На правах рукописи

КУРНЯВКО ОЛЕГ ЛЕОНИДОВИЧ

ПОСТРОЕНИЕ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ НА ОДНОРОДНЫХ РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ И ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА В ПОЛЕ ААРОНОВА-БОМА

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Омск – 2008

Работа выполнена в Омском филиале Института физики полупроводников СО РАН

Научный руководитель —
д. ф. - м. н., профессор Широков Игорь Викторович.

Официальные оппоненты:
д. ф. - м. н., профессор Гальцов Дмитрий Владимирович,
д. ф. - м. н., профессор Шаповалов Александр Васильевич.

Ведущая организация:
Томский государственный педагогический университет.

Защита диссертации состоится 23 октября 2008 г. в 14^{30} часов на заседании диссертационного совета Д 212.267.07 в Томском государственном университете по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина 36, ТГУ.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан « ____ » сентября 2008 г. Отзывы на автореферат, заверенные гербовой печатью учреждения, просим в двух экземплярах присылать в адрес диссертационного совета.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д 212. 267. 07 д. ф. - м. н.
старший научный сотрудник

И. В. Ивонин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Последовательное и полное изучение свойств физических систем невозможно без построения точных решений дифференциальных уравнений, описывающих их свойства. В связи с этим, в число наиболее актуальных задач теоретической физики входят задачи, связанные с построением моделей физических систем, допускающих точное интегрирование данных дифференциальных уравнений. Применительно к квантовой теории поля традиционно большой интерес вызывает построение точных решений моделей квантовых полей с внешними калибровочными полями. В частности, первым этапом решения задачи о поляризации вакуума классическим внешним полем является интегрирование соответствующих полевых уравнений.

Уравнения квантовой теории являются линейными дифференциальными уравнениями. Точная интегрируемость данного класса дифференциальных уравнений, как правило, понимается в смысле возможности реализации схемы разделения переменных, что ограничивает класс точно интегрируемых систем моделями, уравнения которых, как минимум, допускают коммутативную группу симметрии. Активно развивающийся в последнее время метод некоммутативного интегрирования линейных дифференциальных уравнений позволяет рассматривать наиболее общий случай интегрируемых систем — модели, допускающие некоммутативную группу симметрий. В настоящей диссертационной работе рассматривается задача построения моделей квантовых полей с внешними калибровочными полями, интегрируемых в некоммутативном смысле.

Модели квантовых полей (скалярного и спинорного) в классическом внешнем поле Ааронова-Бома, с одной стороны, представляют интерес как случаи точного интегрируемых моделей, а с другой — как физические ситуации, выявляющие специфическую роль электромагнитных потенциалов в квантовой теории. Наличие точных решений позволяет в полной мере исследовать явления, связанные с наличием поля Ааронова-Бома, в частности эффект поляризации вакуума квантовых полей, что является еще одной задачей, рассмотренной в данной работе.

Цели и задачи работы. Целью настоящей работы является разработка метода построения внешних (неабелевых в общем случае) калибровочных полей, наличие которых допускает в качестве группы симметрии соответствующего уравнения скалярного поля группу движений данного пространства и исследование эффекта поляризации вакуума в присутствии внешнего поля Ааронова-Бома. В работе были поставлены следующие задачи:

1. Разработать метод построения инвариантных матричных дифференциальных операторов второго порядка на однородных многообразиях.

2. Построить метод нахождения калибровочных полей (неабелевых в общем случае), сохраняющих в качестве группы симметрии уравнений скалярного поля группу движений данного риманова многообразия.

3. Найти все калибровочные поля на четырехмерных римановых пространствах с пятимерной группой движений, которая является группой симметрии уравнений скалярного поля.

4. Исследовать возможность интегрирования полевых уравнений с данными калибровочными полями.

5. Построить аналитические выражения для компонент перенормированного вакуумного тензора энергии-импульса скалярного и спинорного полей во внешнем поле Ааронова-Бома.

6. Исследовать зависимость данных компонент от расстояния и магнитного потока в соленоиде, порождающем поле Ааронова-Бома.

Научная новизна.

1. Разработан метод построения инвариантных матричных дифференциальных операторов второго порядка на однородных многообразиях, сводящий данную задачу к решению некоторой системы линейных алгебраических уравнений.

2. Предложен метод нахождения неабелевых калибровочных полей, сохраняющих в качестве группы симметрии уравнений скалярного поля группу движений данного риманова многообразия.

3. Построена классификация калибровочных полей на четырехмерных римановых пространствах с пятимерной группой движений, которая является группой симметрии уравнений скалярного поля.

4. Показано, что все найденные калибровочные поля удовлетворяют условию интегрируемости соответствующих полевых уравнений.

5. Построены аналитические выражения для компонент перенормированного вакуумного тензора энергии-импульса скалярного и спинорного полей во внешнем поле Ааронова-Бома.

6. Исследована зависимость данных компонент от расстояния и магнитного потока в соленоиде, порождающем поле Ааронова-Бома.

Апробация работы. Основные положения диссертации и ее результаты докладывались и обсуждались в рамках Международного семинара "Классические и квантовые интегрируемые системы", (Протвино, 2008), на научных семинарах физического факультета Омского государственного университета им. Ф.М. Достоевского и Омского филиала Института физики полупроводников.

Публикации работы. Основные положения и результаты диссертации опубликованы в 5 работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, шести приложений, списка использованной литературы из 83 наименований. Материал диссертации изложен на 104 страницах машинописного текста.

Личный вклад автора. Во всех работах, выполненных в соавторстве автор принимал активное участие. Все наиболее важные результаты диссертации, перечисленные в заключении, получены лично автором.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении сформулированы актуальность работы, ее научная новизна, сделан обзор литературы по теме. Изложены содержание и структура работы, основные положения диссертации, выносимые на защиту.

Первая глава носит обзорный характер, в ней изложены основные сведения из теории алгебр и групп Ли, однородных пространств и теории некоммутативного интегрирования линейных дифференциальных уравнений, а также такие понятия, как поляризация вакуума и поле Ааронова-Бома, которые будут необходимы для решения задач, поставленных в настоящей работе.

В первом параграфе приведены основные положения теории алгебр и групп Ли и теории однородных пространств. В частности, сформулированы основные теоремы о $\mathfrak{gl}(V)$–продолжениях векторных полей на группах Ли и однородных пространствах.

Первая из них утверждает, что всякое $\mathfrak{gl}(V)$–продолжение векторного поля на произвольной группе Ли тривиально, т.е. эквивалентно нулевому продолжению данного векторного поля.

Вторая теорема содержит утверждение о том, что пространство всех нетривиальных $\mathfrak{gl}(V)$-продолжений генераторов X действия группы Ли G на однородном пространстве $M = G/H$ изоморфно пространству множеству представлений подалгебры изотропии $\mathcal{H}$, являющейся алгеброй Ли группы Ли H в пространстве V. Над областями тривиализации расслоения $G(M, H, \pi)$, где произвольный элемент группы $g \in G$ можно представить в виде $g = hs(x)$ ($h \in H$, $s(x)$ – гладкое сечение расслоения G), а его координаты $\{g_i\}$ распадаются на координаты слоя и базы $\{h^\alpha, x^a\}$ ($a = 1, ..., \dim M,\ \alpha = \dim 1, ..., \dim H$), все нетривиальные продолжения представляются в виде

$$\widehat{X}_i = X_i + \xi_i^\alpha(e_H, x)\Lambda_\alpha,$$

где $\Lambda_\alpha \in \mathfrak{gl}(V)$ образуют базис представления $\mathcal{H}$ в V, а $\xi_j^i(h, x)$ – компоненты левоинвариантных векторных полей на группе Ли G, $i, j = 1, ..., \dim G$.

Во втором параграфе сформулирован критерий некоммутативной интегрируемости линейных дифференциальных уравнений, согласно которому линейное дифференциальное уравнение вида

$$H(z,\partial_z)\varphi(z)=0,\quad z\in Z\subset\mathbb{R}^N,\quad \varphi(z)\in C^\infty(Z),$$

на однородном пространстве $M=G/H$ с N независимыми переменными, допускающее группу Ли G симметрий, редуцируется к линейному дифференциальному уравнению с N' независимыми переменными:

$$N'=N-\dim M+d(M),$$

где

$$d(M)=\frac{1}{2}\dim\mathcal{G}/\mathcal{G}^\lambda-\dim\mathcal{H}/\mathcal{H}^\lambda.$$

Здесь x – локальные координаты на однородном пространстве M, $\mathcal{H}$ — алгебра Ли подгруппы изотропии H, λ — элемент общего положения пространства $\mathcal{H}^\perp=\{f\in\mathcal{G}^*\mid\langle f,\mathcal{H}\rangle=0\}\subset\mathcal{G}^*$, $\mathcal{G}^\lambda$ — аннулятор ковектора $\lambda\in\mathcal{H}^\perp$, $\mathcal{H}^\lambda=\mathcal{G}^\lambda\cap\mathcal{H}$.

Третий параграф посвящен явлению поляризации вакуума. Кратко изложены история возникновения понятия физического вакуума и явления его поляризации. Описаны некоторые физические ситуации, приводящие к возникновению явления поляризации вакуума.

В четвертом параграфе излагается понятие о поле Ааронова-Бома, приведены некоторые его основные свойства.

Во второй главе рассматривается вопрос о построении калибровочных полей на римановых многообразиях с транзитивной группой движений, наличие которых сохраняет в качестве группы симметрии уравнения скалярного поля, группу движений данного пространства.

Первый параграф содержит строгую постановку задачи о нахождении калибровочных полей, сохраняющих в качестве группы симметрии уравнения

$$\left(H+m^2\right)\psi(x)=0,\tag{1}$$

где

$$H=\mathrm{g}^{ab}(x)(\nabla_a+\mathcal{A}_a)(\nabla_b+\mathcal{A}_b).\tag{2}$$

на римановом многообразии M транзитивную группу движений G данного многообразия. Здесь $\psi(x)$ – скалярная полевая (в общем случае n-компонентная) функция, $\mathcal{A}_a$ – калибровочное поле, а ∇_a – ковариантная производная. Условие инвариантности уравнения (1) относительно группы G имеет вид:

$$[H, \widehat{X}_i] = 0, \tag{3}$$

где

$$[\widehat{X}_i, \widehat{X}_j] = C_{ij}^k \widehat{X}_k, \quad \widehat{X}_i = X_i + \chi_i(x). \tag{4}$$

Система уравнений (3) приводит к системе

$$\nabla_a(X_{ib}) + \nabla_b(X_{ia}) = 0, \tag{5}$$

$$\mathrm{g}^{ab}\nabla_a(\chi_i) + \mathrm{g}^{ac}\nabla_c(X_i^b)\mathcal{A}_a - \mathrm{g}^{ab}X_i^c\nabla_c(\mathcal{A}_a) + \mathrm{g}^{ab}[\mathcal{A}_a, \chi_i] = 0, \tag{6}$$

$$\begin{gathered}\mathrm{g}^{ab}\nabla_a\nabla_b(\chi_i) - \mathrm{g}^{ab}X_i^c\nabla_{a,c}^2(\mathcal{A}_b) - \mathrm{g}^{ab}X_i^c\nabla_c(\mathcal{A}_a\mathcal{A}_b) + 2\mathrm{g}^{ab}\nabla_b(\chi_i)\mathcal{A}_a + \\ + \mathrm{g}^{ab}[\nabla_a(\mathcal{A}_b), \chi_i] + \mathrm{g}^{ab}[\mathcal{A}_a\mathcal{A}_b, \chi_i] = 0,\end{gathered} \tag{7}$$

где $X_{ia} = \mathrm{g}_{ab}X_i^b$. Таким образом, задача о построении калибровочных полей, обладающих искомыми свойствами, состоит в решении данной системы.

Очевидно, что непосредственное интегрирование данной системы является весьма трудной задачей, тем не менее, как будет показано в дальнейшем, существует возможность свести интегрирование системы (5)-(7) к решению некоторой алгебраической системы.

Второй параграф посвящен решению задачи о построении скалярного инвариантного дифференциального оператора второго порядка. Каждой функции на однородном правом G-пространстве M однозначно соответствует функция на G из пространства $\mathcal{F}$, определяемого следующим образом:

$$\mathcal{F} = \{\phi \in C^\infty(G) \mid \phi(hg) = \phi(g),\ g \in G,\ h \in H\},$$

где H – подгруппа изотропии некоторой точки $x_0 \in M$, тогда каждому оператору на M соответствует оператор на G из пространства $L(\mathcal{F})$, линейных операторов, действующих на $\mathcal{F}$. В частности, дифференциальному оператору на M, инвариантному относительно действия G на M, соответствует оператор на G, инвариантный относительно действия группы G на самой себе правыми сдвигами. Дифференциальный оператор второго порядка, инвариантный относительно правых сдвигов есть квадратичная комбинация правоинвариантных векторных полей на G. Вследствие этого всякий скалярный линейный дифференциальный оператор второго порядка R_M, действующий в пространстве $C^\infty(M)$ на однородном правом G-пространстве M, инвариантный относительно действия группы G, имеет вид:

$$R_M = \left(B^{ab}\eta_a\eta_b + B^a\eta_a\right)\big|_{\mathcal{F}}, \tag{8}$$

где η_a – правоинвариантные векторные поля на G и $a, b = 1, \dots, \dim M$, причем B^{ab} и B^a удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений:

$$B^{ab}C^c_{a\alpha} + B^{ac}C^b_{a\alpha} = 0, \tag{9}$$

$$B^{ab}C^\beta_{a\alpha}C^c_{\beta b} + B^aC^c_{a\alpha} = 0. \tag{10}$$

Всякое правое однородное G-пространство M является римановым многообразием с группой движений G тогда и только тогда, когда существует решение системы (9), (10), при этом инвариантная метрика данного риманова пространства имеет вид:

$$\mathrm{g}^{ab}(x) = B^{cd}\eta^a_c(h,x)\,\eta^b_d(h,x), \quad a,b,c,d = 1,\dots,\dim M,$$

где $\eta^i_j(h,x)$ – компоненты правоинвариантных векторных полей на G относительно специального базиса

$$\{e_i\} = \{e_\alpha, e_a\},\ i = 1,...,\dim\mathcal{G},\ a = 1,...,\dim M,\ \alpha = 1,...,\dim H, \tag{11}$$

где $\{e_\alpha\}$ – базис алгебры Ли $\mathcal{H}$ группы Ли H, $\{e_a\}$ – базис пространства $\mathcal{P}$, такого, что алгебра Ли $\mathcal{G}$ группы Ли G имеет вид: $\mathcal{G} = \mathcal{H} + \mathcal{P}$, $\mathcal{P} \simeq T_{x_0}M$.

В третьем параграфе изложен метод построения матричных инвариантных операторов второго порядка. Введем на группе G пространство функций $\widehat{\mathcal{F}}$, определяемое следующим образом:

$$\widehat{\mathcal{F}} = \{\phi(g) \in C^\infty(G,V)|\ \phi(hg) = U(h)\phi(g)\},$$

где $U(h)$ – некоторое представление подгруппы изотропии H, а V некоторое линейное пространство. По аналогии со случаем построения скалярного оператора введем пространство $L(\widehat{\mathcal{F}})$ операторов, действующих на

$\widehat{\mathcal{F}}$. Тогда матричному инвариантному оператору на M однозначно соответствует оператор из $L(\widehat{\mathcal{F}})$, инвариантный относительно правых сдвигов. Таким образом, всякий матричный линейный дифференциальный оператор второго порядка R, действующий в пространстве $C^\infty(M,V)$ на однородном правом G-пространстве M, инвариантный относительно действия группы G, имеет вид:

$$R_M = U^{-1}(h)\left(B^{ab}\eta_a\eta_b + B^a\eta_a + B\right)U(h)\big|_{\mathcal{F}}, \tag{12}$$

причем B^{ab}, B^a и B удовлетворяют системе матричных линейных алгебраических уравнений:

$$B^{ab}C^c_{a\alpha} + B^{ac}C^b_{a\alpha} = 0, \tag{13}$$

$$B^{ab}C^\beta_{a\alpha}C^c_{\beta b} - 2B^{ac}C^\beta_{a\alpha}\Lambda_\beta + B^aC^c_{a\alpha} + [B^c,\Lambda_\alpha] = 0, \tag{14}$$

$$-\Big(B^{ab}C^\beta_{a\alpha}C^\gamma_{\beta b} + B^aC^\gamma_{a\alpha}\Big)\Lambda_\gamma + [B,\Lambda_\alpha] = 0. \tag{15}$$

Здесь B^{ij} – некоторые действительные постоянные, B^i и B – действительные матрицы, а Λ_α – генератор представления алгебры $\mathcal{H}$.

Четвертый параграф посвящен собственно решению задачи нахождения калибровочных полей, обладающих искомыми свойствами. Показано, что уравнение Клейна-Гордона (1) на римановом многообразии с метрикой g^{ab} и некоторой группой движений допускает калибровочное поле $\mathcal{A}_a$, сохраняющее в качестве группы симметрии данного уравнения группу движений данного пространства, т.е. выполняются условия (3) и (4) тогда и только тогда, когда существует решение системы линейных алгебраических уравнений (13)-(15) при заданных структурных константах алгебры Ли $\mathcal{G}$ в специальном базисе (11). Причем χ_i, инвариантная метрика $\mathrm{g}^{ab}(x)$ и калибровочное поле $\mathcal{A}_a$ определяются выражениями:

$$\chi_i = \xi^\alpha_i(e_H,x)\Lambda_\alpha, \tag{16}$$

$$\mathrm{g}^{ab}(x) = B^{cd}\eta^a_c\eta^b_d, \tag{17}$$

$$\mathcal{A}_a = \mathrm{g}_{ab}\mathrm{g}^{b\alpha}\Lambda_\alpha + \frac{1}{2}\mathrm{g}_{ab}\left(\left(B^{cd}\eta^i_c\partial_i(\eta^b_d) + B^c\eta^b_c\right)\big|_{h=0} - \frac{1}{\sqrt{\mathrm{g}}}\partial_c(\sqrt{\mathrm{g}}\mathrm{g}^{cb})\right), \tag{18}$$

где e_H – единица группы H, являющейся подгруппой изотропии группы G; B^{ab}, B^a и B – величины, удовлетворяющие системе (13)-(15); $\xi^a_b(h,x)$ и

$\eta^a_b(h,x)$ – компоненты лево- и правоинвариантных полей соответственно, а $\mathrm{g} = \det \mathrm{g}_{ab}$.

В пятом параграфе обсуждается классификация римановых пространств и калибровочных полей, допускающих в качестве группы симметрии уравнения Клейн-Гордона группу движений данного пространства для случая четырехмерных пространств с пятимерными группами движения. Показано, что все найденные калибровочные поля удовлетворяют условию интегрируемости соответствующих полевых уравнений.

Третья глава посвящена вопросу о поляризации вакуума заряженным скалярным и спинорным полями.

В первом параграфе получено общее выражение для вакуумного тензора момента-импульса заряженного скалярного поля.

Во втором параграфе найдено общее выражение для вакуумного тензора момента-импульса спинорного поля.

В третьем параграфе рассматривается вопрос о перенормировке тензора энергии-импульса заряженного скалярного и спинорного полей. Полученные выражения для компонент тензора энергии-импульса содержат расходимости. Для их устранения в квантовой теории применяется программа перенормировок. В данном случае она может быть реализована с помощью вычитательных процедур, которые состоят в том, что из данного бесконечного выражения вычитается некоторое другое бесконечное выражение. Последнее подбирается так, чтобы, во-первых, полученная разность была конечной, а, во-вторых, чтобы данную операцию можно было интерпретировать в терминах перенормировок тех или иных физических констант. Технически для того, чтобы иметь возможность осуществлять указанные операции с бесконечными выражениями, необходимо предварительно их регуляризовать, т.е. временно сделать их конечными. После того, как все необходимые операции проделаны, регуляризацию надо снять. В данном случае перенормированный тензор энергии импульса определяется следующим образом:

$$T^{ren}_{ij} = \langle 0|\hat{T}^{ren}_{ij}|0\rangle = \lim_{\varepsilon\to 0}\left[\langle 0|\hat{T}_{ij}|0\rangle_\varepsilon - \langle 0_M|\hat{T}_{ij}|0_M\rangle_\varepsilon\right], \qquad (19)$$

здесь ε - параметр регуляризации (при $\varepsilon = 0$ регуляризация снимается), $\langle 0_M|$, $|0_M\rangle$ - вакуумное состояние в пространстве с топологией Минковского (в нашем случае ему соответствует отсутствие внешнего поля, т.е.

$\beta = 0$, где $\beta = \Phi - [\Phi]$ – дробная часть потока магнитного поля).

В параграфах четыре и пять приведены асимптотические выражения для ненулевых компонент вакуумного тензора энергии-импульса.

При $r \to \infty$ для компонент T_{00}^{ren}, T_{11}^{ren}, T_{22}^{ren}, T_{33}^{ren} скалярного поля имеем

$$T_{00}^{ren} = \frac{[(4m^2r^2 + 2mr + 1)\,\mathrm{sh}(2mr) - (m^2r^2 + 2mr + 1)\,\mathrm{ch}(2mr)]\sin(\pi\beta)}{32\pi^2 r^4},$$

$$T_{11}^{ren} = -\frac{1}{512}\,\frac{\sin(\pi\,\beta)\,e^{-2\,mr}\left(16\,mr + 11 - 16\,\beta + 16\,\beta^2\right)}{\pi^{5/2}r^4}\left(\frac{m}{r}\right)^{1/2},$$

$$T_{22}^{ren} = \frac{1}{512}\,\frac{2\sin(\pi\,\beta)\,e^{-2\,mr}\left(16\,mr + 31 - 16\,\beta + 16\,\beta^2\right)}{\pi^{5/2}r^3 m}\left(\frac{m}{r}\right)^{5/2},$$

$$T_{33}^{ren} = \frac{1}{4}\,\frac{m^2\sin(\pi\,\beta)\,I_0(2\,mr)}{\pi^2 r^2}.$$

Здесь $I_0(z)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

При $m\,r \to 0$ для компонент T_{00}^{ren}, T_{11}^{ren}, T_{22}^{ren}, T_{33}^{ren} скалярного поля имеем

$$T_{00}^{ren} = \frac{1}{24}\,\frac{(-1+\beta)\,\beta\,\left(4 + 3\,m^2r^2 - \beta + \beta^2\right)}{\pi^2 r^4},$$

$$T_{11}^{ren} = -\frac{1}{24}\,\frac{(-1+\beta)\,\beta\,\left(3\,m^2r^2 + (-2+\beta)\,(1+\beta)\right)}{\pi^2 r^4},$$

$$T_{22}^{ren} = \frac{1}{24}\,\frac{(-1+\beta)\,\beta\,\left(3\,m^2r^2 + (-2+\beta)\,(1+\beta)\right)}{\pi^2 r^4},$$

$$T_{33}^{ren} = -\frac{1}{24}\,\frac{(-1+\beta)\,\beta\,\left(4 + 3\,m^2r^2 - \beta + \beta^2\right)}{\pi^2 r^4}.$$

При $r \to \infty$ для компонент T_{00}^{ren}, T_{33}^{ren} спинорного поля имеем

$$T_{00}^{ren} = -\frac{(1+2mr)e^{-2mr}}{32\pi^2 r^4}\sin(\pi\beta), \quad T_{33}^{ren} = \frac{(1+2mr)e^{-2mr}}{32\pi^2 r^4}\sin(\pi\beta).$$

При $m\,r \to 0$ для компонент T_{00}^{ren}, T_{33}^{ren} спинорного поля имеем

$$T_{00}^{ren} = -\frac{\beta(\beta-1)(3m^2r^2 + (\beta-2)(\beta+1))}{24\pi^2 r^4},$$

$$T_{33}^{ren} = \frac{\beta(\beta-1)(3m^2r^2 + (\beta-2)(\beta+1))}{24\pi^2 r^4}.$$

Параграф шесть содержит обсуждение полученных соотношений, из которых следует, что значения компонент ТЭИ, как скалярного так и спинорного полей, зависят только от дробной части магнитного потока β и при фиксированном расстоянии принимает максимальное по модулю значение при $\beta = 1/2$. В окрестности нуля модуль данных компонент меняется согласно закону r^4, а при больших расстояниях - убывает экспоненциально. Важно заметить, что плотность вакуумной энергии (компонента T_{00}^{ren}) скалярного и спинорного полей всюду отрицательна. Отрицательность плотности вакуумной энергии означает нарушение условия энергодоминантности. Отметим, что нарушение условия энергодоминантности играет важную роль в квантовой космологии, поскольку в этом случае не выполняются условия теоремы Хокинга-Пенроуза (о неизбежности сингулярностей в общей теории относительности).

ПОЛОЖЕНИЯ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Предложен метод построения инвариантных матричных дифференциальных операторов второго порядка на однородных многообразиях.

2. Предложен метод построения калибровочных полей (неабелевых в общем случае), сохраняющих в качестве группы симметрии уравнений скалярного поля группу движений данного риманова многообразия.

3. Построена классификация калибровочных полей на четырехмерных римановых пространствах с пятимерной группой движений, которая является группой симметрии полевых уравнений скалярного поля. Показано, что все найденные калибровочные поля удовлетворяют условию интегрируемости соответствующих полевых уравнений.

4. Построены аналитические выражения для компонент перенормированного вакуумного тензора энергии-импульса скалярного и спинорного полей во внешнем поле Ааронова-Бома. Исследована зависи-

мость данных компонент от расстояния и магнитного потока поля Ааронова-Бома.

Основные положения диссертации были опубликованы в работах:

1. Курнявко О. Л., Широков И. В., Юревич Ю. А. Поляризация вакуума в поле Ааронова-Бома // Математические структуры и моделирование. – 2004. – Т. 13. – С. 103–113.

2. Курнявко О. Л., Широков И. В., Юревич Ю. А. Поляризация вакуума квантовых полей во внешнем поле Ааронова-Бома. I // Известия вузов. Физика. – 2006. – Т. 49, № 2. – С. 26–34.

3. Курнявко О. Л., Широков И. В., Юревич Ю. А. Поляризация вакуума квантовых полей во внешнем поле Ааронова-Бома. II // Известия вузов. Физика. – 2006. – Т. 49, № 4. – С. 3–8.

4. Курнявко О. Л. Калибровочные поля на однородных римановых многообразиях // Сборник НГАВТ.– 2008.– С. 231-238

5. Курнявко О. Л., Широков И. В. Построение инвариантных волновых уравнений скалярных частиц на римановых многообразиях с внешними калибровочными полями // ТМФ.– 2008.– Т. 156, № 2.– С. 250–264

КУРНЯВКО ОЛЕГ ЛЕОНИДОВИЧ

ПОСТРОЕНИЕ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ НА ОДНОРОДНЫХ РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ И ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА В ПОЛЕ ААРОНОВА-БОМА

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Принято в печать 17.07.2008.	Формат 60x84 1/16. Тираж 100.
Печ. листов 1.0. Уч. листов 1.0.	Заказ № 239.

Издательство ОмГУ им. Ф. М. Достоевского
644077, Омск, пр. Мира, 55a.