

В Е С Т Н И К ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

ОБЩЕНАУЧНЫЙ ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

№ 280

Декабрь

2003

Серия «Математика. Кибернетика. Информатика»

Свидетельства о регистрации: бумажный вариант № 018694, электронный вариант № 018693

выданы Госкомпечати РФ 14 апреля 1999 г.

ISSN: печатный вариант – 1561-7793; электронный вариант – 1561-803X

от 20 апреля 1999 г. Международного Центра ISSN (Париж)

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Александров А.И., Александров И.А., Бер Л.М. Левнеровские семейства функций в теореме вращения.....	5
Бер Л.М. Усиление теорем искажения.....	8
Васильева О.В. Неголономные поверхности вращения нулевой полной кривизны 2-го рода.....	12
Гензе Л.В., Хмылева Т.Е. Удвоение по Александрову и его обобщение.....	17
Горбатенко Е.М. Алгеброиды Ли в дифференциальной геометрии погруженных многообразий.....	20
Гриншпон И.Э. Подобие однородно разложимых групп.....	24
Гриншпон Я.С. Нормальность вполне регулярной топологии раздельной непрерывности.....	27
Гриншпон С.Я., Ельцова Т.А. Гомоморфно устойчивые абелевы группы.....	31
Гулько С.П. Свободные топологические группы и пространства непрерывных функций на ординалах.....	34
Гулько С.П., Окулова Е.И. Об одной модификации понятия t -эквивалентности топологических пространств.....	39
Забарина А.И., Пестов Г.Г. Об n -мерно упорядоченных группах.....	40
Касаткина Т.В. Об одной системе дифференциальных уравнений.....	43
Каравдина Е.Ю. Построение и свойства кольца обобщенных матриц порядка n ($n \geq 2$).....	46
Кирияцкий Э.Г. Точные оценки коэффициентов Ньютона однолистных нормированных в единичном круге функций.....	50
Копанев С.А., Копанева Л.С. Формула типа формулы Кристоффеля – Шварца для счетноугольника.....	52
Куфарев Б.П. Обобщенное решение дифференциальных уравнений вида $y = f(x, y')$	55
Лазарева Е.Г. О множестве рядов, сохраняющих сходимость после данной перестановки.....	58
Литвин А.И., Писаренко Л.А. Обобщенные кронекеровские произведения матриц.....	60
Малютин А.Н. Особенности отображений с s -суммируемой характеристикой.....	65
Малютин А.Н., Соколов Б.В. О равностепенной непрерывности класса отображений с (s, α) -усредненной характеристикой.....	70
Онищук Н.М. Векторные поля нулевой полной кривизны первого рода.....	73
Садритдинова Г.Д. Управляющие функции и аргумент производной.....	78
Соболев В.В. Численный метод конформного отображения полуплоскости в себя с «гидродинамической» нормировкой.....	81
Сыркашев А.Н. О вариационном и параметрическом методах в теории однолистных функций.....	86
Фаустова И.Л. Абелевы группы без кручения ранга 2, обладающие автоморфизмом порядка 4 или 6.....	97

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Вековцева С.А., Дёмин Н.С. Оптимальное управление односекторной экономикой при наличии внешних инвестиций. Модель Рамсея.....	99
Галайко Я.В., Назаров А.А. Исследование числа лиц, застрахованных в Пенсионном фонде Российской Федерации при нестационарном входящем потоке.....	103
Гарайшина И.Р., Назаров А.А. Исследование математической модели процесса изменения страхового капитала Пенсионного фонда.....	109
Гальперин В.А., Домбровский В.В. Динамическое управление инвестиционным портфелем с учетом скачкообразного изменения цен финансовых активов.....	112
Герасимов Е.С., Домбровский В.В. Адаптивное управление инвестиционным портфелем.....	118
Домбровский В.В., Домбровский Д.В. Динамическое управление инвестиционным портфелем в пространстве состояний с использованием рыночной модели.....	123
Ерохина Е.А. Закономерности экономического развития: системно-самоорганизационный подход.....	127
Змеев О.А. Математическая модель деятельности фонда социального страхования при экспоненциальных страховых выплатах.....	130
Кошкин Г.М., Лопухин Я.Н. Оценивание нетто-премии в коллективном страховании жизни.....	136
Поддубный В.В., Бахтина К.В., Кривошеина Т.В. Субоптимальное управление системой, описываемой стохастической моделью мировой динамики Форрестера.....	145
Терпугов А.Ф., Широкова Н.П. Математическая модель деятельности склада.....	155
Лившиц К.И., Парасев В.Ю. Применение многоуровневой аппроксимации для построения математических моделей нестационарных процессов.....	159
Парасев Ю.И. Оптимальное управление рекламой в задаче производства и сбыта товара.....	162
Парасев Ю.И. Задача производства, хранения и сбыта товара как дифференциальная кооперативная игра.....	165

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Воробейчиков С.Э., Кабанова Т.В. Обнаружение момента разладки процесса авторегрессии первого порядка.....	170
Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно-дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. I. Непрерывные наблюдения.....	175
Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Фильтрация в динамических системах по непрерывно-дискретным наблюдениям с памятью при наличии аномальных помех. II. Непрерывно-дискретные наблюдения.....	180
Китаева А.В., Терпугов А.Ф. Сильно состоятельная и асимптотически нормальная оценка параметра процесса авторегрессии первого порядка с бесконечной дисперсией.....	185
Кошкин Г.М., Пивен И.Г. Непараметрическое оценивание функционалов от условных распределений последовательностей сильного перемешивания.....	187
Ломакина С.С., Смагин В.И. Робастная фильтрация в непрерывных системах со случайными скачкообразными параметрами.....	201
Сотникова Е.Е. Распределение интеграла от случайной волатильности в случае, когда она образует чисто разрывный марковский процесс с двумя состояниями.....	204
Тарасенко П.Ф. О сходимости индикаторных оценок для параметров линейной модели.....	208
Тарасенко Ф.П., Шуленин В.П. Функции регрессии наблюдений и их рангов.....	213

ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Колоусов Д.В., Назаров А.А. Исследование двумерного выходящего потока сети связи случайного доступа с конечным числом станций.....	217
Кузнецов Д.Ю., Назаров А.А. Определение асимптотического распределения состояний канала и источника повторных вызовов адаптивной сети связи в условиях критической загрузки.....	222
Марголис Н.Ю., Назаров А.А. Локальная диффузионная аппроксимация процесса изменения состояний СМО.....	226
Назаров А.А. Исследование процесса изменения числа заявок в нестационарной немарковской бесконечнолинейной системе массового обслуживания.....	230
Назаров А.А., Цой С.А. Исследование метематической модели двухканальной сети случайного доступа.....	232

ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Бабанов А.М. Теория семантически значимых отображений.....	239
Бабанов А.М. Применение теории семантически значимых отображений для проектирования реляционных баз данных.....	249
Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численное решение задачи рассеяния электромагнитных волн на трехмерных идеально проводящих телах.....	258
Змеев О.А., Моисеев А.Н. Сравнительный анализ некоторых методов О – R-преобразования.....	263
Зубков А.В. Синхронизация модификаций денормализованных данных в приложениях Lotus Notes/Domino.....	272
Костюк Ю.Л., Кон А.Б., Новиков Ю.Л. Алгоритмы векторизации цветных растровых изображений на основе триангуляции и их реализация.....	275
Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Предварительная обработка исходных данных для построения цифровой модели рельефа местности.....	281
Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Построение цифровой модели рельефа местности на основе структурных линий и высотных отметок.....	286
Мирютов А.А., Шаповалов Д.В., Князев Б.Г., Плешков А.Г., Щипунов А.А. Паттерны проектирования информационных систем. Ч. I.....	290
Огородников А.Н. Выбор интервалов анализа сигнала при распознавании речи.....	295
Петренко Д.А., Сковорцов А.В., Куленов Р.О. Сравнение триангуляций с помощью хеш-функций.....	305
Палухин П.Н., Поддубный В.В. Технология использования MATLAB-программ в средах визуального программирования C/C++.....	309
Сущенко С.П., Сущенко М.С., Биматов Д.В. Моделирование разделяемой памяти двухпроцессорной вычислительной системы.....	319
Терпугов А.Ф., Шкуркин А.С. Программа вычисления параметров систем массового обслуживания по периоду занятости.....	324
Толузаков С.Г. Построение распределенных приложений.....	326
Толузаков С.Г., Якунина Е.Н. Технология построения корпоративного Web-сайта.....	328
Толузаков С.Г. Подходы к построению системы документооборота на основе IBM Lotus Domino.....	335
Ченцов О.В., Сковорцов А.В. Обзор алгоритмов построения оверлеев многоугольников.....	338

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Сковорцов А.В. Разработка геоинформационных и инженерных систем на факультете информатики и в ООО «ИндорСофт».....	346
Бойков В.Н., Петренко Д.А., Люст С.Р., Сковорцов А.В. Система автоматизированного проектирования автомобильных дорог IndorCAD/Road.....	350
Сковорцов А.В., Иванов М.О., Петренко Д.А. Система подготовки чертежей IndorDraw.....	354
Сарычев Д.С. Современные информационные системы для инженерных сетей.....	358
Сарычев Д.С., Крысин С.П., Сковорцов А.В. Создание информационных моделей автомобильных дорог и информационной системы на их основе.....	362

ПРОБЛЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ

Змеева Е.Е., Сазанова Т.А., Терпугов А.Ф. К вопросу о методике преподавания математики в средней школе и высшем учебном заведении.....	370
Лещинский Б.С. Оценивание знаний учащегося с использованием теории нечетких множеств.....	374
Лещинский Б.С., Циплаков Д.В. Обучающая система с количественным контролем качества обучения.....	379

МЕМУАРЫ. ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ. ПЕРСОНАЛИИ

Профессор Захар Иванович Клементьев (к 100-летию со дня рождения).....	383
Русинов Ю.И., Устинов Ю.К. Геомагнитные «возмущения» или волнения космоса в суперсверхдлинном диапазоне?.....	389

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ.....	393
РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ НА РУССКОМ И АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКАХ.....	399

CONTENTS

MATHEMATICS

Alexandrov A.I., Alexandrov I.A. Löwner families of functions in the rotation theorem	5
Ber L.M. Reinforcement the theorems of distortion	8
Vasilyeva O.V. Nonholonomic rotation surfaces of zero total curvature of second kind	12
Genze L.V., Khmyleva T.E. Aleksandroff duplicate and its generalization	17
Gorbatenko E.M. Lie algebroids in differential geometry of immersed submanifolds	20
Grinshpon I. E. Similarity of homogeneously decomposable groups	24
Grinshpon Ya.S. Normality of the completely regular topology of separate continuity	27
Grinshpon S.Ya., Yeltsova T.A. Homomorphly stable abelian groups	31
Gul'ko S.P. Free topological groups and the spaces of continuous functions on ordinals	34
Gul'ko S.P., Okulova E.I. On modification of the notion of t -equivalence of topological spaces	39
Zabarina A.I., Pestov G.G. On n -dimensionally orderer groups	40
Kasatkina T.U. About a system of differential equations	43
Karavdina E.Yu. The construction and properties of generalized matrix rings of n order ($n \geq 2$)	46
Kirjatskii E.G. The sharp estimates of newton coefficients of univalent and normed in a unit circle functions	50
Kopanev S.A., Kopaneva L.S. The formula type formula Christoffel–Schwarz for numerable polygon	52
Kufarev B.P. Generalized solution of differenteal equations $y = f(x, y')$	55
Lasareva E.G. Essential permutation preserves a convergence just on a set of the first category in the space of series	58
Litvin A.I., Pisarenko L.A. Generalized kronecker products of matrices	60
Malutina A.N. The peculiarity of representations with s -summation characteristic	65
Malyutina A.N., Sokolov B.V. About equicontinuity property of mappings with (s, α) -bounded characteristic	70
Onishchuk N.M. Vektor fields of zero total curvature of the first kind	73
Sadritdinova G.D. The ruling functions and an argument of the derivanive	78
Sobolev V.V. The numeric method of conformal mapping of the half-hlane into self with the hydrodynamics normalization	81
Syrkashev A.N. On the variational and parametrical methods in the theory of univalent functions	86
Faustova I.L. Abel's groups without class 2 torsion, having automorphizm orler 4 or 6	97

MATHEMATICAL MODELING OF ECONOMIC SYSTEMS

Vekovtseva S.A., Dyomin N.S. Optimal management of onesector economy model with external investment. Model of Ramsey	99
Galayko Ya.V., Nazarov A.A. Investigation of number of persons insured in Russian Federation retirement fund in condition of transitional incoming flow	103
Garayshina I.R., Nazarov A.A. Investigation of Russian Federation retirement fund insurance capital modification process mathematical model	109
Galperin V. A., Dombrovskiy V. V. Dynamic managing investment portfolio under jumping changes in prices of financial assets	112
Gerasimov E.S., Dombrovskiy V.V. The adaptive control of investment portfolio	118
Dombrovskiy V. V., Dombrovskiy D. V. Dynamic managing investment portfolio in state space using market model	123
Yerokhina Ye.A. The regularities of the economic development: system-organizational approach	127
Zmeyev O.A. Mathematical model of social insurance foundation when payments have exponential distribution	130
Koshkin G.M., Lopukhin Ya.N. Estimation of net premium in collective life insurance	136
Poddubny V.V., Bakhtina K.V., Krivosheina T.V. Suboptimal control of the system, described by forrester's stochastic model of the world dynamics	145
Terpugov A.F., Shchirova N.P. Mathematical model of storehose function	155
Livshits K.I., Paraev V.Ju. Application of multilevel approximation for construction of mathe-matical models of non-stationary processes	159
Paraev Ju.I. Optimum control of advertising in the problem of manufacture and selling of the goods	162
Paraev Ju.I. Problem manufactures, storages and selling of the goods as differential cooperative game	165

PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS

Vorobejchikov S.E., Kabanova T.V. On detecting of change-point in autoregressive process of the first order	170
Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Filtering in the dynamic systems on the continuous-discrete observations with memory under anomaluous nouse. I. continuous observations	175
Dyomin N.S., Rozhkova S.V., Rozhkova O.V. Filtering in the dynamic systems on the continuous-discrete observations with memory under anomaluous nouse. II. Continuous-discrete observations	180
Kitayeva A.V., Terpugov A.F. Strong consistent and asymptotically normal estimate of parameter of first order autoregression process with infinite variance	185
Koshkin G.M., Piven I.G. Nonparametric estimation of functionals of conditional distributions for strong mixing sequences	187
Lomakina S.S., Smagin V.I. Robust filtering in continuous systems with random jump parameters	201
Sotnikova E.E. Calculation of stochastic volatility integral s density when the volatility is assumed to be a discrete markov process with two states	204
Tarassenko P.F. On convergence of indicator-based estimators for parameters of linear model	208
Tarassenko F.P., Shulenin V.P. Regression function of observation and its rank	213

MASS SERVICE THEORY

Kolousov D.V., Nazarov A.A. Investigation the communications network two-dimensional output flow with random access protocol and finite number of stations	217
Kuznetsov D. Y., Nazarov A. A. Definition of asymptotic distribution of channel states and repeated calls source of adaptive network communication with the assumption of critical loading	222
Margolis N. Yu., Nazarov A.A. Local diffusion appoximation of queing system current condition process	226
Nazarov A.A. Investigation of queries number process in unsteady non-Markov's infinitely line queue system	230
Nazarov A.A., Tsoy A.S. Investigation of mathematical model of two channel network with random access	232

INFORMATION SCIENCE AND PROGRAMMING

Babanov A.M. Theory of semantically significant mappings	239
Babanov A.M. Using a theory of semantically significant mappings for designing the relational databases	249
Dmitrenko A.G., Kolchin V.A. Numerical solution of electromagnetic scattering problem for threedimensional perfectly conducting bodies ;	258
Zmeyer O.A., Moiseyev A.N. Comparative analysis of some O-R transforming methods	263
Zubkov A.V. Modification's synchronization of denormalized data in Lotus Notes/Domino applications	272
Kostyuk Yu.L., Kon A.B., Novikov Yu.L. Algorithms for vectorization of a multicolor raster image based on triangulation and their realization	275
Kostyuk Yu.L., Foox A.L. Preliminary processing of the initial data for construction of digital elevation model	281
Kostyuk Yu.L., Foox A.L. Construction of digital elevation model on the basis of relief structural lines and elevations.....	286
Mirutov A.A., Shapovalov D.V., Knyazev B.G., Pleshkov A.G., Shipunov A.A. Design patterns of information systems (part I)	290
Ogorodnikov A.N. Choosing signal analysis intervals when recognizing speech	295
Petrenko D.A., Kulenov R.O., Skvortsov A.V. Triangulations comparison by means of hash function	305
Palukhin P.N., Poddubny V.V. Technology of the use matlab-programs in ambience of the visual programming C/C++	309
Sushchenko S.P., Sushchenko M.S., Bimatov D.V. Modeling of shared memory two-processors computer systems	319
Terpugov A.F., Shkurkin A.S. A program for calculation of the queuing system parameters from the occupation period	324
Tolouzakov S.G. Building distributed applications	326
Tolouzakov S.G., Yakunina E.N. A technology of building of a corporate web-site	328
Tolouzakov S.G. Approaches to building of document flow system based on ibm lotus domino	335
Chentsov O.V., Skvortsov A.V. A review of the algorithms of polygon overlays design	338

AUTOMATED DESIGN SYSTEMS

Skvortsov A.V. Geoinformation and engineering system design at the informatics faculty and in the company «IndorSoft»	346
Boykov V.N., Petrenko D.A., Lust S.R., Skvortsov A.V. Road computer-aided design system IndorCAD/Road.....	350
Skvortsov A.V., Ivanov M.O., Petrenko D.A. Drawing design system IndorDrawing	354
Sarychev D.S. Modern information systems for the engineering networks	358
Sarychev D.S., Krysin S.P., Skvortsov A.V. Design of road information models and information system based on them	362

PROBLEMS OF EDUCATION

Zmeyer E.E., Sazanova T.A., Terpugov A.F. Aspects of teaching mathematics methods at school and higher educational institutes	370
Leshchinsky B.S. Assessment of Student's knowledge using theory of fuzzy sets	374
Leshchinsky B.S., Tsiplakov D.V. Software learning system with quantitative control of students grade	379

MEMOIRS. MEMORY DATES. PERSONALITES

Professor Zachar Ivanovich Klement'ev	383
Rusinov Yu.I., Ustinov Yu.K. Geomagnetic «perturbations» or wavemovments of cosmos in extrasuperlonge diapason?.....	389

BRIEF INFORMATION ABOUT THE AUTORS	393
SUMMARIES OF THE ARTICLES IN THE RUSSIAN AND ENGLISH LANGUAGES	399

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ

Предлагаются новые алгоритмы предварительной обработки структурных линий рельефа, полученных на основе методов дистанционного зондирования, позволяющие получать визуально гладкие линии с минимальным числом осцилляций и узловых точек и сохраняющие топологическую корректность набора линий.

Важным объектом исследования современных геоинформационных систем является земной рельеф. Как правило, исходные данные для построения цифровой модели рельефа (ЦМР) получаются с помощью методов дистанционного зондирования и представляют собой наборы высотных отметок и структурных линий, задающих дополнительные ограничения на форму рельефа. При этом координаты высотных отметок и узлов некоторых структурных линий (границ оврагов, обрывов, береговых линий) задаются с высокой точностью, поэтому целесообразно использовать цифровую модель на основе треугольной сетки, узлами которой являются указанные точки. Если для построения сетки используются алгоритмы триангуляции с ограничениями, то в получаемую модель просто и естественно включаются структурные линии.

Высотные отметки обычно представляют локальные экстремумы и другие характерные точки рельефа. Структурные линии чаще всего определяют области резкого изменения наклона поверхности рельефа. Процесс выделения высотных отметок и узлов структурных линий довольно сложен, а малое количество исходных точек не позволяет получить кондиционную модель. Поэтому исходные данные обычно дополняют наборами горизонталей (изолиний) рельефа, которые могут быть получены как на основе методов дистанционного зондирования, так и с помощью векторизации существующих картографических материалов. Но, в отличие от других структурных линий, точность определения координат узлов изолиний весьма низка, а сами горизонталю либо визуально недостаточно гладкие, либо содержат слишком много узловых точек и сильно осциллируют. Обычные методы сглаживания исходных изолиний могут привести к недопустимым пересечениям горизонталей.

В настоящей работе для обработки структурных линий рельефа предлагается использовать метод геометрической аппроксимации сечений однозначной поверхности [1, 2]. В соответствии с ним для каждой исходной линии необходимо выделить коридор – область допустимого расположения данной линии, а затем внутри коридора построить по возможности плавно изменяющуюся расчетную линию, которая и будет заменять исходную.

ВЫДЕЛЕНИЕ КОРИДОРА ДЛЯ СТРУКТУРНОЙ ЛИНИИ

Исходные наборы высотных отметок и линий являются нерегулярными, поэтому, прежде всего, необходимо их структурировать на основе триангуляции с ограничениями. Для этого по проекциям высотных отметок и узловых точек линий строится триангуляция Делоне, которая далее перестраивается таким образом, чтобы проекции всех отрезков исходных линий совпадали с ребрами треугольников. Проверка данных ограничений обычно сопровождается проверкой топологической корректности исходных данных. Предполагается, что рельеф – это однозначная поверхность, поэтому пересечения изолиний разных уровней и самопересечения структурных линий недопустимы, но возможны пересечения линий разных типов (например, изолинии и границы обрыва).

Корректно устранить топологические нарушения можно только интерактивно. Далее мы будем предполагать, что эта работа уже проведена. Если существует допустимое пересечение двух структурных линий, то при проверке ограничений точка пересечения должна автоматически включаться в каждую из этих линий и, естественно, стать узлом триангуляции. В результате будет действительно получена треугольная сетка, для которой все отрезки исходных структурных линий совпадают с ребрами треугольников (рис. 1).

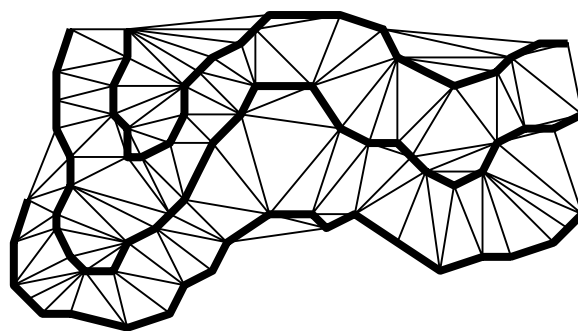


Рис. 1. Триангуляция со слабыми ограничениями на основе исходных изолиний

Такая сетка с заданными в ее узлах высотами используется в большинстве известных геоинформационных систем в качестве ЦМР. Однако, как показано в [6], эта модель является недопустимо грубым приближением и требует дополнительного уточнения. В настоящей статье треугольная сетка применяется только как вспомогательная структура для выделения коридоров исходных линий.

При любом методе получения структурных линий для каждого типа линий (горизонталю, линии обрывов, береговые линии) можно определить два значения абсолютной погрешности: ε_{XY} – точность задания координат узлов в плоскости XOY и ε_Z – точность расчета высот в узлах. Рассмотрим участок структурной линии ABC и несколько примыкающих к нему треугольников сетки, расположенных справа по ходу движения вдоль линии (рис. 2).

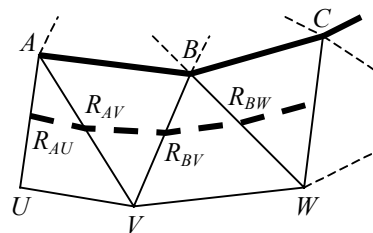


Рис. 2. Расчет узловых точек границы коридора

Будем считать, что точка R на ребре AU принадлежит коридору линии ABC , если выполняются три условия:

$$\sqrt{(x_R - x_A)^2 + (y_R - y_A)^2} \leq \varepsilon_{XY},$$

$$|z_R - z_A| \leq \varepsilon_Z, \quad (1)$$

т.е. расстояние между R и A как в плоскости XOY , так и по высоте не превышает величины погрешности, и, кроме того, точка R находится ближе к A , чем к U . Пусть R_{AU} – это наиболее удаленная от A точка на AU , для которой выполняются условия (1), тогда R_{AU} принадлежит границе коридора. Проходя по смежным треугольникам, расположенным вдоль линии ABC справа, можно последовательно вычислять узловые точки правой границы коридора R_{AU} , R_{AV} , R_{BV} , R_{BW} . Узлы левой границы коридора рассчитываются аналогично путем просмотра треугольников, примыкающих к ABC слева. Пример коридора для изолинии приведен на рис. 3.

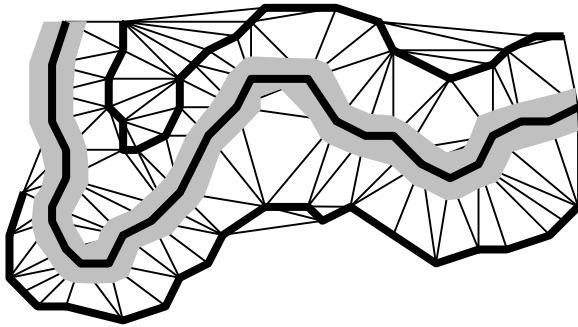


Рис. 3. Выделение коридора для изолинии на треугольной сетке

Для упрощения дальнейших вычислений будем считать, что границами коридора являются ломаные линии. В силу последнего условия в (1) коридоры непересекающихся исходных линий (например, изолиний разных уровней) также не пересекаются, поэтому линия в каждом коридоре строится независимо от других.

Расчет линии, целиком лежащей внутри коридора, требует проверок взаимного расположения отдельных участков коридора и линии. Однако выделение нужного участка коридора, т.е. пары начальных и пары конечных узлов участка границ, будет весьма сложной задачей, так как границы коридора вычисляются независимо, а число их узлов может существенно различаться. Данную проблему можно решить путем использования кратных узлов границ. Приведем алгоритм модификации границ коридора для незамкнутой структурной линии, выходящей на границы треугольной сетки. Этот алгоритм фактически строит внутри коридора триангуляцию Делоне.

Алгоритм модификации границ коридора

Предполагается, что заданы наборы из m узлов l_i левой и k узлов r_j правой границы коридора. Новые

границы L и R формируются путем последовательного добавления к ним узлов исходных границ. На каждом шаге выбираются 2 текущие точки (l_i и r_j) и 2 следующие за ними (l_{i+1} и r_{j+1}). Далее для треугольника $l_i r_j r_{j+1}$ и точки l_{i+1} проверяется условие Делоне (l_{i+1} находится вне окружности, описанной около треугольника). При его выполнении текущими n -ми вершинами новых границ становятся l_i и r_{j+1} , в противном случае треугольником Делоне будет $l_i r_j l_{i+1}$, а в новые границы добавляются точки l_{i+1} и r_j .

$i := 1; j := 1; n := 1;$

$L[1] := l[1]; R[1] := r[1];$

пока ($i < m$) **или** ($j < k$) **цикл**

$n := n + 1;$

если $i = m$ **то начало**

$L[n] := l[i]; R[n] := r[j + 1]; j := j + 1;$

конец

иначе $j = k$ **то начало**

$L[n] := l[i + 1]; R[n] := r[j]; i := i + 1;$

конец

иначе l_{i+1} вне описанной окружности $l_i r_j r_{j+1}$

то начало

$L[n] := l[i]; R[n] := r[j + 1]; j := j + 1;$

конец

иначе начало

$L[n] := l[i + 1]; R[n] := r[j]; i := i + 1;$

конец

кц

Конец алгоритма

Данный алгоритм имеет линейную трудоемкость $O(k + m)$. Новые границы включают одинаковое число n узловых точек, $n = m + k - 1$, причем для любых p и q , $1 \leq p \leq q \leq n$, узлы $L_p, \dots, L_q$ на левой границе и $R_p, \dots, R_q$ на правой соответствуют одному участку коридора. Новые границы отличаются от исходных только наличием кратных узлов, поэтому форма самого коридора не изменяется. Приведенный алгоритм можно легко модифицировать для обработки коридоров структурных линий, не выходящих на границу триангуляции или замкнутых – нужно только правильно выделять начальные и конечные узлы границ.

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ВНУТРИ КОРИДОРА

Расчетная структурная линия, которая будет заменять исходную, должна целиком лежать внутри коридора и изменяться по возможности плавно. Прежде всего, необходимо избавиться от лишних узловых точек и уменьшить осцилляцию линии. В [1] в качестве начального приближения расчетной линии предлагается использовать ломаную линию минимальной длины с заданными начальной и конечной точками, а также приводится эффективный алгоритм ее построения. Эта ломаная по форме подобна резиновой нити с двумя закрепленными концами, растянутой внутри

коридора, поэтому она имеет минимальное число осцилляций (рис. 4).

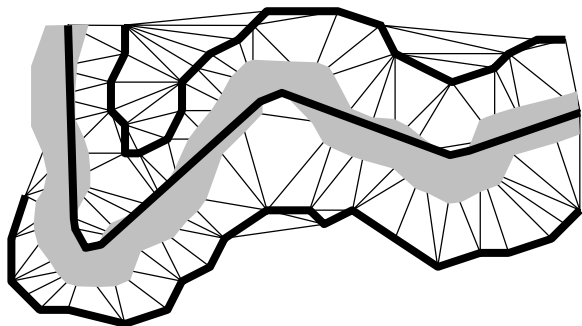


Рис. 4. Ломаная минимальной длины в коридоре

Рисунок иллюстрирует характерное свойство ломаной минимальной длины – на участках выпуклости (вогнутости) она прижимается к левой или правой границе коридора, а на участках перегиба переходит с одной границы на другую. С этим связан и основной ее недостаток: для замкнутых выпуклых линий она всегда совпадает с одной из границ.

Учитывая, что на самом деле требуется строить не линию минимальной длины, а линию с минимальным числом осцилляций, причем, желательно, проходящую недалеко от центра коридора, можно предложить следующую последовательность действий:

- Построение коридора и ломаной минимальной длины в нем.
- Модификация коридора, при которой все вершины границ L_i или R_i , совпадающие с узлами ломаной, сдвигаются к центру коридора (к центру соответствующих отрезков $L_i R_i$).
- Построение ломаной минимальной длины в модифицированном коридоре.

В результате узлы полученной ломаной располагаются, в основном, в центре начального коридора, число осцилляций увеличивается незначительно, а порядок трудоемкости построения ломаной не увеличивается. Рис. 5 иллюстрирует процесс получения данной линии.

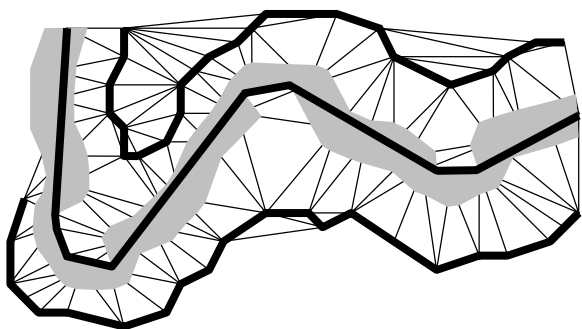


Рис. 5. Модификация коридора и перестроение ломаной минимальной длины

К сожалению, ломаная минимальной длины визуально очень далека от гладкой, поэтому не может использоваться непосредственно в качестве расчетной структурной линии. Однако по ее узловым точкам с помощью локальных параметрических кубических

сплайнов можно построить гладкую интерполирующую кривую, которая будет иметь минимальное количество точек перегиба и целиком располагаться в коридоре [1, 2].

В большинстве практических случаев достаточно, чтобы интерполирующая кривая имела непрерывный наклон (непрерывный единичный вектор касательной), но желательно иметь возможность по одному набору узлов строить линии различной формы. Форма кривой зависит, прежде всего, от направления векторов касательных в узловых точках. Поэтому можно предложить следующий метод расчета кривой: вычислять вначале только *направления* касательных векторов во всех исходных узлах для получения линии нужной формы, а затем «вписывать» линию в коридор путем изменения *модулей* касательных векторов на каждом отдельном участке кривой.

В вычислительном отношении наиболее простой способ интерполяции – это замена отрезков ломаной минимальной длины кубическими кривыми Безье [3]:

$$P(t) = \sum_{i=0}^3 P_i J_{3,i}(t), \quad 0 \leq t \leq 1,$$

где $J_{3,i}(t) = C_3^i t^i (1-t)^{3-i}$ – кубические полиномы Бернштейна, а P_i – вершины характеристического многоугольника.

Пусть M_j, M_{j+1} – две соседние вершины минимальной ломаной. Кривую Безье на j -м отрезке определяют четыре вершины многоугольника, причем $P_0 = M_j, P_3 = M_{j+1}$, а дополнительные точки P_1 и P_2 задают наклоны в M_j и M_{j+1} . Если на $(j-1)$ -м участке кривую Безье определяют точки Q_0, Q_1, Q_2 и Q_3 , то, естественно, $Q_3 = P_0 = M_j$, а для обеспечения непрерывности наклона в M_j точки Q_2, M_j и P_1 должны лежать на одной прямой.

Наклоны кривой Безье в каждой вершине минимальной ломаной можно вычислить, используя простые методы для локальных кубических сплайнов [4]. Затем на прямых, определяемых этими наклонами, необходимо так расположить точки P_1 и P_2 , чтобы кривая целиком попадала в участок коридора, соответствующий отрезку $M_j M_{j+1}$ ломаной минимальной длины (рис. 6).

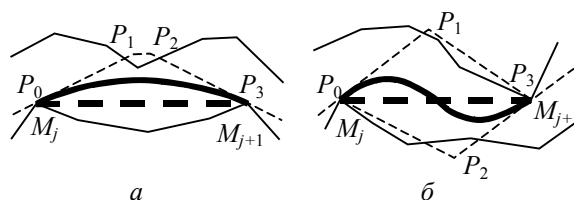


Рис. 6. Расчет отрезка кривой Безье в коридоре: а – на выпуклом участке, б – на участке перегиба

Чтобы избежать сложных проверок пересечения границ коридора и кривой, последнюю следует заменить интерполяционной ломаной с небольшим количеством узлов.

ПОСТРОЕНИЕ ВИЗУАЛЬНО ГЛАДКОЙ КОРИДОРНОЙ КРИВОЙ

Расчетные структурные линии нужны для последующего построения цифровой модели рельефа, но использование гладких линий недопустимо усложнит этот процесс, поэтому необходима дополнительная кусочно-линейная интерполяция всех кривых. Однако простейший вариант интерполяции – замена каждого отрезка кривой на ломаную с фиксированным числом звеньев – обычно непригоден, так как при малом числе дополнительных вершин линия будет выглядеть негладкой, а при большом – возрастет временная и емкостная сложность обработки.

Для решения данной проблемы предлагается заменять кривую с n узлами ломаной с предельным числом вершин $N > n$, которая будет визуально настолько близка к гладкой линии, насколько это позволяет значение N .

Будем считать, что ломаная является визуально гладкой, если любые три ее последовательные вершины кажутся лежащими на одной прямой. Очевидно, что это свойство определяется масштабом изображения. Для любого масштаба $1:M$ и толщины изображаемых линий Δl (в единицах задания координат точек) можно вычислить $\Delta L = \Delta l \cdot M$ – реальное расстояние, соответствующее толщине линии на изображении. Если A, B, C – последовательно расположенные вершины ломаной и расстояние от B до отрезка AC меньше ΔL , то на рисунке с масштабом $1:M$ данные точки будут визуально располагаться на одной прямой.

В качестве начального приближения визуально гладкой линии выберем ломаную, построенную по тем же n узлам, что и заданная кривая. В эту линию необходимо включить все точки перегиба исходной кривой. В результате каждому отрезку ломаной будет соответствовать выпуклый участок кривой, поэтому при последующем добавлении новых узлов ломаная будет постоянно приближаться к кривой.

Назовем *отклонением вершины P_i* расстояние от нее до отрезка $P_{i-1}P_{i+1}$, соединяющего две соседние с P_i точки ломаной (отклонение начальной и конечной вершин незамкнутой линии равно нулю). Пусть $P_{i-2}, P_{i-1}, P_i, P_{i+1}$ и P_{i+2} – последовательно выбранные вершины ломаной, которая интерполирует заданную кривую. Если отклонение P_i превышает ΔL , то ломаную необходимо перестроить, добавив в нее либо дополнительную вершину D_1 на отрезке $P_{i-1}P_i$, либо D_2 на P_iP_{i+1} . В качестве D_1 следует выбрать наиболее удаленную от хорды $P_{i-1}P_i$ точку на соответствующем отрезке кривой, D_2 выбирается аналогично на P_iP_{i+1} (рис. 7).

Включение D_1 приводит к изменению отклонений в точках P_{i-1} и P_i , а также к необходимости вычис-

ления отклонения D_1 от $P_{i-1}P_i$. Аналогично, три значения отклонений нужно вычислить и при добавлении точки D_2 . Включение новой точки должно максимально приближать ломаную к кривой, поэтому выбор D_1 или D_2 будет определяться минимумом значения максимального из трех отклонений.

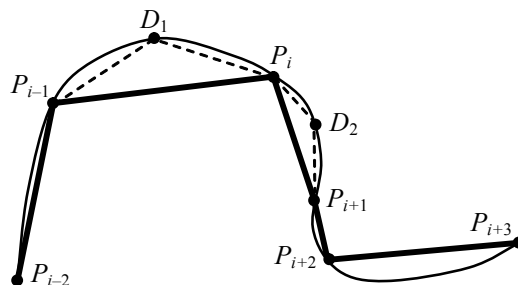


Рис. 7. Включение новых точек при построении визуально гладкой ломаной

В последующем описании номера точек всегда будут определять не порядок их следования в ломаной, а *порядок добавления вершин к ломаной*. Начальные n точек – это вершины сглаживаемой ломаной минимальной длины. Добавляемые вершины будут иметь номера $n+1, \dots, N$.

Новую точку необходимо включать всегда в окрестности вершины с максимальным отклонением. Для упрощения выбора такой вершины предлагается по значениям отклонений точек строить пирамиду (дерево сортировки), как в алгоритме пирамидальной сортировки [5]. Пирамида для n значений представляет из себя массив длины n , в котором для любого элемента a_i при $i < n/2$ выполняется: $a_i \geq a_{2i}$, $a_i \geq a_{2i+1}$. Таким образом, элемент a_1 является максимальным. Для построения такого массива и добавления новых элементов используется операция *просеивания элемента в пирамиде*.

При построении визуально гладкой ломаной линии потребуются следующие структуры данных:

Пирамида, каждый элемент которой содержит отклонение (используемое при просеивании) и номер соответствующей точки. Пирамида включает от n (начальная) до N (максимальная) элементов.

Текущая ломаная. Для простоты модификации представляется двумя массивами, в которых для каждой точки хранятся номера предыдущей и следующей вершин ломаной.

Массив, определяющий положение вершин текущей ломаной в пирамиде. Модифицируется при просеивании элементов.

Массив вершин характеристических многоугольников Безье для всех $n-1$ отрезков гладкой кривой.

Массивы, определяющие положение вершин текущей ломаной на кривой (номер отрезка кривой, значение параметра).

Эти структуры используются в следующем алгоритме.

Алгоритм построения визуально гладкой ломаной

Шаг 1. Задание или определение максимального отклонения ΔL и максимального числа вершин N .

Шаг 2. Вычисление вершин характеристических многоугольников Безье для всех отрезков гладкой кривой в коридоре.

Шаг 3. Построение текущей (начальной) ломаной с n вершинами по узлам кривой в коридоре.

Шаг 4. Включение в текущую ломаную точек перегиба кривой.

Шаг 5. Расчет начальных отклонений и построение пирамиды.

Шаг 6. В цикле **пока** отклонение 1-го элемента в пирамиде больше ΔL и число вершин текущей ломаной меньше N необходимо:

выбрать вершину P_i из 1-го элемента пирамиды;

определить для P_i предыдущую P_j и последующую P_k вершины в текущей ломаной;

найти на отрезках кривых P_jP_i и P_iP_k точки D_1 и D_2 , наиболее удаленные от хорд;

рассчитать новые отклонения для точек P_j , D_1 , P_i (2 значения, соответствующие включению либо D_1 , либо D_2), D_2 и P_k ;

выбрать в качестве новой вершины точку D_1 или D_2 по критерию минимума максимального отклонения;

просеять в пирамиде точку P_i сверху вниз;

добавить к текущей ломаной вершину D_1 (D_2) и просеять ее снизу вверх;

просеять точку P_j (P_k) вниз при уменьшении значения ее отклонения или вверх при увеличении.

Конец алгоритма.

Трудоемкость шагов 2–5 составляет $O(n)$, а каждое просеивание на шаге 6 требует не более $O(\log N)$ операций. Таким образом, общая трудоемкость алгоритма не превышает $O(N \log N)$. Вычислительный эксперимент, проведенный на реальных данных, показал, что если $n > 50$, то для получения визуально гладкой ломаной достаточно задать $N \approx 2n$. На рис. 8 приводятся наборы исходных и визуально гладких расчетных изолиний одного участка местности.

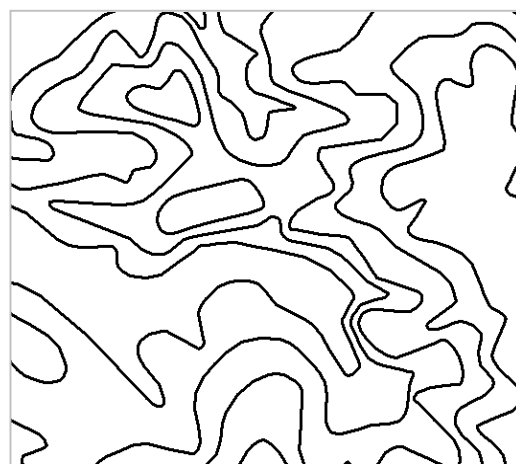
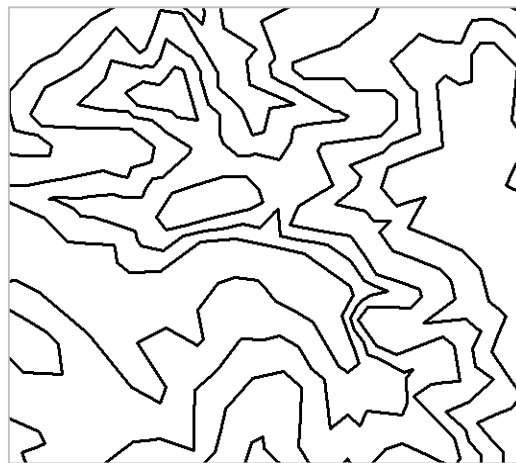


Рис. 8. Исходные и визуально гладкие изолинии участка рельефа

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные алгоритмы выделения коридоров на треугольной сетке и построения визуально гладких коридорных линий позволяют устранять основные недостатки структурных линий рельефа, получаемых на основе методов дистанционного зондирования или векторизации картографических материалов. Предварительная обработка входных данных гарантирует сохранение их топологической корректности и является необходимым этапом при построении кондиционной цифровой модели рельефа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Построение и аппроксимация изолиний однозначной поверхности, заданной набором исходных точек // Геоинформатика: Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 119–126.
2. Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Гладкая аппроксимация изолиний однозначной поверхности, заданной нерегулярным набором точек // Труды межд. научно-практ. конф. «Геоинформатика-2000». Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 37–41.
3. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1980. 240 с.
4. Костюк Ю.Л. Применение сплайнов для изображения линий в машинной графике // Автоматизация эксперимента и машинная графика. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1977. С. 116–130.
5. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 360 с.
6. Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Построение цифровой модели рельефа местности на основе структурных линий и высотных отметок // Вестник ТГУ. 2003. № 280. С. 286–289.

Статья представлена кафедрой теоретических основ информатики факультета информатики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 15 мая 2003 г.