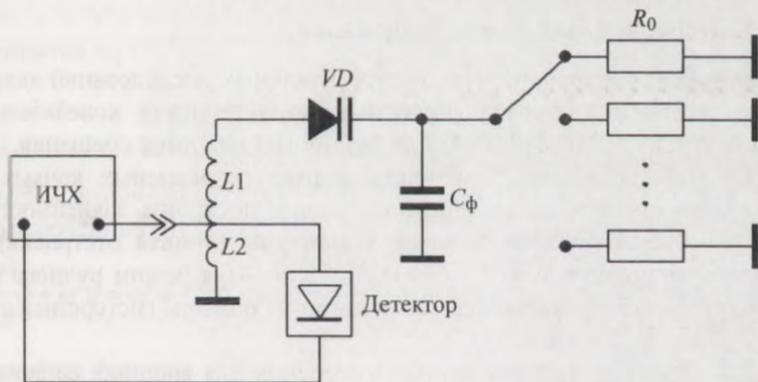


Рис. 8. Экспериментальная схема исследования нелинейного контура

автосмещения скорость анализа должна быть низкой. Поэтому целесообразно применять режим ручного качания частоты; в этом режиме удастся просмотреть обе устойчивые ветви гистерезисного участка АЧХ.

Режим смещения задается подключением в цепь постоянного тока диода резисторов ( $R_0$ ) с сопротивлениями от 100 Ом до 1 ГОм, включая короткое замыкание и разрыв цепи. Влияние амплитуды внешнего сигнала на форму резонансной кривой исследуется путем изменения уровня выходного сигнала измерителя.

При снятии характеристик контура с разорванной цепью смещения следует помнить, что используемые диоды М410 обладают током насыщения порядка  $10^{-16}$  А и соответственно сопротивлением утечки порядка  $10^{13}$  Ом. Вследствие этого они чувствительны к статическому электричеству. Потенциал на теле человека может достигать сотен вольт. Обычные радиосхемы имеют сопротивления утечки, как правило, не более  $10^6$  Ом, и в момент касания потенциал падает в основном на сопротивлении кожных покровов. Если же коснуться свободного вывода диода, весь электрический потенциал окажется приложен к переходу и диод будет неминуемо пробит. ***Поэтому рекомендуется при всех переключениях прикасаться свободной рукой заземленного корпуса прибора.*** При работе с разрывом цепи постоянного тока время установления равновесия зарядов может быть большим. При емкости порядка 1 пФ и сопротивлении  $10^{13}$  Ом постоянная времени цепи смещения составляет 10 с. Ускорить этот процесс можно легким прикосновением к выводу диода, не забыв при этом предварительно «заземлиться».

#### 4.1. Экспериментальное исследование

Основным содержанием экспериментальных исследований является анализ изменений формы частотных характеристик колебательного контура с нелинейным диодом для различных режимов смещения.

**4.1.1.** Пронаблюдать изменение формы резонансных кривых при увеличении амплитуды внешнего сигнала и построить зависимость отстройки резонансной частоты от амплитуды (кривая отстройки) для внешних сопротивлений 20 – 30 кОм. Используя режим ручного качания частоты, измерить зависимость ширины области гистерезиса от амплитуды внешнего сигнала.

**4.1.2.** Произвести аналогичные измерения для внешних сопротивлений порядка 0,5 – 1 ГОм.

4.1.3. Пронаблюдать смещение резонансной частоты от уровня сигнала для малого (100 – 200 Ом) и нулевого сопротивлений внешней цепи и снять кривые отстройки резонансной частоты.

4.1.4. Обнаружить на резонансной характеристике область возникновения автомодуляционной неустойчивости и пронаблюдать процесс изменения смещения на осциллографе. Исследовать зависимость частоты автомодуляции от сопротивления резистора смещения.

4.1.5. Соблюдая меры рекомендованной предосторожности, провести опыт с разрывом цепи постоянного тока; оценить время релаксации постоянной составляющей заряда.

4.1.6. Дать анализ полученных экспериментальных результатов.

## 5. Приложение

### 5.1. Получение укороченных уравнений

Используя закон Кирхгофа, запишем дифференциальное уравнение для последовательного колебательного контура (рис.1):

$$L \frac{d^2 q'}{dt^2} + r \frac{dq'}{dt} + u(q') = E \cos \omega t,$$

где  $u(q')$  – функция, описывающая нелинейную связь напряжения  $u$  и заряда  $q'$  нелинейного конденсатора. Преобразуем уравнение, введя безразмерные заряд и напряжение

$$U = u/\varphi_k, \quad q = q'/(C_0\varphi_k)$$

и обозначив  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_0}$ ,  $Q = 1/\omega_0 r C_0$ :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 U(q) = \omega_0^2 \left( \frac{E}{\varphi_k} \right) \cos \omega t. \quad (\text{П1})$$

Приведем уравнение к стандартной форме, используемой при получении укороченных уравнений:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega^2 q = \omega^2 q - \omega_0^2 U(q) - \frac{\omega_0}{Q} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \left( \frac{E}{\varphi_k} \right) \cos \omega t \equiv \Phi \left( q, \frac{dq}{dt} \right). \quad (\text{П2})$$

Нелинейная функция  $U(q)$  в правой части уравнения определена в нашей задаче как

$$U(q) = q - q^2/4. \quad (\text{П3})$$

Решение ищем в виде

$$q(t) = q_0 + A \sin(\omega t + \varphi). \quad (\text{П4})$$

В соответствии с методом медленно меняющихся амплитуд в уравнение (П2) в качестве решения подставляются выражения

$$q = q_0 + A \sin(\omega t + \varphi); \quad (\text{П5а})$$

$$\frac{dq}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi). \quad (\text{П5б})$$

При этом амплитуда  $A$  и фаза  $\varphi$  считаются медленными функциями времени  $A(t)$  и  $\varphi(t)$ .

Укороченные уравнения находятся по формулам

$$2 \frac{dA}{dt} = \frac{2}{T} \int_0^T \Phi \left( q, \frac{dq}{dt} \right) \cos(\omega t + \varphi) dt, \quad (\text{П6})$$

$$2A \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2}{T} \int_0^T \Phi \left( q, \frac{dq}{dt} \right) \sin(\omega t + \varphi) dt,$$

в которых функции  $\Phi \left( q, \frac{dq}{dt} \right)$  под интегралом записываются при подстановке в них выражений (П5). (Последовательное изложение метода можно найти во многих учебниках по теории колебаний или нелинейной радиотехнике.)

Формулы (П6) имеют ясный физический смысл и объясняют термин «укороченные». Действительно, при высокой избирательности колебательной системы в правой части дифференциального уравнения достаточно удерживать только те компоненты, которые попадают в полосу резонанса. Интегральные выражения (П6) как раз и являются косинусными и синусными составляющими первой гармоники правой части. При практическом использовании метода эти составляющие часто можно получить путем обычных тригонометрических преобразований. Так, подстановка (П5а) в нелинейное слагаемое  $U(q)$ , заданное формулой (П3), дает следующее выражение для первой гармоники напряжения на нелинейной емкости:

$$U_1 = A \left( 1 - \frac{q_0}{2} \right) \sin(\omega t + \varphi).$$

Поступая указанным образом, приводим укороченные уравнения (П6) к окончательному виду

$$\begin{aligned} \tau \frac{dA}{dt} &= \frac{\omega_0^2}{\omega^2} (V \cos \varphi - A), \\ \tau A \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \left[ \left( 1 - \frac{q_0}{2} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) QA - V \sin \varphi \right]. \end{aligned} \quad (\text{П7})$$

$V = EQ/\varphi_k$  – нормированная амплитуда внешнего воздействия;  
 $\tau = 2Q/\omega$  – постоянная времени колебательного контура.

# ИССЛЕДОВАНИЕ *RC*-АВТОГЕНЕРАТОРА НИЗКОЙ ЧАСТОТЫ

## 1. Цель работы

Теоретическое изучение и экспериментальное исследование *RC*-автогенератора с инерционной нелинейностью.

## 2. Задание

При выполнении работы необходимо рассмотреть перечисленные ниже вопросы теории (пп. 1 – 4) и провести экспериментальные исследования (пп. 5 – 9) *RC*-автогенератора.

2.1. Обратные связи в усилителях.

2.2. Условия самовозбуждения усилителя с положительной обратной связью. Баланс фаз и амплитуд в автоколебательных системах.

2.3. Использование цепочки Вина в *RC*-автогенераторах. Избирательные свойства цепочки, фиксирующая способность. Влияние отрицательной обратной связи на работу автогенератора.

2.4. Применение инерционных нелинейных элементов для получения колебаний почти гармонической формы и стабилизации амплитуды и частоты автоколебаний.

2.5. Рассчитать элементы цепочки Вина по заданной частоте. Снять её фазочастотную и амплитудно-частотную характеристики.

2.6. Рассчитать и собрать предложенную схему усилителя.

2.7. Провести его исследование в режиме малого сигнала при отключённой и включённой цепи отрицательной обратной связи по напряжению.

2.8. Снять амплитудные характеристики полной схемы усилителя с термистором и с включённым вместо него эквивалентным резистором. Пронаблюдать и зарисовать форму сигнала в обоих случаях.

2.9. Ввести цепь положительной обратной связи, возбудить генератор. Пронаблюдать изменение формы, амплитуды и частоты гене-

рируемых колебаний от напряжения питания при наличии термистора и при включенном вместо него эквивалентном резисторе.

**2.10.** Обсудить полученные результаты; результаты и их обсуждение сформулировать в виде выводов.

### 3. Теоретическая часть

#### 3.1. Введение

Всякий автогенератор, выполненный на активном четырёхполюснике, представляет собой систему, содержащую усилитель и цепь положительной обратной связи, которая обеспечивает передачу сигнала с выхода на вход в фазе с исходным колебанием. Иными словами, суммарный набег фаз  $\varphi_{\Sigma}$  при прохождении сигнала через усилитель с входа на выход и далее через цепь обратной связи вновь на его вход должен быть кратен  $2\pi$ , то есть

$$\varphi_K + \varphi_{\beta} = \varphi_{\Sigma} = 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

При этом, как принято говорить, выполняется первое условие самовозбуждения колебаний – условие баланса фаз. Для того чтобы имеющееся колебательное движение нарастало, а не затухало, необходимо, чтобы амплитуда сигнала обратной связи была больше амплитуды начального входного сигнала. В режиме стационарных колебаний (когда закончены все процессы установления) амплитуды исходного входного и пришедшего с выхода сигналов должны стать равными. Это условие принято называть условием баланса амплитуд. Обозначим через  $K(a)$  зависящий от амплитуды сигнала  $a$  коэффициент усиления и через  $\beta$  – коэффициент обратной связи, тогда условие баланса амплитуд примет вид

$$K(a_{\text{ст}})\beta = 1, \quad (2)$$

где  $a_{\text{ст}}$  – амплитуда стационарных колебаний. Если условия баланса фаз и амплитуд выполняются в широкой полосе частот (две, три, четыре октавы), то автогенератор будет генерировать колебания сложной формы с богатым спектром гармоник, так называемые релаксационные колебания. Если же в цепи обратной связи или в нагрузке усилителя включить узкополосный фильтр, так что условия баланса фаз и амплитуд окажутся выполненными в малой окрестности центральной частоты фильтра, то в автогенераторе будут возбуждаться почти гармонические колебания. На радиочастотах в качестве фильтров используются колебатель-

ные контуры. На низких же частотах – ультразвуковых, звуковых, инфразвуковых – высокочастотные  $LC$ -контуры оказываются весьма громоздкими, поэтому вместо них приходится применять  $RC$ -фильтры. Использование  $RC$ -фильтров в качестве цепи положительной обратной связи привело к созданию  $RC$ -генераторов гармонических колебаний.

### 3.2. Функциональная схема $RC$ -автогенератора, стабильность частоты

Одним из простейших  $RC$ -фильтров является цепочка Вина. Функциональная схема автогенератора с цепочкой Вина приведена на рис. 1.

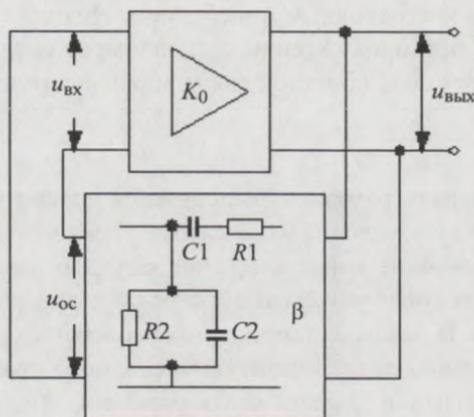


Рис. 1. Функциональная схема  $RC$ -автогенератора

На рисунке обозначено:  $K_0$  – коэффициент усиления усилителя,  $\beta$  – коэффициент обратной связи,  $u_{вх}$  и  $u_{вых}$  – напряжения на входе и выходе усилителя,  $u_{oc}$  – напряжение на выходе цепи обратной связи,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  – элементы цепочки Вина. На практике чаще всего используется симметричная цепочка, у которой  $R_1 = R_2$  и  $C_1 = C_2$ . В этом случае её комплексный коэффициент передачи оказывается равным (см. Приложение)

$$\beta(j\omega) = \frac{1}{3} \frac{1}{1 + j \frac{1}{3} \left( \omega RC - \frac{1}{\omega RC} \right)} = \beta(\omega) \exp j\varphi(\omega), \quad (3)$$

где

$$\beta(\omega) = \frac{1/3}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)^2}},$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \left\{ \frac{1}{3} \left( \omega RC - \frac{1}{\omega RC} \right) \right\}. \quad (4)$$

Амплитудно-частотная  $\beta(\omega)$  и фазочастотная  $\varphi(\omega)$  характеристики RC-цепи приведены на рис. 2 и 3, на которых в качестве аргумента взята нормированная частота  $\zeta = \omega RC$ . На квазирезонансной частоте  $\omega_{\text{рез}} = 1/RC$  ( $\zeta = 1$ ) модуль коэффициента передачи цепочки Вина принимает максимальное значение, а сдвиг фаз обращается в нуль:

$$\beta(\omega_{\text{рез}}) = 1/3, \quad \varphi(\omega_{\text{рез}}) = 0. \quad (5)$$

Отсюда следует, что для выполнения условия возбуждения и нарастания колебаний

$$K_0 \beta(\omega) > 1 \quad (6)$$

усилитель должен иметь коэффициент усиления  $K_0$  больше трёх ( $K_0 > 3$ ) и вращать фазу усиливаемого сигнала на  $2\pi n$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$ .

Стабильность частоты автоколебаний определяется крутизной фазовой характеристики схемы. Это нетрудно показать следующим образом. Пусть по каким-либо причинам изменились фазовые углы коэффициента усиления  $\varphi_K$  и коэффициента обратной связи  $\varphi_\beta$  на  $\Delta\varphi_K$  и  $\Delta\varphi_\beta$ . Тогда баланс фаз на частоте автоколебаний должен выполняться при условии, что  $\varphi_\Sigma + \Delta\varphi_\Sigma = 2\pi n$  или  $\Delta\varphi_\Sigma = 0$ . Поскольку фазовые углы зависят от частоты  $\omega$ , а также от некоторого дестабилизирующего фактора  $\alpha$  (температуры, питающего напряжения, давления, сопротивления нагрузки и т.п.), последнее соотношение можно переписать как

$$\Delta\varphi_\Sigma = \left( \frac{\partial\varphi_\Sigma}{\partial\omega} \right)_{\omega_{\text{рез}}} \Delta\omega + \left( \frac{\partial\varphi_\Sigma}{\partial\alpha} \right)_{\omega_{\text{рез}}} \Delta\alpha. \quad (7)$$

Отсюда находится относительная нестабильность частоты

$$\left| \frac{\Delta\omega}{\omega} \right|_{\omega_{\text{рез}}} = \frac{(\partial\varphi_\Sigma / \partial\alpha)\Delta\alpha}{(\partial\varphi_\Sigma / \partial\omega)\omega} \Big|_{\omega_{\text{рез}}}. \quad (8)$$

Как видно, чем больше знаменатель, то есть чем больше крутизна фазочастотной (ФЧХ) характеристики схемы, тем меньше будет изменяться частота автоколебаний под воздействием дестабилизирующих факторов.

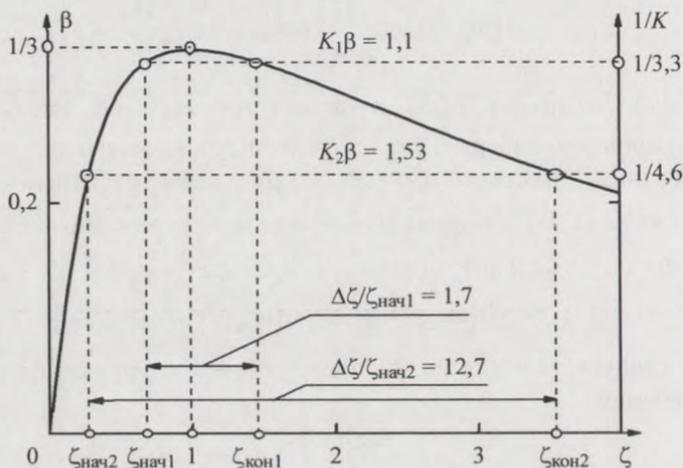


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика цепи Вина

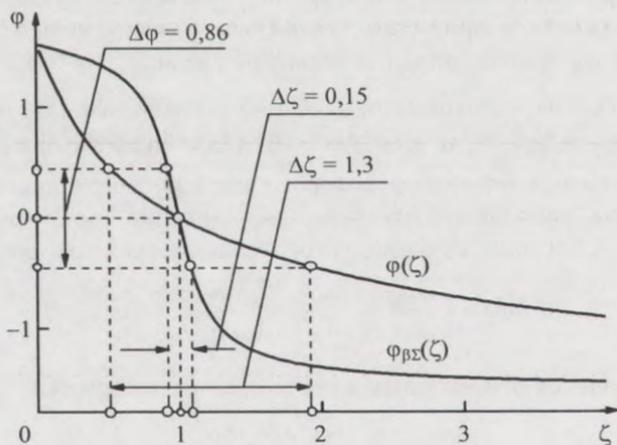


Рис. 3. Фазочастотная характеристика цепи Вина

Величина 
$$\sigma_{\omega} = \omega_{\text{рез}} \left| \frac{\partial \varphi_{\Sigma}}{\partial \omega} \right|_{\omega_{\text{рез}}} \quad (9)$$

называется фиксирующей способностью схемы по частоте. Обычно фазочастотная характеристика собственно усилителя очень пологая и фиксирующая способность практически определяется крутизной ФЧХ цепи обратной связи. В случае, когда обратная связь осуществляется с помощью цепочки Вина, фиксирующая способность оказывается чрезвычайно низкой, меньше единицы:

$$\sigma_{\omega} = \omega_{\text{рез}} \left| \frac{\partial \varphi_{\text{В}}}{\partial \omega} \right|_{\omega_{\text{рез}}} = \frac{2}{3}. \quad (10)$$

Это хорошо видно также из рис. 3. При изменении фазы цепи обратной связи  $\Delta\varphi$  на 0,86 рад относительный уход частоты составляет  $\Delta\zeta = 1,3$  и  $\sigma_{\omega} = \Delta\varphi/\Delta\zeta \cong 2/3$ .

Для повышения фиксирующей способности в схему одновременно с положительной дополнительно вводят отрицательную обратную связь, как, например, это сделано в схемах RC-генераторов на операционном усилителе (рис. 4) и на транзисторах (рис. 5).

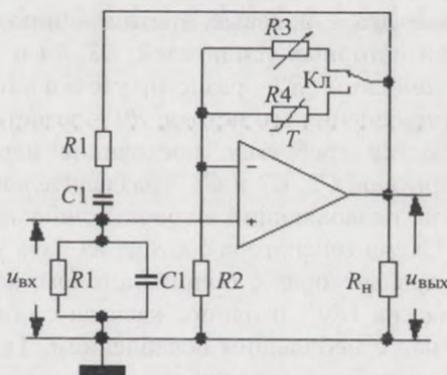


Рис. 4. Принципиальная схема автогенератора на операционном усилителе

На рис. 4  $R1, C1$  – элементы цепочки Вина,  $R2, R3, R4$  – резисторы цепи отрицательной обратной связи, Кл – ключ для подсоединения в цепь обратной связи либо термистора  $R3$ , либо потенциометра  $R4$ ,  $R_{\text{н}}$  –

нагрузка усилителя, которая может и не включаться, тогда её роль будет играть параллельно включённая цепь Вина и элементы цепи отрицательной обратной связи.

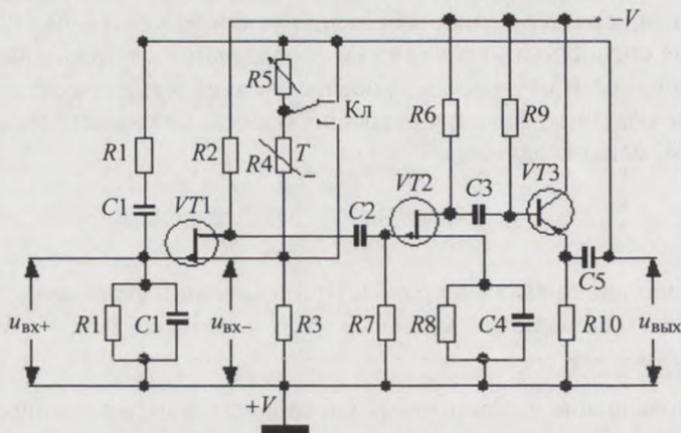


Рис. 5. Принципиальная схема автогенератора на транзисторах

На рис. 5 кроме цепочки Вина ( $R1, C1$ ) обозначены:  $VT1, VT2, VT3$  – транзисторы (первые два – полевые, третий – биполярный),  $R2, R6$  и  $R10$  – нагрузки транзисторных усилителей;  $R3, R4$  и  $R5$  – элементы отрицательной обратной связи;  $R7$  – резистор утечки в цепи затвора  $VT2$ , а  $R8$  и  $C4$  – цепь автосмещения его истока;  $R9$  – резистор, с помощью которого устанавливается требуемое постоянное напряжение на базе эмиттерного повторителя;  $C2, C3$  и  $C5$  – разделительные конденсаторы;  $K1$  – переключатель, позволяющий включать либо термистор  $R4$ , либо потенциометр  $R5$ . Схема генератора состоит из двух усилительных каскадов на полевых транзисторах с общим истоком, каждый из которых поворачивает сигнал на  $180^\circ$ , и одного каскада с общим коллектором, повторяющего сигнал с небольшим ослаблением. Таким образом, усилитель в целом, как и требуется, вращает фазу сигнала на  $360^\circ$ .

Полное напряжение на входе операционного усилителя складывается из напряжения, поступающего на неинвертирующий вход (положительная обратная связь) –  $u_{вх+}$ , и напряжения, поступающего на инвертирующий вход (отрицательная обратная связь)  $u_{вх-}$ . Отсюда

$$u_{вх} = u_{вх+} - u_{вх-}. \quad (11)$$

В схеме автогенератора на транзисторах, приведённой на рис. 5, напряжение отрицательной обратной связи создается на истоковом резисторе  $R3$ , во-первых, за счет протекающего по нему переменного тока первого транзистора (связь по току) и, во-вторых, за счет подачи выходного напряжения на делитель  $R4 - R3$  или  $R5 - R3$  (связь по напряжению). Поэтому на входе первого каскада действуют два напряжения – напряжения положительной  $u_{вх+}$  и отрицательной  $u_{вх-}$  обратной связи. Так как они включены навстречу друг другу, то управляющее напряжение первого транзистора

$$u_{вх} = u_{бэ} = u_{вх+} - u_{вх-}. \quad (12)$$

Как видим, соотношения (11) и (12) идентичны. Поэтому, обозначив через  $\beta_+ = u_{вх+}/u_{вых}$  и  $\beta_- = u_{вх-}/u_{вых}$ , условие возбуждения на квазирезонансной частоте можно записать следующим образом:

$$K(\beta_+ - \beta_-) > 1, \quad (13)$$

откуда сразу находится требуемое  $\beta_-$ :

$$\beta_- \leq \beta_+ - \frac{1}{K} = \frac{1}{3} - \frac{1}{K}. \quad (14)$$

Определим фиксирующую способность схемы по частоте. Принимая во внимание (3), суммарный коэффициент обратной связи можно записать в виде

$$\bar{\beta}_+ - \beta_- = \frac{1/3}{1 + j1/3(\zeta - 1/\zeta)} - \beta_- = \beta_\Sigma \exp(\varphi_{\beta_\Sigma}), \quad (15)$$

где (с учётом (14))

$$\varphi_{\beta_\Sigma} = -\arctg \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{K}{3} - 1 \right) \left( \zeta - \frac{1}{\zeta} \right) \right]. \quad (16)$$

Отсюда легко находится

$$\sigma_\omega = \omega_{рез} \left| \frac{\partial \varphi_\Sigma}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=1} = \frac{2}{9} K. \quad (17)$$

Таким образом, введение отрицательной обратной связи может значительно повысить стабильность частоты RC-генератора.

Влияние отрицательной обратной связи на крутизну фазовой характеристики хорошо понятно и из рис. 3. На нём кроме ФЧХ цепи Вина  $\varphi(\zeta)$  приведена ФЧХ схемы с учётом цепи отрицательной обратной связи  $\varphi_{\beta_-}(\zeta)$ . Расчёт проведён при значении коэффициента усиления  $K_0 = 30$ . На рисунке видно, что при изменении суммарного фазового угла системы  $\Delta\varphi = 0,86$  рад относительный уход частоты при наличии только цепи Вина составляет  $\Delta\zeta = 1,3$ . Введение отрицательной обратной связи снижает относительный уход частоты почти в десять раз –  $\Delta\zeta = 0,15$ .

### 3.2. Установление и стабильность амплитуды колебаний

При выполнении условий самовозбуждения в генераторе возникнет и начнет развиваться колебательное движение. Так как баланс фаз точно выполнен только на одной частоте, а при малых амплитудах усилитель работает в линейном режиме, то в начале форма колебаний будет близка к гармонической. Со временем колебания достигнут нелинейных участков амплитудных характеристик усилителя, появятся нелинейные искажения сигнала (ограничение вершин синусоиды) и при некотором значении амплитуды установится режим стационарных колебаний.

Если начальный коэффициент усиления только чуть больше критического значения (на рис. 2  $K_1=3,3$ ,  $K_1\beta=1,1$ ), то область частот, в которой  $K\beta \geq 1$ , оказывается узкой  $\Delta\zeta/\zeta_{нач1} = 1,7$  (меньше октавы), ограничение нарастания амплитуды произойдет ещё при заходе в слабо нелинейные участки характеристик усилителей и форма колебаний останется достаточно близкой к гармонической. Стабильность амплитуды в этом случае оказывается очень низкой. Действительно, небольшие изменения питающих напряжений приводят к изменению крутизны характеристик транзисторов, следовательно, – к изменению и коэффициента усиления и амплитуды колебаний.

Если коэффициент усиления достаточно велик, как, например, на рис. 2  $K_2 = 4,6$  и  $K_2\beta = 1,53$ , то полоса возбуждения оказывается широкой  $\Delta\zeta/\zeta_{нач2} = 12,7$  (примерно пять октав) и в системе установятся не-синусоидальные колебания. Причем стабильность их амплитуды будет очень высокой, так как усилительные каскады будут работать в резко нелинейном (ограничительном) режиме.

В связи со сказанным ясно, что для получения в RC-генераторе гармонических стабильных по амплитуде колебаний необходимо, чтобы, во-первых, усилитель работал в линейном режиме и, во-вторых, ограничение нарастания колебаний осуществлялось за счет снижения коэффициента усиления с ростом амплитуды колебаний. Иными словами, система должна быть линейной по отношению к быстропротекающим процессам, но должна реагировать на медленные изменения амплитуды. Это достигается введением в схему нелинейных инерционных цепей и элементов. В качестве первых чаще всего используются выпрямительные (детектирующие) цепочки с нагрузкой в виде интегрирующего звена или цепочки автоматического смещения. В качестве инерционных элементов используются термозависимые резисторы, например термисторы – полупроводниковые резисторы, сопротивление которых обычно убывает с ростом температуры, и другие типы терморезисторов. Температура, а следовательно, и сопротивление резистора определяются рассеиваемой на нем мощностью, которая пропорциональна среднему за период значению квадрата протекающего тока. Поскольку нагревание и охлаждение – процессы медленные, то в течение периода сопротивление термистора изменяется столь мало, что его можно считать постоянным. Поэтому для быстропеременных токов и напряжений (мгновенных значений) схема оказывается практически линейной. Но так как за достаточно длительное время температура терморезистора, хоть и медленно, все же меняется, то так же меняется и его сопротивление.

В принципе медленную регулировку усиления можно осуществить двумя путями: включением инерционного звена в цепь нагрузки, тогда с ростом амплитуды должно убывать ее эквивалентное сопротивление, или введением инерционного элемента в цепь отрицательной обратной связи. В таком случае с ростом амплитуды должна увеличиваться глубина отрицательной связи. Так как применение отрицательной обратной связи повышает стабильность частоты генерации, то второй способ, несомненно, является более предпочтительным. Поэтому именно он использован в предлагаемых схемах.

На рис. 4 и 5 термисторы  $R_4$  включены в цепь отрицательной обратной связи. Их сопротивления с увеличением температуры снижаются, поэтому возрастание амплитуды колебаний с течением времени

приводит к увеличению глубины отрицательной связи и установлению колебаний с постоянной амплитудой.

Рассмотрим чуть подробнее механизм ограничения амплитуды в схеме рис. 5.

Пусть резистор  $R5$  с помощью ключа Кл замкнут, в цепи обратной связи включен термистор  $R4$ . На делитель  $R4 - R3$  с выхода усилителя поступает переменное напряжение  $u_{\text{вых}}$  (конденсатор  $C5$  отфильтровывает постоянное напряжение) и на вход подаётся сигнал

$$u_{\text{вх-}} = u_{\text{вых}} \frac{R3}{R3 + R4}.$$

С ростом амплитуды выходного напряжения  $a_{\text{вых}}$  возрастает амплитуда протекающего через делитель тока, увеличивается температура термистора  $R4$  и снижается его сопротивление. Это приводит к увеличению напряжения  $u_{\text{вх-}}$ , глубины отрицательной обратной связи  $\beta(a)_-$  и, следовательно, к уменьшению произведения  $K(a)(\beta_+ - \beta(a)_-)$ . При некоторой амплитуде  $a = a_{\text{ст}}$  коэффициент  $\beta(a_{\text{ст}})_-$  возрастёт настолько, что выполнится условие баланса амплитуд

$$K(a_{\text{ст}})(\beta_+ - \beta(a_{\text{ст}})_-) = 1 \quad (18)$$

и в схеме установится режим стационарных колебаний. Если условие стационарности будет достигнуто при достаточно малых амплитудах, то генерируемые колебания сохранят синусоидальную форму.

Определим теперь фиксирующую способность схемы по амплитуде. Возьмем полный дифференциал от выражения (18) и поделим его на  $K(a_{\text{ст}})(\beta_+ - \beta(a_{\text{ст}})_-)$ . Тогда, учитывая, что  $\beta_+$  не зависит от  $a_{\text{ст}}$ , получим

$$\frac{dK}{K(a_{\text{ст}})} = \frac{d\beta(a_{\text{ст}})}{\beta_+ - \beta(a_{\text{ст}})_-}.$$

Принимая во внимание, во-первых, что

$$d\beta_- = \frac{\partial \beta_-}{\partial a} da$$

и, во-вторых, что в установившемся режиме выполняется условие баланса амплитуд (18), найдем относительное изменение амплитуды

колебаний

$$\frac{da}{a_{\text{ст}}} = \left| \frac{dK/K}{a(d\beta_-/da)K} \right|_{\omega_{\text{pec}}}$$

Отсюда следует, что фиксирующая способность по амплитуде

$$\sigma_a = \left| a \frac{\partial \beta_-}{\partial a} K(a) \right|_{a_{\text{ст}}} \quad (19)$$

оказывается тем выше, чем выше коэффициент усиления схемы и чем больше крутизна амплитудной характеристики цепи обратной связи. Здесь сразу следует отметить, что такой (инерционный) способ ограничения и стабилизации не в состоянии сглаживать изменения амплитуды, вызванные быстрыми или скачкообразными изменениями параметров схемы и питающих напряжений.

Выбор элементов цепи обратной связи определяется выпускаемыми промышленностью термисторами. Если задан тип термистора – в нашем случае  $R4$ , то известно его сопротивление в рабочем режиме. Тогда нетрудно найти требуемое значение  $R3$ . Поскольку  $\beta_- = R3/(R3 + R4)$ , то с помощью (14) получим

$$R3 = R4 \frac{\beta_-}{1 - \beta_-} \leq R4 \frac{K - 3}{2K + 3}, \quad (20)$$

что и дает возможность после расчета коэффициента усиления  $K$  определить  $R3$ . Из (20) видно, что даже при  $K$ , стремящемся к бесконечности,  $R3$  будет не больше  $0,5 R4$ .

Большинство полупроводниковых термисторов имеет сопротивление в рабочем режиме порядка  $120 \div 400$  Ом. Поэтому выход усилителя оказывается нагруженным на низкое сопротивление цепи отрицательной обратной связи ( $250 - 600$  Ом). Чтобы не снизить общий коэффициент усиления, необходимо осуществить согласование выходного сопротивления усилителя на полевом транзисторе и малого сопротивления цепи  $R3 - R4$ . Для этой цели и используется эмиттерный повторитель, имеющий малое выходное сопротивление и не вращающий фазу сигнала.

#### 4. Методические указания

По заданию преподавателя можно провести исследование схемы  $RC$ -генератора либо на операционном усилителе (рис. 4), либо на транзисторах (рис. 5).

Для проведения измерений предлагается схема, показанная на рис. 6. Исследуемым объектом может быть цепочка Вина, первый, второй каскады транзисторного усилителя, усилитель в целом, операционный усилитель или  $RC$ -автогенератор.

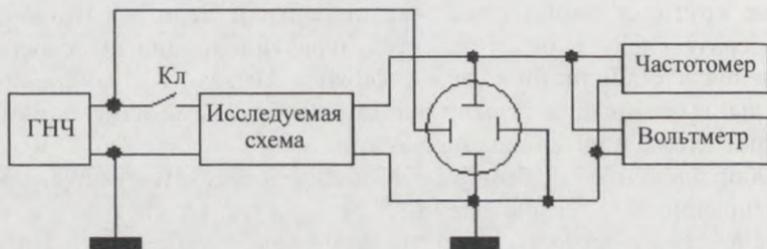


Рис. 6. Схема измерений характеристик цепи Вина, каскадов усилителя и  $RC$ -генератора в целом

Осциллограф нужен как для наблюдения формы колебаний, так и для измерения с помощью фигур Лиссажу сдвига фазы сигнала при прохождении его через схему. Методом фигур Лиссажу можно также провести измерение частоты автоколебаний, зная частоту генератора низких частот (ГНЧ). Ключ замыкается при исследовании цепи Вина и усилителя и размыкается при исследовании автогенератора. Назначение остальных блоков очевидно.

#### Контрольные вопросы

1. Какова функциональная схема автоколебательной системы?
2. Чем определяются форма и спектр генерируемых колебаний?
3. Каким образом можно заставить автоколебательную систему генерировать колебания, близкие к гармоническим?
4. Почему на низких частотах строят генераторы не томсоновского типа, а  $RC$ -генераторы?
5. Чем определяется стабильность частоты автоколебаний, что такое фиксирующая способность системы по частоте?

6. Как влияет введение отрицательной обратной связи на стабильность частоты колебаний?

7. В чём заключаются условия самовозбуждения и условия стационарности колебаний?

8. Какие существуют способы автоматического ограничения роста амплитуды автоколебаний?

9. Что такое система «линейная для быстропеременных процессов» и одновременно «нелинейная для медленных процессов»?

10. Какие Вам известны инерционные элементы?

11. В каких случаях их целесообразно применять в автоколебательных системах?

12. Чем определяется стабильность амплитуды автоколебаний, что такое фиксирующая способность системы по амплитуде?

13. Связаны ли понятия фиксирующей способности по частоте и по амплитуде с понятиями устойчивости фазы и амплитуды стационарных колебаний (для размышления)?

14. Каков порядок расчёта транзисторных схем *RC*-генераторов с инерционной (термисторной) нелинейностью?

## 5. Приложения

### 5.1. Коэффициент передачи цепи Вина

Расчёт комплексного коэффициента передачи цепи Вина (см. рис.1) проведём в установившемся режиме, полагая, что на неё подано чисто гармоническое напряжение. Введя комплексные сопротивления последовательной и параллельной ветвей цепочки

$$Z1(j\omega) = R1 + \frac{1}{j\omega C1}, \quad Z2(j\omega) = \frac{1}{1/R2 + j\omega C2}, \quad (\text{П.1})$$

запишем коэффициент передачи в виде

$$K(j\omega) = \frac{Z2(j\omega)}{Z2(j\omega) + Z1(j\omega)}. \quad (\text{П.2})$$

Подставив в (П.2) выражения (П.1) и проделав элементарные преобразования, получим

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{R1}{R2} + \frac{C2}{C1} + j\left(\omega R1 C1 - \frac{1}{\omega R2 C2}\right)}. \quad (22)$$

Для симметричной цепи ( $R_2 = R_1$ ,  $C_2 = C_1$ )

$$K(j\omega) = \frac{1}{3 + j\left(\omega R_1 C_1 - \frac{1}{\omega R_1 C_1}\right)}. \quad (23)$$

## 5.2. Расчёт схемы транзисторного усилителя

Прежде всего необходимо выбрать элементы цепи отрицательной обратной связи с термистором. В схеме в качестве  $R_4$  взят термистор типа Т8Е. Для выяснения его стабилизирующих свойств с помощью схемы, показанной на рис. 7, сняты амплитудные характеристики цепи при различных сопротивлениях нагрузки. На рис. 7  $T$  – термистор,  $R$  – эквивалент  $R_3$ . Полученные результаты приведены на рис. 8. Из них следует, что достаточно большая крутизна амплитудной характеристики цепи отрицательной обратной связи получается при  $R = 150$  Ом. Поэтому в цепи истока первого транзистора достаточно включить резистор  $R_3$  сопротивлением 150 Ом.

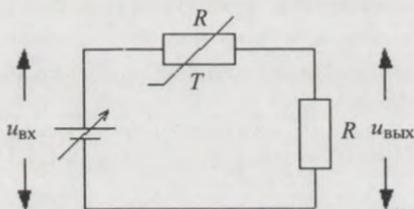


Рис. 7. Схема измерения характеристик термистора на постоянном токе

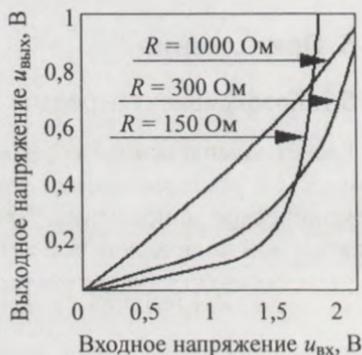


Рис. 8. Передаточные (вольт-вольтные) характеристики термистора

Первые два каскада усилителя выполняются на полевых транзисторах типа КП103М или на других по указанию преподавателя. Усилительные каскады для повышения стабильности частоты и амплитуды колебаний нужно рассчитывать на максимальный коэффициент усиления. Расчёт схемы проведём на примере транзистора КП103М, используя его статические вольтамперные характеристики, приведённые на рис. 9.

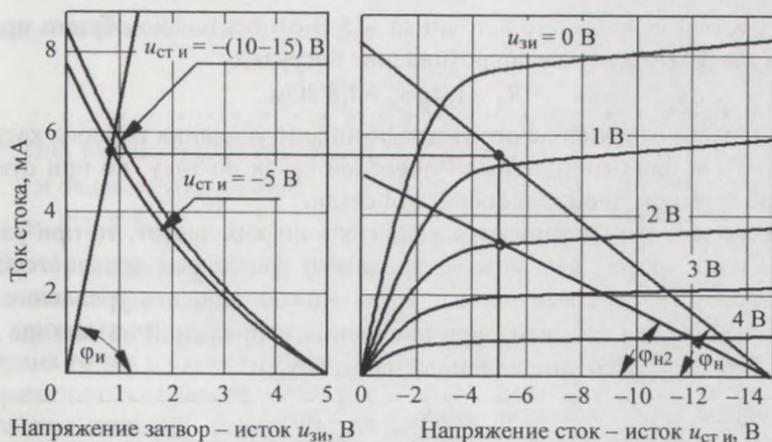


Рис. 9. Статические входные и выходные вольтамперные характеристики транзистора КП103 М

Так как известно сопротивление истокового резистора  $R_3$ , то фактически задана рабочая точка на ВАХ транзистора. Действительно, проведём на входных характеристиках из начала координат прямую под углом  $\varphi_n$ , который задан сопротивлением истокового резистора  $R_3$ :

$$\operatorname{tg} \varphi_n = 1/R_3. \quad (24)$$

Тогда пересечение этой прямой с одной из характеристик даст положение рабочей точки. Так, например, выбрав постоянное напряжение между стоком и истоком равное  $-5$  вольтам, получим точку, отмеченную на левом рисунке. Перенесём её на выходные характеристики так, чтобы на входных и выходных ВАХ одинаковыми были ток стока и напряжение между стоком и истоком. Получим точку, отмеченную на правых графиках. Через эту точку должна проходить нагрузочная прямая, тангенс угла наклона которой определяется сопротивлением нагрузки:

$$\operatorname{tg} \varphi_n = 1/R_n. \quad (25)$$

Наклон прямой задаётся либо требуемым коэффициентом усиления, либо напряжением источника питания. В первом случае напряжение источника питания не задаётся заранее, а определяется точкой пересечения нагрузочной прямой с осью абсцисс. Во втором случае задаётся ЭДС источника, определяется угол наклона  $\varphi_n$ , сопротивление нагрузки и рассчитывается коэффициент усиления. В конкретном примере за-

дано именно напряжение источника  $-15$  В относительно общего провода схемы. В этом случае сопротивление нагрузки

$$R_n = 1 / \text{tg} \varphi_n = 1,8 \text{ кОм}.$$

Теперь необходимо подсчитать коэффициент усиления первого каскада схемы с учётом отрицательной обратной связи по току, но при отключённой термисторной цепи обратной связи.

Поскольку рассматривается усилитель низких частот, то при расчётах можно пренебречь межэлектродными ёмкостями транзисторов и монтажными ёмкостями схемы. Тогда можно записать уравнение для приращения тока стока  $\Delta i_{\text{ст}}$  при изменении напряжений на затворе  $\Delta u_{\text{зи}}$  и стоке  $\Delta u_{\text{сти}}$  (уравнение линейной части ВАХ):

$$\Delta i_{\text{ст}} = s \Delta u_{\text{зи}} + \frac{1}{R_i} \Delta u_{\text{сти}}. \quad (26)$$

Здесь  $s$  – крутизна входной ВАХ в рабочей точке, а  $R_i$  – внутреннее сопротивление канала (определяется как арктангенс угла наклона касательной к выходной ВАХ в рабочей точке).

Поскольку

$$\Delta u_{\text{сти}} = -\Delta u_n = -\Delta i_{\text{ст}} R_n, \quad \Delta i_{\text{ст}} = \frac{s \Delta u_{\text{зи}}}{1 + R_n / R_i}, \quad K_0 = \frac{\Delta u_{\text{сти}}}{\Delta u_{\text{зи}}},$$

то при отсутствии обратной связи

$$K_0 = -\frac{s R_n}{1 + R_n / R_i}.$$

Так как в большинстве случаев выполняется условие  $R_i \gg R_n$ , то получаем простую формулу:

$$K_0 \cong -s R_n. \quad (27)$$

Знак минус означает, что усилитель поворачивает фазу сигнала на  $180^\circ$ . Найдём теперь коэффициент усиления с учётом отрицательной обратной связи по току. Как известно, коэффициент усиления схемы с обратной связью

$$K = \frac{K_0}{1 - K_0 \beta}. \quad (28)$$

В нашем случае

$$\beta = \frac{\Delta u_{\text{и}}}{\Delta u_{\text{сти}}} = \frac{\Delta i_{\text{ст}} R_{\text{и}}}{-\Delta i_{\text{ст}} R_n} = -\frac{R_{\text{и}}}{R_n}.$$

Подставив  $\beta$  и  $K_0$  в (28), получим

$$K = \frac{sR_n}{1 + sR_n}. \quad (29)$$

Крутизна входной характеристики в рабочей точке легко находится из рис. 9 и оказывается равной  $s \cong 2$  мА/В. Подставляя  $s, R_n, R_n$  в (29), получаем  $K \cong 2,8$ .

Расчёт второго каскада усилителя начнём с выбора рабочей точки. Её целесообразно расположить подалеже от области отсечки, но там, где крутизна входной ВАХ уменьшается незначительно. Для примера выбрана точка с координатами  $u_{ст.и} = 5$  В,  $i_{ст} = 3,3$  мА, что соответствует напряжению смещения затвора  $u_{зи} = 2$  В. Поскольку теперь задано напряжение питания, то сразу же проводится нагрузочная прямая, показанная на выходных ВАХ. Определив её угол наклона  $\varphi_{н2}$ , получаем сопротивление нагрузки второго каскада  $R_{н2} \cong 3$  кОм. Следовательно, коэффициент усиления каскада оказывается равным  $K_2 \cong 6$ . Сопротивление смещения в цепи истока находится как  $R_n = u_{зи} / i_{ст}$ . Подставив конкретные данные, получим  $R_n \cong 670$  Ом. Ёмкость накопительного конденсатора в цепи истока рассчитывается из условия исключения обратной связи по току – её постоянная разряда через истоковый резистор должна быть на два-три порядка больше периода усиливаемых колебаний.

В качестве выходного каскада используется эмиттерный повторитель на транзисторе ГТ402Г. Опыт показывает, что требуемые характеристики повторителя можно получить, если в качестве нагрузки  $R_9$  взять резистор сопротивлением  $500 \div 700$  Ом и в цепь базы включить резистор  $R_{10}$  сопротивлением порядка 100 кОм. При этом входное сопротивление повторителя получается более десяти кОм.

В итоге коэффициент усиления схемы в целом (при включенной термисторной цепи обратной связи) получается примерно равным 16 – 17, что вполне достаточно для нормальной работы RC-генератора. Следует, однако, заметить, что у транзисторов очень велик разброс входных характеристик и в справочниках указываются пределы крутизны от 1,8 до 4,2 мА/В (для данного типа транзистора). Поэтому может потребоваться подстройка схемы.

# ИССЛЕДОВАНИЕ БЛОКИНГ-ГЕНЕРАТОРА

## 1. Цель работы

Изучить принцип действия и основные характеристики транзисторного блокинг-генератора, работающего в автоколебательном режиме.

## 2. Задание

2.1. Изучить процессы, происходящие в транзисторах, работающих в импульсных схемах [1].

2.2. Изучить переходные процессы в импульсных трансформаторах [2].

2.3. Изучить колебательный процесс и условия его возникновения в схеме блокинг-генератора [3].

2.4. Проанализировать влияние параметров схемы на форму и период импульсов.

2.5. Рассчитать элементы схемы блокинг-генератора (рис.1), если заданы напряжение источника питания, частота следования импульсов (или период), длительность импульсов и сопротивление нагрузки  $R_n$ .

2.6. Собрать схему блокинг-генератора (рис.1).

2.7. Измерить с помощью осциллографа длительность импульса  $t_n$  и период колебаний  $T$ . Сравнить с исходными данными.

2.8. Измерить с помощью импульсного вольтметра амплитуду импульса  $U_k$  на коллекторе транзистора и на сопротивлении нагрузки.

2.9. Исследовать зависимость длительности импульса  $t_n$  и периода  $T$  от величины сопротивлений резисторов  $R_6$  и  $R_n$  (рис. 1).

### 3. Теоретическая часть

#### 3.1. Общие сведения о блокинг-генераторах

Блокинг-генераторами называют автоколебательные устройства с положительной трансформаторной обратной связью. Форма колебаний – периодическая последовательность прямоугольных импульсов. Амплитуда импульсов достигает уровня напряжения источника питания генератора. Длительность импульсов лежит в интервале от долей микросекунды до миллисекунды и определяется элементами схемы. Скважность импульсов варьируется от единиц до десятков тысяч.

Блокинг-генераторы могут работать в ждущем режиме и в режиме внешней синхронизации. В данной работе рассматривается блокинг-генератор, работающий в автоколебательном режиме. Схема приведена на рис. 1.

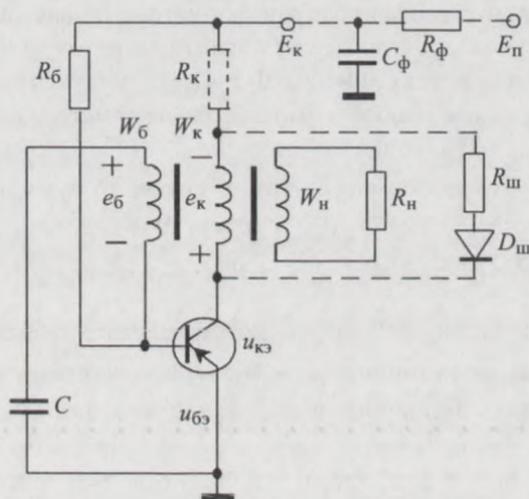


Рис. 1. Электрическая схема блокинг-генератора

Пунктирной линией показаны необязательные элементы схемы, которые: защищают источник питания от генерируемого сигнала (фильтр верхних частот на элементах  $R_{\Phi}$ ,  $C_{\Phi}$ ); корректируют форму прямоугольных импульсов (элементы  $R_{ш}$ ,  $D_{ш}$ ); защищают транзистор от токовых перегрузок (элемент  $R_{к}$ ). На схеме символы  $W_{б}$ ,  $W_{к}$  и  $W_{н}$  обозначают обмотки импульсного трансформатора и число витков в них. Импульс-

ные трансформаторы имеют малые межвитковые индуктивности и емкости обмоток.

В основе генератора лежит усилитель, собранный по схеме с общим эмиттером на  $p-n-p$ -транзисторе. Поэтому к клемме  $E_k$  или  $E_n$  подсоединен отрицательный полюс источника питания. Коллекторная цепь усилителя нагружена на обмотку трансформатора  $W_k$ .

Сигнал на базу транзистора поступает с обмотки  $W_6$  и емкости  $C$ . Положительная обратная связь в усилителе обеспечена выбором полюсов обмоток  $W_k$  и  $W_6$  так, что рост коллекторного тока  $i_k$  приводит к росту тока базы  $i_6$ . Обмотка трансформатора  $W_n$  является нагрузочной, но выходное напряжение можно снимать и с коллектора транзистора.

### 3.2. Анализ работы схемы блокинг-генератора

Для простоты рассуждений рассмотрим работу блокинг-генератора в предположении, что сердечник трансформатора не насыщается при любых токах в обмотках, связь между магнитным потоком  $\Phi$  и намагничивающим током в обмотках линейна  $\Phi = Li$ ,  $L$  – индуктивность обмотки.

Протекание тока в любой обмотке трансформатора сопровождается возникновением магнитодвижущей силы  $F = iW$ . Так как в рассматриваемой схеме у трансформатора три обмотки, то суммарную магнитодвижущую силу можно записать следующим образом:

$$F = i_k W_k - i_6 W_6 - i_n W_n = W_k (i_k - i_6 n_6 - i_n n_n), \quad (1)$$

где  $n_6 = W_6 / W_k$  и  $n_n = W_n / W_k$  – коэффициенты трансформации (обмотка  $W_k$  является источником, а  $W_6$  и  $W_n$  – потребителями энергии магнитного поля). Величину  $i = F / W_k$  можно назвать интегральным коллекторным током, определяющим общий магнитный поток в сердечнике трансформатора. Формула (1) позволяет оценить взаимное влияние всех токов на магнитный поток в целом.

Согласно общим законам электромагнитной индукции, изменение магнитного потока во времени создает напряжение **индукции**  $e$  на любом отрезке проводника, находящегося в этом потоке. Если в потоке находятся обмотка, то  $e = -N d\Phi/dt$ , где  $N$  – коэффициент, связанный с числом её витков.

Изменение магнитного потока, вызванного током в обмотке, создает напряжение **самоиндукции** на этой обмотке, препятствующее измене-

нию тока:  $e = -L di/dt$ . Линейное изменение тока индуцирует постоянное напряжение.

Процессы движения токов в обмотках и соответствующее им изменение магнитной энергии трансформатора являются важными при рассмотрении принципов работы блокинг-генератора.

**Формирование переднего фронта импульса.** Процесс формирования полного периода колебаний можно разделить на этапы (рис. 2):

- 1) формирование переднего фронта импульса (интервал  $t_{\phi}^+ = t_2 - t_1$ );
- 2) формирование плоской вершины импульса (интервал  $t_{\text{и}} = t_3 - t_2$ );
- 3) формирование среза импульса (интервал  $t_{\phi}^- = t_4 - t_3$ );
- 4) формирование паузы импульса (интервал  $t_{\text{п}} = t_5 - t_4$ ).

Рассмотрим процесс формирования переднего фронта импульса. На схеме видно, что напряжение базовой обмотки  $e_6$  в сумме с напряжением на конденсаторе  $u_C$  приложено к эмиттер-базовому  $p-n$ -переходу транзистора ( $u_{63}$ ). Предположим, что в момент времени  $t_1$  (рис. 2, а) напряжение  $e_6$  на обмотке  $W_6$  равно нулю, а напряжение на конденсаторе  $C$  равно контактной разности потенциалов эмиттер-базового перехода и транзистор открывается. С этого момента появляется коллекторный ток  $i_k$  в обмотке  $W_k$ , а в сердечнике трансформатора – обусловленный этим током магнитный поток  $\Phi$ . Пронизывая базовую обмотку  $W_6$ , поток индуцирует напряжение  $e_6$ , полярность которого показана на рис.1. Это дополнительное напряжение создает дополнительный ток базы и изменяет ток коллектора. В этом проявляется обратная связь в схеме.

Условно разобьем интервал  $t_{\phi}^+$  на ряд коротких участков и рассмотрим формирование переднего фронта импульса как итерационный процесс. Обозначим приращения тока базы и коллектора на  $m$  и  $m+1$  участках так:  $\Delta i_{6,m}$ ,  $\Delta i_{6,m+1}$  и  $\Delta i_{k,m}$ ,  $\Delta i_{k,m+1}$ . Трансформаторы не являются усилителями мощности, поэтому  $e_6 = e_k n_6$ ,  $i_6 = i_k / n_6$ . Тогда  $\Delta i_{6,m}$  связано с  $\Delta i_{k,m}$  соотношением  $\Delta i_{6,m} = \Delta i_{k,m} / n_6$ . На  $m+1$  участке  $\Delta i_{k,m+1} = \beta \Delta i_{6,m}$  ( $\beta$  – статический коэффициент усиления по току в схеме с ОЭ). Отношение приращение тока коллектора на следующем участке к предыдущему будет иметь вид

$$\Delta i_{k,m+1} / \Delta i_{k,m} = \beta_k / n_6.$$

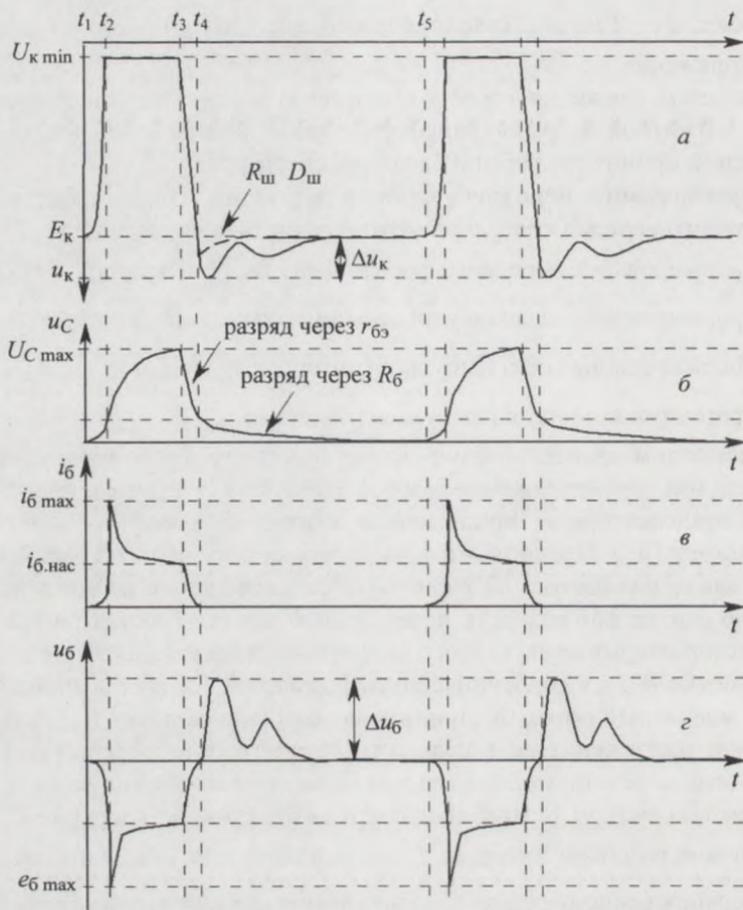


Рис. 2. Временные диаграммы напряжений и токов блокинг-генератора

Лавинообразный рост тока в коллекторной цепи будет происходить при условии (условие генерации)

$$\beta / n_6 > 1. \quad (2)$$

Учитывая потери энергии в нагрузках схемы, условие генерации можно представить в более корректном виде:

$$\beta / n_6 > 1 + r'_{\text{вх}} / R'_n, \quad (3)$$

где  $r'_{вх} = r_{вх} / n_б^2$ ,  $R'_н = R_н / n_н^2$  – входные сопротивления транзистора и нагрузки, приведенные к коллекторной цепи. Условие (3) позволяет произвести выбор транзистора и трансформатора (коэффициенты  $\beta$ ,  $n_б$ ,  $n_н$ ) для схемы блокинг-генератора.

Процесс нарастания токов в коллекторной и базовой цепи развивается лавинообразно, и через весьма небольшой промежуток времени  $t_ф^+ = t_2 - t_1$  токи базы и коллектора достигают следующих величин:

$$\begin{aligned} i_{б\max} &= e_{б\max} / r_{бэ.нас}, & i_{к\max} &= i_{нас} - (E_к - e_{к\max}) / r_{к.нас}, \\ i_{к\max} &= (E_к - e_{к\max}) / (R_к + r_{к.нас}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $r_{бэ.нас}$  и  $r_{к.нас}$  – сопротивления между базой и эмиттером, эмиттером и коллектором транзистора, находящегося в режиме насыщения;  $e_{к\max}$  и  $e_{б\max} = n_б e_{к\max}$  – максимальные напряжения на коллекторной и базовой обмотках.

Одновременно с токами лавинообразно меняются напряжения на коллекторе и базе транзистора. На коллекторе (рис. 2, а) напряжение изменяется до величины

$$u_{к\max} = -(E_к - e_{к\max}) \approx 0, \quad (5)$$

а напряжение на базе достигает значения:

$$u_{б\max} = -e_{б\max}. \quad (6)$$

Последнее обусловлено тем, что конденсатор  $C$ , последовательно включенный в цепь базы транзистора, за короткий промежуток времени  $t_ф^+$  не успевает заметно зарядиться и напряжение на его обкладках остается близко к нулю, т.е.  $u_C \approx 0$ . Лавинообразный рост тока базы и резкое уменьшение потенциала коллектора сопровождается быстрым накоплением **избыточного заряда** в базовой области (режим насыщения).

Интервал  $t_ф^+$  в основном определяют параметры транзистора  $\beta$ ,  $f_{\alpha}$ ,  $C_{к0}$ ,  $\sigma_{к0}$  (коэффициент передачи тока, граничная частота, емкость коллекторного перехода, выходная полная проводимость транзистора).

**Формирование плоской вершины импульса** (интервал  $t_и = t_3 - t_2$ ).

С момента, когда  $i_б$  и  $i_к$  достигают своих значений насыщения ( $i_{б.нас}$ ,  $i_{к.нас}$ ), в цепях блокинг-генератора возникает несколько взаимосвязанных процессов (рис. 3). Первый: из-за резкого уменьшения крутизны

динамической вольтамперной характеристики транзистора, входящего в режим насыщения, **приращение** тока коллектора, достигнув максимума, начинает убывать. Второй: продолжающийся заряд конденсатора  $C$  от обмотки  $W_6$  сопровождается экспоненциальным уменьшением тока базы, этому уменьшению препятствует напряжение самоиндукции, возникающее в базовой обмотке.

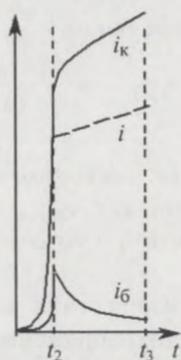


Рис. 3. Временные диаграммы токов при формировании вершины импульса

Результирующий ток  $i = i_k - i_6 n_6 - i_n n_n$ , определяющий общий магнитный поток в сердечнике трансформатора, некоторое время продолжает нарастать практически по линейному закону (рис. 3). Это приводит к постоянству напряжения самоиндукции  $e = -L di/dt$  в коллекторной обмотке и формированию плоской вершины импульса на интервале  $t_n$  (рис. 2, а).

Процесс формирования плоской вершины сопровождается: зарядом конденсатора до напряжения  $u_C = u_{Cmax}$ ; уменьшением тока базы до величины  $i_{6,нас}$ ; уменьшением напряжения на базе; уменьшением инжекции избыточных зарядов в область базы в начале и значительного рассасывания их к концу интервала  $t_n$ . К моменту  $t_3$  энергия магнитного поля в трансформаторе достигает максимального значения.

Параметры цепи заряда конденсатора  $e_6, C, r_{6э,нас}$  позволяют оценить интервал  $t_n$ . Именно оценить, так как на интервале  $t_n$  происходит динамическое изменение  $r_{6э,нас}$  связанное с рассасыванием избыточного заряда в области базы.

**Формирование среза импульса.** К моменту  $t_3$  ток базы, достигнув значения насыщения, продолжает убывать. Процесс изменения (уменьшения) тока в коллекторной цепи, согласно условию (3), протекает лавинообразно. Напряжение в обмотках трансформатора меняет полярность ( $u \sim -di/dt$ ). В результате этого  $u_6$  падет до нуля и переход запирается напряжением  $u_{Cmax} + e_{6max}$ . Напряжение  $u_k$  (рис. 2, а), достигнув значения источника питания  $E_k$ , превысит его на величину  $\Delta u_{kmax} \sim e_{kmax}$ . Цепь коллекторного тока разрывается ( $r_{кэ}$  устремляется к  $\infty$ ).

Интервал времени формирования среза импульса  $t_{\phi}^-$  в основном определяют параметры транзистора.

**Пауза.** После запираания транзистора ( $i_6 = 0$ ) конденсатор продолжает разряжаться, но уже не через  $r_{63}$ . Цепь его «разряда» существенно изменяется. Теперь она включает в себя источник питания  $E_k$ , сопротивление  $R_6$  и обмотку  $W_6$ . Конденсатор не просто разряжается, а имеет тенденцию перезарядиться от источника питания. Величины  $R_6$  и  $C$  в основном определяют длительность паузы.

Во время паузы запасенная в трансформаторе энергия магнитного поля будет расходоваться на поддержание затухающего колебательного движения в обмотках трансформатора. Это связано с присутствием в обмотках межвитковых емкостей, которые совместно с индуктивностью катушек образуют сложную колебательную систему. В зависимости от её добротности и продолжительности паузы затухающий колебательный процесс может состоять из большого числа периодов или носить непериодический характер (рис. 2, а). Напряжения на концах базовой и нагрузочной обмоток будут повторять этот колебательный процесс. Для устранения затухающего колебательного процесса коллекторную обмотку шунтируют цепочкой, содержащей диод  $D_{ш}$  и резистор  $R_{ш}$  (цепь из этих элементов на рис. 1 показана пунктиром). Когда напряжение индукции меняет полярность, диод оказывается открытым и через небольшое сопротивление  $R_{ш}$  начинает проходить ток. При этом энергия, запасенная в магнитном поле, превращается в тепловую и рассеивается. Для уменьшения послеимпульсного выброса  $\Delta u_k$  иногда в коллекторную цепь ставят сопротивление  $R_k$  (на рис. 1 показано пунктиром), за счет которого ограничивают ток намагничивания, а следовательно, и энергию магнитного поля. Кроме того,  $R_k$  ограничивает коллекторный ток, который не должен превышать максимально допустимый ток данного транзистора.

В момент  $t_5$  напряжение  $e_6$  на обмотке  $W_6$  станет равным нулю, а напряжение на конденсаторе достигнет напряжения отсечки и транзистор отпирается. После этого начнется формирование очередного импульса.

### 3.3. Основные количественные отношения

Длительность переднего фронта импульса  $t_{\Phi}^+ = t_2 - t_1$  в основном определяется параметрами транзистора и может быть оценена следующим образом:

$$t_{\Phi}^+ = 2,3(1/(2\pi f_{\alpha}) + \beta C_{к0}/\sigma_{к0}), \quad (7)$$

где  $f_{\alpha}$ ,  $\beta$ ,  $C_{к0}$ ,  $\sigma_{к0}$  – параметры транзистора [4].

**Длительность импульса.** Длительность импульса  $t_{\text{и}} = t_3 - t_2$  (рис. 2, а, б) практически определяется временем  $\tau_C$  заряда конденсатора  $C$  через сопротивление насыщенной базы  $r_{\text{бз.нас}}$  примерно от нуля до  $u_{C\text{max}}$ . Величина  $r_{\text{бз.нас}}$  существенно зависит от степени насыщения базы неосновными носителями тока и изменяется в процессе заряда. Чем выше насыщение базы, тем выше сопротивление  $r_{\text{бз.нас}}$  и тем больше оно отличается от сопротивления  $r_{\text{бз}}$  в активном режиме работы транзистора. Точное определение длительности импульса  $t_{\text{и}}$  достаточно сложно (необходимо решать систему дифференциальных уравнений, описывающую динамические процессы в генераторе). Отметим лишь, что длительность импульса зависит от ёмкости, параметров транзистора и трансформатора. На практике длительность импульса можно оценить с помощью приближенного соотношения:

$$t_{\text{и}} \approx 10 C r_{\text{бз}}, \quad (7)$$

при условии, что наличие избыточных зарядов в области базы не влияет на  $r_{\text{бз}}$ , которое можно выбрать равным 40 Ом.

**Длительность среза импульса**  $t_{\text{ф}}^- = t_4 - t_3$  до момента запираания транзистора формируется аналогично переднему фронту. Поэтому длительности их можно считать одинаковыми. Практически время  $t_{\text{ф}}^+$  и  $t_{\text{ф}}^-$  меньше  $t_{\text{и}}$  и в расчетах периода колебаний их можно не учитывать.

**Длительность паузы.** К началу паузы конденсатор, заряженный до напряжения  $u_{C\text{max}}$ , имеет тенденцию перезарядиться от источника напряжения  $E_{\text{к}}$ . Таким образом, напряжение на нем изменяется по закону

$$u_C = (E_{\text{к}} - i_{\text{б0}} R_{\text{б}} + u_{C\text{max}}) e^{-t/\tau} - (E_{\text{к}} - i_{\text{б0}} R_{\text{б}}),$$

где  $\tau = CR_{\text{б}}$  – постоянная времени цепи заряда. Когда  $u_C$  станет близко к нулю, транзистор откроется и пауза закончится. При этом

$$(E_{\text{к}} - i_{\text{б0}} R_{\text{б}} + u_{C\text{max}}) e^{-t/\tau} - (E_{\text{к}} - i_{\text{б0}} R_{\text{б}}) = 0.$$

Отсюда после несложных преобразований получаем

$$t_{\text{п}} = t_5 - t_4 = CR_{\text{б}} \ln \left[ 1 + u_{C\text{max}} / (E_{\text{к}} - i_{\text{б0}} R_{\text{б}}) \right]. \quad (8)$$

Так как ток базы во время паузы незначителен, в расчетах можно пренебречь членом  $i_{\text{б0}} R_{\text{б}}$ . За время формирования вершины импульса кон-

денсатор успевает зарядиться примерно до  $0,6n_6E_k$ . Это позволяет оценить величину  $t_n$ . Если  $n_6 = 1$ , то

$$t_n \approx 0,47 CR_6. \quad (10)$$

Следует иметь в виду, что за время формирования среза импульса конденсатор успевает значительно разрядиться, поэтому реальное время паузы будет меньше оценочного. При большой скважности генерируемых импульсов  $q = T/t_n \gg 1$  пауза практически составляет период колебаний генератора:

$$t_n \approx T. \quad (11)$$

Удлинять паузу, увеличивая сопротивление  $R_6$ , можно в ограниченных пределах, так как при этом возрастает температурная нестабильность  $t_n$  из-за возрастания температурной зависимости  $i_{60}$ .

### 3.4. Выбор элементов схемы блокинг-генератора

Выбор элементов схемы проведем в предположении, что известны амплитуда генерируемых импульсов  $U_m$ , частота следования импульсов  $F$  (или период колебания  $T$ ), длительность импульса  $t_n$  (или скважность  $q$ ) и сопротивление нагрузки  $R_n$ .

**Выбор транзистора.** Верхняя граничная частота выбираемого транзистора должна удовлетворять условию

$$f_\alpha \geq 5/t_n. \quad (12)$$

При этом фронты импульсов, длительности которых составляет обычно несколько  $\tau_\alpha = 1/f_\alpha$ , могут иметь высокую крутизну.

**Максимально допустимое напряжение**  $U_{кз,доп}$  между коллектором и эмиттером транзистора

$$U_{кз,доп} = kE_k, \quad (13)$$

где коэффициент  $k \approx 1,5$  учитывает выброс, за счет которого напряжение на транзисторе  $u_k$  (по абсолютной величине) больше  $E_k$ . При наличии шунтирующей цепочки  $D_{ш}$ ,  $R_{ш}$  можно принять  $k = 1$ .

Величина  $E_k$  должна несколько превышать напряжение  $e_{k \max}$  в коллекторной обмотке. Значение  $e_{k \max}$  связано с требуемой амплитудой импульса  $U_m$  на нагрузочной обмотке:

$$e_{k \max} = U_m / n_n.$$

С учетом сказанного в выражение (12) должно быть подставлено

$$E_k \approx 1,1 U_m / n_n. \quad (14)$$

**Максимально допустимое напряжение**  $U_{\text{бк.доп}} = u_b - u_k$  между базой и коллектором транзистора должно удовлетворять следующему условию:

$$U_{\text{бк.доп}} \geq E_k (n_b + 1), \quad (15)$$

так как в конце формирования среза импульса

$$u_b \approx U_{C \text{ max}} = e_{b \text{ max}} = n_b E_k, \quad u_k = -E_k.$$

**Максимально допустимое напряжение**  $U_{\text{бэ.доп}}$  между базой и эмиттером транзистора должно превышать величину

$$U_{b \text{ max}} \approx U_{C \text{ max}} = e_{b \text{ max}} = n_b E_k,$$

то есть должно выполняться неравенство

$$U_{\text{бэ.доп}} \geq n_b E_k. \quad (16)$$

**Максимально допустимый ток**  $i_{\text{к.доп}}$  при выборе транзистора ориентировочно оценивают по формуле:

$$i_{\text{к.доп}} \geq i_{\text{к max}} = 4n_b u_n / R_n, \quad u_n = U_m. \quad (17)$$

По формулам (13) – (17), оценивают предельно допустимые параметры и выбирают подходящий транзистор по справочнику [5].

**Выбор фильтра.** Для питания блокинг-генератора можно использовать общий лабораторный источник  $E_n$ . Однако необходимо принять меры для защиты источника питания от попадания в него генерируемого сигнала. Для этих целей используют фильтр на элементах  $R_\phi$ ,  $C_\phi$ . Конденсатор  $C_\phi$  шунтирует цепь источника питания на высоких частотах. Он накапливает электрическую энергию, заряжаясь в длительных паузах между импульсами от источника  $E_n$ , через резистор  $R_\phi$ . Во время генерации импульса конденсатор разряжается через транзистор.

Емкость фильтра выбирается таким образом, чтобы при уменьшении ее заряда на величину  $t_n i_{\text{к max}}$  напряжение на ней снижалось не более чем на  $0,1 E_k$ :

$$C_\phi = t_n i_{\text{к max}} / (0,1 E_k). \quad (18)$$

Величину  $R_\phi$  можно найти из формулы

$$R_\phi = 1,5 T / C_\phi. \quad (19)$$

**Выбор импульсного трансформатора.** Напряжению самоиндукции в коллекторной обмотке трансформатора вычисляется по формуле  $e_k = -L di_k/dt$ , где  $L$  – индуктивность обмотки. На этапе формирования плоской вершины импульса ток через обмотку меняется по линейному закону, следовательно, на её концах возникает постоянное напряжение самоиндукции  $e_k = -Li_{k \max}/t_n$ . Во время формирования плоской вершины  $e_k \approx -E_k$ . С учетом этого индуктивность обмотки трансформатора можно оценить по формуле  $L \approx E_k t_n / i_{k \max}$ .

Коэффициент трансформации  $n_b$  выбирается из условия (2) или (3), а коэффициент  $n_n$  выбирается из соображений заданной величины  $U_m$  и напряжения источника питания  $E_k$ .

Величины  $C$  и  $R_b$  определяются по формулам (8), (10).

#### 4. Контрольные вопросы

1. Изобразите схему блокинг-генератора.
2. Какие элементы схемы обеспечивают положительную обратную связь в генераторе?
3. Объясните понятия напряжение индукции и самоиндукции.
3. Сформулируйте условие генерации колебаний.
4. На какие этапы можно разделить период колебаний?
5. Чем объяснить наличие у импульса плоской вершины?
6. Почему напряжение  $u_{k \max}$  может быть больше  $E_n$ ?

#### 5. Экспериментальные исследования

Перед выполнением экспериментальных исследований необходимо провести расчет элементов и сборку схемы. Расчет элементов схемы проводят по формулам раздела 3.4 в предположении, что известны амплитуда генерируемых импульсов  $U_m$ , частота следования импульсов  $F$  (или период колебания  $T$ ), длительность импульса  $t_n$  (или скважность  $q$ ), и сопротивление нагрузки  $R_n$ .

В работе необходимо провести следующие экспериментальные исследования:

**5.1.** Измерить с помощью осциллографа длительность импульса  $t_n$  и период колебаний  $T$ . Сравнить с исходными данными.

**5.2.** Исследовать зависимость длительности импульса  $t_n$  и периода  $T$  от величины сопротивлений резисторов  $R_b$ ,  $C$  и  $R_n$ .

5.3. Пронаблюдать форму колебаний при подключении и изменении корректирующих элементов  $R_{ш}$ ,  $D_{ш}$ .

5.4. Измерить с помощью импульсного вольтметра амплитуду импульса  $U_k$  на коллекторе транзистора и на сопротивлении нагрузки.

5.5. Исследовать зависимость напряжения на нагрузке от  $R_n$ .

## 6. Методические указания

1. В данной работе используется транзистор МП-42. Перед началом работы необходимо ознакомиться с предельно допустимыми параметрами этого транзистора, работающего в импульсном режиме.

2. Период колебаний генератора и длительность импульса измеряют с помощью осциллографа.

3. При оформлении работы необходимо провести вычисление погрешностей результатов измерений. Систематические и случайные погрешности измерений оцениваются известными методами [5]. Доверительную вероятность при вычислении доверительного интервала взять равной 95%.

# **ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ**

## **1. Цель работы**

Изучить принцип работы и свойства усилителей и автогенераторов с запаздывающей обратной связью.

## **2. Задание**

Изучить некоторые вопросы теории усилителей (п. 2.1 – 2.2) и автогенераторов (п. 2.3 – 2.4) с задержанной обратной связью.

**2.1.** Фазовая характеристика идеальной линии задержки и линии с дисперсией.

**2.2.** Влияние времени задержки сигнала обратной связи на фазо- и амплитудно-частотные характеристики (ФЧХ и АЧХ) различных типов усилителей.

**2.3.** Возникновение автоколебаний в усилителе с задержанной обратной связью. Типы автоколебательных систем. Спектральный состав возбуждаемых колебаний.

**2.4.** Возможные сценарии установления стационарных автоколебаний. Влияние задержки на стабильность частоты одночастотных колебаний. Запоминание частоты внешнего воздействия. Зависимость амплитуды и частоты одночастотных автоколебаний от времени задержки.

Провести экспериментальные исследования усилителя (п. 2.5 – 2.8) и автогенератора (п. 2.9 – 2.12) с запаздывающей обратной связью.

**2.5.** Снять АЧХ и ФЧХ собственно лабораторного усилителя, определить диапазон изменения его коэффициента усиления.

**2.6.** Снять АЧХ и ФЧХ усилителя с линией задержки, вычислить затухание, вносимое линией.

**2.7.** Исследовать АЧХ и ФЧХ замкнутой, но недовозбужденной системы при различных коэффициентах усиления, оценить возможность использования ее в качестве гребенчатого фильтра.

**2.8.** Включить колебательный контур, настроить его на одну из резонансных частот системы, оценить избирательность: а) разомкнутой системы с линией задержки и без нее; б) замкнутой недовозбужденной системы при минимальном и близком к критическому коэффициентах усиления.

**2.9.** Возбудить колебания в автогенераторе неосцилляторного типа, пронаблюдать и объяснить трансформацию формы и спектра сигнала при изменении степени регенерации.

**2.10.** С помощью фильтра верхних частот сформировать АЧХ системы для получения максимального числа запоминаемых частот, осуществить запоминание, пронаблюдать и зарисовать форму и спектр этих колебаний.

**2.11.** Исследовать зависимости амплитуды и частоты автоколебаний от фазовой задержки в одной из зон возбуждения.

### **3. Теоретическая часть**

#### **3.1. Введение**

Обычно при анализе работы радиоэлектронных устройств, построенных на дискретных элементах, не учитывается время прохождения сигнала, как по тракту, так и по цепи обратной связи. И это вполне оправдано, так как в таких системах время пробега практически бесконечно мало по сравнению с периодом колебаний и совершенно не влияет на свойства системы. Иное дело, когда размеры элементов становятся сравнимы с длиной волны проходящего через них сигнала, или когда из-за низкой скорости переноса носителей тока в активных элементах (например, транзисторах) сигнал на выходе значительно отстает от сигнала на входе. Кроме того, в некоторых случаях при построении радиоэлектронных устройств задержка сигнала вводится специально. Оказывается, что системы с запаздывающей обратной связью обладают рядом свойств, не присущих обычным системам. Так, например, резистивные усилители имеют гребенчатую амплитудно-частотную и пилообразную фазочастотную характеристики, резонансные усилители – значительно меньшую полосу пропускания по сравнению с полосой пропускания контура. Томсоновские генераторы с запаздывающей обратной связью обладают более высокой стабильностью частоты, широкополосные генераторы способны генерировать сетку опорных частот, работать в режиме запоминания частоты, то

есть возбуждаться и генерировать на частоте кратковременного внешнего воздействия и т. п.

В настоящей работе предлагается изучить некоторые свойства усилителей и генераторов с задержанной обратной связью.

### 3.2. Усилители с запаздывающей обратной связью

Рассмотрим функциональную схему линейного усилителя с обратной связью, изображенную на рис. 1.

Здесь  $K_0$  – коэффициент усиления собственно усилителя,  $\beta$  и  $\tau$  – коэффициент передачи и время задержки сигнала цепью обратной связи,  $U_{\text{вх}}$ ,  $U_{\text{вых}}$ ,  $U_1$  и  $U_{\text{ос}}$  – напряжения входного и выходного сигналов, сигнала, действующего на входе собственно усилителя, и сигнала обратной связи. (Далее для определенности будем считать  $K_0$  и  $\beta$  положительными величинами.)

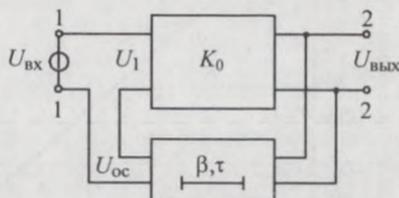


Рис. 1. Функциональная схема линейного усилителя с обратной связью

Нетрудно сообразить, что если время задержки кратно периоду колебаний входного сигнала ( $\tau = nT$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ), то сигнал обратной связи действует в такт с входным сигналом. В этом случае в системе обратная связь является положительной. Если же  $\tau$  кратно нечетному числу полупериодов ( $\tau = (2n - 1)T/2$ ), то сигнал обратной связи действует в противофазе с входным и обратная связь оказывается отрицательной. Причем с изменением частоты входного сигнала происходит чередование знаков обратной связи. Поэтому усилитель с задержанной обратной связью должен иметь гребенчатую амплитудно-частотную характеристику. Это легко подтвердить несложными расчетами.

Сначала обратимся к линейной, гипотетически *всечастотной системе*, в которой  $K_0$ ,  $\beta$  и  $\tau$  являются положительными константами, не зависящими от частоты. В таком случае в установившемся режиме при чисто гармоническом воздействии с частотой  $\omega$  можно записать (здесь  $t$  – текущее время):

$$u_1(t) = U_{1m} \cos \omega t; \quad (1)$$

$$u_{\text{вых}}(t) = K_0 U_{1m} \cos \omega t; \quad (2)$$

$$u_{\text{ос}}(t) = \beta K_0 U_{1m} \cos(\omega(t - \tau)) = \beta K_0 U_{1m} \cos(\omega t + \varphi). \quad (3)$$

Из (1) и (3) следует, что сигнал обратной связи  $u_{oc}(t)$ , задержанный на время  $\tau$ , сдвинут по фазе относительно сигнала  $u_1(t)$  на угол  $\varphi = -\omega\tau$ .

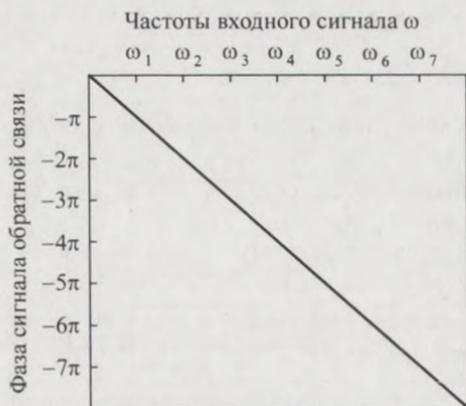


Рис. 2. Фазочастотная характеристика цепи обратной связи

При этом фазовая характеристика цепи обратной связи оказывается линейной функцией частоты (рис. 2). Отсюда видно, что действительно при изменении частоты от нуля до бесконечности в системе будет меняться обратная связь от отрицательной — на частотах  $\omega_1, \omega_3, \dots$  ( $\varphi = (2n+1)\pi$ ) — до положительной — на частотах  $\omega_2, \omega_4, \dots$  ( $\varphi = 2n\pi$ ).

Посмотрим теперь, какой вид имеют амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики усилителя с обратной

связью. Запишем выражения для напряжений, обозначенных на рис. 1, в комплексной форме:

$$u_1(t) = U_{1m} \exp(j\omega t); \quad (4)$$

$$u_{\text{вых}}(t) = K_0 U_{1m} \exp(j\omega t); \quad (5)$$

$$u_{oc}(t) = \beta K_0 U_{1m} \exp(j\omega(t - \tau)); \quad (6)$$

$$u_{\text{вх}}(t) = u_1(t) - u_{oc}(t) = U_{1m}(1 - \beta K_0 \exp(-j\omega\tau)) \exp(j\omega t) \quad (7)$$

и определим комплексный коэффициент передачи

$$K(j\omega) = \frac{u_{\text{вых}}(t)}{u_{\text{вх}}(t)} = \frac{K_0}{1 - \beta K_0 \exp(-j\omega\tau)}, \quad (8)$$

а так же его модуль и фазу:

$$K(\omega) = \frac{K_0}{\sqrt{1 + (\beta K_0)^2 - 2\beta K_0 \cos(\omega\tau)}}; \quad (9)$$

$$\Phi(\omega) = \arctg \left( \frac{\beta K_0 \sin(\omega\tau)}{1 - \beta K_0 \cos(\omega\tau)} \right). \quad (10)$$

Рассчитанные при  $\tau=1$ ,  $K_0 = 10$ ,  $\beta K_0 = 0,75$  и  $\beta K_0 = 0,5$  АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 3. Как видим, действительно АЧХ имеет гребенчатую, а ФЧХ – пилообразную форму.

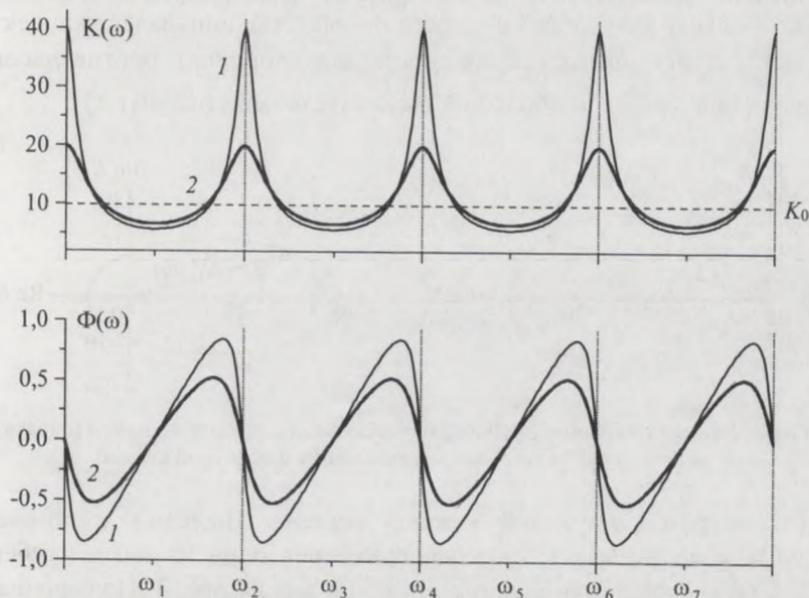


Рис. 3. АЧХ и ФЧХ усилителя:  
1 –  $K_0\beta = 0,75$ ; 2 –  $K_0\beta = 0,5$

Вот тут возникает резонный вопрос – а почему, в то время как фазовый сдвиг в цепи обратной связи непрерывно возрастает с частотой сигнала (рис. 2), фаза сигнала на выходе усилителя колеблется в некоторых пределах относительно фазы входного сигнала (рис. 3)? Формальный ответ прост. Построим векторную картину изменения  $K(j\omega\tau)$ , для чего по оси абсцисс отложим  $\text{Re}(K(j\omega\tau))$ , а по оси ординат –  $-j\text{Im}(K(j\omega\tau))$  (см. рис. 4). Как видим, при непрерывном возрастании частоты или задержки конец вектора  $K(j\omega\tau)$  описывает замкнутую кривую – годограф – и колеблется около оси абсцисс в пределах некоторого угла  $\pm\Phi_{\text{max}}$ . Причём с ростом  $\omega\tau$  конец вектора движется вдоль замкнутой кривой по часовой стрелке.

Иная картина получается в генерирующей структуре. В ней для выполнения условия самовозбуждения коэффициент регенерации должен быть больше единицы:  $\beta K_0 > 1$ . В этом случае  $\text{Re}(K(j\omega\tau))$  может принимать отрицательные значения, годограф на диаграмме будет охватывать начало координат и с ростом частоты или задержки вектор  $K(j\omega\tau)$  станет вращаться вокруг начала координат против часовой стрелки, приобретая всё больший положительный угол  $\Phi(\omega\tau)$ .

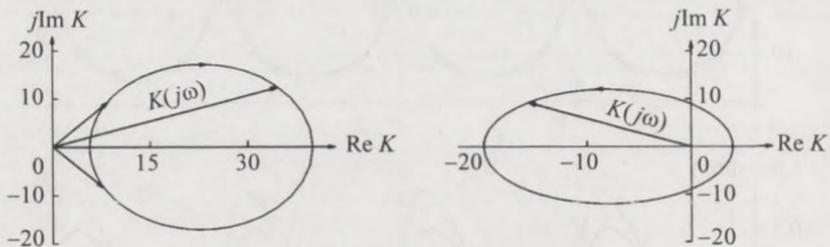


Рис. 4. Вектор коэффициента передачи пассивной (слева) и активной (справа) динамической системы с запаздывающей обратной связью

Рассмотрим следующий важный момент. Выделим с помощью фильтра область частот, включающую лишь один из пиков гребёнки  $\omega_{2n-1}$ ,  $\omega_{2n+1}$ , например участок от  $\omega_3$  до  $\omega_5$  на рис. 3. Получившаяся картина напоминает резонансную кривую и фазовую характеристику колебательного контура. Введём понятие эквивалентной добротности системы вблизи частоты  $\omega_{2n}$  аналогично тому, как это делается для колебательного контура:

$$Q_n = \frac{f_n}{2\Delta f}, \quad (11)$$

где  $2\Delta f$  – ширина АЧХ на уровне  $K(\omega_n\tau)/\sqrt{2}$ .

Напомним, что фазочастотная характеристика колебательного контура записывается в виде

$$\varphi(\omega) = -\arctg\left(Q_0\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right).$$

Здесь  $Q_0$  и  $\omega_0$  – его добротность и резонансная частота контура.

Поскольку  $\left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega_0} = -Q_0 \frac{2}{\omega_0}$ , то

$$Q_n = -\frac{\omega_n}{2} \left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega_n}. \quad (12)$$

Теперь, воспользовавшись соотношениями (10), (11) и (12), можно получить выражения для эквивалентной добротности системы с задержкой в выбранной полосе частот:

$$Q_n = \frac{\omega\tau}{2} \frac{\beta K_0}{1 - \beta K_0}; \quad (13)$$

$$2\Delta f = \frac{1}{\pi\tau} \frac{1 - \beta K_0}{\beta K_0}. \quad (14)$$

Из соотношений (13) и (14) следует, что чем больше степень регенерации  $\beta K_0$  и задержка  $\tau$ , тем выше добротность и уже полоса пропускания эквивалентного контура на квазирезонансной частоте  $\omega_{2n}$ . А это означает, что вблизи частот пиков АЧХ избирательность усилителя с задержанной обратной связью может быть сделана чрезвычайно высокой.

Эти результаты получены для гипотетически всечастотной системы, в которой ФЧХ цепи обратной связи линейна (см. рис. 2) и спектр частот  $\omega_1, \omega_2 \dots$  — эквидистантен:  $\omega_n - \omega_{n-1} = \omega_{n+1} - \omega_n$ . На практике любой усилитель имеет ограниченную полосу пропускания и, как следствие этого, — нелинейную зависимость фазы выходного сигнала от частоты входного. В цепь обратной связи может быть включен резонансный контур или какой-либо иной фильтр, обладающий нелинейной фазочастотной характеристикой. В самой линии фазовая скорость и время задержки могут зависеть от частоты (дисперсия). Все это приводит к тому, что фазовая характеристика цепи обратной связи становится нелинейной функцией частоты и спектр частот  $\omega_1, \omega_2 \dots$  оказывается неэквидистантным. Тем не менее, основные особенности усилителя с задержанной обратной связью остаются подобными отмеченным выше.

Посмотрим теперь, как влияет задержка в цепи обратной связи на форму АЧХ и ФЧХ усилителей с *ограниченной полосой пропускания*. К последним можно отнести как широкополосный RC-усилитель, так и узкополосный усилитель, нагрузкой которого является, например, колебательный контур.

Коэффициент усиления  $RC$ -усилителя с учетом переходной цепи из разделительного конденсатора и параллельных нагрузке входной емкости и входного сопротивления следующего каскада (у нас это цепь обратной связи) равен (см. Приложение):

$$K(j\omega) = \frac{K_0}{1 + j \frac{\omega_H}{\omega_B} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = K_0 \frac{j\omega_0 D_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega_0 D_0 \omega}. \quad (15)$$

Здесь  $\omega_B$  и  $\omega_H$  – верхняя и нижняя граничные частоты амплитудно-частотной характеристики усилителя,  $D_0 = \omega_B/\omega_H \gg 1$ ,  $K_0$  – коэффициент усиления на квазирезонансной частоте  $\omega_0 = \sqrt{\omega_B \omega_H}$  (на частоте фазового резонанса).

Коэффициент усиления резонансного усилителя записывается в виде

$$K_0(j\omega) = \frac{K_0}{1 + jQ_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = K_0 \frac{j\omega_0 d_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega_0 d_0 \omega}, \quad (16)$$

где  $K_0$  – коэффициент усиления на резонансной частоте  $\omega_0$ ,  $d_0 = 1/Q_0$  – собственное затухание контура, причем  $d_0 \ll 1$ .

Как видим, формально выражения для широкополосной и узкополосной систем совершенно одинаковы. Различие состоит в абсолютных величинах  $D_0$  и  $d_0$ :  $D_0 \gg 1$ ,  $d_0 \ll 1$ . Поэтому дальнейший расчет можно провести для одной системы и лишь в конце учесть разницу между  $D_0$  и  $d_0$ .

Коэффициент усиления усилителя с задержанной обратной связью записывается следующим образом:

$$K(j\omega) = \frac{K_0}{1 + jQ_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) - \beta K_0 \exp(-j\omega\tau)}. \quad (17)$$

Если  $\tau = 0$ , то получаем

$$K(j\omega) = \frac{K_0}{1 - \beta K_0 + jQ_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{K_0/(1 - \beta K_0)}{1 + j \frac{Q_0}{1 - \beta K_0} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)},$$

откуда следует, что за счет положительной обратной связи возрастают максимальный коэффициент усиления и эквивалентная добротность ре-

генерированного контура в  $1/(1-\beta K_0)$  раз. Естественно, во столько же раз оказывается меньше полоса пропускания усилителя.

Теперь нетрудно записать выражения для модуля и фазы усилителей с запаздывающей обратной связью:

$$K(j\omega) = \frac{K_0}{\sqrt{(1-\beta K_0 \cos(\omega\tau))^2 + \left(\beta K_0 \sin(\omega\tau) + Q_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)^2}}; \quad (18)$$

$$\Phi(\omega) = -\arctg \left( \frac{\beta K_0 \sin(\omega\tau) + Q_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}{1 - \beta K_0 \cos(\omega\tau)} \right) \quad (19)$$

и построить амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики широкополосного (рис. 5) и резонансного (рис. 6) усилителей. АЧХ и ФЧХ широкополосного усилителя рассчитаны для  $Q_0 = 0,25$ ,  $K_0 = 10$ ,  $\beta = 0,05$ ,  $\tau = 2$ . Частотные характеристики резонансного усилителя получены при  $Q_0 = 10$ ,  $K_0 = 10$ ,  $\beta = 0,05$  и трех значениях  $\tau$ : 2; 30; 30,5. Далее всюду используется нормированное значение  $\omega_0$  равное единице.

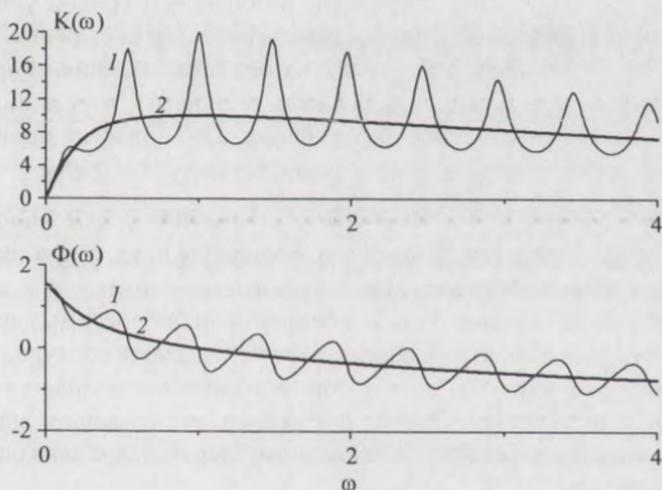


Рис. 5. АЧХ и ФЧХ широкополосного усилителя:

1 -  $\tau = 2$ ,  $K_0\beta = 0,5$ ; 2 -  $\tau = 0$ ,  $\beta = 0$

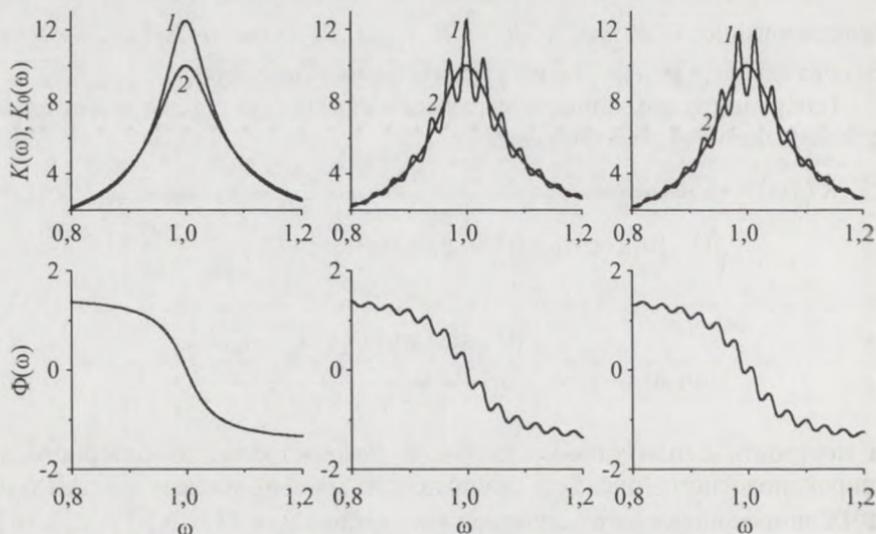


Рис. 6. АЧХ и ФЧХ резонансного усилителя:  $Q = 10$ ,  $\beta K_0 = 0,5$ ;  
 $1 - \tau \neq 0$ ;  $2 - \tau = 0$ ;  $a - \tau = 1$ ;  $b - \tau = 30$ ;  $e - \tau = 30,5$

Из рисунков видно следующее. С уменьшением  $K_0$  уменьшается высота пиков гребенки. Крутизна скатов резонансной кривой усилителя с запаздывающей обратной связью даже при задержке, равной одному периоду ( $\tau = 1$ ), больше, чем усилителя без запаздывания. Форма резонансной кривой при больших задержках становится изрезанной и приходится говорить не о полосе пропускания, а об областях пропускания. Более того, если  $\tau$  велико и не кратно периоду  $T = 2\pi/\omega_0$ , то форма АЧХ становится весьма замысловатой. Так, при  $\tau = (n+1/2)T$  резонансная кривая имеет два равных максимальных пика, а при нарушении кратности  $\tau$  пики АЧХ оказываются несимметричными.

Наконец, отметим еще одну особенность такой системы: вследствие добавления в цепь обратной связи фазовой задержки контура, нелинейно зависящей от частоты, спектр пиков вблизи  $\omega_0$  сгущается и становится неэквидистантным. Это может оказать существенное влияние на процессы установления колебаний в автогенераторах с запаздывающей обратной связью.

### 3.3. Автогенераторы с запаздывающей обратной связью

Сначала вспомним, что такое автоколебательная система и как в ней возникают и устанавливаются колебания.

Любой усилитель, охваченный *положительной* обратной связью (см. рис. 1), легко превратить в автогенератор, выбрав величину коэффициента связи  $\beta$  так, чтобы возвращенный на вход сигнал  $u_{oc}(t)$  был больше исходного  $u_1(t)$ . Заметим, что при этом из (1) и (3) сразу получается условие самовозбуждения  $\beta K_0 > 1$ . Флуктуации тока активного элемента или бросок тока в момент включения питания приводят к возникновению малых колебаний, которые с течением времени становятся все больше и больше. С ростом амплитуды включаются в работу нелинейные участки вольт-амперных характеристик активных элементов. Коэффициент усиления становится убывающей функцией величины сигнала, линейный усилитель превращается в усилитель-ограничитель, в итоге прекращается рост амплитуды и в системе устанавливается режим стационарных колебаний.

Существенно отметить, что в зависимости от полосы возбуждения (область частот, в которой  $\beta K_0 > 1$ ) в автогенераторе могут развиваться либо релаксационные, либо почти гармонические колебания. В первом случае возникают периодические, но не гармонические колебания. Следовательно, они обладают богатым набором гармоник с частотами, кратными частоте повторения сигнала. Такие колебания возможны, если полоса возбуждения значительно превышает октаву:  $\omega_v - \omega_n > 2\omega_n$ , здесь  $\omega_n$  – нижняя, а  $\omega_v$  – верхняя границы полосы возбуждения. Во втором случае для получения почти гармонических колебаний полоса возбуждения должна быть значительно меньше октавы  $\omega_v - \omega_n < 2\omega_n$ , то есть даже для второй гармоники самого низкочастотного колебания с частотой, близкой к  $\omega_n$ , условия возбуждения не выполняются. Автоколебательные системы первого типа называются неосцилляторными (релаксационными), второго – осцилляторными автоколебательными системами. Заметим, что если в качестве фильтра во втором случае использован колебательный контур, то часто такие системы называют генераторами томсоновского типа. Можно представить и такой случай: в полосу возбуждения попадает значительное число колебательных компонент (время задержки много больше периода собственных колебаний контура), но полоса возбуждения много меньше октавы. Тогда в систе-

ме возникнет колебание со сложным, достаточно узким спектром. Тут возможны следующие варианты. Первый – в системе устанавливаются регулярные стационарные колебания. Это не что иное как модулированные, или точнее – автомодулированные колебания. Второй – в системе возникает движение с шумоподобным спектром, то есть нерегулярное, хаотическое движение.

Дальнейшее выяснение свойств автоколебательных систем требует составления уравнения движения (математической модели). При этом следует учесть то обстоятельство, что автоколебания – это отнюдь не вынужденные, а собственные колебания системы. Поэтому обсуждение механизма ее работы на уровне частотных характеристик, хотя и дает исходные представления, является приближенным и не объясняет всей картины явлений.

Для математического описания автогенератора с запаздыванием вновь обратимся к схеме, изображенной на рис. 1. Только теперь будем считать, что  $U_{\text{вх}}$  отображает начальный толчок или флуктуации, обуславливающие начало движения. Применим преобразование Лапласа ко всем переменным и функциям. Запишем следующие исходные уравнения в операторной форме, используя основные свойства преобразований Лапласа (теорема о свертке, теорема о запаздывании, свойство аддитивности) [4]:

$$U_{\text{вых}}(p) = K_0(p)U_1(p); \quad (20)$$

$$U_{\text{ос}}(p) = \beta K_0(p)U_1(p)\exp(-p\tau); \quad (21)$$

$$U_1(p) = \beta K_0(p)U_1(p)\exp(-p\tau) + U_{\text{вх}}(p). \quad (22)$$

В дальнейшем коэффициент обратной связи  $\beta$  считаем константой, не зависящей от частоты. Учтем, что выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$  равно произведению тока  $i$  активного элемента на сопротивление нагрузки  $Z_{\text{н}}$ . Поскольку ток  $i$  нелинейно зависит от напряжения  $u_1(t)$ :

$$i(t) = S_0 u_1(t) - S_1 f[u_1(t)]u_1(t), \quad (23)$$

то и коэффициент  $K_0$  является нелинейной функцией  $U_1$ . Следовательно,

$$K_0(p) = S_0 Z_{\text{н}}(p) - S_1 F(p)Z_{\text{н}}(p), \quad (24)$$

где  $S_0$  – крутизна линейной части вольтамперной характеристики,  $S_1$  – коэффициент пропорциональности, характеризующий ее нелинейные свойства,  $Z_{\text{н}}(p)$  – изображение сопротивления нагрузки, а  $F(p)$  – изо-

бражение нелинейной части тока активного элемента  $f[u_1(t)]$ . В таком случае (22) с учетом (24) можно записать следующим образом:

$$U_1(p) = \frac{U_{\text{вх}}(p) - \beta S_1 F(p) Z_H(p) \exp(-p\tau)}{1 - \beta S_0 Z_H(p) \exp(-p\tau)}. \quad (25)$$

Уравнение (25) является математической моделью автогенератора, записанной в операторной форме. Если задан конкретный вид функций  $Z(p)$  и  $F(p)$ , то, воспользовавшись обратным преобразованием Лапласа, можно перейти к дифференциальному уравнению движения системы. Правда, это будет дифференциально-разностное уравнение.

### 3.3.1. Возбуждение и начальное нарастание автоколебаний

Вначале проанализируем процессы возникновения и развития колебаний *при малых сигналах, когда усилитель работает в линейном режиме*. В этом случае в уравнении (25) исключается второе слагаемое числителя. В качестве  $U_{\text{вх}}$  удобно взять сигнал в виде  $\delta$ -функции Дирака, так как она имеет равномерный спектр в бесконечной полосе частот (белый шум) и создает равные условия возбуждения возможным колебательным компонентам. Поскольку изображение  $\delta$ -функции есть  $\delta(p) = 1$ , то окончательно уравнение (25) принимает вид

$$U_1(p) = \frac{1}{1 - \beta S_0 Z(p) \exp(-p\tau)}. \quad (26)$$

1. Рассмотрим гипотетически *всечастотную систему*. Для нее характерно то, что  $\beta$ , и  $S_0$ , и  $Z$  – константы ( $Z=R$ ,  $K_0 = RS_0$ ). Тогда

$$U_1(p) = \frac{1}{1 - \beta K_0 \exp(-p\tau)} = \frac{Q(p)}{P(p)}. \quad (27)$$

Как известно из курса методов математической физики, оригинал функции  $U_1(p)$  ищется в виде

$$u_1(t) = \sum_{m=0}^N \operatorname{rez}[U(p) \exp(pt)]_{p_m}, \quad (28)$$

где  $p_m$  – полюсы правой части выражения (27), а  $\operatorname{rez}[U(p) \exp(pt)]_{p_m}$  – её вычеты, вычисленные в точках  $p_m$ . Подставляя  $p_m = \sigma_m + j\omega_m$  в знаменатель (27) и приравнявая его нулю, получим два уравнения для опре-

деления полюсов:

$$\begin{cases} 1 - \beta K_0 \exp(-\sigma_m \tau) \cos(\omega_m \tau) = 0, \\ -j\beta K_0 \exp(-\sigma_m \tau) \sin(\omega_m \tau) = 0. \end{cases} \quad (29)$$

Отсюда сразу находится  $\sin(\omega_m \tau) = 0$  и  $\omega_m \tau = m\pi$ . Но так как  $\beta K_0 > 1$ , то  $\cos(\omega_m \tau)$  должен быть больше нуля и  $m$  может принимать только четные значения:  $m = 2n, n = 1, 2, \dots$ .

$$\omega_n = \frac{2\pi}{\tau} n, \quad \sigma_n = \frac{1}{\tau} \ln(\beta K_0) \equiv \sigma_0. \quad (30)$$

Вычеты определяются как

$$\operatorname{rez}(p_m) = \left( -\frac{Q(p)}{dP(p)} \exp(pt) \right)_{p_m} = \frac{1}{\beta K_0 \tau} \exp(\sigma_n + j\omega_n)t. \quad (31)$$

Таким образом, учитывая, что каждому  $p_m$  соответствует комплексно сопряженное  $p_m^*$ , получим

$$u(t) = \frac{2}{\tau} \exp(\sigma_0 t) \sum_{n=0}^{\infty} \cos(\omega_n t). \quad (32)$$

Как видим, число колебательных компонент бесконечно велико, что обусловлено задержкой сигнала в цепи обратной связи. Из (32) становится ясным физический смысл  $\omega_n$  и  $\sigma_n$ :  $\omega_n$  — это частоты свободных колебаний компонент возникающего сигнала,  $\sigma_n$  — коэффициенты, характеризующие скорость нарастания их амплитуд. В данном случае амплитуды всех возбуждающихся компонент одинаковы и нарастают с одной скоростью.

Полученные соотношения позволяют, не решая полной задачи, сообразить, что гипотетически всечастотная система не способна генерировать колебания. Исходный толчок напряжения дает быстрое и одновременное нарастание всех колебательных компонент, и система за счет ограничительных свойств нелинейного усилителя перейдет в режим насыщения. (Более того, этот же эффект будет наблюдаться при подаче на вход генератора сигнала любой формы, вплоть до синусоидального. Предлагается читателю самостоятельно подтвердить или опровергнуть данное утверждение.)

Время переключения зависит от времени задержки  $\tau$ , — чем оно меньше, тем быстрее произойдет переключение сигнала. При отсутствии запаздывания ( $\tau \rightarrow 0$ ) спектр возбуждаемых компонент становится сплошным и переключение происходит мгновенно.

2. Рассмотрим системы с *ограниченной полосой пропускания*. Как было отмечено ранее, это и широкополосные, и полосовые, и резонансные усилители. Коэффициенты усиления записываются совершенно одинаково, различие состоит лишь в значениях величин  $D_0$  и  $d_0$ .

Выражение для коэффициента усиления резонансного усилителя в операторной форме имеет вид

$$K_0(p) = \frac{K_0}{1 + Q_0 \left( \frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p} \right)} = K_0 \frac{\omega_0 d_0 p}{p^2 + \omega_0 d_0 p + \omega_0^2}. \quad (33)$$

В таком случае с учетом того, что  $K(p) = S_0 Z(p)$ , уравнение (22) записывается следующим образом:

$$U(p) = \frac{p^2 + \omega_0 d_0 p + \omega_0^2}{p^2 - \omega_0 (\beta K_0 \exp(-p\tau) - 1) d_0 p + \omega_0^2}. \quad (34)$$

Решение системы вновь ищется в форме (28) и представляет, как и прежде, бесконечную сумму гармонических колебаний:

$$u(t) = \sum_{m=0}^{\infty} U_{m0} \exp(\sigma_m t) \cos(\omega_m t + \varphi_{m0}). \quad (35)$$

Собственные значения  $p_m = \sigma_m + j\omega_m$  (нули знаменателя), то есть частоты  $\omega_k$  и скорости нарастания колебательных компонент  $\sigma_m$ , определяются из следующей пары уравнений:

$$\begin{cases} \sigma_m^2 + \omega_0^2 - \omega_m^2 - \omega_0 d_0 \beta K_0 \exp(-\sigma_m \tau) (\sigma_m \cos(\omega_m \tau) + \omega_m \sin(\omega_m \tau)) + \omega_0 d_0 \sigma_m = 0, \\ 2\sigma_m \omega_m - \omega_0 d_0 \beta K_0 \exp(-\sigma_m \tau) (\omega_m \cos(\omega_m \tau) + \sigma_m \sin(\omega_m \tau)) + \omega_0 d_0 \sigma_m = 0; \end{cases} \quad (36)$$

начальные амплитуды  $U_{m0}$  и начальные фазы находятся как

$$U_{m0} = 2 \sqrt{\frac{a_m^2 + b_m^2}{c_m^2 + d_m^2}},$$

$$\varphi_{m0} = \arctg \frac{b_m}{a_m} - \arctg \frac{d_m}{c_m} = \arctg \frac{b_m c_m - a_m d_m}{c_m a_m + b_m d_m},$$

где

$$\begin{cases} a_m = \sigma_m^2 + \omega_0^2 - \omega_m^2 + \omega_0 d_0 \delta_m, \\ b_m = \omega_m (2\delta_m + \omega_0 d_0), \\ c_m = 2\delta_m + \omega_0 d_0 \{1 - \beta K_0 \exp(-\delta_m \tau) [(1 - \delta_m \tau) \cos(\omega_m \tau) - \omega_m \tau] \sin(\omega_m \tau)\}, \\ d_m = 2\omega_m + \omega_0 d_0 \beta K_0 \exp(-\delta_m \tau) [\omega_m \tau \cos(\omega_m \tau) + (1 - \delta_m \tau) \sin(\omega_m \tau)]. \end{cases}$$

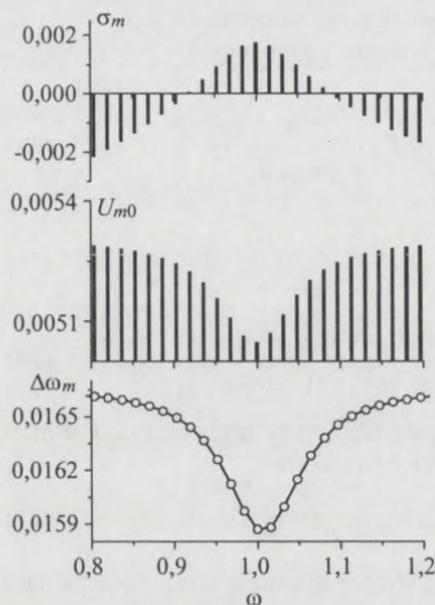


Рис. 7. Зависимости показателей скорости роста  $\sigma_m$  колебательных компонент, их начальных амплитуд  $U_{m0}$ , частотных интервалов между ближайшими спектральными составляющими  $\Delta\omega$  от собственных частот компонент;  $d_0 = 0,1$ ,  $\omega_0 = 1$ ,  $K_0 = 10$ ,  $\beta = 0,2$ ,  $\tau = 120\pi$

Аналитическое решение системы (36) невозможно, однако нетрудно провести численный расчет при заданных параметрах системы. На рис. 7 для случая  $d_0 = 0,1$ ,  $\omega_0 = 1$ ,  $K_0 = 10$ ,  $\beta = 0,2$ ,  $\tau = 120\pi$  изображены показатели скорости роста  $\sigma_m$ , начальные амплитуды  $U_{m0}$  колебательных компонент, а также зависимость частотного интервала между ними от собственных частот компонент.

Из приведенных расчетов вытекает:

1. Показатели скорости роста колебательных компонент движения  $\sigma_m$  различны. Они положительны в области частот, где выполнено условие самовозбуждения  $K_0\beta > 1$  и отрицательны вне ее. Причем огибающая  $\sigma_m$  близка по форме к АЧХ контура. В связи с этим с течением времени нарастают не все колебательные компоненты. Те из них, для которых  $\sigma_m < 0$ , со временем затухают и не принимают участия в

формировании стационарного процесса. Поэтому развивающееся движение может быть представлено в виде ограниченного ряда:

$$u(t) = \sum_{m=r}^s U_{m0} \exp(\sigma_m t) \cos(\omega_m t + \varphi_m), \quad (37)$$

где  $U_m(t) = U_{m0} \exp(\sigma_m t)$  являются изменяющимися со временем амплитудами колебательных компонент.

2. Значения начальных амплитуд  $U_{m0}$  также неодинаковы, несмотря на кажущееся равноправие их возникновения. Оказывается, что  $U_{m0}$  вблизи полосы возбуждения обратно пропорциональны модулю крутизны фазовой характеристики резонансного усилителя.

3. Как и следовало ожидать, из-за нелинейности ФЧХ системы частоты свободных колебаний образуют неэквидистантный спектр. Причем наибольшее сгущение спектра имеет место в полосе возбуждения (там же максимальна и крутизна фазовой характеристики контура).

4. Амплитуды колебательных компонент  $U_m(t)$  зависят не только от показателей скорости роста  $\sigma_m$ , но и от начальных значений  $U_{m0}$ , то есть – от условий запуска системы.

Обобщая, сделаем следующий вывод. При малой величине сигнала  $u(t)$  в автоколебательной системе с запаздыванием формируется процесс, представляющий собой сумму гармонических колебательных компонент с некрратными частотами (37), нарастающих с различными скоростями и имеющих неодинаковые начальные амплитуды. Если в качестве  $U_{вх}$  взят не широкополосный, а например, синусоидальный сигнал с частотой, совпадающей с одной из собственных частот  $\omega_q$ , то  $U_{q0} \gg U_{e0}$  для любого  $e \neq q$ . Это позволяет, создавая определенные начальные условия при запуске системы, осуществлять селекцию колебательных компонент, т.е. запоминание частоты.

### 3.3.2. Установление стационарного режима

В предыдущем разделе мы выяснили процессы, происходящие в системе на линейном участке динамической характеристики мгновенных значений  $U_{вых}(t)$  усилительного элемента. Участок значений  $U_{вых}(t)$ , при которых верны полученные результаты, отмечен на рис. 8 точками  $A$  и  $B$ .

Что же происходит в системе по мере выхода сигнала за пределы линейного участка? Отметим, что затронутый вопрос настолько сложен, что, несмотря на значительные успехи, достигнутые в изучении нелинейных автоколебательных систем, в настоящее время не имеет окончательного однозначного ответа. Тем не менее, мы предоставим для само-

стоятельного анализа читателя две различные точки зрения на данную проблему. Будем полагать, что фильтр в системе высокодобротен.

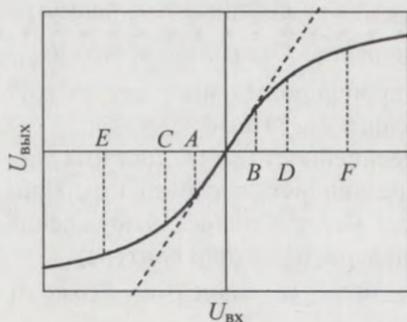


Рис. 8. Динамическая характеристика усилителя

Один из возможных механизмов формирования стационарного режима описан в литературе [2, 3], где утверждается следующее. При каждом прохождении возбужденного сигнала через нелинейный элемент соотношение между амплитудами его спектральных составляющих будет изменяться в пользу той, которая к моменту выхода за пределы линейного участка  $A - B$  на рис. 8 успела достигнуть наибольшей величины. Этот эффект известен в радиотехнике как подавление в мягкой нелинейной системе слабого сигнала сильным.

Таким образом, в рассматриваемой системе неизбежно должен установиться одночастотный стационарный процесс. Однако имеющиеся в литературе экспериментальные результаты однозначно указывают на существование в таких системах как одночастотных, так и устойчивых многочастотных (полигармонических) и даже хаотических [5, 6] режимов. Вы убедитесь в этом и при выполнении предлагаемой лабораторной работы. Подобное расхождение результатов эксперимента и положений теории указывает на некоторую грубость выбранной в работах [2, 4] модели. В частности, в них совершенно необоснованно исключаются из рассмотрения составляющие спектра с комбинационными частотами, несмотря на то, что они лежат в полосе возбуждения системы и могут оказать существенное влияние на развитие стационарного процесса.

Теперь рассмотрим другой возможный механизм процесса установления [6]. Для упрощения в дальнейшем будем полагать, что вольт-амперная характеристика активного элемента усилителя описывается полиномом вида

$$i(t) = S_0 u(t) - \frac{1}{3} S_1 u(t)^3, \quad (38)$$

а в начальном спектре развивающегося процесса содержатся лишь три колебательные компоненты:

$$u(t) = U_1 \cos(\omega_1 + \varphi_1) + U_2 \cos(\omega_2 + \varphi_2) + U_3 \cos(\omega_3 + \varphi_3). \quad (39)$$

Когда сигнал выходит за пределы линейного участка, его спектр оказывается очень богатым. Это легко проверить, подставив выражение (39) в (38) и проведя необходимые тригонометрические преобразования. Учтем затем, что после нелинейного элемента в схеме включен высокодобротный фильтр. Поэтому в установлении стационарного движения будут принимать участие лишь спектральные составляющие с собственными  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ , и близкими к ним разностными комбинационными частотами:  $2\omega_1 - \omega_2$ ,  $2\omega_1 - \omega_3$ ,  $2\omega_2 - \omega_1$ ,  $2\omega_2 - \omega_3$ ,  $2\omega_3 - \omega_1$ ,  $2\omega_3 - \omega_2$ ,  $\omega_1 + \omega_2 - \omega_3$ ,  $\omega_1 + \omega_3 - \omega_2$ ,  $\omega_2 + \omega_3 - \omega_1$ . Пример комбинационных частот при заданных собственных приведен в таблице.

$\omega_1$	<b>0,95</b>
$\omega_2$	<b>1</b>
$\omega_3$	<b>1,04</b>
$2\omega_1 - \omega_3$	0,86
$2\omega_1 - \omega_2$	0,9
$\omega_1 + \omega_2 - \omega_3$	0,91
$2\omega_2 - \omega_3$	0,96
$\omega_1 + \omega_3 - \omega_2$	0,99
$2\omega_2 - \omega_1$	1,05
$2\omega_3 - \omega_2$	1,08
$\omega_2 + \omega_3 - \omega_1$	1,09
$2\omega_3 - \omega_1$	1,13

Как видим, все они лежат в диапазоне от 0,86 до 1,13, часть из них имеют очень близкие частоты, но различные начальные фазы. На рис. 9 прямоугольниками отмечено расположение частот собственных колебаний, а кружками – частоты комбинаций.

Очевидно, что при более сложной нелинейности системы и большем числе развивающихся компонент значительно возрастет количество составляющих с комбинационными частотами.

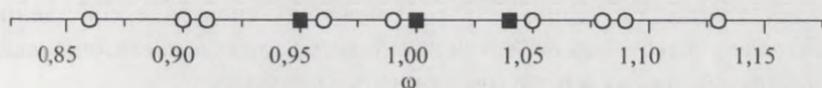


Рис. 9. Расположение частот системы с тремя возбуждаемыми компонентами

Рассмотрим два частных случая.

а) Пусть коэффициент обратной связи невелик, так что значения сигнала  $u(t)$  лишь ненамного выходят за пределы линейного участка ( $C - D$ , рис. 8). При этом автоколебательная система будет «почти линейной». Тогда можно будет пренебречь влиянием спектральных составляющих с комбинационными частотами в силу малости их амплитуд. В данном случае оправданы рассуждения, основанные на эффекте подавления в нелинейной системе слабых сигналов более сильными, и,

как показано выше, стационарным режимом колебаний будет являться устойчивый одночастотный режим.

б) Пусть теперь величина обратной связи велика, так что мгновенные значения сигнала  $u(t)$  далеко выходят за пределы линейного участка ( $E - F$ , рис. 8). В этом случае амплитуды комбинационных частот могут достигать значительной величины. Вследствие того, что собственные частоты системы и частоты комбинаций весьма близки:  $\omega_1 \approx 2\omega_2 - \omega_3$ ,  $\omega_2 \approx \omega_3 + \omega_1 - \omega_2$ ,  $\omega_3 \approx 2\omega_2 - \omega_1$ , происходит их взаимная синхронизация. Результатом этого будет являться энергетический обмен между колебательными компонентами, который и компенсирует эффект подавления. В автоколебательной системе устанавливается полигармонический стационарный процесс, который можно рассматривать как режим генерации модулированных колебаний. В данном режиме рассматриваемые системы могут быть использованы в синтезаторах частоты, в генераторах сигналов специальной формы и т.п.

### 3.3.3. Зависимость стационарной амплитуды и частоты от фазовой задержки

Выясним, как зависят амплитуда и частота генерируемых колебаний от фазовой задержки сигнала в цепи обратной связи  $\varphi = -\omega\tau$ . Ответ на этот вопрос может быть дан путем решения нелинейного дифференциального (или интегрального) уравнения, описывающего движение системы [1].

Для упрощения задачи рассмотрим систему, у которой в полосу возбуждения попадает лишь одна составляющая спектра с собственной частотой  $\omega$ . Это возможно, когда невелика задержка и достаточно высока избирательность фильтра (резонансного контура).

Будем считать, что автогенератор работает в режиме мягкого возбуждения и, следовательно, нелинейность активного элемента может быть аппроксимирована формулой (38). Положим, что  $U_{вх}=0$ , а самовозбуждение происходит за счет внутренних флуктуаций. В таком случае, принимая во внимание соотношение (34), где  $K_0 = S_0 R$ , математическую модель системы (25) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & \left[ p^2 + \omega_0 d_0 (1 - \beta K_0 \exp(-p\tau)) p + \omega_0^2 \right] U(p) = \\ & = \omega_0 d_0 \beta K_0 \frac{S_1}{S_0} p F(p) \exp(-p\tau). \end{aligned} \quad (40)$$

Применив обратное преобразование Лапласа, получим следующее нелинейное дифференциально-разностное уравнение движения автогенератора с запаздыванием:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \omega_0 d_0 \frac{du(t)}{dt} + \omega_0^2 u(t) = \\ & = \omega_0 d_0 \beta K_0 \left( 1 - \frac{S_1}{S_0} u^2(t - \tau) \right) \frac{du(t - \tau)}{dt}. \end{aligned} \quad (41)$$

Поскольку предполагается, что в рассматриваемой системе устанавливаются одночастотные почти гармонические колебания, для решения этого уравнения может быть применен любой из приближенных методов теории нелинейных колебаний. Полагая

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi); \quad (42)$$

$$u(t - \tau) = U \cos(\omega(t - \tau) + \varphi) \quad (43)$$

(здесь  $\varphi$  – некоторая начальная фаза) и, воспользовавшись методом медленно меняющихся амплитуд, получим приближенные выражения для амплитуды и частоты стационарных колебаний (см. Приложение):

$$U_{\text{ст}} = 2 \sqrt{\frac{S_0}{S_1} \left( 1 - \frac{1}{\beta K_0 \cos(\varphi)} \right)}, \quad (44)$$

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - d_0 \operatorname{tg}(\varphi)}. \quad (45)$$

Анализ устойчивости стационарной амплитуды приводит к условию

$$\cos(\varphi) \geq \frac{1}{\beta K_0}. \quad (46)$$

Таким образом, вблизи собственных частот существование устойчивых стационарных колебаний имеет место в ограниченной области фазовых задержек:

$$2\pi n - \varphi_1 \leq \varphi \leq 2\pi n + \varphi_1, \quad (47)$$

где

$$\varphi_1 = \arctg \left( \frac{1}{\beta K_0} \right). \quad (48)$$

Зоны возбуждения и зависимость относительной расстройки

$\Delta\omega = 2(\omega - \omega_0)/\omega_0$  от фазовой задержки  $\varphi$  для случая  $S_0 = 0,1$ ,  $S_1 = 0,05$ ,  $\beta = 0,2$ ,  $K_0 = 10$  изображены на рис. 10.

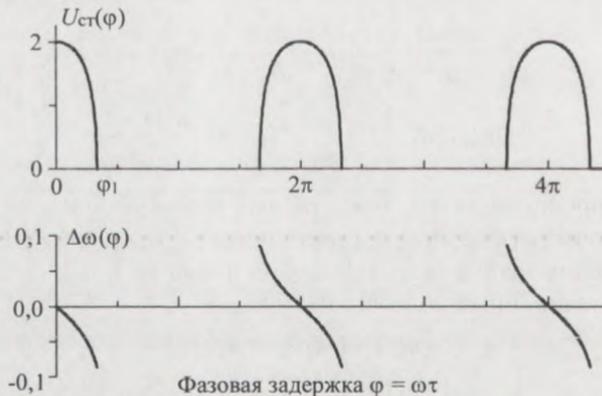


Рис. 10. Зоны возбуждения и относительные расстройки

Если осуществить перестройку резонансной частоты  $\omega_0$  или времени задержки  $\tau$  в широких пределах, то можно получить достаточно большое количество таких зон возбуждения. Из (48) нетрудно увидеть, что чем меньше степень регенерации системы  $\beta K_0$ , то тем уже зоны возбуждения автоколебаний.

### 3.3.4. Стабильность частоты и режим запоминания

Стабильность частоты автоколебательной системы (АКС) с запаздывающей обратной связью (ЗОС) в одночастотном режиме может быть выше, чем у генератора без запаздывания. Последнее поясним следующим образом. В теории автоколебательных систем известно (см., например, работу «RC-генератор» в настоящем сборнике) выражение, связывающее относительный уход частоты  $\Delta\omega/\omega_0$  с изменением фазы  $\Delta\varphi$  под действием различных дестабилизирующих факторов, таких, как окружающая температура, давление, влажность, пульсация питающих напряжений и т.п.:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta\varphi}{\omega_0 \sum_{\alpha} \frac{d\varphi_{\alpha}(\omega)}{d\omega}},$$

где  $d\varphi_q/d\omega$  – крутизна фазовой характеристики (фиксирующая способность)  $q$ -го элемента схемы.

У обычного автогенератора фиксирующим элементом является лишь резонансная система. Если ее добротность  $Q_0$ , а  $\varphi_k(\omega)$  – фазовая характеристика, то

$$\frac{d\varphi_k(\omega)}{d\omega} = \frac{2Q_0}{\omega_0} = \tau_k$$

и  $\tau_k$  называется постоянной времени резонансной системы.

У автогенератора с запаздыванием фиксирующей способностью обладает и линия задержки (ЛЗ), т.е.

$$\frac{d\varphi_{ЛЗ}(\omega)}{d\omega} = \tau.$$

Таким образом, фиксирующая способность системы в целом равна сумме  $\tau_k + \tau$  и отношение ухода частоты в обычном автогенераторе к уходу частоты в АКС с ЗОС определится как

$$N = \frac{\tau_k + \tau}{\tau_k} = 1 + \frac{\tau}{\tau_k},$$

поэтому стабильность автогенератора с запаздыванием будет в  $N$  раз выше.

Рассмотрим еще один интересный режим, называемый режимом «запоминания» частоты. Подадим на автоколебательную систему гармонический сигнал от внешнего источника и совместим его частоту с частотой некоторой  $s$ -й спектральной составляющей. Тогда при определенных соотношениях амплитуд внешнего сигнала и  $s$ -й составляющей произойдет синхронизация автогенератора, в системе установятся почти гармонические колебания с частотой  $\omega_s$  и стационарной амплитудой  $U_s$ . Если теперь прекратить внешнее воздействие, то возникновения колебательных компонент с номерами  $m \neq s$  не произойдет, так как в стационарном режиме средний за период коэффициент усиления близок к единице и для них оказываются не выполненными условия возбуждения. В системе установится одночастотный гармонический режим с частотой  $\omega_s$ . Таким образом, наша система как бы «запоминает» частоту внешнего воздействия, что позволяет использовать ее в качестве многопозиционного устройства с частотным представлением информации и т.п.

Для осуществления режима запоминания амплитудно-частотная характеристика усилителя должна быть гладкой, причем такой, чтобы показатели скорости роста  $\sigma_m$  к границам полосы возбуждения уменьшались, но не более чем в два раза [6].

### Контрольные вопросы

1. Что такое положительная и отрицательная обратные связи в усилителе?

2. Какие характеристики усилителя изменяются при введении отрицательной и положительной обратной связи?

3. Поясните, почему при прохождении переменного сигнала через линию задержки с увеличением частоты колебаний возрастает сдвиг фаз между выходным и входным сигналами?

4. Как выглядят АЧХ и ФЧХ чисто резистивного («всечастотного») усилителя с задержанной обратной связью? Как изменятся эти характеристики, если: 1) широкополосный усилитель имеет завал АЧХ на нижних и на верхних частотах; 2) усилитель является резонансным?

5. В каком случае и в каком смысле усилитель с запаздывающей обратной связью эквивалентен резонансному усилителю?

6. Как влияют на полосу пропускания и добротность эквивалентного контура время задержки в цепи обратной связи и степень регенерации усилителя?

7. Как Вы считаете, можно ли для повышения избирательности резонансного усилителя взять время задержки цепи обратной связи много больше  $T = 2\pi / \omega_{\text{рез}}$ , где  $\omega_{\text{рез}}$  – резонансная частота контура усилителя?

8. В чём заключаются условия самовозбуждения автоколебательной системы с запаздывающей обратной связью?

9. Что Вы понимаете под осцилляторными и неосцилляторными автоколебательными системами?

10. Какие виды движений возможны в неосцилляторных автоколебательных системах с запаздывающей обратной связью (АКС с ЗОС)?

11. Как выглядят спектры начальных амплитуд и показателей скоростей нарастания колебаний АКС с ЗОС?

12. Какие Вам известны сценарии развития и установления колебаний в автогенераторах с запаздыванием?

13. Поясните, как зависят от времени задержки в цепи обратной связи амплитуда и частота автоколебаний.

14. Чем определяется стабильность частоты колебаний генератора с фильтром в виде резонансного контура и генератора с линией задержки в цепи обратной связи?

15. В чём состоит эффект «запоминания» частоты в АКС с ЗОС? Какова должна быть АЧХ усилителя для реализации этого эффекта?

## 4. Экспериментальная часть

### 4.1. Описание лабораторной установки

Принципиальная схема лабораторного макета автоколебательной системы с запаздывающей обратной связью изображена на рис. 11. В качестве усилителя-ограничителя используется операционный усилитель (ОУ) серии К544УД2 с широкой полосой пропускания (частота единичного усиления равна 15 МГц), большим входным (порядка  $10^9$  Ом) и малым выходным (порядка 100 – 150 Ом) сопротивлением. Питание на ОУ подается от двух источников – положительной и отрицательной полярности (+15 В и –15 В) с общей точкой. Напомним, что при этом постоянное напряжение на выходе ОУ почти точно равно нулю ( $U_{см} \approx 30$  мВ). Резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  определяют коэффициент усиления усилителя. Нагрузкой ОУ является цепь  $R_5 - ЛЗ - R_6$ . Элементы  $C_1$ ,  $R_7$ ,  $R_8$  образуют фильтр верхних частот, подбором  $C_1$  нетрудно сформировать АЧХ системы, позволяющую осуществить запоминание ряда собственных частот. Для уменьшения влияния измерительных приборов на работу системы используется развязывающий усилитель – (усилитель вольтметра ВЗ-39). Исследуемый сигнал на его вход подается с делителя  $R_7$ ,  $R_8$ . Линия задержки ЛЗ набрана из отдельных элементов ЛЗТ-2.0-600В. Суммарное время задержки составляет 40 мкс. Линия имеет характеристическое сопротивление 600 Ом, поэтому для согласования на ее выходе включен резистор  $R_6$  (620 Ом), а на входе – последовательно соединенные выходное сопротивление операционного усилителя ( $\approx 100 - 160$  Ом) и резистор  $R_5$  (510 Ом). Цепочка  $R_9$ ,  $C_2$ ,  $R_{10}$  является эквивалентом цепи  $R_6$ ,  $C_1$ ,  $R_7$ ,  $R_8$ , на которую нагружается инвертирующий вход операционного усилителя при размыкании с помощью ключа  $K_1$  цепи обратной связи.

Элементы  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $L_1$  образуют последовательный колебательный контур, который может быть включен между клеммой 3 макета и входной клеммой ЛЗ либо между выходом ЛЗ и клеммой 4.

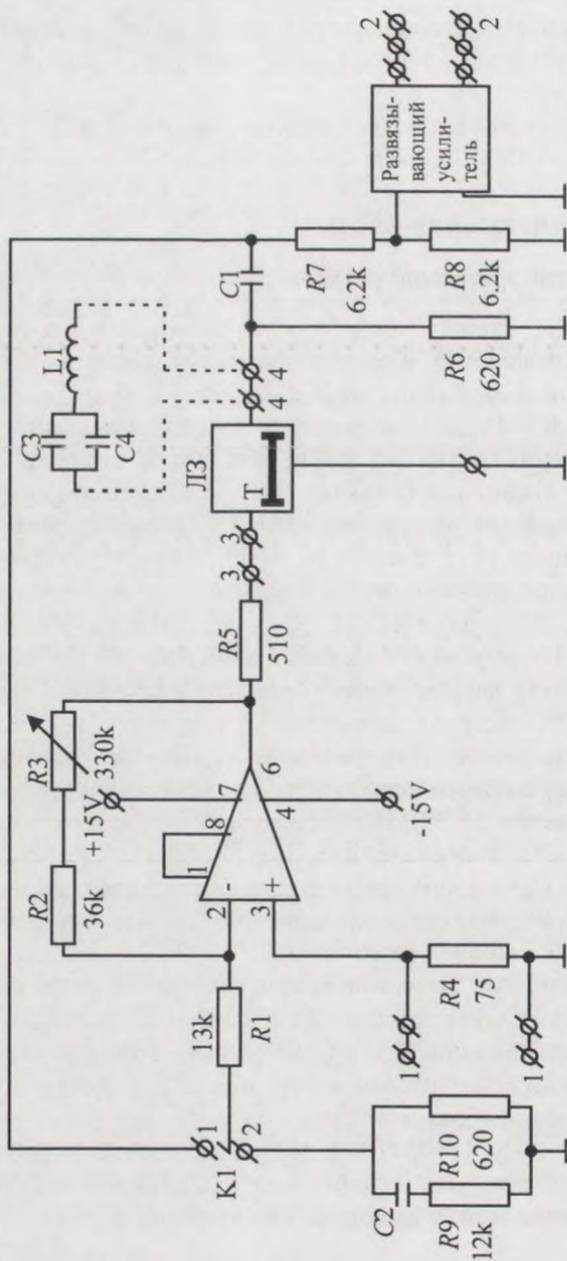


Рис. 10. Принципиальная схема лабораторного макета автоколебательной системы с запаздывающей обратной связью

Контакты 2 – 2 предназначены для подсоединения осциллографа, вольтметра, анализатора спектра, измерительного блока измерителя частотных характеристик (ИЧХ), частотомера. Входной испытательный сигнал от генератора качающейся частоты ИЧХ или от отдельного генератора сигналов подается на неинвертирующий вход операционного усилителя (клеммы 1 – 1). Сопротивление резистора  $R_4$  выбрано равным 75 Ом для согласования схемы с выходом генератора сигналов.

## 4.2. Методические указания

1. Наблюдение АЧХ собственно усилителя и усилителя с линией задержки проводится с помощью измерителя частотных характеристик Х1-53. Схема измерительной установки приведена на рис. 12. Здесь и далее блок «Исследуемая схема» может быть чисто усилителем, усилителем с линией задержки, усилителем с линией и колебательным контуром.



Рис. 12. Схема наблюдения амплитудно-частотных характеристик усилителя

2. Точное измерение АЧХ и ФЧХ системы проводится с помощью генератора ГЗ-112, выходного (развязывающего) вольтметра ВЗ-39, осциллографа С1-65 и частотомера ЧЗ-33 (см. рис. 13). Для измерения ФЧХ необходимо воспользоваться методом фигур Лиссажу и точно зафиксировать лишь те частоты, на которых фазовый сдвиг составляет  $n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ). При этом следует учесть, что испытательный сигнал подается на инвертирующий вход операционного усилителя, а в автоколебательной системе обратная связь осуществляется на его инвертирующий вход. Поэтому на нулевой частоте имеет место отрицательная обратная связь, а положительная обратная связь возникает на частотах, где фазовый сдвиг в линии задержки кратен нечетному числу  $\pi$ :  $\varphi = (2n + 1)\pi$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$



Рис. 13 Схема установки для измерения АЧХ и ФЧХ усилителя

3. Исключение ФНЧ означает замену конденсатора  $C1$  короткозамыкающей перемычкой.

4. Формирование АЧХ разомкнутой системы, требуемой для расширения полосы «запоминаемых» частот, осуществляется подбором конденсатора  $C1$  в пределах 300 – 2000 пФ.

5. Колебательный контур включается между входом (или выходом) линии задержки и усилителем.

6. Для исследования эффекта «запоминания» следует воспользоваться схемой рис. 14. Ключ 2 должен быть разомкнут и включена внутренняя развёртка луча осциллографа. С помощью внешнего генератора ГЗ-112 нужно возбуждать генерацию на требуемой частоте, а затем снимать внешнее возбуждение, размыкая ключ 1.



Рис.14 Схема наблюдения запоминания частоты, формы и спектра регулярных колебаний, хаотических колебаний, их фазовых портретов

7. Хаотические колебания можно пронаблюдать, возбудив весь возможный спектр генерируемого сигнала. При этом на осциллографе будет вырисовываться размытая *временная картина*. Если подать на пластины X и Y осциллографа сигналы: один – с входа линии задержки (замкнув ключ 2), а другой – с выхода системы, то на экране вычертится *фазовый портрет* хаотических движений.

## 5. Приложение

### 5.1. Коэффициент усиления резистивно-ёмкостного усилителя

Найдём коэффициент усиления схемы усилителя на полевом транзисторе с общим истоком, принципиальная схема которого изображена на рис. 15. На схеме кроме стокового резистора  $R_H$  показан разделительный конденсатор  $C_p$ , сопротивление  $R_0$  и ёмкость  $C_0$  входа следующего каскада. Как известно, разделительный конденсатор даёт завал АЧХ схемы на низких частотах, а ёмкость входа следующего каскада – завал АЧХ на высоких частотах. Таким образом, рассматриваемая схема может иметь достаточно широкую, но ограниченную полосу пропускания.

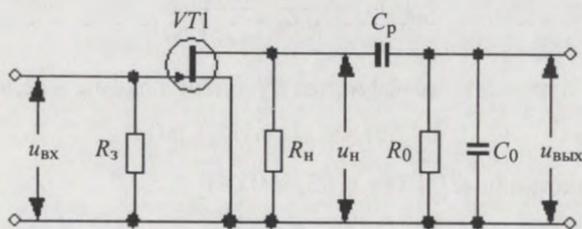


Рис. 15. Принципиальная схема по переменному току усилителя на полевом транзисторе с переходной цепью

Общий коэффициент усиления равен произведению коэффициента усиления собственно усилителя  $K_0 = u_n / u_{BX}$  и коэффициента передачи переходной цепи  $K_{ц} = u_{ВЫХ} / u_n$ . Нагрузкой усилителя является параллельное соединение сопротивления  $R_H$  и входного сопротивления цепи передачи. Поскольку усилитель работает на достаточно низких частотах, то далее не учитываются межэлектродные ёмкости и время пробега зарядов в канале транзистора.

Коэффициент усиления с учётом того, что сопротивление нагрузки много меньше внутреннего сопротивления транзистора, приближённо равен

$$K_0(j\omega) = SZ_H(j\omega),$$

где  $S$  – крутизна входной характеристики транзистора в рабочей точке, а  $Z_H(j\omega)$  – полное сопротивление нагрузки с учётом влияния переходной цепи. Из рис. 15 нетрудно найти выражения для входного сопротивления переходной цепи  $Z_{вх.ц}(j\omega)$ , её коэффициента передачи  $K_{ц}(j\omega)$  и сопротивления  $Z_H(j\omega)$ :

$$Z_{вх.ц}(j\omega) = \frac{1}{j\omega C_p} + \frac{R_0}{1 + j\omega C_0 R_0}; \quad (\text{П.1})$$

$$K_{ц}(j\omega) = \frac{R_0/(1 + j\omega C_0 R_0)}{1/j\omega C_p + R_0/(1 + j\omega C_0 R_0)}; \quad (\text{П.2})$$

$$Z_H(j\omega) = \frac{R_H Z_{вх.ц}(j\omega)}{R_H + Z_{вх.ц}(j\omega)}. \quad (\text{П.3})$$

Теперь можно записать коэффициент усиления схемы в целом:

$$K(j\omega) = K_0(j\omega)K_{ц}(j\omega), \quad (\text{П.4})$$

или после подстановок (П.1) – (П.3) в (П.4):

$$K(j\omega) = \frac{SR_H}{1 + R_H/R_0 + C_0/C_p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{j}{1 + R_H/R_0 + C_0/C_p} \left( \omega C_0 R_H - \frac{1}{\omega C_p R_0} \right)}. \quad (\text{П.5})$$

Из (П.5) следует, что максимум коэффициента усиления и нулевой сдвиг фаз между выходным и входным сигналами достигается на частоте

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_H \omega_B}, \quad (\text{П.6})$$

где  $\omega_H = 1/C_p R_0$ , а  $\omega_B = 1/C_0 R_H$ . Учитывая, что всегда  $R_H \ll R_0$  и

$C_0 \ll C_p$ , можно окончательно записать:

$$K(j\omega) \cong \frac{SR_H}{1 + j \frac{\omega_H}{\omega_B} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}, \quad (\text{П.7})$$

что соответствует формуле (15) основного текста.

## 5.2. Анализ одночастотных колебаний в автогенераторе с запаздыванием

Найдём приближённое решение уравнения движения генерирующей системы с запаздыванием (40):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \omega_0 d_0 \frac{du(t)}{dt} + \omega_0^2 u(t) = \\ = \omega_0 d_0 \beta K_0 \left( 1 - \frac{S_1}{S_0} u^2(t - \tau) \right) \frac{du(t - \tau)}{dt}. \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

Полагая, что в системе возбуждаются *одночастотные* колебания, запишем предполагаемое решение в виде

$$\begin{aligned} u(t) &= U \cos(\omega t + \varphi) \equiv U \cos(\psi), \\ u(t - \tau) &= U \cos(\omega(t - \tau) + \varphi) \equiv U \cos(\psi - \omega\tau). \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Здесь  $U$  и  $\varphi$  – медленно изменяющиеся со временем (по сравнению с изменением движения в целом) амплитуда и начальная фаза развивающегося колебания  $u(t)$ . Для приближённого решения задачи воспользуемся методом медленно меняющихся амплитуд. Согласно алгоритму метода, запишем уравнение движения системы (П.8) в стандартной по Боголюбову форме:

$$\begin{aligned} \ddot{u}(t) + \omega^2 u(t) = (\omega^2 - \omega_0^2) u(t) - \omega_0 d_0 \dot{u}(t) + \\ + \omega_0 d_0 \beta K_0 \left( 1 - \frac{S_1}{S_0} u^2(t - \tau) \right) \dot{u}(t - \tau). \end{aligned} \quad (\text{П.10})$$

В этом выражении  $\omega$  – искомая частота колебаний, в нашем случае – одна из возможных частот генерации системы. Следующий шаг – получение укороченных уравнений для амплитуды и фазы колебаний:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{2\pi\omega} \int_0^{2\pi} \left[ \begin{aligned} &(\omega^2 - \omega_0^2)U \cos \psi + \omega_0 d_0 \omega U \sin \psi - \\ &-\omega_0 d_0 \beta K_0 \left(1 - \frac{S_1}{S_0} U^2 \cos^2(\psi - \omega\tau)\right) \times \\ &\times \omega U \sin(\psi - \omega\tau) \end{aligned} \right] \sin \psi d\psi, \quad (\text{П.11})$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{2\pi\omega U} \int_0^{2\pi} \left[ \begin{aligned} &(\omega^2 - \omega_0^2)U \cos \psi + \omega_0 d_0 \omega U \sin \psi - \\ &-\omega_0 d_0 \beta K_0 \left(1 - \frac{S_1}{S_0} U^2 \cos^2(\psi - \omega\tau)\right) \times \\ &\times \omega U \sin(\psi - \omega\tau) \end{aligned} \right] \cos \psi d\psi.$$

Взяв записанные в явном виде интегралы, получим следующие укороченные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= -\frac{\omega_0 d_0 U}{2} \left(1 - \beta K_0 \left(1 - \frac{S_1}{S_0} \frac{U^2}{4}\right) \cos(\omega\tau)\right) \equiv \Phi(U), \\ \frac{d\varphi}{dt} &= -\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\omega} - \frac{\omega_0 d_0 \beta K_0}{2} \left(1 - \frac{S_1}{S_0} \frac{U^2}{4}\right) \sin(\omega\tau). \end{aligned} \quad (\text{П.12})$$

В стационарном режиме скорости изменения амплитуды и фазы равны нулю. Поэтому, приравнявая нулю левые и правые части (П.12), получаем

$$U_{\text{ст}} = 2 \sqrt{\frac{S_0}{S_1} \left(1 - \frac{1}{\beta K_0 \cos(\omega\tau)}\right)}; \quad (\text{П.13})$$

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} = -\omega_0 d_0 \text{tg}(\omega\tau). \quad (\text{П.14})$$

Полагая, что частота генерации  $\omega$  достаточно близка к  $\omega_0$ , упростим выражение (П.14) следующим образом:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \omega_0 \omega d_0 \text{tg}(\omega\tau) \cong \omega_0^2 (1 - d_0 \text{tg}(\omega_0\tau)),$$

откуда 
$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - d_0 \text{tg}(\omega_0\tau)}. \quad (\text{П.15})$$

Устойчивость стационарных колебаний в данном случае определяется лишь одним условием:

$$\left. \frac{d\Phi(U)}{dU} \right|_{U_{ст}} < 0,$$

что даёт

$$\beta K_0 \frac{S_1}{S_0} \frac{U_{ст}^2}{2} \cos(\omega\tau) > 0. \quad (\text{П.16})$$

Поэтому угол  $\varphi = \omega\tau$  может находиться только в первом и четвёртом квадрантах:

$$2\pi n - \varphi_1 \leq \omega\tau \leq 2\pi n + \varphi_1. \quad (\text{П.17})$$

Полученные соотношения (П.13), (П.15) и (П.17) дают возможность построить зависимости стационарной амплитуды и частоты колебаний от угла задержки  $\varphi = \omega\tau$ .

# ЯВЛЕНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ И РЕЗОНАНС ВТОРОГО РОДА

## 1. Цель работы

Изучение поведения автоколебательной системы томсоновского типа при внешнем гармоническом воздействии.

## 2. Задание

При подготовке к работе необходимо изучить следующие вопросы теории (п. 2.1 – 2.3) и затем провести экспериментальные исследования (п. 2.4 – 2.8).

**2.1.** Автоколебания: энергетика автоколебаний, роль нелинейных активных элементов в возникновении и установлении автоколебаний, регенерация. Автогенераторы гармонических колебаний.

**2.2.** Уравнение, описывающее томсоновские автоколебательные системы. Методы решения этих уравнений. Устойчивость автоколебаний.

**2.3.** Поведение автоколебательных систем при внешнем гармоническом воздействии: резонанс  $n$ -рода, синхронизация, асинхронное гашение автоколебаний.

**2.4.** Ознакомиться с экспериментальной установкой и используемыми измерительными приборами.

**2.5.** Установить режим генерации, определить частоту  $f_0$  и амплитуду  $A_0$  автоколебаний. Подать внешний гармонический сигнал с частотой  $p \approx f_0$  и амплитудой  $V$ . Перестраивая частоту внешнего сигнала  $p$ , наблюдать процесс перехода к режиму синхронизации при малых ( $V/A_0 \ll 0,1$ ) и больших ( $V/A_0 \geq 0,1$ ) амплитудах внешнего воздействия.

**2.6.** Снять зависимости амплитуды колебаний от частоты внешнего сигнала (семейство «резонансных» кривых для ряда значений  $V/A_0$ ) и зависимость относительной полосы синхронизации от приведенной амплитуды внешнего сигнала  $\Delta f/f_0 = F(V/A_0)$ .

2.7. Подать внешний гармонический сигнал с удвоенной частотой  $p \approx 2f_0$ . Пронаблюдать процесс захватывания на второй гармонике генерируемого сигнала.

2.8. Пронаблюдать явление резонанса 2-го рода. Для этого, уменьшив коэффициент положительной обратной связи, поставить генератор в недовозбуждённый режим. Снять зависимость амплитуды стимулированных автоколебаний от амплитуды и частоты внешнего сигнала. На основании полученных зависимостей построить «область возбуждения».

### 3. Теоретическая часть

Явления синхронизации и резонанса второго рода (частный случай резонанса  $n$ -го рода) возникают при воздействии на **автоколебательную систему** внешней периодической силы.

Автоколебательными системами являются такие устройства, в которых возможно возникновение собственного незатухающего колебательного процесса без внешнего периодического воздействия. В радиоэлектронике их, по предложению академика А.А. Андропова, принято называть автогенераторами. Различают два типа автогенераторов – это генераторы релаксационных (импульсных) и генераторы почти гармонических колебаний. Если генератор почти гармонических колебаний строится на основе электрического колебательного контура, то его обычно называют генератором томсоновского типа, так как частота генерации близка к резонансной частоте контура, определяемой формулой Томсона  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , где  $L$  и  $C$  – индуктивность и ёмкость соответствующих элементов контура.

Далее рассматриваются явления в автогенераторах именно томсоновского типа.

Автогенератор томсоновского типа, по существу, представляет собой электрический колебательный контур, в который для поддержания незатухающих колебаний из какого-либо источника периодически вносятся энергия, компенсирующая его собственные потери. Напомним, что процесс частичной или полной компенсации потерь в системе за счет энергии внешнего источника называется **регенерацией**, а колебательные системы, в которых имеет место регенерация, называются **активными динамическими системами**. Если система регенерирована, но не доведена до самовозбуждения, то она является **потенциально автоколебательной**.

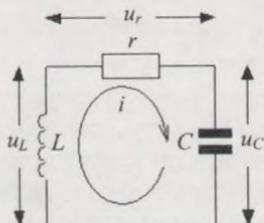


Рис. 1. Последовательный контур:  $u_L$ ,  $u_r$ ,  $u_C$  – напряжения на элементах контура,  $i$  – ток в контуре,  $r$  – сопротивление, отображающее все потери энергии в контуре

Рассмотрим энергетический баланс в колебательном контуре. Для этого составим уравнение, описывающее его собственные колебания (рис. 1). На основании второго закона Кирхгофа можно записать  $u_L + u_r + u_C = 0$ , или

$$L \frac{di}{dt} + ir + u_C = 0. \quad (1)$$

Умножая (1) на  $i$  и учитывая, что  $i = C \frac{du_C}{dt}$ , нетрудно получить

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{Li^2}{2} + \frac{Cu_C^2}{2} \right] = -ri^2. \quad (2)$$

Отсюда видно, что изменение суммы магнитной и электрической энергии, то есть изменение полной запасённой энергии контура равно мощности потерь. Это можно записать в общем виде  $dW(t)/dt = -F(t)$ , где  $W(t)$  – энергия, запасённая в системе, а  $F(t)$  – функция, характеризующая её диссипативные свойства. В данном случае функция диссипации есть  $F(t) = ri^2$ . У пассивного контура с постоянными параметрами  $r > 0$ , поэтому колебания в нём с течением времени затухают.

Из формулы (2) следует, что для получения незатухающих или нарастающих колебаний существуют, по крайней мере, два способа.

Первый – периодическое добавление энергии в  $rLC$ -контур путём изменения параметров энергоёмких элементов цепи. Для этого необходимо иметь генератор (источник энергии) **переменного** тока (или ЭДС), управляющий изменением  $L$  или  $C$ . Такой способ называется **параметрическим возбуждением**, а соответствующие колебательные системы – **параметрическими**, они в данной работе не исследуются.

Второй – компенсация собственных потерь контура, то есть устремление  $r$  к нулю или даже к отрицательной величине. Это можно сделать, периодически внося в контур энергию (формально – внося отрицательное сопротивление  $r_-$ ), во-первых, с помощью диодов с падающим участком вольт-амперной характеристики (ВАХ), во-вторых, включив контур в схему усилителя, охваченного положительной обратной связью. В обоих случаях происходит преобразование энергии источника **постоянного** тока в энергию колебательных движений. Такие системы являются **автоколебательными**.

### 3.1. Поведение автоколебательных систем томсоновского типа при внешнем гармоническом воздействии

В автоколебательных системах при внешнем гармоническом воздействии может наблюдаться ряд интересных явлений, таких, как синхронизация автоколебаний, асинхронное гашение и возбуждение автоколебаний, резонанс  $n$ -го рода. Возможность их возникновения обусловлена тем, что автоколебательные системы – это **нелинейные** системы. Именно поэтому внешняя и собственная периодические силы, взаимодействуя на нелинейном элементе системы, могут создать в ней новые движения. В линейных структурах имеет место лишь простое сложение колебаний и подобные явления возникнуть не могут.

Возбуждаемые в нелинейных системах собственные и вынужденные колебания всегда являются негармоническими. Рассматривая спектры этих сигналов, можно сделать предположение о некоторых возможных вариантах воздействия внешнего сигнала на автоколебательную систему. Для пояснения обратимся к рис. 2. На нём изображены спектрограммы амплитуд  $a$  собственных колебаний 1) и спектрограммы амплитуд  $b$  колебаний, возбуждённых в системе внешней силой, 2) – 4).

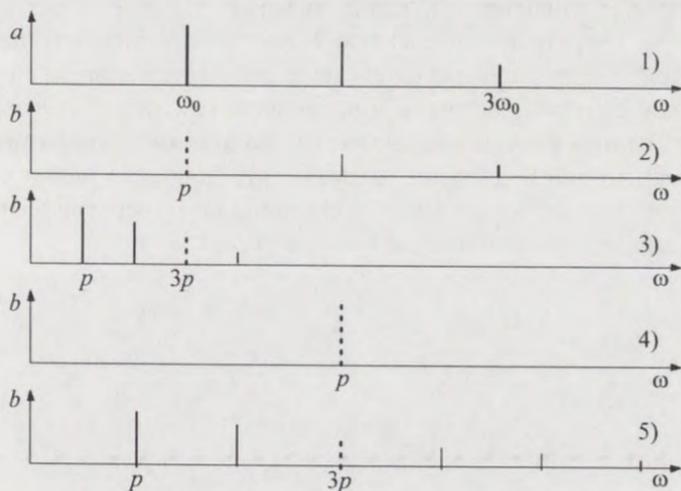


Рис. 2. Спектрограммы амплитуд собственных  $a$  и возбуждённых колебаний  $b$  в автогенераторе

Пунктиром показаны амплитуды тех гармоник возбуждённого колебания, частоты которых совпадают с частотой одной из гармоник собственного колебания или кратны частоте его первой гармоники. Здесь  $\omega_0$  – частота автоколебаний,  $p$  – частота внешней силы.

Анализ спектрограмм показывает, что возможны следующие случаи:

- частота внешней силы близка или равна частоте автоколебаний  $p \approx \omega_0$  (строки 1 и 2), при этом возможна синхронизация на основном тоне (гармоническая синхронизация);

- $n$ -я гармоника внешней силы близка или равна частоте автоколебаний  $np \approx \omega_0$  ( $3p \approx \omega_0$ , строки 1 и 3), возможна синхронизация на гармонике внешнего сигнала;

- частота внешней силы близка или равна частоте  $m$ -й гармоники собственных колебаний  $p \approx m\omega_0$  ( $p \approx 2\omega_0$ , строки 1 и 4). Возможна синхронизация на гармонике собственных колебаний или на субгармонике внешнего сигнала, нет кратности гармоник возбуждённого и собственного колебания, но имеются такие гармоники, что их разность оказывается приблизительно равной частоте первой гармоники  $\omega_0$ , то есть  $|np - m\omega_0| \approx \omega_0$  (строки 1 и 5). При этом может возникнуть синхронизация на комбинационной частоте, если нелинейность системы способна выполнить операцию перемножения сигналов.

Наконец, представим себе картину, когда автогенератор недовозбуждён, автоколебаний нет, но на систему действует внешняя сила с частотой вдвое большей частоты автоколебаний (см. рис. 3). Оказывается, что **если нелинейность квадратична (выполняет операцию перемножения)**, то при некоторых условиях внешняя сила может стимулировать возбуждение собственных колебаний автогенератора. Это и есть явление, называемое резонансом второго рода.

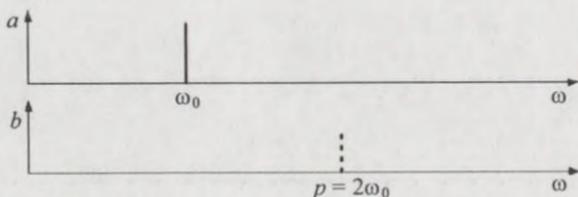


Рис. 3. Спектрограммы амплитуд возбуждённого внешней ЭДС колебания  $b$  и стимулированного им собственного колебания автогенератора  $a$

Наблюдаемые явления можно объяснить, если иметь в виду, что неавтономные автогенераторы – это нелинейные **автопараметрические** системы.

В нелинейных системах внешняя периодическая сила приводит к возникновению в них периодически изменяющихся токов и напряжений. Последние вызывают модуляцию параметров нелинейных элементов. Отсюда следует, что всякое силовое воздействие на нелинейную систему сопровождается параметрическим воздействием, которое, по предложению академика Л.И. Мандельштама, принято называть **автопараметрическим**.

Покажем на простом примере, какой эффект может вызвать введение внешней гармонической ЭДС в автоколебательную систему, если частота этой ЭДС вдвое выше частоты собственных колебаний  $\omega_0$ . Пусть вольт-амперная характеристика активного элемента с достаточной точностью аппроксимируется функцией

$$i = s_0 u + \frac{1}{2} s_1 u^2 - \frac{1}{3} s_2 u^3, \quad (3)$$

а управляющее напряжение  $u$  есть сумма собственного и вынужденного колебаний:  $u = a \cos \omega_0 t + b \cos 2\omega_0 t$ , где  $a$  и  $b$  – амплитуды этих колебаний. Подставив  $u$  в (3), найдём амплитуду первой гармоники тока (первую гармонику ряда Фурье)

$$I_1 = \left[ s_0 + \frac{1}{2} s_1 b - \frac{1}{4} s_2 (a^2 + 2b^2) \right] a,$$

откуда находится средняя за период крутизна характеристики:

$$\bar{s} = \frac{I_1}{a} = s_0 + \frac{1}{2} s_1 b - \frac{1}{4} s_2 (a^2 + 2b^2). \quad (4)$$

Из этого выражения следует, что введение внешнего сигнала с удвоенной частотой, если его амплитуда лежит в определённых пределах, приводит к возрастанию средней крутизны. (Повышение крутизны вызвано увеличением амплитуды первой гармоники за счёт колебания с комбинационной – разностной – частотой  $2\omega_0 - \omega_0$ , появившегося в результате перемножения двух сигналов квадратичным слагаемым в формуле (3).) Повышение крутизны увеличивает коэффициент усиления схемы, что вызывает дополнительный приток энергии в контур из источника питания и может привести к самовозбуждению потенциально автоколебательной системы.

### 3.2. Резонанс второго рода

Явление резонанса  $n$ -го рода имеет место, когда на недовозбуждённый автогенератор действует внешняя гармоническая ЭДС с частотой  $p$ , примерно кратной частоте собственных автоколебаний  $\omega_0$ :  $p \approx n\omega_0$  ( $n=2,3,\dots$ ). Оказывается, что при некоторых условиях внешняя ЭДС может заставить генератор возбудиться и начать генерировать колебания на частоте  $\omega = p/n$ . Это явление принято называть резонансом  $n$ -го рода.

Рассмотрим процессы, происходящие в потенциально автоколебательной системе при воздействии на неё внешней гармонической ЭДС с частотой  $p \approx 2\omega_0$  (вариант, показанный на рис. 3). В качестве примера для исследования возьмём автогенератор на полевом транзисторе (ПТ) с контуром в цепи затвора (рис. 4).

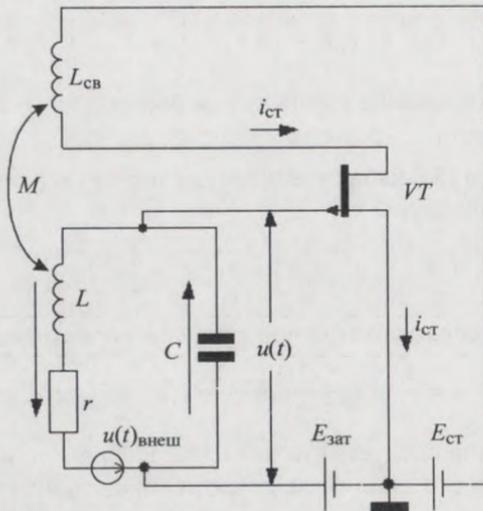


Рис. 4. Принципиальная схема автогенератора на полевом транзисторе. Здесь  $VT$  – полевой транзистор,  $L$  и  $C$  – элементы контура,  $r$  – сопротивление, отображающее потери энергии в контуре,  $M$  – коэффициент взаимной индукции катушек контура  $L$  и обратной связи  $L_{св}$ ,  $u(t)$  – переменное напряжение на контуре,  $u(t)_{внеш} = V\cos(pt)$  – внешняя ЭДС,  $i_{ст}$  – ток стока,  $E_{зат}$  и  $E_{ст}$  – источники смещения затвора и питания транзистора. Стрелками показаны токи, текущие через элементы схемы

Поставим задачу – определить те значения амплитуд и частот внешней ЭДС, при которых в системе может произойти возбуждение автоколебаний с частотой  $\omega = p/2$ . Для этого необходимо составить и решить уравнение движения рассматриваемой системы.

Пусть динамическая ВАХ транзистора приближённо описывается полиномом (3). Тогда математическая модель автогенератора принимает вид (см. Приложение 5.1)

$$\ddot{u} + (\varepsilon - \delta_1 u + \delta_2 u^2) \dot{u} + u = V \cos(2\gamma\tau), \quad (5)$$

где точкой обозначено дифференцирование по времени, а величины

$$\beta = \frac{M}{L}, \quad \varepsilon = \frac{r}{\omega_0 L} - \frac{\beta s_0}{\omega_0 C}, \quad \delta_1 = \frac{\beta s_1}{\omega_0 C}, \quad \delta_2 = \frac{\beta s_2}{\omega_0 C}, \quad 2\gamma = \frac{p}{\omega_0}, \quad \tau = \omega_0 t \quad (6)$$

имеют смысл:  $\beta$  – коэффициент обратной связи;  $\varepsilon$  – затухание регенерированного контура, в томсоновских системах величина первого, или второго порядка малости;  $\delta_1, \delta_2$  – коэффициенты нелинейности ВАХ, также обычно малые величины;  $2\gamma$  – относительная частота внешней силы;  $\tau$  – собственное время системы, измеряемое в радианах. (Напомним, что динамическая ВАХ есть зависимость тока стока от **одновременно изменяющихся** напряжений на затворе и стоке, что имеет место при включении нагрузки или при наличии связи этих напряжений как, например, в автогенераторах.) Особенностью неавтономных систем, и в частности рассматриваемой системы, является то, что напряжение на контуре  $u(\tau)$  состоит из двух колебаний – **вынужденного**  $x(\tau)$  с частотой внешней силы  $p$  и **стимулированного им собственного** колебания  $y(\tau)$ . Поэтому

$$u(\tau) = x(\tau) + y(\tau). \quad (7)$$

Попытаемся найти вынужденное и собственное движение системы.

Для определения вынужденных колебаний  $x(\tau)$  примем во внимание, что частота внешней ЭДС вдвое выше резонансной частоты контура, то есть очень далека от резонанса, поэтому их амплитуда будет мала и, следовательно, система для этих колебаний оказывается линейной. Кроме того, в уравнении движения относительно  $x(\tau)$  можно пренебречь затуханием системы, так как оно оказывает существенное влияние на ход резонансной кривой только вблизи резонанса. В таком случае приближённое уравнение движения для  $x(\tau)$  получится из (5), в котором опущены нелинейные и диссипативные слагаемые:

$$\ddot{x} + x = V \cos(2\gamma\tau). \quad (8)$$

Решение уравнения (8) имеет вид

$$x(\tau) = \frac{V}{4\gamma^2 - 1} \cos(2\gamma\tau) = B \cos(2\gamma\tau). \quad (9)$$

**Вынужденные** колебания в начальный момент **возбудят собственные** колебания в контуре. Оба эти колебания, воздействуя на нелинейный активный элемент (в данном случае – на вход ПТ), вызовут **модуляцию дифференциальной проводимости** динамической ВАХ транзистора и изменение её **средней за период крутизны** (см. формулу (4)) и тем самым изменят условия возбуждения и поддержания **автоколебаний**. При определённых амплитудах  $V$  и частотах  $p$  воздействующей ЭДС в системе возможно автопараметрическое возбуждение автоколебаний половинной частоты  $\gamma = 1$  ( $\omega = p/2$ ).

Найдём теперь собственные колебания  $y(\tau)$ . Для этого запишем уравнение движения собственных колебаний, происходящих на частоте  $\gamma$ . Подставив (7) – (9) в (5), получим

$$\begin{aligned} \ddot{y} + \gamma^2 y = (\gamma^2 - 1)y - \left[ \varepsilon - \delta_1 (y + B \cos(2\gamma\tau)) + \delta_2 (y + B \cos(2\gamma\tau))^2 \right] \times \\ \times (\dot{y} - B2\gamma \sin(2\gamma\tau)). \end{aligned} \quad (10)$$

Приближённое решение нелинейного уравнения с периодически меняющимися коэффициентами можно найти методом медленно меняющихся амплитуд (ММА). В соответствии с алгоритмом метода предполагаемое решение выбирается в виде функции

$$y(\tau) = A(\tau) \cos(\gamma\tau + \varphi(\tau)). \quad (11)$$

Здесь  $A(\tau)$  и  $\varphi(\tau)$  – медленно меняющиеся амплитуда и начальная фаза колебания. В результате решения находится амплитуда собственных стационарных колебаний:

$$A_{\text{ст}}^2 = \frac{4}{\delta_2} \left[ \sqrt{\left( \frac{1}{2} \delta_1 B \right)^2 - \sigma^2 - \varepsilon - \frac{1}{2} \delta_2 B^2} \right], \quad (12)$$

где  $\sigma = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} = \frac{p/2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{p/2}$  – есть приведённая расстройка частоты возбуждённых автоколебаний относительно частоты собственных автоколебаний. Полученное выражение (12) позволяет сделать следующие выводы.

Во-первых, действительно, **внешняя гармоническая сила** с удвоенной частотой относительно резонансной частоты контура **способна стимулировать возбуждение собственных колебаний** автогенератора. Это вызвано, как показано выше, **увеличением средней за период крутизны** динамической характеристики транзистора (см. формулу (4)) и, следовательно, возрастанием коэффициента усиления.

Во-вторых, увеличение амплитуды вынужденных колебаний, с одной стороны, ведёт к росту амплитуды собственных колебаний (первое слагаемое под корнем), а с другой – к её уменьшению (последний член в квадратной скобке). Следовательно, **есть нижняя  $B_{\min}$  и верхняя  $B_{\max}$  границы** области возбуждения **по амплитуде  $B$** . При  $B > B_{\max}$  происходит асинхронное гашение собственных колебаний.

В-третьих, есть также **левая и правая границы** области возбуждения **по частоте** (по расстройке  $\sigma$ ).

Граница области возбуждения находится приравнием нулю стационарной амплитуды в формуле (12):

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\delta_1 B\right)^2 - \sigma^2} - \varepsilon - \frac{1}{2}\delta_2 B^2 = 0. \quad (13)$$

График этой функции при конкретных значениях параметров  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  и  $\varepsilon$  и вид амплитудно-частотных (резонансных) кривых, построенных по формуле (13) для трёх значений  $B$ , приведены на рис. 5. Тот факт, что кривые возбуждения имеют резкие границы, а амплитуда внешней ЭДС должна быть больше некоторой минимальной величины  $V_{\min} = B_{\min}(1 - \gamma^2)$  (требуется начальный запас энергии),

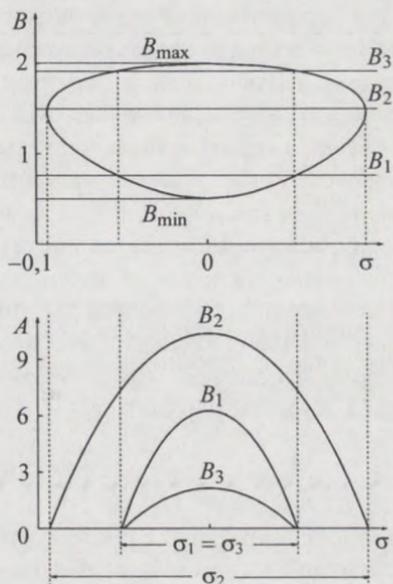


Рис. 5. На верхнем рисунке показана граница области возбуждения. На нижнем – зависимости амплитуд возбуждённых колебаний  $A$  от расстройки  $\sigma$  для трёх значений амплитуды вынужденных колебаний  $B_1, B_2, B_3$ , уровни которых показаны на верхнем рисунке

ещё раз подтверждает параметрический характер явления резонанса второго рода.

Далее, строго говоря, следовало бы проверить на устойчивость определяемые формулой (13) амплитуды стимулированных колебаний. Но так как каждой точке, лежащей внутри замкнутой кривой рис. 5, соответствует **единственная** амплитуда автоколебаний, то такая проверка необязательна.

### 3.3. Субгармоническое захватывание (синхронизация)

В самовозбуждённой автоколебательной системе ( $\varepsilon < 0$ ) при внешнем гармоническом воздействии с частотой  $p \approx 2\omega_0$  в некотором интервале частот наблюдается явление синхронизации, как говорят – явление синхронизации на субгармонике внешнего сигнала (третий вариант рис. 2). Оно проявляется в том, что автоколебания в системе происходят с частотой, точно равной половине частоты внешней силы  $\omega = p/2$ . Физика этого явления та же, что и резонанса второго рода. А именно: под внешним воздействием в автоколебательной системе кроме собственных возникают вынужденные колебания с частотой  $p \approx 2\omega_0$ . Последние, накладываясь на собственные колебания, **вызывают модуляцию дифференциальной проводимости**, то есть **изменяют момент** (или фазу) **внесения энергии** от источника питания **в контур**. Этим они вынуждают автоколебания перестроить свою частоту так, чтобы она стала точно равна половине частоты внешнего воздействия. В этом и состоит эффект **захватывания** частоты автоколебаний. Необходимо отметить существенное отличие явления синхронизации от резонанса второго рода. Так как внешний сигнал воздействует на уже генерирующую систему, в которой имеется достаточный запас колебательной энергии, то внешнему сигналу не нужно давать системе первоначальный толчок. Поэтому при синхронизации **нет порога** величины внешнего воздействия, однако сохраняется его **потолок**. Действительно, амплитуда засинхронизированных автоколебаний определяется также соотношением (12), но в нём параметр  $\varepsilon < 0$ :

$$A_{ст}^2 = \frac{4}{\delta_2} \left[ \sqrt{\left(\frac{1}{2}\delta_1 B\right)^2 - \sigma^2} + |\varepsilon| - \frac{1}{2}\delta_2 B^2 \right].$$

Отсюда видно, что с ростом амплитуды вынужденных колебаний  $B$  (последнее слагаемое в скобке) может произойти **асинхронное гашение** автоколебаний.

Область расстроек  $2|\omega - \omega_0|$ , в которой существуют засинхронизированные автоколебания, называется полосой синхронизации. Она находится из условий устойчивости этих колебаний (здесь они не рассматриваются).

### 3.4. Гармоническая синхронизация автогенератора

Пусть на автоколебательную систему томсоновского типа, генерирующую колебания с частотой  $\omega_0$ , начала действовать внешняя гармоническая ЭДС, частота  $p$  которой значительно отличается от  $\omega_0$ , но меньше, чем  $2\omega_0$ . Тогда в системе кроме собственных колебаний с частотой  $\omega_0$  возбуждятся вынужденные колебания с частотой  $p$  и в ней установится режим биений. Однако если подвести частоту внешней ЭДС достаточно близко к  $\omega_0$ , то автогенератор станет генерировать колебания с частотой внешней силы, биения исчезнут, установится режим одночастотных колебаний. При дальнейшем изменении частоты  $p$  в некоторой области вблизи  $\omega_0$  автогенератор будет продолжать работать на частоте внешней силы. В этом и проявляется эффект синхронизации автогенератора внешней ЭДС (первый вариант, показанный на рис. 2). Область частот, в которой частота автоколебаний следует за частотой внешней силы, как уже указывалось выше, является полосой синхронизации.

Установление синхронного режима происходит по-разному в зависимости от величины амплитуды и частотной расстройки действующей ЭДС. Развивающиеся под действием приложенной ЭДС вынужденные колебания, воздействуя на нелинейный активный элемент, вызывают модуляцию дифференциального сопротивления и изменение среднего за период значения динамической ВАХ транзистора. Модуляция дифференциального сопротивления приводит, как уже видели на примере субгармонической синхронизации, к изменению частоты (автопараметрический эффект). Изменение же среднего значения крутизны – к уменьшению амплитуды (асинхронный эффект) генерируемых колебаний. В зависимости от расстройки и интенсивности вынужденных колебаний определяющими в режиме работы автогенератора могут быть или изменения частоты автоколебаний, или уменьшения их амплитуды.

В первом случае имеет место «захват» частоты автоколебаний внешней ЭДС, в синхронном режиме в автогенераторе сохраняются оба колебания – собственное и вынужденное, но происходят они с одной

частотой, их сумма внешне обнаруживается как некоторое единое одночастотное колебание. Во втором случае имеет место полное гашение автоколебаний, в системе остаются лишь одни вынужденные колебания с частотой внешней ЭДС, автогенератор превращается в резонансный усилитель.

Обсудим работу томсоновского автогенератора, схема которого изображена на рис. 4. Внешняя гармоническая ЭДС имеет частоту колебаний, близкую к резонансной частоте колебательного контура  $p \approx \omega_0$  ( $\gamma \approx 1$ ), генератор возбуждён, поэтому

$$\varepsilon = \frac{\beta s_0}{\omega_0 C} - \frac{r}{\omega_0 L} > 0.$$

Уравнение движения для напряжения на контуре  $u(t)$  с учётом сделанных замечаний получается из (5) в виде

$$\ddot{u} - (\varepsilon + \delta_1 u - \delta_2 u^2) \dot{u} + u = V \cos(\gamma \tau). \quad (14)$$

Уравнение (14), как и ранее, описывает результирующее колебание в колебательном контуре генератора, представляющее собой сумму взаимосвязанных автоколебаний  $y$  и вынужденных колебаний  $x$ :

$$u = y + x. \quad (15)$$

### 3.4.1. Синхронизация гашением

Рассмотрим вначале **синхронизацию гашением** автоколебаний, которая происходит при достаточно больших амплитудах и значительных расстройках между частотой действующей ЭДС и частотой автономных колебаний. В данном "нерезонансном" случае ( $p$  далека от  $\omega_0$ ) вынужденные колебания  $x = B \cos(\gamma \tau)$  определяются из решения уравнения (14), в котором, как и ранее (п.п. 3.2 и 3.3), из-за значительной отстройки частоты вынужденных колебаний от резонансной частоты опущены нелинейные и диссипативные члены:

$$\ddot{x} + x = V \cos(\gamma \tau). \quad (16)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$x = B \cos(\gamma \tau), \quad B = \frac{V}{|\gamma^2 - 1|}. \quad (17)$$

Теперь с учётом (15), (16) и (17) можно из (14) получить уравнение для второй компоненты движения  $u(\tau)$ , то есть для автоколебаний  $y(\tau)$ :

$$\ddot{y} + \gamma^2 y = (\gamma^2 - 1)y + \left[ \varepsilon + \delta_1 (y + B \cos(\gamma\tau)) - \delta_2 (y + B \cos(\gamma\tau))^2 \right] \times \\ \times (\dot{y} - \gamma B \sin(\gamma\tau)) + y = 0. \quad (18)$$

Существенно отметить, что затухание для автоколебаний системы, определяемое выражением в квадратной скобке (коэффициент при первой производной), зависит от величины вынужденных колебаний. Выбрав решение уравнения (18), как и ранее, в форме (11), методом медленно меняющихся амплитуд можно найти частоту и амплитуду стационарных автоколебаний:

$$\gamma = 1, \quad (\omega = \omega_0), \quad A^2 = A_0^2 - 2B^2 = A_0^2 - \frac{2V}{|\gamma^2 - 1|}. \quad (19)$$

Найденное решение показывает, что в рассматриваемом случае частота автоколебаний постоянна, то есть не зависит ни от амплитуды, ни от частоты внешнего воздействия, но амплитуда автоколебаний меняется при изменении как интенсивности  $V$ , так и частоты  $\gamma$  внешней ЭДС. Оказывается, что с ростом амплитуды вынужденных колебаний амплитуда автоколебаний уменьшается до нуля при  $B = \sqrt{2}A_0$ . Происходит асинхронное гашение автоколебаний (асинхронный эффект), и в системе остаются только вынужденные колебания. Область расстройек, в которой существуют только вынужденные колебания, принято, как и в других случаях, называть полосой синхронизации. (Однако фактически это не полоса синхронизации, а область гашения собственных и усиления вынужденных колебаний.) Пользуясь условием, что на границах  $\gamma_{\text{гр}}$  полосы синхронизации  $A = 0$ , легко вычислить её ширину с помощью соотношений (19) и (17):

$$\frac{2|p_{\text{гр}} - \omega_0|}{\omega_0} \approx |\gamma_{\text{гр}}^2 - 1| = \sqrt{2} \frac{V}{A_0}. \quad (20)$$

Как видим, полоса синхронизации прямо пропорциональна отношению амплитуд внешнего и собственного колебаний. Вне полосы синхронизации в системе существуют оба колебания – вынужденные с частотой  $p$  и автоколебания на частоте  $\omega_0$ , сумма которых представляет собой биения с периодом  $T = 2\pi/|p - \omega_0|$ . Глубина биений зависит от со-

отношения амплитуд колебаний. Так как с приближением  $p$  к границе полосы синхронизации амплитуда автоколебаний уменьшается до нуля, то и глубина биений становится равной нулю, фактически биения просто исчезают. На рис. 6 показан процесс установления результирующего колебания  $u(t)$  и его частоты в двухчастотном режиме (за полосой синхронизации, рис. 6, а и б) и процесс установления синхронного (точнее – одночастотного) режима (в полосе синхронизации, рис. 6, в).

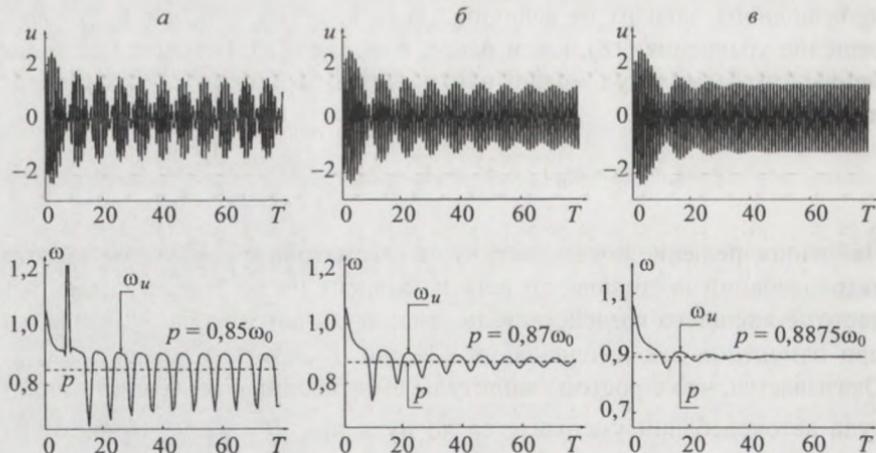


Рис. 6. Процесс установления двухчастотного режима, режима биений (а, б) и одночастотного – синхронного режима (в);  $V = 0,25A_0$

Из рисунков видно, что период биений вблизи границы полосы синхронизации очень слабо зависит от частоты  $p$ , а форма огибающей  $u(t)$  близка к гармонической. Вне полосы синхронизации  $u(t)$  представляет собой амплитудно-частотно-модулированное колебание.

Примерный вид зависимости расстройки от изменения частоты внешнего сигнала в случае синхронизации гашением показан на рис. 7.

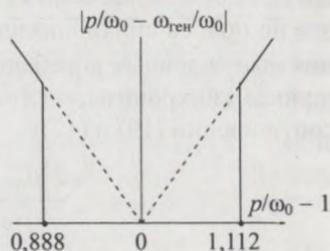


Рис. 7. Зависимость расстройки от изменения частоты внешнего сигнала. Относительная полоса синхронизации равна 12,5%.

### 3.4.2. Синхронизация захватом

Обратимся теперь к анализу процессов при **синхронизации «захватом»**, то есть к анализу процессов в неавтономном генераторе при действии на него внешней ЭДС с малой амплитудой и с малой расстройкой ( $V/A_0 \ll 1$ ,  $|p - \omega_0| \ll \omega_0$ ).

Вынужденные колебания, как и при субгармонической синхронизации, модулируют дифференциальную проводимость динамической характеристики активного элемента не в такт с автоколебаниями. Тем самым они **изменяют момент внесения энергии** от источника питания в контур. Это приводит к перефазировке автоколебаний и, как следствие, – к перестройке их частоты вплоть до полного совпадения с частотой внешней ЭДС. Происходит «захват» частоты автоколебаний (автопараметрический эффект).

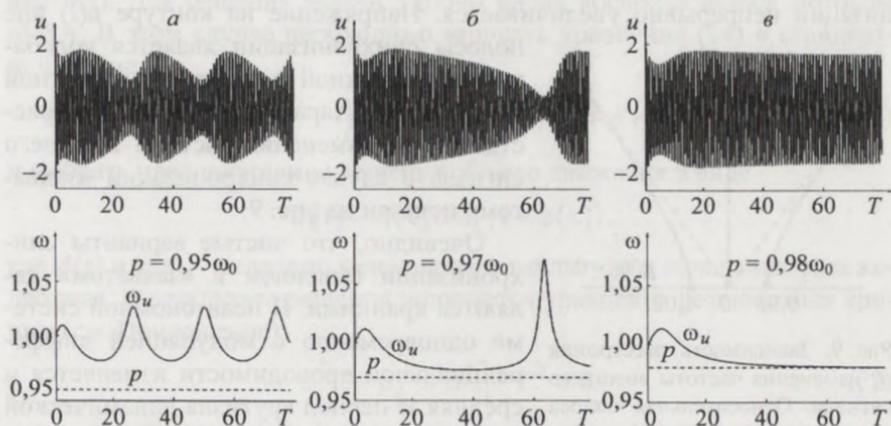


Рис. 8. Процесс установления двухчастотного режима: а – вне полосы синхронизации, б – вблизи границы синхронизации; в – процесс установления одночастотного – синхронного режима;  $V = 0,05A_0$

Вне полосы захватывания в неавтономной системе, наряду со слабыми вынужденными колебаниями, существуют и автоколебания, частота которых  $\omega$  не равна частоте внешней ЭДС  $p$ , но она не совпадает и с частотой автономного генератора  $\omega_0$ . Последнее обстоятельство можно объяснить следующим образом. Слабые вынужденные колебания, хотя и модулируют дифференциальную проводимость, но в малых пределах. Поэтому изменение величины собственного колебания генерато-

ра в момент внесения энергии в контур оказывается небольшим, небольшим будет и изменение фазы и частоты автоколебаний. Тем не менее, последняя смещается в сторону частоты вынужденных колебаний  $p$ , как принято говорить – происходит **частичное увлечение частоты** автоколебаний. Результирующее колебание в системе представляет собой и в этом случае биения. С приближением  $p$  к границе полосы синхронизации к ней подтягивается и  $\omega$ , период биений возрастает, в пределе стремясь к бесконечности. Так как в процессе подтягивания частота и амплитуда автоколебаний не остаются постоянными, а оказываются модулированными, то картина биений становится несимметричной. Сказанное иллюстрируют картины установления суммарного колебания и его частоты для трёх значений расстройки (см. рис. 8). Как видим, огибающая биений имеет сложную – негармоническую – форму, а их период при подходе частоты внешней ЭДС к границе области синхронизации непрерывно увеличивается. Напряжение на контуре  $u(t)$  вне

полосы синхронизации является колебанием со сложной амплитудно-частотной модуляцией. Характер зависимости расстройки от изменения частоты внешнего сигнала в случае синхронизации «захватом» показан на рис. 9.

Очевидно, что чистые варианты синхронизации гашением и «захватом» являются крайними. В неавтономной системе одновременно с модуляцией дифференциальной проводимости изменяется и средняя за период крутизна динамической характеристики активного элемента. При очень малых амплитудах внешней ЭДС  $V$

это изменение практически незаметно и имеет место «захват» частоты. Но с ростом  $V$  убывание средней крутизны оказывается ощутимым. Поэтому одновременно с автопараметрическим эффектом возникает и асинхронный эффект, то есть с увеличением амплитуды вынужденных колебаний начнётся гашение захватываемых автоколебаний. Амплитуда приложенной ЭДС, при которой начнётся гашение, определяет границу автопараметрической синхронизации. Таким образом, с ростом амплитуды действующей ЭДС автопараметрическая синхронизация может переходить в синхронизацию гашением автоколебаний.

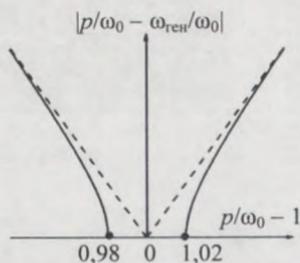


Рис. 9. Зависимость расстройки от изменения частоты внешнего сигнала. Относительная полоса синхронизации равна 4%

### 3.4.3. Полоса синхронизации

Для определения полосы синхронизации необходимо, во-первых, найти зависимость амплитуды стационарных автоколебаний неавтономной системы от частоты и амплитуды воздействующей ЭДС, то есть – резонансные кривые, или кривые синхронизации. Во-вторых, – найти границы областей устойчивости этих колебаний. И, наконец, найдя точки пересечения резонансных кривых и границ областей устойчивости, определить полосу синхронизации. Всё это можно сделать, решив уравнение движения рассматриваемой системы (14). При его решении или при экспериментальном исследовании явления синхронизации в «резонансном» случае (синхронизация «захватом») из-за близости частот  $p$  и  $\omega_0$  разделить вынужденные колебания и автоколебания не представляется возможным. Поэтому приходится искать результирующее движение  $u(\tau)$ . Для решения задачи удобно вновь воспользоваться методом ММА. В этом случае необходимо записать уравнение (14) в стандартной форме:

$$\ddot{u} + \gamma^2 u = (\gamma^2 - 1)u + (\varepsilon + \delta_1 u - \delta_2 u^2)\dot{u} + V \cos(\gamma\tau) \quad (21)$$

и выбрать предполагаемое решение общего движения в виде

$$u(\tau) = A(\tau) \cos(\gamma\tau + \varphi(\tau)),$$

где  $A(\tau)$  и  $\varphi(\tau)$  – медленно меняющиеся амплитуда и начальная фаза колебания. В результате решения получается уравнение резонансных кривых (см. Приложение):

$$\rho \left[ (1 - \rho)^2 + \sigma^2 \right] - P^2 = 0. \quad (22)$$

Здесь  $\rho = A^2/A_0^2$  – квадрат относительной амплитуды,  $A_0$  – амплитуда колебаний автономного генератора,  $\sigma = (\gamma^2 - 1)/\varepsilon\gamma$  – относительная расстройка,  $P = V/\varepsilon A_0$  – относительная амплитуда внешней ЭДС. Уравнение (22) устанавливает зависимость амплитуды синхронных стационарных колебаний от частотной расстройки и амплитуды внешней силы. При определённых величинах  $\sigma$  и  $P$  оно может иметь три действительных корня, то есть три значения амплитуды синхронных колебаний. Уже хотя бы поэтому необходимо провести исследование устойчивости стационарного режима синхронных колебаний. В то же время со-

вершено очевидно, что неавтономные колебания, синхронные с действующей ЭДС, будут существовать только при определенных соотношениях между расстройкой и амплитудой ЭДС. Эти соотношения определяются условиями локальной устойчивости решения, которые в данном случае принимают вид

$$\rho \geq 0,5; \quad (23)$$

$$(1 - \rho)(1 - 3\rho) + \sigma^2 \geq 0. \quad (24)$$

Первое условие (23) определяет устойчивость синхронных колебаний по амплитуде, и, как видим, оно совпадает с условием (19) асинхронного гашения автоколебаний в неавтономной системе. Второе условие (24) соответствует условию устойчивости неавтономных колебаний по фазе и определяет границы возможной автопараметрической синхронизации. Граничная кривая имеет форму эллипса с центром в точке  $\sigma = 0$ ,  $\rho = 2/3$  с вертикальной полуосью, равной  $1/3$ , и горизонтальной полуосью, равной  $\sqrt{1/3}\epsilon$ . Границы полосы синхронизации определяются точками пересечения резонансных кривых и кривых, ограничивающих области устойчивости колебаний. На рис. 10 приведены графики резонансных кривых (22) совместно с границами (23), (24) областей устойчивости.

Найдем ширину полосы синхронизации. Как видно из рис. 10, она лежит между точками пересечения резонансных кривых и границ областей устойчивости и зависит от амплитуды внешней силы. К сожалению,

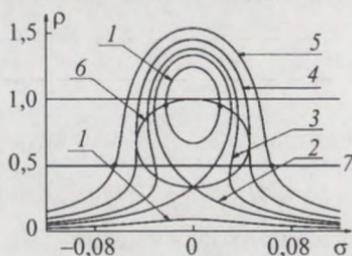


Рис. 10. Резонансные кривые (1 – 5) и границы областей устойчивости стационарных колебаний по фазе (6) и амплитуде (7). Резонансные кривые построены при следующих значениях  $P^2$ : 1 –  $2/27$ , 2 –  $4/27$ , 3 –  $5,4/27$ , 4 –  $8/27$ , 5 –  $12/27$

аналитически найти эту зависимость в общем случае не представляется возможным. Рассмотрим два простейших случая. Предположим сначала, что внешняя ЭДС настолько мала, что резонансные кривые опираются на вершину эллипса, где  $\rho \approx 1$  (точки пересечения кривых 1 и 6). Это соответствует **синхронизации «захватом»**. Подставим это значение  $\rho$  в уравнение резонансных кривых (26) и найдем, что  $\sigma^2 = F^2$ , или после необхо-

димых подстановок

$$\frac{2(p - \omega_0)}{\omega_0} \approx \frac{V}{A_0}. \quad (25)$$

Величина слева – это есть относительная ширина полосы захватывания. В рассматриваемом случае она равна отношению амплитуд внешней ЭДС и автономных колебаний..

При больших значениях  $V$  резонансные кривые опираются уже не на эллипс устойчивости по фазе, а на горизонтальную прямую  $\rho^2 = 1/2$ , определяющую границу устойчивости по амплитуде (точки пересечения кривых 5 и 7). Это соответствует режиму **синхронизации гашением**. Подстановка  $\rho^2 = 1/2$  в (26) даёт  $\sigma^2 = 2F^2 - 0,25$  или

$$\frac{2(p - \omega_0)}{\omega_0} \approx \sqrt{2} \frac{V}{A_0}. \quad (26)$$

Как видно, это совпадает с тем, что было получено ранее (см. формулу (20)). Для промежуточных значений  $V$ , когда резонансные кривые опираются на скаты эллипса, можно положить

$$\frac{2(p - \omega_0)}{\omega_0} = k \frac{V}{A_0}, \quad 1 \leq k \leq \sqrt{2}.$$

#### 3.4.4. О механизме синхронизации автоколебаний

Выше говорилось, что вынужденные колебания, вызванные внешним сигналом, **изменяют момент внесения энергии** от источника питания **в контур** (например, момент подталкивания маятника в часах), что приводит к изменению скорости нарастания колебаний. Это можно представить себе таким образом – вынужденные колебания, складываясь с автоколебаниями, увеличивают, или уменьшают, текущую величину суммарного движения, тем самым изменяют **момент** достижения максимального отклонения колебания от положения равновесия и начала движения в обратную сторону.

Для простоты рассуждений (и графических построений) рассмотрим вариант, когда автогенератор вырабатывает симметричные колебания треугольной формы. (В скобках напомним, что спектр таких колебаний весьма близок спектру чисто гармонических сигналов, поскольку в нём содержатся лишь нечётные гармоники, амплитуда которых убывает пропорционально квадрату номера гармоники.) При-

мер построений предложенного варианта изображён на рис. 11. Сигнал автоколебаний  $y(t)$  – периодическая последовательность равносторонних треугольников – изображён тонкими линиями. Вынужденные колебания  $x(t)$  (опять же для наглядности построения) взяты в виде коротких импульсов. На рисунках введены обозначения:  $T_{\text{своб}}$ ,  $T_{\text{внеш}}$ ,  $T_{\text{вын}}$  – период свободных, период внешних и период вынужденных (захваченных) колебаний в системе. Итоговое колебание  $y_{\text{вын}}$  показано жирными линиями.

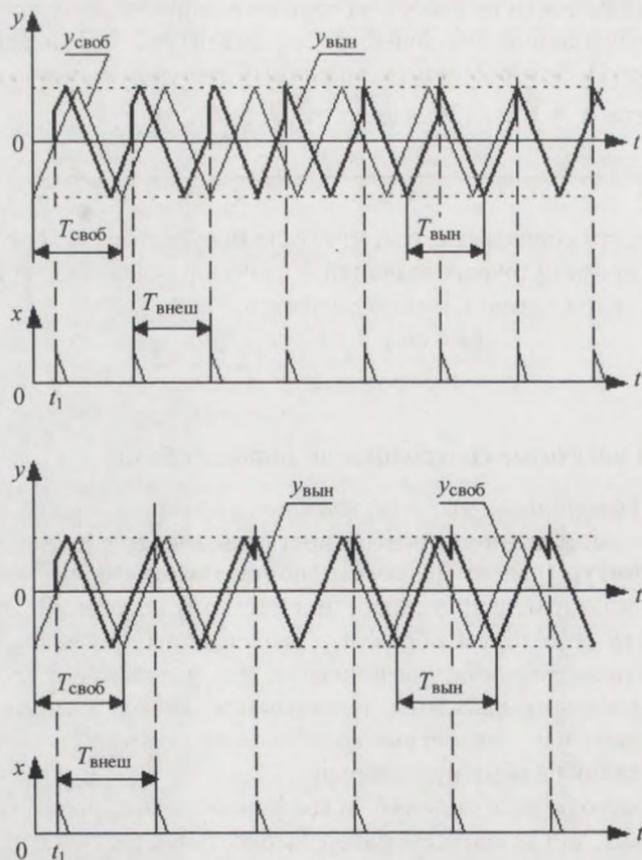


Рис. 11. Иллюстрация механизма захвата колебаний в случае, когда частота внешней ЭДС выше (верхний рисунок) и ниже (нижний рисунок) частоты автоколебаний. Здесь точечные линии указывают уровни ограничения нарастания колебаний

Из построений видно, что внешний сигнал действительно изменяет момент достижения уровня ограничения – смещает вершину треугольника, тем самым изменяет период итогового колебания. Из рисунков следует, что захват наступает тогда, когда суммарный сигнал превышает уровень ограничения (это превышение показано тонкими линиями над уровнем ограничения). Подобным построением легко пояснить механизм частичного увлечения и модуляции частоты вне полосы синхронизации. Читателям предлагается это проделать самостоятельно.

К сожалению, такое построение значительно усложняется и становится менее наглядным, если взять оба сигнала в виде гармонических функций, хотя процессы и в этом случае в принципе протекают также.

### Контрольные вопросы

1. Что Вы понимаете под явлением синхронизации автогенератора?
2. В чём состоит явление резонанса второго рода?
3. Какие виды взаимодействий могут иметь место при подаче внешней гармонической ЭДС на генерирующую и на недовозбуждённую автоколебательную систему?
4. Почему такие взаимодействия могут возникнуть только в нелинейных системах?
5. Чем отличается синхронизация на субгармонике внешнего сигнала от резонанса второго рода?
6. Какие изменения параметров автоколебательной системы вызывает внешняя гармоническая сила?
7. Почему резонанс второго рода относится к параметрическим явлениям?
8. Как объяснить механизм синхронизации гашением?
9. Как происходит синхронизация захватом?
10. В чём состоит и как объясняется эффект частичного увлечения частоты?
11. Почему вне полосы синхронизации колебания имеют вид биений?
12. Как и почему отличаются биения вне полосы синхронизации при малом и большом внешних сигналах?
13. Какой вид имеют кривые синхронизации и границы областей устойчивости по фазе и по амплитуде?
14. Каким образом теоретически определяются полосы синхронизации для различных по амплитуде внешних сигналов?
15. Попробуйте пояснить механизм явления синхронизации.

#### 4. Методические указания

Принципиальная схема лабораторной установки представлена на рис. 12.

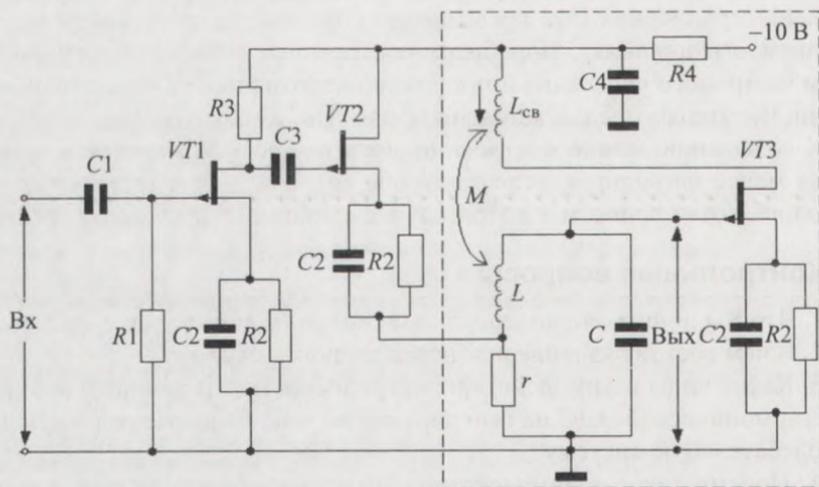


Рис. 12. Принципиальная схема экспериментальной установки. На схеме:  $C1$ ,  $C2$  – разделительные конденсаторы,  $R1$  – резистор утечки в цепи затвора;  $R2$ ,  $C2$  – элементы цепей автосмещения;  $R3$  – нагрузка первого усилителя;  $C4$ ,  $R4$  – элементы фильтра в цепи питания. Схема исследуемого автогенератора очерчена пунктирным прямоугольником

Генератор почти гармонических колебаний с колебательным контуром в цепи затвора и трансформаторной обратной связью собран на полевом транзисторе  $VT3$  (КП103М). Величина обратной связи варьируется путём изменения коэффициента взаимной индукции катушек  $M$ , что позволяет переводить автогенератор из режима генерации в потенциально автоколебательный режим. При изучении резонанса второго рода величину связи следует устанавливать лишь немного меньше той, которая соответствует порогу самовозбуждения генератора.

Внешний сигнал подаётся на входные клеммы макета «Вх». Воздействие же на сам исследуемый автогенератор осуществляется через эмиттерный повторитель  $VT2$  (КП1103М), нагрузка которого  $r$  включена в колебательный контур. Чтобы сохранить высокую добротность колебательного контура, величина  $r$  выбрана достаточно малой (39 Ом).

При такой малой нагрузке коэффициент передачи повторителя оказывается значительно меньше единицы, поэтому входной сигнал дополнительно усиливается резистивным усилителем, собранным на транзисторе  $VT1$  (КП103М). Общий коэффициент передачи усилителя и повторителя подбирается близким к единице.

Практически возникновение синхронного режима устанавливается как наблюдением на экране осциллографа формы огибающей результирующего колебания исследуемого генератора, так и наблюдением его спектра с помощью анализатора спектра. Для этого сигнал с точек схемы «Вых» («ВЫХОД» на передней панели макета) подается на вход  $Y$  осциллографа и на вход анализатора спектра. По форме биений вблизи границы области синхронизации и по характеру изменения спектра определяются амплитуды внешнего воздействия, соответствующие режимам «гашения» и «захвата». Измерение амплитуды синхронизированного колебания осуществляется вольтметром, измерение частоты – частотомером. Причём частотомер для развязки с исследуемым генератором включается на выходе вольтметра.

## 5. Приложение

### 5.1. Уравнение движения автогенератора на полевом транзисторе

Схема автогенератора на полевом транзисторе с контуром в цепи затвора и трансформаторной обратной связью изображена на рис. 4. Составление уравнения движения для этой схемы начинается с записи уравнения контура. Будем считать, что напряжение смещения затвора  $E_{зат}$  выбрано примерно в центре динамической ВАХ транзистора, амплитуда установившихся колебаний напряжения на контуре  $u(t)$  меньше напряжения  $E_{зат}$ , вследствие чего отсутствует ток затвора. Поэтому ток контура не ответвляется в цепь затвора и  $i_C = i_L = i$ . Далее необходимо учесть, что в колебательный контур введены две ЭДС – внешняя ЭДС  $u(t)_{внеш}$  и индуцированная из цепи стока ЭДС обратной связи, равная  $M \frac{di_{ст}}{dt}$ . Таким образом, на основании второго закона Кирхгофа можно записать

$$u_L + u_r + u_C = u(t)_{внеш} + M \frac{di_{ст}}{dt}. \quad (27)$$

В левой части уравнения (27) нетрудно перейти к одной переменной – напряжению на затворе  $u$ . Для этого нужно учесть, что  $u = u_C$ , а  $i = i_C = C\dot{u}$ , откуда

$$u_L = L \frac{di}{dt} = LC\ddot{u}, \quad u_r = ri = rC\dot{u}. \quad (28)$$

Стоящий в правой части уравнения (27) ток стока  $i_{ct}$  необходимо связать с напряжением на затворе  $u$ . Для этого следует воспользоваться переходной динамической характеристикой транзистора, то есть *зависимостью тока стока от напряжения на затворе при фиксированных параметрах* схемы. При указанном выше выборе положения рабочей точки динамическую характеристику можно аппроксимировать полиномом третьей степени:

$$i_{ct} = I_0 + s_0u + \frac{1}{2}s_1u^2 - \frac{1}{3}s_2u^3. \quad (29)$$

Такая запись аппроксимирующей функции, с одной стороны, учитывает несимметричность характеристики относительно рабочей точки, с другой – за счёт квадратичного члена описывает перемножение суммы двух напряжений – внешнего  $u(t)_{\text{внеш}}$  и собственного  $u(t)_{\text{соб}}$ , что требуется при анализе неавтономной системы. Подставив (28) и (29) в уравнение (27) и поделив его на  $L$ , нетрудно получить

$$\ddot{u} + \frac{1}{L} \left[ r - \beta \frac{L}{C} (s_0 + s_1u - s_2u^2) \right] \dot{u} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 V \cos(mpt). \quad (30)$$

Здесь  $\beta = \frac{M}{L}$  – коэффициент обратной связи,  $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$  – резонансная частота контура,  $m \approx p/\omega_0$  – порядок кратности частот. Если ввести следующие обозначения:

$$\varepsilon = \frac{\beta s_0}{\omega_0 C} - \frac{r}{\omega_0 L}, \quad \delta_1 = \beta \frac{s_1}{\omega_0 C}, \quad \delta_2 = \beta \frac{s_2}{\omega_0 C}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad \gamma = \frac{p}{\omega_0},$$

то уравнение (30) приобретает вид

$$\ddot{u} - (\varepsilon + \delta_1 u - \delta_2 u^2) \dot{u} + u = V \cos(m\gamma\tau). \quad (31)$$

## 5.2. Аналитическое исследование явления резонанса второго рода

Рассматривается недовозбуждённая автоколебательная система. Её математическая модель – уравнение (31). Но затухание регенерированной системы  $\varepsilon$  отрицательно. Кроме того, порядок кратности  $m$  равен двум. С учётом сказанного уравнение движения системы приобретает вид

$$\ddot{u} + (\varepsilon - \delta_1 u + \delta_2 u^2) \dot{u} + u = V \cos(2\gamma\tau). \quad (32)$$

Требуется определить те значения амплитуд и частот внешней ЭДС, при которых в системе может произойти возбуждение автоколебаний с частотой  $\omega = p$  ( $\gamma = 1$ ). Как указывалось ранее, динамическая переменная  $u$  является суммой двух движений:  $x$  – вынужденного колебания, определяемого внешней ЭДС, и  $y$  – собственного колебания:

$$u = x + y. \quad (33)$$

Вначале находится  $x(t)$ . Так как вынужденные колебания происходят с частотой, равной удвоенной резонансной частоте колебательного контура, то они имеют малую амплитуду, которая слабо зависит от небольших изменений частоты  $p$ . Поэтому для  $x$  из (32) можно исключить нелинейные слагаемые и параметр  $\varepsilon$ , отвечающий за резонансные свойства системы, и записать

$$\ddot{x} + x = V \cos(2\gamma\tau). \quad (34)$$

Уравнение (34) имеет решение

$$x(\tau) = \frac{V}{4\gamma^2 - 1} \cos(2\gamma\tau) = B \cos(2\gamma\tau). \quad (35)$$

Далее необходимо определить  $y(t)$ . Для этого нужно составить уравнение относительно  $y(t)$ . Подставив (33) в (32) и приняв во внимание (35), с учётом (34) можно записать

$$\begin{aligned} \ddot{y} + \left[ \varepsilon - \delta_1 (y + B \cos(2\gamma\tau)) + \delta_2 (y + B \cos(2\gamma\tau))^2 \right] \times \\ \times [\dot{y} - 2\gamma B \sin(2\gamma\tau)] \dot{y} + y = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Решение полученного уравнения в первом приближении находится методом ММА. В соответствии с алгоритмом метода вначале уравнение (36) записывается в стандартной форме, то есть так, чтобы в левой час-

ти стояло уравнение осциллятора, колеблющегося на искомой частоте, в данном случае – на частоте  $p$  или (при безразмерной записи)  $\gamma$  :

$$\ddot{y} + \gamma^2 y = (\gamma^2 - 1)y - \left[ \varepsilon - \delta_1 (y + B \cos(2\gamma\tau)) + \delta_2 (y + B \cos(2\gamma\tau))^2 \right] \times \\ \times [\dot{y} - 2\gamma B \sin(2\gamma\tau)] \dot{y} + y \equiv f(y, \dot{y}, \tau). \quad (37)$$

Затем задаётся вид предполагаемого решения:

$$y(t) = A(t) \cos(\gamma t + \varphi(t)), \quad \dot{y}(t) = -A(t) \gamma \sin(\gamma t + \varphi(t)). \quad (38)$$

Укороченные уравнения для амплитуды и фазы находятся по формулам

$$\frac{dA}{d\tau} = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_0^{2\pi} f(A \cos(\psi), -A\gamma \sin(\psi), \tau) \sin(\psi) d\psi, \quad (39) \\ \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{1}{2\pi\gamma A} \int_0^{2\pi} f(A \cos(\psi), -A\gamma \sin(\psi), \tau) \cos(\psi) d\psi.$$

Здесь  $\psi = \gamma t + \varphi$ . Далее нужно в интегралы подставить явные выражения функции  $f(A \cos(\psi), -A\gamma \sin(\psi), \tau)$  и провести интегрирование (что занимает некоторое заметное время). В итоге получаются следующие укороченные уравнения:

$$\frac{dA}{d\tau} = \frac{A}{2} \left[ \varepsilon + \frac{\delta_2}{2} \left( \frac{A^2}{2} + B^2 \right) - \frac{\delta_1 B}{2} \cos(\varphi) \right] \equiv \Phi(A, \varphi), \quad (40) \\ \frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \frac{\delta_1 B}{2} \sin(\varphi) \equiv \Omega(A, \varphi).$$

Напомним, что  $\sigma = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} = \frac{p}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{p} \approx \frac{2(p - \omega_0)}{\omega_0}$  – есть относительная расстройка.

Следующий шаг – определение зависимости амплитуды стационарных колебаний от частоты (или расстройки) и от амплитуды вынужденных колебаний. Условие стационарности, то есть неизменяемости амплитуды и начальной фазы колебаний, есть равенство нулю скоростей изменения этих параметров движения  $\dot{A} = \dot{\varphi} = 0$ . Из (40) следует

$$\begin{aligned} \varepsilon + \frac{\delta_2}{2} \left( \frac{A_{\text{ст}}^2}{2} + B^2 \right) &= \frac{\delta_1 B}{2} \cos(\varphi_{\text{ст}}), \\ -\sigma &= \frac{\delta_1 B}{2} \sin(\varphi_{\text{ст}}). \end{aligned} \quad (41)$$

В уравнения (41) входят три переменных  $A_{\text{ст}}$ ,  $\sigma$  и  $\varphi_{\text{ст}}$ , а отыскивается связь только двух первых, поэтому третью необходимо исключить. Для этого можно, например, возвести в квадрат правые и левые части уравнений и сложить их. Тогда получится

$$\left[ \varepsilon + \frac{\delta_2}{2} \left( \frac{A_{\text{ст}}^2}{2} + B^2 \right) \right]^2 + \sigma^2 = \frac{\delta_1^2 B^2}{2}.$$

Отсюда сразу находится искомая зависимость (см. формулу (13)):

$$A_{\text{ст}}^2 = \frac{4}{\delta_2} \left[ \sqrt{\left( \frac{1}{2} \delta_1 B \right)^2 - \sigma^2} - \varepsilon - \frac{1}{2} \delta_2 B^2 \right]. \quad (42)$$

### 5.3. Аналитическое исследование субгармонического захватывания

Алгоритм решения задачи о субгармонической синхронизации полностью совпадает с алгоритмом анализа явления резонанса второго рода. Вся разница в том, что генератор возбуждён, параметр  $\varepsilon$  положителен и нет нужды выяснять, откуда же первоначально берётся собственное колебание в системе. Так как  $\varepsilon > 0$ , то в итоге решения получается то же соотношение (42), в котором сменился знак параметра  $\varepsilon$ :

$$A_{\text{ст}}^2 = \frac{4}{\delta_2} \left[ \sqrt{\left( \frac{1}{2} \delta_1 B \right)^2 - \sigma^2} + \varepsilon - \frac{1}{2} \delta_2 B^2 \right]. \quad (43)$$

Отсюда видно, что при любом сколь угодно малом внешнем воздействии амплитуда стационарных колебаний  $A_{\text{ст}}$  не обращается в нуль, с уменьшением  $B$  сужается полоса синхронизации (уменьшается расстройка  $\sigma$ ) и при  $B = 0$  амплитуда стационарных колебаний становится

равной амплитуде колебаний автономного генератора  $A_{\text{ст}} = 2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\delta_2}}$ .

Иными словами – отсутствует порог синхронизации.

#### 5.4. Аналитическое исследование гармонической синхронизации

Уравнение движения для исследуемой системы было получено выше (31), только в нём нужно положить параметр кратности равным единице:

$$\ddot{u} - (\varepsilon + \delta_1 u - \delta_2 u^2) \dot{u} + u = V \cos(\gamma \tau). \quad (44)$$

Далее анализ проводится для случая небольших расстройек, когда невозможно разделение вынужденных и автоколебаний. Задача решается методом ММА. В соответствии с алгоритмом метода записывается уравнение в стандартной форме:

$$\ddot{u} + \gamma^2 u = (\gamma^2 - 1)u + (\varepsilon + \delta_1 u - \delta_2 u^2) \dot{u} + V \cos(\gamma \tau) \equiv f(u, \dot{u}, \tau). \quad (45)$$

Затем задаётся вид предполагаемого решения:

$$u(t) = A(t) \cos(\gamma \tau + \varphi(\tau)), \quad \dot{u}(t) = -\gamma A(t) \sin(\gamma \tau + \varphi(\tau)) \quad (46)$$

и находятся укороченные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\tau} &= \frac{1}{2\pi\gamma} \int_0^{2\pi} f(A \cos(\psi), -A\gamma \sin(\psi), \tau) \sin(\psi) d\psi, \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= \frac{1}{2\pi\gamma A} \int_0^{2\pi} f(A \cos(\psi), -A\gamma \sin(\psi), \tau) \cos(\psi) d\psi. \end{aligned} \quad (47)$$

Здесь  $\psi = \gamma \tau + \varphi$ . Подстановка подынтегральных функций в явном виде и интегрирование (47) приводит к следующему виду укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\tau} &= \frac{A}{2} \left[ \varepsilon + \delta_2 \frac{A^2}{4} \right] - \frac{V}{2\gamma} \sin(\varphi) \equiv \Phi(A, \varphi), \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= -\frac{\gamma^2 - 1}{2\gamma} - \frac{V}{2\gamma A} \cos(\varphi) \equiv \Omega(A, \varphi). \end{aligned} \quad (48)$$

Для определения зависимости амплитуды установившихся синхронных колебаний от расстройки (резонансные кривые) и полосы синхронизации необходимо рассмотреть режим стационарных колебаний, когда  $\dot{A} = \dot{\varphi} = 0$ . После нахождения указанной зависимости следует опреде-

лить границы областей устойчивости стационарных колебаний и затем – точки пересечения резонансных кривых и границ областей устойчивости. Эти точки и определяют полосу устойчивого синхронного режима. Итак, уравнения стационарных колебаний:

$$A_{\text{ст}} \left[ \varepsilon + \delta_2 \frac{A_{\text{ст}}^2}{4} \right] = \frac{V}{\gamma} \sin(\varphi_{\text{ст}}),$$

$$-\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} A_{\text{ст}} = \frac{V}{\gamma} \cos(\varphi_{\text{ст}}).$$
(49)

Для сокращения записи введём следующие обозначения:

$$A_0^2 = 4 \frac{\varepsilon}{\delta_2}, \quad \rho = \frac{A_{\text{ст}}^2}{A_0^2}, \quad \sigma = \frac{\gamma^2 - 1}{\varepsilon \gamma}, \quad P^2 = \frac{V^2}{\varepsilon^2 \gamma^2 A_0^2}.$$
(50)

Смысл этих величин очевиден, отметим только, что индекс «ст» указывает на значения, вычисленные в стационарном режиме, то есть из системы уравнений (49). Чтобы избавиться от фазы, как обычно, возведём в квадрат левую и правую части (49) и с учётом введённых обозначений получим следующее уравнение кривых синхронизации:

$$\rho \left[ (1 - \rho)^2 + \sigma^2 \right] - P^2 = 0.$$
(51)

Построение этих зависимостей можно провести различными методами. В результате получатся кривые, приведённые на рис. 10. Теперь необходимо определить границы областей устойчивости синхронных колебаний. Для этого придётся воспользоваться известными критериями устойчивости по фазе и по амплитуде:

$$\left( \frac{\partial \Phi(A, \varphi)}{\partial A} + \frac{\partial \Omega(A, \varphi)}{\partial \varphi} \right)_{\text{ст}} \leq 0,$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi(A, \varphi)}{\partial \varphi} & \frac{\partial \Phi(A, \varphi)}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \Omega(A, \varphi)}{\partial \varphi} & \frac{\partial \Omega(A, \varphi)}{\partial \varphi} \end{pmatrix}_{\text{ст}} \geq 0.$$
(52)

Вычисление производных при выполнении (49) даёт

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Phi}{\partial A} \right|_{\text{ст}} &= \frac{\varepsilon}{2} \left( 1 - 3 \frac{A_{\text{ст}}^2}{A_0^2} \right), \\ \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right|_{\text{ст}} &= -\frac{V}{2\gamma} \cos(\varphi_{\text{ст}}) = \frac{\gamma^2 - 1}{2\gamma} A_{\text{ст}}, \\ \left. \frac{\partial \Omega}{\partial A} \right|_{\text{ст}} &= \frac{V}{2\gamma A_{\text{ст}}^2} \cos(\varphi_{\text{ст}}) = -\frac{\gamma^2 - 1}{2\gamma A_{\text{ст}}}, \\ \left. \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} \right|_{\text{ст}} &= \frac{V}{2\gamma A_{\text{ст}}} \sin(\varphi_{\text{ст}}) = \frac{\varepsilon}{2} \left( 1 - \frac{A_{\text{ст}}^2}{A_0^2} \right). \end{aligned} \quad (53)$$

После подстановки (53) в (52) с учётом принятых выше обозначений (50) получаются следующие условия устойчивости:

$$\begin{aligned} \rho &\geq \frac{1}{2}, \\ (1 - 3\rho)(1 - \rho) + \sigma^2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (54)$$

Таким образом, получены все соотношения, использованные в обсуждении задачи о синхронизации автогенераторов томсоновского типа внешним гармоническим сигналом.

# **КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ СВЧ-АВТОГЕНЕРАТОРОВ**

## **1. Цель работы**

Изучение влияния свойств канала взаимной связи двух СВЧ-автогенераторов на характеристики и условия устойчивости синхронных колебаний.

## **2. Задание**

**2.1.** При подготовке к работе необходимо изучить следующие вопросы теории [1. С. 106 – 111, 131 – 134; 2; 3]: описание взаимодействия автогенераторов с помощью обобщенной модели цепи связи, содержащей общую нагрузку; режимы стационарных синхронных колебаний системы двух автогенераторов и их зависимость от параметров канала связи.

**2.2.** Ознакомиться со структурной схемой экспериментальной установки и правилами работы с радиоизмерительными приборами; изучить особенности схемы питания и электронной перестройки транзисторных автогенераторов СВЧ; снять модуляционные характеристики автогенераторов в автономном режиме.

**2.3.** Провести следующие экспериментальные исследования системы двух связанных транзисторных автогенераторов: путем подбора электрической длины канала связи настроить систему в режимы суммирования (несимметричная система) или вычитания (симметричная система) мощностей в общей нагрузке; снять мощностно-частотные характеристики в полосе синхронизации; пронаблюдать неустойчивость когерентного режима в симметричной системе в области резонансной настройки канала связи и трансформацию спектра колебаний при изменении взаимной частотной расстройки автогенераторов.

### 3. Теоретическая часть

В системе автогенераторов при наличии взаимной связи между ними и при близости их собственных частот может наступить взаимная синхронизация; колебания всех автогенераторов при этом происходят на одной частоте с неизменяющимися разностями фаз. Наиболее широкое практическое применение это явление находит при создании источников колебаний повышенной мощности. Большое число относительно маломощных автогенераторов, объединенных в систему, при определенных условиях могут работать в когерентном режиме с суммированием мощностей автогенераторов в общей нагрузке или в пространстве. Кроме того, системы взаимно синхронизированных автогенераторов обладают дополнительными, по сравнению с отдельными генераторами, функциональными возможностями. Амплитуды и фазы колебаний когерентных систем зависят от взаимной частотной расстройки автогенераторов, что позволяет строить на их основе управляющие устройства – модуляторы и демодуляторы (детекторы).

Синхронные режимы когерентной многогенераторной системы характеризуются определенными фазовыми соотношениями колебаний автогенераторов. Условия существования заданного режима и стабильность работы системы зависят, прежде всего, от тех параметров цепи взаимной связи, которые определяют взаимодействие автогенераторов. Эти параметры, в свою очередь, зависят от строения цепи (канала связи) и ее элементов и в принципе могут изменяться в широких качественных и количественных пределах. Оказывается, что даже в простейших системах двух автогенераторов могут существовать разнообразные виды движений, включая регулярные и хаотические колебания.

#### 3.1. Система двух взаимно связанных автогенераторов

На рис. 1 показана система двух связанных автогенераторов. Автогенераторы изображены колебательными контурами  $L_k, C_k$  ( $k = 1, 2$ ), нелинейными активными элементами  $S_k$  и связаны друг с другом через линейный взаимный четырехполюсник  $Y$ , который содержит общую нагрузку или другие диссипативные элементы. Идеальные трансформаторы с коэффициентами трансформации  $N$  отражают наличие в автогенераторах цепей согласования, обеспечивающих необходимое включение (трансформацию) нагрузки в колебательную систему автогенератора. Фазовые свойства этих цепей формально могут быть отнесены к

внешней цепи  $Y$ . Взаимодействие автогенераторов и их взаимная синхронизация осуществляются посредством сигналов, передаваемых через цепь  $Y$  от одного автогенератора к другому.

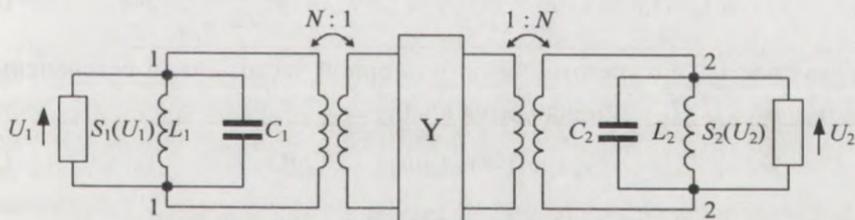


Рис. 1. Система двух взаимно связанных автогенераторов

Полагаем, что резонансные системы автогенераторов обладают достаточно высокими избирательными свойствами, поэтому в системе развивается почти гармонический колебательный процесс с некоторой частотой  $\omega_0$  и медленно меняющимися комплексными амплитудами напряжений

$$U_k = U_k(t) \exp(j\varphi_k(t)) \quad (1)$$

(последние часто называют «оггибающими»); частота  $\omega_0$  при этом лежит в пределах полос резонансных систем. Это дает основание считать, что в колебательном процессе участвуют только первые гармоники токов  $I_k$  активных элементов. Активные элементы в этом случае можно представить усредненными (принято говорить – «усредненными по первой гармонике») проводимостями

$$S_k(U_k) = \frac{I_k}{U_k} = -G_k(U_k) + jB_k(U_k).$$

Вещественные части проводимостей отрицательны, что указывает на регенерацию системы. Четырехполюсник  $Y$  описывается комплексными коэффициентами матрицы проводимостей  $y_{kk}(j\omega)$ ,  $y_{kl}(j\omega)$ .

Запишем укороченные дифференциальные уравнения, воспользовавшись формализмом символического метода [2] (см. Приложение). В силу медленности изменения амплитуды и фазы колебательного процесса можно считать, что его спектр лежит в пределах полос резонансных систем. Поэтому при описании комплексных проводимостей колебательных контуров можно ограничиться линейной аппроксимацией их

мнимых частей  $y_k(j\omega) = j\omega C_k + 1/j\omega L_k$  для малой отстройки  $j\Omega = j(\omega - \omega_0)$  вблизи частоты  $\omega_0^1$ :

$$y_k(j\omega) = y_k(j\omega_0 + j\Omega) \approx y_k(j\omega_0) + \left. \frac{dy_k(j\omega)}{d\omega} \right|_{\omega_0} j\Omega. \quad (2)$$

Правая часть (2) с учетом близости опорной частоты  $\omega_0$  и резонансных частот  $\omega_k = 1/\sqrt{L_k C_k}$  приводится к виду

$$y_k(j\omega) \approx y_k(j\omega_0) + 2C_k j\Omega, \quad (3)$$

где  $y_k(j\omega_0) = jC_k(\omega_0^2 - \omega_k^2)/\omega_0 \approx j2C_k \Delta\omega_k$ ,  $\Delta\omega_k = \omega_0 - \omega_k$ .

После этого переход к укороченным дифференциальным уравнениям производится путем формальной замены малой расстройки в (2) символом дифференцирования:

$$j\Omega = p \equiv d/dt. \quad (4)$$

В соответствии с описанным правилом дифференциальные укороченные уравнения системы автогенераторов (рис.1) в символической форме можно записать так:

$$\left[ N^2 S_k(U_k) + N^2 y_k(p) + y_{kk}(p) \right] U_k + y_{kl}(p) U_l = 0. \quad (5)$$

«Укороченная» символическая проводимость  $y_k(p)$  колебательных контуров автогенераторов задается выражением

$$y_k(p) = y_k(j\omega_0) + 2C_k p. \quad (3a)$$

Аппроксимация типа (2) при выполнении указанных условий применяется также и для цепей, имеющих более сложные, чем у колебательного контура, частотные характеристики. Так, укороченные дифференциальные операторы уравнений (5)  $y_{kk}(p)$  и  $y_{kl}(p)$  будут получены из выражений для  $y_{kk}(j\omega)$ ,  $y_{kl}(j\omega)$  аналогичным образом.

Следующим шагом построения математической модели системы является введение в уравнения (5) конкретных выражений для операторов  $y_{kk}(p)$  и  $y_{kl}(p)$ . Совершенно очевидно, что эти операторы не могут рассматриваться как независимые: между ними должна существовать функциональная связь, обусловленная принадлежностью исходных па-

<sup>1</sup> Именно замена проводимости  $y_k(j\omega)$  ее линейным приближением составляет смысл термина «укорочение» [2].

раметров  $y_{kk}(j\omega)$ ,  $y_{kl}(j\omega)$  одной цепи. Покажем далее, что для большого класса цепей такая связь может быть определена в общем виде.

### 3.2. Обобщенная модель цепи связи автогенераторов

Для описания цепей в СВЧ-диапазоне удобно использовать волновые параметры. В нашем случае это позволит в общем виде как качественно, так и количественно определить взаимодействие автогенераторов с помощью минимального числа параметров. Допустим, что на входах четырехполюсника  $Y$  заданы падающие синхронные волны с комплексными амплитудами

$$V_1 = V_1 \exp(j\varphi_{V1}), \quad V_2 = V_2 \exp(j\varphi_{V2}).$$

Полная отраженная на каждом из входов волна является суперпозицией двух волн: собственной отраженной от данного входа и прошедшей со стороны другого входа:

$$\Gamma_k V_k = S_{kk} V_k + S_{kl} V_l.$$

Здесь  $S_{kk}$ ,  $S_{kl}$  – комплексные коэффициенты волновой матрицы рассеяния четырехполюсника связи. Тогда коэффициенты отражения  $\Gamma_k$  на входах

$$\Gamma_1 = S_{11} + S_{12} \exp(j\Delta\varphi_V) \frac{V_2}{V_1},$$

$$\Gamma_2 = S_{22} + S_{12} \exp(-j\Delta\varphi_V) \frac{V_1}{V_2},$$

где  $\Delta\varphi_V = \varphi_{V2} - \varphi_{V1}$ . (Здесь учтено, что цепь связи является пассивной и удовлетворяет принципу взаимности:  $S_{12} = S_{21}$ .)

Допустим далее, что при некоторой разности фаз  $\Delta\varphi_V = \Theta$  и при  $V_1 = V_2$  коэффициенты отражения  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  равны нулю, то есть четырехполюсник согласован. (Иначе говоря, мощности генераторов, переносимые волнами, полностью поглощаются в четырехполюснике.) В таком случае волновые коэффициенты удовлетворяют соотношениям

$$S_{11} = -S_{12} \exp(j\Theta), \quad S_{22} = -S_{12} \exp(-j\Theta). \quad (6)$$

Параметр  $\Theta$  называется параметром несимметрии и связан, как будет ясно из дальнейшего, с электрической симметрией четырехполюсника связи; для определенности будем далее считать  $|\Theta| < \pi/2$ .

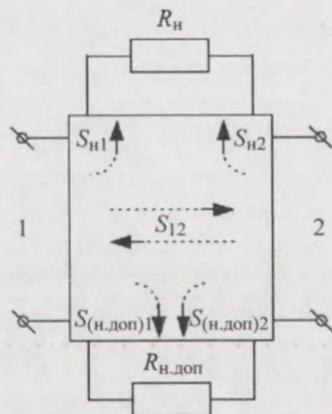


Рис. 2. Четырехполюсник связи автогенераторов с основным и дополнительным каналами диссипативных потерь

Введем в рассмотрение параметр связи  $S_{12} = s \exp(-j\alpha)$ ; его аргумент  $\alpha$  описывает фазовые свойства цепи, а модуль  $s$  определяет величину взаимодействия автогенераторов. Покажем, что параметр  $s$  зависит от дополнительных (по отношению к общей нагрузке) диссипативных элементов четырехполюсника связи. Для этого условно выделим в цепи связи каналы основной ( $R_n$ ) и дополнительной ( $R_{n,доп}$ ) нагрузок, считая, что образуемый таким способом восьмиполюсник (рис. 2) не содержит никаких диссипативных элементов. Так как мощность внутри восьмиполюсника не рассеивается, то его параметры удовлетворяют условию унитарности [6]:

$$|S_{12}|^2 + |S_{kk}|^2 + |S_{nk}|^2 + |S_{(н.доп)k}|^2 = 1. \quad (6a)$$

Квадраты слагаемых имеют смысл коэффициентов распределения (передачи) мощности: часть падающей на  $k$ -й вход волны единичной мощности отражается ( $|S_{kk}|^2$ ) или ответвляется в каналы нагрузок ( $|S_{nk}|^2$ ,  $|S_{(н.доп)k}|^2$ ) и генераторов ( $|S_{12}|^2$ ). Таким образом, условие унитарности является законом сохранения мощности и справедливо для цепей, не имеющих внутренних потерь.

Дополним условие согласования (6) условием суммирования, полагая, что мощности когерентных сигналов  $|V_1|^2$  и  $|V_2|^2$ , возбуждающих входы 1 и 2, могут полностью суммироваться в канале общей нагрузки:

$$|V_1|^2 + |V_2|^2 = |S_{n1}V_1 + S_{n2}V_2|^2.$$

Это равенство для случая равноамплитудных ( $V_1 = V_2$ ) сигналов может удовлетворяться при

$$|S_{n1}| = |S_{n2}| = 1/\sqrt{2}. \quad (6b)$$

Тогда из условия унитарности (6a) с учетом (6) и (6b) получаем

$$s^2 = 0,25 - 0,5|S_{(н.доп)k}|^2. \quad (7)$$

Соотношение (7) позволяет количественно определить параметр связи  $s$ . Полная развязка ( $s=0$ ) реализуется при одинаковом включении каналов нагрузок:  $|S_{nk}| = |S_{(н.доп)k}| = 1/\sqrt{2}$ . Максимальное значение величины связи  $s = 0,5$  достигается при отсутствии дополнительных диссипативных элементов ( $|S_{(н.доп)k}| = 0$ ). Связь, соответствующую  $s = 0,5$ , будем называть сильной; ее интерпретация будет дана ниже.

Таким образом, в соответствии с (6) параметры  $s$ ,  $\alpha$ ,  $\Theta$  полностью описывают четырехполюсник  $Y$ . Дальнейший анализ проводится в плоскости этих параметров.

Воспользуемся связью волновых и классических параметров четырехполюсников [6] и, учитывая (6), получим искомые формулы для коэффициентов матрицы проводимостей  $y_{kk}$ ,  $y_{12}$ . Параметр  $y_{12}$  описывается выражением

$$y_{12} = \frac{-2s}{(\cos \alpha - 2s \cos \Theta) + j \sin \alpha} g_0. \quad (8)$$

Входящая в (8) проводимость  $g_0$  формально связана с нормировкой матриц четырехполюсников; практически она отождествляется с волновой проводимостью входных линий передачи. Как видим, параметр  $y_{12}$  в общем случае является комплексной величиной. Проводимости  $y_{kk}$  задаются формулами

$$y_{11} = g_0 - y_{12} \exp(j\Theta), \quad y_{22} = g_0 - y_{12} \exp(-j\Theta). \quad (9)$$

Эти выражения определяют связь между  $y$ -параметрами цепи и являются полным аналогом условий (6), записанных через  $S$ -параметры.

Следует подчеркнуть, что полученные в общем виде соотношения (6), (8), (9) вытекают из простых соображений. В соответствии с ними мы ограничиваемся рассмотрением таких четырехполюсников, общие нагрузки которых при одновременном возбуждении входов полностью поглощают падающие волны, то есть согласованы. Соотношениям (6), (8), (9) удовлетворяют все возможные варианты трехдецибелных делителей-сумматоров, используемых в технике распределения мощностей.

В качестве примера на рис. 3 изображен простейший вариант четырехполюсника связи, реализующего сильное взаимодействие между автогенераторами. Согласно этой схеме, автогенераторы непосредственно соединяются друг с другом и с нагрузкой  $R_n$  отрезками линии передачи с волновым сопротивлением  $\rho_0 = 1/g_0$  и с различной, в общем

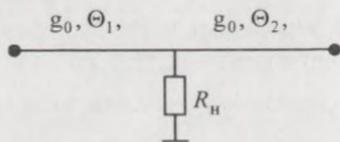


Рис. 3. Простейшая цепь взаимной связи автогенераторов

( $R_n = 1/2g_0$ ) дает в точности такие же формулы, как (6), (8), (9), если положить в них  $\alpha = \Theta_1 + \Theta_2$ ,  $\Theta = \Theta_2 - \Theta_1$ ,  $|S_{12}| \equiv s = 0,5$ . Приведенная схема наглядно иллюстрирует режим суммирования мощностей: при разности фаз входных напряжений  $\Delta\varphi_0 = \Theta_2 - \Theta_1$  колебания в нагрузке четырехполюсника возбуждаются в фазе.

Соотношение (8) позволяет, используя качественные критерии устойчивости, провести предварительный анализ условий существования когерентных режимов. В теории колебаний показано [1, 3], что оптимальными, в смысле устойчивости синхронных колебаний, являются так называемые резистивные связи, когда  $y_{12}$  — величина чисто действительная. (В литературе такие связи часто называют диссипативными.) В случае  $\alpha = 2n\pi$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , из (8) получаем

$$Y_{12} = y_{12}/g_0 = -2s(1 - 2s \cos \Theta)^{-1} < 0. \quad (10a)$$

Соответствующая этому случаю связь называется резистивной связью первого типа. При таком характере взаимодействия в системе устойчивы синхронные колебания с разностью фаз  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ , близкой к синфазным:  $-\pi/2 \leq \Delta\varphi \leq \pi/2$ . В случае  $\alpha = (2n + 1)\pi$  (резистивная связь второго типа) имеем

$$Y_{12} = y_{12}/g_0 = 2s(1 + 2s \cos \Theta)^{-1} > 0 \quad (10б)$$

и условия устойчивости выполняются для колебаний, близких к противофазным:  $\pi/2 \leq \Delta\varphi \leq 3\pi/2$ .

Соотношения (10а,б) позволяют интерпретировать введенное выше понятие сильной взаимной связи. Для резистивной связи первого типа, например при  $\Theta = 60^\circ$ , имеем  $y_{12} = -2g_0$ ; для резистивной связи второго типа и при  $\Theta = 0^\circ$  получаем  $y_{12} = g_0/2$ . Так как  $g_0$  с точностью до коэффициента  $1/N^2$  определяет нагрузку автономного генератора, то

связь считается сильной, когда величина проводимости  $y_{12}$  и проводимости нагрузки – одного порядка.

### 3.3. Частотные свойства обобщенной цепи связи

Входящие в укороченные уравнения (5) дифференциальные операторы  $y_{kk}(p)$  и  $y_{kl}(p)$  отражают частотные свойства цепи связи автогенераторов и существенным образом влияют на устойчивость синхронного режима. Проведем анализ этих свойств в рамках обобщенной модели цепи связи. Из выражения (8) следует, что синфазные или близкие к ним колебания могут быть устойчивыми в некоторой области значений фазового параметра  $\alpha$  вблизи точек  $\alpha = 2n\pi$ , где  $\operatorname{Re} y_{12} < 0$ . Выделенная область значений  $\alpha$  является по отношению к данному синхронному режиму областью настройки. Следует иметь в виду, что на краях области настройки связь между автогенераторами становится преимущественно реактивной ( $\operatorname{Im} y_{12} > \operatorname{Re} y_{12}$ ). В теории синхронизации показано (например, [3]), что при значительной доле реактивной составляющей связи в системе могут быть устойчивыми одновременно два типа синхронных колебаний; случайные переходы между ними принято считать проявлением неустойчивости.

Из (8) также вытекает, что при возрастании  $s$ , то есть с увеличением связи, указанная область настройки уменьшается. Если система чисто симметрична ( $\Theta = 0$ ), то в пределе  $s \rightarrow 0,5$  область настройки стягивается в точку. Это означает, что получение синфазных колебаний в симметричных системах сильно связанных ( $s = 0,5$ ) автогенераторов требует теоретически абсолютно точной настройки параметра  $\alpha$ . Вследствие этого, как показывает опыт, работа почти симметричных систем в синфазном режиме отличается высокой степенью неустойчивости.

Если система несимметрична ( $\Theta \neq 0$ ), то ширина области настройки не равна нулю даже в случае предельной связи  $s = 0,5$ ; причем, чем больше параметр несимметрии  $\Theta$ , тем шире область настройки. Введение несимметрии на практике дает кардинальное решение проблемы стабильности когерентных СВЧ-систем с суммированием мощности в общей нагрузке.

Область настройки когерентных режимов, близких к противофазным, характеризуется  $\operatorname{Re} y_{12} > 0$  и, как следует из (8), лежит вокруг значений  $\alpha = (2n + 1)\pi$ . Ниже будет показано, что при противофазных ко-

лебаниях происходит вычитание мощностей генераторов в общей нагрузке. Введение несимметрии здесь не является обязательным, так как данная область настройки для симметричной системы не равна нулю.

Таким образом, система двух автогенераторов в различных синхронных режимах проявляет по отношению к признаку симметрии, в определенной степени, противоположные свойства.

Важной особенностью обобщенной системы является резонансное поведение параметра  $y_{12}(j\omega)$  в области существования синфазных колебаний. Этот вывод автоматически следует из (8), если принять во внимание зависимость фазового параметра  $\alpha$  реальных цепей от частоты  $\omega$ . (Так, для простейшей цепи связи на рис. 3 имеем  $\alpha = \Theta_1 + \Theta_2 = \omega(l_1 + l_2)/v = \omega\tau$ , где  $\tau$  – время распространения сигнала в отрезках линии.) На рис. 4 приведены частотные зависимости реальной части этого параметра  $\text{Re}(y_{12}/g_0)$  для цепи рис. 3. Кривые рассчитаны для случая, когда суммарная электрическая длина отрезков линии  $\Theta_\Sigma = \Theta_1 + \Theta_2$  на частоте 3ГГц равняется  $2\pi$ . Частотные зависимости мнимой части параметра связи  $\text{Im}(y_{12}/g_0)$  (они не показаны) имеют вид нечетных относительно частоты 3ГГц кривых. Следует обратить внимание на то, что с уменьшением параметра несимметрии  $\Theta$  резонансные кривые становятся все более узкими.

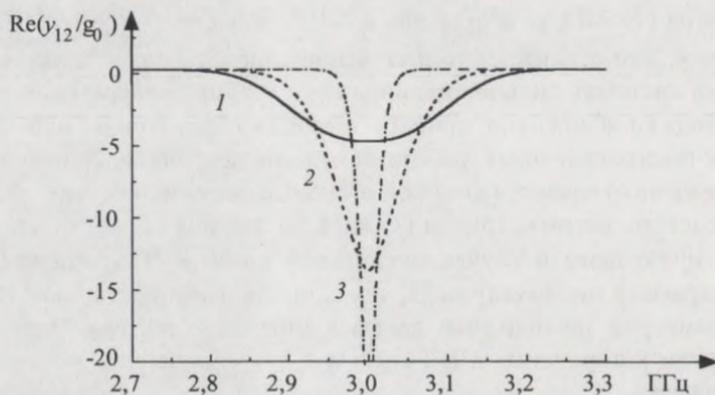


Рис. 4. Частотные зависимости реальной части проводимости связи четырехполюсника на рис. 3: 1 –  $\Theta = 20^\circ$ ; 2 –  $\Theta = 12^\circ$ ; 3 –  $\Theta = 4^\circ$

Определенные формулами (8) и (9) параметры четырехполюсника связи  $y_{kk}$ ,  $y_{12}$  позволяют записать вполне конкретные выражения для укороченных символических проводимостей дифференциальных уравнений (5). Частотные свойства цепи полностью задаются характеристикой  $y_{12}(j\omega)$ . Получаемая из нее укороченная символическая проводимость

$$y_{12}(p) = y_{12}(j\omega_0) + C_{12}p. \quad (11)$$

Коэффициент  $C_{12} = d(\operatorname{Im} y_{12}(j\omega))/d\omega|_{\omega_0}$  вычисляется непосредственным дифференцированием (8), если считать  $\alpha \approx \omega\tau$  ( $\tau$  – время задержки сигнала в канале взаимной связи). Для случая  $\alpha = 2n\pi$ , (то есть для центра области настройки, где  $\operatorname{Re} y_{12} < 0$ ) имеем

$$y_{12}(j\omega_0) \equiv -g = -2sg_0(1 - 2s \cos \Theta)^{-1}; \quad (12a)$$

$$C_{12} = 2s\tau g_0(1 - 2s \cos \Theta)^{-2}. \quad (12b)$$

Выражение (12б) дает возможность количественной оценки резонансных свойств параметра связи  $y_{12}(j\omega)$ . В рассматриваемой области настройки  $C_{12}$  положительна, что соответствует последовательному резонансу. Величина  $C_{12}$  максимальна для симметричной цепи ( $\Theta=0$ ) и весьма чувствительна к  $s$ : в пределе  $s \rightarrow 0,5$  она стремится к бесконечности. Реальные цепи обычно имеют внутренние потери. Так, например, отрезки линии передачи в диапазоне СВЧ обладают заметным погонным затуханием, поэтому даже для схемы на рис. 3  $s < 0,5$ . В случае малых погонных потерь, характерных для полых волноводов, параметр  $C_{12}$  может достигать значительных величин. Важно отметить, что обуславливаемые резонансные свойства обусловлены не обязательно большой задержкой  $\tau$  сигнала в канале связи; длина канала может быть минимальной, равной длине волны.

### 3.4. Мощностно-частотные характеристики

Для анализа режимов *стационарных синхронных* колебаний изучаемой обобщенной системы (рис.1) положим в (5)  $pU_k \equiv dU_k/dt = 0$ , подставим (1) и введем в уравнения нормировку:

$$\begin{aligned} & \tilde{U}_{0k} \left[ -\tilde{G}_k(U_{0k}) + \operatorname{Re} Y_{kk} \right] + \\ & + d_l \tilde{U}_{0l} \left[ \operatorname{Re} Y_{12} \cos \Delta\varphi_0 - (-1)^l \operatorname{Im} Y_{12} \sin \Delta\varphi_0 \right] = 0; \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\tilde{U}_{0k} [\xi_k + \operatorname{Im} Y_{kk}] + d_l \tilde{U}_{0l} [(-1)^l \operatorname{Re} Y_{12} \sin \Delta\varphi_0 + \operatorname{Im} Y_{12} \cos \Delta\varphi_0] = 0. \quad (13б)$$

Для нормировки выбраны параметры оптимального по мощности режима колебаний автономных автогенераторов. Считаем, что при проводимости нагрузки  $g_0/N^2$  автогенераторы развивают амплитуды  $U_{k\text{опт}}$  и отдают в нагрузку максимальные мощности  $P_{k\text{макс}}$ . Неизвестными уравнений (13) являются  $\tilde{U}_{0k} = U_{0k}/U_{k\text{опт}}$  – нормированные стационарные амплитуды,  $\Delta\varphi_0 = \varphi_{20} - \varphi_{10}$  – разность фаз стационарных синхронных колебаний,  $\omega_0$  – частота синхронных колебаний. В уравнениях обозначены:  $\tilde{G}_k(U_{0k}) = G_k(U_{0k})N^2/g_0$  – нормированные к оптимальной нагрузке усредненные проводимости активных элементов автогенераторов (их реактивными составляющими для упрощения анализа пренебрегаем:  $B_k = 0$ );  $\xi_k = \frac{C_k \omega_0 N^2}{g_0} \left( \frac{\omega_0^2 - \omega_k^2}{\omega_0^2} \right) \approx 2Q_k \frac{\Delta\omega_k}{\omega_0}$  – обобщенные частотные расстройки генераторов;  $Q_k$  – нагруженные добротности колебательных систем, определенные для нагрузки  $g_0/N^2$ ;  $\omega_k$  – собственные частоты автогенераторов;  $d_1 = 1/d_2 = U_{2\text{опт}}/U_{1\text{опт}}$  – коэффициент, характеризующий неодинаковость автогенераторов;  $Y_{kk} = y_{kk}/g_0$ ,  $Y_{12} = y_{12}/g_0$  – определяемые (8) и (9) элементы матрицы проводимостей обобщенного четырехполюсника связи.

Если в уравнениях (13а,б) задать функции  $\tilde{G}_k(U_{0k})$ , то решение уравнений позволяет рассчитать мощность, отдаваемую каждым автогенератором во внешнюю цепь  $Y$ :

$$\tilde{P}_k = \frac{P_k}{P_{k\text{макс}}} = \tilde{U}_{0k}^2 \tilde{G}_k(U_{0k}). \quad (14)$$

Выражения для мощности (14) могут быть получены в аналитической форме, если воспользоваться упрощающим предположением о равенстве амплитуд  $U_{0k} = U_0$ . Непосредственно из уравнений (13) следует, что

равноамплитудный режим имеет место при условиях резистивной связи ( $\text{Im } Y_{12} = 0$ ) и одинаковости функций  $\tilde{G}_k(U_{0k}) = \tilde{G}(U_0)$  (то есть для  $d_k = 1$ ). Считаем также, что вольтамперные характеристики активных элементов аппроксимируются кубическим полиномом, – в этом случае функция  $\tilde{G}(U_0)$  приводится к виду [3]

$$\tilde{G}(U_0) = 2 - \tilde{U}_0^2. \quad (15)$$

Подставляя в уравнения (13а) аппроксимацию (15) и параметры (9), (10а) (или (10б)) и выражая  $\tilde{U}_0^2$ , получаем из (14) формулу для полной мощности  $\tilde{P} = \tilde{P}_1 + \tilde{P}_2$ , выделяемой в цепи Y:

$$\tilde{P} = 2 \left[ 2 - \frac{1 \mp 2s \cos \Delta\varphi_0}{1 \mp 2s \cos \Theta} \right] \left[ \frac{1 \mp 2s \cos \Delta\varphi_0}{1 \mp 2s \cos \Theta} \right]. \quad (16а)$$

Уравнения (13б) дают связь обобщенной взаимной расстройки  $\xi = \xi_1 - \xi_2 \approx 2Q(\omega_2 - \omega_1)/\omega_0$  и стационарной разности фаз  $\Delta\varphi_0$ :

$$\xi = \frac{\mp 4s(\sin \Theta - \sin \Delta\varphi_0)}{(1 \mp 2s \cos \Theta)}. \quad (16б)$$

Знак «–» соответствует резистивной связи первого типа (случай (10а)), а знак «+» – резистивной связи второго типа (случай (10б)).

Полученные формулы определяют профиль мощностно-частотных характеристик (МЧХ) и позволяют связать их особенности с амплитудными и фазовыми соотношениями когерентных колебаний. На рис. 5, а приведены МЧХ несимметричной системы ( $0 < \Theta < \pi/2$ ) с сильной ( $s = 0,5$ ) резистивной связью первого типа ( $\alpha = 2\pi$ ), при которой устойчивы колебания, близкие к синфазным. Характеристики имеют несимметричный относительно точки нулевой частотной расстройки  $\xi = 0$  вид. В этой точке, соответствующей согласно (16б)  $\Delta\varphi_0 = \Theta$ , поступающая в цепь Y мощность для любых значений параметра несимметрии  $\Theta$  равна удвоенной максимальной мощности отдельного генератора. Здесь реализуется определенное ранее соотношениями (6) и (9) режим согласования. Из примера цепи на рис. 3 наглядно следует, что напряжения на входах четырехполосника, имеющие разность фаз  $\Delta\varphi_0 = \Theta$ , возбуждают в нагрузке синфазные колебания.

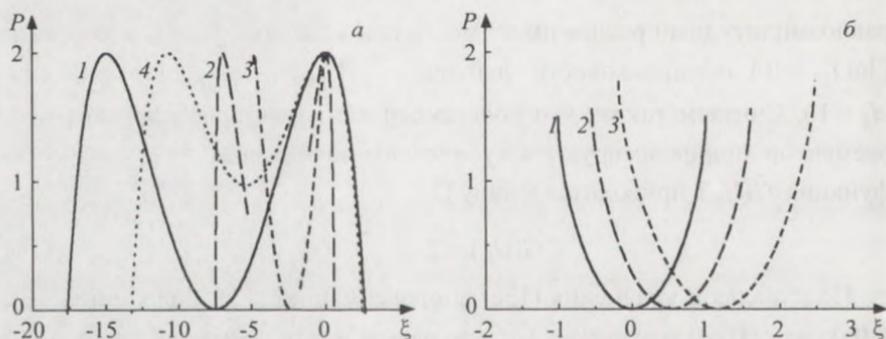


Рис. 5. Расчетные мощностно-частотные характеристики систем с первым (а) и вторым (б) типами резистивной связи: а – кривые 1 – 3 при  $\Theta = 30^\circ, 60^\circ, 80^\circ$  и  $s = 0,5$ ; кривая 4 при  $\Theta = 30^\circ$  и  $s = 0,475$ ; б – кривые 1 – 3 при  $\Theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  и  $s = 0,5$

Так как при  $s = 0,5$  в цепи связи присутствует единственный диссипативный элемент – общая нагрузка, то в точке нулевой расстройки имеет место полное суммирование мощностей. При этом можно говорить о согласовании генераторов с каналом общей нагрузки.

Точки  $\tilde{P} = 0$  при отрицательных расстройках соответствуют нулевой разности фаз  $\Delta\varphi_0 = 0$  (см. (16а)). Можно показать, что амплитуда  $\tilde{U}_0$  генераторов здесь не равна нулю. Колебания в канал общей нагрузки в этом случае поступают в противофазе и генераторы работают в холостом режиме (без нагрузки).

Как видно из приведенных МЧХ, при значительных отрицательных расстройках на кривых имеется еще один максимум  $\tilde{P} = 2$ . Однако он соответствует другим фазовым соотношениям, а именно:  $\Delta\varphi_0 = -\Theta$  (см. (16)). Можно представить, что в данном режиме, в сравнении с режимом  $\Delta\varphi_0 = \Theta$ , возбуждаемые в нагрузке колебания несинфазны. Поэтому согласование генераторов с общей нагрузкой в точках вторых максимумов обусловлено трансформирующими свойствами отрезков линии несимметричного четырехполюсника связи.

Следует отметить равенство нулю мощности на краях интервалов частотных расстроек. В этих точках, как показывает анализ уравнений (13а), имеем  $\tilde{U}_0 = 0$  и  $|\Delta\varphi_0| < \pi/2$ , то есть срыв синхронизма происходит за счет невыполнения баланса амплитуд. Это свойство присуще системам с сильной связью.

На рис. 5, а (кривая 4) приведена МЧХ для случая  $s = 0,475$ ,  $\Theta = 30^\circ$ . Как видим, введение в цепь связи сравнительно небольших дополнительных (кроме общей нагрузки) диссипативных потерь вызывает заметное уменьшение полосы устойчивых расстроек, а также подъем мощности в области  $\Delta\varphi_0 \approx 0$ . Здесь следует помнить, что формула (16а) определяет интегральную мощность, поступающую в цепь Y от автогенераторов; и если  $s \neq 0,5$ , то эта мощность распределяется между «каналами» основной и дополнительной нагрузок. Анализ этого распределения сопряжен с необходимостью дополнительного описания цепи Y как многополюсника.

Система с резистивным взаимодействием второго типа ( $\alpha = (2n+1)\pi$ ) имеет существенно иной профиль МЧХ (рис. 5, б). При  $\Theta = 0$  (кривая 1) МЧХ симметрична относительно точки нулевой расстройки  $\xi = 0$ . В этой точке, соответствующей разности фаз  $\Delta\varphi_0 = \pi$ , нагрузка возбуждается генераторами в противофазе и происходит полное вычитание мощностей. На краях полосы синхронизации  $\Delta\varphi_0 = \pi/2, 3\pi/2$ , а мощность достигает уровня  $\bar{P} = 1,5$ . При  $\Theta \neq 0$  полное вычитание имеет место при  $\xi \neq 0$ .

Продолжая сравнение свойств системы для двух типов резистивного взаимодействия, отметим, что полоса синхронизации в первом случае существенно шире, чем во втором. Это объясняется большей величиной связи автогенераторов при  $\alpha = 2n\pi$ . С уменьшением параметра несимметрии  $\Theta$  увеличивается связь (см.(10а)) и возрастает полоса устойчивых расстроек (рис. 5, а). Тогда как введение несимметрии в систему с  $\alpha = (2n+1)\pi$  приводит только к сдвигу характеристики  $\Theta = 0$  практически без ее изменения (кривые 2, 3 на рис. 5, б).

### 3.5. Динамическая неустойчивость синхронных колебаний при сильных резонансных связях

Проведенный в разделе 3.3 анализ показал, что почти симметричные системы ( $\Theta \approx 0$ ) в области сильной резистивной связи первого типа ( $\text{Re } y_{12} < 0$ ) отличаются резонансным поведением параметра связи. При этом подразумевалось, что режим синфазных колебаний (режим суммирования) остается устойчивым в узкой области резонанса. Однако такой вывод нельзя считать до конца правильным. Дело в том, что критерии

устойчивости, на которые мы опирались при качественном анализе (см. обсуждение формул (10а,б)), применимы только для широкополосных резистивных связей, тогда как рассмотренная система таким свойством не обладает. Дополнительным и, вероятно, более весомым доводом здесь может быть соображение о том, что резонансные свойства цепи связи эквивалентны появлению в системе дополнительной степени свободы. Ее влияние учитывается в уравнениях (5) дифференциальными операторами  $y_{kk}(p)$ ,  $y_{kl}(p)$ . Проанализируем влияние резонансных свойств параметра взаимной связи на устойчивость синхронных колебаний автогенераторов.

Перепишем дифференциальные уравнения (5), используя установленную связь (9)  $y$ -параметров обобщенной цепи:

$$\begin{cases} \{S_1(U_1) + y_1(p) + [g_0 - \exp(j\Theta)y_{12}(p)]\}U_1 + y_{12}(p)U_2 = 0; \\ \{S_2(U_2) + y_2(p) + [g_0 - \exp(-j\Theta)y_{12}(p)]\}U_2 + y_{12}(p)U_1 = 0. \end{cases} \quad (17)$$

(Для упрощения формул здесь и далее полагаем  $N=1$ .) Ограничимся рассмотрением случая резистивной связи первого типа:  $y_{12}(j\omega_0) = -g < 0$ . Для этого варианта укороченные символические проводимости (3а) и (11) в уравнениях (17) имеют вид

$$\begin{aligned} y_k(p) &= j2C_k\Delta\omega_k + 2C_k p, \\ y_{12}(p) &= -g + C_{12}p; \end{aligned}$$

операторы дифференцирования  $p = d/dt$  действуют на медленно меняющиеся комплексные амплитуды (огигающие)  $U_k = U_k(t) \exp j\varphi_k(t)$ . Параметры связи  $g$  и  $C_{12}$  для настройки  $\alpha = 2\pi l$  задаются формулами (12а,б); при этом не будем упускать из внимания, что  $C_{12} > 0$ .

Для исследования локальной устойчивости стационарного синхронного режима мы должны предварительно разделить уравнения (17) на действительные и мнимые части и, используя стандартную процедуру линеаризации, записать дифференциальные уравнения для малых возмущений амплитуд и фаз относительно их стационарных значений. Последующая подстановка в эти уравнения экспоненциальной формы решения дает характеристическое уравнение, корни которого и определяют устойчивость или неустойчивость исследуемого стационарного режима. (Более подробное описание подобного исследу-

дования приведено в лабораторной работе «Вынужденные колебания в нелинейном контуре».)

Характеристическое уравнение нашей задачи имеет четвертую степень (по числу уравнений) и в общем случае решается только численно. В [3, 5] показано, что в приближении одинаковости параметров генераторов и равенства амплитуд их колебаний удастся получить аналитические выражения для корней характеристического уравнения и, благодаря этому, выявить основные механизмы неустойчивости. Для их иллюстрации применим здесь не вполне строгий, но менее громоздкий порядок действий.

Допустим, что в исследуемом стационарном синхронном режиме изменения амплитуд и изменения разности фаз не связаны друг с другом. В этом случае уравнения движения для амплитуд и разности фаз колебаний можно рассматривать отдельно, что значительно упрощает анализ. Следует заметить, что данное допущение является весьма грубым и традиционно применяется только к системам со слабой взаимной связью, когда изменением амплитуд можно пренебречь. Вместе с тем, при оценке локальной устойчивости синхронных режимов с высокой степенью симметрии такая идеализация является достаточно корректной и дает правдоподобные результаты даже для случая сильной связи [3].

Используя указанный прием, получим дифференциальное уравнение для разности фаз. Для этого, действуя в уравнениях (17) оператором дифференцирования  $p$  на комплексные амплитуды и выделяя мнимые части уравнений, отбросим в них производные вида  $dU_k/dt$ :

$$2C_1\Delta\omega_1 + g \sin \Theta + (2C_1 - C_{12} \cos \Theta) \frac{d\varphi_1}{dt} = \left[ g \sin \Delta\varphi - C_{12} \cos \Delta\varphi \frac{d\varphi_2}{dt} \right] \frac{U_{02}}{U_{01}};$$

$$2C_2\Delta\omega_2 - g \sin \Theta + (2C_2 - C_{12} \cos \Theta) \frac{d\varphi_2}{dt} = \left[ -g \sin \Delta\varphi - C_{12} \cos \Delta\varphi \frac{d\varphi_1}{dt} \right] \frac{U_{01}}{U_{02}}.$$

Полагая  $U_{01} = U_{02} = U_0$ ,  $C_1 = C_2 = C$  и вычитая уравнения, получаем искомое уравнение для разности фаз  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ :

$$\begin{aligned} [2C - C_{12} (\cos \Theta + \cos \Delta\varphi)] \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = \\ = 2C(\omega_2 - \omega_1) + 2g(\sin \Theta - \sin \Delta\varphi). \end{aligned} \quad (18)$$

Полученное уравнение отражает основные свойства явления взаимной синхронизации в системе двух резистивно-связанных автогенераторов. Действительно, если формально считать связь нерезонансной ( $C_{12} \ll C$ ), а систему симметричной ( $\Theta = 0$ ), то уравнение приобретает известный вид:

$$C \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = C(\omega_2 - \omega_1) - g \sin \Delta\varphi. \quad (19)$$

На рис. 6 изображены слагаемые правой части последнего уравнения; горизонтальная пунктирная линия соответствует некоторой расстройке собственных частот автогенераторов. Пересечение кривой 1 с линией расстройки определяет стационарную разность фаз  $\Delta\varphi_0$ . Устой-

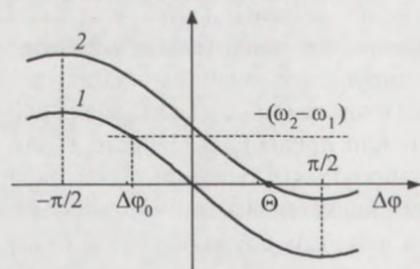


Рис. 6. Графическое решение уравнений (18), (19): 1 —  $\Theta = 0$ ; 2 —  $\Theta \neq 0$

чивые разности фаз соответствуют падающему участку кривой и для рассматриваемого типа связи лежат в интервале  $-\pi/2 \leq \Delta\varphi_0 \leq \pi/2$ ; чем больше величина связи  $g$ , тем больше размах кривой, тем шире полоса синхронизации. Из построения также следует отмеченное ранее свойство: введение несимметрии, в соответствии с (18), приводит к сдвигу кривой (кривая 2) вдоль

оси ординат, что обуславливает ненулевую разность фаз ( $\Delta\varphi_0 = \Theta \neq 0$ ) при нулевой расстройке ( $\omega_2 - \omega_1 = 0$ ).

Условия существования рассматриваемого синхронного режима кардинально изменяются, если учесть резонансные свойства параметра связи. Из уравнения (18) следует, что если имеет место неравенство

$$C_{12} > C, \quad (20)$$

так что коэффициент перед производной имеет отрицательный знак, то рассматриваемый когерентный режим не может быть устойчивым даже при точном равенстве частот автогенераторов. Полученное свойство не следует рассматривать как некоторый экзотический вариант настройки когерентных многогенераторных систем. По оценке (126), вытекающей из обобщенной модели и справедливой для простейшей конфигурации цепи связи (рис. 3), неравенство (20) выполняется тем легче, чем ближе

система к симметричной. С этой точки зрения введение несимметрии является необходимым условием для получения устойчивого когерентного режима с суммированием мощностей в общей нагрузке.

В заключение обсудим в общих чертах вопрос о поведении системы генераторов с представленным видом неустойчивости. Система двух одинаковых и не расстроенных по частоте автогенераторов может иметь два синхронных стационарных режима (решения): синфазный и противофазный. Противофазный режим существовать не может, так как фазовый параметр взаимной связи ( $\alpha \approx 2\pi$ ) находится вне пределов области резистивной связи второго типа (см. рис. 4). С другой стороны, синфазное состояние, как показано, неустойчиво, и система выходит из синхронизма с данной расстановкой фаз. В результате когерентность разрушается. Если в фазовом пространстве системы нет никакого другого устойчивого когерентного режима, то могут возникать сложные автомодуляционные или нерегулярные (хаотические) колебания. Подобные неустойчивости обычно называют динамическими, подчеркивая тем самым, что возникающие в системе изменения касаются характера ее движения.

### Контрольные вопросы

1. Какие физические предпосылки лежат в основе применимости метода медленно меняющихся амплитуд к анализу колебательных систем?
2. Дать определение резистивной связи. Почему для настройки резистивных связей необходимо подбирать длину канала?
3. Что такое область настройки, почему важно иметь широкую область настройки? Как зависит область настройки от параметра несимметрии?
4. Почему частотные свойства параметров цепи связи усложняют математическую модель системы автогенераторов? В каком случае можно пренебречь этими свойствами?
5. Покажите, что при синхронном возбуждении входов четырехплюсника на рис.3 с разностью фаз  $\Delta\varphi = \Theta_2 - \Theta_1$  колебания поступают в нагрузку в фазе.
6. Объясните с помощью формул (16) особенности МЧХ на рис. 5.
7. Как в эксперименте при взаимной перестройке частот автогенераторов по виду МЧХ определить, какая область настройки реализована в системе?

8. Попробуйте кратко сформулировать основные отличительные признаки симметричных и несимметричных систем сильно связанных автогенераторов.

9. Почему погонные потери отрезков линии передачи канала связи могут влиять на возникновение динамической неустойчивости?

## 4. Методические указания

### 4.1. Система двух взаимосвязанных транзисторных СВЧ-автогенераторов

На рис. 7 изображена схема экспериментального макета для исследования взаимной синхронизации двух автогенераторов сверхвысоких частот. Автогенераторы и цепь связи выполнены в виде отдельных конструктивных блоков, соединяющихся с помощью стандартных высокочастотных коаксиальных разъемов Ш1, Ш2. Благодаря этому легко измеряются и при необходимости контролируются мощностно-частотные характеристики автогенераторов в автономном режиме. Автогенераторы собраны в виде несимметричных плат на диэлектрической подложке на полевых транзисторах с барьером Шоттки (ПТШ) типа АП-320 по схеме с заземленным стоком. (Без существенного изменения схемы в автогенераторах могут использоваться также транзисторы других типов.) Частота колебаний задается включенным в цепь затвора транзистора резонатором в виде разомкнутого на конце отрезка полосковой линии. В разрыв резонаторов для перестройки частоты генераторов включены варикапы  $VD1$ ,  $VD2$  типа АА-620. Цепи смещения транзисторов и варикапов не показаны. Автогенераторы перестраиваются в диапазоне частот 3,1 – 3,9 ГГц; их выходная мощность в автономном режиме изменяется в пределах 4 – 6 мВт.

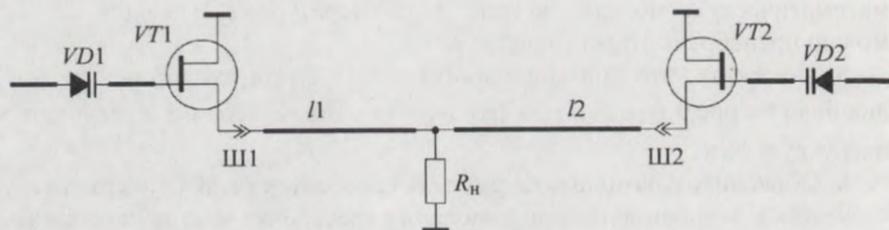


Рис. 7. Схема экспериментального макета

Цепь связи является точным аналогом схемы на рис. 3. Генераторы соединяются друг с другом и с общим согласованным выходным трактом (общей нагрузкой) отрезками линии передачи длиной  $l_1$  и  $l_2$ . Часть соединительных отрезков и линия нагрузки выполнены в виде тройника на воздушных полосковых линиях. Погонные потери в воздушных линиях значительно меньше, чем в полосковых линиях на диэлектрических подложках. Это позволило иметь в эксперименте значение параметра  $s$ , достаточно близкое к предельному ( $s = 0,5$ ), и в соответствии с (126) выполнить условие (20), необходимое для получения динамической неустойчивости. Полные длины отрезков  $l_1$  и  $l_2$  могут изменяться в широких пределах путем включения в разъемные соединения дополнительных коаксиальных переходов-вставок. В ходе эксперимента, изменяя как параметр несимметрии ( $l_2 - l_1$ ), так и полную длину тракта связи ( $l_2 + l_1$ ), можно производить настройку системы и задавать ей один из когерентных (суммирование или вычитание мощностей) или некогерентных режимов.

## 4.2. Экспериментальное исследование

4.2.1. Экспериментальные исследования проводятся на измерительной установке, схема которой показана на рис. 8. Уровень выходной мощности системы генераторов (то есть мощность в общей нагрузке) измеряется с помощью измерителя мощности. Часть выходного сигнала через направленный ответвитель НО поступает на анализатор спектров; по виду и поведению спектра определяется возникновение или распад синхронизма, а также контроль когерентности в полосе синхронизации. Взаимная перестройка частот автогенераторов осуществляется путем изменения с помощью потенциометров П1 и П2 постоянных напряжений на варикапах; напряжение измеряется вольтметрами В1 и В2.

4.2.2. На первом этапе предлагается снять зависимости мощности и частоты автогенератора СВЧ от напряжения на варикапе. Напряжение на варикапе необходимо изменять в пределах  $0 - 30$  В. С помощью модуляционных характеристик при исследовании когерентных режимов контролируется взаимная частотная расстройка автогенераторов.

4.2.3. Для получения когерентных режимов колебаний необходимо с помощью дополнительных коаксиальных переходов-вставок подобрать полную длину канала связи  $l_2 + l_1$  таким образом, чтобы его электрическая длина  $\Theta_1 + \Theta_2 = 2\pi(l_1 + l_2)/\lambda$  лежала в области точки  $2n\pi$  (син-

фазный режим) или  $-(2n+1)\pi$  (противофазный режим). Более точная коррекция настройки производится смещением частот автогенераторов в пределах диапазона перестраиваемых частот. Следует иметь в виду, что идентификацию режимов можно провести только по уровню выходной мощности (см. рис. 5): при вычитании мощностей этот уровень на порядок и более ниже, чем мощность отдельного генератора; в режиме суммирования мощность должна быть почти равна сумме парциальных мощностей генераторов.

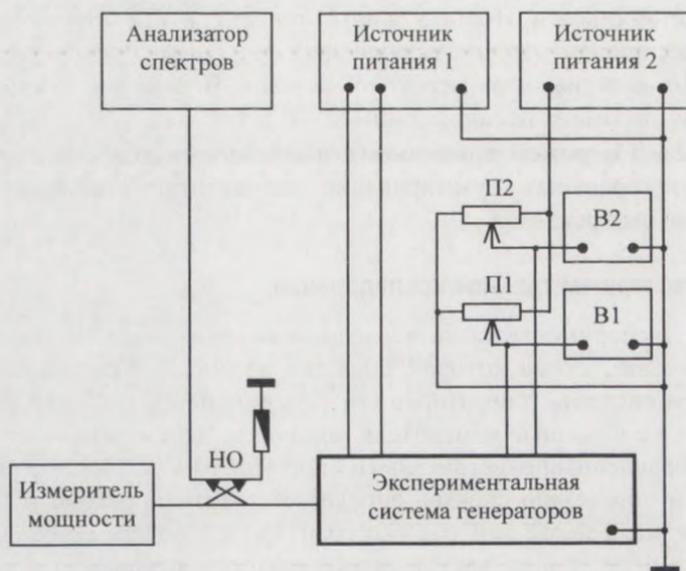


Рис. 8. Функциональная схема экспериментальной установки

**4.2.4.** Для обеспечения устойчивой работы системы в режиме суммирования необходимо ввести несимметрию:

$$\Theta = \Theta_2 - \Theta_1 = 2\pi(l_2 - l_1)/\lambda \neq 0.$$

Следует помнить, что ширина области настройки тем шире, чем больше параметр несимметрии  $\Theta$ ; рекомендуется задавать несимметрию порядка  $40 - 70^\circ$ .

**4.2.5.** Снять МЧХ системы в одном из когерентных режимов. Методика данного эксперимента состоит в следующем. Сначала частоты автогенераторов по известным модуляционным характеристикам устанавли-

ливаются близкими друг другу, затем собственная частота одного из автогенераторов изменяется во всей полосе перестройки. Поведение спектра на границе синхронизма для указанных режимов различно. В режиме с вычитанием мощности захват сопровождается спектром, характерным для частичного увлечения частот. В режиме со сложением мощностей (несимметричная схема) взаимодействие более сильное; при вхождении в синхронизм это обуславливает, как правило, скачкообразное изменение спектра и значительный сдвиг синхронной частоты. После определения точек захвата снимается зависимость мощности в общей нагрузке от частотной расстройки автогенераторов в пределах полосы синхронизации.

**4.2.6.** Эксперимент по наблюдению шумоподобного спектра в симметричной системе ( $l_2 = l_1$ ) в области резонансной настройки канала связи требует достаточно точного подбора полной электрической длины канала:  $\Theta_1 + \Theta_2 = 2n\pi$ . При этом единственным критерием такой настройки как раз является возникновение указанного спектра при равенстве собственных частот автогенераторов. Если настройка не столь точна, шум может быть не получен, но поведение системы отличается высокой степенью нестабильности: в пределах и на краях полосы синхронизации существуют скачкообразные явления со значительным гистерезисом, вплоть до полного перекрытия устойчивых гистерезисных ветвей. Введение несимметрии в такой ситуации кардинально изменяет поведение системы; в пределах всей полосы синхронизации колебания остаются строго когерентными, а МЧХ имеет характерный несимметричный профиль с пологим склоном в области отрицательных расстроек (рис. 5, а). При этом форма МЧХ сохраняется в достаточно широком диапазоне частот автогенераторов.

## 5. Приложение

В основе символического метода [1,2] лежит формальное сходство уравнения цепи  $y(j\omega)U = I$  для комплексных амплитуд тока и напряжения и дифференциального уравнения, связывающего их мгновенные значения  $u(t)$  и  $i(t)$ . Так, для параллельного колебательного контура эти уравнения имеют вид

$$\left[ \left( j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \right) + \frac{1}{R} \right] U = I, \quad C \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \int u dt + \frac{u}{R} = i$$

или

$$\frac{C[(j\omega)^2 + \omega_p^2] + (j\omega)/R}{j\omega} U = I, \quad C \left( \frac{d^2 u}{dt^2} + \omega_p^2 u \right) + \frac{1}{R} \frac{du}{dt} = \frac{di}{dt},$$

где  $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$  – резонансная частота контура. Рассматривая  $j\omega$  в левых выражениях как символ дифференцирования  $p$  и заменяя комплексные амплитуды мгновенными значениями, получаем дифференциальные уравнения контура в символической форме:

$$y(p)u(t) = i(t), \quad (\text{П1})$$

где  $j\omega = p \equiv d/dt$ .

Дифференциальные уравнения в форме (П1) можно применять при построении математических моделей для более сложных, чем колебательный контур, электрических цепей. Преимущество символического метода составления дифференциальных уравнений состоит в том, что он опирается на простой аппарат метода комплексных амплитуд. Используя этот аппарат, часто удается записать комплексную проводимость  $y(j\omega)$  сложной цепи в удобной аналитической форме и тем самым исключить громоздкие преобразования дифференциальных уравнений.

Процедура получения приближенных (укороченных) уравнений из символических отличается от стандартной процедуры метода медленно меняющихся амплитуд (см. лабораторную работу «Вынужденные колебания в нелинейном контуре»). В стандартном варианте на основании медленности изменения амплитуды и фазы колебания производится усреднение их производных (скоростей) за период. Это эквивалентно учету в решении только тех компонентов движения, которые попадают в полосу резонанса, и отбрасыванию тех из них, которые не попадают в полосу пропускания колебательной системы.

Если можно считать, что спектр искомого процесса и его основная частота  $\omega_0$  лежат в пределах полосы резонанса, то для описания частотной характеристики  $y(j\omega)$  можно ограничиться линейной аппроксимацией ее мнимой части для малой отстройки  $j\Omega = j(\omega - \omega_0)$ :

$$y(j\omega) = y(j\omega_0 + j\Omega) \approx y(j\omega_0) + \left. \frac{d \operatorname{Im} y(j\omega)}{d\omega} \right|_{\omega_0} j\Omega. \quad (\text{П2})$$

(Частоту  $\omega_0$  обычно называют опорной [2].)

Если колебательной системой является параллельный контур, то правая часть (П2) с учетом близости опорной частоты  $\omega_0$  и резонансной частоты контура  $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$  приводится к виду

$$y(j\omega) \approx y(j\omega_0) + 2Cj\Omega, \quad (\text{П3})$$

где  $y(j\omega_0) = jC(\omega_0^2 - \omega_p^2)/\omega_0 \approx j2C\Delta\omega$ ,  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_p$ . После этого переход к укороченным дифференциальным уравнениям аналогичен приведенному выше примеру и производится путем формальной замены малой расстройки в (П2) или в (П3) символом дифференцирования:

$$j\Omega = p \equiv d/dt.$$

«Укорочение» символического импеданса резонансной системы по формуле (П2) с физической точки зрения равнозначно процедуре временного усреднения. Символический метод представления дифференциальных уравнений подобен операторному методу, хотя с математической точки зрения он менее строг. Его достоинство не ограничивается только удобством и наглядностью. Даже в случае не очень сложных резонансных систем, но включающих распределенные элементы – типа линий передачи, математическая модель значительно усложняется. В то же время, получение упрощенных выражений импедансных характеристик любой сложности обычно не составляет труда. Разумеется, в каждом конкретном случае соображения о корректности приближенного описания сложной динамической системы должны опираться на какие-либо априорные сведения о ее возможных движениях. Эти сведения являются важными при формировании физической модели.

# ГЕНЕРАТОР ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

## 1. Цель работы

В работе предлагается экспериментальное исследование нелинейной динамической системы, генерирующей квазидетерминированные хаотические колебания, возникающие по классическому сценарию удвоения периода Фейгенбаума.

## 2. Задание

2.1. При подготовке к работе изучить следующие теоретические вопросы [1, 2]: понятия динамической системы и аттрактора; отображения и потоки; определение детерминированных хаотических колебаний и их отличие от случайных процессов; спектр характеристических показателей Ляпунова и их сигнатура; виды фрактальных размерностей; минимально необходимое число степеней свободы, при котором возможны хаотические колебания; типичные сценарии перехода от регулярных движений к хаотическим; бифуркационные диаграммы; логистическое отображение и универсальный каскад удвоения периода Фейгенбаума.

2.2. Провести экспериментальное исследование закономерностей перехода от состояния покоя к хаотическим колебаниям. Пронаблюдать временные реализации, фазовые портреты и Фурье-спектры при вариациях управляющего параметра.

2.3. Экспериментально измерить первую константу Фейгенбаума и сравнить полученное значение с теоретическим.

2.4. Результаты экспериментов представить в виде отчета, завершив последний выводами, аккумулирующими основные результаты и их физическую трактовку.

### 3. Теоретическая часть

Нелинейная физика в настоящее время привлекает самое пристальное внимание как теоретиков, так и исследователей, работающих в прикладных областях. Нетрадиционная динамика, казалось бы, давно и детально изученных структур и объектов значительно обогащает мировоззренческий уровень современных специалистов, приносит бесценное новое знание. Сейчас трудно представить себе какое-либо серьезное высшее учебное заведение, в котором при подготовке специалистов физических, физико-технических, радиофизических и других родственных направлений не затрагивались бы последние достижения теории детерминированного хаоса, синергетики, фрактальной геометрии.

В ряде литературных источников неоднократно указывалось на существование связей между системами с непрерывным временем (потоками) и системами с дискретным временем (отображениями). Здесь под связями понимается полное или частичное совпадение основных, характерных черт их динамики. В данной работе нелинейность автоколебательной системы выбрана в форме

$$F(x) = U_0 - \alpha x^2, \quad (1)$$

соответствующей логистическому отображению вида  $x_{k+1} = 1 - \alpha x_k^2$ , в котором переход от регулярных движений к хаотическим происходит согласно сценарию удвоения периода Фейгенбаума.

#### 3.1. Построение математической модели и ее аналитическое исследование

Рассмотрим функциональную схему кольцевой автоколебательной системы, представленную на рис. 1. В нее входят (начиная с верхнего левого угла): квадратор, линейный усилитель, инвертирующий усилитель-сумматор,  $\Phi_1$  – фильтр нижних частот первого порядка, буферный каскад и фильтр нижних частот второго порядка  $\Phi_2$ , сигнал с которого подается на вход квадратора, замыкая цепь обратной связи. Включение вышеуказанных фильтров повышает размерность фазового пространства до 3, что является необходимым условием возникновения сложной динамики.

Пусть в качестве  $\Phi_1$  выступает  $RC$ -фильтр. Тогда его дифференциальный оператор может быть записан в виде

$$K_1(p) = \frac{1}{pT + 1}, \quad p = \frac{d}{dt}, \quad (2)$$

где  $t$  – непрерывное время, а  $T = RC$  – постоянная времени фильтра.

Пусть вторым фильтром  $\Phi_2$  является  $rLC$ -фильтр нижних частот. Тогда его дифференциальный оператор будет иметь вид

$$K_2(p) = \frac{\omega_0}{p^2 + \varepsilon\omega_0 p + \omega_0^2}. \quad (3)$$

В последнем соотношении  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_2}}$  – резонансная частота, а  $\varepsilon = \frac{r}{2L}$  – коэффициент затухания фильтра.

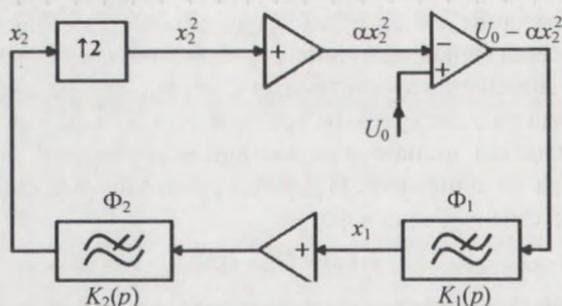


Рис. 1. Функциональная схема динамической системы, способной демонстрировать хаотизацию движения по сценарию Фейгенбаума;  $\alpha$  – управляющий параметр

Анализ функциональной схемы позволяет записать систему дифференциальных уравнений движения:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = K_1(p)(U_0 - \alpha x_2^2), \\ \dot{x}_2 = K_2(p)x_1, \end{cases}$$

которая после перехода к безразмерному времени  $\tau = \omega_0 t$  ( $d/dt = \omega_0 d/d\tau$ ,  $d^2/dt^2 = \omega_0^2 d^2/d\tau^2$ ) с учетом соотношений (1) – (3) примет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{\omega_0 T}(-x_1 - \alpha x_2^2 + U_0), \\ \ddot{x}_2 = x_1 - \varepsilon \dot{x}_2 - x_2. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь точкой над переменной обозначена операция взятия производной

по безразмерному времени  $\tau$ . Поскольку  $1/T = \omega_1$  – частота среза фильтра  $\Phi_1$ , то введем еще одну безразмерную величину  $\Omega = \omega_1/\omega_0$  – нормированную частоту среза фильтра  $\Phi_1$ .

Последним шагом в построении математической модели будет приведение системы (4) к нормальной форме Коши. Для этого введем переменную  $x_3 = \dot{x}_2$  и окончательно получим

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \Omega(-x_1 - \alpha x_2^2 + U_0), \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1 - x_2 - \varepsilon x_3. \end{cases} \quad (5)$$

Определим особые точки потока (5), положив  $\dot{x}_k = 0$ ,  $k = 1, 2, 3$ . Разрешив полученную систему нелинейных уравнений, получаем

$$x_{10} = x_{20} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha U_0}}{2\alpha}, \quad x_{30} = 0.$$

Из последних соотношений следует, что анализируемая система имеет две особые точки с координатами

$$\begin{aligned} & \left( \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\alpha U_0}}{2\alpha}, \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\alpha U_0}}{2\alpha}, 0 \right), \\ & \left( \frac{-1 - \sqrt{1 + 4\alpha U_0}}{2\alpha}, \frac{-1 - \sqrt{1 + 4\alpha U_0}}{2\alpha}, 0 \right), \end{aligned} \quad (6)$$

являющимися состояниями покоя.

Исследуем состояния покоя на устойчивость. Для этого возмутим уравнения движения (5), положив  $x_k = x_{k0} + \delta_k$ ,  $\|\delta_k\| \ll x_{k0}$ ,  $k = 1, 2, 3$ . Подставляя последние соотношения в систему уравнений (5) и линеаризуя последние в силу малости возмущений, получаем систему линейных дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию во времени малых возмущений  $\delta_k$ :

$$\begin{cases} \dot{\delta}_1 = \Omega(-\delta_1 - 2\alpha x_{20}\delta_2 + U_0), \\ \dot{\delta}_2 = \delta_3, \\ \dot{\delta}_3 = \delta_1 - \delta_2 - \varepsilon\delta_3. \end{cases} \quad (7)$$

На настоящем этапе анализа система (7) позволяет нам вычислить дивергенцию фазового потока (5):

$$\operatorname{div}(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \dot{\delta}_k}{\partial \delta_k} = -(\varepsilon + \Omega). \quad (8)$$

Так как  $\varepsilon$  и  $\Omega$  по физическому смыслу являются положительными величинами, то дивергенция (8) потока (5) является величиной отрицательной, следовательно, исследуемая система диссипативна при любых значениях своих параметров. Физически это означает, что любой исходный объем фазового пространства  $V_0$  с течением времени эволюционирует к нулю по закону  $V(\tau) = V_0 \exp[\operatorname{div}(x_1, x_2, x_3)\tau]$ . Однако стремление к нулю фазового объема совсем не означает стремление к нулю длин в фазовом пространстве  $(x_1, x_2, x_3)$ . Поэтому фазовые траектории могут образовать в этом пространстве аттракторы самых разных типов, в том числе и странные хаотические.

Продолжим анализ устойчивости особых точек. Характеристическое уравнение системы (7)

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \dot{\delta}_1}{\partial \delta_1} - \lambda & \frac{\partial \dot{\delta}_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial \dot{\delta}_1}{\partial \delta_3} \\ \frac{\partial \dot{\delta}_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \dot{\delta}_2}{\partial \delta_2} - \lambda & \frac{\partial \dot{\delta}_2}{\partial \delta_3} \\ \frac{\partial \dot{\delta}_3}{\partial \delta_1} & \frac{\partial \dot{\delta}_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial \dot{\delta}_3}{\partial \delta_3} - \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -(\Omega + \lambda) & -2\alpha\Omega x_{20} & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ 1 & -1 & -(\varepsilon + \lambda) \end{vmatrix} = 0$$

после раскрытия определителя принимает вид

$$a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \quad (9)$$

в котором коэффициенты имеют следующие значения:

$$a_0 = \pm\sqrt{1+4\alpha U_0}, \quad a_1 = 1 + \varepsilon\Omega, \quad a_2 = \varepsilon + \Omega, \quad a_3 = 1.$$

Согласно критерию Гурвица, особая точка является устойчивой при выполнении следующих условий:  $a_k > 0$ ,  $k = 1, 2, 3$  и  $a_1 a_2 > a_0$ . Отсюда, в силу того, что значение  $a_0 = -\sqrt{1+4\alpha U_0} < 0$ , сразу следует неустойчивость второй особой точки при любых значениях параметров потока

(5). Эта точка является репеллером, отталкивающим любую приближающуюся фазовую траекторию. Ниже мы еще вернемся к этому вопросу.

Исследуем устойчивость первой особой точки. В этом случае  $a_0 = \sqrt{1 + 4\alpha U_0} > 0$  и условие положительности всех коэффициентов характеристического уравнения (9) выполнено. Рассмотрим условие  $a_1 a_2 > a_0$ . Очевидно, что на границе устойчивости имеет место следующее соотношение  $a_1 a_2 = a_0$ , и, следовательно, теперь характеристическое уравнение (9) может быть преобразовано к виду

$$\lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_1 a_2 = (\lambda^2 + a_1)(\lambda + a_2) = 0, \quad (10)$$

допускающему непосредственный анализ.

Приравнивание к нулю сомножителей из (10) дает следующие значения корней характеристического уравнения:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -a_2 = -(\varepsilon + \Omega) < 0, \\ \lambda_{2,3} &= \pm j\sqrt{1 + \varepsilon\Omega}, \quad j = \sqrt{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Эти корни свидетельствуют о том, что вторая особая точка является седло-фокусом, который устойчив при  $a_0 < a_1 a_2$  и неустойчив в противном случае. Следовательно, за пределами границы устойчивости у корней  $\lambda_{2,3}$  появляется положительная вещественная часть и возникает первая бифуркация – бифуркация Хопфа, при которой в системе зарождается предельный цикл с частотой, приблизительно равной мнимой части корней  $\lambda_{2,3}$ .

Первое критическое значение управляющего параметра  $\alpha_H$  (возникновение первой бифуркации Хопфа) легко определяется из условия  $a_0(\alpha_H) = a_1 a_2$ :

$$\alpha_H = \frac{1}{4U_0\Omega^2} \left[ (1 + \varepsilon\Omega)^2 (\varepsilon + \Omega)^2 - \Omega^2 \right]. \quad (12)$$

На этом возможности аналитического исследования заканчиваются, и о поведении исследуемой системы при дальнейшем превышении управляющим параметром первого критического значения  $\alpha_H$  можно судить только по результатам численного эксперимента, которые изложены в следующем разделе.

### 3.2. Обзор результатов численного моделирования

Как следует из системы уравнений движения (5), поведение исследуемого потока полностью определяется четырьмя параметрами:  $U_0, \Omega, \alpha, \varepsilon$ . Каждый из этих параметров (или комбинаций из них) может выступать в роли управляющего (параметра порядка).

Исследуемая система трехмерна, поэтому сигнатура ляпуновских показателей  $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$ , расположенных в порядке убывания  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ , содержит три члена. Один из показателей ( $\lambda_2$ ) любой трехмерной системы с непрерывным временем всегда имеет нулевое значение. Кроме того, соотношения (8) свидетельствуют о том, что система (5) диссипативна, поэтому сумма всех трех ляпуновских показателей должна быть отрицательна. Следовательно, хотя бы один из оставшихся показателей  $\lambda_1, \lambda_3$  отрицателен. Поэтому если наибольший по значению показатель Ляпунова положителен, то энтропия Колмогорова – Синая (численно равная сумме положительных ляпуновских показателей) системы (5) будет также положительна, и, следовательно, движение в системе будет хаотическим. Если же больший по значению показатель Ляпунова отрицателен, то движение будет регулярным. Поэтому вид движения в системе (5) полностью характеризуется только старшим ляпуновским показателем  $\Lambda = \lambda_1$ .

В силу сделанных замечаний начнем численный анализ с обсуждения карты динамических режимов, представленной на рис. 2. Эта карта строилась следующим образом. Фиксировались два из четырех параметров  $U_0$  и  $\alpha$ , а значения двух оставшихся варьировались. При каждом возможном сочетании  $\varepsilon$  и  $\Omega$  численно интегрировалась система уравнений движения и вычислялся средний вдоль траектории максимальный характеристический показатель Ляпунова. На рис. 2 его значения отражены градациями серого цвета.

Как следует из представленной карты, динамика системы (5) чрезвычайно разнообразна. Незначительные изменения параметров приводят к резкому изменению значения  $\Lambda$  и, следовательно, к смене режимов – регулярные движения чередуются с хаотическими.

Дополнительные исследования показали, что карты динамических режимов, построенные при вариациях других параметров, имеют такой же сложный характер.

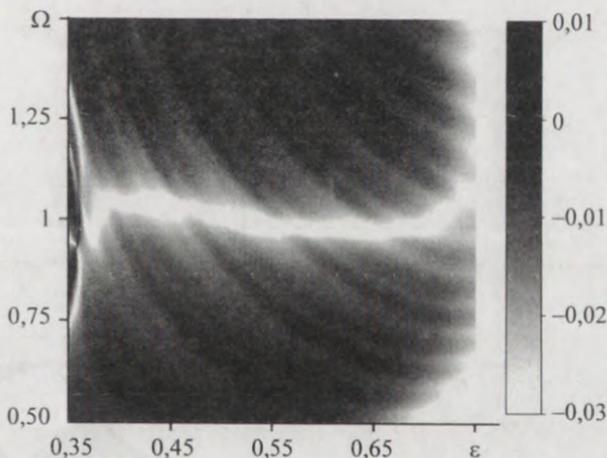


Рис. 2. Фрагмент карты динамических режимов потока (5) при  $U_0 = 1$ ,  $\alpha = 2$

Рассмотрим поведение старшего ляпуновского показателя при вариациях параметра  $\alpha$  и фиксированных значениях оставшихся трех параметров. Для этого обратимся к рис. 3 и 4, поскольку они удачно дополняют друг друга. При указанных на этих рисунках значениях параметров первое критическое значение управляющего параметра, вычисленное по соотношению (12), равнялось  $\alpha_H = 0,26480625$ .

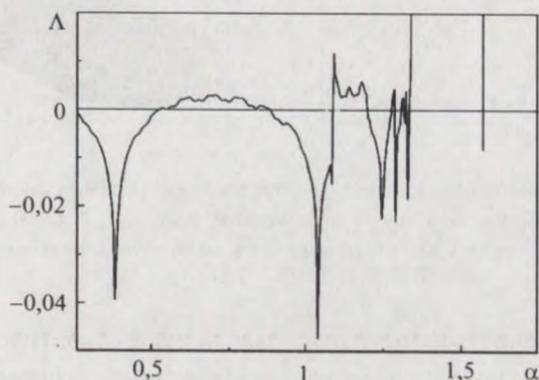


Рис. 3. Зависимость характеристического показателя Ляпунова  $\Lambda$  от управляющего параметра  $\alpha$  при  $U_0 = 1$ ,  $\varepsilon = 0,1$ ,  $\Omega = 0,25$

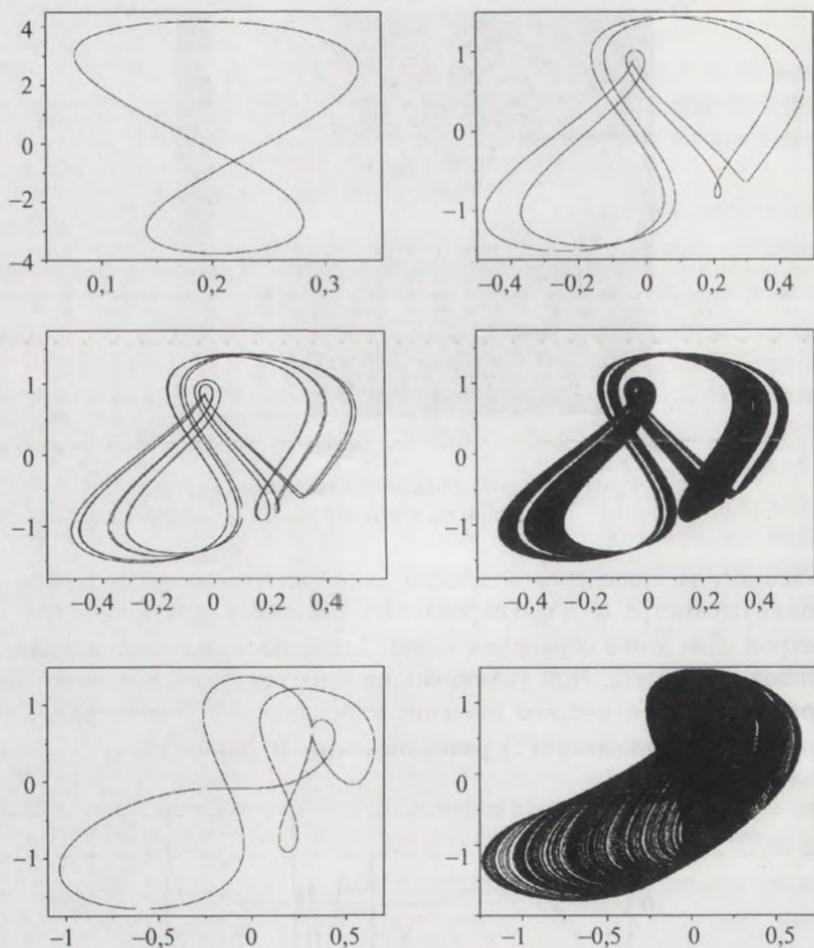


Рис. 4. Трансформации фазовых портретов, построенных в координатах  $(x_1, x_2)$  с ростом управляющего параметра  $\alpha$  при  $U_0 = 1$ ,  $\varepsilon = 0,1$ ,  $\Omega = 0,25$ . Слева направо и сверху вниз параметр порядка  $\alpha$  последовательно принимает следующие значения: 0,27; 0,4; 0,5; 0,7; 1,26; 1,5

При превышении параметром порядка первого критического значения в системе возникает регулярное автоколебание – предельный цикл. Затем происходит серия бифуркаций удвоения периода и, наконец, при  $\alpha \approx 0,52$  возникает странный хаотический аттрактор. Этот аттрактор

существует до достижения управляющим параметром значения  $\alpha \approx 0,875$ , после чего возникает окно регулярности. В окрестности значения  $\alpha \approx 1,15$  вновь наблюдается динамическая неустойчивость. Затем наблюдается еще одно окно регулярности, после которого реализуется режим развитого хаоса, в котором старший характеристический показатель достигает значения  $\Lambda \approx 0,1$ .

При превышении параметром порядка значения  $\alpha_q \approx 1,57$  (индекс  $q$  от слова quenching – срыв колебаний) происходит срыв автоколебаний со стремлением фазовой траектории к  $-\infty$ .

Наличие второго критического значения параметра порядка  $\alpha_q$  объясняется следующим образом. Рассчитаем по соотношениям (6) координаты особых точек при используемых нами значениях параметров  $U_0 = 1$ ,  $\varepsilon = 0,1$ ,  $\Omega = 0,25$  и  $\alpha_q \approx 1,57$ . Получаем, что первая особая точка имеет координаты  $(0,54, 0,54, 0)$ , а вторая –  $(-1,18, -1,18, 0)$ . Теперь обратимся к рис. 5.

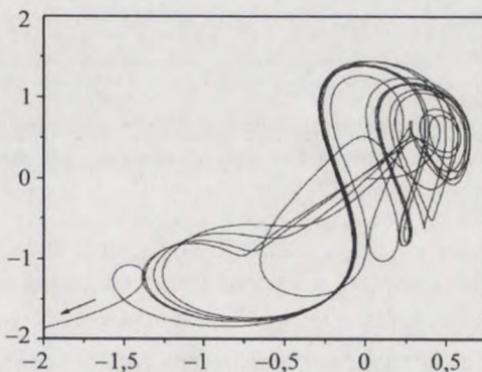


Рис. 5. Иллюстрация слияния странного хаотического аттрактора с особой точкой типа репеллера с уходом фазовой траектории в  $-\infty$ . Здесь, как и на рис. 4, фазовый портрет построен в координатах  $(x_1, x_2)$

Анализ этого рисунка свидетельствует о следующем. В правой верхней его части вокруг первой особой точки развивается странный хаотический аттрактор. Однако при выбранном значении  $\alpha_q \approx 1,57$  он «разбухает», увеличиваясь в размерах, и фазовая траектория попадает в окре-

стность второй особой точки. Происходит слияние хаотического аттрактора с особой точкой типа репеллера, что и приводит к уходу фазовой траектории на бесконечность.

Проведенные многочисленные численные эксперименты указывают на общность установленного явления. Так, например, на рис. 6 представлены зависимости старшего ляпуновского показателя от параметра порядка при  $\varepsilon = 0,5$ ,  $\Omega = 0,25$  и трех различных значениях  $U_0$ .

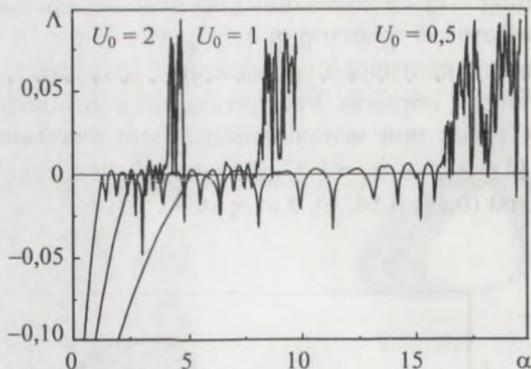


Рис. 6. Иллюстрация наличия второго критического значения параметра порядка  $\alpha_q$  для трех различных значений  $U_0$

Устанавливаем, что при указанных на рисунке значениях  $U_0$  существуют критические значения управляющего параметра. Так, при  $U_0 = 0,5$   $\alpha_q \approx 19,6$ , при  $U_0 = 1$   $\alpha_q \approx 9,8$ , а при  $U_0 = 2$   $\alpha_q \approx 4,9$ .

Видим, что при уменьшении параметра  $U_0$  допустимый диапазон изменения параметра порядка расширяется, что может быть использовано при настройке макета с целью увеличения точности измерения константы Фейгенбаума или более плавного перехода от одного типа аттрактора к другому.

Отметим еще одну особенность. Из рис. 6 следует, что при любом значении  $U_0$  существуют две качественно разные области значений параметра порядка. Так, например, при  $U_0 = 0,5$  В в области  $\alpha_H \leq \alpha < 16,28$  старший ляпуновский показатель меняется достаточно плавно при вариациях  $\alpha$ , но при  $16,28 \leq \alpha < \alpha_q$  наблюдается гиперчувствительность  $\Lambda$  к вариациям управляющего параметра.

На рис. 7 показан каскад Фейгенбаума, полученный на используемой в данной лабораторной работе экспериментальной установке.

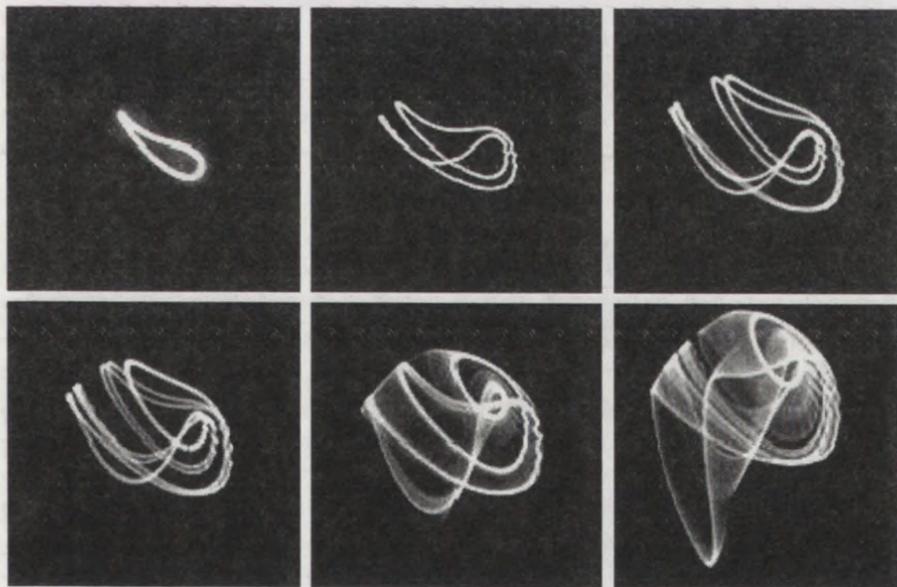


Рис. 7. Переход от периодического движения к хаосу по сценарию удвоения периода, наблюдаемый при вариациях управляющего параметра лабораторного макета

Фиксируя после каждой бифуркации значение управляющего параметра, можно вычислить первую константу Фейгенбаума, теоретическое значение которой равно  $\delta_F = 4,6692016\dots$

### Контрольные вопросы

1. Что такое динамическая система, поток и отображение?
2. Что такое аттрактор динамической системы, какие типы аттракторов Вам известны?
3. Дайте определение детерминированного хаотического движения.
4. В чем разница между динамическим хаосом и случайным процессом?
5. Что такое ляпуновский характеристический показатель, спектр таких показателей и их сигнатура?

6. Поясните геометрический смысл характеристического показателя Ляпунова?

7. Что такое фрактальная размерность, какие виды таких размерностей Вам известны?

8. Каково минимально необходимое число степеней свободы, при котором возможно возникновение хаотических колебаний?

9. Что такое логистическое отображение? Каковы его свойства?

10. Что такое каскад Фейгенбаума, в чем заключается его универсальность?

#### 4. Методические указания

Физический эксперимент проводится на лабораторном макете, спроектированном в соответствии с функциональной схемой, представленной на рис. 1. Квадратор реализован на интегральной микросхеме КМ525ПС2А, представляющей собой прецизионный перемножитель аналоговых сигналов с погрешностью перемножения не более 4 %. Линейный усилитель, суммирующий усилитель и буферный каскад реализованы на трех операционных усилителях К544УД2А соответственно по стандартным схемам включения. Изменение параметра порядка  $\alpha$  достигается изменением величины сопротивления резистора, включенного в цепь отрицательной обратной связи линейного усилителя.

Выбранные элементы схемы ( $RC$ -фильтр имеет частоту среза 355 кГц, частота среза  $rLC$ -фильтра – 264 кГц, а его коэффициент затухания составляет  $\sim 0,25$ ) определяют диапазон рабочих частот, который лежит в пределах 100...400 кГц. В данной области частот удается достичь максимальной адекватности эксперимента и математической модели в сочетании с низким уровнем собственных шумов исследуемой системы и измерительной аппаратуры.

Для расчета константы Фейгенбаума  $\delta_F$  в целях уменьшения погрешности вычисления в качестве значения параметра  $\alpha$  в расчетной формуле используется значение сопротивления  $R_1$ . Коэффициент усиления линейного усилителя, выбранный в качестве управляющего параметра, рассчитывается по формуле  $\alpha = R_1/R_2$ . Таким образом, выражение для расчета константы Фейгенбаума  $\delta_F = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_3 - \alpha_2}$  при подста-

новке значения  $\alpha$  принимает вид

$$\delta_F = \frac{R1_2 / R2 - R1_1 / R2}{R1_3 / R2 - R1_2 / R2},$$

где  $R1_1, R1_2, R1_3$  – сопротивления переменного резистора при первой, второй, и третьей наблюдаемой бифуркации соответственно,  $R2$  – значение сопротивления постоянного резистора. Преобразуя последнее выражение, получаем окончательное выражение для вычисления константы Фейгенбаума по результатам натурального эксперимента:

$$\delta = \frac{R1_2 - R1_1}{R1_3 - R1_2}. \quad (13)$$

## 5. Приложение

### 5.1. О классификации движений динамических систем

В последнее время самое пристальное внимание исследователей привлекают ограниченные непериодические движения в объектах и системах самой различной природы. Если эти движения порождаются детерминированной системой, неустойчивы по Ляпунову, но устойчивы по Пуассону, то их называют детерминированным, или динамическим хаосом.

Исследованием указанных типов колебаний занимается новая область физики, которая называется по-разному: нелинейная физика, нелинейная динамика, теория детерминированного хаоса, синергетика, Nonlinear Science, Science on Complexity. Предмет этой новой области необычайно широк и разнообразен. Он включает в себя гидродинамику, механику, акустику, радиофизику и многое другое. Лауреат Нобелевской премии по физике 2003 г. В.Л. Гинзбург в своем известном списке тридцати наиболее важных и интересных проблем физики и астрофизики XXI века [3] на одном из первых мест располагает нелинейную физику, турбулентность, детерминированный хаос и фракталы.

Однако до сих пор не сложилась общепринятая классификация систем и процессов, генерирующих такого рода движения. Особенно это относится к терминам «хаотический» и «стохастический». Подобная ситуация объясняется «молодостью» синергетики и теории динамического хаоса, а также гетерогенностью их источников, что обостряет проблему терминологического единства.

Кроме того, еще ряд важных проблем требуют обсуждения. Например, существуют два взаимно исключающих мнения о принципиальной

необходимости малых возмущений для возникновения хаоса в динамических системах. В такой ситуации возникает принципиальный вопрос о возможности воспроизводства хаотических движений изолированными динамическими системами. Не совсем ясна проблема применимости понятия ляпуновского характеристического показателя к системам со случайными внешними возмущениями и т.п.

В настоящем Приложении автор пытается изложить свой взгляд на проблему классификации динамических систем (подробней см. [4]).

Прежде всего, следует четко разделить динамические и стохастические системы. Это обусловлено тем, что использование термина «стохастический» применительно к процессам, в значительной мере обусловленным детерминированным оператором эволюции, вообще неуместно, поскольку стохастичность – это свойство «истинно» случайных систем. Состояние стохастической системы в момент времени  $t$  не зависит от ее состояния в момент  $t - \tau$ , при сколь угодно малом значении  $\tau$ , что, вообще говоря, совсем не обязательно для хаотических процессов. Движение в стохастической системе не может быть дважды повторено ни в физическом, ни в численном экспериментах и описывается только вероятностными характеристиками, такими, как законы распределения, моментные функции, спектральные плотности и т.п. Поэтому в предлагаемом варианте классификации (рис. 8) стохастические системы расположены в стороне и далее не рассматриваются.

Сосредоточим внимание на динамических системах. Здесь следует обратить внимание на то, что термины «динамическая» и «детерминированная» системы в настоящее время в практике словоупотребления рассматриваются практически как синонимы. Также редко различают понятия «детерминированный» и «динамический» хаос. В [4] показано, что в общем случае это неверно.

Динамические системы удобно классифицировать по степени открытости. Пусть эволюция во времени некоторого объекта (процесса, системы) произвольной природы может быть описана одним из соотношений вида

$$\bar{x}(t + \tau) = \hat{T}\bar{x}(t) + \bar{\xi}(t); \quad (14)$$

$$\bar{x}_{k+1} = \hat{T}\bar{x}_k + \bar{\xi}_k. \quad (15)$$

Здесь  $\bar{x}, \hat{T}, \bar{\xi}$  –  $M$ -мерные векторы. Соотношение (14) является моделью систем с непрерывным временем (потоков), а (15) – моделью систем с

дискретным временем (отображений). В (14) и (15)  $\hat{T}$  является детерминированным оператором эволюции, ставящим (при отсутствии возмущений) состоянию объекта в момент времени  $t, k$  его состояние в последующий момент времени  $t + \tau, k + 1$ . Стохастические слагаемые  $\xi(t), \xi_k$  отражают возможное влияние на детерминированную систему случайных внешних возмущений.

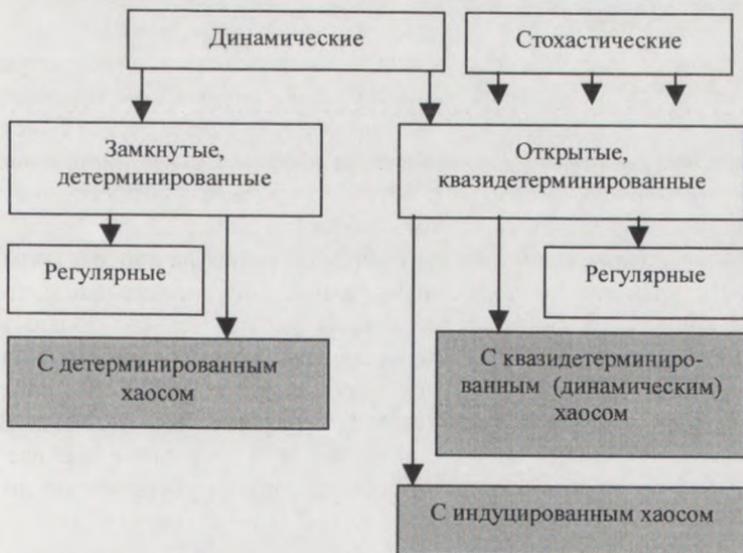


Рис. 8. Классификация систем, объектов и процессов.  
Затемнены подсистемы с хаотическим поведением

В случае, когда  $\xi \equiv 0$ , системы являются замкнутыми. Их поведение зависит только (и только!) от оператора эволюции  $\hat{T}$ , следовательно, только такие системы являются детерминированными. Следует иметь в виду, что это сильная идеализация, поскольку среди реально существующих объектов нет ни одного, который можно было бы считать полностью изолированным от внешних воздействий, т.е. замкнутой системой. Однако как идеализированные объекты они обладают тем замечательным свойством, что способны воспроизводить хаотические движения при полном отсутствии внешних возмущений. Такие движения естественно называть детерминированным хаосом.

Реальные системы всегда подвержены случайным воздействиям, обмениваются с внешним миром энергией, материей, энтропией и информацией, то есть являются системами открытыми. Теперь поведение динамической системы определяется не только (а иногда и не столько) видом оператора эволюции, поэтому их естественно называть квазидетерминированными.

Среди таких систем мы выделим системы с регулярным поведением, системы с динамическим хаосом и системы с индуцированным хаотическим поведением.

В первом случае эволюция в основном определяется оператором  $\hat{T}$ , движение имеет регулярный характер, а постоянно действующие возмущения малы и не приводят к заметным изменениям свойств системы.

Поведение системы с динамическим хаосом сильно напоминает поведение динамических систем с детерминированным хаосом, но внешние возмущения уже могут играть некоторую роль.

И, наконец, поведение систем с индуцированным хаосом сильно зависит от случайных внешних возмущений. Опыт показывает, что при исследовании таких систем в численном эксперименте с ролью малых возмущений иногда успешно справляются уже погрешности вычислений. Движение при этом является результатом конкуренции собственной динамики и динамики, связанной с открытостью системы. В стохастическом, на первый взгляд движении, при детальном анализе можно выделить детерминированную составляющую, убывающую по мере роста  $\|\xi\|$ .

# АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ: ПОНЯТИЕ И ПРИНЦИП ИЗМЕРЕНИЯ

## 1. Принцип измерения амплитудно-частотных характеристик линейных радиоэлектронных цепей

В радиоэлектронике широко распространены цепи и устройства, представляющие собой линейные четырехполюсники. Важнейшей их характеристикой является комплексный коэффициент передачи  $K(j\omega)$ , который может быть введен в рассмотрение следующим образом.

Если на входе и выходе некоторого четырехполюсника действуют напряжения  $u_{\text{вх}}(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$ , то между ними существует однозначная связь вида

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n}{dt^n} u_{\text{вых}} + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} u_{\text{вых}} + \dots + a_0 &= \\ = b_m \frac{d^m}{dt^m} u_{\text{вх}} + b_{m-1} \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} u_{\text{вх}} + \dots + b_0. \end{aligned}$$

В случае линейной стационарной цепи коэффициенты этого уравнения  $\{a\}_{k=0}^n$ ,  $\{b\}_{k=0}^m$  не зависят ни времени, ни от мгновенных значений сигналов  $u_{\text{вх}}(t)$ ,  $u_{\text{вых}}(t)$  и их производных. Они зависят только от внутренней конфигурации цепи, от наличия и способа соединения содержащихся в ней активных, диссипативных и реактивных элементов.

Применив к этому уравнению прямое интегральное преобразование Фурье, получим соотношение

$$\begin{aligned} [a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0] S_{\text{вых}}(j\omega) &= \\ = [b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0] S_{\text{вх}}(j\omega), \end{aligned}$$

связывающее спектральные плотности входного  $S_{\text{вх}}(j\omega)$  и выходного  $S_{\text{вых}}(j\omega)$  сигналов.

Комплексный коэффициент передачи цепи  $K(j\omega)$  естественно определить как отношение этих двух спектральных плотностей, а именно:

$$K(j\omega) = \frac{S_{\text{вых}}(j\omega)}{S_{\text{вх}}(j\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_0}.$$

Очевидно, что  $K(j\omega)$  зависит только от частоты  $\omega$  и не зависит ни от  $u_{\text{вх}}(t)$ , ни от  $u_{\text{вых}}(t)$ . Кроме того, так как  $S_{\text{вых}}(j\omega) = K(j\omega)S_{\text{вх}}(j\omega)$ , то в спектре выходного сигнала отсутствуют частотные составляющие, которых не было в спектре входного сигнала. Это очень важное свойство линейных цепей, которое могло бы быть положено (в отличие от принципа суперпозиции) в основу их определения.

Поскольку  $K(j\omega)$  полностью определен параметрами цепи  $\{a\}_{k=0}^n$  и  $\{b\}_{k=0}^m$ , то он содержит в себе всю информацию о реакции цепи на сигналы с различными частотными составляющими. Поэтому эта величина имеет огромное значение для практических приложений.

Очевидно, что справедливо представление  $K(j\omega) = K(\omega) \exp[j\varphi(\omega)]$ . Модуль комплексного коэффициента передачи  $K(j\omega)$  называется амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) цепи, а его аргумент  $\varphi(\omega)$  — фазочастотной (фазовочастотной) характеристикой (ФЧХ).

При экспериментальных исследованиях обычно измеряют АЧХ цепей и устройств. Это объясняется следующими причинами. АЧХ наглядно отображает свойства цепи в исследуемом диапазоне частот. Кроме того, подавляющее число цепей является минимально-фазовыми, для них существует однозначная связь между  $K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$ , вследствие чего ФЧХ можно вычислить по измеренной АЧХ. Минимально-фазовыми цепями являются колебательные контуры, резонаторы, фильтры, усилители и другие устройства, в которых отсутствуют перекрестные связи; к неминимально-фазовым цепям относятся некоторые мостовые схемы. На практике при настройке минимально-фазовых цепей достаточно обеспечить требуемую форму АЧХ. При этом будет автоматически получена известная фазочастотная характеристика.

Остановимся на вопросе экспериментального измерения АЧХ радиозлектронных устройств. Пусть на вход некоторого линейного четырехполюсника поступает гармонический сигнал вида

$$U_{\text{вх}} = A_{\text{вх}} e^{j(\omega_{\text{вх}} t + \varphi_{\text{вх}})}.$$

этом выражении  $A_{\text{вх}}, \omega_{\text{вх}}, \varphi_{\text{вх}}$  – амплитуда, частота и начальная фаза одного сигнала соответственно.

Вычислим спектральную плотность этого сигнала, применив прямое интегральное преобразование Фурье:

$$S_{\text{вх}}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_{\text{вх}} e^{-j\omega t} dt = A_{\text{вх}} e^{j\varphi_{\text{вх}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega_{\text{вх}} - \omega)t} dt = A_{\text{вх}} e^{j\varphi_{\text{вх}}} \delta(\omega_{\text{вх}} - \omega),$$

где символом  $\delta(\cdot)$  обозначена дельта-функция Дирака.

На выходе исследуемой цепи, очевидно, появится сигнал вида

$$U_{\text{вых}} = A_{\text{вых}} e^{j(\omega_{\text{вх}} t + \varphi_{\text{вх}} + \varphi_{\text{ц}})},$$

где  $A_{\text{вых}}, \varphi_{\text{ц}}$  – амплитуда выходного сигнала и фазовый сдвиг, вносимый электронной цепью соответственно. Спектральная плотность выходного сигнала, вычисленная аналогично спектральной плотности входного сигнала, может быть записана в следующей форме:

$$S_{\text{вых}}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_{\text{вых}} e^{-j\omega t} dt = A_{\text{вых}} e^{j(\varphi_{\text{вх}} + \varphi_{\text{ц}})} \delta(\omega_{\text{вх}} - \omega).$$

Теперь комплексный коэффициент передачи цепи в соответствии с введенным выше определением примет вид

$$K(j\omega) = \frac{S_{\text{вых}}(j\omega)}{S_{\text{вх}}(j\omega)} = \frac{A_{\text{вых}} e^{j(\varphi_{\text{вх}} + \varphi_{\text{ц}})}}{A_{\text{вх}} e^{j\varphi_{\text{вх}}}} = \frac{A_{\text{вых}}}{A_{\text{вх}}} e^{j\varphi_{\text{ц}}}.$$

Амплитудно-частотная характеристика цепи определяется как модуль последнего соотношения:

$$K(\omega) = \left| \frac{A_{\text{вых}}}{A_{\text{вх}}} e^{j\varphi_{\text{ц}}} \right| = \frac{A_{\text{вых}}}{A_{\text{вх}}} |\cos \varphi_{\text{ц}} + j \sin \varphi_{\text{ц}}| = \frac{A_{\text{вых}}}{A_{\text{вх}}}.$$

Теперь становится понятно, как экспериментально измерять АЧХ в требуемом диапазоне частот  $\Delta\omega$ . На любой частоте измерения  $\omega_{\text{изм}} \in \Delta\omega$  необходимо определить амплитуду гармонического сигнала на входе исследуемой цепи  $A_{\text{вх}}$  и амплитуду того же сигнала на ее выходе  $A_{\text{вых}}$ . Теперь  $K(\omega_{\text{изм}})$  определен. После этого описанная процедура повторяется и при других значениях частот из диапазона  $\Delta\omega$ .

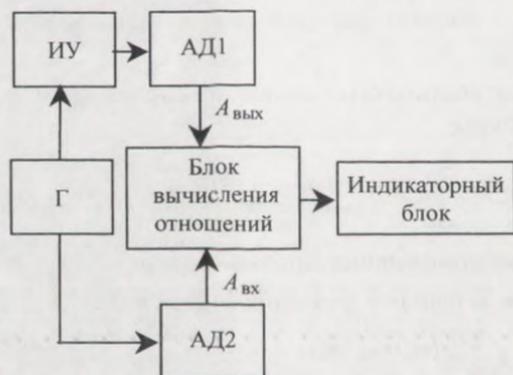


Рис. 1. Функциональная схема измерения АЧХ: ИУ – исследуемое устройство, Г – перестраиваемый по частоте генератор гармонических колебаний, АД1, АД2 – амплитудные детекторы

торного блока. В результате этого на экране электронно-лучевой трубки рисуется АЧХ исследуемого устройства в установленном диапазоне частот  $\Delta\omega$ . Примерный вид АЧХ устройства со слабо выраженными избирательными свойствами приведен на рис. 2.

## 2. Назначение прибора

Прибор XI-54 как раз и предназначен для наблюдения и измерения амплитудно-частотных характеристик активных и пассивных радиоэлектронных устройств самого различного назначения. Он позволяет наблюдать АЧХ исследуемого устройства на экране осциллографического индикатора, а все измеряемые величины отображаются на том же экране в цифровой форме.

Рассматриваемый прибор является измерительным устройством, все выполняемые функции которого находятся под управлением встроенного микропроцессора. Сервисные удобства, предоставляемые пользо-

Установленный принцип измерения АЧХ поясняется рис. 1.

В качестве конкретного примера рассмотрим работу измерителя частотных характеристик типа XI-54.

Описываемый ниже прибор построен с использованием аналогичного принципа измерения, но процедура измерения и построения АЧХ полностью автоматизирована. Частота генератора Г автоматически изменяется (качается) синхронно с частотой развертки индикаторного блока.

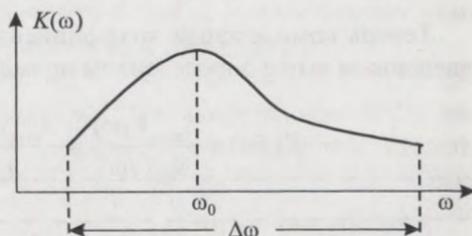


Рис. 2. Примерный вид АЧХ низкодобротного колебательного контура с резонансной частотой  $\omega_0$ , измеренной в полосе качания частоты  $\Delta\omega$

вателю, и возможности прибора настолько широки, что осветить их в настоящем пособии ввиду его ограниченного объема не представляется возможным. Поэтому желающим более глубоко разобраться в устройстве измерителя с целью реализации всех заложенных в последнем возможностей можно рекомендовать обратиться к комплекту документации, поставляемой заводом-изготовителем [1].

### 3. Технические характеристики

#### 3.1. Рабочие диапазоны прибора:

I поддиапазон включает в себя частоты от 0,1 до 5,7 МГц.

II поддиапазон включает в себя частоты от 5,6 до 150 МГц.

Полный диапазон включает в себя частоты от 0,1 до 150 МГц.

На экране осциллографического индикатора можно установить любую полосу обзора по частоте, лежащую в пределах I либо II поддиапазонов.

3.2. Отклонение частотного масштаба на экране прибора от линейного закона не превышает  $\pm 5\%$  в любом поддиапазоне частот.

3.3. Обзор выбранного диапазона частот обеспечивается автоматической перестройкой генератора качающейся частоты (ГКЧ). Нестабильность частоты этого генератора за 10 минут измерения не превышает 0,05% от максимальной частоты выбранного поддиапазона. Для подключения ГКЧ к исследуемой цепи служит коаксиальный разъем с волновым сопротивлением 50 Ом.

3.4. Выходная мощность, развиваемая ГКЧ на согласованной нагрузке 50 Ом, составляет не менее 1 мВт, что соответствует напряжению не менее чем 225 мВ. Выходное напряжение может регулироваться ручкой управления УРОВЕНЬ, расположенной на передней панели генераторного блока. Неравномерность выходного уровня ГКЧ не более  $\pm 1,5$  дБ в любой полосе частот качания.

3.5. Номинальный (рекомендуемый) выходной уровень ГКЧ  $220 \div 250$  мВ. При исследовании активных цепей (цепей с усилением) рекомендуемый уровень может оказаться слишком высоким, тогда его можно понизить в пределах от 0 до  $-50$  дБ ступенями через 10 дБ соответствующими органами управления.

3.6. Неравномерность собственной АЧХ прибора в максимальной полосе качания не превышает  $\pm 0,4$  дБ.

3.7. Уровень паразитных составляющих в спектре выходного сигнала ГКЧ не более  $-25$  дБ.

3.8. Входное сопротивление детекторной головки (используемой в лабораторном практикуме) на частоте 100 МГц составляет не менее 2 кОм при входной емкости не более 4 пФ.

3.9. Указанные технические характеристики обеспечиваются после установления рабочего режима. Время установления (предварительный прогрев) составляет не менее 20 мин.

3.10. Время непрерывной работы в лабораторных условиях при сохранении технических характеристик не менее 16 часов.

#### 4. Состав прибора и схема межблочных соединений

Прибор XI-54 конструктивно выполнен в виде двух блоков, включаемых в соответствии со схемой, представленной на рис. 3.

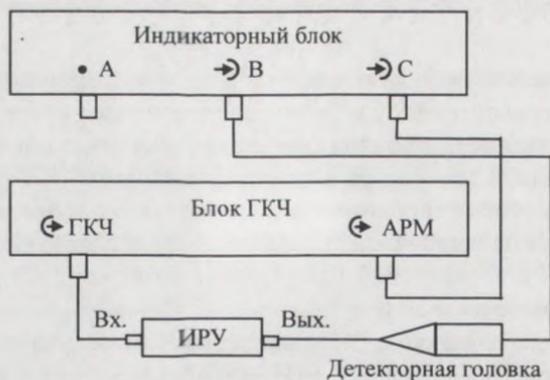


Рис. 3. Структурная схема соединений прибора XI-54 с исследуемым устройством в режиме широкополосного амплитудного детектирования

Один из блоков (ГКЧ) – генераторный, обеспечивает на своем выходе (коаксиальный 50-омный разъем) неизменный по амплитуде сигнал, частота которого изменяется во времени по линейному закону. В процессе перестройки последовательно устанавливаются 512 значений частот из требуемого диапазона перестройки генераторного блока. Постоянство амплитуды этого сигнала обеспечивается специальной системой автоматической регулировки мощности (АРМ).

Второй блок – индикаторный, обеспечивает визуальное наблюдение исследуемой АЧХ и отображение измеряемых величин в цифровой

форме. На его вход «С» поступает опорный аналоговый сигнал от системы АРМ, который в дальнейшем используется в системе вычисления отношения исследуемый сигнал/опорный сигнал, необходимого для автоматической калибровки прибора. На вход «В» подается выпрямленный сигнал от высокоомной детекторной головки, используемый после обработки для вертикального отклонения луча электронно-лучевой трубки. Вход «А» используется при некоторых других режимах работы, которые рассматриваются ниже.

## 5. Принцип работы прибора

Сигнал неизменной амплитуды, частота которого изменяется во времени по закону, близкому к линейному, с блока ГКЧ подается на вход исследуемого устройства (ИУ). При этом развертка во времени сигнала с выхода этого устройства очевидно в точности повторяет АЧХ последнего. К выходу ИУ подключается широкополосная детекторная головка, сигнал с которой и управляет вертикальным отклонением луча осциллографа, встроенного в индикаторный блок. Так как частота выходного сигнала ГКЧ изменяется по тому же закону, что и напряжение горизонтальной развертки осциллографа, то на экране индикаторного блока высвечивается исследуемая АЧХ.

Отсчет частоты и напряжения – цифровой, осуществляется с помощью встроенных аналогово-цифровых преобразователей, управляемых микропроцессорным комплектом.

## 6. Подготовка прибора к работе

6.1. Перед началом работы внимательно изучить настоящие методические указания.

6.2. До включения прибора в «Сеть» соедините кабелем разъем «С» блока индикации и разъем «АРМ» блока ГКЧ. К разъему «В» блока индикации подключите широкополосную детекторную головку.

**Внимание!** Знак «!» на входах каналов А, В и С индикатора означает, что на контактах этих разъемов имеется постоянное напряжение источника питания 15 В. Поэтому во избежание замыкания контактов указанных разъемов подключение к ним кабелей производится только при выключенных тумблерах СЕТЬ обоих блоков прибора.

6.3. Установите ручки МЕТКА и УРОВЕНЬ в среднее положение.

6.4. Включите вилки сетевых шнуров в розетки сети.

6.5. Включите тумблеры СЕТЬ на передних панелях блоков. Через 20 минут прибор будет готов к работе.

## 7. Зоны отображения информации на экране индикаторного блока

Весь экран индикатора условно можно разбить на 8 зон, нумерация которых приведена на рис. 4.

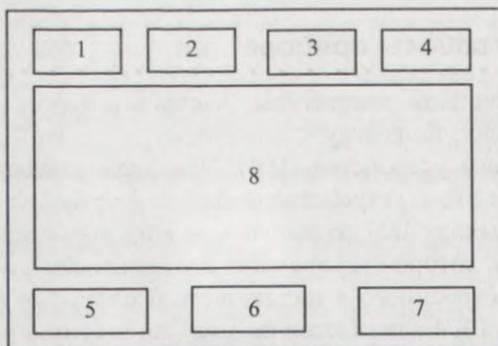


Рис. 4

В каждой из зон высвечивается определенная информация. Назначение каждой зоны станет ясным из дальнейшего изложения.

## 8. Калибровка прибора

### 8.1. Проверка общей работоспособности прибора

Нажмите на кнопку ОБЩ «X», и после появления надписи РАБОТА «=#», «ТЕСТ =Т» нажмите кнопку «#». После появления надписи ДИАПАЗОН «?» нажмите последовательно кнопки « $\Delta F_{\max}$ », «R», «1». Термин «нажать кнопку» применительно к кнопке с индикацией означает, что необходимо нажатием кнопки добиться свечения данной кнопки. При этом на экране индикатора в зоне 8 появится линия, соответствующая уровню выходного сигнала ГКЧ, а в зоне 4 – цифровое значение уровня напряжения в милливольтках на входе канала С. Положение этой линии должно регулироваться ручкой УРОВЕНЬ, с помощью которой необходимо установить в зоне 4 значение напряжения в пределах  $(220 \pm 20)$  мВ.

В это время происходит автоматическая калибровка прибора по частоте. В зоне 5 при этом высвечивается нижнее значение частоты полосы обзора; в зоне 6 – значение частоты, соответствующей положению метки (вертикальной линии); в зоне 7 – верхнее значение частоты полосы обзора. Значения всех частот выражены в МГц.

В зоне 1 появится надпись КАНАЛ? В ответ нажмите кнопку «В».

## 8.2. Калибровка прибора по амплитуде

Перед проведением амплитудных измерений обязательна амплитудная калибровка. Ниже мы рассмотрим эту операцию в режиме широкополосного детектирования с коррекцией неквадратичности детекторной характеристики. Проследите, чтобы кнопки «С», «В», «lg», «Ах», «» были включены. Выключите кнопку «» под кнопкой «С». Вставьте щуп высокоомной детекторной секции в коаксиальное гнездо « ГКЧ», расположенное на передней панели генераторного блока. Нажмите кнопку «#».

В это время происходит автоматическая калибровка прибора по амплитуде. По окончании процесса линия канала В должна выровняться в прямую, в зоне 1 должно индицироваться значение поправочного коэффициента  $V = \dots$ , а значение ослабления, индицируемое в зоне 3, должно быть в пределах  $\pm 0,2$  дБ.

## 9. Наблюдение и исследование АЧХ

9.1. После проведения калибровки прибора отсоедините от выхода « ГКЧ» детекторную головку. Подключите ИУ к прибору в соответствие со схемой, представленной на рис. 1. При этом на экране индикаторного блока будет наблюдаться АЧХ исследуемого устройства.

9.2. Перемещая вертикальную метку ручкой МЕТКА, устанавливают ее на интересующую точку АЧХ. При этом в зоне 6 индицируется частота метки, выраженная в МГц, а в зоне 3 индицируется величина коэффициента передачи, выраженная в дБ. Если вы желаете знать значение коэффициента передачи в абсолютных единицах нажмите кнопку «(S)».

9.3. При измерении коэффициентов передачи, больших 1 (больше 0 дБ), может произойти перегрузка детекторной головки, о чем будет свидетельствовать появление символа ! в зоне 3. Для устранения перегрузки необходимо уменьшить амплитуду напряжения ГКЧ. Для этого необходимо включить кнопку «» в правом вертикальном ряду и кнопками «-10», «-20», «-40» установить требуемое затухание в дБ.

**9.4.** Часто после проведенной калибровки прибора в процессе работы возникает необходимость в изменении пределов качания частоты сигнала ГКЧ. В этом случае возможны два способа коррекции диапазона частот:

а) Для сужения полосы качания ручкой МЕТКА установите вертикальную метку в точку развертки, соответствующую требуемой новой начальной (конечной) частоты. Нажмите кнопку «F1» («F2»). При этом значение установленной частоты переписывается из зоны 6 в зону 5 (7) экрана индикатора и автоматически осуществляется калибровка в новом частотном диапазоне. При выполнении пункта а) метку можно перемещать лишь в пределах от 0,02 до 0,98 длины развертки индикатора.

б) Для расширения полосы качания установите перестраиваемую вертикальную метку в крайнее левое (правое) положение и нажмите кнопку «F1» («F2»).

Ну и, кроме того, при необходимости можно, нажав кнопку ОБЩ «X», вернуться в исходное положение и по описанному алгоритму выбрать не первый, а второй или общий поддиапазон частот. Порядок установления полосы качания, отличающийся от I, II или общего диапазона, описан в пункте 11.1 настоящих указаний.

## **10. Программная и аппаратурная отстройка от шумов**

Включение режима программной отстройки от шумов проводится нажатием кнопки « $\Sigma/N$ ». При этом проводится усреднение амплитудных погрешностей измерения в дискретных точках диапазона по методу наименьших квадратов. Также в значительной степени избавиться от шумов можно, сузив полосу пропускания устройства. Для этого необходимо нажать кнопку « $\wedge$ ».

## **11. Дополнительные сервисные функции**

### **11.1. Установка требуемого диапазона обзора АЧХ**

На практике часты случаи, когда пользователю заранее известны минимальная и максимальная границы частотного диапазона, в котором предполагается проведение исследования АЧХ ИУ. Очевидно, что при этом удобней не вызывать один из стандартных поддиапазонов частот (первый, второй или общий) с последующей коррекцией, а установить требуемые граничные частоты до калибровки прибора.

В этом случае после выполнения пункта 5 настоящих методических указаний необходимо поступить следующим образом. После нажатия кнопки ОБЩ «Х» и появления в зонах 2 и 3 экрана индикаторного блока надписи РАБОТА «=#», ТЕСТ «=Т» нажмите кнопку «#», а после появления надписи ДИАПАЗОН «?» нажмите кнопку «F1», что приведет к появлению в зоне 5 надписи «F1=?». Нажмите кнопку «Н» и с помощью кнопок цифрового поля введите необходимое значение нижней границы диапазона качания, выраженное в МГц. При ошибочном вводе значения нажмите кнопку «Х», что приведет к стиранию набранного числа. Затем повторите набор требуемого значения частоты и нажмите кнопку «#». При этом знак «?» появится в зоне 7 экрана блока индикации.

Для установки верхней частоты требуемого диапазона просмотра АЧХ исследуемого устройства аналогичным образом введите значение конечной частоты, выраженной в МГц. Если при наборе частот оказалось, что нижняя из них больше верхней, в зоне 6 появится надпись ЕРР «4». В этом случае повторите набор после нажатия кнопки ОБЩ «Х».

Допускается устанавливать сначала конечную, а затем начальную частоты диапазона качания блока ГКЧ.

После установки требуемого диапазона обзора АЧХ и выбора канала проведите калибровку прибора по амплитуде в соответствии с пунктом 8.2 настоящих указаний.

## 11.2. Использование регистра памяти

Алгоритм работы прибора позволяет записать и хранить в памяти одну наблюдаемую АЧХ, а также выводить на экран данные из памяти или разницу между текущими данными наблюдаемой АЧХ и данными памяти.

Запись АЧХ в память осуществляется отдельно по каналам А или В или одновременно нажатием кнопки «#» при включенной кнопке «П».

Для извлечения АЧХ из памяти необходимо отпустить кнопки «А» и «В» и нажать кнопку «П».

Если необходимо наблюдать на экране прибора разницу между исследуемой АЧХ и АЧХ, записанной в памяти нажмите кнопку «Х/П».

## 11.3. Установка метки на требуемую частоту

Нажмите кнопку «F». При этом в зоне 6 экрана появится надпись «F=?». Нажмите кнопку «R», и с помощью кнопок цифрового поля вве-

дите требуемое значение частоты в МГц; нажмите кнопку «#». На экране взамен перестраиваемой частотной метки появится метка в точке, максимально приближенной к требуемой частоте, в зоне 6 экрана появится точное значение частоты точки метки. Для выключения программируемой частотной метки отпустите кнопку «F».

## 12. Исследование АЧХ узкополосных устройств

В измерителях АЧХ частота напряжения ГКЧ меняется во времени. При этом, как впервые показал А.А. Харкевич, существенную роль играет время пребывания частоты ГКЧ в полосе пропускания исследуемой цепи. Если это время соизмеримо или меньше ее постоянной времени, переходные процессы искажают форму огибающей напряжения на выходе ИУ. Вследствие этого изображение на экране прибора может значительно отличаться от статической АЧХ.

Как правило, при исследовании цепей и устройств стремятся получить их статические АЧХ. Вызванные излишне высокой скоростью изменения частоты ГКЧ отклонения формы АЧХ на экране (и соответственно в памяти прибора) от статической АЧХ рассматривают как динамические погрешности. Так, например, при исследовании АЧХ колебательного контура эти искажения проявляются в уменьшении максимума резонансной кривой, смещении ее по оси частот и увеличении полосы пропускания.

Указанные эффекты растут с увеличением скорости изменения частоты ГКЧ.

Для оценки величины динамических искажений уменьшают скорость качания частоты ГКЧ. Если при этом не наблюдается изменения формы АЧХ, можно считать, что динамические искажения малы. При этом очень удобно пользоваться регистром памяти, как это описано в пункте 11.2 режим «Х/П».

С целью уменьшения динамических искажений в XI-54 предусмотрен режим уменьшения скорости перестройки частоты. Уменьшение скорости перестройки частоты обеспечивается увеличением времени выдержки после установки частоты в каждой точке на время в миллисекундах, равное  $2^N$ , где  $N$  – целые положительные числа от 0 до 8.

Для уменьшения периода качания частоты ГКЧ нажмите кнопку «TxN». При этом в зоне 1 экрана индицируется надпись «N=?». С помощью кнопок цифрового поля при предварительно нажатой кнопке

«R» введите требуемые значения  $N_1$ ,  $N_2$ . Например,  $N = 2,4$  означает, что проводится измерение в каждой второй из 512 точек развертки с временем задержки в каждой из точек  $2^4 = 16$  мс.

Для выключения режима отпустите кнопку «TxN».

### 13. Работа с использованием внешнего преобразователя частоты

При исследовании пассивных радиоэлектронных цепей с большим затуханием на выходе широкополосной детекторной головки сигнал будет иметь амплитуду, недостаточную для дальнейшей обработки и отображения на экране блока индикации. Кроме того, при малых сигналах детекторная головка является существенно нелинейным устройством и вносит погрешность в результат измерения.

В этом случае естественно было бы усилить сигнал, несущий информацию об исследуемой АЧХ цепи до подачи его на детекторную головку. Однако при этом возникает трудноразрешимая задача равномерного усиления в широкой полосе частот (например, в полосе 0,1 ... 150 МГц при работе в полном диапазоне ГКЧ).

Выходом из описанной ситуации является перенос информативного сигнала на некоторую промежуточную, невысокую частоту, на которой получение достаточного усиления не было бы проблематичным.

В связи с этим в комплект прибора входит измерительный смеситель – устройство, имеющее два входа и один выход. На входы этого устройства подаются сигнал от ГКЧ, прошедший через ИУ, и от гетеродина – устройства, частота которого точно следует за частотой ГКЧ с постоянным сдвигом на величину, определяемую значением промежуточной частоты (в XI-54 значение промежуточной частоты равно 80 кГц).

На выходе измерительного преобразователя присутствует сигнал частотой 80 кГц, амплитуда которого несет информацию об АЧХ исследуемой цепи. Амплитуда этого сигнала достаточно велика, так как коэффициент передачи преобразователя порядка 30 дБ, вследствие встроенного в него усилителя. Неравномерность частотной характеристики коэффициента передачи смесителя не превышает  $\pm 1,5$  дБ.

Подключение измерительного преобразователя к прибору и ИРУ осуществляется следующим образом. Сигнал с выхода « $\leftarrow$  ГКЧ» генераторного блока подается на вход ИУ. Выход ИУ соединяется с входом « $\rightarrow$  ВЧ» преобразователя. На вход « $\rightarrow$  ГЕТ» преобразователя должен

поступать сигнал от разъема «☞ ГЕТ» генераторного блока. На последнем разъеме присутствуют сигнал с частотой, точно на 80 кГц отличающейся от частоты сигнала ГКЧ. Этот сигнал создается в результате сдвига частоты ГКЧ на постоянную величину в специальном устройстве. Преобразованный и усиленный сигнал частотой 80 кГц присутствует на выходе «☞ ПЧ» измерительного преобразователя. Этот выход должен быть соединен с входом «☞ А» канала А индикаторного блока.

Вход «☞ С» индикаторного блока, как и в случае широкополосного детектирования, соединяется с разъемом «☞ АРМ» генераторного блока.

При анализе АЧХ с использованием внешнего преобразователя частоты калибровка прибора по частоте не отличается от порядка, описанного в пункте 8.1 настоящих указаний, за исключением того, что на запрос КАНАЛ? необходимо нажать кнопку «А».

Калибровка прибора по амплитуде в режиме гетеродинного преобразования после установки требуемого диапазона качания проводится нижеописанным образом.

Проследите, чтобы кнопки «С», «lg», «Ах», « $\Psi$ » были включены. Кнопки «-10», «-20», «-40» канала С должны быть отпущены. На экране индикатора в зоне 8 должна индцироваться кривая выходного уровня ГКЧ. Вращением ручки УРОВЕНЬ по показаниям в зоне 4 экрана установите уровень на входе канала С, равный  $(220 \pm 20)$  мВ.

Следует заметить, что калибровка прибора по каналу А может быть проведена на любом уровне выходного сигнала ГКЧ, устанавливаемом с помощью кнопок канала С. Однако при калибровке на малых уровнях погрешности калибровки и измерения увеличиваются.

Включите кнопки «А», «-20» канала С. В зоне 8 должна индцироваться кривая собственной АЧХ прибора по входу А. Нажмите кнопку « $\blacktriangledown$ », в зоне 1 появится надпись А КАЛИБР. «?». Нажмите кнопку «#», надпись исчезнет, а кривая собственной АЧХ прибора должна трансформироваться в прямую, поскольку к этому моменту ее неравномерность компенсируется. Данные калибровки, индцируемые в зоне 2 экрана, должны находиться в пределах  $\pm 0,15$  дБ.

# ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

## 1. Принципы визуализации электрических сигналов

Для визуального наблюдения гармонических и импульсных периодических и непериодических электрических сигналов и измерения их параметров (амплитуды, периода повторения, длительности импульсов, скважности) служат приборы, называемые осциллографами. По типу элементной базы и способу отображения информации они подразделяются на аналоговые и цифровые.

### 1.1. Аналоговые осциллографы

Основным узлом аналоговых осциллографов является электронно-лучевая трубка (ЭЛТ) с электростатическим управлением и формированием луча. ЭЛТ представляет собой стеклянную вакуумную колбу цилиндрической формы с расширением к одному концу в виде конуса (рис. 1).

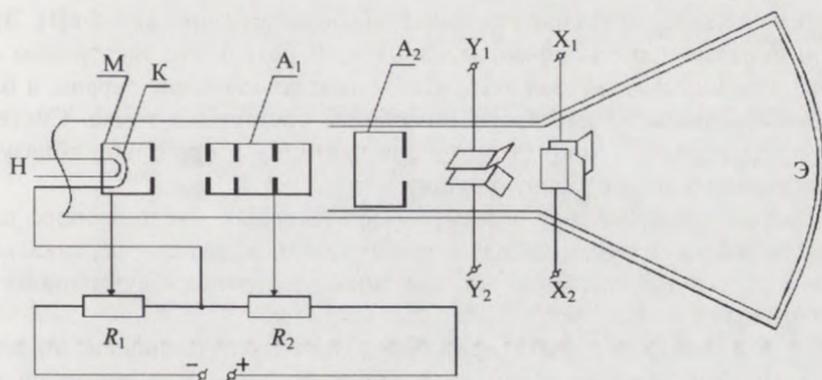


Рис. 1. Электронно-лучевая трубка с электростатическим управлением

Почти плоское основание конуса покрыто слоем люминофора. Это экран трубки Э. Внутри нее расположены катод (К), подогреваемый нитью накала (Н), и три цилиндрических соосных электрода:

- модулятор яркости светового пятна (М),
- первый анод (А1),
- второй анод (А2).

Электроны, вылетевшие с катода под разными углами к его поверхности, попадают в электрическое поле цилиндра М, окружающего катод и имеющего отрицательный потенциал относительно катода. Этим полем поток электронов сжимается и направляется в отверстие модулятора. Так формируется электронный пучок. Интенсивность пучка, а следовательно, и яркость светящегося на экране пятна можно регулировать с помощью потенциометра  $R_1$ , так как поле управляющего электрода помимо сжимающего действия на поток электронов оказывает еще и тормозящее действие. При достаточно большом отрицательном потенциале модулятора можно совсем «погасить» пучок. После модулятора электронный пучок попадает в электрическое поле первого анода, или, как его еще называют, фокусирующего цилиндра. На него подается положительное относительно катода напряжение порядка нескольких сотен вольт. Это поле ускоряет электроны в пучке и, благодаря своей конфигурации, сжимает электронный пучок. Таким образом, фокусировка луча достигается изменением потенциала первого анода с помощью потенциометра  $R_2$ . Второй анод представляет собой короткий цилиндр, который располагают непосредственно за первым анодом и подают на него более высокое положительное напряжение (1 – 5 кВ). Этот анод называют еще ускоряющим анодом. В результате электронам сообщается достаточная скорость, чтобы вызвать свечение экрана, а благодаря фокусировке на экране получается светящаяся точка. Система электродов: катод – модулятор – первый анод – второй анод образуют так называемую электронную пушку.

Дальше расположены две пары параллельных отклоняющих пластин. Одна из них установлена горизонтально, а другая – вертикально. При отсутствии напряжений на пластинах электронный луч попадает в центр экрана.

Если к пластинам X и Y приложить разность потенциалов, то электронный луч будет отклоняться в горизонтальном или вертикальном направлениях. Таким образом, претерпев на своем пути два взаимно перпендикулярных отклонения, электронный луч может быть направ-

лен в любую точку экрана. Это отклонение, наблюдаемое на экране ЭЛТ по положению светящегося пятна, будет прямо пропорционально приложенному напряжению.

Работа осциллографа в режиме развертки иллюстрируется рис. 2. Пусть напряжение, приложенное к пластинам Y, равно нулю, а на пластины X подано напряжение пилообразной формы, меняющееся линейно со временем. Пятно от электронного луча на экране ЭЛТ будет перемещаться в горизонтальном направлении в течение времени  $T_p$ , равном периоду повторения пилообразного напряжения (прямой ход луча), а затем мгновенно возвращаться в первоначальное состояние (обратный ход луча). На экране будет высвечена горизонтальная линия, соответствующая прямому ходу луча. Это отклонение луча, линейно связанное со временем, называется **разверткой**.

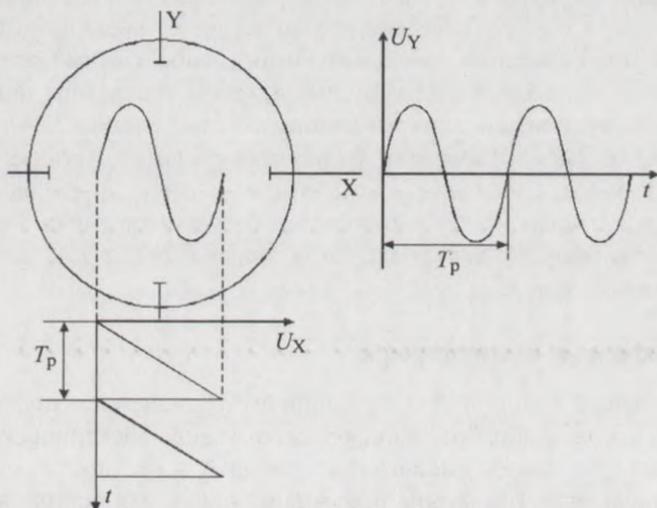


Рис. 2. Работа осциллографа в режиме развертки

Если напряжение на пластинах X отсутствует, а на пластины Y воздействует исследуемый сигнал  $U_Y(t)$ , то луч на экране ЭЛТ высветит вертикальную линию, размеры которой пропорциональны амплитуде сигнала. Если же сигнал действует одновременно с напряжением развертки, то при равенстве периодов повторения напряжений на пластинах ( $T_p = T_c$ ) на экране высветится неподвижное изображение временной

траектории исследуемого сигнала. Эту траекторию светового пятна, отражающую форму сигнала  $U_Y(t)$ , называют **осциллограммой**. По осциллограмме могут быть измерены параметры сигнала: амплитуда, период, длительность импульсных сигналов.

Выше было рассмотрено применение в качестве напряжения развертки идеального пилообразного напряжения. У реального напряжения развертки длительность обратного хода отлична от нуля, поэтому, чтобы не высвечивался обратный ход развертки, на модулятор ЭЛТ в это время подается большое отрицательное запирающее напряжение.

Очевидно, что для получения неподвижного изображения сигнала на экране в общем случае необходимо выполнение условия  $T_p = nT_c$ , где  $n$  – целое число, равное количеству отображаемых на экране периодов исследуемого сигнала. Выполнение этого условия достигается введением **синхронизации** периода развертки с периодом повторения сигнала. Синхронизация осуществляется либо сигналом от внешнего стабильного генератора (**внешняя синхронизация**), либо самим напряжением исследуемого сигнала, управляющим запуском генератора напряжения развертки (**внутренняя синхронизация**). Если условие  $T_p = nT_c$  не выполняется, то запуск развертки будет происходить в разные моменты времени сигнала, смещенные относительно друг друга на разность  $|T_p - nT_c|$  и на экране будет наблюдаться бегущая картинка. Причем осциллограмма начнет двигаться либо вправо ( $nT_c > T_p$ ), либо влево ( $nT_c < T_p$ ) вдоль оси  $X$ .

## 1.2. Цифровые осциллографы

В настоящее время, в связи с широким применением цифровых методов для сбора и обработки информации в виде электрических сигналов, происходит замена аналоговых приборов, в частности осциллографов, на цифровые. Принципы построения цифровых осциллографов те же, что и аналоговых, за исключением аналого-цифрового преобразования исследуемого сигнала. Следует отметить, что в цифровых осциллографах появляется много дополнительных возможностей для обработки сигналов, таких как:

- определение частоты повторения периодического сигнала,
- устранения зашумленности сигнала путем усреднения,
- получение спектра сигнала с помощью быстрого преобразования Фурье,
- различные способы математической обработки сигнала.

Для визуализации информации в цифровых осциллографах ранее применялись аналоговые приборы на основе ЭЛТ, что требовало дополнительного преобразования цифровой информации в аналоговую с помощью ЦАП. В настоящее время происходит вытеснение аналоговых устройств отображения цифровыми, которые обладают рядом преимуществ. Это:

- отсутствие вредных излучений от экрана,
- хорошая фокусировка,
- отсутствие геометрических искажений и ошибок совмещения цветов,
- отсутствие мерцания экрана,
- малое энергопотребление,
- небольшие габариты.

Устройства для отображения оцифрованных электрических сигналов называются **мониторами, дисплеями** или **панелями**. Наиболее широкое распространение получили **плазменные** и **жидкокристаллические** дисплеи, в основу работы которых положены различные физические принципы.

В плазменных дисплеях (ПД), как и в обычной ЭЛТ, присутствует люминофор, который светится не под воздействием потока электронов, а под воздействием плазменного разряда. Каждая ячейка плазменного дисплея (пиксель в черно-белом дисплее или субпиксель в цветном) представляет собой флуоресцентную мини-лампу, которая способна излучать только один цвет. Основные недостатки ПД:

- для зажигания плазменного разряда необходимо довольно высокое напряжение,
- сложность в достижении размера пикселя менее 0,5 мм.

В настоящее время наиболее качественными и экономичными являются жидкокристаллические (ЖК) дисплеи. Английская аббревиатура – LCD (Liquid Crystal Display). В них применяется вещество цианофенил и его производные. Это длинные цепочечные молекулы с ненулевым дипольным моментом. При высоких температурах ЖК ведут себя как обычные изотропные жидкости. При понижении температуры в них наблюдается переход в так называемое нематическое состояние, когда вещество остается жидкостью, но его молекулы ориентированы в одном направлении. В этом состоянии, при понижении температуры вплоть до температуры кристаллизации, ЖК обладают анизотропией свойств, в частности оптических. Важным свойством этих веществ является возможность управлять ориентацией осей молекул приложением электрического или магнитного полей.

ЖК-дисплеи делятся на два класса по принципу управления: с пассивной и активной (как правило, построенной на тонкопленочных транзисторах (Thin Film Transistor или TFT)) матрицей (рис. 3).

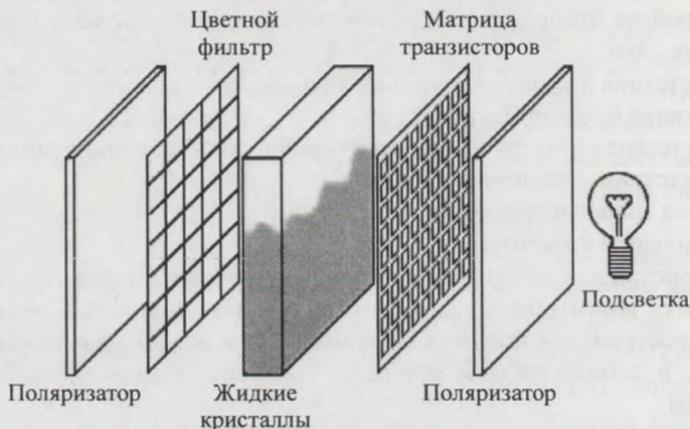


Рис. 3. ЖК-дисплей, управляемый TFT-матрицей

Опишем общий принцип действия только TFT-мониторов, поскольку производство качественных мониторов с пассивной матрицей практически невозможно. Он состоит из:

- неоновой лампы подсветки,
- оптического поляризатора, задающего поляризацию прошедшего через него света,
- матрицы TFT-транзисторов,
- слоя жидкого кристалла, меняющего поляризацию прошедшей световой волны в зависимости от приложенного напряжения,
- второго поляризатора.

Так же, как и в обычных цветных электроннолучевых трубках, пиксель формируется из трех участков (субпикселей) – красного, зеленого и синего. Каждый субпиксель управляется транзистором, подающим свое собственное напряжение на ЖК. Это напряжение может варьироваться, оно заставляет жидкие кристаллы в каждом субпикселе поворачиваться на определенный угол. Угол поворота определяет количества света, которое проходит через субпиксель благодаря второму поляризатору. В свою очередь, прошедший через все пиксели свет формирует изображение на панели. Фактически жидкий кристалл поворачивает ось

поляризации световой волны, поскольку перед попаданием на дисплей волна проходит через первый поляризатор. Если ось поляризации волны и оптическая ось второго поляризатора совпадают, свет проходит через поляризатор. Если они перпендикулярны, то свет не проходит.

В качестве конкретного примера рассмотрим характеристики и принципы работы цифрового осциллографа GDS-840C, в котором для визуализации электрических сигналов и служебной информации используется цветной ЖК-дисплей размером 5,7 дюйма с разрешением 320 пикселей по вертикали и 240 по горизонтали.

## 2. Назначение прибора

Двухканальный цифровой осциллограф GDS-840C предназначен для исследования и измерения параметров периодических сигналов в полосе частот  $0 \div 250$  МГц и однократных сигналов в полосе частот до 10 МГц. Он обеспечивает цифровое измерение сигналов и их запоминание в диапазоне амплитуд от 2 мВ до 300 В при временных интервалах от 1 нс до 10 с. Результаты измерения выводятся на экран осциллографа, размеры изображения устанавливаются автоматически.

Имеется возможность подключения осциллографа к персональному компьютеру через разъемы GPIB, RS-232 или USB, а также к лазерному принтеру для распечатки отображаемой на экране дисплея информации.

## 3. Технические характеристики

### 3.1. Тракт вертикального отклонения

**3.1.1.** Коэффициенты отклонения каждого из каналов вертикального отклонения имеют значения от 2 мВ/дел. до 5 В/дел. в последовательности 1; 2; 5 при подаче сигнала на вход осциллографа без делителя напряжения.

**3.1.2.** Полоса пропускания осциллографа при таком подключении составляет:

- для периодического сигнала – 250 МГц;
- для однократного сигнала – 10 МГц.

**3.1.3.** При подаче входного сигнала через делитель 1:10 из комплекта осциллографа полоса пропускания осциллографа составляет:

- в положении делителя 1:1 – 6 МГц;
- в положении 1:10 – 250 МГц для периодического сигнала и 10 МГц для однократного сигнала.

**3.1.4.** Предусмотрена возможность ограничения полосы пропускания входного сигнала до 20 МГц.

**3.1.5.** Параметры входов каждого из каналов осциллографа:

- без делителя: активное сопротивление – 1 МОм  $\pm$  2 %; входная емкость не более – 16 пФ;
- с делителем 1:10: активное сопротивление – 10 МОм  $\pm$  2 %; входная емкость не более – 19 пФ.

**3.1.6.** В положении делителя 1:1 параметры входов осциллографа составляют:

- полоса пропускания – 6 МГц;
- активное сопротивление – 1 МОм  $\pm$  2 %;
- входная емкость, не более – 62 пФ.

**3.1.6.** Осциллограф обеспечивает следующие режимы подачи сигнала на вход усилителя:

- закрытый вход (AC) – на вход усилителя вертикального отклонения подается сигнал с частотой более 10 Гц;
- открытый вход (DC) – на вход усилителя вертикального отклонения подается сигнал во всей полосе частот, включая постоянную составляющую;
- вход закорочен на корпус (GND) – сигнал на вход усилителя не поступает.

**3.1.7.** Предусмотрены следующие режимы отображения сигналов в каналах вертикального отклонения:

- наблюдение сигналов по каналам 1, 2, 1 и 2;
- суммы сигналов 1+2 при открытых и закрытых входах каналов 1 и 2;
- инвертирование сигнала в каналах 1 и 2;
- быстрое преобразование Фурье (БПФ) в каналах 1 или 2.

**3.1.8.** Предельно допустимое суммарное значение постоянного и переменного напряжений на входе каждого из каналов – не более 300 В с делителем 1:10. При этом частота переменного напряжения не должна превышать значения 1 кГц.

## 3.2. Тракт горизонтального отклонения

**3.2.1.** Коэффициент развертки осциллографа меняется в пределах от 1 нс/дел. до 10 с/дел. в последовательности 1; 2,5; 5.

**3.2.2.** Режимы работы тракта горизонтального отклонения:

- работа на основной развертке;
- возможность выделения «окна»;
- увеличение выделенного окна.

### 3.3. Синхронизация

3.3.1. Осциллограф обеспечивает следующие режимы запуска развертки:

- автоматический, с ручной установкой уровня синхронизации для сигналов с частотой более 40 Гц;
- автоматический, с автоматической установкой уровня синхронизации для сигналов с частотой более 40 Гц;
- ждущий;
- однократный;
- наблюдение телевизионных сигналов с выбором кодировки (SECAM, PAL и NTSC);
- диапазон установки времени задержки меняется в пределах от 100 нс до 1,3 мс.

3.3.2. Осциллограф обеспечивает следующие режимы синхронизации:

- сигналом в каналах 1 или 2 в одноканальном режиме;
- сигналом в каналах 1 или 2 в двухканальном режиме и режиме суммирования входных сигналов;
- синхронизацию от сети питания;
- синхронизацию от внешнего источника.

3.3.3. Внутренняя синхронизация обеспечивается при следующих уровнях входного сигнала:

- в диапазоне частот  $0 \div 25$  МГц – 0,35 дел (3,5 мВ);
- в диапазоне частот  $25 \div 250$  МГц – 1,5 дел (15 мВ).

3.3.4. Внешняя синхронизация обеспечивается при следующих уровнях синхронизирующего сигнала:

- в диапазоне частот  $0 \div 30$  МГц – не менее 50 мВ;
- в диапазоне частот  $30 \div 250$  МГц – не менее 100 мВ.

3.3.5. Параметры входа внешней синхронизации:

- активное сопротивление  $1 \text{ МОм} \pm 2\%$ ;
- входная емкость не более 22 пФ;
- допускаемое суммарное значение постоянного и переменного напряжения на входе внешней синхронизации не более 300 В, частота переменного напряжения не должна превышать 1 кГц.

### 3.4. X – Y-вход

3.4.1. Для наблюдения фигур Лиссажу и фазовых портретов сигналов осциллограф обеспечивает режим работы X – Y-входа. При этом входом оси X является сигнал, подаваемый на канал 1, а входом оси Y – сигнал, подаваемый на канал 2.

3.4.2. Ширина полосы пропускания в этом режиме составляет 250 МГц. Фазовый сдвиг  $\pm 3^\circ$  на частоте 100 кГц.

#### 4. Передняя панель осциллографа

Передняя панель осциллографа изображена на рис.4. На ней расположены:

- слева – жидкокристаллический дисплей (ЖКИ) (рис. 5);
- справа – входные клеммы и органы управления осциллографом;
- в центре – вертикальный ряд функциональных клавиш (F1 – F5), осуществляющих переключение режимов работы осциллографа. Эти режимы отображаются в правом углу дисплея рядом с соответствующими кнопками (см. рис. 5).

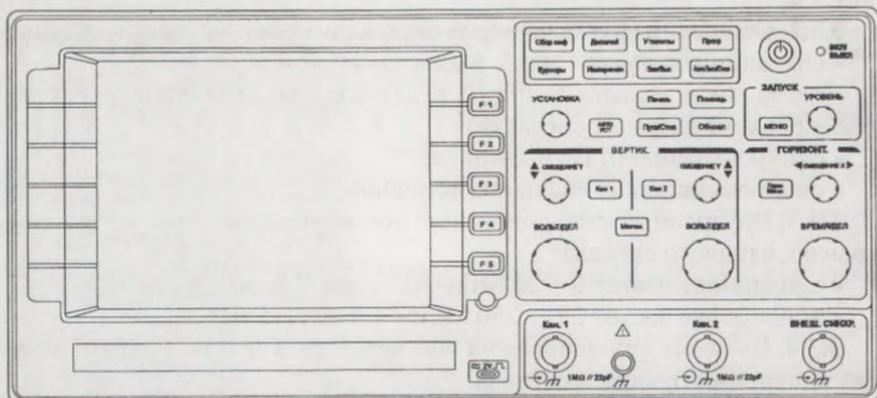


Рис. 4. Передняя панель осциллографа

#### 5. Дисплей и экранная графика

Дисплей и отображаемая на нем информация представлены на рис. 5. Цифрами отмечено местоположение областей индикации:

1. Линейная шкала, индицирующая распределение объема внутренней памяти по отношению к экранной области. Тонкая линейка имитирует полный объем записанного сигнала, широкая линейка (см. ниже, п. 3) имитирует, какая область запомненного сигнала в настоящий момент выводится на экран и где эта область примерно находится в полном сигнале.

2. Точка синхронизации на горизонтальной оси.

3. Изменяемая область памяти, выводимая на экран.

4. Индикатор запуска. **Run** – осциллограф находится в режиме запуска. **STOP** – в режиме остановки.

5. Состояние режима синхронизации. **Trig'd** – синхронизация есть, **Trig?** – синхронизации нет.

6. Точка синхронизации на вертикальной оси.

7. Точка «земли» для каналов 1 и 2.

8. Индикатор времени задержки или послезапуска по отношению к точке синхронизации на горизонтальной оси (см. выше, п. 2).

9. Вид связи каналов 1 и 2 (**AC** или **DC**) с сигналом и состояние переключателя **В/дел.**

10. Положение переключателя **Время/дел** с указанием частоты дискретизации.

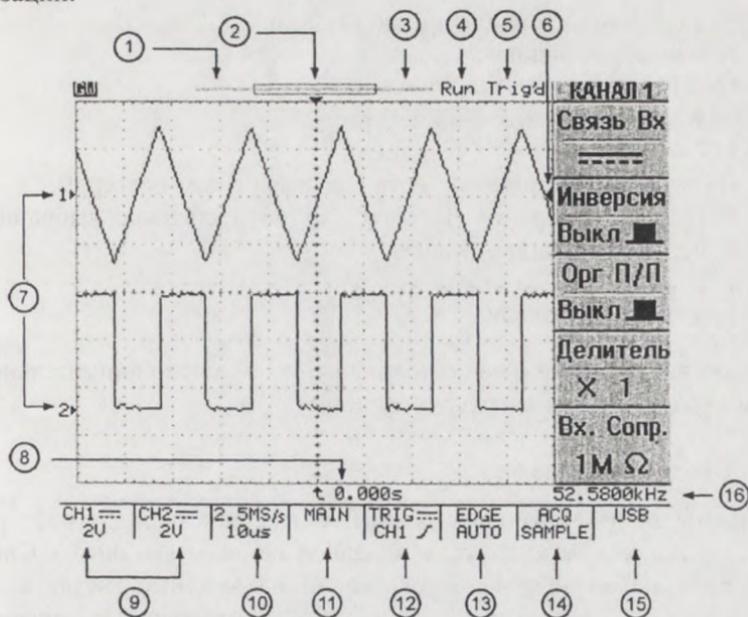


Рис. 5. Индикация режимов и состояния органов управления на ЖКИ

11. Режим работы развертки. **MAIN** – основная, **WINDOW** – окно (с указанием времени развертки), **ZOOM** – растяжка (с указанием времени задержанной развертки), **ROLL** – самописец, **XY** – режим X – Y.

12. Режим работы схемы синхронизации с индикацией вида связи, источника синхронизации и полярности синхронизации.

13. Индикация режима синхронизации:

- **EGDE** – синхронизация по фронту, с указанием режима запуска развертки: **AUTO** – автоматический, **NORMAL** – ждущий, **SINGLE** – однократный;
- **AUTO-L** – автоматический с автоматической установкой уровня синхронизации;
- **VIDEO (PAL, SECAM или NTSC)** – выделение телевизионной строки с указанием выбранной системы цветности;
- **PULSE** – запуск развертки по длительности импульса, с указанием режима запуска развертки;
- **DELAY** – задержка запуска развертки;
- **ВЫХОД** – надпись, напоминающая о необходимости подать сигнал запуска на вход внешней синхронизации.

14. Режим сбора данных:

- **SAMPL** – обычная дискретизация;
- **PEAK** – включен пиковый детектор;
- **AVG** – включен режим усреднения.

15. Индикатор выбранного порта для связи с компьютером.

16. Результат измерения частоты входного сигнала, выбранного в качестве источника синхронизации.

## 6. Порядок работы

Приступая к работе с осциллографом, необходимо внимательно изучить все разделы настоящего руководства.

### 6.1. Входные гнезда

Разъемы для подключения входных сигналов к осциллографу расположены в правом нижнем углу передней панели (см. рис.6). Сигналы могут подаваться либо непосредственно на входные гнезда каналов, помеченные цифрой 1, либо через делители 1:10, входящие в комплект осциллографа. Здесь же расположены: гнездо заземления (2) и разъем для подачи сигнала внешней синхронизации (3).

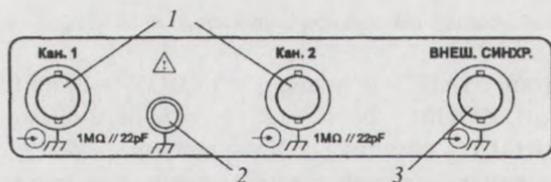


Рис. 6. Панель подключения входных сигналов

### 6.2. Каналы вертикального отклонения

Органы управления каналами вертикального отклонения (рис.7) предназначены для управления режимами работы осциллографа. К ним относятся:

1. Регулировка «СМЕЩЕНИЕ Y» – служит для перемещения положения луча по вертикали. При ее вращении по экрану автоматически перемещается индикатор положения луча канала 1 – (1▶) или канала 2 – (2▶) (см. рис. 5).

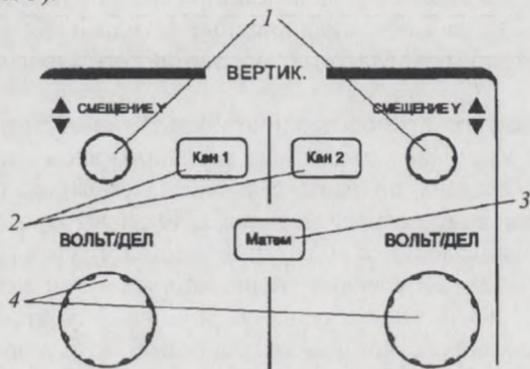
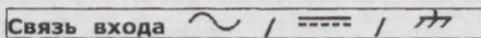


Рис. 7. Панель каналов вертикального отклонения

2. Кнопки включения каналов «КАН1» и «КАН2». При нажатии соответствующей кнопки она подсвечивается желтым светом и на экран ЖКИ справа выводится подменю управления режимами работы каналов:



• Функциональная клавиша F1 осуществляет выбор режима связи по входу:

АС (  ) – связь по переменному напряжению;

DC (  ) – связь по постоянному напряжению;

(  ) – заземление входа.

• (Инверсия ВКЛ/ВЫКЛ) – при включении кнопки F2 происходит инвертирование входного сигнала.

• (Огр П/П ВКЛ/ВЫКЛ) – кнопка F3 служит для включения ограничения полосы пропускания до 20 МГц.

• Делитель – кнопка F4 нажимается столько раз, какое ослабление выбрано у внешнего делителя входного напряжения: ×1, ×10 или ×100.

Правильный выбор подключенного делителя позволяет корректно измерять величину входного сигнала с учетом коэффициента деления.

• **Вх. сопр. 1 МОм** – у данного осциллографа входное сопротивление не изменяется и всегда равно 1 Мом.

3. «МАТЕМ» – кнопка управления режимами математической обработки. При ее включении нажатие на кнопку F1 дает возможность выбрать одну из следующих операций:

• «К1+К2» – на экране отображается сумма сигналов каналов 1,2.

• «К1-К2» – на экране отображается разность сигналов. В этом режиме на экране отображаются как входные сигналы, так и результат математической обработки. Масштаб обработанного сигнала выбирается автоматически.

• «БПФ» (быстрое преобразование Фурье) – в этом режиме происходит преобразование формы сигнала реального времени в его спектр. Подробная информация об этом режиме математической обработки, включающая описание разных методов БПФ и выбора окна для него имеется в «Руководстве по эксплуатации осциллографа» [1].

4. «ВОЛЬТ/ДЕЛ» – переключатели входных аттенуаторов каналов. Вращение ручки по часовой стрелке увеличивает чувствительность соответствующего канала в последовательности 1; 2; 5, а вращение в противоположном направлении ее уменьшает. Диапазон регулировки от 2 мВ/дел до 5 В/дел.

### 6.3. Управление разверткой

С помощью органов управления разверткой (рис. 8) осуществляется выбор режима работы горизонтальной развертки осциллографа, изменяется масштаб развертки, положение и размер сигнала по горизонтальной оси.



Рис. 8. Панель канала горизонтального отклонения

1. «Гориз. Меню» – Кнопка управления режимами работы развертки.

2. «СМЕЩЕНИЕ X» – эта регулировка позволяет сместить сигнал по горизонтальной оси.

3. «ВРЕМЯ/ДЕЛ» – эта вращающаяся ручка меняет масштаб временной развертки в последовательности 1; 2,5; 5 в сторону увеличения (вращение ручки против часовой стрелки) или уменьшения (вращение по часовой стрелке).

При нажатии на кнопку 1 открывается подменю управления режимами развертки:

- **«Основн. разверт.»** – Индикация сигнала на основной развертке. Выбирается нажатием на кнопку F1. Временной масштаб развертки меняется ручкой 3.

- **«Выдел. Окна»** – Этот режим активируется при нажатии на кнопку F2. На экране появляется изображение двух вертикальных линий. С помощью регулировки 3 размер окна может изменяться в сторону уменьшения времени развертки, оставаясь меньше времени основной развертки на одно положение регулировки.

- **«Растяжка окна»** – при нажатии на кнопку F3 выделенное окно разворачивается на весь экран.

- **«Самописец»** – Активируется нажатием на кнопку F4. В учебных целях этот режим не используется. Для подробного ознакомления с ним смотрите [1].

- **«X-Y»** – Включается нажатием на кнопку F5. Режим предназначен для наблюдения фигур Лиссажу и фазовых портретов сигналов. Канал 1 является входом для оси X, канал 2 – для оси Y. Размер изображения по вертикали и горизонтали меняется регулировками **«ВОЛЬТ/ДЕЛ»** соответствующих каналов, а положение – ручками **«СМЕЩЕНИЕ X»** и **«СМЕЩЕНИЕ Y»**.

#### 6.4. Панель включения питания и управления режимами синхронизации

На рис. 9 приведен вид панели включения питания и управления режимами синхронизации:

1. Кнопка включения и выключения питания (работает только при включенном тумблере питания на задней панели).

2. Кнопка управления режимами работы синхронизации.

3. Регулятор установки уровня синхронизации.

При нажатии на кнопку **«МЕНЮ»**, активируется меню выбора режима синхронизации, состояние которого отображается в правом углу ЖКИ под надписью **«СИНХР»**:



Рис. 9. Панель включения питания и синхронизации

«ТИП» – выбор типа синхронизации осуществляется нажатием на кнопку F1. Возможные типы синхронизации:

- «Фронтом» – синхронизация по фронту сигнала;
- «Видео» – синхронизация видеосигналом;
- «Длит. Имп.» – синхронизация по длительности импульса;
- «Зад. Зап.» – задержка запуска развертки по заданным условиям.

Отметим, что из выписанных выше типов синхронизации в нашем лабораторном практикуме используется только первый. Остальные служат для исследования специальных видео и цифровых сигналов и в данном пособии не рассматриваются. С описанием этих типов синхронизации можно ознакомиться в «Руководстве по эксплуатации осциллографа» [1].

#### 6.4.1. Синхронизация по фронту

После выбора типа синхронизации по фронту необходимо установить источник и параметры синхросигнала:

1. «Источник» – выбор источника синхросигнала осуществляется нажатием на кнопку F2. Возможны варианты:

- «Кан1» – Синхронизация сигналом от канала 1.
- «Кан2» – Синхронизация сигналом от канала 2.
- «Внешняя» – Синхронизация внешним сигналом, подаваемым на вход «ВНЕШ. СИНХР.».

- «Сеть» – Синхронизация от питающей сети.

2. «Режим» – нажатием на кнопку F3 осуществляется выбор режима запуска развертки:

- «АВТО» – В этом режиме запуск развертки происходит независимо от наличия синхронизирующего сигнала. Момент запуска развертки относительно исследуемого сигнала меняется ручкой 3 (рис. 9) – «УРОВЕНЬ».

- «Ждущий» – обычно используется для наблюдения импульсных сигналов. Запуск развертки происходит только при наличии входного сигнала, а момент запуска может меняться ручкой «УРОВЕНЬ» от основания до максимума наблюдаемого сигнала.

- «Однокр.» – Запуск развертки происходит или при появлении на входе сигнала с уровнем, достаточным для запуска схемы синхронизации (этот уровень устанавливается ручкой «УРОВЕНЬ») или при нажатии на кнопку «Пуск/Стоп» на передней панели.

- «Авт. Уров.» – Уровень синхронизации устанавливается по середине входного сигнала автоматически.

Состояние работы схемы синхронизации отображается в верхнем правом углу ЖКИ символами: **Trig'd** – синхронизация есть, **Trig?** – синхронизации нет.

3. «Полярн./вид связи» – нажатием на кнопку F5 осуществляется вход в подменю выбора полярности синхросигнала и использования фильтров схемы синхронизации:

- «Полярн.» – нажатием на кнопку F1 возможен выбор запуска развертки положительным или отрицательным фронтом сигнала, что отображается на ЖКИ символами  или  соответственно.

- «Связь Вх.» – с помощью кнопки F2 возможен выбор режима связи схемы синхронизации с сигналом либо по постоянному – (-----), либо по переменному (∞) напряжениям.

- «Режект.» – выбор режекторного фильтра в канале синхронизации производится с помощью кнопки F3: **Выкл** – фильтр выключен; **НЧ** – из синхросигнала отфильтровываются низкочастотные составляющие с частотой меньше 50 кГц, включая постоянную составляющую; **ВЧ** – отфильтровываются высокочастотные составляющие с частотой более 50 кГц.

- «ШумФЛТР» – шумовой фильтр включается кнопкой F4. Возможны два состояния – **Выкл** или **Вкл**.

- «Предш. меню» – Возврат в предыдущее меню.

## 7. Дополнительные возможности осциллографа GDS-840C

Осциллограф GDS-840C, являясь цифровым прибором нового поколения, имеет ряд дополнительных функций, которые были не доступны в приборах с аналоговой обработкой сигналов. Это и выбор различных режимов обработки сигнала, возможность сбора и передачи оцифрованных сигналов на ПК для последующей их обработки, проведение пикового детектирования быстропротекающих процессов на фоне процессов медленно меняющихся, усреднение зашумленных сигналов и многое другое, включая возможность программирования функций осциллографа для конкретных научных задач. В рамках данного учебного пособия невозможно изложить все эти возможности прибора. В связи с этим ограничимся лишь их перечислением, отправляя за более подробной информацией к «Руководству по эксплуатации осциллографа». Панель управления дополнительными возможностями осциллографа (рис. 10) и краткое перечисление функций представлены ниже.



Рис. 10. Панель управления:

- 1 – Управление режимами сбора информации.
- 2 – Управление режимами отображения ЖКИ.
- 3 – Управление утилитами прибора.
- 4 – Программирование и воспроизведение в режиме обучения.
- 5 – Управление курсорными измерениями.
- 6 – Многофункциональный вспомогательный регулятор.
- 7 – Управление режимами автоматических измерений.
- 8 – Кнопка автоматической установки размеров изображения и наиболее оптимального режима работы схемы синхронизации.
- 9 – Управление печатью внешнего принтера.
- 10 – Запуск/остановка периодической записи осциллографа.
- 11 – Управление режимом записи и воспроизведения профилей (органов управления) осциллографа.
- 12 – Стирание (обновление) информации на экране осциллографа.
- 13 – Кнопка включения режима подсказок.
- 14 – Кнопка остановки режима воспроизведения.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Амплитудная модуляция и детектирование амплитудно-модулированных сигналов**

1. *Дейкова Г.М., Журавлёв В.А. и др.* Основы радиоэлектроники. Компьютерный лабораторный практикум. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 216 с.
2. *Манаев Е.И.* Основы радиоэлектроники. – М.: Радио и связь, 1990. – 512 с.
3. *Румянцев Н.Е.* Прием и обработка сигналов. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – 528 с.
4. *Прянишников В.А.* Электроника. Полный курс лекций. – СПб.: Корона принт; М.: Бинوم-Пресс, 2006. – 415 с.
5. *Фолкенберри Л.* Применение операционных усилителей и линейных интегральных схем. – М.: Мир, 1985. – 566 с.

### **Угловая модуляция и детектирование частотно-модулированных колебаний**

1. *Андреев В.С.* Теория нелинейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1982. – 280 с.
2. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.
3. *Румянцев К.Е.* Прием и обработка сигналов: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – 528 с.

### **Преобразование частоты и основы супергетеродинного приёма**

1. *Фомин Н.Н.* Радиоприемные устройства. – М.: Радио и связь, 2003. – 520 с.
2. *Устройства преобразования и обработки сигналов / Под ред. С.Б. Макарова, С.А. Подлесного.* – Красноярск: ИПЦ КТУ, 2004. – 140 с.
3. *Румянцев К.Е.* Прием и обработка сигналов: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Изд. центр «Академия», 2004. – 528 с.
4. *Ред Э.Т.* Схемотехника радиоприемников. – М.: Мир, 1989. – 152 с.

5. Радиоприемные устройства / Под ред. Л.Г. Барулина. – URL: <http://books.prometey.org/download/11265.html>

### Вынужденные колебания в нелинейном контуре

1. Дейкова Г.М., Журавлёв В.А. и др. Основы радиоэлектроники. Компьютерный лабораторный практикум. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 216 с.
2. Мигулин В.В. и др. Основы теории колебаний. – М.: Наука, 1988. – 392 с.
3. Андреев В.С. Теория нелинейных электрических цепей. – М.: Связь, 1972. – 328 с.
4. Антипов В.Б. Влияние режима цепи смещения на вынужденные колебания в параметрическом контуре // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1998. – Т. 31. – № 3. – С. 6.

### Исследование RC-автогенератора низкой частоты

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.
2. Андреев В.С. Теория нелинейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1982. – 280 с.
3. Манаев Е.И. Основы радиоэлектроники. – М.: Радио и связь, 1990. – 512 с.
4. Мигулин В.В. и др. Основы теории колебаний. – М.: Наука, 1988. – 392 с. § 55.
5. Бонч-Бруевич М.А. Радиоэлектроника в экспериментальной физике. – М.: Наука, 1966. – 768 с.

### Исследование блокинг-генератора

1. Важенова З.П. Импульсные генераторы на транзисторах. – М.: Энергия, 1971.
2. Браммер Р.А., Пацук И.Н. Импульсная техника. – М.: Высшая школа, 1976.
3. Пацук И.Н., Браммер Ю.А. Импульсная техника. – М.: ИНФРА-М, Издательский дом «Форум», 2005.
4. Справочник по полупроводниковым диодам, транзисторам и интегральным микросхемам / Под ред. Н.Н. Горюнова. – Изд. 5. – М.: Энергия, 1976.
5. Китаева Л.П. Методы оценки погрешностей в лабораторном студенческом практикуме по физике. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1974.

### Динамические системы с запаздывающей обратной связью

1. Мигулин В.В. и др. Основы теории колебаний. – М.: Наука, 1988. – 392 с.
2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.
3. Васильев Д.В., Витоль М.Р., Горшенков Ю.Н. и др. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. пособие для вузов / Под ред. К.А. Самойло. – М.: Радио и связь, 1982. – 528 с.
4. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования: Пер. с нем. Г.А. Вольперта. – М.: Наука, 1971. – 288 с.
5. Владимиров С.Н., Майдановский А.С., Новиков С.С. Нелинейные колебания многочастотных автоколебательных систем / Под. ред. А.С. Майдановского. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1993. – 203 с.
6. Владимиров С.Н. Регулярная и хаотическая динамика автогенератора Ван-дер-Поля с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Физика. – 1998. – № 3. – С. 104 – 113.

### Явление синхронизации и резонанс второго рода

1. Мигулин В.В. и др. Основы теории колебаний. – М.: Наука, 1988. – 392 с.
2. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний. – М.: Наука, 1992. – 454 с.
3. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.
4. Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний. – М.: Высшая школа, 2001. – 395 с.
5. Капчинский И.М. Методы теории колебаний в радиотехнике. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1954. – 352 с.

### Колебательные процессы в системе связанных СВЧ-автогенераторов

1. Дворников А.А., Уткин Г.М. Фазированные автогенераторы ра диопередающих устройств. – М.: Энергия, 1980. – 177 с.
2. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. Теория колебаний в радиотехнике: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
3. Владимиров С.Н., Майдановский А.С., Новиков С.С. Нелинейные колебания многочастотных автоколебательных систем. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1993. – 203 с.

4. *Майдановский С.А., Новиков С.С.* Симметричные и несимметричные системы сильно связанных автогенераторов // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48. – № 5. – С. 595 – 600.
5. *Новиков С.С.* Динамические и статические неустойчивости когерентных автоколебательных систем с управляемыми связями // Изв. вузов. Физика. – 2006. – № 9. Приложение. – С. 265 – 270.
6. *Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р.* Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ. – М.: Связь, 1971. – 388 с.

### **Генератор хаотических колебаний**

1. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос (курс лекций). – М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 2001. – 296 с.
2. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. – М.: Мир, 1988.
3. *Гинзбург В.Л.* Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными // УФН. – 1999. – Т. 169. – № 4. – С. 419 – 441.
4. *Владимиров С.Н.* О классификации и некоторых особенностях движений динамических систем // Изв. вузов. Физика. – 2006. – № 11. – С. 49 – 58.

### **Амплитудно-частотные характеристики радиоцепей: понятие и принцип измерения**

1. *Прибор для исследования амплитудно-частотных характеристик XI-54 /* Техническое описание и инструкция по эксплуатации 1.400.276 Т0. – Внешторгиздат. Изд. № 673 М, 202 с.

### **Визуализация электрических сигналов**

1. *Осциллографы цифровые GDS-840S/840C.* Руководство по эксплуатации. – М., 2007. – 68с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	3
<b>Амплитудная модуляция и детектирование амплитудно-модулированных сигналов .....</b>	<b>8</b>
1. Цель работы .....	8
2. Задание .....	8
3. Теоретическая часть .....	9
3.1. Особенности преобразования сигналов в нелинейных четырехполосниках .....	9
3.2. Виды модуляции электрических сигналов. Амплитудная модуляция .....	11
3.3. Детектирование АМ-сигналов .....	23
<i>Контрольные вопросы</i> .....	31
4. Методические указания .....	32
4.1. Экспериментальное исследование .....	32
<b>Угловая модуляция и детектирование частотно-модулированных колебаний .....</b>	<b>35</b>
1. Цель работы .....	35
2. Задание .....	35
3. Теоретическая часть .....	35
3.1. Спектры сигналов с угловой модуляцией .....	35
3.2. Влияние помех на качество приема ЧМ-сигналов .....	38
3.3. Методы получения ЧМ и ФМ-сигналов .....	41
3.4. Методы детектирования ЧМ- и ФМ-сигналов .....	45
<i>Контрольные вопросы</i> .....	50
4. Методические указания .....	50
4.1. Перестраиваемый по частоте автогенератор СВЧ на биполярном транзисторе .....	50
4.2. Экспериментальное исследование .....	52
5. Приложение .....	53

<b>Преобразование частоты и основы супергетеродинного приема.....</b>	<b>55</b>
1. Цель работы.....	55
2. Задание.....	55
3. Теоретическая часть .....	56
3.1. Спектральное представление процесса преобразования частоты.....	57
3.2. Преобразование частоты с использованием параметрических элементов .....	61
3.3. Преобразование частоты с использованием нелинейных элементов .....	62
3.4. Основы супергетеродинного приема .....	63
3.2. Основные характеристики преобразователей частоты.....	66
<i>Контрольные вопросы</i> .....	68
4. Методические указания.....	69
4.1. Экспериментальные исследования.....	70
<b>Вынужденные колебания в нелинейном контуре .....</b>	<b>72</b>
1. Цель работы.....	72
2. Задание.....	72
3. Теоретическая часть .....	72
3.1. Математическая модель вынужденных колебаний в нелинейном контуре с цепью смещения.....	73
3.3. Стационарные режимы цепи постоянного смещения .....	80
3.4. Амплитудно-частотные характеристики для различных режимов цепи смещения диода .....	83
3.5. Устойчивость вынужденных колебаний в нелинейном контуре .....	84
<i>Контрольные вопросы</i> .....	90
4. Методические указания.....	91
4.1. Экспериментальное исследование .....	92
5. Приложение.....	93
5.1. Получение укороченных уравнений .....	93
<b>Исследование RC-автогенератора низкой частоты .....</b>	<b>96</b>
1. Цель работы.....	96
2. Задание.....	96
3. Теоретическая часть .....	97
3.1. Введение .....	97

3.2. Функциональная схема $RC$ -автогенератора, стабильность частоты .....	98
3.2. Установление и стабильность амплитуды колебаний .....	104
4. Методические указания .....	108
<i>Контрольные вопросы</i> .....	108
5. Приложения .....	109
5.1. Коэффициент передачи цепи Вина .....	109
5.2. Расчёт схемы транзисторного усилителя .....	110
<b>Исследование блокинг-генератора .....</b>	<b>114</b>
1. Цель работы .....	114
2. Задание .....	114
3. Теоретическая часть .....	115
3.1. Общие сведения о блокинг-генераторах .....	115
3.2. Анализ работы схемы блокинг-генератора .....	116
3.3. Основные количественные отношения .....	121
3.4. Выбор элементов схемы блокинг-генератора .....	123
4. <i>Контрольные вопросы</i> .....	125
5. Экспериментальные исследования .....	125
6. Методические указания .....	126
<b>Динамические системы с запаздывающей обратной связью .....</b>	<b>127</b>
1. Цель работы .....	127
2. Задание .....	127
3. Теоретическая часть .....	128
3.1. Введение .....	128
3.2. Усилители с запаздывающей обратной связью .....	129
3.3. Автогенераторы с запаздывающей обратной связью .....	137
<i>Контрольные вопросы</i> .....	150
4. Экспериментальная часть .....	151
4.1. Описание лабораторной установки .....	151
4.2. Методические указания .....	153
5. Приложение .....	155
5.1. Коэффициент усиления резистивно-ёмкостного усилителя ....	155
5.2. Анализ одночастотных колебаний в автогенераторе с запаздыванием .....	157

<b>Явление синхронизации и резонанс второго рода.....</b>	<b>160</b>
1. Цель работы.....	160
2. Задание.....	160
3. Теоретическая часть .....	161
3.1. Поведение автоколебательных систем томсоновского типа при внешнем гармоническом воздействии .....	163
3.2. Резонанс второго рода .....	166
3.3. Субгармоническое захватывание (синхронизация).....	170
3.4. Гармоническая синхронизация автогенератора.....	171
<i>Контрольные вопросы .....</i>	<i>181</i>
4. Методические указания.....	182
5. Приложение.....	183
5.1. Уравнение движения автогенератора на полевом тран- зисторе .....	183
5.2. Аналитическое исследование явления резонанса второ- го рода.....	185
5.3. Аналитическое исследование субгармонического захва- тывания .....	187
5.4. Аналитическое исследование гармонической синхрони- зации.....	188
<b>Колебательные процессы в системе связанных СВЧ-автогене- раторов .....</b>	<b>191</b>
1. Цель работы.....	191
2. Задание.....	191
3. Теоретическая часть .....	192
3.1. Система двух взаимно связанных автогенераторов .....	192
3.2. Обобщенная модель цепи связи автогенераторов .....	195
3.3. Частотные свойства обобщенной цепи связи.....	199
3.4. Мощностно-частотные характеристики .....	201
3.5. Динамическая неустойчивость синхронных колебаний при сильных резонансных связях .....	205
<i>Контрольные вопросы .....</i>	<i>209</i>
4. Методические указания.....	210
4.1. Система двух взаимосвязанных транзисторных СВЧ- автогенераторов .....	210
4.2. Экспериментальное исследование .....	211
5. Приложение.....	213

<b>Генератор хаотических колебаний .....</b>	<b>216</b>
1. Цель работы .....	216
2. Задание .....	216
3. Теоретическая часть .....	217
3.1. Построение математической модели и ее аналитическое исследование .....	217
3.2. Обзор результатов численного моделирования .....	222
<i>Контрольные вопросы</i> .....	227
4. Методические указания .....	228
5. Приложение .....	229
5.1. О классификации движений динамических систем .....	229
<b>Амплитудно-частотные характеристики радиоэлектронных цепей: понятие и принцип измерения .....</b>	<b>233</b>
1. Принцип измерения амплитудно-частотных характеристик линейных радиоэлектронных цепей .....	233
2. Назначение прибора .....	236
3. Технические характеристики .....	237
4. Состав прибора и схема межблочных соединений .....	238
5. Принцип работы прибора .....	239
6. Подготовка прибора к работе .....	239
7. Зоны отображения информации на экране индикаторного блока .....	240
8. Калибровка прибора .....	240
8.1. Проверка общей работоспособности прибора .....	240
8.2. Калибровка прибора по амплитуде .....	241
9. Наблюдение и исследование АЧХ .....	241
10. Программная и аппаратурная отстройка от шумов .....	242
11. Дополнительные сервисные функции .....	242
11.1. Установка требуемого диапазона обзора АЧХ .....	242
11.2. Использование регистра памяти .....	243
11.3. Установка метки на требуемую частоту .....	243
12. Исследование АЧХ узкополосных устройств .....	244
13. Работа с использованием внешнего преобразователя частоты .....	245
<b>Визуализация электрических сигналов .....</b>	<b>247</b>
1. Принципы визуализации электрических сигналов .....	247
1.1. Аналоговые осциллографы .....	247

---

1.2. Цифровые осциллографы .....	250
2. Назначение прибора .....	253
3. Технические характеристики .....	253
3.1. Тракт вертикального отклонения .....	253
3.2. Тракт горизонтального отклонения .....	254
3.3. Синхронизация .....	255
3.4. X-Y-вход .....	255
4. Передняя панель осциллографа .....	256
5. Дисплей и экранная графика .....	256
6. Порядок работы .....	258
6.1. Входные гнезда .....	258
6.2. Каналы вертикального отклонения .....	259
6.3. Управление разверткой .....	260
6.4. Панель включения питания и управления режимами синхронизации .....	261
7. Дополнительные возможности осциллографа GDS-840C .....	263
ЛИТЕРАТУРА .....	265

## ДЛЯ ЗАМЕТОК

ISBN 978-5-89503-408-8



9 785895 034088

### 3.4.2. Синхронизация захва

Обратимся теперь к анализу «тома», то есть к анализу процесса на него внешней ЭДС с ( $V/A_0 \ll 1$ ,  $|p - \omega_0| \ll \omega_0$ ).

Вынужденные колебания, в свою очередь, модулируют дифференциальные характеристики активного элемента, так как они изменяют момент в контур. Это приводит к переделке — к перестройке их частоты в зависимости от частоты внешней ЭДС. Происходит «эволюционный эффект».

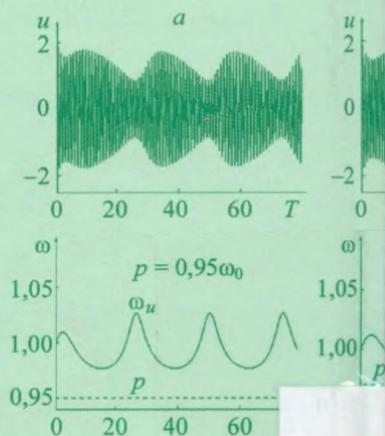


Рис. 8. Процесс установления частоты вблизи границы синхронного режима;  $V = 0,05A_0$

© ООО "Издательство НТЛ",  
серия "Учебники Томского  
университета", 2009