

Свидетельства о регистрации: бумажный вариант № 018694, электронный вариант № 018693
выданы Госкомпечати РФ 14 апреля 1999 г.

ISSN: печатный вариант – 1561-7793; электронный вариант – 1561-803X
от 20 апреля 1999 г. Международного Центра ISSN (Париж)

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Александров А.И., Александров И.А., Бер Л.М. Левнеровские семейства функций в теореме вращения.....	5
Бер Л.М. Усиление теорем искажения.....	8
Васильева О.В. Неголономные поверхности вращения нулевой полной кривизны 2-го рода.....	12
Гензе Л.В., Хмылева Т.Е. Удвоение по Александрову и его обобщение.....	17
Горбатенко Е.М. Алгеброиды Ли в дифференциальной геометрии погруженных многообразий.....	20
Гриншпон И.Э. Подобие однородно разложимых групп.....	24
Гриншпон Я.С. Нормальность вполне регулярной топологии раздельной непрерывности.....	27
Гриншпон С.Я., Ельцова Т.А. Гомоморфно устойчивые абелевы группы.....	31
Гулько С.П. Свободные топологические группы и пространства непрерывных функций на ординалах.....	34
Гулько С.П., Окулова Е.И. Об одной модификации понятия t -эквивалентности топологических пространств.....	39
Забарина А.И., Пестов Г.Г. Об n -мерно упорядоченных группах.....	40
Касаткина Т.В. Об одной системе дифференциальных уравнений.....	43
Каравдина Е.Ю. Построение и свойства кольца обобщенных матриц порядка n ($n \geq 2$).....	46
Кирьяцкий Э.Г. Точные оценки коэффициентов Ньютона однолистных нормированных в единичном круге функций.....	50
Копанев С.А., Копанева Л.С. Формула типа формулы Кристоффеля – Шварца для счетноугольника.....	52
Куфарев Б.П. Обобщенное решение дифференциальных уравнений вида $y = f(x, y')$	55
Лазарева Е.Г. О множестве рядов, сохраняющих сходимость после данной перестановки.....	58
Литвин А.И., Писаренко Л.А. Обобщенные кронекеровские произведения матриц.....	60
Малютин А.Н. Особенности отображений с s -суммируемой характеристикой.....	65
Малютин А.Н., Соколов Б.В. О равностепенной непрерывности класса отображений с (s, α) -усредненной характеристикой.....	70
Онищук Н.М. Векторные поля нулевой полной кривизны первого рода.....	73
Садритдинова Г.Д. Управляющие функции и аргумент производной.....	78
Соболев В.В. Численный метод конформного отображения полуплоскости в себя с «гидродинамической» нормировкой.....	81
Сыркашев А.Н. О вариационном и параметрическом методах в теории однолистных функций.....	86
Фаустова И.Л. Абелевы группы без кручения ранга 2, обладающие автоморфизмом порядка 4 или 6.....	97

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Вековцева С.А., Дёмин Н.С. Оптимальное управление односекторной экономикой при наличии внешних инвестиций. Модель Рамсея.....	99
Галайко Я.В., Назаров А.А. Исследование числа лиц, застрахованных в Пенсионном фонде Российской Федерации при нестационарном входящем потоке.....	103
Гарайшина И.Р., Назаров А.А. Исследование математической модели процесса изменения страхового капитала Пенсионного фонда.....	109
Гальперин В.А., Домбровский В.В. Динамическое управление инвестиционным портфелем с учетом скачкообразного изменения цен финансовых активов.....	112
Герасимов Е.С., Домбровский В.В. Адаптивное управление инвестиционным портфелем.....	118
Домбровский В.В., Домбровский Д.В. Динамическое управление инвестиционным портфелем в пространстве состояний с использованием рыночной модели.....	123
Ерохина Е.А. Закономерности экономического развития: системно-самоорганизационный подход.....	127
Змеев О.А. Математическая модель деятельности фонда социального страхования при экспоненциальных страховых выплатах.....	130
Кошкин Г.М., Лопухин Я.Н. Оценивание нетто-премии в коллективном страховании жизни.....	136
Поддубный В.В., Бахтина К.В., Кривошеина Т.В. Субоптимальное управление системой, описываемой стохастической моделью мировой динамики Форрестера.....	145
Терпугов А.Ф., Щирова Н.П. Математическая модель деятельности склада.....	155
Лившиц К.И., Параев В.Ю. Применение многоуровневой аппроксимации для построения математических моделей нестационарных процессов.....	159
Параев Ю.И. Оптимальное управление рекламой в задаче производства и сбыта товара.....	162
Параев Ю.И. Задача производства, хранения и сбыта товара как дифференциальная кооперативная игра.....	165

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Воробейчиков С.Э., Кабанова Т.В. Обнаружение момента разладки процесса авторегрессии первого порядка.....	170
Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно-дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. I. Непрерывные наблюдения.....	175
Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно-дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. II. Непрерывно-дискретные наблюдения.....	180
Китаева А.В., Терпугов А.Ф. Сильно состоятельная и асимптотически нормальная оценка параметра процесса авторегрессии первого порядка с бесконечной дисперсией.....	185
Кошкин Г.М., Пивен И.Г. Непараметрическое оценивание функционалов от условных распределений последовательностей сильного перемешивания.....	187
Ломакина С.С., Смагин В.И. Робастная фильтрация в непрерывных системах со случайными скачкообразными параметрами.....	201
Сотникова Е.Е. Распределение интеграла от случайной волатильности в случае, когда она образует чисто разрывный марковский процесс с двумя состояниями.....	204
Тарасенко П.Ф. О сходимости индикаторных оценок для параметров линейной модели.....	208
Тарасенко Ф.П., Шуленин В.П. Функции регрессии наблюдений и их рангов.....	213

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Колоусов Д.В., Назаров А.А. Исследование двумерного выходящего потока сети связи случайного доступа с конечным числом станций.....	217
Кузнецов Д.Ю., Назаров А.А. Определение асимптотического распределения состояний канала и источника повторных вызовов адаптивной сети связи в условиях критической загрузки.....	222
Марголис Н.Ю., Назаров А.А. Локальная диффузионная аппроксимация процесса изменения состояний СМО.....	226
Назаров А.А. Исследование процесса изменения числа заявок в нестационарной немарковской бесконечнолинейной системе массового обслуживания.....	230
Назаров А.А., Цой С.А. Исследование метематической модели двухканальной сети случайного доступа.....	232

ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Бабанов А.М. Теория семантически значимых отображений.....	239
Бабанов А.М. Применение теории семантически значимых отображений для проектирования реляционных баз данных.....	249
Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численное решение задачи рассеяния электромагнитных волн на трехмерных идеально проводящих телах.....	258
Змеев О.А., Моисеев А.Н. Сравнительный анализ некоторых методов O – R-преобразования.....	263
Зубков А.В. Синхронизация модификаций денормализованных данных в приложениях Lotus Notes/Domino.....	272
Костюк Ю.Л., Кон А.Б., Новиков Ю.Л. Алгоритмы векторизации цветных растровых изображений на основе триангуляции и их реализация.....	275
Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Предварительная обработка исходных данных для построения цифровой модели рельефа местности.....	281
Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Построение цифровой модели рельефа местности на основе структурных линий и высотных отметок.....	286
Мирютов А.А., Шаповалов Д.В., Князев Б.Г., Плешков А.Г., Щипунов А.А. Паттерны проектирования информационных систем. Ч. I.....	290
Огородников А.Н. Выбор интервалов анализа сигнала при распознавании речи.....	295
Петренко Д.А., Скворцов А.В., Куленов Р.О. Сравнение триангуляций с помощью хеш-функций.....	305
Палухин П.Н., Поддубный В.В. Технология использования MATLAB-программ в средах визуального программирования C/C++.....	309
Сущенко С.П., Сущенко М.С., Биматов Д.В. Моделирование разделяемой памяти двухпроцессорной вычислительной системы.....	319
Терпугов А.Ф., Шкуркин А.С. Программа вычисления параметров систем массового обслуживания по периоду занятости.....	324
Толузаков С.Г. Построение распределенных приложений.....	326
Толузаков С.Г., Якунина Е.Н. Технология построения корпоративного Web-сайта.....	328
Толузаков С.Г. Подходы к построению системы документооборота на основе IBM Lotus Domino.....	335
Ченцов О.В., Скворцов А.В. Обзор алгоритмов построения оверлеев многоугольников.....	338

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Скворцов А.В. Разработка геоинформационных и инженерных систем на факультете информатики и в ООО «ИндорСофт».....	346
Бойков В.Н., Петренко Д.А., Люст С.Р., Скворцов А.В. Система автоматизированного проектирования автомобильных дорог IndorCAD/Road.....	350
Скворцов А.В., Иванов М.О., Петренко Д.А. Система подготовки чертежей IndorDraw.....	354
Сарычев Д.С. Современные информационные системы для инженерных сетей.....	358
Сарычев Д.С., Крысин С.П., Скворцов А.В. Создание информационных моделей автомобильных дорог и информационной системы на их основе.....	362

ПРОБЛЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ

Змеева Е.Е., Сазанова Т.А., Терпугов А.Ф. К вопросу о методике преподавания математики в средней школе и высшем учебном заведении.....	370
Лещинский Б.С. Оценивание знаний учащегося с использованием теории нечетких множеств.....	374
Лещинский Б.С., Циплаков Д.В. Обучающая система с количественным контролем качества обучения.....	379

МЕМУАРЫ. ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ. ПЕРСОНАЛИИ

Профессор Захар Иванович Клементьев (к 100-летию со дня рождения).....	383
Русинов Ю.И., Устинов Ю.К. Геомагнитные «возмущения» или волнения космоса в суперсверхдлинном диапазоне?.....	389

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ.....	393
РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ НА РУССКОМ И АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКАХ.....	399

CONTENTS

MATHEMATICS

Alexandrov A.I., Alexandrov I.A. Löwner families of functions in the rotation theorem	5
Ber L.M. Reinforcement the theorems of distortion	8
Vasilyeva O.V. Nonholonomic rotation surfaces of zero total curvature of second kind	12
Genze L.V., Khmyleva T.E. Aleksandroff duplicate and its generalization	17
Gorbatenko E.M. Lie algebroids in differential geometry of immersed submanifolds	20
Grinshpon I. E. Similarity of homogeneously decomposable groups	24
Grinshpon Ya.S. Normality of the completely regular topology of separate continuity	27
Grinshpon S.Ya., Yeltsova T.A. Homomorphly stable abelian groups	31
Gul'ko S.P. Free topological groups and the spaces of continuous functions on ordinals	34
Gul'ko S.P., Okulova E.I. On modification of the notion of t -equivalence of topological spaces	39
Zabarina A.I., Pestov G.G. On n -dimensionally orderer groups	40
Kasatkina T.U. About a system of differential equations	43
Karavdina E.Yu. The construction and properties of generalized matrix rings of n order ($n \geq 2$)	46
Kirjatskii E.G. The sharp estimates of newton coefficients of univalent and normed in a unit circle functions	50
Kopanev S.A., Kopanev L.S. The formula type formula Christoffel–Schwarz for numerable polygon	52
Kufarev B.P. Generalized solution of differenteal equations $y = f(x, y')$	55
Lasareva E.G. Essential permutation preserves a convergence just on a set of the first category in the space of series	58
Litvin A.I., Pisarenko L.A. Generalized kronecker products of matrices	60
Malutina A.N. The peculiarity of representations with s -summation characteristic	65
Maljutina A.N., Sokolov B.V. About equicontinuity property of mappings with (s, α) -bounded characteristic	70
Onishchuk N.M. Vektor fields of zero total curvature of the first kind	73
Sadritdinova G.D. The ruling functions and an argument of the derivanive	78
Sobolev V.V. The numeric method of conformal mapping of the half-hlane into self with the hydrodynamics normalization	81
Syrkashev A.N. On the variational and parametrical methods in the theory of univalent functions	86
Faustova I.L. Abel's groups without class 2 torsion, having automorphizm orler 4 or 6	97

MATHEMATICAL MODELING OF ECONOMIC SYSTEMS

Vekovtseva S.A., Dyomin N.S. Optimal management of onesector economy model with external investment. Model of Ramsey	99
Galayko Ya.V., Nazarov A.A. Investigation of number of persons insured in Russian Federation retirement fund in condition of transitional incoming flow	103
Garayshina I.R., Nazarov A.A. Investigation of Russian Federation retirement fund insurance capital modification process mathematical model	109
Galperin V. A., Dombrovskiy V. V. Dynamic managing investment portfolio under jumping changes in prices of financial assets	112
Gerasimov E.S., Dombrovskiy V.V. The adaptive control of investment portfolio	118
Dombrovskiy V. V., Dombrovskiy D. V. Dynamic managing investment portfolio in state space using market model	123
Yerokhina Ye.A. The regularities of the economic development: system-organizational approach	127
Zmeyev O.A. Mathematical model of social insurance foundation when payments have exponential distribution	130
Koshkin G.M., Lopukhin Ya.N. Estimation of net premium in collective life insurance	136
Poddubny V.V., Bakhtina K.V., Krivosheina T.V. Suboptimal control of the system, described by forrester's stochastic model of the world dynamics	145
Terpugov A.F., Shchirova N.P. Mathematical model of storehose function	155
Livshits K.I., Paraev V.Ju. Application of multilevel approximation for construction of mathe-matical models of non-stationary processes	159
Paraev Ju.I. Optimum control of advertising in the problem of manufacture and selling of the goods	162
Paraev Ju.I. Problem manufactures, storages and selling of the goods as differential cooperative game	165

PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS

Vorobejchikov S.E., Kabanova T.V. On detecting of change-point in autoregressive process of the first order	170
Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Filtering in the dynamic systems on the continuous-discrete observations with memory under anomaluous nouse. I. continuous observations	175
Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Filtering in the dynamic systems on the continuous-discrete observations with memory under anomaluous nouse. II. Continuous-discrete observations	180
Kitayeva A.V., Terpugov A.F. Strong consistent and asymptotically normal estimate of parameter of first order autoregression process with infinite variance	185
Koshkin G.M, Piven I.G. Nonparametric estimation of functionals of conditional distributions for strong mixing sequences	187
Lomakina S.S., Smagin V.I. Robust filtering in continuous systems with random jump parameters	201
Sotnikova E.E. Calculation of stochastic volatility integral s density when the volatility is assumed to be a discrete markov process with two states	204
TarassenkoP.F. On convergence of indicator-based estimators for parameters of linear model	208
Tarassenko F.P., Shulenin V.P. Regression function of observation and its rank	213

MASS SERVICE THEORY

Kolousov D.V., Nazarov A.A. Investigation the communications network two-dimensional output flow with random access protocol and finite number of stations	217
Kuznetsov D. Y., Nazarov A. A. Definition of asymptotic distribution of channel states and repeated calls source of adaptive network communication with the assumption of critical loading	222
Margolis N. Yu., Nazarov A.A. Local diffusion appoximation of queing system current condition process	226
Nazarov A.A. Investigation of queries number process in unsteady non-Markov's infinitely line queue system	230
Nazarov A.A., Tsoy A.S. Investigation of mathematical model of two channel network with random access	232

INFORMATION SCIENCE AND PROGRAMMING

Babanov A.M. Theory of semantically significant mappings	239
Babanov A.M. Using a theory of semantically significant mappings for designing the relational databases	249
Dmitrenko A.G., Kolchin V.A. Numerical solution of electromagnetic scattering problem for threedimensional perfectly conducting bodies ;	258
Zmeyev O.A., Moiseyev A.N. Comparative analysis of some O-R transforming methods	263
Zubkov A.V. Modification's synchronization of denormalized data in Lotus Notes/Domino applications	272
Kostyuk Yu.L., Kon A.B., Novikov Yu.L. Algorithms for vectorization of a multicolor raster image based on triangulation and their realization	275
Kostyuk Yu.L., Fook A.L. Preliminary processing of the initial data for construction of digital elevation model	281
Kostyuk Yu.L., Fook A.L. Construction of digital elevation model on the basis of relief structural lines and elevations.....	286
Mirutov A.A., Shapovalov D.V., Knyazev B.G., Pleshkov A.G., Shipunov A.A. Design patterns of information systems (part I)	290
Ogorodnikov A.N. Choosing signal analysis intervals when recognizing speech	295
Petrenko D.A., Kulenov R.O., Skvortsov A.V. Triangulations comparison by means of hash function	305
Palukhin P.N., Poddubny V.V. Technology of the use matlab-programs in ambience of the visual programming C/C++	309
Sushchenko S.P., Sushchenko M.S., Bimatov D.V. Modeling of shared memory two-processors computer systems	319
Terpugov A.F., Shkurkin A.S. A program for calculation of the queuing system parameters from the occupation period	324
Tolouzakov S.G. Building distributed applications	326
Tolouzakov S.G., Yakunina E.N. A technology of building of a corporate web-site	328
Tolouzakov S.G. Approaches to building of document flow system based on ibm lotus domino	335
Chentsov O.V., Skvortsov A.V. A review of the algorithms of polygon overlays design	338

AUTOMATED DESIGN SYSTEMS

Skvortsov A.V. Geoinformation and engineering system design at the informatics faculty and in the company «IndorSoft»	346
Boykov V.N., Petrenko D.A., Lust S.R., Skvortsov A.V. Road computer-aided design system IndorCAD/Road.....	350
Skvortsov A.V., Ivanov M.O., Petrenko D.A. Drawing design system IndorDrawing	354
Sarychev D.S. Modern information systems for the engineering networks	358
Sarychev D.S., Krysin S.P., Skvortsov A.V. Design of road information models and information system based on them	362

PROBLEMS OF EDUCATION

Zmeyeva E.E., Sazanova T.A., Terpugov A.F. Aspects of teaching mathematics methods at school and higher educational institutes	370
Leshchinsky B.S. Assessment of Student's knowledge using theory of fuzzy sets	374
Leshchinsky B.S., Tsiplakov D.V. Software learning system with quantitative control of students grade	379

MEMOIRS. MEMORY DATES. PERSONALITES

Professor Zachar Ivanovich Klement'ev	383
Rusinov Yu.I., Ustinov Yu.K. Geomagnetic «perturbations» or wavemovments of cosmos in extrasuperlonge diapason?.....	389

BRIEF INFORMATION ABOUT THE AUTORS	393
SUMMARIES OF THE ARTICLES IN THE RUSSIAN AND ENGLISH LANGUAGES	399

ПОСТРОЕНИЕ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ НА ОСНОВЕ СТРУКТУРНЫХ ЛИНИЙ И ВЫСОТНЫХ ОТМЕТОК

Для цифровой модели рельефа, заданного структурными линиями и высотными отметками, вводится новый тип ограничений, позволяющий более полно учитывать влияние горизонталей на форму рельефа. Предлагается эффективный алгоритм построения цифровой модели на основе триангуляции с ограничениями данного типа.

Важным объектом исследования современных геоинформационных систем является земной рельеф. Как правило, рельеф задается нерегулярными наборами высотных отметок и структурных линий, которые получают с помощью методов дистанционного зондирования или векторизации картографических материалов. Высотные отметки обычно представляют локальные экстремумы и другие характерные точки рельефа. Структурные линии определяют множества точек с резким изменением наклона рельефа (границы оврагов, обрывов, береговые линии) или одинаковыми высотами (горизонталей, изолинии), т.е. накладывают дополнительные ограничения на форму рельефа. Все линии задаются наборами узловых точек и для упрощения дальнейшей обработки считаются ломаными.

Важнейшая задача при работе с рельефом заключается в построении его *цифровой модели* (ЦМР), т.е. цифрового представления с помощью прямоугольной или треугольной сетки, в узлах которой заданы высоты. Цифровая модель позволяет получать производные данные как для анализа, так и для построения ортофотопланов местности на основе космо- и аэроснимков.

Качество цифровой модели определяется, прежде всего, качеством исходных данных. Типичными недостатками исходных структурных линий являются:

1. Наличие топологических нарушений (пересечение горизонталей разных уровней, самопересечение линий и др.). Такие ошибки легко обнаружить, однако корректно исправить их можно только интерактивно. Далее мы будем предполагать, что они уже исправлены.

2. Осцилляции горизонталей (изолиний), которые трудно измерить с высокой точностью. Устранению этих недостатков посвящена работа [4], в которой предлагаются методы сглаживания этих линий.

3. Некорректное определение высот и неполное задание изолиний. Такие ошибки можно обнаружить только в процессе получения цифровой модели.

При построении ЦМР на основе прямоугольной сетки необходимо рассчитать высоты в ее узлах. Для этого обычно применяются различные алгоритмы локальной аппроксимации и интерполяции по значениям высот в нескольких соседних исходных точках. Данная сетка благодаря своей простоте позволяет упростить алгоритмы анализа и обработки рельефа. Однако она имеет два существенных недостатка:

1. Узлы сетки являются расчетными, поэтому значения высот в них всегда приближенные. В то же время исходные точки – узлы структурных линий, локальные экстремумы и другие характерные точки рельефа – обычно определяются с высокой точностью, но в получаемой цифровой модели они утрачиваются.

2. В цифровой модели, использующей прямоугольную сетку, практически невозможно учитывать ограничения, налагаемые структурными линиями.

Модель рельефа на основе треугольной сетки строится с помощью триангуляции с ограничениями. Она свободна от указанных недостатков, но известные алгоритмы не учитывают в полной мере влияние горизонталей на форму рельефа. В результате получаемая модель искусственно спрямляет рельеф, игнорируя априорно известные изломы, и поэтому является *недопустимо* грубым приближением. Для устранения

этих недостатков в большинстве геоинформационных систем используются интерактивные методы корректировки исходных линий и/или полученной треугольной сетки. Однако последнее средство практически бесполезно, если сетка содержит многие тысячи треугольников.

В настоящей работе предлагается способ построения кондиционной цифровой модели рельефа в автоматическом режиме.

ТИПЫ ОГРАНИЧЕНИЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ

При задании рельефа наборами точек и линий построение его цифровой модели на основе треугольной сетки включает два шага [1].

На первом шаге по проекциям всех исходных высотных отметок и узлов структурных линий на плоскости XOY строится триангуляция Делоне. Задание высот в вершинах триангуляции определяет систему пространственных треугольников – простейшую кусочно-линейную поверхность, интерполирующую рельеф.

На втором шаге производится перестроение триангуляции, позволяющее включить в модель рельефа все структурные линии. Каждая линия должна целиком располагаться на интерполяционной поверхности, поэтому необходимые условия перестроения (ограничения триангуляции) формулируются очень просто: каждый отрезок структурной линии должен совпадать с одним из ребер сетки пространственных треугольников. Далее ограничения этого типа будем называть *слабыми*.

Способ включения отрезка структурной линии, не вошедшего в начальную триангуляцию Делоне (рис. 1, *а*), зависит от дополнительных требований к ЦМР. Если необходимо, чтобы сетка на XOY всегда оставалась триангуляцией Делоне, то отрезок нужно разбить на несколько частей. Точки разбиения станут новыми вершинами триангуляции, а каждая часть отрезка – ребром треугольника (рис. 1, *б*). Если в качестве вершин треугольной сетки можно использовать только исходные точки, то начальную триангуляцию Делоне нужно перестроить так, чтобы *каждый* отрезок исходной линии стал ребром сетки (рис. 1, *в*).

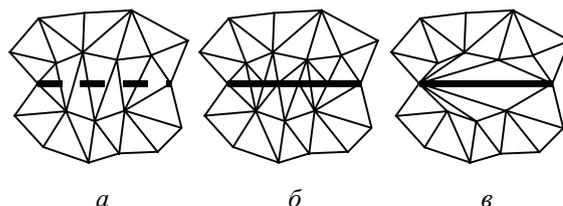


Рис. 1. Включение отрезка: *а* – начальная триангуляция, *б* – отрезок разбивается на части, *в* – отрезок становится ребром

Учет слабых ограничений при построении модели рельефа является необходимым, но недостаточным,

если набор структурных линий содержит горизонтали. Чтобы в этом убедиться, нужно на треугольной сетке со слабыми ограничениями рассчитать изолинии с шагом изменения высоты в два раза меньшим, чем у исходных горизонталей (рис. 2). Из-за наличия в триангуляции горизонтальных треугольников (заштрихованных), все вершины которых лежат на одной изолинии, на исходных уровнях появятся паразитные линии, а на промежуточных уровнях линии окажутся чрезмерно спрямленными.

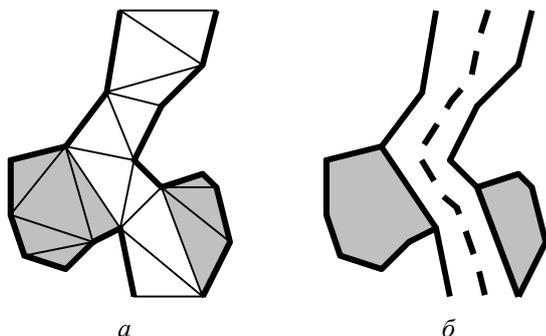


Рис. 2. Изолинии на треугольной сетке со слабыми ограничениями (выделены горизонтальные участки модели рельефа): *а* – исходные, *б* – расчетные

Если набор исходных структурных линий содержит горизонтали, то интерполяционная поверхность должна не только полностью включать эти линии, но и удовлетворять следующим естественным ограничениям:

1. Точки изолинии не могут быть локальными минимумами или максимумами поверхности.
2. Изолиния не должна быть границей горизонтального участка поверхности, для выделения плоских участков рельефа нужно использовать структурные линии других типов (граница промышленной зоны, береговая линия озера).
3. Любая исходная отметка, высота которой совпадает с уровнем какой-либо изолинии, должна быть либо вершиной исходной горизонтали, либо являться вырожденной изолинией из одной точки.
4. Любой горизонтальный отрезок, соединяющий вершины изолиний одного уровня и целиком лежащий на поверхности, должен либо совпадать с отрезком изолинии (и, следовательно, ребром сетки), либо соединять *конечные вершины* одной или двух горизонталей.
5. Если некоторая линия начинается и заканчивается на изолиниях соседних уровней z_A и z_B , $z_A < z_B$, не пересекает структурных линий и целиком лежит на интерполяционной поверхности, то в любой ее внутренней точке M должно выполняться условие $z_A < z_M < z_B$.

В соответствии с данными требованиями введем *сильные ограничения* триангуляции:

на треугольной сетке выполняются слабые ограничения;

высотная отметка, которая не является узлом структурной линии, но имеет такую же высоту, как некоторая изолиния, считается вырожденной изолинией, содержащей одну конечную точку;

любое горизонтальное ребро пространственной триангуляции, соединяющее вершины изолиний, либо совпадает с отрезком изолинии, либо соединяет конечные вершины одной или двух изолиний.

Такие ограничения гарантируют отсутствие плоских горизонтальных участков на уровнях исходных горизонталей.

Построение треугольной сетки, удовлетворяющей сильным ограничениям, нужно начинать с триангуляции со слабыми ограничениями. Эта триангуляция может содержать горизонтальные ребра, на которых сильные ограничения не выполняются (для краткости будем называть такие ребра *недопустимыми*). Все треугольники, содержащие одно, два или три недопустимых ребра, необходимо перестроить, однако предварительно следует убедиться, что высоты исходных линий и точек определены корректно.

НАЧАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА КОРРЕКТНОСТИ ЗАДАНИЯ ВЫСОТ

Ошибки в задании высот линий и точек характерны тем, что их практически невозможно обнаружить визуально или выделить все с помощью только автоматизированных проверок. Обработка высот должна включать несколько шагов и может потребовать корректировки исходных данных в интерактивном режиме. Начальным шагом, на котором выявляются самые очевидные ошибки, является проверка перепадов высот. Для ее проведения необходимо построить триангуляцию со слабыми ограничениями. Очевидно, что при правильном задании исходных данных перепад высот на любом ребре триангуляции не может превышать значения шага изменения высот для основных изолиний. Нарушение этого условия свидетельствует о неправильном задании высот или отсутствии некоторых горизонталей в исходном наборе линий. Но существуют и два исключения:

Если концы незамкнутых линий не выходят точно на границу триангуляции, то ребра на границе могут принадлежать очень вытянутым треугольникам и соединять точки, расположенные на большом расстоянии друг от друга. Необходимо либо вывести концы линий на границу, либо исключить из триангуляции граничные треугольники с недопустимым перепадом высот.

На участках с почти вертикальными обрывами большой высоты основные изолинии практически сливаются, поэтому некоторые из них могут быть пропущены. Такая ситуация не является ошибочной, более того, попытка восстановить все изолинии может привести к тому, что из-за совпадения их проекций будет невозможно построить триангуляцию со слабыми ограничениями.

При проверке сильных ограничений триангуляции потребуется перестраивать треугольники с недопустимыми горизонтальными ребрами. Для этого бывает необходимо определять знак приращения высоты во внутренних точках горизонтальных треугольников, что возможно только при корректном задании высот изолиний. Проверка корректности задания высот основана на простом правиле: точки изолинии не могут быть локальными минимумами или максимумами поверхно-

сти. Для триангуляции со слабыми ограничениями это можно сформулировать следующим образом: если AB – отрезок изолинии ($z_A = z_B$), который является общим ребром треугольников ABC и BAD , причем $z_C \neq z_A$ и $z_D \neq z_A$, тогда $(z_C - z_A) \cdot (z_D - z_A) < 0$. Другими словами, если $z_C < z_A$, то $z_D > z_A$, и наоборот.

Пусть ABC – горизонтальный треугольник, т.е. $z_A = z_B = z_C$. Для определения знака приращения высоты в его внутренних точках необходимо проверять окрестность ABC , переходя к смежным треугольникам строго по горизонтальным ребрам до тех пор, пока не будет найден негоризонтальный треугольник. Пусть это треугольник DEF , и $z_E = z_F = z_A$, а $z_D \neq z_A$. Если переход к DEF проходил только по недопустимым ребрам, то знак приращения относительно уровня z_A во внутренних точках ABC такой же, как в точке D . При каждом пересечении отрезка изолинии знак приращения меняется на противоположный. Если высоты изолиний заданы корректно, то знак приращения не зависит от порядка проверки окрестности ABC . В этом можно убедиться, проверив все треугольники на границе горизонтального участка, в который входит ABC . Рис. 3 иллюстрирует данную проверку: знаки приращений для пар точек D, E и G, H должны быть разными.

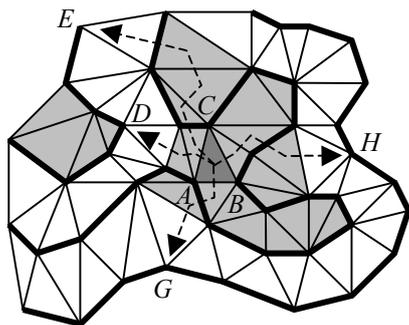


Рис. 3. Проверка знака приращения высоты для центра треугольника ABC (выделены изолинии и треугольники с недопустимыми ребрами)

ПОСТРОЕНИЕ ТРИАНГУЛЯЦИИ С СИЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Треугольная сетка, на которой выполняются слабые ограничения, может содержать треугольники с одним, двумя или тремя недопустимыми ребрами. Горизонтальный треугольник ABC с тремя недопустимыми ребрами на уровне z_A интерполирует участок рельефа, который реально также является почти горизонтальным. Будем считать, что центр ABC (точка O) отклоняется от z_A по вертикали на фиксированную величину Δz . Для определения знака отклонения необходимо проверить треугольники в окрестности ABC (алгоритм проверки приведен выше). Задав в O высоту $z_A \pm \Delta z$, можно заменить ABC на три треугольника ABO , BCO , CAO , содержащих по одному недопустимому ребру.

Перестроим все треугольники с тремя недопустимыми ребрами. После этого в триангуляции останутся цепочки смежных треугольников с двумя недопусти-

мыми ребрами, причем данные цепочки начинаются и заканчиваются треугольниками с одним недопустимым ребром.

Пусть некоторая цепочка начинается с треугольника ABC , а заканчивается треугольником UVW , причем BC и VW – недопустимые ребра, т.е. $z_B = z_C = z_V = z_W$, а точки B, C, V и W являются вершинами изолиний одного уровня. Предположим, что ломаная, проходящая из A в U через центры недопустимых ребер, имеет длину L , а длина самого короткого недопустимого ребра цепочки равна l . Вычислим на ломаной новую точку M по следующим правилам:

Если $z_A \neq z_U$, то полагаем, что высота вдоль ломаной от A до U изменяется линейно. Тогда M – это равноудаленная от A и U точка ломаной (рис. 4, а), и $z_M = (z_A + z_U) / 2$.

Если $z_A = z_U \neq z_B$, то поверхность имеет седловую точку. Будем считать, что седловой точкой M является точка пересечения ломаной и самого короткого недопустимого ребра цепочки (рис. 4, б и в), причем

$$z_M = \frac{z_B \cdot L + z_A \cdot l}{L + l}.$$

Если $z_A = z_U = z_B$, то цепочку образуют треугольники внутри замкнутой изолинии. Естественно предположить, что соответствующий участок рельефа также является почти горизонтальным. Будем считать, что наибольшее отклонение от горизонтальной плоскости $z = z_B$ достигается в точке M – центре самого длинного недопустимого ребра (рис. 4, г), а высота $z_M = z_B \pm \Delta z$, где знак отклонения определяется так же, как и для треугольников с тремя недопустимыми ребрами.

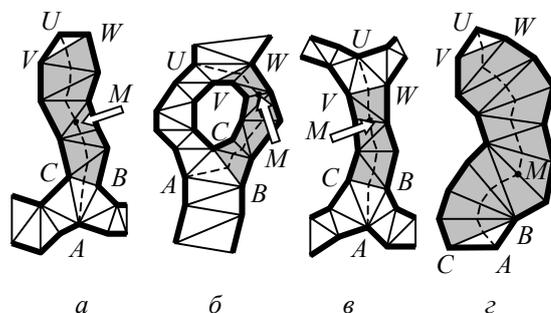


Рис. 4. Проверка цепочек треугольников с недопустимыми ребрами и добавление новой точки M : а – между изолиниями разных уровней, б и в – на участках с седловой точкой, г – внутри замкнутой изолинии

Вычисленная точка M должна стать новой вершиной триангуляции, и это потребует соответствующего перестроения треугольной сетки. Для исключения возможного вырождения треугольников точку M следует добавлять, как в итеративном алгоритме триангуляции Делоне [2], но перестраиваться должны только недопустимые ребра. Полученная система треугольников уже не будет триангуляцией Делоне, зато в ней не будут нарушены слабые ограничения. После добавления точки M цепочка недопустимых треугольников разбивается на две более короткие (возможно, пустые) це-

почки, а общее число недопустимых ребер уменьшается. Процесс заканчивается, когда недопустимых ребер в триангуляции не останется.

Алгоритм проверки сильных ограничений триангуляции. Предполагается, что по исходному набору точек и линий построена триангуляция со слабыми ограничениями.

Шаг 1. Проверка всех треугольников сетки, выделение и отметка всех недопустимых ребер.

Шаг 2. Перестроение всех треугольников с тремя недопустимыми ребрами.

Шаг 3. Цикл, пока есть цепочки треугольников с недопустимыми ребрами:

- обработка очередной цепочки,
- вычисление новой точки M и включение ее в триангуляцию.

Конец алгоритма

Обработка очередной цепочки включает выделение начального треугольника и проход по недопустимым ребрам до конечного треугольника. При этом производится расчет длины ломаной вдоль цепочки, а также поиск самого длинного и самого короткого недопустимого ребра. Добавление точки M в триангуляцию является элементарным шагом, так как треугольник, в который попадает M , известен заранее. В целом приведенный алгоритм напоминает алгоритм быстрой сортировки Хоара [3]: включение точки M и разбиение цепочки на две более короткие – это полный аналог разделения сортируемого массива опорным элементом. Поэтому совпадут и оценки трудоемкости: если в цепочку входят m треугольников, то для ее полного перестроения потребуется в среднем $O(m \log m)$ операций. Общая трудоемкость будет вполне приемлемой даже в том случае, когда исходная триангуляция с n вершинами содержит $O(n)$ треугольников с недопустимыми ребрами.

Для проверки корректности исходных данных и качества цифровой модели можно сравнить исходные и расчетные горизонталы. Для этого необходимо построить триангуляцию с сильными ограничениями и на полученной поверхности рассчитать изолинии исходных (основных) и промежуточных уровней. О возможных пропусках линий, а также ошибках при определении высот свидетельствуют:

- «лишние» участки основных расчетных изолиний, которым не соответствуют исходные линии;
- пересечения или касания расчетных изолиний, указывающие на наличие седловых точек поверхности;
- слишком спрямленные промежуточные расчетные линии, форма которых должна соответствовать форме двух соседних основных изолиний;
- изолинии очень малого размера, построенные вокруг высотных отметок.

При наличии существенных расхождений между исходными и расчетными горизонталами может потребоваться корректировка исходных линий и/или их высот и перестроение модели рельефа.

На рис. 5 приводятся исходные и расчетные изолинии участка местности, построенные на основе триангуляции с различными типами ограничений. Основные изолинии представлены сплошными, а дополнительные – штриховыми линиями, при этом исходные горизонталы выделены толстыми линиями. Для расчета линий строилась цифровая модель рельефа на основе триангуляции со слабыми (рис. 5, *а*) и сильными (рис. 5, *б*) ограничениями. В последнем случае также проводилось предварительное визуальное сглаживание исходных горизонталей.

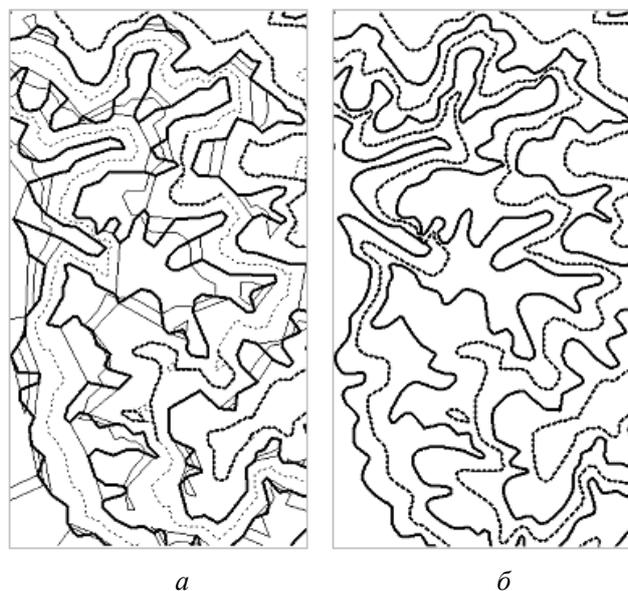


Рис. 5. Наборы исходных и расчетных изолиний участка рельефа: *а* – слабые, *б* – сильные ограничения триангуляции

Рис. 5, *а* показывает, что если при построении ЦМР учитываются только обычные (слабые) ограничения, то расчетные изолинии могут оказаться совершенно не похожими на исходные. И только учет сильных ограничений позволяет получить приемлемые результаты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в статье новый тип сильных ограничений триангуляции позволяет более полно учитывать влияние горизонталей на форму рельефа. Эффективный алгоритм построения триангуляции с сильными ограничениями обеспечивает получение кондиционной цифровой модели рельефа в автоматическом режиме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. 128 с.
2. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 478 с.
3. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 360 с.
4. Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Предварительная обработка исходных данных для построения цифровой модели рельефа местности // Вестник ТГУ. 2003. № 280. С. 281–285.

Статья представлена кафедрой теоретических основ информатики факультета информатики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 15 мая 2003 г.