ОБРАБОТКА ДАННЫХ И УПРАВЛЕНИЕ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

ВЫПУСК 6

Филиал Кемеровского государственного университета
в г. Анжеро-Судженске

ОБРАБОТКА ДАННЫХ И УПРАВЛЕНИЕ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

Выпуск 6

Под редакцией профессора А.Ф. Терпугова

Издательство Томского университета
2004

УДК 519.2
ББК 22.17
О24

Обработка данных и управление в сложных системах: Сборник статей
О24 / Под ред. А.Ф. Терпугова. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – Вып. 6.
– 198 с.

ISBN 5-7511-1804-9

Сборник содержит статьи сотрудников и аспирантов факультета информатики, экономики и математики филиала Кемеровского госуниверситета в г. Анжеро-Судженске, посвященные статистической обработке временных рядов, актуарной математике, а также вопросам управления в системах массового обслуживания и измерительных системах.

Для студентов, аспирантов, научных работников, занимающихся вопросами анализа временных рядов, управления в измерительных системах, имитационного моделирования и разработки информационных систем.

УДК 519.2
ББК 22.17

ISBN 5-7511-1804-9

СОДЕРЖАНИЕ

Астафьева Е.В., Терпугов А.Ф. Модель рекламной кампании, когда цена продажи товара зависит от рекламы ©. 3

Вавилов В.А., Назаров А.А. Исследование средних характеристик неустойчивых сетей множественного доступа в случайной среде ©. 14

Войтиков К.Ю., Моисеев А.Н. Основные функциональные требования к системе «Портал» в рамках Унифицированного процесса разработки программного обеспечения ©. 25

Гарайшина И.Р. Математические модели процесса изменения накопленного капитала пенсионного фонда ©. 39

Глухова Е.В., Лезарев А.В. Средняя длительность периода занятости системы массового обслуживания с вытеснением заявки при дважды стохастическом входящем потоке ©. 49

Егоров М.Н., Якупов Р.Т. О многоэтапных алгоритмах фильтрации состояний линейных динамических систем ©. 60

Змеев О.А., Новицкая Е.В. Вероятностные характеристики длительности торговой сессии и оценка ее параметров ©. 66

Змеев О.А., Приступа А.В. Диаграммы состояния UML как способ представления графа событий имитационной модели дискретной системы массового обслуживания © 76

Змеев О.А., Шубин А.Н. Модель варианта использования «Участники–интересы» с точки зрения анализа предметной области © 82

Калашникова Т.В. Определение оптимальной тарифной ставки при имущественном страховании © 88

Китаева А.В., Новицкая Е.В., Терпугов А.Ф. Оптимизация продажи скоропортящейся продукции ©. 95

Лавров В.А. Векторно-растровый формат хранения видеоизображений ©. 106

Лившиц К.И., Сухотина Л.Ю. Математическая модель страховой компании с учетом сезонных изменений ©. 118

Моисеев А.Н., Якушев А.А. Архитектура компонента «Сервер» системы «Брокер объектных запросов» © 127

Моисеева С.П., Шайдеман Д.Г., Якупов Р.Т. Субоптимальное динамическое взвешивание выходов модулей фильтрации вектора состояния дискретной динамической системы © 137

Назаров А.А., Семёнова Т.Г. Исследование односторонних торгов на покупку ценных бумаг © 143

Назаров А.А., Цой С.А. Исследование явления трехстабильности в двухканальных сетях связи с примитивным входящим потоком © 149

Поддубный В.В. Оптимальная стабилизация рынка, описываемого модифицированной моделью Вальраса–Маршалла © 161

Шкуркин А.С. Характеристики периода занятости в однолинейной СМО с вытеснением заявок © 172

Янковский Б.Е. Оценка энтропии дискретных случайных величин © 181

Капустин Е.В. Расчет вероятности разорения для модели страховой компании, учитывающей возможность одновременного наступления нескольких страховых случаев 188

МОДЕЛЬ РЕКЛАМНОЙ КАМПАНИИ, КОГДА ЦЕНА ПРОДАЖИ ТОВАРА ЗАВИСИТ ОТ РЕКЛАМЫ

Е.В. АСТАФЬЕВА, А.Ф. ТЕРПУГОВ

Описание ситуации

Реклама является, как известно, «двигателем торговли». Однако работ, посвященных математическим моделям влияния рекламы и проведения рекламных кампаний, в настоящее время очень немного [1–3].

Рассмотрим фирму, производящую некоторый однородный товар. Пусть q есть количество товара, производимого в единицу времени, c – затраты на производство единицы товара, p – розничная цена продажи единицы товара, D – накладные расходы фирмы, то есть затраты на непроизводственные расходы.

Пусть зависимость спрос–цена имеет вид $p+bq=a$, или, в явном виде, $p=a-bq$. Тогда доход фирмы в единицу времени составит величину

$$(a-bq-c)q-D.$$

Находя максимум этой величины по объему производства q, легко получить, что этот максимум достигается при $q=\dfrac{a-c}{2b}$ и доход фирмы в единицу времени при таком объеме производства равен

$$\frac{(a-c)^2}{4b}-D. \qquad (1)$$

При этом естественно считается, что эта величина положительна, то есть производство рентабельно. Так как D является постоянной величиной, то оно в дальнейшем выписываться не будет.

Будем считать, что на рынке установилось равновесие, так что весь товар, производимый фирмой, продается, но большего количества товара рынок не потребляет.

Модель влияния рекламы

Рассмотрим теперь ситуацию, когда фирма, с целью увеличения своих доходов, тратит часть своих средств на рекламную кампанию. Реклама оказывает психологическое воздействие на покупателя, которое приводит к изменению зависимости спрос–цена. Пусть степень влияния рекламы определяется некоторой величиной R. Рассмотрим сначала случай, когда влияние рекламы приводит к смещению зависимости спрос–цена параллельно самой себе. Это факт мы будем учитывать тем, что будем считать величину a зависящей от R, то есть брать зависимость спрос–цена в виде

$$p + bq = a(R), \text{ или } p = a(R) - bq. \tag{2}$$

В дальнейшем будем считать, что $a(R)$ монотонно возрастает с ростом R, но $a'(R)$ монотонно убывает с ростом R и существует конечный предел $\lim\limits_{R\to\infty} a(R)$.

На величину R, описывающую влияние рекламы, оказывают влияние два фактора. Во-первых, она зависит от количества средств, вкладываемых в рекламную кампанию, и чем больше их вкладывается, тем больше влияние рекламы. Во-вторых, имеет место эффект «забывания» рекламы, когда с прекращением рекламной кампании ее влияние постепенно уменьшается. Поэтому в дальнейшем исследовании в качестве уравнения для величины $R(t)$ возьмем уравнение, предложенное в [3]:

$$\frac{dR(t)}{dt} + \kappa R(t) = \kappa\alpha(t), \tag{3}$$

где $\alpha(t)$ есть количество денег, выделяемых на рекламу в единицу времени. Так как неизвестно, в каких единицах измерять R, то ее размерность возьмем такую же, как и у α; и из этих соображений коэффициент перед $\alpha(t)$ взят таким же, как и перед $R(t)$. Коэффициент κ определяет скорость забывания рекламы, так как с прекращением рекламной кампании $R(t)$ убывает как $e^{-\kappa t}$. В качестве начального условия при решении уравнения (1) примем условие $R(0)=0$.

Таким образом, объем товара $q(t)$, производимого фирмой в момент времени t, определяется так:

$$q(t)=\frac{a(R(t))-c}{2b}, \tag{4}$$

где $R(t)$ определяется уравнением (3). Если через $\Pi(t)$ обозначить доход фирмы, полученный ею на интервале $[0,t]$, то мы имеем следующую систему уравнений, описывающую рассматриваемую ситуацию

$$\begin{cases} \dfrac{d\Pi(t)}{dt}=\dfrac{(a(R)-c)^2}{4b}-\alpha(t), \\ \dfrac{dR(t)}{dt}+\kappa R(t)=\kappa\alpha(t), \end{cases} \tag{5}$$

с начальными условиями $R(0)=0$, $\Pi(0)=0$.

Стационарная ситуация

Пусть фирма функционирует в течение очень большого промежутка времени. Тогда она будет выделять на рекламу некоторую постоянную сумму денег в единицу времени, то есть $\alpha(t)=\alpha=\text{const}$. Но тогда и $R(t)=\alpha$, и желание получать максимальный доход в единицу времени приводит к естественному требованию

$$\frac{(a(\alpha)-c)^2}{4b}-\alpha\Rightarrow\max_{\alpha}. \tag{6}$$

Приравнивая нулю производную левой части этого выражения по α, получим уравнение для стационарного уровня расходов $\alpha_{opt}=R_{opt}$, обеспечивающих максимальную прибыль в единицу времени

$$(a(\alpha_{opt})-c)a'(\alpha_{opt})=2b. \tag{7}$$

Заметим, что положительный корень этого уравнения существует лишь при выполнении условия $(a(0)-c)a'(0)>2b$, что и определяет возможность использования рекламы для увеличения доходов фирмы. В дальнейшем величину $\alpha_{\text{opt}}=R_{\text{opt}}$ условно будем называть «оптимальным» уровнем рекламы.

Постановка задачи на оптимизацию и ее решение

Рассмотрим следующую оптимизационную задачу: пусть задан некоторый временной интервал T и фирма хочет провести рекламную кампанию так, чтобы максимизировать свой доход за это время, то есть решить задачу $\Pi(T)\Rightarrow\max\limits_{\alpha(t)}$.

Так как одномоментное вложение большого количества денег в рекламу невозможно, то будем решать эту задачу при дополнительном ограничении $0\le\alpha(t)\le\alpha_{\max}$. Рассмотрим рекламную кампанию следующего типа:

$$\alpha(t)=\begin{cases}\alpha_{\max}, & \text{при } 0\le t<T_1,\\ \alpha_{opt}, & \text{при } T_1\le t<T-T_2,\\ 0, & \text{при } T-T_2\le t<T,\end{cases} \tag{8}$$

то есть сначала выделяется максимальное количество денег для «раскрутки» товара, затем идет стационарное выделение средств, и за некоторое время до истечения рассматриваемого периода выделение денег на рекламу прекращается. Заметим только, что в случае $T\to\infty$ последний этап может и отсутствовать.

Заметим еще, что оптимальность решения вида (8) можно доказать с использованием принципа максимума Понтрягина.

Случай больших значений *T*

Определение момента окончания «раскрутки»

Рассмотрим случай, когда T велико, и определим момент времени T_1. Пусть

$$\alpha(t)=\begin{cases}\alpha_{\max}, & 0\le t<T_1,\\ \alpha_{\text{opt}}, & t\ge T_1.\end{cases}$$

Тогда легко получить, что в области $0\le t<T_1$ $\quad R(t)=\alpha_{\max}\left(1-e^{-\kappa t}\right)$, а в области $t\ge T_1$

$$R(t,T_1)=\alpha_{max}\left(1-e^{-\kappa T_1}\right)e^{-\kappa(t-T_1)}+\alpha_{opt}\left(1-e^{-\kappa(t-T_1)}\right).$$

Заметим, что производная от $R(t,T_1)$ по T_1 имеет вид

$$R'_{T_1}(t,T_1)=\kappa(\alpha_{max}-\alpha_{opt})e^{-\kappa(t-T_1)}.$$

Введем еще функцию

$$R_0(z,T_1)=\alpha_{max}\left(1-e^{-\kappa T_1}\right)e^{-\kappa z}+\alpha_{opt}\left(1-e^{-\kappa z}\right).$$

Явное выражение для $\Pi(T)$ имеет вид

$$\Pi(T)=\int_0^{T_1}\left(\frac{[a(\alpha_{max}(1-e^{-\kappa t}))-c]^2}{4b}-\alpha_{max}\right)dt+\int_{T_1}^{T}\left(\frac{[a(R(t,T_1)-c]^2}{4b}-\alpha_{opt}\right)dt. \quad (9)$$

Для нахождения максимального значения $\Pi(T)$ приравняем нулю производную от $\Pi(T)$ по T. После некоторых преобразований получим уравнение

$$\frac{1}{2b}\int_{T_1}^{T}\left[a(R(t,T_1))-c\right]a'(R(t,T_1))R'_{T_1}(t,T_1)dt=\alpha_{max}-\alpha_{opt}.$$

Подставляя сюда явное выражение для $R'_{T_1}(t,T_1)$ и делая замену переменных $t-T_1=z$, приведем это уравнение к виду

$$\frac{\kappa}{2b}\int_0^{T-T_1}\left[a(R_0(z,T_1))-c\right]a'(R_0(z,T_1))e^{-\kappa z}dz=1.$$

В случае, когда $T>>T_1$, можно приближенно записать это уравнение в виде

$$\frac{\kappa}{2b}\int_0^{\infty}\left[a(R_0(z,T_1))-c\right]a'(R_0(z,T_1))e^{-\kappa z}dz=1. \quad (10)$$

Определим теперь T_1 из условия $R(T_1)=\alpha_{max}\left(1-e^{-\kappa T_1}\right)=\alpha_{opt}$, откуда

$$T_1=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{\alpha_{max}}{\alpha_{max}-\alpha_{opt}}. \quad (11)$$

При этом значеиии T_1 $R(t,T_1)=R_0(z,T_1)=\alpha_{opt}$ и, учитывая соотношение (7), получаем, что уравнение (10) удовлетворяется. Таким образом, при больших значениях T момент окончания «раскрутки» определяется соотношением (11).

Момент выключения рекламы

Определим теперь момент $T - T_2$, когда выделение расходов на рекламу прекращается.

Пусть на интервале $[T - T_2, T]$ расходы на рекламу будут по-прежнему равны α_{opt}. Тогда фирма получит доход

$$\int_{T-T_2}^{T} \left(\frac{[a(\alpha_{opt}) - c]^2}{4b} - \alpha_{opt} \right) dt = \left(\frac{[a(\alpha_{opt}) - c]^2}{4b} - \alpha_{opt} \right) T_2. \tag{12}$$

Если же расходы на рекламу прекратятся, то мы будем иметь $R(t) = \alpha_{opt} \exp(-\kappa(t - T + T_2))$ и доход фирмы составит величину

$$\int_{T-T_2}^{T} \frac{[a(\alpha_{opt} e^{-\kappa(t-T+T_2)}) - c]^2}{4b} dt = \int_{0}^{T_2} \frac{[a(\alpha_{opt} e^{-\kappa z}) - c]^2}{4b} dz. \tag{13}$$

По крайней мере при малых T_2 второе выражение меньше первого. Поэтому величина T_2 находится из условия

$$\int_{0}^{T_2} \frac{[a(\alpha_{opt} e^{-\kappa z}) - c]^2}{4b} dz - \left(\frac{[a(\alpha_{opt}) - c]^2}{4b} - \alpha_{opt} \right) T_2 \Rightarrow \max_{T_2},$$

которое приводит к уравнению, определяющему T_2:

$$\frac{[a(\alpha_{opt} e^{-\kappa T_2}) - c]^2}{4b} = \frac{[a(\alpha_{opt}) - c]^2}{4b} - \alpha_{opt}. \tag{14}$$

Это уравнение имеет единственное решение.

Случай малых T

Написанное выше решение имеет смысл лишь при выполнении условия $T > T_1 + T_2$. При выполнении противоположного неравеиства оптимальное выделение средств на рекламу имеет вид

$$\alpha(t) = \begin{cases} \alpha_{max}, & \text{при } 0 \le t < T_1, \\ 0, & \text{при } T_1 \le t < T, \end{cases} \tag{15}$$

то есть в течение некоторого интервала времени ведется интенсивная рекламная кампания, которая затем прекращается вообще.

Найдем в этой ситуации оптимальное значение величины T_1. Легко показать, что в этом случае

$$R(t)=\begin{cases}\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa t}), & \text{при } 0\le t\le T_1,\\ \alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)}, & \text{при } T_1\le t\le T.\end{cases} \tag{16}$$

Заметим, что при этом

$$R'_{T_1}(t)=\begin{cases}0, & \text{при } 0\le t\le T_1,\\ \alpha_{\max}\kappa e^{-\kappa(t-T_1)}, & \text{при } T_1\le t\le T.\end{cases}$$

Тогда доход фирмы (он, естественно, будет зависеть от T_1) можно записать в виде

$$\Pi(T_1,T)=\int_0^{T_1}\left[\frac{\left(a(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa t}))-c\right)^2}{4b}-\alpha_{\max}\right]dt+\int_{T_1}^{T}\frac{\left(a(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)})-c\right)^2}{4b}dt.$$

Находя производную от $\Pi(T_1,T)$ по T_1, после некоторых преобразований получим

$$\Pi'_{T_1}(T_1,T)=\frac{\alpha_{\max}\kappa}{2b}\int_{T_1}^{T}\left[a(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)})-c\right]a'(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)})e^{-\kappa(t-T_1)}dt-\alpha_{\max}.$$

Прежде всего, рассмотрим значение этой производной при $T_1=0$. Легко получить, что в этом случае

$$\left.\frac{\partial\Pi(T_1,T)}{\partial T_1}\right|_{T_1=0}=\alpha_{\max}\left(\frac{1}{2b}(a(0)-c)a'(0)(1-e^{-\kappa T})-1\right), \tag{17}$$

и поэтому стоит начинать рекламную кампанию только при выполнении условия

$$\frac{1}{2b}(a(0)-c)a'(0)(1-e^{-\kappa T})>1. \tag{18}$$

Если это условие выполнено, то оптимальное значение T_1 находится из условия $\partial\Pi(T_1,T)/\partial T_1=0$, которое после замены переменных $t-T_1=z$ принимает вид

$$\frac{\kappa}{2b}\int_0^{T-T_1}\left[a(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa z})-c\right]a'(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa z})e^{-\kappa z}dz=1. \tag{19}$$

Случай, когда наклон кривой спрос – цена зависит от рекламы

Рассмотрим теперь случай, когда под влиянием рекламы изменяется не только коэффициент a, определяющий сдвиг кривой цена – спрос, но и коэффициент b, определяющий наклон этой кривой.

Пусть зависимость цена – спрос имеет вид $p = a(R) - b(R)q$, тогда оптимальный объем производства товара равен $q = (a(R) - c)/b(R)$ и система (5) принимает вид

$$\begin{cases} \dfrac{d\Pi(t)}{dt} = \dfrac{(a(R)-c)^2}{4b(R)} - \alpha(t), \\ \dfrac{dR(t)}{dt} + \kappa R(t) = \kappa\alpha(t). \end{cases} \tag{20}$$

Стационарное значение расходов на рекламу находится теперь из уравнения

$$2(a(\alpha)-c)a'(\alpha)b(\alpha) - (a(\alpha)-c)^2 b'(\alpha) = 4b^2(\alpha), \tag{21}$$

корень которого будем обозначать как α_{opt}. Он существует при выполнении условия

$$2(a(0)-c)a'(0)b(0) - (a(0)-c)^2 b'(0) > 4b^2(0).$$

Момент T_1 вновь определяется уравнением (11), а величина T_2, определяющая момент «выключения» расходов на рекламу, – уравнением

$$\frac{[a(\alpha_{\text{opt}}e^{-\kappa T_2}) - c]^2}{4b(\alpha_{\text{opt}}e^{-\kappa z})} = \frac{[a(\alpha_{\text{opt}}) - c]^2}{4b(\alpha_{\text{opt}})} - \alpha_{\text{opt}}. \tag{22}$$

Рассмотрим, наконец, случай малых значений T. Тогда прибыль фирмы равна

$$\begin{aligned} \Pi(T_1,T) = &\int_0^{T_1}\left[\frac{\left(a(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa t}))-c\right)^2}{4b(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa t}))} - \alpha_{\max}\right]dt + \\ &+ \int_{T_1}^{T}\frac{\left(a(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)})-c\right)^2}{4b(\alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)})}dt. \end{aligned} \tag{23}$$

Находя производную от $\Pi(T_1,T)$ по T_1, получим, после упрощений,

$$\frac{\partial \Pi(T_1,T)}{\partial T_1} = -\alpha_{\max} + \\ + \alpha_{\max}\kappa \int_0^{T-T_1} \frac{2(a(\varphi(z))-c)a'(\varphi(z))b(\varphi(z))-(a(\varphi(z))-c)^2 b'(\varphi(z))}{4b^2(\varphi(z))} e^{-\kappa z} dz, \tag{24}$$

где $\varphi(z) = \alpha_{\max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa z}$. Оптимальное значение T_1 находится из уравнения

$$\kappa \int_0^{T-T_1} \frac{2(a(\varphi(z))-c)a'(\varphi(z))b(\varphi(z))-(a(\varphi(z))-c)^2 b'(\varphi(z))}{4b^2(\varphi(z))} e^{-\kappa z} dz = 1, \tag{25}$$

корень которого существует при выполиении условия

$$\frac{2(a(0)-c)a'(0)b(0)-(a(0)-c)^2 b'(0)}{4b^2(0)}(1-e^{-\kappa T}) > 1. \tag{26}$$

Общий случай

Опишем теперь ход решения задачи в общем случае. Пусть зависимость спрос – цена имеет вид $F(p,q)=0$, или, в явном виде, $p = f(q)$. Будем считать, что влияние рекламы проявляется в изменении масштаба по осям p и q, то есть при наличии рекламы зависимость спрос – цена принимает вид $F(a(R)p, b(R)q)=0$, или, в явном виде,

$$p = \frac{1}{a(R)} f(b(R)q). \tag{27}$$

При этом считается, что $a(0) = b(0) = 1$.

Определеиие оптимального объема производства сводится тогда к задаче

$$\left[\frac{1}{a(R)} f(b(R)q) - c\right] q \Rightarrow \max_q,$$

что приводит к уравнению

$$qb(R)f'(b(R)q) + f(b(R)q) - ca(R) = 0. \tag{28}$$

Допустим, что нам удалось решить это уравнение и найти явный вид $q = q(R)$. Тогда система уравнеиий, определяющая прибыль фирмы, прииимает вид

$$\begin{cases} \dfrac{d\Pi(t)}{dt} = \left[\dfrac{1}{a(R)} f(b(R)q(R) - c\right] q(R) - \alpha(t), \\ \dfrac{dR(t)}{dt} + \kappa R(t) = \kappa\alpha(t). \end{cases} \tag{29}$$

Стационарный уровень рекламы находится из уравнения

$$\left[\frac{1}{a(\alpha)} f(b(\alpha)q(\alpha) - c\right] q(\alpha) - \alpha \Rightarrow \max_R,$$

что после ряда преобразований приводит к уравнению

$$q(\alpha)\left[b'(\alpha)a(\alpha)q(\alpha)f'(b(\alpha)q(\alpha)) - a'(\alpha)f(b(\alpha)q(\alpha))\right] = a^2(\alpha). \tag{30}$$

Корень этого уравнения обозначим как α_{opt}.

Тогда момент окончания «раскрутки» T_1 вновь определяется уравнением (11). Что касается момента прекращения рекламы, то для его определения введем функцию

$$\Phi(R) = \left[\frac{1}{a(R)} f(b(R)q(R) - c\right] q(R). \tag{31}$$

Тогда величина T_2, определяющая момент окончания рекламной кампании, находится из уравнения

$$\Phi(\alpha_{opt} e^{-\kappa T_2}) = \Phi(\alpha_{opt}) - \alpha_{opt}. \tag{32}$$

Рассмотрим в заключение случай малых T. Тогда выражение для прибыли фирмы примет вид

$$\Pi(T_1,T) = \int_0^{T_1} \left(\Phi(\alpha_{max}(1 - e^{-\kappa t})) - \alpha_{max}\right)dt + \int_{T_1}^{T} \Phi\left(\alpha_{max}(1 - e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)}\right)dt. \tag{33}$$

Отсюда

$$\frac{\partial\Pi(T_1,T)}{\partial T_1} = \int_{T_1}^{T} \Phi'\left(\alpha_{max}(1 - e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa(t-T_1)}\right)\kappa\alpha_{max} e^{-\kappa(t-T_1)}\, dt - \alpha_{max}. \tag{34}$$

Так как

$$\left.\frac{\partial \Pi(T_1,T)}{\partial T_1}\right|_{T_1=0} = \alpha_{max}\Phi'(0)(1-e^{-\kappa T}) - \alpha_{max},$$

то оптимальное значение T_1 существует при условии $\Phi'(0)(1-e^{-\kappa T}) > 1$. Само это оптимальное значение находится из уравнения

$$\kappa \int_0^{T-T_1} \Phi'\left(\alpha_{max}(1-e^{-\kappa T_1})e^{-\kappa z}\right)e^{-\kappa z}\,dz = 1. \tag{35}$$

Разумеется, что для получения конкретных результатов и рекомендаций надо знать явный вид всех входящих сюда функций, что можно сделать только по результатам эконометрических измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахмедова Д.Д., Терпугов А.Ф. Математическая модель функционирования страховой компании с учетом расходов на рекламу // Изв. вузов. Физика. 2001. №1. С.25–29.
2. Ахмедова Д.Д., Змеев О.А. Оптимизация расходов на рекламу при деятельиости страховой компании // Изв. вузов. Физика. 2001. №6. С.3–7.
3. Ахмедова Д.Д., Змеев О.А, Терпугов А.Ф. Оптимизация деятельностн страховой компании с учетом расходов иа рекламу // Вестннк Томского государствеииого университета. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. № 275. С. 181–185.