X Всероссийской научно-практической конференции (21-22 апреля 2006 г.) Ч. 1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006, С.168-169.

9. Моисеева С.П., Морозова А.С. Исследование процесса изменения дохода торговой компании с учетом предоставляемых скидок // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ 2006): Материалы V Международной научно-практической конференции (10-11 ноября 2006 г.) Ч.1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006, С.126-128.

10. Моисеева С.П., Морозова А.С. Исследование потока обращений в нестационарной бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ 2006): Материалы V Международной научно-практической конференции (10-11 ноября 2006 г.) Ч.1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006, С.128-130.

11. Дашевский Н.Н., Морозова А.С. Исследование систем обслуживания с неограниченным числом приборов при МАР-входящем потоке заявок // Научное творчество молодежи: Материалы X Всероссийской научно-практической конференции (21-22 апреля 2006 г.) Ч. 3. – Анжеро-Судженск: 2006, С.9-11.

12. Морозова А.С., Моисеева С.П., Одинцов К.М. Математическая модель процесса изменения числа клиентов торговой компании в виде СМО с неограниченным числом обслуживающих приборов // Научное творчество молодежи: Материалы XI Всероссийской научно-практической конференции (20-21 апреля 2007 г.) Ч. 1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007, С. 37-39

13. Морозова А.С., Ронжина А.Н., Федосеева М.Г. О роли скидок в товарном обращении торгового предприятия // Научное творчество молодежи: Материалы XI Всероссийской научно-практической конференции (20-21 апреля 2007 г.) Ч. 1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007, С. 39-40.

14. Морозова А.С., Козлова Е.В. Структура управления социально экономическим развитием // Успехи современного естествознания, 2007, № 2, С 86-87.

Подписано к печати 20.08.2007г. Формат 60x84 1/16
Тираж 100. Заказ 561
Кемеровский государственный университет. 650043, г. Кемерово,
ул. Красная, 6.
Филиал ГОУ ВПО «Кемеровского государственного университета»
в г. Анжеро-Судженске.
Опечатано на Участке оперативной полиграфии филиала ГОУ ВПО «КемГУ»
в г. Анжеро-Судженске.

На правах рукописи

Морозова Анна Сергеевна

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СТИМУЛИРОВАНИЯ СБЫТА ПРОДУКЦИИ

05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Анжеро-Судженск – 2007

Работа выполнена на кафедре математики филиала ГОУ ВПО «Кемеровского государственного университета» в г. Анжеро-Судженске

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Назаров Анатолий Андреевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Данилов Николай Николаевич

кандидат физико-математических наук, доцент
Колесникова Светлана Ивановна

Ведущая организация Сибирский Федеральный Университет (г. Красноярск)

Защита состоится 11 октября 2007 года в 10 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д212.267.08 при Томском государственном университете по адресу: 654050, г. Томск, пр. Ленина, 36

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Томского государственного университета

Отзывы на автореферат (2 экз.), заверенные печатью, высылать по адресу: 654050, г. Томск, пр. Ленина, 36, ученому секретарю ТГУ

Автореферат разослан «29» августа 2007 года

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор технических наук, профессор Скворцов А.В.

2.Найдены характеристики указанной СМО, когда входящий поток клиентов является пуассоновским случайным процессом, а время обслуживания экспоненциальное.

3.Построена экономико-математическая модель изменения капитала торговой компании, а также количественные характеристики числа клиентов компании и доход с продажи единицы товара, с учетом влияния различных методов стимулирования сбыта продукции.

Полученные результаты позволяют определять оптимальные значения торговых скидок и наценок на отдельные виды товаров, обеспечивающих максимальный доход компании.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Моисеева С.П., Морозова А.С. Исследование потока обращений в бесконечную СМО с повторным обслуживанием // Обработка данных и управление в сложных системах: Сборник статей / Под ред. А.Ф. Терпугова Вып. 7. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005, С.158-164.

2. Моисеева С.П., Морозова А.С. Распределение вероятностей двумерного потока обращений в бесконечнолинейной СМО с повторным обращением // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ-2005): Материалы IV Всероссийской научно-практической конференции (18-19 ноября 2005 г.) Ч.1. – Томск: Изд–во Том. ун-та, 2005, С.113-115.

3. Моисеева С.П., Морозова А.С. Исследование потока обращений в бесконечнолинейной СМО с повторным обслуживанием // Вестник ТГУ 2005, №.287, С 46-51.

4. Моисеева С.П., Морозова А.С. Основные характеристики потока обращений в бесконечнолинейной СМО с повторным обслуживанием // Научное творчество молодежи: Материалы IX Всероссийской научно-практической конференции (г. Анжеро-Судженск, 15-16 апреля 2005 г.) Ч. 1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005, С. 36-37.

5. Моисеева С.П., Морозова А.С., Назаров А.А. Распределение вероятностей двумерного потока обращений в бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением // Вестник ТГУ 2006, №16, С.125-128.

6. Моисеева С.П., Морозова А.С., Назаров А.А. Исследование суммарного потока обращений в бесконечнолинейной СМО с повторным обслуживанием // Вестник ТГУ 2006, №290, С.173-175.

7. Морозова А.С., Моисеева С.П., Назаров А.А. Исследование экономико-математической модели влияния ценовой скидки для постоянных клиентов на прибыль коммерческой организации // Вестник ТГУ 2006, № 293, С.49-52.

8. Моисеева С.П., Морозова А.С. Распределение вероятностей двумерного потока обращений в нестационарной бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением // Научное творчество молодежи: Материалы

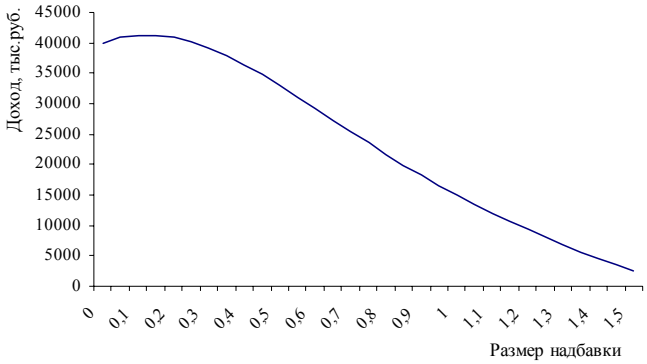


Рис. 3.6. Зависимость величины дохода от размера надбавки

В том случае если интенсивность посещения составляет 200 человек, а стоимость товара 15000 рублей, то за тот же период времени максимальный доход достигается при надбавке от 17% до 22% (рис. 3.7).

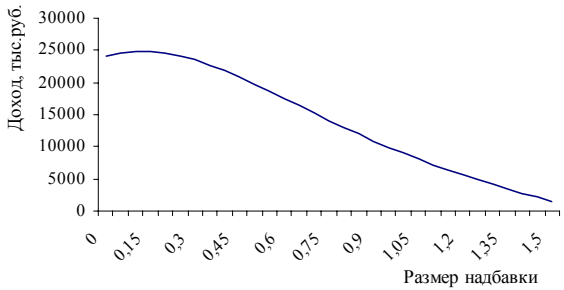


Рис. 3.7. Зависимость величины дохода от размера надбавки

Таким образом, построена и исследована экономико-математическая модель, определяющая доходность торговой компании, количественными характеристиками которой являются число клиентов и прибыль с единицы продаваемого товара. Согласно полученным результатам максимальный доход такой компании достигается при надбавке в среднем 20% на первоначальную стоимость товара. Аналогично выполняется исследование гарантированного дохода и величины надбавки в этом случае.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1.Построена математическая модель изменения числа клиентов торговой компании в виде системы массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих приборов с повторным обращением.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Недавние перспективы экономического роста способствовали расширению деятельности торговых компаний, освоению новых рынков и открытию новых магазинов. Последовавшие за ними стабилизация темпов экономического роста и насыщение спроса сделали такое расширение деятельности убыточным. В новых условиях прежние способы управления стали менее результативными. В результате усложнения экономических процессов и возрастания конкуренции в отечественной торговой отрасли проблема разработки и внедрения научно-обоснованных методов принятия решений для управления торговыми компаниями представляется весьма актуальной.

В настоящее время накоплен значительный научный и практический потенциал моделирования торгово-экономических процессов. Важный вклад в разработку методологии экономико-математического моделирования процессов в торговле внесли М.И. Баканов, В.П. Воронин, К.К. Гордеев, А.И. Гребнев, М.М. Дарбинян, В.Я. Канторович, С.М. Капелюш, А.В. Орлов, В.А. Сокович, А.А. Спирин, А.Ф. Шулежко, А.И. Файницкий и др. Отечественная экономико-математическая школа внесла значительный вклад в мировую науку. Проблемам эффективности управления и деятельности компаний уделено внимание в работах Л. Антосенковой, В. Архипова, Л. Зайверта, Г. Попова, Ю. Семенова, Г. Слезингера, А. Сильченкова, В. Чернова, В. Шкатуллы и др. Управленческий учет является необходимой информационной базой и инструментом принятия управленческих решений. В развитие теории управленческого учета внесли вклад такие ученые как П.С. Безруких, И.А. Белобжецкий, В.Г. Гетьман, К. Друри, Л.Т. Гиляровская, В.Б. Ивашкевич, Г.Ю. Касьянова, В.Э.Керимов, З.В. Кирянова, С.Н. Колесников, Н.П. Кондрков, А.Д. Ларионов, А.Ш. Маргулис, М.В. Мельник, Д. Миддлтон, С.А. Николаева, П.П. Новиченко, В.Д. Новодвоский, В.Ф. Палий, В.И. Петрова, Я.В. Соколов, В.А. Терехова, В.И. Ткач, Дж. Фостер, Ч.Т. Хорнгрен, Е.А. Шароватова, А.Д. Шеремет, Р. Энтони и др.

Значительная часть исследований в области математического моделирования и оптимизации деятельности компаний уделена исследованию проблемы управления запасами как существенного фактора эффективного функционирования производственной или торговой системы. Подходы к определению функции спроса и издержек на хранение, используемые в задаче управления запасами, могут быть применимы и для оптимизации товарного ассортимента. Исследованию проблем формирования товарных запасов посвящены работы таких отечественных ученых как М.В. Алябьева, И.И. Гармаш, Е.Р. Добронравии, А.Н. Ищенко, В.К. Калугин и др. Собственно проблема оптимальности товарного ассортимента рассматривалась такими авторами как Н.Н. Анохина, Б.Г. Балмаев, А.П. Бобович, А. Богданов, Э. Ван Херпен, А. Гош, Б.Е. Кан, А.А. Корнеев, А. Крамарев, Л. Макалистер, А. Мерсер, Р. Питере, Д. Рафтри, Б.Т. Рэчфорд, А. Рябцев, И. Трушков, М.Ю. Фортуна, С.Дж. Хоч, М. Элтон и другие. Лишь немногие авторы данного направления исследований связывали оптимизацию товарного ассортимента с эф-

фективностью деятельности торговой компании. Так же как и исследования в области спроса не связывали в единую цепь моделирование рентабельности компании с учетом принципов управленческого учета, оптимальности торгового ассортимента и определения потенциального спроса. Большая часть исследований, направленных на изучение спроса, исходила из определенности функции спроса. Сфера обращения играет существенную роль в рыночной экономике. В новых условиях значительно возрастает необходимость в применении передовых научно-обоснованных методов принятия решений по управлению торговыми компаниями. Об обострении конкуренции и необходимости внесения изменений в практику управления отечественными компаниями свидетельствуют снижение доходности торгового бизнеса, увеличивающиеся товарные остатки и все более ранние распродажи. Западные компании успешно используют методы уменьшения товарных запасов, увеличения их оборачиваемости, оптимизации заказа товаров, изучения потребностей покупателей, широко применяют информационные технологии (сканирование, внутрифирменные сети и др.). Использование подобного инструментария позволяет существенно повышать эффективность торговых компаний, снижать уровень розничных цен, издержек и торговой наценки. Советские предприятия в условиях централизованного планирования народного хозяйства, по мнению Н. Алексеева, не нуждались в выработке реакции на изменение условий хозяйственной деятельности. Однако не только советские, но и вновь появившиеся отечественные коммерческие компании, не имеющие традиций организованного управления, в результате изменений внешней и внутренней среды теряют управляемость и несут финансовые потери. По мнению М.В. Гавриловой существенным недостатком советской системы ценообразования в торговле было отсутствие учета потребительских свойств и качества товара при установлении цены на него. Проблема регулирования торговых скидок и наценок на отдельные виды товаров в советской торговле, разрабатываемая в период с 1960-х по 1980-е гг. так и не была эффективно решена. Величина доходов оставалась низкой и недостаточно обоснованной, размеры торговых скидок не соответствовали издержкоемкости товаров, что приводило к убыточности большинства торговых предприятий.

Для эффективного управления торговой компанией М.Д. Кулинич предлагает использовать рефлексивный подход, сущность которого заключается не только в реагировании на изменение условий внешней среды, но и в активном воздействии на неё для формирования благоприятных для компании условий. Для торговой компании рефлексивный подход заключается не только в удовлетворении потребностей покупателей, но и в активном их формировании. М.В. Алябьева отмечает, что в современной экономической ситуации большинство отечественных торговых фирм подходят интуитивно к вопросу обоснования цены реализации товара, устанавливая на все товары примерно одинаковый размер торговой наценки.

Имеется классическая теория ценообразования, которая излагается во всех учебниках по микроэкономике и которая построена на основании соотношений спрос – цена и производство – цена. Эти зависимости определяют так называемую

Пусть компания при каждом обращении за немодным товаром получает доход в размере значения случайной величины ξ с характеристической функцией $\varphi(\alpha) = \mathrm{M}e^{-\alpha\xi}$, $M\xi = a_1$, $M\xi^2 = a_2$, тогда за продажу «модного товара» $1+\delta$ от величины ξ. Здесь δ – величина надбавки. Очевидно, что вероятность повторного обращения клиентов за модным товаром зависит от величины надбавки и уменьшается с увеличением надбавки.

Доказана теорема:

Теорема 3.3. Производящая функция $H(\alpha, t) = Me^{-\alpha s(t)}$ величины $S(t)$ – суммарного дохода определяется равенством $H(\alpha, t) = G(\varphi(\alpha + \delta\alpha), t)$,
где

$$G(y,t) = \exp\left\{\lambda \frac{y-1}{1-ry} t - \frac{\lambda}{\mu} \frac{r}{1-ry} \left(\frac{y-1}{1-ry}\right)^2 (1 - e^{-\mu(1-ry)t})\right\}.$$

Определим оптимальное значение величины надбавки δ для получения максимального дохода.

В работе показано, что математическое ожидание дохода представлено в виде

$$MS(t) = \lambda a_1 \left(1 + (1+\delta)\frac{r}{1-r}\right) t,$$

то есть суммы слагаемого $\lambda a_1 t$, независящего от δ и слагаемого $MS(t) - \lambda a_1 t = \dfrac{1+\delta}{1-r(\delta)} a_1 \lambda t$, зависящего от δ.

Предположим, что вероятность возвращения клиента имеет вид:

$$r(\delta) = r_0 - (r_0 - r_1)\delta^2,$$

где r_0 – вероятность обращения клиента в торговую компанию при обычном режиме работы $\delta = 0$, r_1 – минимальная вероятность обращения клиента в торговую компанию при очень большой надбавке на товар $\delta = 1$. Тогда максимальный доход определяется максимальным значением функции

$$f(\delta) = \frac{1+\delta}{1 - r_0 + (r_0 - r_1)\delta^2}.$$

Предположим, что срок реализации «модного» товара составляет 30 дней, стоимость единицы «модного» товара 10000 рублей. Торговую компанию в день посещают около 500 человек. В таком случае доход достигнет своего максимума при ценовой надбавке 17% (рис.3.6).

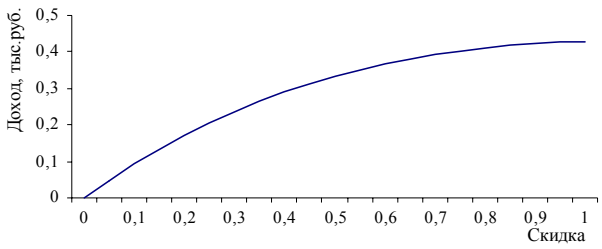


Рис. 3.4. Зависимость величины дохода от размера скидки

В то же время для крупных оптовых компаний введение скидки влияет на вероятность повторного обращения клиентов, поэтому, как показано на рис. 3.5 максимальное значение дохода обеспечивается при установлении скидки при $r_0 = 0{,}4$, $r_1 = 0{,}9$. При этом скидка устанавливается на доходную часть стоимости товара, а не на весь товар (рис.3.5).

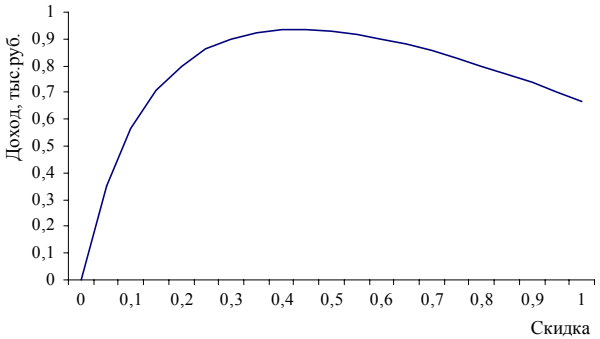


Рис. 3.5. Зависимость величины дохода от размера скидки

Аналогичные результаты можно получить для зависимости $0 < \alpha < 1$,

$$r(\delta) = r_0 + (r_1 - r_0)(1-\delta)^{\alpha}.$$

Таким образом, полученные результаты можно использовать для нахождения оптимального значения скидки для получения максимального дохода.

В пункте 3.3 проведено исследование экономико-математической модели влияния ценовой надбавки на доход торговой компании.

Предположим, что в рассматриваемую торговую компанию (магазин) поступила партия так называемого «модного товара». Фирма стремится получить максимальный доход сверх реальной за счёт новизны продукции.

Допустим, что величина себестоимости «модного товара» равна a_1. Рассчитаем размер надбавки, позволяющей обеспечить максимальный доход компании и сохранить клиентов.

равновесную цену, т.е. ту цену, по которой продается товар в состоянии равновесия рынка.

Однако этой равновесной цены еще надо достичь. Поэтому имеется целый ряд моделей (паутинообразная модель, модель с прогнозированием цены, модель с учетом складов), в которых описывается процесс достижения равновесной цены. Однако эти модели не имеют практического применения.

Таким образом, несмотря на значительное количество исследований по отдельным направлениям эффективности и управления торговыми компаниями, применения математических методов для моделирования деятельности компаний и использования информации управленческого учета в качестве инструмента управления, существует необходимость более детально рассмотреть процессы формирования цены на товар и влияние скидок на эффективность работы торговой компании в смысле максимизации прибыли.

Целью данной работы является построение и исследование математической модели, определяющей доходность торговой компании, количественными характеристиками которой являются число клиентов компании и прибыль с единицы проданной продукции.

В рамках указанной цели были поставлены следующие задачи:

1. Построить математическую модель торговой компании в виде системы массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих приборов с повторным обращением, количественными показателями которой являются доход компании и число клиентов компании, и исследовать вероятностные характеристики этой модели.

2. Исследовать характеристики указанной СМО, когда входящий поток клиентов является пуассоновским случайным процессом, а время обслуживания экспоненциальное.

3. Построить и исследовать экономико-математическую модель влияния скидок на прибыль торговой компании.

4. Построить экономико-математическую модель и исследовать влияния размера бонуса на прибыль торговой компании.

5. Построить и исследовать экономико-математическую модель влияния ценовой надбавки при продаже «модного» товара на прибыль торговой компании.

Методика исследования. Предлагается в качестве математической модели изменения числа клиентов торговой компании рассмотреть бесконечнолинейную систему массового обслуживания с повторным обращением, а процесс изменения дохода компании определить дифференциальным соотношением, включающим число клиентов компании и размер предоставляемой скидки; провести исследование этих моделей методами теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания, теории дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, методами анализа марковизируемых систем.

Научная новизна результатов проведенных исследований:

1. Предложена математическая модель изменения числа клиентов торговой компании в виде системы массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих приборов с повторным обращением, позволяющая провести исследования потоков обращений клиентов в компании.

2. Найдены характеристики указанной СМО, когда входящий поток клиентов является пуассоновским случайным процессом, а время обслуживания экспоненциальное.

3. Построена и исследована экономико-математическая модель изменения дохода торговой компании с учетом влияния различных методов стимулирования сбыта продукции.

Практическая и теоретическая ценность работы заключается в развитии экономико-математических моделей торговых компаний и в разработке методики определяющей доходность проводимой маркетинговой политики компании. С помощью предложенных моделей можно определять оптимальные значения торговых скидок и наценок на отдельные виды товаров, обеспечивающих максимальный доход компании.

Внедрение полученных результатов. Результаты работы используются в учебном процессе при проведении практических занятий по курсу «Процессы массового обслуживания в экономике», и в научно-исследовательской работе студентов при написании курсовых и дипломных работ по специальности «Математические методы в экономике».

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 131 наименования. Общий объем работы составляет 115 страниц, в том числе основной текст – 104 страницы.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

1. IX Всероссийской научно-практической конференции «Научное творчество молодежи, Анжеро-Судженск, апрель 2005 г.
2. IV Всероссийской научно-практической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование» (ИТММ-2005), Анжеро-Судженск, ноябрь 2005 г.
3. X Всероссийской научно-практической конференции «Научное творчество молодежи» Анжеро-Судженск, апрель 2006 г.
4. V Международной научно-практической конференции «Информационные технологии и математическое моделирование» (ИТММ-2006), Анжеро-Судженск, ноябрь 2006 г.
5. XLIV Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика, Новосибирск, апрель 2006 г.
6. XI Всероссийской научно-практической конференции «Научное творчество молодежи», Анжеро-Судженск, апрель 2007 г.

$$H(\alpha,t)=M\{e^{-\alpha S(t)}\}=\exp\left\{h_1(\alpha)t+h_2(\alpha,t)\times\left(\varphi(\delta\alpha)-1\right)\left(\frac{\varphi(\alpha)}{r\varphi(\delta\alpha)-1}-\frac{1}{r-1}\right)\right\},$$

где

$$h_1(\alpha)=\lambda\left(\varphi(\alpha)\frac{1-r}{1-r\varphi(\delta\alpha)}-1\right),\ h_2(\alpha,t)=\frac{\lambda r}{\mu}\frac{1}{1-r\varphi(\delta\alpha)}\left(1-e^{-\mu(1-r\varphi(\delta\alpha))t}\right),$$

$$Me^{-\alpha\xi}=\varphi(\alpha)\ .$$

Вероятность возвращения клиента прямопропорциональна предоставляемой скидки, т.е. имеет вид:

$$r(\delta)=r_0+(r_1-r_0)(1-\delta)\ .$$

Полученные результаты можно использовать для определения величины скидки различных торговых компаний (магазинов). Очевидно, что для продовольственного магазина, находящегося в центре жилого комплекса, вероятность повторного обращения при предоставлении магазином скидки увеличится незначительно. Например $r_0=0{,}8$, $r_1=0{,}9$. Поэтому ее установление нецелесообразно для торговой компании (рис.3.3).

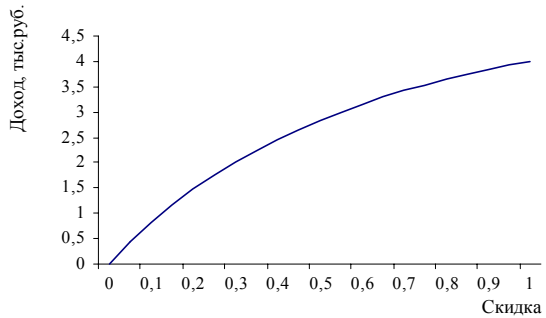


Рис. 3.3. Зависимость величины дохода от размера скидки

Как видно, максимум достигается при условии, что скидка не предоставляется.

Аналогичная ситуация наблюдается на рынке совершенной конкуренции (например, олигополии), когда $r_0=0{,}3$, $r_1=0{,}5$, т.е. при наличии двух и более магазинов на территории, реализующих однородную продукцию (рис.3.4).

Из проведенных исследований видно, что торговая компания, проводящая акцию «подарок за покупку» получает максимальную прибыль, когда цена подарка составляет 45% от стоимости покупки. По графику можно судить о величине ожидаемой прибыли. Исследование нижней границы допустимого значения прибыли проведем с использованием правила «трех сигм» по величине гарантированного дохода. Так как зависимость гарантированного дохода $M(S(t))-3\sqrt{D(S(t))}$ от величины K достаточно громоздкая, то оптимальное значение величины K удобнее находить численно.

Предположив, что вероятность возвращения клиента в период проведения акции имеет вид:

$$r(K)=r_1-(r_1-r_0)(1-K)^2 .$$

График зависимости дохода торговой компании имеет вид (рис.3.2):

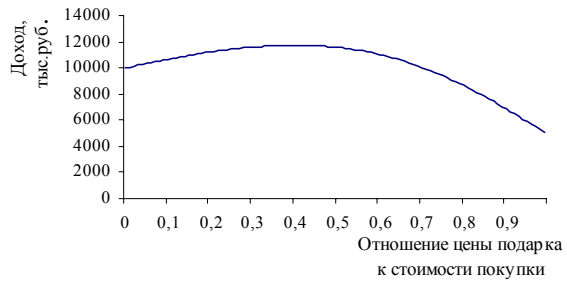


Рис. 3.2. Нижняя граница допустимого значения дохода

Данный график позволяет оценить доходность и риск торговой компании с надежностью 99 % как это следует из правила «трех сигм» при гауссовском распределении рассматриваемой величины.

В пункте 3.2 построена и исследована экономико-математическая модель влияния ценовой скидки для постоянных клиентов на доход торговой компании.

Ставится задача определения влияния скидки на прибыль торговой компании.

Пусть компания при каждом первичном обращении получает доход в размере значения случайной величины ξ с характеристической функцией $\varphi(\alpha)=\mathrm{M}e^{-\alpha\xi}$, $M\xi=a_1$, $M\xi^2=a_2$, а при повторном обращении ее доход составляет долю δ от величины ξ. Здесь $1-\delta$ – величина скидки для постоянных клиентов.

Доказывается теорема:

Теорема 3.2. Характеристическая функция $H(\alpha,t)=M(e^{-\alpha S(t)})$ суммарного дохода $S(t)$ имеет вид:

7. V Международной научной конференции «Экономические науки. Актуальные проблемы фундаментальных исследований», Хургада, февраль 2007 г.

Публикации основных положений диссертационного исследования. Основное содержание работы отражено в 14 публикациях, в том числе в 3 статьях журнала «Вестник ТГУ» из списка ВАК 2006 г.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, изложена цель исследования, его научная новизна, теоретическая и практическая ценность полученных результатов, методика исследования.

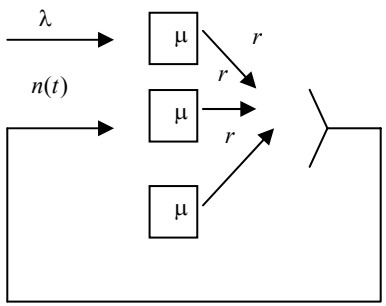
Первая глава работы посвящена основам организации стимулирования сбыта товара, определена экономическая роль каналов сбыта, рассмотрены вертикальная структура сбытового канала, и основные мероприятия стимулирования сбыта. Определены место, значение и виды торговых скидок. Приведены исследования экономистов в области стимулирования сбыта продукции.

Очевидно, что одной из основных количественных характеристик торговой компании является число клиентов. В работе предложена следующая математическая модель изменения числа клиентов торговой компании: весь поток покупателей торговой компании предлагается разбить на два вида: покупателей, впервые обращающихся в данную торговую компанию за покупкой какого-либо товара и покупателей, повторно обращающихся, то есть тех которые в дальнейшем становятся постоянными клиентами.

Рассмотрим поток клиентов, впервые обращающихся в торговую компанию. В общем случае можно считать, что решение посетить магазин клиенты принимают независимо друг от друга, тогда поток клиентов можно считать пуассоновским. Число покупок, совершаемых клиентами, можно считать неограниченным. Каждый клиент совершает покупки определенного вида товара через некоторые промежутки времени, продолжительности которых являются значениями случайной величины. При возникновении потребности совершить в очередной раз покупку клиент решает, будет ли он обращаться в ту же торговую компанию или выберет другую.

Очевидно, что возвращение покупателей в магазин зависит от многих факторов, например от расположения магазина (торговой компании), наличия конкурентов, эксклюзивности товара. Все вышеуказанные факторы, являются постоянными, поэтому вероятность возврата клиентов можно считать постоянной и рассчитать для каждого магазина. В тоже время различные мероприятия по стимулированию продаж способствуют увеличению числа клиентов, обращающихся в данную торговую компанию. К таким мероприятиям можно отнести скидки, рекламу, распродажу и т.д.

В качестве математической модели формирования потока покупателей предлагается система массового обслуживания с повторным обращением и неограниченным числом обслуживающих приборов.



Поток клиентов впервые обращающихся в торговую компанию будем считать простейшим потоком с параметром λ, продолжительности интервалов времени между потребностями посещения магазина являются независимыми случайными величинами с экспоненциальной функцией распределения с параметром μ одинаковым для всех клиентов. Клиент, при возникновении потребности приобрести товар с вероятностью r обращается в ту же торговую компанию, а с вероятностью $1-r$ выбирает другую.

Ставится задача нахождения распределения вероятностей числа совершенных покупок за время t и определение числа клиентов в рассматриваемой торговой компании.

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию потоков обращений в рассматриваемой бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением.

В пункте 2.1 проводится исследование потока обращений в стационарной бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением. Обозначим $n(t)$ — число повторных обращений, реализованных за время t, $i(t)$ – процесс изменения во времени числа заявок в системе (числа приборов, занятых в момент времени t), тогда двумерный процесс $\{i(t), n(t)\}$ является марковским. Его распределение вероятностей обозначим следующим образом:

$$P(i,n,t) = P\{i(t) = i, n(t) = n\}.$$

Доказываются следующие утверждения:

Теорема 2.1. Производящая функция $G(x,y,t)$ двумерного распределения $P(i,n,t)$ имеет вид:

$$G(x,y,t) = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} x^i y^n P(i,n,t) = \exp\left\{\frac{\lambda}{\mu(1-r)}\left[r\frac{y-1}{1-ry} - \left(\frac{1-r}{1-ry} - x\right)e^{-\mu(1-ry)t}\right] + \right.$$

$$\left. + \lambda r\frac{y-1}{1-ry}t - \frac{\lambda}{\mu(1-ry)}\left(\frac{1-r}{1-ry} - x\right)\left(1 - e^{-\mu(1-ry)t}\right)\right\}.$$

му M рублей, $S(t)$ – суммарный доход торговой компании, полученный за время t от клиентов участвующих в акции, $n(t)$ – количество клиентов участвующих в акции торговой компании.

Тогда

$$S(t) = \sum_{i=0}^{n(t)} (\xi_i - M).$$

Теорема 3.1. Среднее значение $MS(t)$ и дисперсия $DS(t)$ величины $S(t)$ – суммарного дохода компании, полученного за время t – проведения акции «подарок за покупку», определяется равенствами

$$MS(t) = a_1\lambda\left(1 + (1-K)\left(\frac{r(K)}{1-r(K)}\right)\right)t,$$

и

$$DS(t) = \frac{\lambda}{1-r(K)}a_2\left(1 - r(K) + r(K)(1-K)^2\right)t +$$

$$+ \frac{2\lambda r(1-K)a_1^2\left(1 - r(K) + r(1-K)\right)}{\left(1-r(K)\right)^2}\left\{t - \frac{1}{\mu(1-r(K))}\left(1 - e^{-\mu(1-r(K))t}\right)\right\},$$

где $K = \dfrac{M}{a_1}$. В диссертации показано, что оптимальное значение K определяется уравнением $(1-K)r'(K) - r(K)(1-r(K)) = 0$. В частности приводится пример, торговая компания в течение десяти дней проводит акцию «покупатель, совершивший покупку на сумму не менее 1000 рублей получает подарок (бонус)». Среднее число покупателей в день в период проведения акции количество покупателей в данную торговую компанию в день составила 500 человек. В результате зависимость дохода торговой компании от цены подарка имеет следующий вид (рис.3.1):

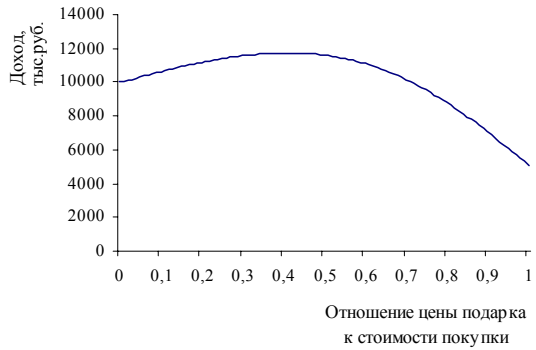


Рис. 3.1. Зависимость дохода от цены подарка

$$g(\upsilon,t,\varepsilon)=Me^{-j\upsilon\xi(t,\varepsilon)}=Me^{-j\upsilon\varepsilon\frac{m(t)-Mm(t)}{\sigma(t)}}=$$

$$=e^{j\upsilon\varepsilon\frac{Mm(t)}{\sigma(t)}}M\left(e^{-j\varepsilon\frac{\upsilon}{\sigma(t)}}\right)^{m(t)}=e^{j\upsilon\varepsilon\frac{Mm(t)}{\sigma(t)}}G\left(e^{-j\varepsilon\frac{\upsilon}{\sigma(t)}},t\right),$$

где $j=\sqrt{-1}$ – мнимая единица, $G(x,t)$ – производящая функция распределения вероятностей значений процесса $m(t)$.

Для определённости рассматривается система, функционирующая в стационарном режиме.

Доказывается следующая теорема:

Теорема 2.6. Последовательность случайных процессов $\xi(t,\varepsilon)$ при $\varepsilon\to 0$ сходится по распределению к стандартному гауссовскому случайному процессу.

Третья глава диссертационной работы посвящена исследованию математической модели процесса изменения дохода торговой компании при различных условиях стимулирования продукции.

В пункте 3.1 построена и исследована экономико-математическая модель стимулирования сбыта продукции путем предоставления бонуса.

Рассматривается торговая компания, которая в целях привлечения клиентов проводит акцию «подарок за покупку». Пусть торговая компания объявляет акцию «покупатель, совершивший покупку не менее заданной величины получает подарок (бонус) на сумму M рублей». При этом преследуется цель увеличения объемов сбыта продукции посредством увеличения числа потенциальных покупателей, что в итоге приведет к увеличению дохода.

Ставится задача нахождения оптимального значения цены подарка по отношению к стоимости покупки, обеспечивающей наибольшую прибыль.

Очевидно, что при объявлении компанией акции «подарок за покупку» вероятность возвращения увеличивается с увеличением цены подарка. Будем полагать, что зависимость вероятности возврата r от M имеет вид

$$r(M)=r_1-(r_1-r_0)\left(1-\frac{M}{a_1}\right)^2,$$

где $M\le a_1$, r_0 – вероятность повторного обращения клиента в торговую компанию, работающую в обычном режиме, r_1 – максимально возможная вероятность повторного обращения клиента в торговую компанию за время проведения акции.

Ставится задача определения оптимального значения бонуса M, обеспечивающего максимальную прибыль за время t проведения акции.

Пусть цена покупки, обеспечивающей бонус есть случайная величина ξ, $M\xi=a_1$, $M\xi^2=a_2$, тогда при такой покупке покупатель получает подарок на сум-

Функция $G(x,y,t)$ является производящей для совместного распределения вероятностей $P(i,n,t)$ – числа i занятых приборов в системе и количества n – повторных обращений, реализованных за время t.

Следствие. Производящая функция $F(y,t)$ числа $n(t)$ повторных обращений, реализованных за время t, имеет вид:

$$F(y,t)=\exp\left\{\lambda r\frac{y-1}{1-ry}t-\frac{\lambda r^2}{\mu(1-r)}\frac{(y-1)^2}{(1-ry)^2}\left(1-e^{-\mu(1-ry)t}\right)\right\}.$$

Из вида производящей функции следует, что исследуемый поток непуассоновский.

Для потока повторных обращений в бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением найдены математическое ожидание и дисперсия, которые имеют вид:

$$m_1(t)=\frac{\lambda r}{1-r}t,$$

$$D(t)=\frac{\lambda r(1+r)}{(1-r)^2}t+2\frac{\lambda r^2}{\mu(1-r)^3}(1-e^{-\mu(1-r)t}),$$

а также найдены третий, четвертый моменты.

Таким образом, проведено исследование случайного процесса, характеризующего изменение во времени числа лиц, повторно обращающихся в торговую компанию.

В пункте 2.2 проводится исследование потока обращений в нестационарной бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением.

Доказывается теорема:

Теорема 2.2. Производящая функция $G(x,y,t)$ двумерного распределения $P(i,n,t)$ при нестационарном входящем потоке с интенсивностью $\lambda(t)$ и начальным распределением числа занятых приборов, определяемым производящей функцией $g(x)$, имеет вид:

$$G(x,y,t)=g\left\{\frac{1-r}{1-ry}-\left(\frac{1-r}{1-ry}-x\right)e^{-\mu(1-ry)t}\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{\Lambda(t)r\frac{y-1}{1-ry}-\left(\frac{1-r}{1-ry}-x\right)e^{-\mu(1-ry)t}\int_0^t\lambda(s)e^{\mu(1-ry)s}ds\right\},$$

где $\Lambda(t)=\int_0^t\lambda(s)ds$.

Найденная функция $G(x,y,t)$ является производящей для совместного распределения вероятностей $P(i,n,t)$ – числа i занятых приборов в системе и количества n – повторных обращений, реализованных за время t при нестационарном

входящем потоке, интенсивности $\lambda(t)$ и заданном начальном распределении функции $g(x)$ числа занятых приборов.

В пункте 2.3 проводится исследование суммарного потока обращений в бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением.

Пусть $m(t)$ – суммарное число заявок, обратившихся к системе за время t, как из внешнего источника, так и для повторного обслуживания.

Обозначим

$$P(m,t) = P\{m(t) = m\},$$

здесь $P(m,t)$ – распределение вероятностей числа обращений к системе суммарного входящего потока. Проводится исследование суммарного потока обращений, как первичных заявок, так и заявок, требующих повторного обслуживания.

Ставится задача нахождения производящей функции

$$G(y,t) = My^{m(t)} = \sum_{m=0}^{\infty} y^m P(m,t)$$

для переходного распределения $P(m,t)$ от заданного начального условия $P(m,0)$.

Найдено явное выражение для функции $G(y,t)$ при заданной производящей функции и $g(x)$ и начального при $t=0$ распределения вероятностей состояний рассматриваемой бесконечнолинейной СМО.

Доказаны следующие теоремы:

Теорема 2.3. Производящая функция $G(x,y,t)$ двумерного распределения вероятностей $P(i,m,t)$ числа i занятых приборов и m – суммарного числа первичных и повторных обращений за время t имеет вид:

$$G(x,y,t) = g\left\{\frac{1-r}{1-ry} - \left(\frac{1-r}{1-ry} - x\right)e^{-\mu(1-ry)t}\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{\lambda\frac{y-1}{1-ry}t - \frac{\lambda y}{\mu(1-ry)}\left(\frac{1-r}{1-ry} - x\right)\left(1-e^{-\mu(1-ry)t}\right)\right\}.$$

Теорема 2.4. Производящая функция $G(y,t)$ суммарного числа $m(t)$ обращений в переходном режиме, т.е. при $r=1$ в рассматриваемой СМО имеет вид:

$$G(y,t) = \exp\left\{-\lambda t - \frac{\lambda y}{\mu(1-y)}\left(1-e^{-\mu(1-y)t}\right)\right\}.$$

Найдены математическое ожидание и дисперсия процесса $m_0(t)$ в стационарном режиме функционирования системы и для процесса $m_1(t)$, возникающего при переходном режиме

В пункте 2.4 проведено исследование двумерного потока обращений в бесконечнолинейной системе массового обслуживания с повторным обращением.

Пусть $\nu(t)$ – количество обращений из внешнего источника за время t (количество первичных обращений), $n(t)$ – число повторных обращений.

Ставится задача: исследовать двумерный поток $\{\nu(t), n(t)\}$ обращений в рассматриваемой СМО.

Очевидно, что двумерный процесс $\{\nu(t), n(t)\}$ немарковский, поэтому обозначим $i(t)$ – процесс изменения числа заявок в системе, тогда трехмерный процесс $\{i(t), \nu(t), n(t)\}$ является марковским. Обозначим $P(i,\nu,n,t) = P\{i(t)=i, \nu(t)=\nu, n(t)=n\}$ – распределение вероятностей случайного процесса $\{i(t), \nu(t), n(t)\}$.

Доказаны следующие утверждения:

Теорема 2.5. Производящая функция $G(x,y,z,t)$ трехмерного распределения $P(i,\nu,n,t)$ имеет вид:

$$G(x,y,z,t) = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty} x^i y^\nu z^n P(i,\nu,n,t) = \exp\left\{\frac{\lambda}{\mu(1-r)}\left[r\frac{z-1}{1-rz} - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\left(\frac{1-r}{1-rz} - x\right)e^{-\mu(1-rz)t}\right] + \lambda\left(y\frac{1-r}{1-rz} - 1\right)t - \frac{\lambda y}{\mu(1-rz)}\left(\frac{1-r}{1-rz} - x\right)\left(1-e^{-\mu(1-rz)t}\right)\right\}.$$

Следствие. Производящая функция $F(y,z,t)$ двумерного распределения вероятностей числа событий, наступивших в двумерном потоке первичных и повторных обращений имеет вид:

$$F(y,z,t) = \exp\left\{\frac{\lambda}{\mu(1-r)}\left(r\frac{z-1}{1-rz}\left(\frac{1-r}{1-rz} - 1\right)e^{-\mu(1-rz)t}\right) + \lambda\left(y\frac{1-r}{1-rz} - 1\right)t - \right.$$

$$\left. -\frac{\lambda y}{\mu(1-rz)}\left(\frac{1-r}{1-rz} - 1\right)\left(1-e^{-\mu(1-rz)t}\right)\right\}.$$

В пункте 2.5 проведена гауссовская аппроксимация распределения вероятностей значений нормированного числа обращений суммарного потока.

Рассматривается асимптотическое условие $\lambda\to\infty$, которое, обозначив $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$, запишем в виде $\varepsilon\to 0$. Найдём асимптотическое распределение вероятностей нормированного числа обращений, обозначив

$$\xi(t,\varepsilon) = \frac{m(t) - Mm(t)}{\sqrt{\lambda}\sigma(t)} = \varepsilon\frac{m(t) - Mm(t)}{\sigma(t)},$$

где $\sqrt{\lambda}\sigma(t)$ – величина среднеквадратичного отклонения $m(t)$.

Характеристическую функцию величины $\xi(t,\varepsilon)$ обозначим